

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC-SP

Lucas Lúcio Godeiro

Testando o CAPM no mercado acionário brasileiro utilizando GARCH Multivariado entre  
1995 e 2012

MESTRADO EM ECONOMIA POLÍTICA

SÃO PAULO

2012

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC-SP

Lucas Lúcio Godeiro

Testando o CAPM no mercado acionário brasileiro utilizando GARCH Multivariado entre  
1995 e 2012

MESTRADO EM ECONOMIA POLÍTICA

Dissertação apresentada à banca examinadora  
como exigência parcial para obtenção do título  
de Mestre em Economia Política pela  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,  
sob a orientação do Prof. Dr. César Roberto  
Leite da Silva.

SÃO PAULO  
2012

**Banca Examinadora**

---

---

---

Para meu Pai, Jailson Henrique Godeiro (*In Memoriam*)

Para minha esposa Beônia e meu filho Jailson Neto.

Para minha mãe, Dra. Maria de Fátima.

Para meu irmão Vinícius.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a minha esposa Beônia e ao meu filho Jailson Neto, que são a base da família e a motivação de fazer o mestrado. Agradeço também a minha mãe Fátima , ao meu irmão Vinícius, ao meu Tio Paulo e a Ednalba.

Agradeço em especial a meu orientador Dr. César Roberto Leite da Silva, que, com muita competência me ajudou a cumprir os objetivos da pesquisa. Meus agradecimentos também aos professores Dr. Carlos Eduardo Ferreira de Carvalho, Dr. João Machado Borges Neto, Dra. Patrícia Helena F. Cunha, Dr. Paulo Baia, Dr. Rogério César de Souza, Dr. Rubens Sawaya, Dr. Joaquim Racy, Dra. Regina Gadelha, Dr Julio Pires , Dr. João Batista Pamplona e Dra. Anita Kon. Agradeço ao Dr. Vladimir Sipriano Camilo da Fundação Santo André pelas sugestões dadas na qualificação que enriqueceram o trabalho. Também agradeço a Sônia por todo apoio e atenção a mim e a todos os alunos.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa de estudos, que foi de suma importância para o desenvolvimento da pesquisa.

Por fim, agradeço a todos os colegas do mestrado, Émerson, Lincoln, César, Antônio, Róger, Eduardo, Bruno, Ernesto e Augusto.

## RESUMO

A pesquisa objetiva testar o CAPM para o mercado de ações brasileiro utilizando o beta estático e o beta dinâmico. A amostra utilizada é composta por 28 ações do índice Ibovespa em vinte de março de 2012 e que foram negociados durante todo o período pesquisado, que vai de 01/01/1995 a 20/03/2012. Foram estimados os betas estáticos e dinâmicos, sendo que os betas dinâmicos tem um maior poder de explicação sobre os excessos de retornos *cross section*. Também foi constatado que os parâmetros que medem aversão a risco relativa foram significantes, indicando que um aumento de volatilidade afeta de forma negativa o retorno esperado dos agentes.

**Palavras-chave:** CAPM; GARCH Multivariado; Betas estáticos; Betas dinâmicos.

**Código JEL:** G12, C32.

## ABSTRACT

The work aim to test the CAPM for the Brazilian Shares Market using the static was beta and the dynamic beta. The sample used is composed for 28 shares of the Ibovespa index in March 21, 2012 and that was traded long the period researched, between 01/01/1995 and 20/03/2012. Was estimated the static and dynamic betas, and that the dynamics betas has a larger explication power on the cross section returns excess. It was found that the parameters that measure relative risk aversion were significant, indicating that an increase in volatility negatively affects the expected return of the agents.

**Keywords:** CAPM; Multivariate GARCH; Static Betas; Dynamic Betas.

**JEL Code:** G12, C32.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO I - MODELOS DE APREÇAMENTO DE ATIVOS E O MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO.....</b>	<b>12</b>
<b>1.1 CAPM baseado no consumo.....</b>	<b>12</b>
<b>1.2 APT.....</b>	<b>13</b>
<b>1.3 Testes do CAPM para o Brasil.....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO II – O MODELO TEÓRICO.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Definição de aversão a risco e dominância estocástica.....</b>	<b>15</b>
<b>2.2 O modelo de Apreçamento de Ativos de Capital.....</b>	<b>20</b>
<b>CAPÍTULO III – TESTES EMPÍRICOS DO CAPM.....</b>	<b>24</b>
<b>3.1 Testes empíricos do CAPM com o beta estático.....</b>	<b>24</b>
<b>3.2 O CAPM condicional.....</b>	<b>26</b>
<b>3.3 Testes do CAPM com abordagem dinâmica.....</b>	<b>29</b>
<b>CAPÍTULO IV – MÉTODOS.....</b>	<b>34</b>
<b>4.1 Dados.....</b>	<b>34</b>
<b>4.2 Estimação do CAPM estático.....</b>	<b>35</b>
<b>4.3 Estimação do CAPM com MGARCH.....</b>	<b>36</b>
<b>4.4 Estimação do CAPM com Filtro de Kalman.....</b>	<b>38</b>
<b>CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>39</b>
<b>5.1 Estatísticas descritivas e testes de raiz unitária.....</b>	<b>39</b>
<b>5.2 Teste do CAPM com o beta estático.....</b>	<b>38</b>
<b>5.3 Teste do CAPM com betas dinâmicos.....</b>	<b>44</b>
<b>5.4 Estimativa dos parâmetros de aversão relativa a risco .....</b>	<b>52</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>54</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>56</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>59</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Empresas e códigos de negociação.....	34
Tabela 2 - Estatísticas Descritivas dos excessos de retorno dos ativos, do mercado e da taxa selic diários.....	40
Tabela 3 – Estatísticas calculadas pelos testes de raiz unitária ADF e KPSS.....	41
Tabela 4 - Modelo CAPM com o beta estático.....	42
Tabela 5 – Diagnóstico dos resíduos.....	43
Tabela 6 – Estimativa da equação do CAPM estático.....	44
Tabela 7 - Modelo MGARCH DCC.....	45
Tabela 8 - Diagnóstico dos resíduos MGARCH.....	47
Tabela 9 - Betas Dinâmicos Médios.....	50
Tabela 10 – Estimativa da Equação dos excessos retornos <i>cross section</i> com betas condicionais.....	51
Tabela 11 – Estimativa da equação dos excessos de retorno <i>cross section</i> com betas estruturais.....	51
Tabela 12 – Parâmetros de aversão relativa a risco.....	52
Tabela 13 – Estimativa das variâncias do modelo estrutural.....	59
Tabela 14 – Diagnóstico dos resíduos do modelo estrutural.....	60

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aversão e Neutralidade à risco.....	15
Figura 2 – Equivalente de certeza e prêmio de probabilidade.....	16
Figura 3 – Dominância estocástica de primeira ordem.....	18
Figura 4 – Dominância estocástica de segunda ordem.....	19
Figura 5 – Retorno esperado x Desvio padrão.....	22
Figura 6 – Betas Dinâmicos estimados.....	49
Figura 7 – Volatilidade dos ativos.....	49
Figura 8 – Correlação condicional entre o Ibovespa e os ativos.....	50

## INTRODUÇÃO

O mercado acionário brasileiro passa por uma transformação nos últimos anos. Em um cenário de estabilidade macroeconômica após o plano real, o Ibovespa, principal índice da Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) passa de mais ou menos 4300 pontos em 1995 para mais ou menos 60000 pontos em 2011. Toda essa evolução ocorreu por vários motivos, como investimento estrangeiro, aumento da participação do investidor pessoa física entre outros. Apesar dessa evolução o mercado de ações é um mercado muito volátil. Eventos extremos como a crise de 2008 fez com que o Ibovespa caísse de 70000 pontos para 29000 em poucas semanas. Por isso torna-se necessário uma gestão de risco eficiente por parte de gestores e investidores, para não serem surpreendidos com movimentos bruscos do mercado.

Um dos modelos mais utilizados na gestão de risco pelo mercado financeiro é o Modelo de Apreçamento de Ativos de Capital (CAPM) desenvolvido por Sharpe (1964). O modelo usa o beta como principal medida de risco não diversificável e surgiu como alternativa ao modelo da Fronteira Eficiente de Markowitz (1952). O modelo anterior ao CAPM necessitava de muitos algoritmos mesmo para um número pequeno de ativos ou carteira. No entanto há uma discussão na literatura sobre a validade ou não do CAPM. Vários testes apontam para validade e vários testes indicam que o modelo falha em várias ocasiões. Outra discussão na literatura é sobre o comportamento do beta. Muitos trabalhos admitem que o beta é constante ao longo do tempo e muitos rejeitam essa hipótese.

Neste sentido o presente trabalho objetiva testar o CAPM para o mercado de ações brasileiro utilizando o beta estático e o beta dinâmico. Para tanto serão necessários estimar os betas estáticos, os betas condicionais e estruturais dinâmicos, e estimar os parâmetros que medem aversão a risco relativa. Além desta introdução e das considerações finais o trabalho é composto por mais cinco capítulos. O primeiro mostra os modelos mais gerais de apreçamento de ativos e a revisão da literatura nacional sobre o tema. O segundo capítulo apresenta o conceito de aversão a risco e o modelo de apreçamento de ativos de capital (CAPM). O terceiro revisa a literatura de testes empíricos do CAPM. O quarto discorre sobre os procedimentos metodológicos e econométricos. Por fim, o quinto capítulo mostra os resultados encontrados pela pesquisa.

## CAPÍTULO I – MODELOS DE APREÇAMENTO DE ATIVOS E O MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

Este capítulo tem por objetivo demonstrar alguns dos modelos mais citados pela literatura para apreçar um ativo, entre eles o APT (*Arbitrage Pricing Theory*) e o CCAPM (*Consumption Capital Asset Pricing Model*). Apesar de todas as diferenças de métodos e abordagens, todos esses modelos tem um objetivo único, que é prever o preço dos ativos. Em seguida será demonstrado alguns testes e resultados do CAPM para o Brasil.

### 1.1 CAPM Baseado no consumo

O CCAPM é uma forma diferente de explicar o equilíbrio no mercado de capitais. A partir do enfoque de Breeden (1979) e Rubinstein (1976) o retorno de um ativo passa a ser explicado não pela variação do índice de mercado, mas sim pela taxa de crescimento do consumo per capita. Segundo Elton (2004) as hipóteses do CCAPM são: os investidores maximizam uma função utilidade de consumo em vários períodos; possuem opiniões homogêneas em relação às características dos retornos dos ativos; existe uma população fixa cuja vida é infinitamente longa; há um único bem de consumo; e existe um mercado de capitais no qual os investidores podem montar uma sequência de consumo tal que trocas adicionais não aumentariam seu bem estar.

Breeden (1979) e Rubinstein (1976) conseguem mostrar que o retorno de ativos é linearmente relacionado com a taxa de crescimento do consumo agregado se admitir que o beta é constante. A hipótese forte desse modelo é admitir o beta constante. Isso equivale dizer que os agentes não mudam seu perfil de consumo em épocas de aumento de aversão a risco. A equação básica do CCAPM é dada por:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i C_t + e_{it} \quad (1)$$

O beta pode ser obtido pela equação:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_{it}, C_t)}{Var(C_t)} \quad (2)$$

Segundo Elton (2004) a condição de equilíbrio para o CCAPM é dada pela expressão:

$$\bar{R} = R_z + \gamma_1 \beta_1 \quad (3)$$

De acordo com Domingues (2000) o CAPM implicitamente supunha que os investidores consumiam toda sua riqueza depois de um período, de forma que riqueza e consumo acabavam se confundindo. Já no CCAPM as decisões de consumo e alocação são desvinculadas, apesar de modeladas simultaneamente, e o indivíduo passa a poder negociar seu ativo livremente, tendo em vista a maximização de sua função utilidade intertemporal. Ainda segundo Domingues (2000) quanto menor o  $\beta$ , maior o desconto do futuro, maior a impaciência dos indivíduos e, portanto, maiores devem ser os retornos para convencê-los a adiar seus planos de consumo.

### **1.2 APT (*Arbitrage Pricing Theory*)**

Segundo Elton (2004) a formação de preços por arbitragem baseia-se na lei do preço único: dois bens idênticos não podem ser vendidos a preços diferentes. Uma vantagem do APT em relação ao CAPM é que as hipóteses fortes na construção do CAPM não são necessárias no APT. Ainda segundo Elton (2004) o APT exige que retornos de qualquer ação estejam linearmente relacionados a um conjunto de índices, como mostra a equação:

$$R_i = a_1 + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + e_i \quad (4)$$

Os fatores utilizados como variáveis explicativas são obtidas a partir de variáveis macroeconômicas, como inflação, taxa de juros entre outros, como também se pode construir-se fatores de acordo com as características das ações, como o setor econômico a qual pertence, tamanho da empresa, se paga muito dividendo, entre outros. Após a construção do fator e dadas as características das empresas que o compõe e que dar-se o nome ao fator. O próprio CAPM pode ser caracteriza como um APT como um único fator. O fator do CAPM que explica o retorno é apenas o índice de mercado.

### **1.3 Testes do CAPM para o Brasil**

Na literatura existem vários trabalhos empíricos que objetivam testar o CAPM para o mercado de ações brasileiro. Entre esses trabalhos pode-se destacar autores como Tambosi Filho et al. (2007), Flister et al. (2011), Alencastro (2009), Paiva (2005) entre outros. As metodologias que as pesquisas utilizam, como também o período e os dados são diferentes, o que pode ter influência nos resultados encontrados pelas mesmas.

Tambosi Filho et al. (2007) testaram o CAPM estático e o CAPM condicional nos mercados brasileiro, norte-americano e argentino. Ainda de acordo com os autores acima, o CAPM condicional se diferencia do CAPM por incorporar a variação dos betas ao longo do tempo, permitindo identificar variâncias e covariâncias que se alteram no tempo.

Tambosi Filho et al. (2007) utilizaram carteiras de ações em seus testes por meio do critério de ações sobreviventes e liquidez para a escolha dos ativos que fizeram parte de cada carteira. Como *proxy* do capital humano os autores utilizaram a taxa de crescimento da renda do trabalho explicada pelo PIB. Os resultados obtidos foram os seguintes: o CAPM estático sem capital humano conseguiu explicar os retornos esperados; o CAPM condicional sem capital humano também conseguiu explicar os retornos esperados em todos os mercados com mais eficiência que o estático, pois apresentou um ajuste melhor; o CAPM condicional com capital humano não conseguiu explicar os retornos esperados em nenhum dos mercados, e o CAPM estático com capital humano também não conseguiu um bom poder de explicação.

Flister et al. (2011) testaram se o CAPM condicional é capaz de explicar anomalias de momento, tamanho e *book-to-market*<sup>1</sup>. Chegaram à conclusão de que o CAPM condicional, utilizando uma série de regressões de curto prazo, apresentou ganho ínfimo em relação aos alfas calculados com o CAPM incondicional. Também constataram que os betas calculados pelo CAPM condicional variam com o tempo, mas não o suficiente para que os alfas do modelo incondicional fossem explicados pelo modelo condicional.

Alencastro (2009) testa o CAPM estático de acordo com a metodologia de Fama e Macbeth (1973) utilizando carteiras de ações. Ele sistematiza a pesquisa dividindo o período após a implantação do Plano Real em três partes: 1994-1999; 1999-2004; 2004-2009. O autor analisa o cenário microeconômico do mercado de ações e também a conjuntura macroeconômica do período. Os resultados obtidos foram: validade do CAPM no primeiro período, com baixo poder de explicação; no segundo período, o modelo não é validado; no terceiro período o modelo foi válido após correção por heteroscedasticidade e eliminação de dois valores extremos.

Paiva (2005) testa o CAPM conforme a metodologia de Fama e MacBeth (1973) e encontra evidências de que os betas de empresas que permanecem no Ibovespa por um longo período de tempo tendem a ser menores que um, e com isso caracterizam ações defensivas para os investidores.

---

<sup>1</sup> Índice *book-to-market* ou índice B/M, definido pela relação entre o valor contábil e o valor de mercado do patrimônio líquido das empresas.

## CAPÍTULO II – O MODELO TEÓRICO

### 2.1 Definição de aversão a risco e dominância estocástica

O modelo teórico que será utilizado é construído sob a hipótese de que os agentes em sua maioria tem aversão a risco. Por isso será importante iniciar a discussão formalizando qual o significado e quais as implicações dessa suposição.

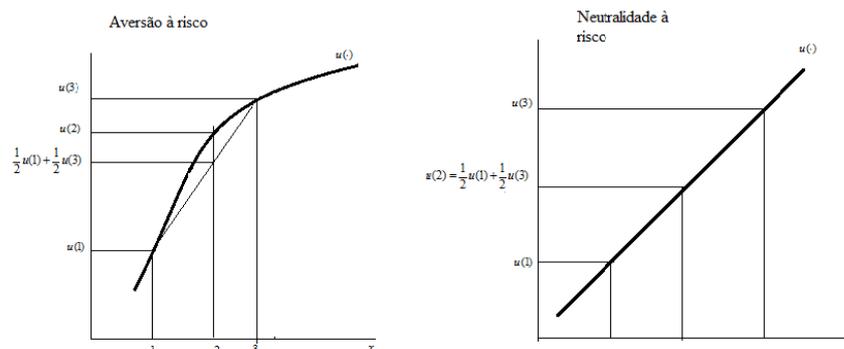
De acordo com Mas-Colell (1995) o agente é avesso ao risco se para qualquer loteria  $F(\cdot)$ , a loteria degenerada que paga o montante  $\int x dF(x)$  com certeza é pelo menos tão bom quanto a loteria  $F(\cdot)$ . No entanto a loteria  $F(\cdot)$  não é pelo menos tão boa quanto  $\int x dF(x)$ . O agente neutro ao risco é indiferente entre as loterias degeneradas e não degeneradas. O agente será estritamente avesso ao risco apenas quando for indiferente em duas loterias degeneradas iguais.

Ainda segundo Mas-Colell (1995) se as preferências admitem serem representadas com a função de utilidade esperada de Bernoulli  $u(x)$ , seguindo diretamente da definição de aversão a risco que o tomador de decisão é avesso ao risco se e somente se:

$$\int u(x) dF(x) \leq u\left(\int x dF(x)\right) \quad \text{para todo } F(\cdot) \quad (5)$$

A desigualdade de Jensen demonstrada acima é o que garante a concavidade da função de utilidade  $u(\cdot)$ . Com isso Mas-Colell (1995) afirma que aversão à risco é equivalente a função ser côncava da mesma forma que estritamente aversão à risco indica que a função utilidade é estritamente côncava. A figura seguinte representa aversão e neutralidade à risco.

Figura 1 – Aversão e Neutralidade à risco.



Fonte: Mas-Colell (1995, p.186)

Analisando a figura 1 percebe-se que para o agente avesso à risco, tomando como referência o payoff que paga 2 dólares, que uma perda de um dólar causa diminuição de utilidade maior do que o ganho de utilidade quando o payoff passa de 2 para 3 dólares. Outra evidência encontrada é que a utilidade marginal da riqueza é decrescente para o agente avesso. Mas-Colell (1995) diz que dado qualquer nível de renda, o ganho de utilidade de um dólar extra é menor do que a perda de utilidade de ter um dólar menos. Para o agente neutro a risco, é indiferente ter a certeza de ganhar 2 ou ir para o game. Ele dá os mesmos pesos a ganhos e perdas. Isso é caracterizado por uma Função Bernoulli de utilidade linear.

O próximo passo será demonstrar os conceitos de equivalente de certeza e prêmio de probabilidade. Mas-Colell (1995) afirma que o equivalente de certeza de  $F(\cdot)$ , representado por  $c(F, u)$  é a soma de dinheiro para o indivíduo em que é indiferente o game  $F(\cdot)$  e a certeza do montante  $c(F, u)$ .

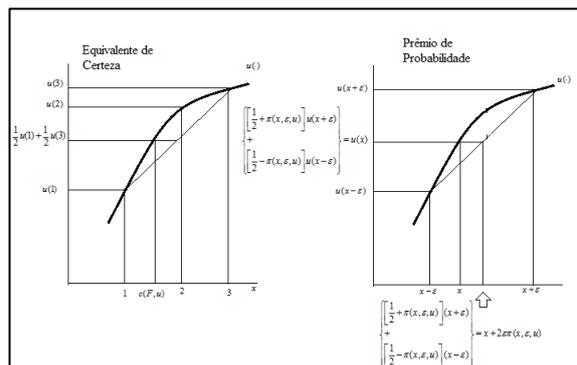
$$u(c(F, u)) = \int u(x)dF(x) \tag{6}$$

O prêmio de probabilidade  $\pi(x, \varepsilon, u)$  é definido como o aumento na probabilidade de ganhar na qual o indivíduo avesso a risco fica indiferente entre o game e a certeza do resultado  $x$ .

$$u(x) = \left( \frac{1}{2} + \pi(x, \varepsilon, u) \right) u(x + \varepsilon) + \left( \frac{1}{2} - \pi(x, \varepsilon, u) \right) u(x - \varepsilon) \tag{7}$$

A figura 2 mostra a representação gráfica do equivalente de certeza e do prêmio de probabilidade.

Figura 2 – Equivalente de certeza e prêmio de probabilidade



Fonte: Mas-Colell (1995, p.187)

Após toda a discussão feita anteriormente fica a dúvida, em quais condições o agente avesso a risco demandará um ativo de risco. Suponha que o indivíduo tenha que escolher entre um ativo livre de risco cujo retorno é um dólar por dólar investido e o ativo de risco com retorno aleatório  $r$  por dólar investido. O retorno aleatório  $r$  tem uma função de distribuição  $F(r)$  na qual se assume que  $\int r dF(r) > 1$ , o retorno médio do ativo de risco excede o retorno do ativo sem risco. O agente investe a fração  $\nu$  da sua renda no ativo de risco e  $\zeta$  no ativo livre de risco. O retorno do portfolio do agente é definido por  $\nu r + \zeta$ . O problema de maximização de utilidade para o indivíduo de acordo com Mas-Colell (1995) é:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\nu, \zeta \geq 0}{\text{Max}} \int u(\nu r + \zeta) dF(r) \\
 & \text{s.a} \\
 & \nu + \zeta = w \\
 & \text{ou} \\
 & \underset{\nu, \zeta \geq 0}{\text{Max}} \int u(w + \nu(r - 1)) dF(r) \\
 & \text{s.a} \\
 & 0 \leq \nu \leq w
 \end{aligned} \tag{8}$$

As condições Kuhn-Tucker de primeira ordem para  $\nu^*$  ótimo são:

$$\varphi(\nu^*) = \int u'(w + \nu^*[r - 1])(r - 1) dF(r) \begin{cases} \leq 0 & \text{se } \nu^* < w \\ \geq 0 & \text{se } \nu^* > 0 \end{cases} \tag{9}$$

Analisando a equação verifica-se que  $\nu^* = 0$  não satisfaz as condições de primeira ordem, indicando que algum percentual de ativo de risco terá no portfolio ótimo do agente.

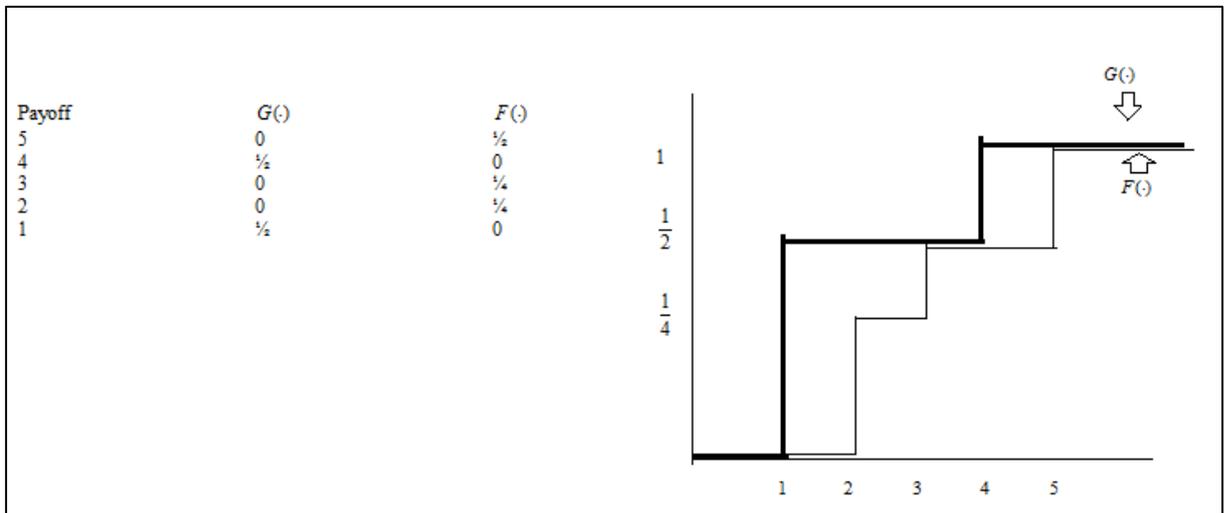
O passo seguinte da discussão será comparar a distribuição dos payoffs em termos de risco e retorno. Segundo Mas-Colell (1995) há duas formas em que os resultados aleatórios podem ser comparados: de acordo com o nível dos retornos e de acordo com a dispersão dos mesmos. A ideia básica é que  $F(\cdot)$  tem um retorno maior e um risco menor que  $G(\cdot)$ . Esse é um fato estranho no que diz respeito ao modelo de apreçamento de ativos que afirma que o ativo mais arriscado deve oferecer um maior retorno. Mas a ideia que está por trás de um ativo com menor risco em relação ao outro ter maior retorno é conhecida como dominância estocástica de primeira ordem e dominância estocástica de segunda ordem.

A distribuição  $F(\cdot)$  domina estocasticamente em primeira ordem  $G(\cdot)$  se, para toda função  $u : R \rightarrow R$  não decrescente:

$$\int u(x)dF(x) \geq \int u(x)dG(x) \tag{10}$$

A distribuição monetária de payoffs  $F(\cdot)$  domina estocasticamente  $G(\cdot)$  se e somente se  $F(x) \leq G(x)$  para todo  $x$ . Isso significa que a loteria  $F(\cdot)$  domina a loteria  $G(\cdot)$  porque oferece probabilidade acumulada de ganho maior ou igual em payoffs de maiores resultados, como mostra a figura.

Figura 3 – Dominância estocástica de primeira ordem



Fonte: Mas-Colell (1995, p.196)

Observa-se que o payoff 1 dólar em  $G(x)$  com probabilidade 0,5, é dominado pelos payoffs de  $F(x)$  2 dólares com probabilidade 0,25 e 3 dólares com probabilidade também de 0,25. Somando as probabilidades, o agente tem 0,5 de chance de ganhar 2 ou 3 dólares, que é melhor que 1 dólar. O payoff de  $G(x)$  4 dólares com probabilidade 0,5 é dominado pelo payoff de  $F(x)$  5 dólares com probabilidade 0,5.

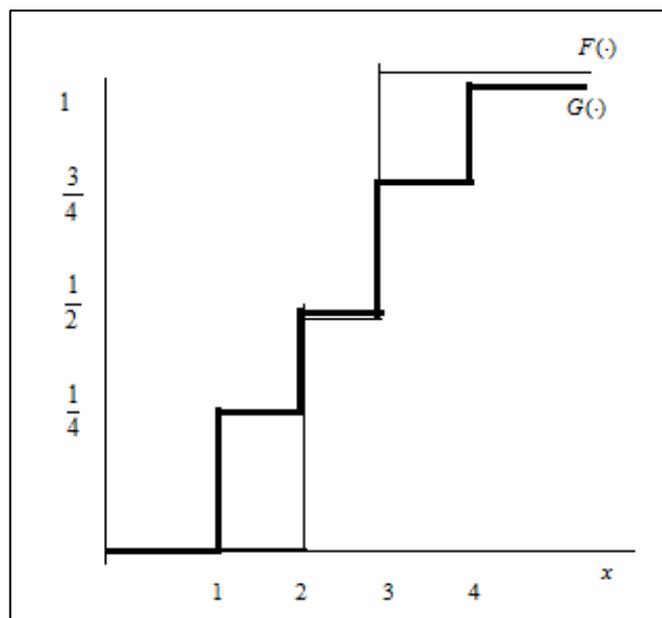
A dominância estocástica de segunda ordem analisa qual o comportamento dos agentes quando deparados como ativos de mesmo valor esperado e riscos diferentes. A ideia básica, como será demonstrada adiante, é que os indivíduos preferem os ativos que na pior situação tem um payoff melhor, dado sua aversão a risco.

Seja  $F(\cdot)$  e  $G(\cdot)$  duas distribuições para os ativos  $F(x)$  e  $G(x)$  com  $\int x dF(x) = \int x dG(x)$ . De acordo com Mas-Colell (1995)  $F(\cdot)$  domina estocasticamente  $G(\cdot)$  em segunda ordem se para toda função não decrescente côncava  $u: R_+ \rightarrow R_-$ :

$$\int u(x) dF(x) \geq \int u(x) dG(x) \quad (11)$$

Considere a distribuição  $F(\cdot)$  com probabilidades 0,5 de resultado 2 dólares e 0,5 de probabilidade de resultado 3 dólares.  $G(\cdot)$  tem probabilidade 0,25 de resultado 1,2,3 ou 4 dólares. Observa-se que o valor esperado das duas distribuições são iguais a 2,5 dólares. No entanto  $F(\cdot)$  tem uma variância menor, portanto um risco menor, por isso  $F(\cdot)$  domina estocasticamente  $G(\cdot)$ . Isso ocorre devido a aversão a risco dos agentes.

Figura 4 – Dominância estocástica de segunda ordem



Fonte: Mas-Colell (1995, p.198)

O capítulo posterior da pesquisa apresenta o desenvolvimento do Modelo de Apreçamento de Ativos de Capital sob a hipótese de que os agentes são avessos a risco. Essa hipótese é crucial para o modelo, pois, dado a aversão dos agentes, eles exigem um excesso de retorno em relação ao ativo livre de risco para comprar o ativo de risco. Esse excesso de retorno é chamado prêmio de risco.

## 2.2 O modelo de Apreçamento de Ativos de Capital

Segundo Varian (1992) o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) tem uma especificação particular de utilidade. O modelo assume que a utilidade de uma distribuição aleatória da renda depende dos dois primeiros momentos da distribuição de probabilidades, a média e a variância. Essa característica é compatível com o modelo de utilidade esperada quando todos os ativos seguem uma distribuição normal ou quando a função utilidade é quadrática. No entanto a média e a variância podem servir com uma boa aproximação para a função utilidade em várias situações. Em um contexto de aversão à risco, um aumento no consumo esperado é um bem e aumento na variância é um mal. O consumo para o segundo período do agente  $i$  é definido por:

$$\bar{C} = (W - c) \sum_{a=0}^A x_a \tilde{R}_a = (W - c) [x_0 R_f + \sum_{a=1}^A x_a \tilde{R}_a] \quad (12)$$

$\bar{C}$  é o consumo do agente  $i$  no segundo período.

$W - c$  é o montante investido no período 0 pelo agente  $i$ .

$\tilde{R}_a$  é o retorno total do ativo “a” considerado um processo estocástico. A variável aleatória  $\tilde{R}_a$  assume o valor  $\tilde{R}_{as}$  com a probabilidade  $\pi_s$ .

$x_a$  é a fração da renda investida pelo agente  $i$  no ativo  $a$ .

$R_f$  é o retorno do ativo livre de risco.

$x_0$  é a fração da renda investida no ativo livre de risco.

Como  $x_0 = 1 - \sum_{a=1}^A x_a$  pode-se reescrever (8) da seguinte forma:

$$\bar{C} = (W - c) [R_0 + \sum_{a=1}^A x_a (\tilde{R}_a - R_f)] \quad (13)$$

A expressão em colchetes é o retorno do portfólio para o investidor  $i$ . Ainda de acordo Varian (1992) o problema do investidor é encontrar o portfólio eficiente. Esse portfólio é o que proporciona o maior retorno esperado com o mínimo de variância:

$$\begin{aligned}
& \min_{x_0, \dots, x_A} \sum_{a=0}^A \sum_{b=0}^A x_a x_b \sigma_{ab} \\
& \text{s.a} \\
& \sum_{a=0}^A x_a \bar{R}_a = \bar{R} \\
& \sum_{a=0}^A x_a = 1
\end{aligned} \tag{14}$$

$x_a$  pode ser positivo ou negativo, pois admite-se vendas a descoberto. Definindo  $\lambda$  como a primeira restrição e  $\mu$  a segunda, a condição de primeira ordem é dada por:

$$\begin{aligned}
L &= \sum_{a=0}^A \sum_{b=0}^A x_a x_b \sigma_{ab} - \lambda \sum_{a=0}^A x_a \bar{R}_a - \mu \sum_{a=0}^A x_a \\
\frac{\partial L}{\partial x_a} &= 2 \sum_{b=0}^A x_b \sigma_{ab} - \lambda \bar{R}_a - \mu = 0
\end{aligned} \tag{15}$$

Seja  $(x_1^e \dots x_A^e)$  o conjunto de ativos de risco eficientes. Suponha que o ativo  $e$  é conhecido pelos investidores e que os mesmos não investem nada em ativos de risco, exceto nos ativos eficientes. De acordo com Varian (1992) isto significa que a carteira de ativos eficientes deve satisfazer as condições da equação (11) para cada ativo  $a = 0, \dots, A$ . Com isso as condições de primeira ordem são:

$$2\sigma_{ae} - \lambda \bar{R}_a - \mu = 0 \tag{16}$$

Quando  $a = 0$ , caracterizando o ativo livre de risco e  $a = e$ , denotando o portfólio eficiente, o problema pode ser reescrito:

$$\begin{aligned}
-\lambda R_f - \mu &= 0 \\
2\sigma_{ee} - \lambda \bar{R}_e - \mu &= 0
\end{aligned} \tag{17}$$

Observa-se que a covariância para o ativo livre de risco e a covariância entre o ativo  $a$  o portfólio eficiente  $e$  transforma-se na variância do processo. Resolvendo para  $\lambda$  e  $\mu$  encontra-se:

$$\begin{aligned}
\mu &= -\lambda R_f \\
2\sigma_{ee} - \lambda \bar{R}_e + \lambda R_f &= 0 \\
2\sigma_{ee} &= \lambda (\bar{R}_e - R_f) \\
\lambda &= \frac{2\sigma_{ee}}{(\bar{R}_e - R_f)} \\
\mu &= -\frac{2\sigma_{ee}}{(\bar{R}_e - R_f)} R_f
\end{aligned}
\tag{18}$$

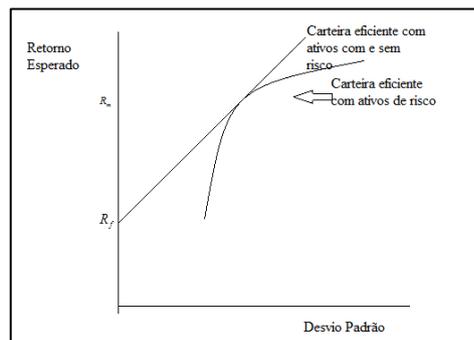
Substituindo  $\mu$  e  $\lambda$  em (13) encontra-se:

$$\begin{aligned}
2\sigma_{ae} - \frac{2\sigma_{ee}}{(\bar{R}_e - R_f)} \bar{R}_a + \frac{2\sigma_{ee}}{(\bar{R}_e - R_f)} R_f &= 0 \\
\frac{2\sigma_{ee}}{(\bar{R}_e - R_f)} \bar{R}_a &= 2\sigma_{ae} + \frac{2\sigma_{ee}}{(\bar{R}_e - R_f)} R_f \\
\bar{R}_a &= 2\sigma_{ae} \frac{(\bar{R}_e - R_f)}{2\sigma_{ee}} + R_f \\
\bar{R}_a &= R_f + \frac{\sigma_{ae}}{\sigma_{ee}} (\bar{R}_e - R_f)
\end{aligned}
\tag{19}$$

Segundo Varian (1992) a equação (15) diz que o retorno de um ativo de risco é igual ao retorno do ativo livre de risco mais o prêmio de risco. No entanto, o prêmio de risco depende da covariância entre o ativo de risco e o portfólio eficiente e da variância do portfólio eficiente.

Será introduzido no modelo a variável  $R_m$  que denota a carteira de mercado, como segue na figura. Nessa simulação o agente investe metade de sua renda no ativo de risco e metade no ativo livre de risco.

Figura 5 – Retorno esperado x Desvio padrão



Fonte: Varian (1992, p.374)

Em qualquer ponto fora da linha do portfolio eficiente há oportunidade de arbitragem. Em qualquer ponto acima de  $R_m$  existe ativos que oferecem o mesmo retorno com menor risco. Então os agentes vendem à descoberto o ativo mais arriscado e compram o ativo menos arriscado, fazendo que seu retorno caia volte a posição de equilíbrio. Em pontos abaixo ocorre o inverso, os agente veem a possibilidade de comprar um ativo com menor risco e mesmo retorno, fazendo seu retorno subir até o ponto de equilíbrio.

A fração da riqueza investida no ativo de risco  $a$  que compõe a carteira de mercado é representada por  $x_a^m$ .  $X_{ia}$  é o número de ações que o agente  $i$  adquire ao preço  $p_a$ . A fórmula que define  $x_a^m$  é:

$$x_a^m = \frac{p_a \sum_{i=1}^I X_{ia}}{\sum_{i=1}^I W_i} \quad (20)$$

Segundo Varian (1992) o numerador da expressão representa o valor de mercado do ativo  $a$  e o denominador é o valor total de todos os ativos de risco. Ainda segundo o autor acima este portfolio é conhecido como a carteira de mercado para ativos de risco e é um caso particular do portfolio eficiente. Com essa definição, pode-se reescrever (15) da seguinte forma:

$$\bar{R}_a = R_f + \frac{\sigma_{am}}{\sigma_{mm}} (\bar{R}_m - R_f) \quad (21)$$

Por definição a covariância entre o ativo e o mercado dividido pela variância de mercado é conhecido na literatura como beta de um ativo, que reflete a sensibilidade da ação em relação a carteira de mercado. O beta também representa o risco não diversificável de um ativo ou carteira. Então (17) pode ser reescrito:

$$\bar{R}_a = R_f + \beta_a (\bar{R}_m - R_f) \quad (22)$$

O capítulo dois abordará sobre os testes empíricos feitos com o CAPM utilizando o *beta* estável e o *beta* variando no tempo.

### CAPÍTULO III – TESTES EMPÍRICOS DO CAPM

Este capítulo faz a revisão da literatura sobre os testes empíricos que objetivaram tornar válido ou não o modelo de apreçamento de ativos de capital. A primeira sessão aborda os testes feitos com os betas constantes ao longo do tempo e a segunda e terceira sessão utilizam os betas variando no tempo.

#### 3.1 Testes empíricos do CAPM com o beta estático

O modelo de precificação de ativos foi testado por Sharpe e Cooper (1967). Os autores examinaram que o retorno das ações da bolsa de Nova York no período de 1931-1967 dependia do beta da própria ação como variável explicativa, como mostra o modelo. Sharpe e Cooper (1967) comprovaram que 95% do valor verdadeiro dos retornos foram explicados pela regressão, ou seja, o  $R^2$  obtido foi de 95%. Elton (2004) diz que “a maior parte dos testes iniciais do CAPM envolveu o uso de uma regressão com séries temporais (primeiro passo) e o uso de uma regressão em *cross section* (segundo passo) para testar as hipóteses resultantes do modelo”.

Os testes do CAPM começam a se aprofundar com a contribuição de Black, Jensen e Scholes (1972), utilizando séries temporais e a seguinte equação base:

$$\bar{R}_{at} - R_{ft} = \alpha + \beta_a (\bar{R}_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_t \quad (23)$$

Onde:

$\bar{R}_{at} - R_{ft}$  é o retorno em excesso do ativo ou carteira  $a$ ;

$\alpha$  é o intercepto da equação;

$\beta_i$  é o beta do ativo  $a$ ;

$\bar{R}_{mt} - R_{ft}$  é o retorno em excesso do mercado;

$\varepsilon_t$  é o termo estocástico com média 0 e variância  $\sigma^2$ ;

Seguindo a linha de Black, Jensen e Scholes (1972) Fama e Macbeth (1973) desenvolveram uma metodologia de teste do CAPM. Eles formaram 20 carteiras de títulos para a estimação de betas numa regressão de primeiro passo, utilizando o mesmo procedimento de Black et. al. (Elton, 2004). Depois fizeram uma regressão de segundo passo, com dados de corte, para o período de 1935 a 1968. A divisão em várias etapas permite verificar a contribuição incremental ou não de cada variável no modelo. Os betas são encontrados a partir da equação (19). O segundo passo é testar a seguinte equação:

$$R_a = \kappa_0 + \kappa_1 \beta_a + \kappa_2 \beta_a^2 + \kappa_3 S_{ea} + \eta_a \quad (24)$$

$R_a$  é o retorno esperado do ativo  $a$ ;

$\kappa_0$  é o intercepto da regressão;

$\kappa_1$  é o coeficiente do beta do ativo  $a$ ;

$\kappa_2$  é o coeficiente do beta ao quadrado do ativo  $a$ ;

$\kappa_3$  é o coeficiente da variância dos resíduos;

$\beta_a$  é o beta obtido na regressão (19);

$\beta_a^2$  é o beta obtido na equação (19) elevado ao quadrado;

$S_{ea}$  é a variância dos resíduos da regressão de (19);

$\eta_a$  é um ruído branco da regressão (20);

As hipóteses a serem testadas são:

- i.  $E[\kappa_0] = 0$ , para mostrar que o mercado está em equilíbrio;
- ii.  $E[\kappa_1] > 0$ , ou seja, o risco tem preço de mercado positivo;
- iii.  $E[\kappa_2] = 0$ , ou seja, a relação entre risco e retorno é linear;
- iv.  $E[\kappa_3] = 0$ , ou seja, o risco residual não afeta o retorno;

Fama e MacBeth (1973) realizaram o teste para CAPM com os retornos dos ativos no período de 1935 a 1968; eles chegaram a conclusão que a relação entre risco e retorno é linear, o risco residual não afeta o retorno e o risco têm preço de mercado positivo. Também encontraram evidências que o mercado não está em equilíbrio, pois o coeficiente  $\gamma_{ot}$  mostrou ser estatisticamente significativa.

Jagannathan e Wang (1996) afirmam que a maioria dos estudos empíricos assume que o beta é constante ao longo do tempo e que o índice de mercado é uma Proxy para a riqueza agregada. Ainda de acordo com os autores acima o CAPM estático é incapaz de explicar os retornos médios dos dados *cross-section* das ações. Nesse sentido os autores propõem uma nova metodologia de teste, o CAPM condicional, assumindo-se que o beta e o prêmio de risco

variam ao longo do tempo. Os autores incluem o retorno do capital humano como medida da renda agregada e afirmam que o modelo explica bem os retornos médios *cross-section*.

### 3.2 O CAPM condicional

O CAPM condicional assume que as séries são estacionárias em covariância e que todos os momentos condicionais e não condicionais existem. Uma das hipóteses do modelo de acordo com Jagannathan e Wang (1996) é que os investidores racionais e avessos a risco antecipam e se protegem de prováveis possibilidades adversas de retorno no futuro. Devido a essa hipótese os retornos condicionais dos ativos serão colineares com os betas condicionais de mercado e com os betas das carteiras de *hedge* dos investidores. Entretanto Merton (1980) afirma que *motivos de hedging* não afetam o modelo, que pode ser descrito como:

$$E[R_{at} | I_{t-1}] = \gamma_{0t-1} + \gamma_{1t-1} \beta_{at-1} \quad (25)$$

O beta condicional do ativo  $a$  é definido como:

$$\beta_{at-1} = Cov(R_{at}, R_{mt} | I_{t-1}) / Var(R_{mt} | I_{t-1}) \quad (26)$$

$\gamma_{0t-1}$  é o retorno esperado condicional para o portfólio com “beta-zero” e  $\gamma_{1t-1}$  é prêmio de risco condicional do mercado. Jagannathan e Wang (1996) objetivam explicar os retornos *cross-section*, por isso aplica-se esperança incondicional em ambos os lados de (21), que resulta em:

$$E[R_{at}] = \gamma_0 + \gamma_{1a} \bar{\beta}_a + Cov(\gamma_{1t-1}, \beta_{at-1}) \quad (27)$$

Onde,

$$\gamma_0 = E[\gamma_{0t-1}] \quad \gamma_1 = E[\gamma_{1t-1}] \quad \bar{\beta}_a = E[\beta_{at-1}]$$

Nota-se que, se a covariância entre o beta condicional e o prêmio de risco em relação ao mercado é zero, (23) representa a CAPM estático. No entanto de acordo com Jagannathan e Wang (1996) os betas condicionais e os prêmios de risco geralmente são correlacionados.

Ainda de acordo com os autores acima durante períodos econômicos ruins, quando o prêmio de risco de mercado é relativamente mais elevado, empresas alavancadas podem enfrentar dificuldades de financiamento e com isso apresentar um beta condicional mais elevado. Essa é uma das hipóteses a serem testadas na pesquisa utilizando uma estimação dos betas condicionais por meio de um GARCH Multivariado.

Segundo Jagannathan e Wang (1996) será abordado o CAPM condicional com retornos esperados em *cross-section*. Para cada ativo  $a$  será definido a sensibilidade condicional do beta em relação ao prêmio de risco  $\mathcal{G}_a$  e o beta residual  $\eta_{at-1}$  como:

$$\begin{aligned}\mathcal{G}_a &= Cov(\beta_{at-1}, \gamma_{1t-1}) / Var(\gamma_{1t-1}) \\ \eta_{at-1} &= \beta_{at-1} - \bar{\beta}_a - \mathcal{G}_a (\gamma_{1t-1} - \gamma_1)\end{aligned}\tag{28}$$

Com isso o beta condicional pode ser decomposto em três partes ortogonais:

$$\begin{aligned}\beta_{at-1} &= \bar{\beta}_a + \mathcal{G}_a (\gamma_{1t-1} - \gamma_1) + \eta_{at-1} \\ E[\eta_{at-1}] &= 0 \\ E[\eta_{at-1} \gamma_{1t-1}] &= 0\end{aligned}\tag{29}$$

A primeira parte da equação é o beta esperado, que é constante. A segunda parte é uma variável aleatória que é perfeitamente correlacionada com o prêmio de risco de mercado e a terceira parte é uma variável com média zero não correlacionada com o prêmio de risco. Como  $Cov(\beta_{at-1}, \gamma_{1t-1}) = Var(\gamma_{1t-1})\mathcal{G}_a$  (23) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$E[R_{at}] = \gamma_0 + \gamma_1 \bar{\beta}_a + Var(\gamma_{1t-1})\mathcal{G}_a\tag{30}$$

Assim o retorno esperado incondicional é função linear do beta do ativo e da sensibilidade do beta em relação ao prêmio. Segundo Jagannathan e Wang (1996) quanto maior esta sensibilidade, maior é a variabilidade da segunda parte da equação do beta condicional. Neste sentido, a sensibilidade do beta em relação ao prêmio é uma das medidas de instabilidade do beta dos ativos no ciclo de negócios. Ainda de acordo com os autores citados acima ativos com betas menos estáveis tendem a apresentar um maior retorno esperado incondicional. Para se testar as hipóteses de que quanto maior o beta incondicional maior o

retorno esperado incondicional e se quanto maior a sensibilidade do beta em relação ao prêmio maior o retorno, precisa-se além do beta incondicional o beta-prêmio:

$$\beta_a = Cov(R_{at}, R_{mt}) / Var(R_{mt}) \quad (31)$$

$$\beta_a^\gamma = Cov(R_{at}, \gamma_{1t-1}) / Var(\gamma_{1t-1}) \quad (32)$$

A equação (27) representa o “beta de mercado” e a (28) o “beta-prêmio”. O primeiro mede o risco médio do mercado e o segundo o risco de instabilidade do mercado. Com a definição dos betas, pode-se desenvolver o seguinte teorema:

**Teorema 1.** Se  $\beta_a^\gamma$  é função não linear de  $\beta_a$ , então existem algumas constantes  $b_0, b_1, b_2$  na qual a equação

$$E[R_{at}] = b_0 + b_1\beta_a + b_2\beta_a^\gamma \quad (33)$$

é válida para todo ativo  $a$ .

A partir desta equação efetua-se o teste da significância dos parâmetros  $b_0, b_1, b_2$  para verificar a validade ou não do CAPM condicional. Na sequência será apresentado os testes do CAPM utilizando a método M-GARCH

### 3.3 Testes do CAPM com abordagem dinâmica

A literatura de testes do CAPM com uma abordagem dinâmica surge com a necessidade de uma análise do risco não diversificável no domínio do tempo, e também pelo fato de que os coeficientes do modelo não são estáveis.

Harvey (1989a) propõe um teste do modelo de apreçamento de ativos que permite que as covariâncias condicionais variem no tempo. Ainda de acordo com o autor acima covariâncias condicionais variando no tempo tem sido modeladas com os modelos ARCH-M (*autoregressive-conditional heteroskedasticity in the mean model*) de Engle, Lilie e Robins (1987). No entanto a desvantagem do modelo ARCH-M segundo Harvey (1989) é que o mesmo não é agregado, ou seja, o que vale para um ativo em particular não vale para o portfólio. Por isso Harvey (1989a) opta por utilizar uma nova abordagem em que as covariâncias condicionais são aproximadas pelo produto das inovações de previsões lineares para os retornos dado os fatores do conjunto de informação.

Harvey utiliza os retornos mensais das ações da NYSE entre 1941 e 1987 e o retorno de títulos do tesouro americano como taxa livre de risco. Para a proxy de prêmio de risco ele utiliza a diferença entre os retornos dos títulos BAA e AAA seguindo a avaliação da Moody's. Harvey (1989a) divide em 10 carteiras os ativos pesquisados. O prêmio de risco, o retorno dos dividendos entre outras são utilizados como variáveis instrumentais. Uma dummie que representa 1 para o mês de janeiro foi utilizada como variável de controle.

Na regressão em OLS feita por Harvey (1989) a introdução de variáveis instrumentais melhora para 13,4% o ajuste do modelo quando comparado ao resultado obtido por Campbell (1987) sobre a mesma amostra. Em seguida o autor testa a hipótese de que as covariâncias condicionais são constantes. Os resíduos da regressão anterior são multiplicados pelos excessos de retorno dos ativos e pelos excessos de retorno do mercado e regredidos sobre as variáveis instrumentais. Se a hipótese nula for verdadeira, apenas o intercepto deve ser significativo e diferente de zero. Para todos os portfolio a hipótese nula é rejeitada, o que indica que as covariâncias variam no tempo.

O passo seguinte do paper é verificar a relação entre o retorno do mercado e a volatilidade. O teste é feito por meio do seguinte sistema:

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} u_{mt} & e_{mt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{mt} - Z_{t-1}\delta_m)' \\ \{r_{mt} - \lambda^* (Z_{t-1}\delta_m)^2\}' \end{bmatrix} \quad (34)$$

O objetivo é testar se o parâmetro  $\lambda^*$  que mede o “custo do risco” é constante.  $Z_{t-1}$  representa o conjunto de variáveis instrumentais. Esse parâmetro indica o retorno esperado em excesso do mercado dividido pelo desvio padrão do mercado. O parâmetro pode ser estimado por meio da equação:

$$\varepsilon_t = r_{mt} - \lambda^* \sigma_{mt}^2 \quad (35)$$

Onde  $\sigma_{mt}^2$  é a volatilidade de mercado estimado por meio do procedimento de Davidian e Carrol (1987). Todos os testes efetuados pelo autor também rejeitam a hipótese nula, indicando que o parâmetro  $\lambda^*$  varia no tempo.

O próximo passo da pesquisa foi estimar o coeficiente  $\lambda$  que mede a aversão relativa ao risco, como também as covariâncias condicionais por meio do sistema:

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} u_{jt} & u_{mt} & e_{jt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{jt} - Z_{t-1}\delta_j)' \\ (r_{mt} - Z_{t-1}\delta_m)' \\ \{r_{mt} - \lambda(r_{jt} - Z_{t-1}\delta_j)(r_{mt} - Z_{t-1}\delta_m)\}' \end{bmatrix} \quad (36)$$

Os resultados obtidos pelo pesquisador foram que firmas menores apresentaram um maior coeficiente de aversão relativa a risco. Na sequencia é feito uma comparação entre os modelos com o parâmetro de aversão a risco constante e variando no tempo. O autor chega a conclusão o modelo com o parâmetro constante obtém um melhor poder de explicação sobre os dados.

Ng (1991) realiza um teste do CAPM na abordagem GARCH multivariado a fim verificar se a proxy do portfolio de mercado está na fronteira da média-variância condicional, se a relação cross-section entre prêmio de risco de um ativo e suas covariância são lineares ou proporcionais e se a relação entre prêmio de risco de mercado condicional e sua variância é constante ao longo do tempo.

O estudo da autora citada acima utiliza um GARCH multivariado que permite que os excessos de retornos condicionais, as variâncias condicionais e as covariâncias condicionais mudem ao longo do tempo. A pesquisa encontra evidências que o preço do risco varia com a volatilidade de mercado é que o prêmio de risco de mercado é linearmente relacionado com a variância condicional de mercado com intercepto negativo, o que é inconsistente com a proposição de Merton de CRRA (1980). No entanto o intercepto negativo é consistente com Bollerslev, Engle, e Wooldridge (1988) e Harvey (1989a). No entanto o paper de Ng (1991) utiliza dados mensais na pesquisa e um modelo com correlação condicional constante, o que não é uma boa hipótese quando se trabalha com dados financeiros.

Wang (2003) apresenta um novo teste do CAPM condicional, uma extensão do paper de Jagannathan e Wang (1996) e do modelo de três fatores de Fama e French (1993). Ainda de acordo com Wang (2003) modelo dinâmicos do CAPM tem, em geral, um melhor desempenho do que modelos estáticos.

Segundo o autor acima, modelos dinâmicos são atraentes e desafiadores de serem testados, principalmente devido a estes modelos não terem um guia mostrando como o beta varia com variáveis que representam informações de condicionamento. Os autores usam uma representação não paramétrica no fator de desconto estocástico implicado por um modelo de apreçamento de fatores linear condicional. Essa metodologia permite efetuar-se testes na qual são livres as más especificações funcionais sobre a dinâmica dos betas condicionais, do

prêmio de risco e do fator estocástico de desconto. Como resultados os autores encontram que a forma não paramétrica do CAPM tem um melhor desempenho que o CAPM não condicional e que o CAPM condicional é estatisticamente rejeitado. Outras implicações da pesquisa é que os erros de apreçamento tem um padrão forte na volatilidade, mas não na média.

Ainda de acordo com Wang (2003) uma questão crítica no debate de testes empíricos do CAPM é como medir retornos esperados que variam no tempo. Diferentes formas de modelar o risco sistemático com modelos condicionais e não condicionais podem produzir várias opiniões se as estratégias de momentos de ganhos são consistentes com os retornos esperados variando no tempo. Ainda segundo o autor acima testes não paramétricos podem evitar os efeitos de má especificação do modelo, mas normalmente os estimadores não paramétricos subjacentes convergem mais lentamente do que estimadores paramétricos para o equilíbrio.

A amostra utilizada por Wang (2003) é composta por ações negociadas na NYSE entre janeiro de 1947 e dezembro de 1995. O autor divide a amostra em quatro painéis de acordo com o tamanho da empresa e com as variáveis condicionantes. Em seguida os betas são estimados por meio de uma função multivariada a fim de verificar se os betas são não lineares. A inspeção visual do gráfico dos betas contra o tempo sugere que os betas são não lineares. A etapa seguinte efetuada pela paper foi testar a não linearidade dos betas por meio do teste LM de Andrews (1993) e seguindo modelo do beta explícito de Ghysels (1998). De fato os autores encontram que os betas são não lineares em relação aos retornos, o que dá indícios que o modelo Condicional não é válido.

O trabalho de Kumar et. al (2008) investiga o papel da informação sobre os retornos cross section dos ativos quando os investidores se deparam com uma informação incerta. Para tanto os autores utilizam variáveis como o preço do petróleo, volatilidade do mercado, taxas de câmbio como variáveis a serem testadas.

Kumar et. al (2008) rejeita a hipótese do CAPM de que a informação é perfeita e os preços convergem para o equilíbrio mesmo com a nova informação, pois na opinião do autor muitos profissionais do mercado explicam movimentos do mercado como em termos de “resolução de incerteza”. Ainda de acordo com o autor acima a suposição de que os investidores têm informações completas sobre o processo gerador do retorno de ativos é claramente extrema. Na realidade, os investidores são incertos sobre os parâmetros que regem esses processos, além de enfrentar o risco que é inerente à produção e ao investimento. Outro problema de pesquisa se refere a qualidade da informação dos investidores, como eles incorporam isso nos seus modelos de previsão.

Para facilitar a comparabilidade com o CAPM padrão, Kumar et al (2008) construiu um modelo em que os retornos são normais multivariados, mas os investidores estão incertos sobre os primeiro e segundo momentos da distribuição conjunta dos retornos e informações. Uma implicação crucial do aprendizado a partir de informações de qualidade incertas é que tanto os primeiro e segundo momentos condicionais dos retornos esperados são dependentes da informação, e, portanto, estocástica. Em equilíbrio, os ativos são precificados de acordo com seu risco sistemático intrínseco e o risco de estimação sistemático. Além disso, o prêmio de risco de mercado e a volatilidade são dependentes da informação. A hipótese defendida pelos autores é que a parte da mudança no risco agregado do mercado depende de fatores macroeconômicos, como o preço do petróleo por exemplo. Variações no preço do petróleo causam variações no fluxo de caixa das firmas e conseqüentemente influencia a cotação de seus ativos na bolsa.

Para verificar a relação entre inovações na volatilidade e os retornos cross section, Kumar et. al. (2008) utilizam a seguinte especificação:

$$R_{at} - R_{ft} = \alpha_a + \pi_a \delta(\sigma_{mt}^2) + \gamma_a age + \lambda [\delta(\sigma_{mt}^2) * age] + \beta(R_{mt} - R_{ft}) \quad (37)$$

O coeficiente  $\pi_a$  apresentou sinal negativo, indicando uma relação inversa entre inovações da volatilidade e excesso de retorno. Na seção seguinte os pesquisadores testam se inovações no preço do petróleo afetam os retornos por meio da equação:

$$R_{at} - R_{ft} = \alpha_a + \pi_a OIL + \beta(R_{mt} - R_{ft}) \quad (38)$$

Os resultados de Kumar et. al. (2008) mostram que um aumento no preço do petróleo influi negativamente o fluxo de caixa das companhias consumidoras de petróleo que compõem o mercado e não afeta positivamente o fluxo de caixa das firmas produtoras. Os resultados do autor podem sofrer algum tipo de questionamento, dado que alta no preço do petróleo pode afetar positivamente o fluxo de caixa de empresas petrolíferas. Se as companhias petrolíferas tem um peso grande na composição do índice de ações, o que é o caso da Petrobras para o Brasil, o resultado agregado pode ser uma melhora nas expectativas do mercado. Em seguida os autores simulam os efeitos que uma inovação na taxa de câmbio pode causar no mercado, dividindo as empresas em exportadoras e importadoras. Para as importadoras há uma relação inversa e para as exportadoras os parâmetros também foram negativos e não significantes.

O passo seguinte da pesquisa foi testar se a dispersão de opinião dos analistas de mercado explica o excesso de retorno cross section. Os autores encontraram uma relação inversa entre o aumento da dispersão da opinião dos analistas e o excesso de retorno. Finalmente é analisado o efeito do anúncio de recompra de ações e do anúncio do pagamento de dividendos nos betas estimados das firmas. Houve uma queda no beta médio estimado da amostra quando anunciado distribuição de dividendos e recompra de ações, indicando queda no risco não diversificável.

Mamaysky, Spiegel e Zhang (2008) utilizam o Filtro de Kalman para estimar a trajetória dos betas de fundos de investimento. O método utilizado é justificado devido o modelo estático não captar a dinâmica de mercado, componente importante de análise dos gestores. Os resultados encontrados indicam que os fundos seguem estratégias altamente dinâmicas. Os betas estimados pelo Filtro de Kalman são mais suaves e menos propenso a mudanças súbitas quando comparado aos betas estimados por OLS.

Huang e Hueng (2008) investigam a relação assimétrica entre risco e retorno utilizando o CAPM com os betas variando no tempo. Os autores especificam da seguinte forma o beta variando no tempo:

$$\begin{aligned}
 R_{at} - R_{ft} &= \alpha_{at} + \beta_{at} (R_{mt} - R_{ft}) + v_t \\
 \beta_{at} &= \beta_{at-1} + \eta_t^\beta \\
 \alpha_{at} &= \alpha_{at-1} + \eta_t^\alpha
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

Foram pesquisados os preços de fechamento diário de 358 ativos que compõem o índice S&P 500 no período de 1987 a 2003. Os autores compõem suas carteiras de acordo com setor do mercado que a empresa faz parte. Como resultado os autores encontram que há sim uma relação assimétrica entre risco e retorno, pois há uma diferença considerável entre os betas estáticos e os betas dinâmicos médios.

A presente pesquisa estimará os betas dinâmicos por dois métodos: GARCH Multivariado e Filtro de Kalman. A estimação por dois métodos diferentes, objetiva identificar qual o modelo que melhor identifica se há ou não a presença de fatos estilizados nos betas dos ativos.

O capítulo seguinte apresentará toda a estrutura econométrica da pesquisa como também dos dados utilizados.

## CAPÍTULO IV – MÉTODOS

### 4.1 Dados

Foram pesquisados os preços de fechamento diários para as ações do Ibovespa negociadas entre todo o período que vai de 02/01/1995 a 20/03/2012. O período de composição do Ibovespa tomado como referência foi o do último dia da amostra. Todos os preços foram ajustados para dividendos, proventos, desdobramentos e quaisquer outros eventos. Também foram pesquisados o fechamento diário do Ibovespa como proxy para o retorno de mercado e a taxa Selic que servirá como proxy do ativo livre de risco. No total foram pesquisados 28 ações com 4493 observações cada. O total da amostra incluindo o Ibovespa e a Selic soma 134790 observações. Em seguida foram calculados o retorno composto das ações e do índice para assim, serem obtidos os excessos de retorno do mercado e dos ativos. A tabela 1 mostra as empresas pesquisadas e seus respectivos códigos de negociação na BOVESPA.

Tabela 1 – Empresas e códigos de negociação

Empresa	Tipo	Código
Ambev	PN	ambv4
Bradesco	PN	bbdc4
Braskem	PN	brkm5
Brasil Telecom	PN	brto4
Banco do Brasil	ON	bbas3
Cemig	PN	cmig4
Souza Cruz	ON	cruz3
Siderúrgica Nacional	ON	csna3
Eletrobras	ON	elet3
Eletrobras	PN	elet6
Embraer	ON	embr3
Fibria	ON	fibr3
Gerdau	PN	ggbr4
Gerdau Metalúrgica	PN	goau4
Itaú Investimentos	PN	itsa4
Itaú Unibanco	PN	itub4
Klabin	PN	klbn4
Lojas Americanas	PN	lame4
Light	ON	ligt3
Lojas Renner	ON	lren3
Pão de Açúcar	PN	pcar4
Petrobrás	ON	petr3
Petrobrás	PN	petr4
Usiminas	ON	usim3
Usiminas	PN	usim5

Vale	ON	vale3
Vale	PN	vale5
Vivo	PN	vivt4

Fonte:Elaboração própria

## 4.2 Estimação do CAPM estático

Definindo  $r_t$  ( $N \times 1$ ) como vetor que representa o excesso de retornos dos  $N$  ativos do mercado, o modelo pode ser representado:

$$\begin{aligned}
 r_t &= \alpha + \beta r_{mt} + \varepsilon_t \\
 E[\varepsilon_t] &= 0 \\
 E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] &= \Sigma \\
 E[r_{mt}] &= \mu_m \\
 E[(r_{mt} - \mu_m)^2] &= \sigma_m^2 \\
 Cov[r_{mt}, \varepsilon_t] &= 0
 \end{aligned} \tag{40}$$

$\beta$  é um vetor ( $N \times 1$ ) para os betas,  $r_{mt}$  é um vetor ( $N \times 1$ ) para o excesso de retorno do mercado,  $\alpha$  o vetor para os interceptos ( $N \times 1$ ) e  $\varepsilon_t$  é o vetor dos erros ( $N \times 1$ ).  $\Sigma$  é a matriz ( $N \times N$ ) de variância-covariância. A função densidade de probabilidade é definida segundo Campbell, Lo e MacKinlay (1997) pela equação:

$$f(r_t | r_{mt}) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left[ -\frac{1}{2} (r_t - \alpha - \beta r_{mt})' \Sigma^{-1} (r_t - \alpha - \beta r_{mt}) \right] \tag{41}$$

Assumindo que os retornos são temporariamente IID, a FDP conjunta pode ser definida como:

$$\begin{aligned}
 f(r_1, r_2, \dots, r_T | r_{m1}, r_{m1}, \dots, r_{mT}) &= \prod_{t=1}^T p(r_t | r_{mt}) \\
 &= \prod_{t=1}^T (2\pi)^{-\frac{N}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left[ -\frac{1}{2} (r_t - \alpha - \beta r_{mt})' \Sigma^{-1} (r_t - \alpha - \beta r_{mt}) \right]
 \end{aligned} \tag{42}$$

A função de máxima verossimilhança será dada por:

$$L(\alpha, \beta, \Sigma) = -\frac{NT}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (r_t - \alpha - \beta r_{mt})' \Sigma^{-1} (r_t - \alpha - \beta r_{mt}) \quad (43)$$

Maximizando os parâmetros em relação a  $L$  chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= \Sigma^{-1} \left[ \sum_{t=1}^T (r_t - \alpha - \beta r_{mt}) \right] \\ \frac{\partial L}{\partial \beta} &= \Sigma^{-1} \left[ \sum_{t=1}^T (r_t - \alpha - \beta r_{mt}) r_{mt} \right] \\ \frac{\partial L}{\partial \Sigma} &= -\frac{T}{2} \Sigma^{-1} + \frac{1}{2} \Sigma^{-1} \left[ \sum_{t=1}^T (r_t - \alpha - \beta r_{mt}) (r_t - \alpha - \beta r_{mt})' \right] \Sigma^{-1} \end{aligned} \quad (44)$$

Igualando a 0 resolvendo o sistema tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m \\ \hat{\beta} &= \frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \hat{\mu})(r_{mt} - \hat{\mu}_m)}{\sum_{t=1}^T (Z_{mt} - \hat{\mu}_m)^2} \\ \hat{\Sigma} &= \frac{1}{T} \left[ \sum_{t=1}^T (r_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} r_{mt})(r_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} r_{mt})' \right] \end{aligned} \quad (45)$$

Onde,

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \\ \hat{\mu}_m &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{mt} \end{aligned} \quad (46)$$

A sessão seguinte mostra como estimar os betas dinâmicos com o modelo M-GARCH.

### 4.3 Estimação do CAPM com MGARCH

A pesquisa utilizará o modelo MGARCH (*Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) segundo a abordagem de Tse e Tsui (2002). A escolha do modelo justifica-se devido os autores incorporarem as correlações variando no tempo ao

mesmo tempo em que satisfazem a condição da matriz de variância condicional ser positiva definida. O modelo MGARCH de Tse e Tsui (2002) é uma inovação do modelo de Bollerslev (1988) e do modelo Engle e Kroner (1995).

Considerando  $r_t, t = 1, \dots, T$ , o conjunto de observações multivariado dos excessos de retornos dos ativos e do mercado com  $K$  elementos cada, onde  $r_t = (r_{1t}, \dots, r_{Kt})$ . A variância condicional assumindo para  $r_t$  assumindo uma estrutura variante no tempo é definida por:

$$\text{Var}(r_t | \Phi_{t-1}) = \Omega_t \quad (47)$$

Onde  $\Phi_t$  representa o conjunto de informação no tempo  $t$ . A variância dos elementos de  $\Omega_t$  será representado por  $\sigma_{ii}$ , para  $i = 1, \dots, K$  e a os elementos da covariância serão representados por  $\sigma_{ijt}$ , onde  $1 \leq i < j \leq K$ . Definindo  $D_t$  a matriz diagonal  $K \times K$  onde o  $i$ ésimo elemento diagonal é  $\sigma_{ijt}$ , pode-se definir  $\varepsilon_t = D_t^{-1} r_t$ .  $\varepsilon_t$  representa o resíduo padronizado e assume-se que o mesmo é IID com média zero e matriz de variância  $\Gamma_t = \{\rho_{ijt}\}$ . Com isso, a matriz de correlação para  $r_t$  será denotada por  $\Omega_t = D_t \Gamma_t D_t$ . A variância condicional seguirá a formulação vech-diagonal desenvolvida por Bollerslev (1988). Então, cada termo da variância condicional segue um GARCH (p,q) univariado dado pela equação:

$$\sigma_{ii}^2 = \omega_i + \sum_{h=1}^p b_{ih} \sigma_{i,t-h}^2 + \sum_{h=1}^q a_{ih} r_{i,t-h}^2, \quad i = 1, \dots, K \quad (48)$$

Onde  $\omega_i, a_{ih}, b_{ih}$  são não negativos e  $\sum_{h=1}^p a_{ih} + \sum_{h=1}^q b_{ih} < 1$  para todo  $i = 1, \dots, K$ . A matriz de correlação condicional variando no tempo é definida pela equação:

$$\Gamma_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) \Gamma + \theta_1 \Gamma_{t-1} + \theta_2 \Psi_{t-1} \quad (49)$$

Onde  $\Gamma = \{\rho_{ijt}\}$  é uma matriz de parâmetros positiva definida  $K \times K$  variante no tempo com elementos diagonais unitários e  $\Psi_{t-1}$  é uma matriz  $K \times K$  na qual os elementos são funções

das observações defasadas de  $r_t$ . Os parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são não negativos e assume a restrição que  $\theta_1 + \theta_2 \leq 1$ .

Observa-se que  $\Psi_{t-1}$  é análogo a  $r_{i,t-1}^2$  GARCH (1,1). No entanto, como  $\Gamma_t$  é segundo Tse e Tsui (2002) é uma medida padronizada,  $\Psi_{t-1}$  precisa depender os resíduos padronizados  $\varepsilon_t$  defasados. Definindo  $\Psi_t = \{\psi_{ijt}\}$ ,  $\Psi_{t-1}$  segue a especificação:

$$\psi_{ij,t-1} = \frac{\sum_{h=1}^M \varepsilon_{i,t-h} \varepsilon_{j,t-h}}{\sqrt{\left( \sum_{h=1}^M \varepsilon_{i,t-h} \sum_{h=1}^M \varepsilon_{j,t-h} \right)}}, \quad 1 \leq i < j \leq K \quad (50)$$

$\Psi_{t-1}$  é a matriz de correlação de  $\{\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-M}\}$ . Definindo  $E_{t-1}$  uma matriz  $K \times M$  dada por  $E_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-M}\}$ . Se  $B_{t-1}$  é uma matriz diagonal  $K \times K$  onde o  $i$ ésimo elemento diagonal

$B_{t-1}$   
é  $\left( \sum_{h=1}^M \varepsilon_{i,t-h} \right)^{1/2}$  para  $i = 1, \dots, K$ , encontra-se:

$$\Psi_{t-1} = B_{t-1}^{-1} E_{t-1} E_{t-1}' B_{t-1}^{-1} \quad (51)$$

A função de verossimilhança para  $r_t$  é representada pela equação:

$$\begin{aligned} \ell_t &= -\frac{1}{2} \ln |D_t \Gamma_t D_t| - \frac{1}{2} r_t' D_t^{-1} \Gamma_t^{-1} D_t^{-1} r_t \\ \ell_t &= -\frac{1}{2} \ln |\Gamma_t| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \ln \sigma_{it}^2 - \frac{1}{2} r_t' D_t^{-1} \Gamma_t^{-1} D_t^{-1} r_t \end{aligned} \quad (52)$$

Definindo  $\theta = (\omega_1, a_{11}, \dots, a_{1q}, b_{11}, \dots, b_{1p}, \omega_2, \dots, a_{Kq}, \rho_{12}, \dots, \rho_{K-1,K}, \theta_1, \theta_2)$  como o vetor de parâmetros e maximizando  $\ell$  em relação a  $\theta$  encontra-se  $\hat{\theta}$ , onde  $\ell = \sum \ell_t$ .

#### 4.4 Estimação do CAPM com Filtro de Kalman

O CAPM com betas variando no tempo assumindo a hipótese de que não há retorno livre de risco adicional, é definido como:

$$r_t = \beta_t r'_{mt} + \varepsilon_t \quad (53)$$

O beta a variando segundo Hamilton (1994) no tempo é dado pela equação:

$$(\beta_{t+1} + \bar{\beta}) = F(\beta_t - \bar{\beta}) + v_{t+1} \quad (54)$$

Se os autovalores da matriz  $F(k \times k)$  estão dentro do círculo unitário, então  $\bar{\beta}$  como o valor médio para os vetores dos coeficientes. Com isso o vetor de estado será  $\xi_t = \beta_t - \bar{\beta}$  e (53) pode ser reescrito como:

$$r_t = \bar{\beta} r'_{mt} + \xi_t r'_{mt} + \varepsilon_t \quad (55)$$

Definindo  $\wp_{t-1}$  como conjunto de informação condicional a  $r_{mt}$  em t-1 e  $P_{t|t-1}$  como a matriz de variância-covariância do processo, a função de máxima verossimilhança é representada pela equação:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T \log f(r_t | r_{mt}, \wp_{t-1}) = & -\left(\frac{T}{2}\right) \log(2\pi) - \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{t=1}^T \log(r'_{mt} P_{t|t-1} r_{mt} + \sigma^2) \\ & - \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{\beta} r'_{mt} - \xi_{t|t-1} r'_{mt})^2}{(r'_{mt} P_{t|t-1} r_{mt} + \sigma^2)} \end{aligned} \quad (56)$$

## CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Estatísticas descritivas e testes de raiz unitária

A tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas para os excessos de retornos dos ativos pesquisados, para o excesso de retorno do mercado e para a taxa de juros Selic.

Tabela 2 - Estatísticas Descritivas dos excessos de retorno dos ativos, do mercado e da taxa selic diários.

Ativo	Média	Desvio Padrão	Min	Max	Assimetria	Curtose	AC (One lag) returns	AC (One lag) of squared returns	JB (p-value)	LB 20 lags (p-value)	LB squared of returns 20 lags (p-value)
selic	0.0694%	0.03%	0.03%	0.21%	1.80	6.57	0.99	0.99	0.00	0.00	0.00
ibov	-0.0083%	2.22%	-17.34%	28.71%	0.45	17.05	0.03	0.21	0.00	0.00	0.00
ambv4	0.0419%	2.18%	-17.81%	16.02%	-0.16	10.67	0.08	0.22	0.00	0.00	0.00
bbdc4	0.0173%	2.52%	-21.79%	28.58%	0.27	11.95	0.08	0.26	0.00	0.00	0.00
brkm5	-0.0343%	2.75%	-15.47%	19.21%	0.13	6.32	0.10	0.18	0.00	0.00	0.00
brto4	-0.0283%	2.93%	-18.06%	20.90%	0.06	7.41	0.05	0.18	0.00	0.00	0.00
bbas3	-0.0105%	2.83%	-16.73%	18.77%	0.15	6.49	0.00	0.20	0.00	0.01	0.00
cmig4	0.0062%	2.78%	-27.91%	26.29%	0.26	12.20	0.08	0.21	0.00	0.00	0.00
cruz3	0.0438%	2.29%	-17.12%	16.30%	0.07	6.74	-0.01	0.18	0.00	0.00	0.00
csna3	0.0363%	2.82%	-18.82%	19.58%	0.09	7.35	0.07	0.22	0.00	0.00	0.00
elet3	-0.0473%	3.15%	-17.92%	28.30%	0.48	9.79	0.10	0.26	0.00	0.00	0.00
elet6	-0.0319%	3.12%	-19.14%	32.44%	0.64	11.81	0.06	0.26	0.00	0.00	0.00
embr3	-0.0370%	2.92%	-38.46%	29.95%	0.48	24.09	0.15	0.20	0.00	0.00	0.00
fibr3	-0.0456%	2.73%	-19.10%	17.59%	0.35	7.67	0.09	0.23	0.00	0.00	0.00
gibr4	0.0277%	2.84%	-16.19%	20.83%	0.20	6.91	0.11	0.22	0.00	0.00	0.00
goau4	0.0322%	2.68%	-27.63%	21.62%	-0.03	9.86	0.07	0.24	0.00	0.00	0.00
itsa4	0.0284%	2.43%	-21.37%	22.38%	0.25	9.56	0.05	0.22	0.00	0.00	0.00
itub4	0.0284%	2.47%	-15.79%	20.95%	0.32	7.65	0.11	0.19	0.00	0.00	0.00
klbn4	-0.0086%	2.97%	-15.31%	19.93%	0.48	7.26	-0.05	0.19	0.00	0.03	0.00
lame4	0.0201%	3.01%	-17.45%	24.67%	0.48	8.34	0.04	0.18	0.00	0.00	0.00
ligt3	-0.0822%	3.15%	-26.35%	24.02%	0.19	9.86	0.06	0.21	0.00	0.00	0.00
lren3	0.0396%	2.13%	-26.90%	40.39%	1.89	52.64	0.08	0.37	0.00	0.00	0.00
pcar4	-0.0023%	2.47%	-24.62%	30.90%	0.41	20.32	0.05	0.25	0.00	0.00	0.00
petr3	0.0210%	2.78%	-22.43%	20.37%	-0.11	9.78	0.08	0.24	0.00	0.00	0.00
petr4	0.0114%	2.64%	-21.26%	20.95%	-0.11	10.84	0.09	0.33	0.00	0.00	0.00
usim3	-0.0050%	2.81%	-19.31%	37.39%	1.13	19.66	0.11	0.18	0.00	0.00	0.00
usim5	-0.0084%	3.06%	-18.28%	16.58%	0.03	6.06	0.10	0.20	0.00	0.00	0.00
vale3	0.0083%	2.56%	-20.60%	29.75%	0.30	12.82	0.03	0.08	0.00	0.00	0.00
vale5	0.0195%	2.56%	-16.49%	38.40%	0.83	18.24	0.03	0.10	0.00	0.00	0.00
vivt4	-0.0033%	2.63%	-20.68%	40.77%	0.90	25.03	0.03	0.25	0.00	0.00	0.00

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da Economática

Observa-se que treze dos ativos pesquisados e o próprio índice não tiveram excesso de retorno positivo. A análise da tabela permite identificar alguns “fatos estilizados” presentes em séries financeiras descritos por Daníelsson (2011). A autocorrelação serial encontrada nas séries por meio do teste Q indica que existem **clusters de volatilidade**, ou seja, períodos de alta volatilidade que são precedidos por períodos de baixa volatilidade. Os valores das autocorrelações do quadrado dos excessos de retornos mostram que há **dependência não linear** da série, pois o quadrado do excesso de retorno tem uma maior estrutura do que o próprio excesso de retorno. Por fim, o valor da curtose maior que 3 encontrados em todas os ativos é sinal que as distribuições tem **caudas pesadas** e não seguem uma distribuição normal.

A próxima etapa será testar se as séries tem raiz unitária. Os testes utilizados serão o *Augmented Dickey-Fuller (ADF)* e o *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)*. A hipótese nula do teste ADF é que a série tem raiz unitária e, portanto, não estacionária. A hipótese nula do teste KPSS é que a série é estacionária. Todos os excessos de retornos foram testados simulando a presença de tendência determinística e constante, e com a presença apenas da constante. A tabela 3 apresenta os resultados dos testes.

Tabela 3 – Estatísticas calculadas pelos testes de raiz unitária ADF e KPSS

Ativo	ADF		KPSS	
	Tendência e intercepto	Intercepto	Tendência e intercepto	Intercepto
Ibov	-64.96999*	-64.97570*	0.034767**	0.053742**
ambv4	-61.94750*	-61.94913*	0.035899**	0.074281**
bbdc4	-40.97803*	-40.98166*	0.038658**	0.053719**
brkm5	-60.72315*	-60.72281*	0.095907**	0.132666**
brto4	-63.70446*	-63.71139*	0.018861**	0.019350**
bbas3	-66.92279*	-66.89430*	0.112887**	0.393895**
cmig4	-31.48074*	-31.47059*	0.029077**	0.137698**
cruz3	-67.39056*	-67.38080*	0.029210**	0.140904**
csna3	-62.65477*	-62.66020*	0.123506**	0.137677**
elet3	-34.43828*	-34.43931*	0.019239**	0.051176**
elet6	-32.36106*	-32.36285*	0.020578**	0.056113**
embr3	-20.04133*	-20.03466*	0.077084**	0.080247**
fibr3	-60.97847*	-60.98433*	0.119506**	0.129763**
ggbr4	-59.91925*	-59.92572*	0.121558**	0.120410**
goau4	-62.46398*	-62.47037*	0.160235*	0.162773**
itsa4	-63.59554*	-63.60028*	0.052854**	0.076358**
itub4	-47.52173*	-47.52624*	0.029298**	0.033204**
klbn4	-70.50832*	-70.49020*	0.091200**	0.246437**
lame4	-64.44664*	-64.42224*	0.182806*	0.346962**
ligt3	-62.85300*	-62.83961*	0.044341**	0.203828**
lren3	-61.59318*	-61.56897*	0.178799*	0.415924**
pcar4	-63.87811*	-63.88365*	0.036608**	0.043408**
petr3	-61.91936*	-61.92328*	0.059622**	0.079372**
petr4	-40.65420*	-40.65823*	0.050683**	0.051810**
usim3	-60.04796*	-60.03570*	0.205966*	0.351883**
usim5	-60.33793*	-60.34064*	0.160957*	0.204408**
vale3	-65.29539*	-65.29211*	0.167474*	0.235638**
vale5	-41.48168*	-41.48221*	0.084612**	0.108415**
vivt4	-32.74291*	-32.74785*	0.023573**	0.044177**

Fonte: Elaboração Propria. \* indica rejeição da nula a 5% e \*\* aceitação da nula a 5%

Os ativos goau4,lame4,usim3,usim5 e vale3 quando testados pelo KPSS com tendência e constante dão indícios de serem não estacionários a 5%, no entanto a 1% todos os ativos testados são estacionários.

## 5.2 Teste do CAPM com o beta estático

A tabela 4 mostra os parâmetros estimados do modelo CAPM com o beta estático. As variâncias foram controladas por meio dos modelos GARCH estimados com os erros

seguindo uma distribuição *t-student*. A estimação dos erros com a distribuição *t-student* controla o fato estilizado de caudas pesadas. Pelo critério de Schwarz a distribuição *t* também apresentou um melhor desempenho do a distribuição normal dos erros. Para retirar-se a influência da correlação serial nos excessos de retornos foram estimadas estruturas autoregressivas e utilizado o resíduo da série sem correlação serial.

Tabela 4 - Modelo CAPM com o beta estático

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it}$$

$$\sigma_{it}^2 = \omega_i + \sum_{h=1}^p b_{ih} \sigma_{i,t-h}^2 + \sum_{h=1}^q a_{ih} \varepsilon_{i,t-h}^2$$

Ativo	$\alpha \times 10^4$	$\beta$	$\omega \times 10^4$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$
ambv4	4.37*	0.47	0.04	0.26	-0.21	-	0.93	-
bbdc4	-1.03***	0.85	0.00**	0.13	-0.11	-	1.44	-0.45
brkm5	-7.96*	0.66	0.06*	0.19	-0.16	-	1.32	-0.37
brto4	-6.31*	0.92	0.05	0.04	-	-	0.95	-
bbas3	-1.84***	0.82	0.02	0.23	-0.21	-	0.97	-
cmig4	-0.43***	0.87	0.03	0.12	-0.07	-	0.95	-
cruz3	1.64***	0.46	0.06	0.26	-0.22	-	0.94	-
csna3	-0.76***	0.90	0.04	0.18	-0.13	-	0.94	-
elet3	-9.22	0.99	0.06	0.19	-0.12	-	0.92	-
elet6	-7.80	1.04	0.07	0.22	-0.17	-	0.93	-
embr3	-1.59***	0.45	0.04	0.27	-0.22	-	0.94	-
fibr3	-11.77	0.54	0.10	0.20	-0.15	-	0.93	-
ggbr4	-1.48***	0.98	0.01	0.14	-0.07*	-0.06	0.98	-
goau4	0.84***	0.81	0.05	0.18	-0.14	-	0.95	-
itsa4	1.51***	0.78	0.02	0.11	-0.07	-	0.94	-
itub4	1.28***	0.81	0.00*	0.11	-0.10	-	1.60	-0.62
klbn4	-6.13*	0.70	0.10	0.26	-0.20	-	0.92	-
lame4	-5.19**	0.57	0.61	0.21	-	-	0.72	-
ligt3	-8.36	0.67	0.02	0.24	-0.22	-	1.26	-0.29
lren3	-2.69***	0.90	0.10*	0.20	-0.16	-	0.94	-
pcar4	-2.14***	0.37	0.21	0.11	-	-	0.85	-
petr3	1.07***	0.92	0.02	0.14	-0.10	-	0.94	-
petr4	1.10***	0.92	0.02	0.14	-0.10	-	0.94	-
usim3	2.88***	0.83	0.10	0.20	-0.16	-	0.94	-
usim5	-4.39**	1.02	0.05	0.15	-0.10	-	0.93	-
vale3	0.50***	0.79	0.02	0.16	-0.13	-	0.96	-
vale5	0.74***	0.90	0.00	0.14	-0.13	-	1.64	-0.66
vivt4	-2.35***	0.72	0.42	0.15	-	-	0.72	-

Fonte: Elaboração Própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%,5% e 10%.

Percebe-se que uma a hipótese do modelo de que o intercepto da equação da média condicional deve ser insignificante foi satisfeito. Mesmo quando os valores são significantes eles são bem próximos de zero, dando para diferenciá-los apenas na quarta casa decimal. Todos os betas estimados foram significativos a 1%, como também os parâmetros do modelo GARCH foram significantes a 5%. Os betas estimados, com exceção dos betas de elet6 e usim5 são menores que 1, caracterizando que as ações são consideradas defensivas para os investidores. Esse resultado já era esperado e está em linha com os resultados encontrados por Paiva (2005), dado que as ações que permanecem por longo tempo no Ibovespa são consideradas mais seguras pelos agentes. As estruturas GARCH foram escolhidas de acordo com o critério de Schwarz, pois o mesmo penaliza pelo número de parâmetros e escolhe o modelo mais parcimonioso. A maior estrutura ARCH encontrado foi de ordem 3 e a maior estrutura GARCH foi de ordem 2. A maior parte dos excessos de retornos ajustou-se bem a um GARCH(1,2) . A tabela seguinte apresenta o teste Q feito nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados ao quadrado das séries, a fim de verificar se resíduos não apresentam correlação serial.

Tabela 5 – Diagnóstico dos resíduos

Ativo	$Q_1(5)$	$Q_1(10)$	$Q_1(15)$	$Q_1(20)$	$Q_2(5)$	$Q_2(10)$	$Q_2(15)$	$Q_2(20)$
ambv4	5.09	14.12	17.46	22.54	1.67	6.94	9.20	12.43
bbdc4	0.96	2.73	4.93	15.61	6.00	12.41	13.91	18.77
brkm5	3.43	5.38	10.36	13.65	2.51	9.03	17.90	22.71
brto4	6.97	14.17	19.39	21.84	9.14	14.29	17.12	20.07
bbas3	4.35	9.30	12.80	16.40	4.41	5.00	13.77	19.56
cmig4	2.90	8.99	13.26	14.15	6.34	16.46	19.77	22.08
cruz3	3.97	6.09	10.10	14.03	3.13	6.62	21.21	24.82
csna3	2.53	12.87	18.03	22.86	4.45	8.72	10.76	13.23
elet3	6.88	10.56	14.66	17.10	3.44	6.97	13.55	15.74
elet6	4.30	16.36	23.19	28.89	3.17	4.65	6.67	8.71
embr3	7.19	11.10	15.37	17.37	5.19	12.53	14.89	20.30
fibr3	6.11	10.22	14.47	20.04	7.65	12.14	13.88	15.02
ggbr4	6.98	19.54**	20.21	32.93**	9.10	13.72	15.67	20.17
goau4	4.00	6.78	17.59	27.47	5.61	7.86	16.66	19.74
itsa4	3.34	16.03**	18.02	22.20	5.69	9.34	23.90**	28.72***
itub4	1.15	13.47***	19.28***	26.72**	5.89***	8.55	23.72**	28.55**
klbn4	15.28*	18.63**	22.11	27.20	1.52	2.87	11.07	15.05
lame4	1.96	7.46	10.39	19.90	5.50	13.99	18.52	19.19
ligt3	7.45	10.87	13.20	14.25	0.28	2.92	7.18	14.24
lren3	4.98	13.51**	14.90	18.28	2.57	6.37	9.74	15.47
pcar4	6.32	6.32	15.09	16.09	2.53	13.13	14.41	16.44
petr3	7.26	13.30	15.19	16.52	1.21	3.06	13.94	15.36

petr4	3.33	8.96	11.03	12.56	1.07	2.53	14.09	15.38
usim3	6.68	7.74	11.57	17.74	8.41	12.53	17.45	48.89*
usim5	1.60	9.55	18.20	21.22	3.82	7.63	10.78	22.74
vale3	8.63	16.15***	23.65***	28.61***	7.35	12.22	14.68	20.43
vale5	1.06	7.26	14.86	18.87	1.22	4.39	11.10	17.48
vivt4	6.63	10.59	13.88	15.92	12.58**	22.81*	26.87**	30.92**

Fonte: Elaboração Própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não aceitação da nula a 1%,5% e 10%.

Verifica-se que o modelo estimado conseguiu retirar a estrutura presente nos excessos de retorno, apesar de alguns valores calculados ainda apresentarem correlação ao nível de significância de 10%.

A etapa seguinte será verificar se os betas estimados pelo modelo explicam o excesso de retorno médio por meio da equação desenvolvida do Fama e Macbeth (1973).

Tabela 6 – Estimativa da equação dos betas estáticos

$$R_a = \kappa_0 + \kappa_1 \beta_a + \kappa_2 \beta_a^2 + \kappa_3 S_{ea} + \eta_a$$

Modelo	$\kappa_0$	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	Teste LM	Teste White	Teste JB (p-valor)
1	-0.058***	0.058***	-0.063***	-0.031***	0.59	0.49	0.78
2	-0.023***	0.062***	-0.01058		0.05	0.44	0.32
3	-0.004***	-0.008***			0.05	0.65	0.33
4		0.002***			0.06	0.32	0.30

Fonte: Elaboração própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%, 5% e 10%.

Percebe-se que para o caso brasileiro os betas estáticos não tem poder de explicação sobre os excessos de retornos médios, o que está em linha com a proposição de Jagannathan e Wang (1996). A única variável com poder de explicação dos excessos de retornos *cross-section* foi a variância dos resíduos e como uma relação inversa, indicando que um aumento na variância residual diminui o excesso de retorno médio do ativo. Como os betas estáticos não tem um bom poder de explicação e conseqüentemente não são uma boa medida de risco não diversificável, o passo seguinte da pesquisa será estimar os betas dinâmicos para as ações pesquisadas.

### 5.3 Teste do CAPM com betas dinâmicos

O primeiro procedimento para testar o CAPM com os betas dinâmicos é a estimação dos mesmos. Eles serão estimados por meio do modelo MGARCH DCC desenvolvido por Tse e Tsui(2002). Para a equação da média foram estimados vetores autoregressivos para retirar a correlação serial e utilizados os resíduos dessa estimação. O modelo fornecerá as covariâncias condicionais e as variâncias condicionais. Para recuperar o beta condicional divide-se a

covariância condicional entre os ativos pela variância condicional do excesso de retorno do mercado. No mercado financeiro sabe-se que o mercado sobe com baixa volatilidade e cai com alta volatilidade. Caso as séries apresentem essa assimetria será utilizado o modelo TGARCH desenvolvido por Glosten, Jaganathan e Runkle (1993). Esse modelo coloca uma dummie que representa 1 quando a inovação do retorno na equação da variância é negativo. De essa forma dar-se um peso maior aos retornos negativos. Para cada ativo foram estimados modelos com e sem assimetria e escolhido o melhor modelo de acordo com o critério de informação de Schwarz. A tabela 7 apresenta os resultados.

Tabela 7 - Modelo MGARCH DCC

Ativo	$\omega \times 10^4$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\rho_{i,ibov}$
ambv4	0.08*	0.21	-0.15	0.92				0.94	0.02	0.51
ibov	0.13	0.10	0.02	0.84						
bbdc4	0.13	0.08	-0.04	0.89		0.14	-0.04*	0.96	0.02	0.86
ibov	0.15	-0.03	0.07	0.85		0.22	-0.07			
brkm5	0.10*	0.15	-0.10	0.92		-0.02*	0.07*	0.97	0.01*	0.67
ibov	0.14	-0.03	0.05	0.86		0.23	-0.07			
brto4	0.04*	0.08	-0.07	1.33	-0.36*	0.09*	-0.07*	0.96	0.02	0.75
ibov	0.01	-0.03	0.04	1.63	-0.65	0.28	-0.26			
bbas3	0.02	0.16	-0.15	1.41	-0.43			0.97	0.01	0.76
ibov	0.17	0.09	0.07	0.42	0.36					
cmig4	0.11	0.04		0.90		0.06		0.98	0.01	0.82
ibov	0.14	0.02*		0.86		0.14				
cruz3	0.06*	0.19	-0.13	0.93				0.97	0.01**	0.51
ibov	0.12	0.10	0.01	0.85						
csna3	0.10	0.07	-0.05	1.12	-0.18	0.14	-0.09	0.97	0.01	0.86
ibov	0.12	-0.03	0.06	1.02	-0.14	0.22	-0.09			
elet3	0.08*	0.18	-0.10	0.91				0.98	0.01	0.89
ibov	0.12	0.09	0.02	0.85						
elet6	0.04*	0.07	-0.05	1.30	-0.33	0.14	-0.12	0.98	0.01	0.89
ibov	0.01	-0.03	0.04	1.62	-0.65	0.27	-0.26			
embr3	0.06	0.14		0.87				0.98	0.01	0.43
ibov	0.12	0.11		0.85						
fibr3	0.07	0.15	-0.14	1.44	-0.46			0.98	0.01	0.68
ibov	0.18	0.10	0.07	0.30	0.47					
ggbr4	0.58	0.06		0.81		0.09		0.97	0.02	0.89
ibov	0.14	0.02		0.87		0.14				
goau4	0.18	0.10	-0.07	0.90		0.12	-0.03	0.97	0.02	0.26
ibov	0.12	-0.03	0.05	0.87		0.24	-0.11			
itsa4	0.09	0.02		0.91		0.08		0.97	0.02	0.84

ibov	0.14	0.02		0.87		0.14				
itub4	0.10*	0.06	-0.04	0.92		0.12	-0.03*	0.96	0.02	0.85
ibov	0.12	-0.03	0.05	0.87		0.25	-0.13			
klbn4	0.42	0.09		0.82		0.08		0.98	0.01*	0.66
ibov	0.14	0.02		0.86		0.15				
lame4	0.02	0.15	-0.14	1.47	-1.49	0.05	-0.03	0.98	0.01	0.65
ibov	0.03	-0.03	0.04	1.46	-0.50	0.26	-0.22			
ligt3	0.04*	0.19	-0.14	0.94				0.96	0.02	0.64
ibov	0.12	0.10	0.01	0.85						
lren3	0.03*	0.08*	-0.07	1.47	-0.49	0.19	-0.17	0.76	0.03*	0.55
ibov	0.00	0.07	-0.06	1.72	-0.74	0.28	-0.26			
pcar4	0.01*	0.05*		0.93		0.04		0.97	0.01	0.51
ibov	0.08	0.01		0.89		0.15				
petr3	0.13*	0.04		0.90		0.08		0.97	0.01	0.81
ibov	0.08	0.01		0.88		0.15				
petr4	0.20	0.03		0.86		0.12		0.97	0.01	0.88
ibov	0.08	0.01		0.88		0.15				
usim3	0.10*	0.63	-0.47	1.14	-0.25			0.97	0.02	0.59
ibov	0.18	0.10	0.08	0.35**	0.41*					
usim5	0.18*	0.08*	-0.05*	0.90		0.09*	-0.03*	0.97	0.02	0.84
ibov	0.13	-0.03	0.06	0.86		0.22	-0.09			
vale3	0.14	0.05		0.89		0.06		0.98	0.01	0.39
ibov	0.14	0.02*		0.86		0.14				
vale5	0.00	0.16	-0.15	1.69	-0.71			0.97	0.01	0.93
ibov	0.00	0.13	-0.12	1.76	-0.77					
vivt4	0.17*	0.06		0.86		0.08		0.97	0.01	0.80
ibov	0.14	0.01*		0.87		0.14				

Fonte: Elaboração Própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%,5% e 10%.

Os parâmetros estimados foram significantes a 5% e as todas as correlações não condicionais foram significantes a 1%. Dos vinte e oito ativos pesquisados em apenas nove, o melhor modelo não apresentou assimetria. A estimação multivariada obteve um melhor desempenho com o erros seguindo a distribuição *t-student* para todos os pares de ativos. O ativo de maior correlação não condicional com o Ibovespa foram as ações preferenciais da Vale, o que se justifica pela mesma ter um peso grande na composição do índice. A ação que apresentou a menor correlação não condicional foram as ações preferenciais da Gerdau Metalúrgica. As ações dos bancos pesquisadas tem uma correlação não condicional grande com o Ibovespa. Os parâmetros de assimetria estimados estão de acordo com a teoria, indicando que há aumento na volatilidade quando o retorno é negativo. Para controlar os resíduos não foi preciso mais do que duas defasagens do MGARCH. Para testar se os resíduos não são

autocorrelacionados utilizou-se o teste Q de Ljung Box, como demonstra a tabela 8. O passo seguinte da pesquisa foi estimar os betas por meio de um modelo de nível local como variância do nível fixa e o beta variando no tempo. As estimativas e o diagnóstico dos resíduos do modelo estrutural encontram-se em anexo. O modelo estrutural estima os betas suavizados, como se observa na figura 7. Os betas estimados pelos dois métodos serão testados se os mesmos tem poder de explicação sobre o retorno médio *cross section*.

Tabela 8 - Diagnóstico dos resíduos MGARCH

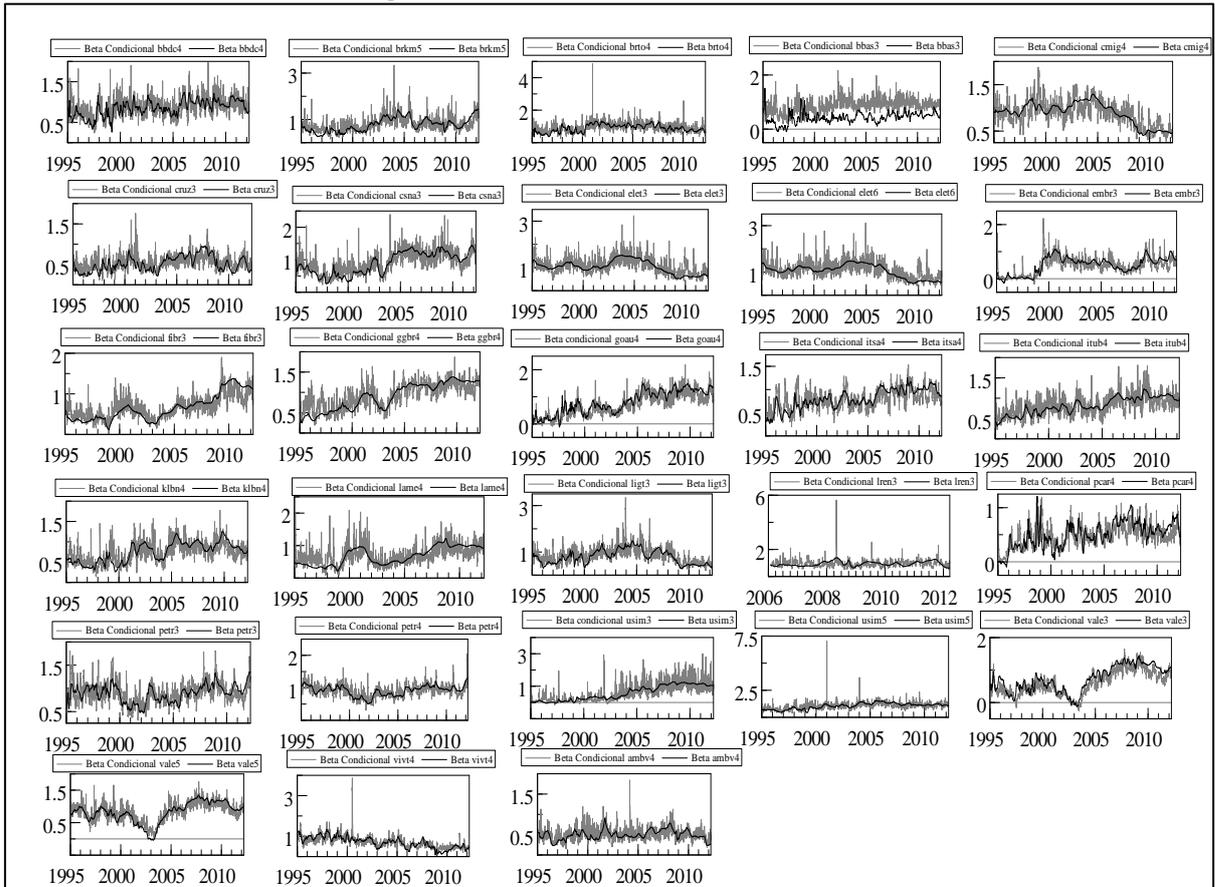
Ativo	$Q_1(5)$	$Q_1(10)$	$Q_1(15)$	$Q_1(20)$	$Q_2(5)$	$Q_2(10)$	$Q_2(15)$	$Q_2(20)$
ambv4	5.14	8.85	13.77	16.48	3.67	6.97	9.13	12.51
ibov	14.17	21.68	30.49	41.46	9.66	24.55	31.65	39.39
bbdc4	5.70	12.26	18.37	31.92	7.00	14.87	17.43	20.39
ibov	7.98	15.57	18.71	24.69	4.20	12.35	14.77	15.23
brkm5	2.39	10.05	19.73	21.69	6.68	11.03	19.32	26.44
ibov	7.91	9.45	12.76	16.22	10.97	25.28	29.18	30.26
brto4	1.11	4.95	8.55	16.81	1.72	3.42	4.17	8.69
ibov	18.95	28.64	37.19	42.77	9.80	19.93	26.05	30.11
bbas3	4.08	8.82	15.66	19.67	1.96	5.99	16.29	24.29
ibov	12.36	20.35	26.18	32.27	6.61	22.94	25.76	30.94
cmig4	0.63	3.35	10.30	12.85	3.27	4.19	8.66	17.23
ibov	8.04	14.10	24.66	30.27	15.20	24.68	27.44	28.19
cruz3	0.57	3.21	5.73	9.99	1.46	12.30	18.47	27.98
ibov	9.63	16.90	22.99	31.89	19.91	36.50	38.89	42.32
csna3	14.01	23.57	28.68	33.07	5.65	12.24	25.95	29.59
ibov	11.65	16.91	23.03	26.50	22.90	31.75	34.80	35.30
elet3	4.85	7.48	13.53	18.62	7.74	14.97	24.02	29.88
ibov	13.38	20.35	38.64	30.33	8.53	21.30	34.85	30.53
elet6	6.53	9.83	12.58	16.61	8.85	10.07	13.44	14.36
ibov	16.27	25.24	36.28	40.90	2.80	8.35	11.14	12,65
embr3	11.19	31.86	39.65	64.59	0.25	0.68	0.99	1.70
ibov	9.49	16.46	23.81	31.39	15.99	31.40	34.70	40.02
fibr3	1.67	2.80	7.18	18.98	4.87	17.28	21.11	24.64
ibov	13.68	22.49	26.79	33.57	5.25	14.18	18.56	21.67
ggbr4	7.26	8.49	10.98	16.94	9.54	11.68	13.15	20.89
ibov	21.89	28.47	39.41	50.21	21.91	30.59	44.86	47.74
goau4	8.28	9.44	13.59	25.44	8.03	11.53	17.39	20.91
ibov	14.07	24.69	27.34	28.94	15.45	25.61	36.52	38.72
itsa4	1.13	6.35	11.62	16.09	3.12	6.66	13.33	14.81
ibov	13.28	22.73	32.87	37.12	6.40	23.73	28.88	30.20
itub4	2.13	4.55	8.24	25.35	6.90	20.02	24.86	29.90
ibov	14.20	23.36	25.75	32.05	11.96	20.34	21.56	26.70

klbn4	4.54	6.37	11.29	15.30	10.17	12.73	14.68	15.79
ibov	8.96	17.98	23.43	26.74	8.73	22.92	26.16	26.79
lame4	3.80	10.43	12.60	17.54	2.46	13.29	16.01	21.56
ibov	12.42	17.84	24.79	26.34	21.58	33.43	41.03	43.87
ligt3	2.66	3.85	6.13	8.13	2.74	7.52	12.19	18.01
ibov	8.25	13.98	18.94	23.01	9.88	25.00	26.96	30.78
lren3	26.67	28.53	30.80	35.06	10.44	14.95	19.21	26.63
ibov	2.78	7.95	11.00	14.42	1.35	5.81	7.15	10.82
pcar4	2.50	10.33	13.44	15.41	10.14	15.81	17.48	19.67
ibov	1.74	7.95	8.49	18.68	2.82	8.68	9.96	15.14
petr3	2.08	6.28	10.38	13.18	5.41	10.40	12.91	14.64
ibov	2.70	10.08	11.77	21.05	2.14	14.00	16.63	20.95
petr4	9.88	12.41	14.42	16.08	5.08	7.48	15.68	17.48
ibov	2.20	9.45	13.59	20.96	3.10	11.87	17.76	23.77
usim3	26.85	33.92	36.82	39.51	1.78	3.73	4.84	9.78
ibov	7.91	14.07	21.23	28.37	20.54	32.90	38.69	43.52
usim5	1.15	3.97	8.33	10.24	5.86	9.90	11.66	20.27
ibov	10.29	22.09	29.49	34.75	18.88	27.77	32.05	33.70
vale3	7.56	10.41	15.43	16.61	7.66	19.68	22.09	23.95
ibov	14.20	25.93	36.46	44.04	13.98	23.34	31.53	33.20
vale5	1.30	4.57	9.06	15.97	12.46	15.11	17.73	18.44
ibov	12.76	22.96	37.74	42.33	5.71	22.36	33.30	35.22
vivt4	5.21	7.42	9.68	14.27	9.81	22.02	24.06	28.37
ibov	9.69	14.89	17.48	19.58	6.91	12.90	16.91	23.47

Fonte: Elaboração Própria.

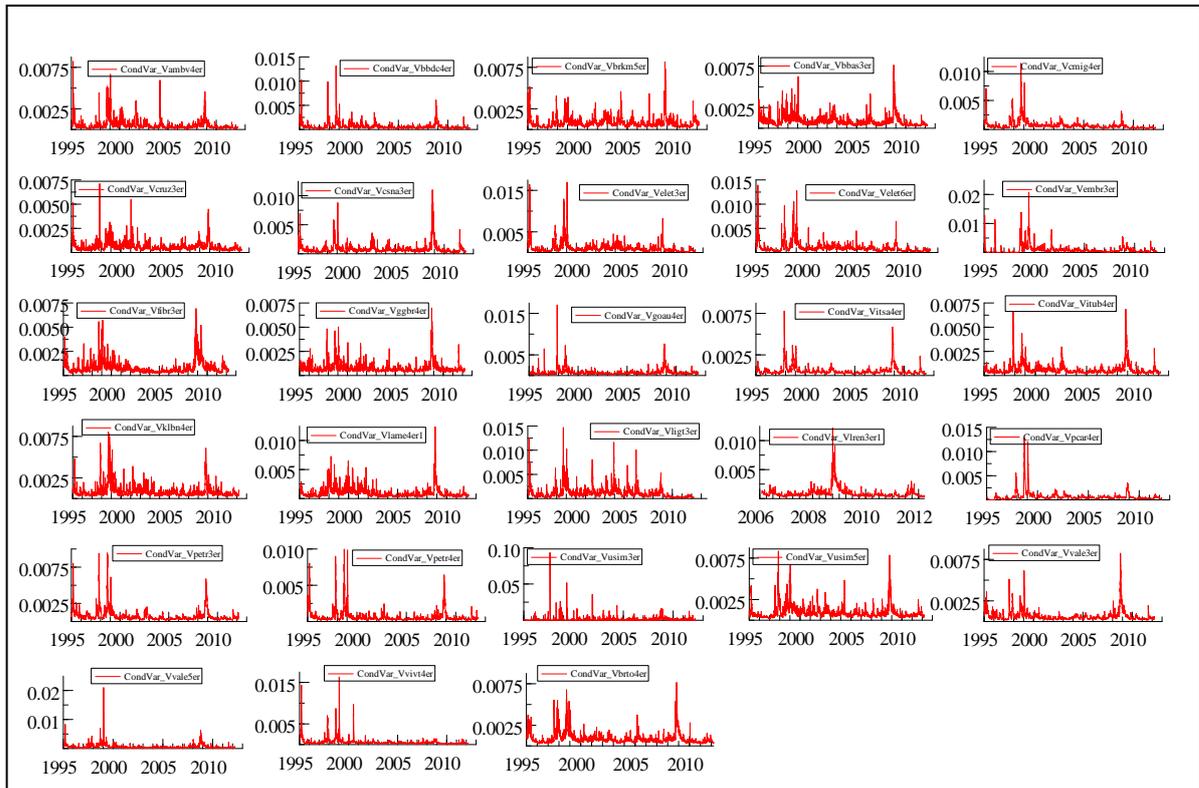
Os betas estruturais conseguem acompanhar os movimentos dos betas condicionais. Os betas condicionais apresentam um comportamento mais “nervoso” em relação aos betas estruturais. Além dos betas condicionais e estruturais, foram estimadas as variâncias condicionais para os ativos pesquisados. A análise da variância condicional é importante no mercado financeiro, pois é a partir da mesma que é calculado o VaR (*Value-at-Risk*), outra medida de risco bastante utilizada. Em seguida, foram calculadas as correlações condicionais entre o Ibovespa e cada ativo pesquisado, como mostra a figura 8. O estudo das correlações no tempo entre a ação e o mercado permite ao investidor saber qual ação tem um impacto maior caso ocorra uma variação no índice de mercado e, com isso, fazer suas estratégias de hedge. Há períodos em as ações das Lojas Renner (lren3), Vale (vale3) e Embraer (embr3) tem uma correlação negativa com o Ibovespa, indicando que uma queda no índice aumenta o preço dessas ações. A ação da Vivo (vivt4) tem uma correlação decrescente com o Ibovespa ao longo do tempo, passando de 0.75 em média no início da série para 0.50 em épocas mais recentes.

Figura 6 - Betas Dinâmicos Estimados



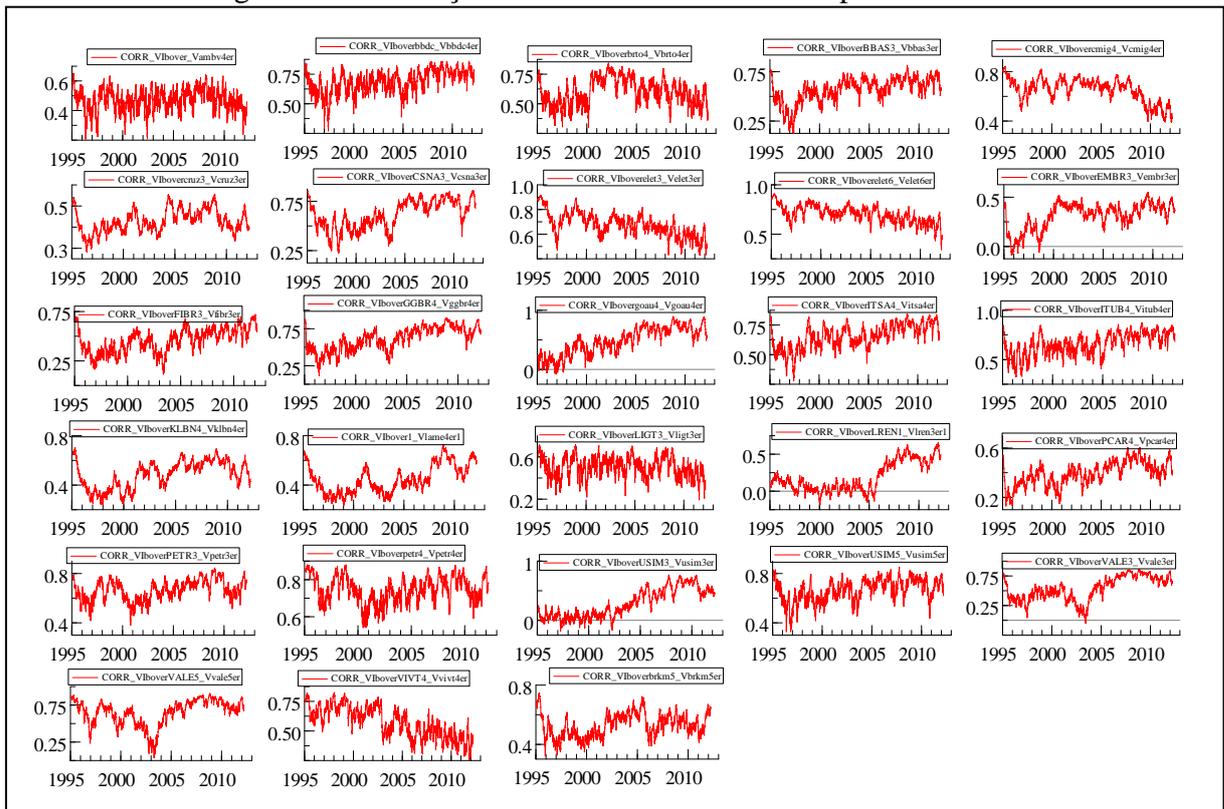
Fonte: Elaboração própria

Figura 7 – Volatilidade dos ativos



Fonte: Elaboração Própria

Figura 8 - Correlação condicional entre o Ibovespa e os ativos



Fonte: Elaboração própria

A tabela 9 mostra os betas médios estimados pelos dois modelos. Nota-se que na média os betas estimados pelos dois modelos tem valores próximos, indicando que apesar da trajetória dos mesmos serem muitas vezes distintas, no longo prazo eles são equivalentes.

Tabela 9 - Betas Dinâmicos Médios

Ativo	Betas Condicionais Médios	Betas Estruturais Médios
ambv4	0.49	0.50
bbdc4	0.85	0.85
brkm5	0.77	0.77
brto4	0.93	0.89
bbas3	0.82	0.43
cmig4	0.89	0.89
cruz3	0.52	0.52
csna3	0.89	0.89
elet3	1.05	1.03
elet6	1.08	1.04
embr3	0.48	0.50
fibr3	0.65	0.66
gibr4	0.91	0.90
goau4	0.68	0.81
itsa4	0.79	0.80
itub4	0.82	0.82

klbn4	0.73	0.74
lame4	0.69	0.68
ligt3	0.81	0.79
lren3	0.95	0.94
pcar4	0.49	0.50
petr3	0.91	0.89
petr4	0.92	0.91
usim3	0.58	0.58
usim5	1.04	1.05
vale3	0.60	0.73
vale5	0.82	0.82
vivt4	0.71	0.70

Fonte: Elaboração própria

Em seguida foi verificado se os betas condicionais e estruturais médios explicam os retornos *cross section*. Os resultados seguem na tabela 10.

Tabela 10 – Estimativa da Equação dos excessos retornos *cross section* com betas condicionais

$$R_a = \kappa_0 + \kappa_1\beta_a + \kappa_2\beta_a^2 + \kappa_3S_{ea} + \eta_a$$

Modelo	$\kappa_0$	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$Q_1(5)$	$Q_2(5)$	Teste JB (p-valor)
1	-0.0066**	0.0210*	-0.0135**	-0.0003***	8.86	2.35	0.98
2	-0.0059	0.0163	-0.01058		1.43	2.67	0.15
3	0.0014*	-0.0018*			8.43	5.84	0.43
4		0.0005***			11.96	1.31	0.30

Fonte: Elaboração própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%, 5% e 10%.

Verifica-se uma melhora do poder de explicação dos betas condicionais médios em relação aos excessos de retornos médios *cross section*. Porém, quando testado sem o intercepto o beta não foi significativo, mostrando que o CAPM falha em muitas ocasiões e nem sempre o ativo com maior risco não diversificável oferece o maior retorno esperado. O modelo ajusta-se bem as séries temporais da equação da média da estimação dos betas estáticos, pois o pressuposto de que o valor do intercepto é zero verifica-se em 24 dos 28 ativos pesquisados. Mesmo quando é rejeitada a hipótese nula de que o valor do intercepto é diferente de zero, esse valor é bem pequeno. Portanto, a pesquisa constata que, para o mercado acionário brasileiro no período pesquisado não há indícios que a ação que tem o um maior risco não diversificável representado pelo beta ofereceu aos investidores um maior retorno.

Tabela 11 – Estimativa da equação dos excessos de retorno *cross section* com betas estruturais

$$R_a = \kappa_0 + \kappa_1\beta_a + \kappa_2\beta_a^2 + \kappa_3S_{ea} + \eta_a$$

Modelo	$\kappa_0$	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$Q_1(5)$	$Q_2(5)$	Teste JB (p-valor)
--------	------------	------------	------------	------------	----------	----------	--------------------

1	-0.0736***	0.2951***	-0.2034***	-0.0094***	8.93	1.56	0.21
2	-0.0690***	0.2115***	-0.1488***		11.41	1.47	0.20
3	0.0079***	-0.0086***			12.14	1.35	0.30
4		0.0012***			11.93	1.26	0.30

Fonte: Elaboração própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%, 5% e 10%.

Os betas estruturais não explicam os retornos *cross section*, denotando que o teste do CAPM segundo a metodologia de Fama e McBeth (1973) não se ajusta bem ao mercado acionário no Brasil.

Uma das constatações da pesquisa é o beta constante serve apenas como referência se a ação acompanha ou não o desempenho do mercado em um dado período de tempo, mas não ao ponto de servir como uma boa medida de risco. Isso porque, como foi demonstrado, o beta não é constante. Já o beta dinâmico é uma melhor aproximação do risco de mercado, pois o mesmo aumenta em períodos de crise e de aumento da aversão à risco.

Como foi dito no início do texto o modelo de apreçamento de ativos é desenvolvido sob a hipótese de que os agentes tem aversão a risco. Por isso o passo seguinte será estimar os parâmetros que medem o quanto os agentes “exigem” do mercado para correr risco.

#### 5.4 Estimativa dos parâmetros de aversão relativa a risco

Nesta seção serão apresentados os parâmetros de prêmio e custo de risco estimado seguindo a metodologia desenvolvida por Harvey (1989). O autor verifica a relação entre as inovações do excesso de retorno e a variância ou desvio padrão. Ainda segundo Harvey (1989) o parâmetro de prêmio de risco representa a aversão relativa a risco dos agentes. Para recuperar os parâmetros será utilizada a variância condicional e o desvio padrão condicional estimado no MGARCH, como também as inovações dos excessos de retornos dos ativos e do mercado. Espera-se que ocorra uma relação inversa entre excesso de retorno e volatilidade, indicando que um aumento na volatilidade diminui o excesso de retorno esperado.

Tabela 12 – Parâmetros de aversão relativa a risco

$$\varepsilon_{it} = r_{mt} - \lambda \sigma_{mt}^2$$

$$\varepsilon_{it} = r_{mt} - \lambda^* \sigma_{mt}$$

Ativo	$\lambda$	$Q_1(10)$	$Q_2(10)$	$\lambda^*$	$Q_1(10)$	$Q_2(10)$
ambv4	0.1087***	8.25	15.35	0.2174***	8.25	15.35
bbdc4	0.6176*	10.29	14.14	1.3793*	10.10	12.42
brkm5	1.3341	2.18	10.11	2.8095	15.48	9.51
brto4	0.5079***	3.56	12.37	0.9786***	7.60	8.40
bbas3	1.1581	16.11	8.26	2.3162	16.11	15.35
cmig4	-2.8183	13.63	17.07	-4.7073	13.38	19.58

cruz3	0.4732***	2.82	6.29	0.8864***	2.81	6.39
csna3	0.8249**	16.88	5.55	1.6226**	16.89	5.54
elet3	1.5975*	22.09	10.41	3.1424**	22.12	10.36
elet6	-1.9075	30.21	6.08	-3.9365	30.53	6.26
embr3	1.4833	17.73	8.82	3.3816	17.11	8.59
fibr3	1.8182	4.84	9.95	3.4090	5.24	10.27
ggbr4	-2.2992	18.41	33.64	-4.0567	18.59	30.85
goau4	-0.5911**	8.61	4.77	1.1823**	8.61	4.77
itsa4	-0.7033*	5.58	11.97	-1.6294*	5.29	7.05
itub4	-5.0057	11.33	14.51	9.4190	11.03	14.14
klbn4	-3.4198	15.92	10.40	-4.2357	15.44	8.79
lame4	-4.3396	13.17	19.77	-9.2651	13.25	19.75
ligt3	1.3684	5.57	13.75	2.3793*	5.61	13.18
lren3	-6.9712	16.54	10.74	-15.8659	15.77	10.06
pcar4	1.2336	12.16	14.42	1.9296*	12.48	14.31
petr3	-2.7105	10.23	16.79	-5.4485	11.12	18.51
petr4	-2.9347	17.47	11.61	-5.6543	19.05	11.20
usim3	2.2612	4.33	5.73	4.7372	4.10	5.74
usim5	1.1078	4.38	6.09	2.5264	4.48	6.99
vale3	-2.7735	16.31	25.75	-4.3373	14.66	29.53
vale5	-1.6266	18.03	15.55	-3.2533*	18.03	15.55
vivt4	-2.4876	12.68	18.03	-5.5686	12.54	17.30

Fonte: Elaboração própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%, 5% e 10%.

A análise da tabela 12 proporciona a identificação de alguns fatos. Ativos com os coeficientes de aversão a risco relativa negativos são uma boa alternativa em momentos de aumento na volatilidade, pois eles tem uma relação direta com a variância condicional. Essas ações, como mostra a tabela, são ações do setor elétrico, como a cmig4 e ações que tem um grande peso no índice, como as ações da Petrobras e da Vale. Isso ocorre porque em momentos de crise e de aumento de aversão a risco há uma modificação na cesta de preferência de ativos dos investidores. Os mesmos tendem a diminuir posições em ações Small Caps e aumentar posição em renda fixa ou em ações consideradas mais seguras pelo mercado. As ações ordinárias da Usiminas apresentaram a maior relação inversa com a volatilidade, denotando que as mesmas são bastante prejudicadas quando há aumentos na aversão a risco. Portanto, chega-se a conclusão que a variância condicional tem um bom poder de explicação sobre os excessos de retorno dos ativos e a metodologia desenvolvida por Harvey (1989) tem um bom desempenho no mercado acionário brasileiro, diferentemente da metodologia de Fama e Mcbeth (1973), que não obteve um resultado satisfatório.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa propôs um teste do modelo de apreçamento de ativos de capital ao mercado acionário brasileiro utilizando o MGARCH desenvolvido por Tse e Tsui (2002). Para efeito de comparação também foram obtidas as estimativas dos betas suavizados no tempo. É importante quando se trabalha com dados financeiros modelar os fatos estilizados presentes. Foi isso que a fez ao não apenas estimar um modelo para a média condicional, mas também para as variâncias condicionais. O fato estilizado de caudas pesadas foi modelado utilizando as distribuições *t-student*. Com relação à assimetria foram utilizados os modelos GJR ou EGARCH, objetivando replicar o fato de que o agente avesso a risco dá um peso maior a payoffs negativos do que a payoffs positivos na sua função utilidade.

A volatilidade dos vinte e oito ativos estudados foi estimada a partir do modelo MGARCH, verificando-se que a crise de 2008 é o período em que a aversão a risco chega a seu ponto máximo, pois se encontra os maiores níveis de variância condicional. Papéis de empresas como Bradesco, Petrobras e Vale apresentaram uma volatilidade menor que as outras empresas na crise do sub prime, o que fortalece a tese de que os mesmo por serem defensivos são mais demandados em períodos de crise. A estimação dos parâmetros de aversão relativa a risco também sugere a mesma constatação.

A estimativa das correlações condicionais mostra informações relevantes. Apesar da ação da preferencial da Vale (vale5) ter a maior correlação não condicional com o Ibovespa, analisando a correlação condicional constata-se que houve períodos em que a correlação entre as variáveis citadas chegou a menos de 0.20. Da mesma forma, ação da Gerdau Metalúrgica (goau4) que teve a menor correlação não condicional com o índice de mercado, quando é feita a análise dinâmica há épocas em que a correlação condicional chega próximo de um, indicando que a ação acompanha os movimentos do mercado nesses intervalos.

A metodologia de teste de Fama e Mcbeth (1973) não é válida para o mercado acionário brasileiro durante o período pesquisado, pois não houve uma relação significativa entre excessos de retorno e betas, ou seja, as ações com maiores risco não diversificáveis não foram as com maiores excessos de retorno. Os parâmetros que medem aversão a risco relativa segundo Harvey (1989) foram significantes e são válidos como medida de risco para o Brasil durante o intervalo pesquisado.

Portanto, para futuras pesquisas fica a sugestão de serem estimados os betas pelos vários métodos oferecidos pelos modelos MGARCH, como o CCC, o BEKK e o próprio DCC de

Engle e a verificação se os mesmos tem poder de explicação aos excessos de retorno *cross section*. Também podem ser pesquisados ativos de outros índices e não apenas do Ibovespa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Alencastro, D. *Análise empírica do CAPM básico para o Brasil após a implantação do plano real*. Dissertação de mestrado, 74p. . Porto Alegre: PUCRS, 2009.
- [2] Andrews, Donald W. K., 1993, Tests for parameter instability and structural change with unknown change point, *Econometrica* 61, 821-856.
- [3] Bollerslev, Tim; Engle, Robert F.; e Wooldridge, Jeffrey;, 1988 A capital asset pricing model with time varying covariances, *Journal of Political Economy* 96, 116-131.
- [4] Breeden, D. (1979): "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics*, 7, 265-296.
- [5] Campbell, Jonh Y., 1987. Stock returns and term structure, *Journal of Financial Economics* 18, 373-400.
- [6] \_\_\_\_\_, Y.L. Lo, A.W. e MacKinlay, A.C. *The Econometrics of Financial Markets* Princeton University Press., 1997.
- [7] Daniélsson, J. *Financial Risk Forecasting*. Wiley Finance, 2011.
- [8] Davidian, M e Carrol, R.J, 1987. Variance function estimation, *Journal of the American Statistical Association* 82, 1079-1091.
- [9] Domingues, G.B., Estimação de um modelo Intertemporal de preço de ativos e consumo (CCAPM) para o Brasil – 1986/98. Textos para discussão *Ipea*, Rio de Janeiro, 2000.
- [10] Elton, Edwin J. *Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos* – São Paulo: Atlas, 2004
- [11] Engle, R. F, and Kroner, K . F. (1995), "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH," *Econometric Theory*, 11, 122-150.
- [12] Fama, Eugene F., and James D. MacBeth, 1973, Risk, return and equilibrium: Empirical tests, *Journal of Political Economy* 81, 607-636
- [13] FLISTER, F.V.; BRESSAN, A. A.; AMARAL, H. F. CAPM Condicional no Mercado

Brasileiro: Um Estudo dos Efeitos Momento, Tamanho e Book-to-Market entre 1995 e 2008. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 9, n. 1, p. 105-129, 2011.

- [14] Ghysels, Eric, 1998, On stable factor structures in the pricing of risk: Do time varying betas help or hurt, *Journal of Finance* 53, 549-574.
- [15] Glosten, L.R., Jagannathan, R., Runkle, D. On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48, p.1779-1801, 1993.
- [16] Hamilton, J.D. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994.
- [17] Harvey, Campbell, , 1989, Is expected compensation for market volatility constant through time?, *Working paper*, Duke University.
- [18] \_\_\_\_\_ , 1989, Time-Varying Conditional Covariances in Tests of Asset Pricing Models., *Journal of Financial Economics* 24, 289-317.
- [19] Huang, P. Hueng, C.J. Conditional Risk-Return Relationship in a Time-Varying Beta Model. *Quantitative Finance* V. 8, 2008 ,pp. 381-390.
- [20] Jagannathan, Ravi.; Wang,Zhenyu. The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. *The Journal of Finance*, Vol. 51, No. 1 (Mar., 1996), pp. 353.
- [21] Kumar,P.. Sorescu, S.M Boehme,RD. e Danielsen, B.R. Estimation Risk, Information, and the Conditional CAPM: Theory and Evidence. *The Review of Financial Studies*, Vol. 21, No. 3 (May, 2008), pp. 1037-1075
- [22] Mamaysky, R. Spiegel, M. e , Zhang, H. Estimating the Dynamics of Mutual Fund Alphas and BetasAuthor. *The Review of Financial Studies*, Vol. 21, No. 1, The Causes and Consequences of RecentFinancial Market Bubbles (Jan., 2008), pp. 233-264
- [23] Mas-Colell, A. Whinston, M.D. e Green, J.R. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.
- [24] Merton, Robert C., 1980, On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation, *Journal of Financial Economics* 8, 323-361.

- [25] NG, L., Tests of the CAPM with Time-Varying Covariances: A Multivariate GARCH Approach. *The Journal of Finance*, v. 46, p.1507-1521. 1991.
- [26] Paiva, F.D., Modelos de Precificação de Ativos Financeiros de Fator Único: Um Teste Empírico dos Modelos CAPM e D-CAPM. *Cadernos de Pesquisa em Administração*, v.12, p 49-65, 2005.
- [27] Rubinstein, M. (1976): "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options," *Bell Journal of Economics*, 7, 407-425.
- [28] Tambosi Filho, E.; Garcia, F. G.; Bertucci, L. A, Testando Empiricamente o CAPM condicional dos retornos esperados de carteiras dos mercados brasileiro, argentino e norte-americano. *Revista de Gestão USP*, v. 14, n. 4, p. 63-75, out./dez. 2007.
- [29] Tse, Y. K. e Tsui, A. K. C. , A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 20, No. 3 (Jul., 2002), pp. 351-36.
- [30] Varian, Hal R. *Microeconomic Analysis*. W. W. Norton & Company Inc., 1992
- [31] Wang, Kevin Q, 2003, Asset Pricing with Conditioning Information: A New Test, *The Journal of Finance* 58, 161-196.

**ANEXO I – ESTIMATIVAS E RESÍDUOS DO MODELO ESTRUTURAL  
UTILIZADO PARA A ESTIMAÇÃO DOS BETAS DINÂMICOS ESTRUTURAIS**

Tabela 13 - Estimativas das variâncias Modelo Estrutural

Ativo	Nível	Irregular	Beta
ambv4	0.00	0.00	0.0004
bbdc4	0.00	0.00	0.0019
brkm5	0.00	0.00	0.0010
brto4	0.00	0.00	0.0021
bbas3	0.00	0.00	0.0027
cmig4	0.00	0.00	0.0002
cruz3	0.00	0.00	0.0009
csna3	0.00	0.00	0.0008
elet3	0.00	0.00	0.0002
elet6	0.00	0.00	0.0001
embr3	0.00	0.00	0.0010
fibr3	0.00	0.00	0.0003
ggbr4	0.00	0.00	0.0002
goau4	0.00	0.00	0.0002
itsa4	0.00	0.00	0.0007
itub4	0.00	0.00	0.0003
klbn4	0.00	0.00	0.0007
lame4	0.00	0.00	0.0002
ligt3	0.00	0.00	0.0015
lren3	0.00	0.00	0.0020
pcar4	0.00	0.00	0.0028
petr3	0.00	0.00	0.0011
petr4	0.00	0.00	0.0003
usim3	0.00	0.00	0.0007
usim5	0.00	0.00	0.0005
vale3	0.00	0.00	0.0018
vale5	0.00	0.00	0.0005
vivt4	0.00	0.00	0.0014

Fonte: Elaboração Própria. \*,\*\* e \*\*\* indicam não significância a 1%,5% e 10%.

Tabela 14 - Diagnóstico dos resíduos do modelo estrutural

Ativo	$Q_1(5)$	$Q_1(10)$	$Q_1(15)$	$Q_1(20)$
ambv4	0.28	1.21	7.15	19.88
bbdc4	3.03	9.64	13.56	24.12
brkm5	1.91	14.38	19.99	26.53
brto4	4.69	5.81	8.86	10.51
bbas3	7.54	40.41	57.63	62.86
cmig4	1.61	3.00	6.69	9.89
cruz3	1.04	1.20	2.76	7.20
csna3	10.92	14.68	23.70	27.97
elet3	0.26	2.09	6.72	10.04
elet6	1.39	6.69	9.65	11.20
embr3	0.67	6.53	12.17	30.20
fibr3	1.72	3.73	5.94	10.65
ggbr4	4.48	5.03	7.96	14.54
goau4	3.19	9.73	10.15	10.82
itsa4	3.55	5.56	9.30	10.97
itub4	1.57	4.63	9.41	21.48
klbn4	0.91	1.62	5.50	13.16
lame4	23.65	27.32	29.55	53.09
ligt3	0.89	2.86	5.42	7.99
lren3	20.65	21.41	25.01	28.04
pcar4	8.94	16.21	26.32	29.27
petr3	3.50	16.98	22.29	32.37
petr4	6.58	12.67	17.62	20.46
usim3	2.12	3.09	5.90	14.57
usim5	1.36	3.81	8.53	13.82
vale3	3.01	4.86	11.79	15.31
vale5	2.71	3.51	7.95	14.83
vivt4	6.55	8.13	9.42	17.36

Fonte: Elaboração Própria.