

**Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
PUC-SP**

Renata Udvary Rodrigues

**GEOMETRIA E ENSINO HÍBRIDO... VOCÊ JÁ OUVIU
FALAR?**

**Uma formação continuada de professores do Ensino
Fundamental I**

Mestrado Acadêmico em Educação Matemática

**São Paulo
2019**

Sistema para Geração Automática de Ficha Catalográfica para Teses e Dissertações com dados fornecidos pelo autor

R394 Rodrigues, Renata Udvary
GEOMETRIA E ENSINO HÍBRIDO...VOCÊ JÁ OUVIU
FALAR? Uma formação continuada de professores do
Ensino Fundamental I / RenataUdvary Rodrigues. --
São Paulo: [s.n.], 2019.
240p ; cm.

Orientador: Celina Aparecida Almeida Pereira
Abar.
Dissertação (Mestrado em Educação:Matemática) --
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,
Programa de Estudos Pós-Graduados em
Educação:Matemática, 2019.

1. Formação Continuada de Professores Pedagogos.
2. Tecnologias Digitais. 3. Conhecimento
Geométrico. 4. Sala de Aula Invertida. I. Abar,
Celina Aparecida Almeida Pereira. II. Pontifícia
Universidade Católica de São Paulo, Programa de
Estudos Pós-Graduados em Educação:Matemática. III.
Título.

CDD

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Renata Udvary Rodrigues

GEOMETRIA E ENSINO HÍBRIDO... VOCÊ JÁ OUVIU FALAR?

**Uma formação continuada de professores do Ensino
Fundamental I**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE ACADÊMICO em Educação Matemática, sob a orientação da Professora Doutora Celina Aparecida Almeida Pereira Abar.

**São Paulo
2019**

Banca Examinadora

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadora ou eletrônicos.

Assinatura..... *Local e Data:*.....

DEDICATÓRIA

*À minha família, pelo
apoio e compreensão em
todos os momentos de
desafios por qual
passei.*

*“O presente trabalho foi realizado com apoio da
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível
Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001”*

*“This study was financed in part by the Coordenação de
Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brazil
(CAPES) - Finance Code 001”*

AGRADECIMENTOS

Agradeço,

A Deus em primeiro lugar, pela coragem de iniciar esta pesquisa;

A Professora Doutora Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, pelo rigor das exigências durante o processo de orientação, apontando-me os caminhos certos e protegendo-me dos desvios;

Ao meu marido, pelo incentivo e apoio financeiro possibilitando dedicação exclusiva ao Mestrado.

As minhas filhas, por todo o incentivo, apoio e paciência nos meus muitos momentos de stress!

Aos professores doutores, Marcio Vieira Almeida e Mário Cesaretti que fizeram parte da banca de qualificação, cujas sugestões e reflexões foram valiosas para a finalização deste trabalho.

A professora Doutora Etienne Lautenschlager, coordenadora da Diretoria de Ensino - DRE de São Miguel Paulista, pela oportunidade de realizar esta formação para os professores do Ensino Fundamental I.

Aos colegas e professores do Mestrado em Educação Matemática da PUC, pela amizade e excelente ambiente de estudo e trabalho, assim como pelas discussões e trocas de opiniões;

A Professora e amiga Fabiane Helvadjan, pelo cuidado com que revisou a gramática e ortografia dessa dissertação.

Agradeço a CAPES, pelo apoio com a bolsa de estudo.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho,

Obrigada.

A autora

“A Matemática constitui um patrimônio da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Neste sentido, seria impensável que não se proporcionasse a todos a oportunidade de aprender Matemática de um modo realmente significativo”.

Isolína Olveira.

RESUMO

Este trabalho está inserido no grupo de pesquisa TECMEM - Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática, e refere-se a uma formação continuada em Geometria, com base em aspectos do modelo da Sala de Aula Invertida, por meio do ambiente Moodle, e com apoio do software GeoGebra, oferecida a professores do Ensino Fundamental I. Esses profissionais consideram que ensinar as primeiras noções matemáticas nos anos iniciais é uma tarefa especial e desafiadora visto que, as disciplinas relacionadas ao conhecimento da Matemática na formação inicial, não os preparam suficientemente para a docência dos conteúdos determinados pelo plano pedagógico. Pesquisas apontam a frágil preparação dos conteúdos de Matemática no que diz respeito ao seu aprofundamento teórico para ensino nos anos iniciais, acarretando um prejuízo no desenvolvimento dos estudantes. Deste modo, essa pesquisa teve como objetivo principal verificar se uma formação continuada com base no modelo citado acima pode criar condições para o desenvolvimento da autonomia do professor no que diz respeito à atualização de seus conhecimentos, bem como o aprimoramento de sua prática docente. Como questão complementar, o presente trabalho busca investigar qual é a percepção destes professores quanto à utilização de recursos tecnológicos, incluindo o *software* GeoGebra para o aprimoramento de seus conhecimentos em Geometria. Para tanto, foi elaborado o projeto: “Geometria e Ensino Híbrido... Você já ouviu falar?”, que foi desenvolvido com professores pedagogos, de escolas de Ensino Fundamental I (do 1º ao 5º ano) da rede pública municipal de São Paulo, organizados e selecionados pela professora coordenadora da Diretoria de Ensino. Foram previstos, para o desenvolvimento do trabalho, módulos com conteúdos geométricos básicos, propiciando momentos de reflexões teóricas; atividades práticas e encontros presenciais com os professores participantes, garantindo uma participação ativa. A investigação foi de caráter qualitativo, com base teórica do Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo, TPCK, e metodologia do *Design Research* ou *Design Experiments*, visando ao aprimoramento do projeto para futuras formações de professores. Para coleta de dados, foram utilizados questionários, protocolos dos professores, observações da pesquisadora durante os encontros presenciais, *feedbacks* obtidos a partir dos fóruns da plataforma Moodle em atividades propostas. A análise do questionário final foi dividida em quatro categorias: “Compreensão sobre o modelo da Sala de Aula Invertida”; “Adequação dos conteúdos de Geometria trabalhados na formação”; “Sobre o uso do software GeoGebra como ferramenta digital para auxiliar o ensino de Geometria” e “Reflexões sobre todo o processo, com sugestões para o aprimoramento dessa formação”. Mesmo com o surgimento de algumas variáveis dependentes e independentes apontadas no Design Research, que limitaram alguns aspectos no início da formação exigindo algumas alterações e ajustes em sua continuidade, pode-se afirmar que o modelo adotado nessa pesquisa se configura como promissor no sentido de favorecer, facilitar e promover o aperfeiçoamento dos conhecimentos dos professores para uma melhor prática profissional. Os participantes apontaram as vantagens e benefícios do uso da Sala de Aula Invertida como modelo, não só de formação continuada, mas também para formações iniciais. Com relação à importância do ensino da Geometria com o uso de tecnologias digitais, no caso o *software* GeoGebra, sua utilização possibilitou o entendimento de alguns conceitos desenvolvidos na formação, os quais os professores não tinham, total ou parcialmente, ou, embora os tivessem, não conseguiram entendê-los até então.

Palavras-Chaves: Formação Continuada, Professores Pedagogos, Tecnologias Digitais, Educação Matemática, Ensino Híbrido, Sala de Aula Invertida, Geometria, GeoGebra.

ABSTRACT

This work is part of the research group TECMEM - Technologies and Means of Expression in Mathematics, and refers to a continuous formation in Geometry, based on aspects of the Flipped Classroom model, through the Moodle environment, and with support of GeoGebra software, offered to Elementary School I teachers. These professionals consider that teaching the first mathematical notions in the early years is a special and challenging task, since the subjects related to the knowledge of Mathematics in initial education do not prepare them sufficiently for teaching the contents determined by the pedagogical plan. Research points to the fragile preparation of Mathematics contents regarding their theoretical deepening for teaching in the early years, causing a detrimental development of students. Thus, this research aimed to verify if a continuing education based on the model mentioned above can create conditions for the development of teacher autonomy about the updating of their knowledge, as well as the improvement of their teaching practice. As a complementary question, the present work seeks to investigate what the perception of these teachers regarding the use of technological resource is, including GeoGebra software to improve the knowledge in Geometry. To this end, was prepared the project: "Geometry and Blended Learning ... Have you heard?", which was developed with teacher educators, from elementary schools I (1st to 5th grade) of São Paulo municipal public network, organized and selected by the coordinating teacher of the Board of Education. For the development of the work, modules with basic geometric contents were provided with moments of theoretical reflections; practical activities and face-to-face meetings with the participating teachers, ensuring active participation. The research was qualitative, with theoretical basis of Technological, Pedagogical and Content Knowledge, TPCK, and methodology of Design Research or Design Experiments, aiming at the improvement of the project for future teacher training. For data collection, we used questionnaires, teachers' protocols, researcher observations during face-to-face meetings, feedbacks obtained from the Moodle platform forums in proposed activities. The final questionnaire analysis was divided into four categories: "Understanding the Flipped Classroom Model"; "Adequacy of the geometry contents worked in the formation"; "About the use of GeoGebra software as a digital tool to help teach geometry" and "Reflections on the whole process, with suggestions for improving this formation". Even with the emergence of some dependent and independent variables pointed out in Design Research, which limited some aspects at the beginning of the training requiring some changes and adjustments in its continuity, it can be stated that the model adopted in this research is promising in favor of, facilitate and promote the improvement of teachers' knowledge for better professional practice. Participants pointed to the advantages and benefits of using the Flipped Classroom as a model, not only for continuing education, but also for initial training. Regarding the importance of teaching geometry with the use of digital technologies, in this case the GeoGebra software, its use made it possible to understand some concepts developed in the training, which the teachers did not have, totally or partially, or, although they had, they couldn't understand them until then.

Keywords: *Continuing Education, Pedagogical Teachers, Digital Technologies, Mathematical Education, Blended Learning, Flipped Classroom, Geometry, GeoGebra.*

LISTA DE SIGLAS

TECMEM	- Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática
TIC	- Tecnologia da Informação e Comunicação
DRE	- Diretoria Regional de Ensino
AVA	- Ambiente Virtual de Aprendizagem
SAI	- Sala de Aula Invertida
PCN	- Parâmetros Curriculares Nacionais
BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
DIPED	- Divisão Pedagógica
EAD	- Educação a Distância
TCLE	- Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
CEP	- Comitê de Ética da PUC
TPCK	- Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Conteúdo de Geometria – 1º ano do Ensino Fundamental I	56
Quadro 2: Conteúdo de Geometria – 2º ano do Ensino Fundamental I	56
Quadro 3: Conteúdo de Geometria – 3º ano do Ensino Fundamental I	57
Quadro 4: Conteúdo de Geometria – 4º ano do Ensino Fundamental I	57
Quadro 5: Conteúdo de Geometria – 5º ano do Ensino Fundamental I	58
Quadro 6: Especificação dos conteúdos e estrutura de cada módulo.....	86
Quadro 7: Respostas referentes à primeira pergunta do questionário final.	132
Quadro 8: Respostas referentes à primeira pergunta do questionário final – Continuação (1).....	133
Quadro 9: Respostas referentes à segunda pergunta do questionário final.....	135
Quadro 10: Respostas referentes à segunda pergunta do questionário final – Continuação (1).....	135
Quadro 11: Respostas referente à terceira pergunta do questionário final.	136
Quadro 12: Respostas referente a quarta pergunta do questionário final.....	138

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Proposta do modelo TPCK.....	60
Figura 2: Princípios que constituem as Metodologias Ativas de Ensino.....	62
Figura 3: Proposta de Ensino Híbrido	64
Figura 4: Captura de Tela – Apresentação do Projeto	87
Figura 5: Captura de Tela – Apresentação do Projeto - Continuação.....	88
Figura 6: Captura de Tela – Estrutura da Formação e Dinâmica das Atividades	88
Figura 7: Estrutura da Formação e Dinâmica das Atividades – Continuação (1)	89
Figura 8: Estrutura da Formação e Dinâmica das Atividades – Continuação (2)	90
Figura 9: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 1	91
Figura 10: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 1 – Continuação (1)	92
Figura 11: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 2	94
Figura 12: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 2 - Continuação (1).....	95
Figura 13: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 3	97
Figura 14: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 3 – Continuação (1)	98
Figura 15: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 4	99
Figura 16: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 4 - Continuação (1).....	100
Figura 17: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 5	103
Figura 18: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 5 - Continuação (1).....	104
Figura 19: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 6	105
Figura 20: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 6 - Continuação (1).....	106
Figura 21: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 7	108
Figura 22: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 7 - Continuação (1).....	109
Figura 23: Atividade 2 – Módulo 1(2).ggb	113
Figura 24: Atividade 2 – Módulo 2(2).ggb	117
Figura 25: Atividade 1 – Módulo 3(1).ggb	118
Figura 26: Atividade 1 – Módulo 3(1).ggb	118
Figura 27: Atividade 1 – Construção de um cubo de aresta variável – Módulo 5(1).ggb.....	122
Figura 28: Atividade 2 Construção de um Octaedro– Módulo (5)2.ggb.....	122
Figura 29: Atividade 3 – Construção de um Cubo – Módulo 5(3).ggb.....	123

Figura 30: Atividade 1 – Construção de um Cone – Módulo 6(1).ggb.....	124
Figura 31: Atividade 1 – Construção de um Cilindro – Módulo 6(1).ggb	125
Figura 32: Atividade 2 – Construção de uma esfera - Módulo 6(2).ggb	125
Figura 33: Atividade 3 – Construção de uma esfera inscrita em um cubo - Módulo 6(3).ggb.....	125
Figura 34: Plano de Aula	128
Figura 35: Plano de Aula – Continuação (1)	129
Figura 36: Plano de Aula – Continuação (2)	130

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Faixa Etária.....	76
Gráfico 2: Tempo de Exercício no Cargo	76
Gráfico 3: Carga Horária Semanal de Trabalho	77
Gráfico 4: Formação Escolar.....	77
Gráfico 5: Formação profissional/acadêmica	78
Gráfico 6: Pós-graduações (latu sensu) e/ou especializações	78
Gráfico 7: Participação em cursos de capacitação profissional.....	79
Gráfico 8: Indicação de participantes que tiveram contato com geometria ou desenho geométrico em fase de escolarização	80
Gráfico 9: Conhecimento sobre documentos oficiais com relação ao ensino da geometria	80
Gráfico 10: Recursos didáticos utilizados em aula	81
Gráfico 11: Conhecimento tecnológico.....	82

Sumário

CAPÍTULO 1 – PROBLEMÁTICA.....	33
1.1. - Introdução.....	33
1.2. - Objetivo e Questão de Pesquisa	36
1.3. - Tecnologias Digitais no Ensino	37
1.4. - Ensino de Geometria na Escola Básica	39
1.5. - Sala de Aula Invertida - SAI.....	41
1.6. - Estrutura do Trabalho	42
CAPÍTULO 2 – REFERENCIAL TEÓRICO.....	45
2.1. - O Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico.....	45
2.2. - Estudos Preliminares.....	48
2.3. - Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular	53
2.4. - A Teoria TPCK como suporte na Formação de Professores.....	58
2.5. - Metodologias Ativas e Modelos Híbridos	62
CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA DE PESQUISA	67
3.1. - Metodologia da Pesquisa.....	67
3.2. - Estrutura da Formação.....	70
3.3. - Os Instrumentos de Coletas de Dados.....	71
3.4. - Caracterização dos Sujeitos da Pesquisa.....	75
CAPÍTULO 4 – ESTRUTURA DA FORMAÇÃO	85
4.1. - Primeiro Encontro Presencial.....	87
4.1.1. - Módulo 0 - Encontro Presencial.....	87
4.1.2. - Módulo 1 - Explorando Triângulos	90
4.2. - Atividades <i>Online</i>	93
4.2.1. - Módulo 2 - Explorando Polígonos	93
4.2.2. - Módulo 3 - Explorando Círculo e Circunferências	96
4.3. - Segundo Encontro Presencial.....	99

4.3.1. - Módulo 4 - Encontro Presencial.....	99
4.4. - Atividades Online	102
4.4.1. - Módulo 5 - Explorando Poliedros	102
4.4.2. - Módulo 6 - Explorando Poliedros e Sólidos de Revolução	105
4.5. - Terceiro Encontro Presencial	107
4.5.1. - Módulo 7 - Encontro Presencial.....	108
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DA PARTICIPAÇÃO DOS PROFESSORES.....	111
5.1. - Primeiro Encontro Presencial - Módulo 0 - Apresentação do Projeto, Moodle e GeoGebra - e Módulo 1 - Explorando Triângulos	111
5.2. - <i>Online</i> – Módulo 2 – Explorando Polígonos.....	115
5.3. - <i>Online</i> - Módulo 3 - Explorando Círculos e Circunferências	117
5.4. - Segundo Encontro Presencial - Módulo 4.....	120
5.5. – <i>Online</i> - Módulo 5 - Explorando Poliedros.....	121
5.6. – <i>Online</i> - Módulo 6 - Explorando Poliedros e Sólidos de Revolução.....	123
5.7. - Terceiro Encontro Presencial - Módulo 7	127
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	139
REFERÊNCIAS	145
APÊNDICES.....	151
Apêndice A: Módulo 1 - Pesquisa Pessoal	151
Apêndice B: Módulo 6 - Questionário de perfil	153
Apêndice C: Módulo 7 - Pesquisa final	160
Apêndice D: Módulo 1 - Texto de apoio 1 (Geometria: Iniciando os estudos - Parte 1)...	162
Apêndice E: Módulo 1 - Atividades com o GeoGebra (1º. Encontro Presencial	167
Apêndice F: Módulo 2 - Fórum: planejando o tempo	173
Apêndice G: Módulo 2 – Texto de apoio 2 (Geometria: Continuando os estudos - Parte 2)	174
Apêndice H: Módulo 2 – Atividades com o GeoGebra (Polígonos)	178
Apêndice I: Módulo 3 - Texto de apoio 3 (Geometria: Continuando os estudos - Parte 3 – Círculos e Circunferências).....	182
Apêndice J: Módulo 3 – Atividades com o GeoGebra (Círculo de circunferência).....	184

Apêndice K: Módulo 4 – Encontro Presencial – Atividades do módulo 2 (Polígonos)	187
Apêndice L: Módulo 4 – Encontro Presencial – Atividades dos módulo 3 (Círculo e circunferência).....	190
Apêndice M: Módulo 4 - Atividade: Explorando Quadriláteros.....	193
Apêndice N: Módulo 4 – Geometria Espacial – Apresentação do GeoGebra 3D.....	194
Apêndice O: Módulo 5 - Texto de apoio 4 - Geometria (Sólidos Geométricos – Poliedros)	205
Apêndice P: Módulo 5 - Texto 5 - Geometria (Continuando os estudos - Corpos Geométricos).....	210
Apêndice Q: Módulo 5 – Atividades com o GeoGebra.....	215
Apêndice R: Módulo 6 - Texto de apoio 6 – Geometria (Sólidos Geométricos – Corpos Redondos ou Sólidos de Revolução)	219
Apêndice S: Módulo 6 - Atividades com o GeoGebra	224
Apêndice T: Módulo 7 - 3º Encontro Presencial.....	227
Apêndice U: Módulo 7 – Texto de apoio 7 – Materiais no GeoGebra	230
ANEXOS	233
Anexo A: TCLE	233
Anexo B: Módulo 3 – Texto sobre a Teoria de Van Hiele.....	235
Anexo C: Parecer Consubstanciado Da Comissão de Ética da PUC.....	236

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA

1.1 Introdução

Desde o início da minha carreira docente em 1991, venho observando inúmeras situações que levaram a algumas inquietações e questionamentos sobre o ensino da Matemática, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio. Uma pergunta sempre me perturbou: por que a dificuldade no ensino e na aprendizagem da Matemática, em particular, a Geometria?

Presenciei algumas situações em escolas particulares de São Paulo, nas quais alguns conceitos de Matemática eram apresentados de forma inadequada para os alunos, tanto no Ensino Fundamental I como no Fundamental II. Talvez fosse uma maneira de arriscar, no discurso didático, uma realidade mais próxima do mundo concreto dos alunos, mas, ainda assim, inadequado. São inúmeros os exemplos desse tipo de ocorrência: uma professora, durante uma aula de classificação de quadriláteros, afirmou aos alunos que: “*o paralelogramo era um retângulo deitadinho*”; em outra situação já no 7º ano do Ensino Fundamental II, durante a aula de construções de triângulos, afirmou-se aos alunos que: “*o lado maior seria sempre a base do triângulo*”. Esse tipo de conduta diante dos traçados epistemológicos levam os alunos a uma circularidade de pensamento, que rotula e simplifica o conhecimento, sem a correção teórica necessária. Alunos de 8º e 9º anos, por exemplo, não sabiam diferenciar círculo de circunferência, entre outros aspectos.

Em algumas escolas em que lecionei, a falta de domínio didático disfarçava-se ainda menos: algumas professoras do 4º e 5º anos pediam meu auxílio para a elaboração de suas aulas, principalmente as de Geometria, justificando que, com relação às aulas de Aritmética, não havia muitos problemas, mas nas de Geometria faltava-lhes conhecimento específico, o que acarretava o surgimento de várias dúvidas para a prática da sala de aula.

Embora as noções de Matemática sejam recorrentes em nosso cotidiano e desde sempre introduzida na rotina escolar das crianças, a Matemática só é apresentada às crianças como uma disciplina do currículo escolar nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os profissionais que ensinam as crianças as primeiras noções matemáticas são professores pedagogos. Seria ideal que esses educadores estabelecessem uma relação positiva com a Matemática, para que possam auxiliar na constituição de uma aproximação satisfatória entre as crianças e a disciplina, bem como no desenvolvimento de conceitos matemáticos pelos alunos. *“Parte-se do pressuposto de que conhecer suficientemente Matemática, é tarefa do professor preparado para ser um educador matemático”*. (JUSTO, 2012, p.92).

Entretanto, principalmente no Ensino Fundamental I, a formação dos professores pedagogos apresenta-se insuficiente, não só com relação ao conhecimento específico da Matemática e Geometria, mas também com relação à didática para o ensino desses temas e no conhecimento de tecnologias, principalmente as digitais, para o desenvolvimento de estratégias que poderiam garantir um melhor aprendizado na atualidade. Esse despreparo do professorado pode resultar em problemas e lacunas de conhecimentos dos docentes, o que pode prejudicar a vida escolar dos alunos no Ensino Fundamental II.

A formação de professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental ocorre nos cursos de Pedagogia. Curi (2005), em sua pesquisa, analisou de que maneira as instituições de ensino superior incorporam as orientações oficiais quanto à formação docente, com ênfase na oferta de disciplinas voltadas à formação Matemática dos futuros professores e suas respectivas ementas. Ainda segundo Curi (2005), noventa por cento (90%) dos cursos de pedagogia priorizam as questões metodológicas como essenciais à formação desse profissional, contudo, as disciplinas que abordam tais questões contam com uma carga horária bastante reduzida.

Libâneo (2013), ao analisar os currículos do curso de Pedagogia no que se refere à disciplina de Matemática, mostra que a frágil preparação desses conteúdos, no que diz respeito ao seu aprofundamento teórico para ensino nos anos iniciais, acarreta um prejuízo no desenvolvimento dos estudantes, fragilizado ainda mais em função da formação do professor.

Autores apontam que:

Especialmente os pedagogos trazem marcas profundas de sentimentos negativos em relação a essa disciplina, no caso Matemática, as quais implicam, muitas vezes, bloqueios para aprender e para ensinar, (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2009, p.22).

Esse bloqueio do indivíduo que se forma em Matemática contribui para uma prática profissional que não favorece a aprendizagem Matemática dos estudantes, como afirmado por Mello (2001, p.156): “*Ninguém promove aprendizagem de conteúdos que não domina nem a constituição de significados que não possui ou a autonomia que não teve oportunidade de construir*”.

O fato de muitos professores de hoje não terem tido maior contato com a Geometria em sua formação escolar pode ter dificultado a percepção, por eles, da importância do pensamento geométrico para o próprio conhecimento matemático das pessoas, o que propicia tornar sua prática deficitária. Tal situação, de certa forma, vem se arrastando até os dias atuais.

Deste modo, ensinar Matemática nos anos iniciais é uma tarefa especial e desafiadora para boa parte dos professores licenciados em Pedagogia, visto que as disciplinas relacionadas ao conhecimento da Matemática podem não os preparar suficientemente para a docência dos conteúdos determinados pelo plano pedagógico.

No entanto, a Geometria é fundamental para compreender o espaço por onde nos movemos, bem como para perceber aspectos essenciais da atividade Matemática.

Vale ressaltar que para Van De Walle (2009):

Nem todas as pessoas pensam sobre as ideias geométricas da mesma maneira. Certamente, nós não somos todos iguais, mas somos capazes de crescer e desenvolver nossa habilidade de pensar e raciocinar em contextos geométricos. (VAN DE WALLE, 2009, p.439).

Como se pode perceber, não há como descartar a ideia de que o ensino de Geometria deva fazer parte da prática pedagógica docente. Para promover um ensino de Geometria que leve o aluno à compreensão das relações geométricas, é necessário oferecer aos professores espaços de discussão e reflexão, para que eles possam vivenciar situações significativas propícias para o desenvolvimento de competências, habilidades, atitudes e (re) significações de suas concepções sobre a atividade docente no campo da Geometria.

Para Justo e Dorneles,

A formação inicial e continuada precisa considerar a atualização do conhecimento matemático do professor no contexto da prática docente, em que as situações reais de sala de aula possam servir como ponto de partida para a reflexão sobre a sua prática, bem como para a melhoria da aprendizagem (JUSTO e DORNELES, 2012, p.16).

E segundo Imbernón,

Uma nova forma de ver a educação e a formação dos professores passa necessariamente por uma compreensão sobre o que está ocorrendo diante das especificidades das áreas do currículo, das mudanças vertiginosas do contexto, da veloz implantação das novas tecnologias da informação, da forma de organização nas instituições escolares, da integração escolar entre crianças diferentes, do respeito ao próximo, de tudo que nos rodeia e do fenômeno intercultural. (IMBERNÓN, 2010, p.48).

E Nacarato ressalta ainda:

Se os professores que hoje atuam nas séries iniciais não aprenderam Geometria durante sua escolarização básica, resta aos cursos específicos de formação docente – inicial ou continuada – o trabalho com esse campo da Matemática. (NACARATO, 2007, p.5).

É de direito de todas as crianças e jovens ter a possibilidade de conhecer, em profundidade apropriada, as ideias e os métodos fundamentais da Matemática, apreciando o seu valor e a sua natureza.

1.2 Objetivo e Questão de Pesquisa

Em função das reflexões previamente expostas, delineiam-se as justificativas para a realização deste trabalho; conforme as autoras Laville e Dionne (1999, p.98), *“problemática é o conjunto de fatores que fazem com que o pesquisador se conscientize de um determinado problema, veja-o de outro modo, imaginando tal ou tal eventual solução”*.

Assim sendo, a proposta da presente pesquisa foi a de desenvolver uma formação continuada em Geometria, procurando capacitar educadores, *à priori* pedagogos, os quais lecionam no Ensino Fundamental I, interessados no uso das TIC, Tecnologias da Informação e Comunicação, para o ensino em sala de aula, proporcionando-lhes instrumentos de trabalho que sejam úteis na tarefa de

concretizar as intenções educativas de uma forma adequada aos alunos, possibilitando uma interatividade entre os participantes e o formador.

As considerações acima direcionaram esta pesquisa às seguintes questões:

- Uma formação continuada com base em aspectos da “Sala de Aula Invertida” pode criar condições para uma autonomia do professor a fim de que ele se atualize em seus conhecimentos e conseqüentemente aprimore sua prática docente?
- Particularmente, como questão complementar, qual seria a percepção destes professores no que diz respeito à utilização de recursos tecnológicos e do *software* GeoGebra como proposta de aprimoramento de seus conhecimentos em Geometria?

Esta proposta de formação continuada foi realizada com professores de Ensino Fundamental I de escolas da prefeitura de São Paulo, da Diretoria Regional de Ensino, DRE, de São Miguel Paulista, com base em aspectos do Modelo da Sala de Aula Invertida, em um Ambiente Virtual de Aprendizagem - AVA, nesse caso com plataforma Moodle, valorizados, como ferramenta complementar ao modelo adotado, os fóruns disponibilizados em cada tópico.

Foi utilizado o *Software* GeoGebra, conhecido por ser um *software* livre e dinâmico, de fácil manuseio, facilitador no sentido de fazer compreender melhor as propriedades dos objetos matemáticos, dando aos seus usuários a possibilidade de explorar, visualizar e elaborar conjecturas, analisar e verificar ideias, redescobrir e construir novos conhecimentos, sem limitações para a utilização da curiosidade e da criatividade do usuário.

1.3 Tecnologias Digitais no Ensino

A sala de aula vive, hodiernamente, uma fase de aproveitamento e descobrimento de novos recursos tecnológicos. Entretanto, para que isso possa acontecer de maneira satisfatória e que resulte em bons processos didáticos, não basta apenas equipar as salas de aula com máquinas; é preciso preparar os

professores com relação ao conhecimento matemático e ambientá-los às tecnologias disponíveis. Contudo, existe ainda alguma resistência ou certa dificuldade por parte dos educadores em absorver a prática dos recursos tecnológicos em sua rotina docente.

A atual geração já nasceu em tempos em que há farta disponibilidade de tecnologias diversas; muitos possuem intimidade com interfaces digitais, porém, o grande desafio está em direcionar, com base em boas estratégias didáticas, o potencial de manuseio dessas habilidades tecnológicas dos jovens para a construção do saber, pois tanto na Matemática como em qualquer outra disciplina, o envolvimento do aluno é uma condição fundamental para a aprendizagem. O aluno tem condições de aprender quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos, com vista a atingir um objetivo do sucesso na aquisição do conhecimento.

Para que se busque o sucesso na aquisição do conhecimento Matemático, a temática tem que se tornar atrativa aos alunos. É necessário incentivar o pensamento crítico, o raciocínio lógico, colocá-los em situações mais próximas da realidade de modo a instigar a curiosidade. Urge trazer o ensino da Matemática para o mundo prático e atual, inserindo-o na era da tecnologia digital, propiciando ao aluno uma aprendizagem investigativa.

Vale ressaltar então que,

Nessa perspectiva, a incorporação das TIC se dá no sentido de abrir possibilidades para fazer, pensar e conviver, que não poderiam ser pensadas sem a presença dessas tecnologias, assim como nas investigações Matemáticas, no nosso caso específico a Geometria, onde contribuem para uma compreensão de fatos e relações geométricas que vão muito além da simples memorização e utilização de técnicas, contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, contribuem para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolvem capacidades, tais como a visualização espacial, desenvolvem a habilidade de usar diferentes formas de representação, contribuem para evidenciar conexões matemáticas e ainda contribuem em ilustrar aspectos interessantes da história e da Matemática. (PONTE, 2009, p.71).

Além disso, segundo Bonilla e Pretto (2005), o uso das TIC introduz um novo sistema simbólico para ser processado, (re) organiza a visão de mundo de seus usuários, modifica hábitos cotidianos, valores e crenças, constituindo-se em elementos estruturantes das relações sociais; os processos evidenciam um movimento ininterrupto de construção de cultura e conhecimento.

Embora possa passar aos alunos a impressão de que o recurso seja somente lúdico, ao trabalhar com as tecnologias digitais no ciclo de alfabetização, o professor

deve ter cuidado para que sua utilização não seja entendida como um mero passatempo.

Para isso, a seleção de *software* e o planejamento da aula são fundamentais para que a criança consiga estabelecer relações entre as situações vivenciadas na sala de aula e as situações vivenciadas com o uso de tecnologias digitais, cruzando os caminhos de conhecimento e acolhendo as noções científicas a contento.

Portanto, segundo Pimentel (2007), atrelada à mudança de paradigma está à compreensão de que o papel do professor na atualidade é o de estimular os alunos a aprenderem a buscar e selecionar as fontes de informação disponíveis para a construção do conhecimento, analisando-as e reelaborando-as.

E, mais importante do que o professor dominar as técnicas, o fato de estar apto a construir o percurso com os estudantes, os quais, muitas vezes, já se apropriaram das tecnologias sem saberem utilizá-las em seu cotidiano educacional, é fundamental.

1.4 Ensino de Geometria na Escola Básica

Também muito em função da dificuldade do professorado em dominar com segurança os conteúdos geométricos, para que fossem ensinados aos alunos, acabou ocorrendo um abandono do Ensino de Geometria nas escolas em idos de 1970. Afirmam Nacarato e Santos que:

O Ensino de Geometria no Brasil passou por várias fases. Sabemos que, até 1960, ele se baseava nos estudos de Euclides. Entre 1970 e 1980, recebeu a influência do Movimento da Matemática Moderna, em que o ensino tinha ênfase principalmente na linguagem, dificultando a compreensão dos conceitos. Os docentes também encontravam dificuldades para ensinar os conteúdos e, associados a toda essa complexibilidade, os livros didáticos existentes naquela época traziam os conteúdos geométricos nos capítulos finais. Isso, de certa forma, contribuiu para que o ensino desse conteúdo se tornasse bastante insatisfatório, provocando o seu abandono pela escola. (NACARATO e SANTOS, 2017, p.14).

Perez (1991) afirma que tal abandono surgiu com o advento da Matemática Moderna, no qual o Ensino da Geometria passou a ser abordado por meio de espaços vetoriais e transformações, ou seja, por meio de uma abordagem que não era a axiomática euclidiana, mas que mantinha o modelo de Euclides como

referência. Com isso, o ensino de Geometria passou a ser o “terror” dos professores que, perdidos no meio das controvérsias que giravam em torno do método axiomático euclidiano sobre as demonstrações de alguns teoremas, e, sobretudo sem entenderem o que a Álgebra Linear tinha a ver com o ensino da Geometria colocaram o conteúdo-problema para o último plano.

Sem saber o que ensinar e como ensinar, a maioria dos professores passou a valorizar apenas aspectos da Teoria dos Conjuntos, que não deviam ser fundamentais no 1º grau (Fundamental). E isso continuou mesmo após o advento da Matemática Moderna, sendo utilizado como “arma” ou “desculpa” por parte dos professores. (PEREZ, 1991, p.22).

Veloso destaca ainda:

[...] Assim, o que é corrente encontrar, nos manuais e na prática dos professores, é a Geometria como “ilustração” ou a Geometria como “pretexto”, mas raramente questões matemáticas onde existam verdadeiras conexões entre a Geometria e outras áreas da Matemática, que permitam iluminar essas questões a partir de diferentes perspectivas. (VELOSO, 1999, p.20).

Nesse sentido, Perez (1991) argumenta que, em sala de aula, muitos professores deixaram de apresentar e incentivar os alunos a fazerem quaisquer demonstrações. A principal justificativa foi a falta de tempo para demonstrar teoremas, visto que nem mesmo o básico necessário da Geometria poderia ser desenvolvido com folga e tranquilidade durante o ano letivo. Para não trabalharem com Geometria, utilizaram também o argumento de que a Matemática deve ser “prática”, e que “de nada adiantava ficar demonstrando teoremas”.

Contudo, indo de encontro ao senso comum dos docentes, problematiza Perez (1991) que:

O professor precisa refletir sobre a concepção de escola, como instituição que transmite conhecimentos e como local que ajuda o aluno a desenvolver o seu potencial intelectual, que o ensina a pensar, que o ajuda a descobrir caminhos para efetuar transformações na sociedade em que vive. (PEREZ, 1991, p.25).

Afirmando ainda que:

O ensino por repetição pouco ajuda o aluno a desenvolver o seu potencial intelectual, contribuindo assim com o empobrecimento da Matemática pelo fato de não contar com a participação do aluno na construção do conteúdo daquele conhecimento. (PEREZ, 1991, p.26).

Entretanto, já há algum tempo, diversos autores como Kline (1976), D'Ambrosio (1986), Piaget (1984) e Pinto (1968) contestam a visão do movimento da Matemática Moderna, que destacava o papel da Geometria para ilustrar o caráter

dedutivo e axiomático da Matemática e desvaloriza os aspectos ligados à observação, à experimentação e à construção.

1.5 Sala de Aula Invertida - SAI

O Modelo da Sala de Aula Invertida, SAI, pode trazer novos horizontes para a formação de professores, pois permite que aqueles que apresentam dificuldades para se inserirem nas oportunidades de Formação, atualizem-se de acordo com seu tempo e espaço. É um modelo de Ensino Híbrido ou *Blended Learning* que, por sua vez, está inserido nas Metodologias Ativas.

Essas metodologias são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos participantes que, de acordo com Lopes (2003), permitem criar um ambiente de motivação para engajar os sujeitos nas atividades; possibilita a reflexão como forma de construção dos conceitos; estimula a cooperação entre os participantes; desenvolve a autonomia na busca de informação e a capacidade de investigação.

Tori (2009) refere-se ao Ensino Híbrido como:

Dois ambientes de aprendizagem que historicamente se desenvolveram de maneira separada, a tradicional sala de aula presencial e o moderno Ambiente Virtual de Aprendizagem, e que vêm se descobrindo mutuamente complementares. O resultado desse encontro são cursos híbridos que procuram aproveitar o que há de vantajoso em cada modalidade, considerando contexto, custo, adequação pedagógica, objetivos educacionais e perfis dos alunos (TORI, 2009, p.121).

Segundo Bergmann e Sams (2016), todo professor que optar pela inversão da sala de aula terá maneiras distintas de colocá-la em prática; eles ponderaram que:

[...] quando começamos a aplicar a inversão de salas de aula, logo percebemos que havíamos nos deparado com um sistema que efetivamente capacitaria os professores a personalizar o ensino para cada aluno — o objetivo dos educadores desde os primórdios do conceito de aprendizagem individualizada. Ao apresentarmos nosso modelo de Sala de Aula Invertida a educadores de todo o mundo, muitos disseram: “Esse método é replicável, escalável, personalizável e facilmente ajustável às idiossincrasias de cada professor”. (BERGMANN; SAMS, 2016, p.6).

Com isso, obtém-se uma integração entre atividades realizadas em sala de aula com atividades *online* no Ambiente Virtual de Aprendizagem – AVA, com a ressalva de que o sujeito controla seu lugar, tempo e ritmo de sua aprendizagem.

Desse modo, a intenção da nossa pesquisa foi apresentar uma proposta para contribuir na preparação dos professores, a fim de que aprendam e ensinem por meio do estudo da própria prática, contando com o uso de tecnologias digitais, como uma maneira de abrir possibilidades para que a inclusão digital se faça de forma que realce o que de novo essas tecnologias podem trazer para a educação, para a expansão da sala de aula, ou mudança de noção daquilo que entendemos por sala de aula.

No próximo capítulo, a questão das Metodologias Ativas e a do Ensino Híbrido serão aprofundadas com mais detalhe.

1.6 Estrutura do Trabalho

Será apresentada nesse item a estrutura da pesquisa, organizada em cinco capítulos e descritas resumidamente a seguir.

No primeiro capítulo, são apresentados os aspectos que levaram à escolha desse tema de pesquisa, bem como a justificativa desse trabalho. Será apresentado também um breve histórico do Ensino de Geometria nas escolas básicas, a formação específica em Matemática dos professores dos anos iniciais e conseqüentemente a importância da necessidade das formações continuadas, além da inclusão digital no ensino básico, essencial nos dias de hoje, tanto para alunos como para professores, para o aprimoramento do desenvolvimento cognitivo na prática pedagógica.

No segundo capítulo, será apresentada a importância do pensamento geométrico com base na teoria de Van Hiele, algumas sínteses de leituras de trabalhos de Mestrado e Doutorado já realizados e alguns aspectos sobre a preocupação em conciliar diferentes representações no estudo de seus objetos no processo de construção de conceitos geométricos. Serão apresentadas também, as

possíveis contribuições que a tecnologia digital, na formação continuada de professores, pode trazer para a prática em sala de aula.

Ainda no segundo capítulo, serão apresentados aspectos do ensino da Geometria segundo documentos oficiais, como o PCN, Parâmetros Curriculares Nacionais, (BRASIL, 2001), proposta curricular do estado de São Paulo, (SÃO PAULO, 2008) e a atual BNCC, Base Nacional Comum Curricular, (BRASIL, 2017); e ainda sobre a formação de professores e o uso de tecnologias digitais na sala de aula, e os modelos de Ensino Híbrido e suas possibilidades.

No terceiro capítulo, será apresentada a metodologia de pesquisa adotada, o experimento realizado, bem como os sujeitos da pesquisa, além do procedimento selecionado para formação continuada, oferecida aos professores e sua respectiva estrutura, descrevendo ainda a maneira como ocorreu a coleta de dados.

No quarto capítulo, serão descritas todas as atividades propostas e os critérios de análise a que foram submetidas às atividades.

No quinto capítulo, serão apresentadas as análises desse estudo, que desenvolveu uma proposta de formação continuada em Geometria, para os professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nas considerações finais, será feito um breve resgate da trajetória da pesquisa e apresentação de uma síntese dos resultados da coleta de dados, fundamentados na análise desenvolvida no capítulo anterior, capítulo 5, e na tentativa de responder às questões de pesquisa, principal e complementar, proposta no primeiro capítulo.

CAPÍTULO 2

REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo será apresentado o Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, que propõe um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam possíveis caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro.

Seguindo por este viés, serão discutidos, ainda, alguns aspectos de pesquisas já realizadas relacionadas ao nosso tema de pesquisa, que é a formação continuada de professores em Geometria com o uso de Tecnologias Digitais e Ensino Híbrido, de acordo com os documentos oficiais que normatizam a Educação no Brasil, como a BNCC (2017) – Base Nacional Comum Curricular, PCN (2001) – Parâmetros Curriculares Nacionais e a proposta curricular do estado de São Paulo, SÃO PAULO (2008) e contextualizando o Ensino da Matemática e Geometria.

Ainda no capítulo presente, serão identificados aspectos da Teoria TPCK, *Technological, Pedagogical, Content Knowledge*, e sua utilização em questões de formação de professores com o uso de tecnologias, além das Metodologias Ativas, mais especificamente, a Sala de Aula Invertida, modelo usado nessa pesquisa.

2.1 O Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico

A teoria de Dina e Peter Van Hiele refere-se ao ensino e à aprendizagem da Geometria. Foi desenvolvida nos anos 50 e propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos. Esta progressão é determinada pelo ensino. Assim, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis

superiores de pensamento. Sem experiências adequadas, o seu progresso através dos níveis fica fortemente limitado.

Neves (1998), afirma que:

Quando falarmos em Geometria é necessário nos reportarmos ao pensamento geométrico, definido como resultado das relações e das representações espaciais que as crianças desenvolvem desde muito pequenas. Tal pensamento se forma inicialmente pela exploração sensorial dos objetos, das ações e deslocamentos que realizam no meio ambiente [...] Apesar de vivermos num mundo tridimensional, a maior parte do material visual geométrico didático que apresentamos às crianças é bidimensional, como por exemplo, desenhos no papel ou no quadro-negro (NEVES, 1998, p.65).

Segundo Villiers (2010, p.401) as características gerais de cada nível podem ser descritas da seguinte maneira:

- **Nível 1: reconhecimento** – Os alunos reconhecem as figuras visualmente por sua aparência global, mas não identificam as propriedades de tais figuras explicitamente.
- **Nível 2: análise** – Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras e aprendem a terminologia técnica adequada para descrevê-las, sem, contudo correlacionar as figuras com suas propriedades.
- **Nível 3: ordenação** – Os alunos realizam a ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem as correlações entre elas.
- **Nível 4: dedução** – Os alunos começam a desenvolver sequências mais longas de enunciados e a entender a significância de dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas.
- **Nível 5: Rigor** – Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

A teoria de Van Hiele sugere que o pensamento geométrico evolui de modo lento desde as formas iniciais de pensamento até às formas dedutivas finais onde o processo intuitivo e o dedutivo vão se articulando. As crianças começam por reconhecer as figuras e diferenciá-las pelo seu aspecto físico e só posteriormente o fazem pela análise das suas propriedades.

Assim, é importante que ao nível do 1º ciclo, privilegie-se a abordagem intuitiva e experimental do conhecimento do espaço e do desenvolvimento das formas mais elementares de raciocínio geométrico em ligação com as propriedades fundamentais das figuras e das relações básicas entre elas. Para ser adequado, isto

é, para ter em conta o nível de pensamento dos alunos, é importante que o ensino da Geometria no 1º ciclo tenha como preocupação ajudá-los a progredir no processo de abstração, partindo do nível visual (concreto) para o nível de análise.

Outro aspecto destacado no modelo Van Hiele diz respeito às fases – ou etapas - de aprendizagem, pois a organização de um curso, seus conteúdos e materiais utilizados devem estar previstos no planejamento do professor.

O modelo propõe cinco fases sequenciais de aprendizagem:

- **A *interrogação***, durante a qual os professores e alunos desenvolvem atividades, observando, conversando e levantando questões envolvendo o objeto de estudo relacionado ao respectivo nível;
- **A *orientação dirigida***, em que os alunos estudam o tópico, explorando o material elaborado pelo professor, o qual é composto, na maior parte das vezes, por tarefas, cujo objetivo é de promover respostas específicas;
- **A *explicação***, sequência na qual os alunos e professor expressam suas observações e trocam visões baseadas nas experiências vividas anteriormente. O professor, nessa fase, tem o papel apenas de orientar seus alunos com relação ao uso de uma linguagem adequada;
- **A *orientação livre***, momento em que os alunos recebem tarefas mais complexas, com várias etapas, e que podem ser executadas de diversas maneiras;
- ***Integração***, momento quando os alunos realizam a síntese do que aprenderam e apresentam um panorama geral dos objetos e relações aprendidas. O professor pode auxiliar na elaboração desta síntese, porém com o cuidado de não introduzir nada novo.

Ao final, a expectativa é a de que os alunos tenham progredido no nível do pensamento e que o raciocínio recente substitua o antigo, com isso, que se tornem aptos para seguirem as fases de aprendizagem no nível superior.

Estas noções teóricas apresentadas para os professores em um dos textos da formação (Anexo B) também serviu de aporte para direcionar a construção das atividades propostas dessa formação, considerando os níveis: básico de

visualização, análise e ordenação procurando seguir as fases propostas por Van Hiele.

2.2 Estudos Preliminares

Apresentar pesquisas já realizadas sobre os tópicos desse estudo permitem conhecer a posição de alguns autores frente aos temas em questão: uso de tecnologia no ensino de Geometria, formação continuada de professores em Geometria com o uso de tecnologias e objetos de aprendizagem, formação continuada de professores no modelo do Ensino Híbrido com o uso de tecnologias digitais.

A tese de doutorado de Fainguelernt (1996) mostra a preocupação com o uso da tecnologia no ensino da Geometria há mais de vinte anos; descreve os resultados de uma investigação sobre o uso do computador na representação do conhecimento geométrico.

O objetivo do trabalho de Fainguelernt (1996) foi:

Compreender o processo de construção de conceitos geométricos por meio de diferentes representações: oral, escrita, gráfica, informática e outras, investigando e analisando o uso do computador no cotidiano da situação escolar, em particular no que se refere à formação de conceitos e à representação em Geometria. (FAINGUELERNT, 1996, s/p).

A fundamentação teórica do trabalho de Fainguelernt (1996) pautou-se nas teorias construtivistas¹ e interacionista², construcionista³, de representação e as de

¹Inspirado nas ideias do suíço Jean Piaget(1896- 1980), o método procura instigar a curiosidade, já que o aluno é levado a encontrar as respostas a partir de seus próprios conhecimentos e de sua interação com a realidade e com os colegas. O construtivismo propõe que o aluno participe ativamente do próprio aprendizado, mediante a experimentação, a pesquisa em grupo, o estímulo a dúvida e o desenvolvimento do raciocínio, entre outros procedimentos. A partir de sua ação, vai estabelecendo as propriedades dos objetos e construindo as características do mundo. ("*Construtivismo - Linha Construtivista*" em *Só Pedagogia. Virtuosa Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 26/03/2019 às 08:30. Disponível na Internet em <http://www.pedagogia.com.br/conteudos/construtivista.php>*

²É uma corrente que leva em consideração fator orgânico e ambiental, isto é, aspectos objetivos e subjetivos na determinação do desenvolvimento do sujeito. Os interacionistas acreditam numa complexa combinação de influências que podem favorecer o processo de aprendizagem. O ser humano não é compreendido como ser passivo, mas, ao contrário, assume um papel ativo, utilizando-se dos objetos e de suas significações para conhecer, aprender e consecutivamente, se desenvolver. Nesta abordagem, aprendizagem e desenvolvimento se inter-relacionam, se misturam e se completam, proporcionando ao indivíduo a responsabilidade de sua aprendizagem. ("*Teoria Interacionista*" – *Portal da Educação. Consultado em 26/03/2019 às 08:41. Disponível na Internet em <https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/esporte/teoria-interacionista/45721>*

inteligências múltiplas⁴ baseadas nos trabalhos de Piaget, Vygotsky, Papert, Frege, Fischbein, Vergnaud e Gardner.

Em sua pesquisa, Fainguelernt (1996), afirma que a habilidade em computação deve ser aprendida para ser usada, não podendo ser interpretada apenas, em sentido estreito, como um conhecimento técnico sobre computadores, não aplicado. O fundamental é poder usar o computador para o que se quer e o que se deseja.

A pesquisa de Fainguelernt (1996) provocou uma mudança de paradigma nas ideias que conduzem a rotina do professor: atitude de pesquisa versus atitude de cumprir o programa. As professoras começaram a valorizar o pensar dos alunos, isto é, passaram a anotar em seus cadernos a maneira pela qual os alunos estavam trabalhando, para, diante do comportamento cognitivo, elaborarem suas próximas aulas. Logo, o programa a ser cumprido passava a ser mais dinâmico e regulado com a demanda, e a antiga postura de seguir uma lista de temas era trocada por uma atitude mais investigativa.

A partir dessa reflexão, pode-se afirmar a importância do computador inserido na sala de aula, promovendo uma interação com o fazer do dia-a-dia. Recomenda-se, ainda, questionar as representações mentais implícitas na construção dos conceitos geométricos dos alunos, dos professores e dos pesquisadores, assim como a qualidade e a operacionalidade dos currículos, dos livros textos, dos materiais de computação utilizados na educação, visto que estão em contínua evolução.

³A construção do conhecimento se dá mediante o sujeito demonstrar o interesse em realizar algo que simbolize seu aprendizado de maneira prazerosa, enriquecendo sua prática. A essa aprendizagem denominamos de construcionista defendida por Papert (2008), O construcionismo propõe que a criança elabore suas próprias estratégias para pescar o conhecimento desenvolvendo suas percepções e controle do eu. Em suas definições sobre o construcionismo, Papert (2008) define como sendo uma reconstrução pessoal do construtivismo, onde o aluno constrói seu próprio conhecimento, mas sem desconsiderar o aspecto instrucional, reconhecendo a importância dos instrumentos para facilitar essa construção, no qual a escola tem um papel importantíssimo nesse processo de fornecer condições necessárias para que o aluno tenha a capacidade de criar. (SANTOS, 2014).

⁴ Para Gardner,(1998), a inteligência é algo mais complexo e nessa perspectiva deixou testes e padronizações de lado. Visando defender e ampliar o conceito de uma inteligência que não pode ser “mensurada” e se manifesta de forma prática, afirma que podemos classificar como inteligência o potencial para processar informações que pode ser ativado ou não a partir da “configuração cultural” do meio em que se vive, ou seja, toda habilidade ou conjunto de habilidades (capacidade) das quais dispõe um indivíduo que poderá desenvolvê-las, permitindo-lhe a resolução de problemas e a elaboração de produtos valiosos numa cultura. (NOVIKOBAS, MAIA, 2017).

Sugere ainda, que o uso da tecnologia do computador não se afirma tão e somente como uma ferramenta para promover ou implementar a aprendizagem da Geometria, mas como um catalizador para mudanças na postura dos professores em seu relacionamento com os alunos, tornando o ambiente de sala de aula um espaço de exploração, descoberta, criação e construção, mas, acima de tudo, de interação. Fica, pois, eminente que, em consequência das transformações trazidas pelos recursos tecnológicos, o uso dos computadores em sala de aula poderá acarretar mudanças na Educação Matemática.

Outro trabalho também relacionado com os objetivos dessa pesquisa, formação continuada de professores em Geometria com o uso de tecnologias, por exemplo, é o trabalho de Bagé (2008, p.10). Teve como objetivo “*verificar quais as possíveis contribuições que um curso de formação continuada, com a utilização da tecnologia, traz para a prática do professor no ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental I*”.

A pesquisa de Bagé (2008) teve como base os pressupostos teóricos do desenvolvimento do pensamento geométrico do modelo de Van Hiele, para a elaboração das atividades, e a formação de professores com o uso da tecnologia. Utilizou ainda como metodologia de pesquisa *Design Experiments*, visando o aprimoramento da proposta da oficina para futuros professores.

Ainda segundo a pesquisa de Bagé (2008), ao final da oficina, após a análise dos dados, chegou-se à conclusão que a proposta propiciou aos professores a percepção da importância do ensino da Geometria nas séries iniciais e as possibilidades que um *software*, no caso, o *Cabri-Géomètre*, o qual possibilita o desenvolvimento de conceitos geométricos e o *software Building Perspective*, disponível na época, na escola dos professores.

Outro estudo desenvolvido sobre o tema formação de professores foi a dissertação de Mestrado de Nifoci (2013), que teve como objetivo:

Analisar os conhecimentos revelados por professores de Matemática em um curso de formação continuada ao utilizarem objetos de Aprendizagem, disponíveis no repositório M3 Matemática Multimídia⁵ como recurso tecnológico para o ensino da Geometria. (NIFOCCI, 2013, s/p)

⁵ É um portal do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de Campinas. Essa coleção M³, Matemática Multimídia, contém recursos educacionais multimídia em formatos digitais desenvolvidos pela Unicamp com financiamento do FNDE, SED, MCT e MEC para o Ensino Médio de Matemática. Consultado em 26/03/2019. Disponível na internet em <https://m3.ime.unicamp.br/>

Essa pesquisa de Nifoci (2013) foi embasada nas ideias de Shulman sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e o Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPCK) de Mishra e Koehler.

Os resultados mostraram a necessidade de investimento na formação do professor, frente à utilização de recursos tecnológicos na escola, uma vez que o professor reconhece a importância desses recursos no processo de ensino e de aprendizagem, mas não o faz por desconhecer ou não saber proceder diante das tecnologias. Salvo isso, os professores se mostraram receptivos quanto a cursos para complementar sua formação inicial.

Com relação ao uso do Ensino Híbrido na formação continuada de professores, há alguns trabalhos recentes, como de Cunha (2018), que teve como objetivo analisar a influência das tecnologias digitais no desenvolvimento de um curso de formação continuada de professores, seguindo o modelo *Blended Learning*.

Professores do Ensino Fundamental experimentaram tecnologias digitais na produção do material multimodal *cartoon*⁶ e na elaboração de uma proposta para o ensino de Matemática no Modelo Híbrido. A questão de pesquisa colocada foi a de como as tecnologias digitais podem influenciar o desenvolvimento de uma proposta de formação continuada de professores, no modelo *Blended Learning*, com ênfase em uma perspectiva multimodal para o ensino de Matemática.

Os dados foram analisados com o método de indução analítica modificada, à luz da Teoria da Atividade⁷. Os resultados indicaram que as tecnologias digitais utilizadas na realização das tarefas “produção de *cartoons*” e “elaboração de uma

⁶Os textos multimodais têm mais de um ‘modo’ de apresentar uma informação: verbal e não verbal. Assim, o significado é comunicado por meio de uma sincronização de modos. Com relação aos estilos de aprendizagem, a multimodalidade certamente proporciona um ganho de eficácia educacional, uma vez que a utilização simultânea de modos verbal e não verbal privilegia tanto aqueles estudantes que são mais visuais quanto aqueles que são mais verbais. A multimodalidade favorece a aprendizagem dos estudantes de maneira a contemplar os diferentes estilos de aprendizagem. Os estilos de aprendizagem referem-se às preferências e tendências altamente individualizadas de uma pessoa, que influenciam sua maneira de aprender um conteúdo. (CUNHA, 2018).

⁷ A Teoria da Atividade, desenvolvida por Leontiev, defende que o desenvolvimento do homem se dá pela necessidade de uma relação com o meio em que está inserido com a satisfação de alguma necessidade pessoal; dessa forma, o desenvolvimento das funções psíquicas decorrerá de um processo de apropriação de algum saber, transformando a atividade externa em atividade interna. Segundo essa teoria, a aprendizagem é uma atividade humana movida por um objetivo, a qual concebe três pontos de relevância: acontece em um meio social; através de uma atividade mediada nas relações entre os sujeitos; e é uma atividade entre o sujeito e o objeto de aprendizagem. No campo escolar, a atividade está vinculada diretamente a ideia de necessidade de se ter um motivo para aprender. Assim, é o motivo que impulsiona a ação do aluno, de modo que ele seja responsável por sua aprendizagem, facilitando seu desejo por saber o porquê de determinada atividade e aonde se pretenderá chegar com ela a Teoria da Atividade constitui o ponto principal da presente exposição, pois é através da atividade, que ela proporcionará a interação dos conteúdos matemáticos com outras disciplinas escolares e com o contexto social, asseverando a inserção e integração social. (GRYMUZA, REGO, 2014).

proposta para o ensino de Matemática no Modelo Híbrido”, durante o curso de formação continuada, provocaram contradições nos sistemas de atividades, resultando em movimentos que apontam para uma ruptura na encapsulação⁸ da formação continuada.

Os professores passaram a perceber a formação continuada como um espaço de discussão e aprimoramento da prática docente, o que lhes permitiu enxergar “novos horizontes”, que eram impossíveis de serem vislumbrados em uma formação encapsulada. Além disso, os momentos de formação deixaram de ser percebidos como “cansativos e estressantes”, passando a ser “lúdicos e prazerosos”.

Outro trabalho foi o de Almeida (2017), que apresentou contribuições teórico-metodológicas para a formação continuada de professores de Matemática e Ensino Híbrido, enquanto aspectos que se correlacionam ao processo pedagógico do professor.

O objetivo da pesquisa foi compreender em que aspectos um curso de formação continuada, fundamentado no Ensino Híbrido, pode contribuir para o processo pedagógico de professores de Matemática, quanto à reflexão da própria prática pedagógica. Utilizou-se a pesquisa-ação⁹ como estratégia para seu desenvolvimento. Os dados coletados evidenciaram que a formação continuada é primordial para o desenvolvimento pedagógico do professor e do processo de ensino e aprendizagem. Demonstraram ainda que as tecnologias são aliadas do professor nas práticas de ensino, dinamizando seu trabalho em sala de aula.

Os resultados indicaram a necessidade, por parte das instituições de ensino, de incentivo aos processos formativos no âmbito escolar, considerando as particularidades das áreas de conhecimento, a partir da realidade vivida pelo professor.

Percebeu-se também, por parte dos professores, a importância do planejamento para a organização das ações docentes em sala de aula;

⁸ Encapsulação nada mais é do que esconder detalhes da implementação revelando somente uma pequena interface de uso.

⁹ A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação da realidade a ser investigada estão envolvidos de modo cooperativo e participativo. (THIOLLENT, 1985 p.14)

compreensão de que as tecnologias podem auxiliar o processo de ensino e aprendizagem; reflexão do professor como gestor da sala de aula; e por fim, o reconhecimento da relevância da formação continuada para o processo pedagógico e aperfeiçoamento da prática pedagógica.

Pela leitura atenta desses trabalhos, é possível perceber, que a preocupação com o Ensino da Geometria não é recente, inclusive com o uso de tecnologias digitais. Os resultados apresentados são importantes para nossa pesquisa, tanto na escolha das atividades como no acompanhamento da participação efetiva, *online* e presencial dos professores inscritos na formação.

2.3 Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ciclo I – PCN (BRASIL, 2001), recomendam o ensino da Geometria nos anos iniciais, sendo esta recomendação reforçada nos objetivos gerais de Matemática para o Ensino Fundamental, conforme segue:

Levar o aluno a fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico) (BRASIL, PCN 2001, p.51).

Destaca ainda, a importância de os conceitos geométricos estarem presentes nos currículos de Matemática, proporcionando ao aluno o desenvolvimento de um pensamento, ressaltado nos PCN (BRASIL, 2001, p.55) como “*o de compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive*”.

Segundo ainda os PCN (BRASIL, 2001), a Geometria é um tema de interesse dos alunos e pode ser trabalhada com situações problema, contribuindo para a aprendizagem de outros temas, estimulando a criança a observar e perceber as semelhanças e diferenças, bem como identificar regularidades.

As orientações didáticas dos PCN (BRASIL, 2001, p.128) encerram-se com a consideração: “*o uso de alguns softwares disponíveis também é uma forma de levar o aluno a raciocinar geometricamente*”.

Em consonância com os PCN (BRASIL, 2001), e como proposta para reflexão do professor, a Proposta Curricular de São Paulo prevê que:

Em Geometria, o ensino fundamental deve ocupar-se inicialmente com o reconhecimento e com a representação e classificação de formas planas e espaciais. É importante que se atente para a necessidade de incorporar o trabalho com a geometria em todos os anos da grade escolar, cabendo ao professor a escolha da distribuição mais conveniente dos conteúdos bimestrais, assim como o viés que será dado ao tratamento dos temas da Geometria. (SÃO PAULO, 2008, p.45-46).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, BNCC, (BRASIL, 2017), as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental são:

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados). Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BNCC – Base Nacional Comum Curricular, BRASIL, 2017, p.269).

A BNCC (BRASIL, 2017), propõe cinco unidades temáticas correlacionadas a saber, Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, as quais orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao

longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.

Segundo ainda a BNCC (BRASIL, 2017), a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática “Geometria” são, principalmente, construção, representação e interdependência.

Com relação ao ensino da Geometria Plana no Ensino Fundamental I, os aspectos importantes são: identificar e nomear figuras planas em desenhos apresentados em diferentes disposições, sólidos geométricos ou em contornos de faces de sólidos geométricos, por meio de características comuns; classificar e comparar essas figuras em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices, incluindo o uso de tecnologias digitais; reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou *softwares* de Geometria; reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Com relação ao ensino da Geometria Espacial, também no Ensino Fundamental I, os aspectos a serem considerados são: reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais, relacionando-as com objetos do mundo físico e nomeando essas figuras. Descrever características dessas figuras geométricas espaciais, relacionando-as com suas planificações, analisando, nomeando e comparando seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

Nos quadros a seguir diagramamos, segundo a BNCC (BRASIL, 2017), as relações entre os objetos de conhecimento e habilidades de acordo com cada ano/Fase.

Quadro 1: Conteúdo de Geometria – 1º ano do Ensino Fundamental I

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado.	Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, embaixo, é necessário explicitar-se o referencial.
Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.	Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.
Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais.	Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p. 278-281).

Quadro 2: Conteúdo de Geometria – 2º ano do Ensino Fundamental I

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido.	Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido.
Esboço de roteiros e de plantas simples.	Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência.
Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.	Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características.	Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p.282-285).

Quadro 3: Conteúdo de Geometria – 3º ano do Ensino Fundamental I

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência.	Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.
Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações.	Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.	Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
Congruência de figuras geométricas planas.	Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p.286-289).

Quadro 4: Conteúdo de Geometria – 4º ano do Ensino Fundamental I

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo.	Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.
Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características.	Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e <i>softwares</i> .	Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou <i>softwares</i> de Geometria.
Simetria de reflexão.	Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de <i>softwares</i> de Geometria.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p.290-293).

Quadro 5: Conteúdo de Geometria – 5º ano do Ensino Fundamental I

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano.	Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.
Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p.294-297).

Tanto os PCN (BRASIL, 2001) quanto a BNCC (BRASIL, 2017), compartilham da importância do Ensino da Geometria no Ensino Fundamental I, inclusive com o uso de tecnologias. Com isso, a importância de o professor ter domínio do conteúdo a ser ensinado acaba justificando a formação continuada dos profissionais.

2.4 A Teoria TPCK como suporte na Formação de Professores

As constantes inovações tecnológicas têm causado modificações em várias áreas da vida moderna. As diferentes “tecnologias emergentes” propiciam que a educação participe deste contexto evolutivo, que são caracterizadas por Moran

(2003, p.39) como “*um conjunto de ações de ensino-aprendizagem desenvolvidas por meios telemáticos, como a Internet, a videoconferência e a teleconferência*”.

Esse novo contexto coloca em primeiro plano a tecnologia como nunca imaginada há alguns anos. Assim, conhecimento de tecnologia torna-se um aspecto importante do conhecimento geral do professor, pois, cada vez mais, o seu papel deixa de ser o de único detentor e reproduzidor do conhecimento. Na modernidade, ele vai se transformando em um facilitador e/ou coordenador de atividades, responsável por criar motivações para que os estudantes façam suas próprias descobertas no processo coletivo de construção do conhecimento.

Embora nem todos os professores tenham adotado as novas tecnologias por diversas razões, incluindo medo de mudança e falta de tempo e apoio, o fato de que essas tecnologias chegaram para ficar não pode ser posta em dúvida. Além disso, a rápida taxa de evolução dessas novas tecnologias digitais impede que elas se tornem “transparentes”¹⁰ em um futuro muito próximo.

Professores precisam atuar indo além de simplesmente aprender a usar as ferramentas disponíveis atualmente; eles deverão se submeter a aprender novas técnicas e habilidades à medida que as tecnologias atuais forem se tornando obsoletas. Este é um contexto muito diferente das conceituações anteriores de conhecimento do professor, em que as tecnologias eram padronizadas e relativamente estáveis.

Os professores vivenciam situações complexas na sala de aula e para isso, precisam de uma base de conhecimento que sustente os processos de tomada de decisão. Essa base de conhecimento é constituída por um conjunto de compreensões, habilidades e disposições necessárias para atuação efetiva em situações específicas de ensino e aprendizagem (Shulman, 1987; Kenski, 2008; Koehler e Mishra, 2007).

Trabalhar a formação de professores buscando a melhoria do ensino, estimulando a pesquisa e a implementação de novas tecnologias de forma contextualizada ao cotidiano escolar é o caminho a ser construído por pesquisadores e programas de formação docente e professores (Bransford *et. al.*, 2007; Kenski, 2008).

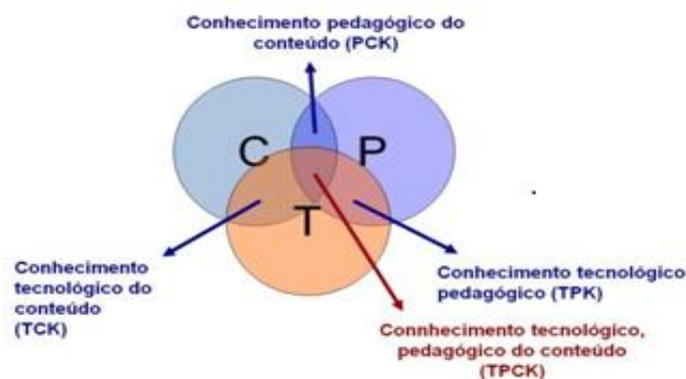
¹⁰Tecnologias Transparentes são tecnologias padrão que permanecem da mesma forma por muito tempo. O indivíduo a usa de forma automática sem se preocupar com mudanças, ou seja, elas não sofrem alterações, não evoluem.

Entretanto, as tecnologias educacionais não devem ser tratadas livres de contexto e que para que haja um bom aprendizado, é necessária uma compreensão de como a tecnologia pode se relacionar com a pedagogia e conteúdo.

Nesse sentido, vários autores (Neiss, 2005; Mishra e Koehler, 2006; Koehler *et. al.*, 2007; Angeli e Valanides, 2009) têm construído um modelo de formação da base conceitual do professor apoiado no tripé tecnológico, pedagógico e conteúdo (TPCK).

Mishra e Koehler (2006) citam que a abordagem do conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo vai além de capacitar o professor nessas três bases de conhecimento isoladas, ressaltando que as novas habilidades necessárias aos professores se encontram nas interseções entre eles. Como evolução, a proposta de SHULMAN (1987), mostra que o conhecimento pedagógico do professor em formação inicial ou continuada precisa ser aplicado ao ensino de conteúdos específicos; o TPCK acrescenta a esse primeiro modelo o conhecimento tecnológico.

Figura 1: Proposta do modelo TPCK



Fonte: Adaptado de MISHRA & KOEHLER, 2006.

O conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo (TPCK) é uma forma de conhecimento que vai além dos três componentes (conteúdo, pedagogia, e Tecnologia); é a base do bem ensinar com tecnologia e requer uma compreensão da representação de conceitos usando tecnologias; técnicas pedagógicas que usam tecnologias de maneiras construtivas para ensinar conteúdo; conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis de aprender; como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os estudantes enfrentam; conhecimento de como

a tecnologia pode ser usado para melhorar o conhecimento já existente e desenvolver novas epistemologias ou fortalecer as antigas.

Mais do que isso, TPCK consiste na integração desses três pilares de habilidades. O professor deve compreender e negociar as relações entre estes três componentes do conhecimento. Dessa forma, esses pressupostos teóricos são relatados como de grande potencial de aplicação para o direcionamento de programas de formação de professores (ANGELI e VALANIDES, 2009).

Como Shulman (1987) argumentou,

O objetivo da formação de professores não é doutrinar ou treinar professores a comportar-se de maneiras prescritas, mas educar os professores a raciocinarem sobre o seu ensino, bem como para executar habilmente. Raciocínio sólido requer tanto um processo de pensar sobre o que eles estão fazendo e uma base adequada de fatos, princípios e experiências para raciocinar.

Os professores devem aprender a usar sua base de conhecimento para fornecer motivos para escolhas e ações. . . Bom ensino não é apenas eficaz comportamental mente, mas também deve redefinir uma base de instalações aterradas. (SHULMAN, 1987, p.13).

Utiliza-se a estrutura do TPCK a fim de analisar os dados coletados durante a formação e estudar as mudanças nas variadas formas de interação entre os professores e a tecnologia. O TPCK pode ser útil não só para articular uma abordagem clara quanto ao método de ensino, mas também como uma lente analítica para estudar o desenvolvimento do conhecimento do professor sobre tecnologia educacional.

O TPCK é um processo multigeracional que envolve o desenvolvimento de entendimentos mais profundos da complexa teia de relações entre conteúdo, pedagogia e tecnologia, bem como os contextos em que funcionam. Ajuda-nos a identificar componentes importantes do conhecimento do professor, os quais são relevantes para a integração ponderada da tecnologia na educação.

Permite ainda examinar mais de perto os programas de sucesso de integração tecnológica e sugerir inferências sobre os mecanismos causais subjacentes ao seu sucesso.

Além disso, o quadro teórico TPCK também permite prever os contextos nos quais os professores aplicarão tecnologia de maneira inteligente, interessante e útil, ajudando a desenhar estratégias pedagógicas com uma lente analítica para estudar mudanças no conhecimento dos educadores no que diz respeito ao ensino bem-sucedido com tecnologia.

Nesta pesquisa, esperamos identificar tais conhecimentos em uma das atividades propostas: elaborar um modelo de plano de aula ao final da formação.

2.5 Metodologias Ativas e Modelos Híbridos

As metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida. Dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando e criando, com orientação do professor.

Segundo Moran (2018), “a vida é um processo de aprendizagem ativa, de enfrentamento de desafios cada vez mais complexos”. (MORAN, 2018, p.2).

Toda aprendizagem é ativa em algum grau, porque exige, tanto do aprendiz quanto do docente, formas diferentes de movimentação interna e externa, de motivação, seleção, interpretação, comparação, avaliação, aplicação.

“A curiosidade, o que é diferente e se destaca no entorno, desperta a emoção. E, com a emoção, se abrem as janelas da atenção, foco necessário para a construção do conhecimento”. (MORAN, 2018, p.3).

No intuito de esclarecer o que se entende por uma abordagem pautada em metodologias ativas de ensino, apresentamos a Figura 2, que sintetiza seus princípios.

Figura 2: Princípios que constituem as Metodologias Ativas de Ensino



Fonte: DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: Uma abordagem teórica. *Revista Thema*, Pelotas, RS, v.14, nº 1, p.268-288.2017.

As metodologias ativas, num mundo conectado e digital, expressam-se por meio de modelos de Ensino Híbrido, com muitas possíveis combinações.

Híbrido significa misturado, mesclado, *Blended*. É possível ensinar e aprender de inúmeras formas, quaisquer que sejam os momentos, em múltiplos espaços, pois esse processo, com a mobilidade e a conectividade existente nos dias atuais, torna-se muito mais perceptível, amplo e profundo: trata-se de um ecossistema mais aberto e criativo; aprendemos quando estamos com um professor e aprendemos sozinhos, aprendemos de modo intencional e de modo espontâneo. Aprendemos e ensinamos.

“O Ensino é Híbrido porque somos todos aprendizes e mestres, consumidores e produtores de informação e conhecimento”. (MORAN, 2015, p.28).

O Ensino Híbrido, hoje, conta com uma mediação tecnológica importante: físico-digital, móvel, ubíquo, realidade física e aumentada, que trazem inúmeras possibilidades de combinações, arranjos, itinerários e atividades.

Conforme Tori (2010), “há uma tendência em convergir a aprendizagem eletrônica e convencional, rumo a uma coexistência harmoniosa entre presencial e virtual, em variadas proporções, na educação do futuro”. (TORI, 2010, p.20).

De acordo com Lopes *et. al.* (2003), no Ensino Híbrido, os princípios norteadores são:

Criar um ambiente de motivação para engajar os participantes nas atividades; possibilitar a reflexão como forma de construção dos conceitos; Estimular a cooperação; Desenvolver a autonomia na busca da informação e a capacidade de investigação. (LOPES *et. al.* 2003, p.2).

Por conta disso, o Ensino Híbrido está sendo visto atualmente como uma forma de se oferecer melhores opções a cursos de formação de professores, já que trabalha com a aceitação de dois métodos de ensino: o presencial e *online*.

Segundo Christensen *et. al.*,

O Ensino Híbrido está emergindo como uma inovação sustentada em relação à sala de aula tradicional. Esta forma híbrida é uma tentativa de oferecer “o melhor de dois mundos” — isto é, as vantagens da educação *online* combinadas com todos os benefícios da sala de aula tradicional. (CHRISTENSEN *et. al.* 2013, p.35).

De acordo com o Instituto Clayton Christensen (2012), de modo geral, o Ensino Híbrido é um programa de educação formal onde o aluno aprende:

Pelo menos uma parte com a aprendizagem *online* com certo controle sobre o tempo, lugar ou ritmo; pelo menos uma parte em sala de aula, mas com supervisão fora dela. E as modalidades ao longo da aprendizagem de cada aluno no curso são interligadas para fornecer uma experiência

integrada de aprendizagem. <http://www.christenseninstitute.org/blended-learning-definitions-and-models/>

Segundo Christensen *et al.* (2013), o Ensino Híbrido possui modelos (Figura 3) que podem ser utilizados em função das necessidades que o curso ou disciplina requer.

Figura 3: Proposta de Ensino Híbrido



Fonte: Adaptado de MORAN, J.; Ensino Híbrido – Personalização e Tecnologia na Educação, p.54.

No Modelo de Rotação, os estudantes revezam as atividades realizadas de acordo com um horário fixo ou orientação do professor. As tarefas podem envolver discussões em grupo, com ou sem a presença do professor, atividades escritas, leituras e, necessariamente, uma atividade *online*. Nesse modelo, existem as seguintes propostas:

Rotação por Estações: Os estudantes são organizados em grupos, cada um dos quais realiza uma tarefa, de acordo com os objetivos do professor para a aula em questão. Após um determinado tempo, previamente combinado com os estudantes, eles trocam de grupo, e esse revezamento continua até todos terem passado por todos os grupos. Ao início e ao término do trabalho, o professor pode atuar como um mediador, levantando os conhecimentos prévios, estimulando o trabalho colaborativo e sistematizando, ao final, os aprendizados da aula.

Laboratório Rotacional: Os estudantes usam o espaço da sala de aula e laboratórios. Esse modelo começa com a sala de aula tradicional, em

seguida adiciona uma rotação para computador ou laboratórios de ensino. Esse modelo não rompe com as propostas que ocorrem de forma presencial em classe, mas o usa o ensino *online* como uma inovação sustentada para ajudar a metodologia tradicional a atender melhor às necessidades de seus alunos.

Rotação Individual: Cada aluno tem uma lista das propostas que deve contemplar em sua rotina para cumprir os temas a serem estudados. Aspectos como avaliar para personalizar devem estar muito presentes nessa proposta, uma vez que a elaboração de um plano de rotação individual só faz sentido se tiver como foco o caminho a ser percorrido pelo estudante de acordo com suas dificuldades ou facilidades.

Sala de Aula Invertida: Nesse modelo, a teoria é estudada em casa, no formato *online*, e o espaço da sala de aula é utilizado para discussões, resoluções de atividades, entre outras propostas. O que era feito em classe agora é feito em casa, e o que era feito em casa agora é feito em sala de aula. (BACICH, NETO, TREVISANI, 2015, p.55-56).

Ou seja, com relação à Sala de Aula Invertida, o aluno poderá aprender a matéria nova em casa, por conta própria, e estará em sala de aula contando com professores e tutores somente como apoio, para realizar a fixação do conteúdo; utilizará a tecnologia e métodos *online* para absorver o conteúdo e, depois, presencialmente, contará com a presença física de um professor para auxiliar em eventuais dúvidas e outras questões. Assim, a ideia é que os alunos utilizem o tempo em sala de aula para potencializar o aprendizado, já tendo contato com o assunto antes de estarem, fisicamente, na presença de um professor ou tutor.

De certa forma, esse tipo de educação une a proposta do EAD (Educação a Distância) e o ensino presencial, em sala de aula.

Ainda sobre a Sala de Aula invertida, ela tem como premissa a melhor utilização do tempo em sala de aula, pois regular adequadamente o tempo de aula sempre foi um desafio para o docente, sendo considerado por muitos professores uma barreira a ser enfrentada no processo de ensino e de aprendizagem, já que, muitas vezes, tira do aluno a oportunidade de que o aprendizado seja efetivado.

Uma das estratégias utilizadas é provocar o protagonismo dos participantes, com a utilização da tecnologia. Prado (2001) afirma que o uso da tecnologia pode ser um aliado extremamente importante, justamente porque demanda novas formas de interpretar e representar o conhecimento.

Porém, devemos usar a tecnologia estrategicamente, ou seja, tendo claro sua finalidade, abrangência e eficiência. Christensen *et. al.* (2009), afirmam que a utilização das tecnologias deve ganhar espaço quando essa for, de fato, a melhor alternativa para se aprender.

O professor pode fazer isso quando planeja, organiza e usufrui dos recursos digitais e eletrônicos para criar espaços de convivência pedagógica com seus alunos.

Segundo Santiago:

Inverter uma classe é muito mais que a publicação e a distribuição de vídeo. Esta é uma abordagem abrangente que combina a instrução direta com os métodos construtivistas, aumenta o compromisso e o envolvimento dos alunos com o conteúdo do curso e visa melhorar a sua compreensão conceitual. Esta é uma abordagem abrangente, que ao ser implementada com sucesso, irá apoiar todas as fases de um ciclo de aprendizagem como sugere a própria Taxonomia de Bloom¹¹. (SANTIAGO, 2014, p.1).

E Abar e Zsolt (2019) afirmam que:

A Educação Matemática poderia empregar uma vasta gama de recursos tecnológicos, e pesquisas têm demonstrado alguns resultados positivos com seu uso. No entanto, apenas o acesso a esses recursos não garante uma aprendizagem significativa por parte dos alunos. Consideramos que o ensino a distância pode permitir oportunidades para a aprendizagem ao longo da vida, caminhos para a educação continuada e promover uma renovação nas práticas de ensino. Portanto, é importante que todos os professores reflitam sobre suas competências para usar tecnologias em suas práticas de ensino. Isso requerer estudar e ler sobre teorias e trabalhos relacionados ao assunto. (ABAR e ZSOLT, 2019, p.39).

O modelo utilizado neste estudo foi inspirado no modelo de Sala de Aula Invertida, e é importante esclarecer que a sua adoção não se restringe a simples inversão da forma de apresentação do conteúdo e das atividades. Essa abordagem requer planejamento e mudanças de postura tanto do docente quanto do discente.

No próximo capítulo falar-se-á sobre a metodologia de pesquisa utilizada nessa formação, a estrutura da formação, bem como sobre os instrumentos usados para a coleta de dados e sobre os sujeitos que participaram da pesquisa.

¹¹ A **taxonomia dos objetivos educacionais**, também popularizada como **taxonomia de Bloom**, é uma estrutura de organização hierárquica de objetivos educacionais. Foi resultado do trabalho de uma comissão multidisciplinar de especialistas de várias universidades dos Estados Unidos, liderada por Benjamin S. Bloom, no ano de 1956. A classificação proposta por Bloom dividiu as possibilidades de aprendizagem em três grandes domínios: o cognitivo, abrangendo a aprendizagem intelectual; o afetivo, abrangendo os aspectos de sensibilização e gradação de valores; o psicomotor, abrangendo as habilidades de execução de tarefas que envolvem o aparelho motor. Cada um destes domínios tem diversos níveis de profundidade de aprendizado. Por isso a classificação de Bloom é denominada hierarquia: cada nível é mais complexo e mais específico que o anterior. O terceiro domínio não foi terminado, e apenas o primeiro foi implementado em sua totalidade. .<
https://pt.wikipedia.org/wiki/Taxonomia_dos_objetivos_educacionais

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo será apresentada e justificada a metodologia de pesquisa utilizada nesse trabalho, bem como a estrutura de sua formação, instrumentos de coleta de dados e a caracterização dos sujeitos que participaram da formação proposta: *Geometria e Ensino Híbrido... Você já ouviu falar?*

3.1 Metodologia da Pesquisa

A pesquisa utilizada é de caráter qualitativo e utilizou a metodologia denominada *Design Research* ou *Design Experiments*.

Segundo Collins *et. al.* (2004), o termo “*Design Research*” foi apresentado por Ann Brown e Allan Collins, como um instrumento para a realização de avaliação formativa, para testar e aperfeiçoar modelos educacionais baseados em princípios decorrentes de investigação preliminar.

A avaliação formativa, citada por Collins *et. al.* (2004), refere-se, segundo Perrenoud (1999), a toda prática de avaliação contínua que tem como objetivo melhorar as aprendizagens em curso.

Design Research pode ser entendido como um progressivo aprimoramento da investigação, que consiste em aplicar uma primeira versão de um projeto para que seja possível verificar e analisar como ele acontece, e subsequentemente, para que seja revisto de maneira constante com base nas experiências colhidas e avaliadas, até que os obstáculos surgidos no processo sejam minimizados. Também se deve abordar teoria, perguntas e questões, para que a pesquisa apresente-se como eficaz, e desse modo, atinja a dupla meta de aprimoramento, tanto na teoria como na prática.

Para Vaishnavi e Kuechler (2004), *Design Research* é um método de pesquisa que envolve a análise do uso e desempenho de artefatos¹² projetados para compreender, explicar e melhorar o comportamento de determinados aspectos na área em estudo. O princípio fundamental do *Design Research* é que o conhecimento e a compreensão de um problema, assim como a sua solução, são adquiridos na construção e aplicação de um artefato para um contexto de problema específico.

Manson, (2006), define *Design Research*:

Como um processo de utilização do conhecimento para projetar e criar artefatos úteis, e depois usar diferentes métodos rigorosos para analisar o porquê, ou porque não, um artefato em particular é eficaz. (MANSON, 2006, p.161).

Doerr e Wood (2006) relatam que:

No *Design Experiments*, as atividades visam a engajar os professores no trabalho entre si enquanto desenvolvem modos de interpretar os eventos ocorridos na sala de aula, que auxiliaram na aprendizagem dos alunos. (DOERR e WOOD, 2006, p.118).

Apontam-se ainda dois princípios norteadores do *Design Experiments*: o primeiro é a intenção explícita de desenvolver um processo ou um produto aprimorado, visando a algum propósito dentro de um sistema necessariamente imerso em negociações e limitações. No caso da aprendizagem docente, os processos e produtos que se buscam aprimorar são as interpretações ou modos de pensar que os professores utilizam para dar sentido ao seu ensino e os instrumentos que são utilizados em seu trabalho.

O segundo princípio apontado pelos autores Doerr e Wood (2006) é o fato de, na técnica, existirem vários ciclos de análise, com o objetivo de aprimorar o produto e a interpretação em múltiplos níveis. Desse modo, a interpretação dos dados não ocorre ao término do experimento, mas sim na própria coleta, durante o seu desenvolvimento, e em todos os níveis, contribuindo para gerar e aprimorar princípios, propriedades e produtos que sejam úteis a pesquisadores, professores e outros profissionais.

Entretanto, Doerr e Wood (2006) afirmam também que:

[...] O desafio é desenhar pesquisas que levem em conta a multiplicidade de fatores que interagem influenciando as práticas pedagógicas, e que, ao mesmo tempo, apoiem mudanças nessas práticas e contribuam para o

¹² Os artefatos são, normalmente, concebidos para satisfazer uma necessidade ou para alcançar algum objetivo e são a interface entre o ambiente externo e a situação em que devem funcionar, incluindo todas as leis naturais que regem o seu funcionamento, o ambiente interno, a substância e a organização do artefato em si (Simon, 1996 *apud* Manson, 2006).

desenvolvimento de um repertório comum de conhecimento profissional para o ensino da Matemática. (DOERR, WOOD, 2006, p.114).

De acordo com Collins *et. al.* (2004), o sucesso ou o fracasso de uma inovação depende da utilização de técnicas distintas para avaliar diferentes variáveis dependentes e independentes, como pré-testes e pós-testes, entrevistas, notas das observações. Entenda-se por variáveis dependentes, as variáveis de clima, de aprendizagem e as sistêmicas; e por independentes, o ambiente, a natureza dos aprendizes, os recursos exigidos e o apoio para implementação: desenvolvimento profissional, exigências financeiras e caminho para a implementação.

Ainda segundo Collins *et. al.* (2004), há, contudo, uma rede de inter-relações entre variáveis independentes e dependentes. A divisão entre as duas depende, sobretudo, dos resultados em que se está interessado. Entretanto, mudanças em uma variável têm efeitos sob outras variáveis no momento da avaliação.

Como metodologia de pesquisa, o *Design Research* ou *Design Experiments* enfatiza a implementação detalhada e estudo de intervenções com evolução dos objetivos pedagógicos em ambientes autênticos e ricos. Reconhecem-se as complexidades de ensino em sala de aula e iluminam-se os profissionais e pesquisadores, conduzindo ao desenvolvimento de ideias teóricas fundamentadas em contextos da prática; experimentos de *design* estreitam a lacuna entre pesquisa e prática, entre teoria e aplicação.

Independente do foco a que se destina, uma das características principais do *Design Research* é o rompimento consciente entre a divisão dos papéis professor-pesquisador, pois estudantes, professores e pesquisadores são todos igualmente considerados colaboradores do processo e, a compreensão adquirida durante a fase de análise realimenta e constrói o corpo de conhecimentos do assunto em estudo.

Apesar da interferência das variáveis citadas por Collins *et. al.* (2004), os dados coletados foram analisados e permitiram que a análise de todo o processo fosse realizada de acordo com os objetivos da pesquisa.

3.2 Estrutura da Formação

A pesquisa proposta foi aprovada no CEP (Comitê de Ética da PUC), sob o número 3.063.561 e a formação foi realizada com professores pedagogos de escolas de Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano) da rede pública municipal de São Paulo, organizados e selecionados por uma professora coordenadora da Diretoria de Ensino, envolvendo o ensino presencial e *online*, no ambiente Moodle.

Tivemos inicialmente inscritos 29 participantes, no entanto, somente 14 tiveram participação efetiva no processo. Todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Anexo A). O documento tem por objetivo principal esclarecer as condições de desenvolvimento do projeto, seus benefícios e riscos, deixando claro que a participação dos candidatos nele seria voluntária, garantida a confidencialidade do estudo e dos registros, bem como o anonimato dos participantes.

Foram previstas 9 horas presenciais, divididas em três encontros de 3 horas cada, com intervalos de 15 dias entre eles, e 11 horas à distância a serem divididas entre os encontros presenciais. Essa divisão encontra-se detalhada no quadro 6 do próximo capítulo. Durante a construção do curso, além da atuação da autora deste estudo, houve a colaboração importante de um professor que já havia participado na mesma DRE de outra formação.

Os textos e a proposta das atividades foram discutidos e construídos pela equipe formada pela orientadora deste estudo, do professor supracitado e da autora desta dissertação.

No Moodle, foram disponibilizados vídeos e textos teóricos norteadores das atividades propostas para os professores, fazendo uso do GeoGebra sobre cada conteúdo estudado.

Os encontros presenciais ocorreram no Laboratório de Informática da Diretoria de Ensino DRE de São Miguel Paulista, onde foram discutidos, além das atividades presenciais sugeridas, os textos indicados para leitura *online* sobre metodologias e estratégias para a elaboração, experimentação e avaliação de situações de ensino e de aprendizagem da Geometria com o GeoGebra, e, no

âmbito de atividades de sala de aula solicitou-lhes, no último módulo/tópico¹³, a elaboração de um plano de aula com o uso do GeoGebra.

Neste projeto, o GeoGebra foi explorado com suas ferramentas básicas, as quais permitem a apresentação de conteúdos da Geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental I de modo atraente e dinâmico.

A dinâmica do trabalho foi orientada pela participação ativa dos professores tanto nas atividades práticas *online*, quanto nos encontros presenciais.

Procurou-se estimular a associação entre prática e teoria, bem como a manipulação e análise de situações-problema. Nas sessões de trabalho *online*, os participantes tiveram a oportunidade de aprender e aprofundar as suas competências com a utilização do GeoGebra.

As atividades propostas durante o processo foram inspiradas e baseadas na distribuição e formato dos conteúdos existentes na coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Básico de Sanchez, Liberman, Wey (2010).

Nas atividades práticas - e numa primeira fase - foram abordadas as ferramentas, os comandos e as interfaces necessários a cada momento. Seguidamente, houve um trabalho tutelado pela professora coordenadora do projeto, capacitando os professores para a criação de aplicações do GeoGebra em outras áreas.

Numa fase seguinte, houve uma discussão sobre as atividades propostas, focando-se as implicações conceituais, teóricas e metodológicas destas tarefas do ponto de vista do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Discutiram-se, ainda, as implicações de algumas atividades no campo da investigação educacional, bem como na pesquisa Matemática, colocando-se em evidência as potencialidades do GeoGebra na criação de novo conhecimento científico.

3.3 Os Instrumentos de Coletas de Dados

No andamento da formação, utilizaram-se os seguintes instrumentos de coleta de dados: questionários, protocolos de atividades realizadas pelos

¹³ Utilizaram-se os dois termos, mas que significam exatamente a mesma coisa.

professores, observações da pesquisadora nos encontros presenciais e os feedbacks nos fóruns na plataforma Moodle das atividades propostas, tanto das leituras dos textos, quanto dos vídeos disponibilizados, e as construções solicitadas durante as atividades desenvolvidas com o GeoGebra.

O primeiro questionário usado na coleta de dados foi uma Pesquisa Pessoal (Anexo A), realizada por meio de um questionário aberto, o qual, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.116), “*não apresenta alternativas para respostas, podendo o pesquisador captar alguma informação não prevista por ele ou pela literatura de avaliação final aplicado com o objetivo de avaliar a proposta de oficina oferecida*”.

O primeiro questionário (Apêndice A), disponibilizado no AVA, foi elaborado com o objetivo principal de verificar quais os motivos que levaram os professores a participar da formação proposta e as suas expectativas com relação ao seu aprimoramento profissional. A análise sobre a participação dos professores nesse questionário será apresentada no capítulo 5.

As perguntas realizadas foram:

- O que motivou sua participação nesta formação continuada?

Tinha como objetivo específico verificar se houve certa compreensão do que estava sendo proposto, no caso, uma formação continuada através do Ensino Híbrido.

- Com a experiência que você tem hoje, o que você acha que deveria ter sido oferecido na sua formação no que diz respeito aos conteúdos e ensino da Matemática e que não foi?

Tinha como objetivo específico verificar se os conteúdos pré-selecionados para formação estavam ajustados com as expectativas dos participantes.

- Quais são suas expectativas com relação a essa formação?

Tinha como objetivo específico verificar se o que os participantes esperavam da formação estava sendo proposto nos módulos.

O segundo questionário utilizado foi o de formato misto, que segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.116), combina parte com perguntas fechadas e parte com perguntas abertas, e foi denominado Questionário de Perfil (Apêndice B). Teve como objetivo a caracterização dos sujeitos com o intuito de conhecer um pouco sobre os participantes da formação. As considerações sobre as respostas desse questionário serão mostradas ainda nesse capítulo.

Os dados obtidos referem-se à identificação: nome, e-mail, idade, instituição em que leciona, tempo de exercício no cargo, carga horária semanal de trabalho e formação.

Com relação à Geometria, as informações solicitadas foram: quais conteúdos foram ensinados durante seu período escolar, quais conhecimentos sobre os documentos oficiais relativos ao ensino da Geometria, o que ensinar sobre Geometria no Ensino Fundamental I, que conhecimentos detêm sobre tecnologias, quais são os recursos didáticos utilizados em suas aulas e quais colocações faria sobre sua prática, quais são as satisfações e as frustrações na vida profissional.

Os objetivos específicos do questionário de Perfil estão descritos abaixo:

- Identificar o perfil dos professores;
- Identificar a relação entre professor e o ensino da Geometria no ciclo I;
- Identificar a opinião do professor do Ensino Fundamental I sobre a utilização da tecnologia no ensino da Geometria;
- Identificar semelhanças e diferenças de concepções do professor quanto ao ensino de Geometria nas séries iniciais;
- Verificar em quais séries o professor acha mais importante abordar o tema Geometria.

O terceiro e último questionário, nesse caso um questionário aberto (Apêndice C), foi realizado no terceiro encontro presencial, com o objetivo de conhecer a opinião dos participantes com relação a todo o processo da formação. As perguntas envolveram temas sobre: Sala de Aula Invertida, GeoGebra e Geometria e tinham o objetivo de verificar se houve alguma compreensão, por parte dos professores, sobre o modelo da Sala de Aula Invertida usada na formação; se os conteúdos de Geometria selecionados foram adequados e como os participantes se relacionaram com o uso da tecnologia digital, em especial o GeoGebra. A última pergunta

solicitava aos professores sugestões para o aprimoramento da oficina. A análise da participação dos professores nesse questionário será apresentada no capítulo 5.

Apresentamos abaixo as questões desse último questionário:

- Questão 1: O que você achou do uso do modelo de Sala de Aula Invertida como opção para formação continuada de professores? Apontando, se possível, aspectos positivos e negativos.
- Questão 2: E sobre o uso do *software* GeoGebra como ferramenta digital para auxiliar o ensino de Geometria? Quais foram suas maiores dificuldades?
- Questão 3: Sobre os temas de Geometria que foram explorados, você acha que foram pertinentes? Que outro assunto de Geometria você gostaria que fosse desenvolvido em outra oficina?
- Questão 4: Quais são suas sugestões para o aprimoramento dessa oficina?

Os fóruns disponibilizados no Moodle tinham como objetivo abrir um canal de comunicação com a formadora, para que os participantes pudessem esclarecer possíveis dúvidas, pedir orientações, opinar sobre alguma atividade, além de relatarem sua compreensão sobre os textos de apoio.

No primeiro fórum, foi solicitado aos participantes, que antes de começarem as atividades, pensassem e escrevessem em como pretendiam organizar seu tempo para completar as atividades solicitadas, sabendo que eles teriam um tempo pré-determinado. O objetivo deste tópico foi verificar se eles entenderam que teriam que se dedicar anteriormente aos encontros presenciais, lendo os textos propostos, assistindo aos vídeos disponibilizados, executando as tarefas e estabelecendo um diálogo com a pesquisadora através dos fóruns, além das dúvidas apresentadas nos encontros presenciais, fortalecendo a compreensão do modelo da Sala de Aula Invertida.

Outro instrumento utilizado para a coleta de dados foi a análise das atividades realizadas pelos professores, através dos fóruns específicos de cada atividade proposta.

Além disso, houve também as observações nos encontros presenciais que, segundo RIBEIRO (2005, p.32) “*tem a finalidade de diagnosticar as dificuldades dos*

professores em relação à realização das atividades e acompanhar o seu desenvolvimento no decorrer da oficina proposta”. Essas observações foram realizadas pela pesquisadora que, por sua vez, também é a formadora nesta proposta.

Todas as atividades, tanto as presenciais como as realizadas na plataforma Moodle, incluindo os questionários, encontram-se arquivadas em meio digital.

3.4 Caracterização dos Sujeitos da Pesquisa

Os sujeitos que participaram desta formação continuada foram professores pedagogos da rede municipal de ensino de São Paulo, da Diretoria Regional de Ensino – DRE – de São Miguel Paulista.

O convite aos professores foi feito mediante publicação em Diário Oficial do Município, oferecendo um curso Híbrido, parte a distância, parte presencial, no modelo de Sala de Aula Invertida, intitulado “*Geometria e Ensino Híbrido... você já ouviu falar?*” As inscrições foram feitas diretamente no *site* da DIPED – Divisão Pedagógica – pelos interessados em participar.

Em um primeiro momento, contou-se com 29 inscritos, mas muitos interessados não conseguiram participar devido à falta de estrutura para concentrar, em um mesmo módulo, o grupo para este fim com mais pessoas.

Dos 29 inscritos, 14 efetivamente concluíram a formação e desses, somente 12 responderam ao questionário de perfil.

Como mostra o gráfico 1 abaixo, a maioria dos participantes está entre 30 e 40 anos.

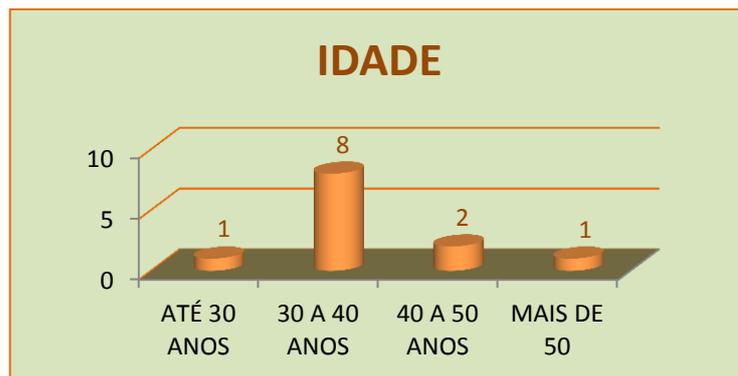


Gráfico 1: Faixa Etária

O interessante é verificar que, apesar da maioria estar nessa faixa etária, de 30 a 40 anos, o maior número de participantes tem menos de 5 anos ou entre 14 e 20 anos de tempo de exercício no cargo, como mostra o gráfico 2.



Gráfico 2: Tempo de Exercício no Cargo



Gráfico 3: Carga Horária Semanal de Trabalho

A carga horária de trabalho semanal de maior representatividade é relativamente alta: a maioria trabalha entre 21 e 40 horas semanais, o que pode dificultar a participação em cursos de formação continuada.

Com relação à formação escolar dos participantes verificou-se que a maioria deles frequentou a escola básica na rede pública de ensino e o ensino superior foi cursado, na sua totalidade, em instituições particulares, conforme identificado no gráfico 4 a seguir.

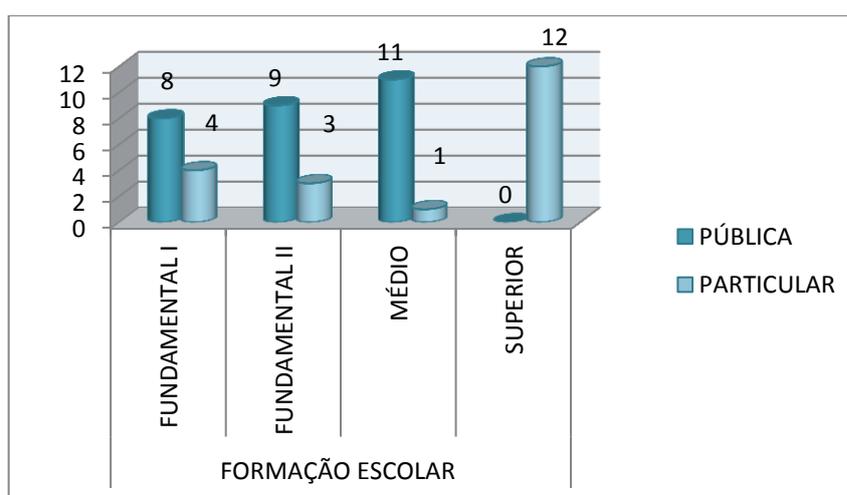


Gráfico 4: Formação Escolar

Dentre os cursos de formação universitária, verificamos que a maioria é formada em Pedagogia e em outra área simultaneamente.

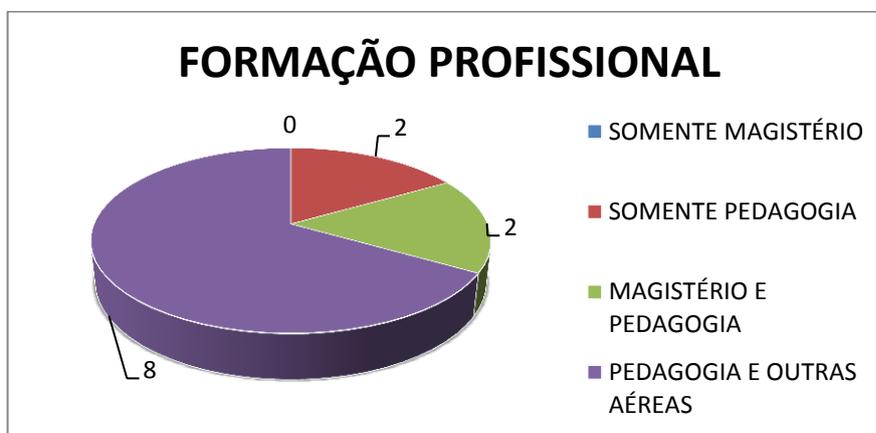


Gráfico 5: Formação profissional/acadêmica

Além de Pedagogia, alguns participantes cursaram Educação Física, Ciências Sociais, Artes, Letras, História, Geografia e um dos participantes é licenciado em Matemática.

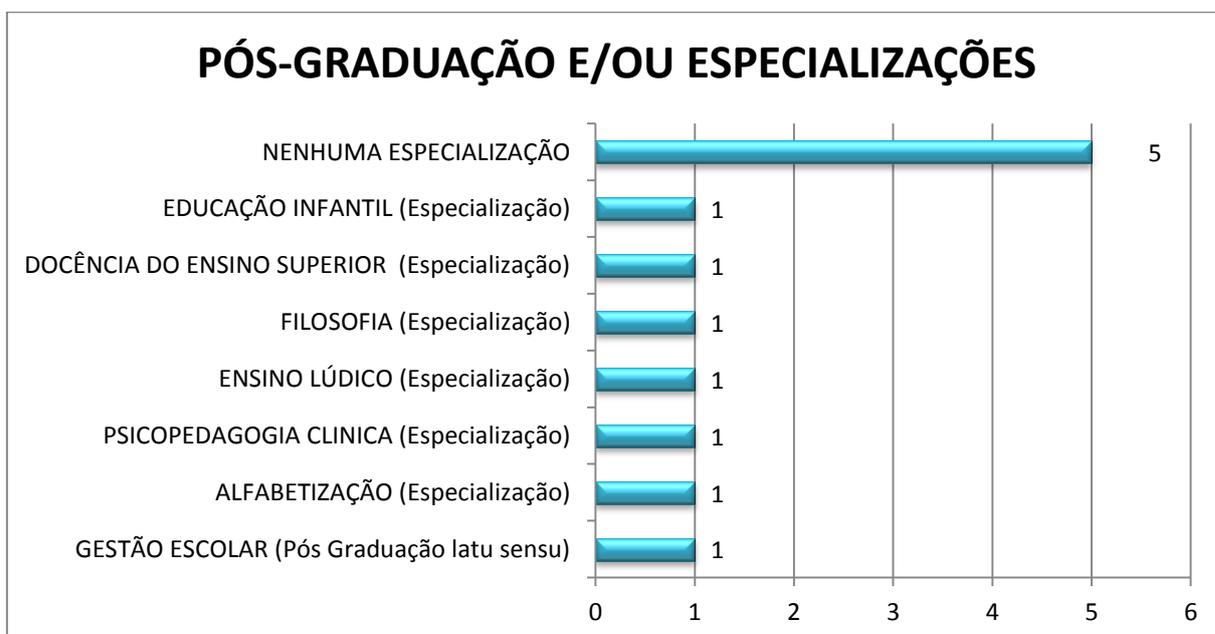


Gráfico 6: Pós-graduações (latu sensu) e/ou especializações

Já no caso de cursos de aperfeiçoamento, em nível acadêmico, o gráfico 6 indica que quase metade, 44% dos participantes, não possui um curso de pós-graduação *lato sensu*, *stricto sensu* ou qualquer tipo de especialização, não importa a área.

Entretanto, a maioria já frequentou cursos de capacitação profissional, como mostra o gráfico 7.

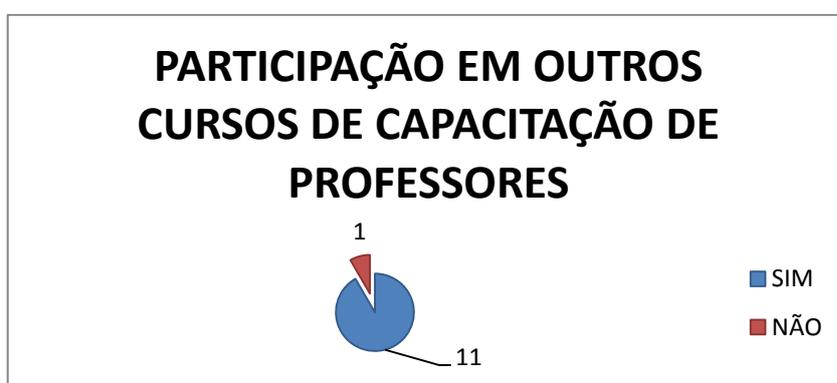


Gráfico 7: Participação em cursos de capacitação profissional

Entre os cursos de capacitação citados pelos participantes estão: alfabetização e letramento; educação especial e educação inclusiva; sobre as leis que regem a educação; literatura; relações étnico-raciais; libras; jogos, recreação e lazer; literatura infantil, mídia na escola; produção de texto; leitura e interpretação de problemas; mediação de conflitos; filosofia para crianças e teia do saber; participação na elaboração dos direitos de aprendizagens.

Apesar de a temática de “mídia na escola e jogos” ter sido citada, não foi especificado qual curso seria, nem o objetivo de utilização.

Também não foi citada nenhuma participação em capacitação no conteúdo específico ou ensino de Geometria.

O gráfico 8, abaixo, mostra o que foi apresentado no capítulo 1 com relação ao conhecimento específico em Geometria. Os dados do gráfico apresentam quantos desses participantes tiveram contato com o ensino da Geometria e Desenho Geométrico durante sua escolarização.

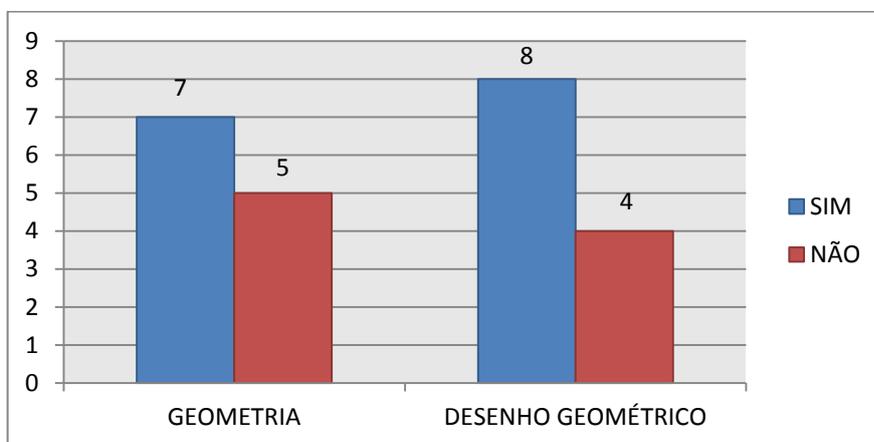


Gráfico 8: Indicação de participantes que tiveram contato com geometria ou desenho geométrico em fase de escolarização



Gráfico 9: Conhecimento sobre documentos oficiais com relação ao ensino da geometria

Com base no gráfico 9, é possível observar que quase metade dos participantes não tem conhecimento do que diz respeito aos documentos oficiais, e a outra metade, o essencial. Apenas um dos participantes conhece profundamente os documentos oficiais.

Entretanto, é importante salientar que os participantes responderam a esta pergunta, com base em premissas pessoais sobre o que é conhecer profundamente, o essencial e superficialmente um determinado assunto.

Conhecer com mais detalhes os documentos oficiais sobre o ensino da Matemática, especialmente a Geometria, pode nortear melhor a prática docente dos professores para um melhor aproveitamento em sala de aula por parte dos alunos.

Na sala de aula, os professores afirmaram utilizar os seguintes recursos didáticos:

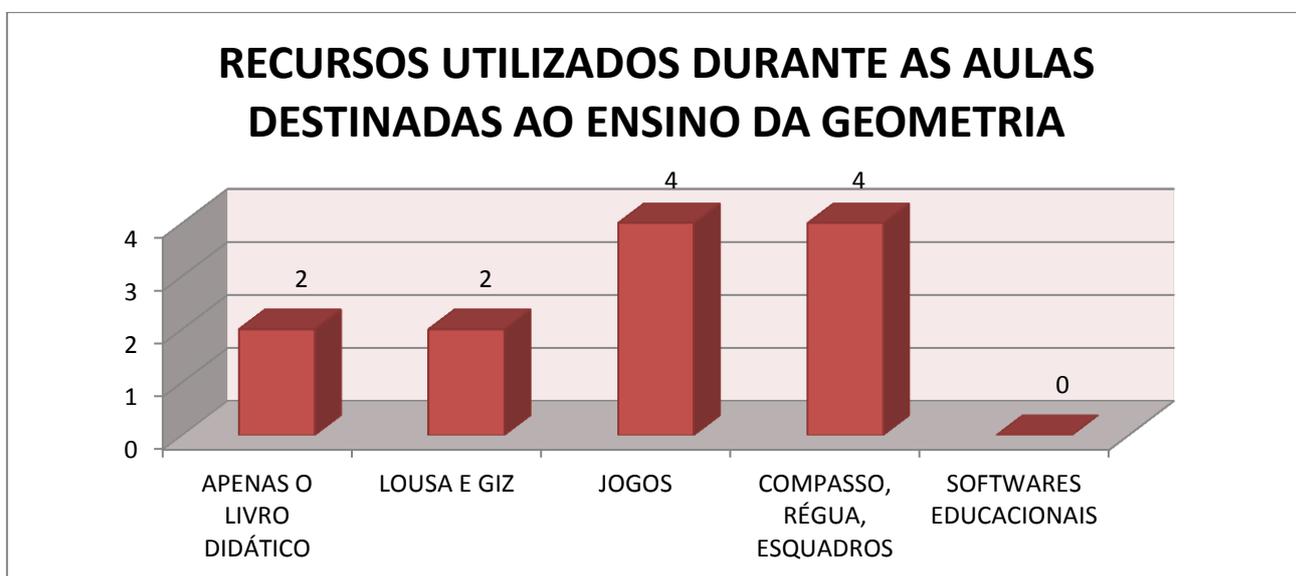


Gráfico 10: Recursos didáticos utilizados em aula

Entre os jogos e outros recursos citados temos: Jogo da memória, Tangram, materiais diversos construídos pela própria professora e outros existentes no acervo da escola, porém não especificados.

Ninguém citou o uso de *softwares* educacionais, o que até pode ser explicado com base no gráfico 11, que mostra que mais na metade dos participantes não tem conhecimento específico necessário para usar tais recursos.

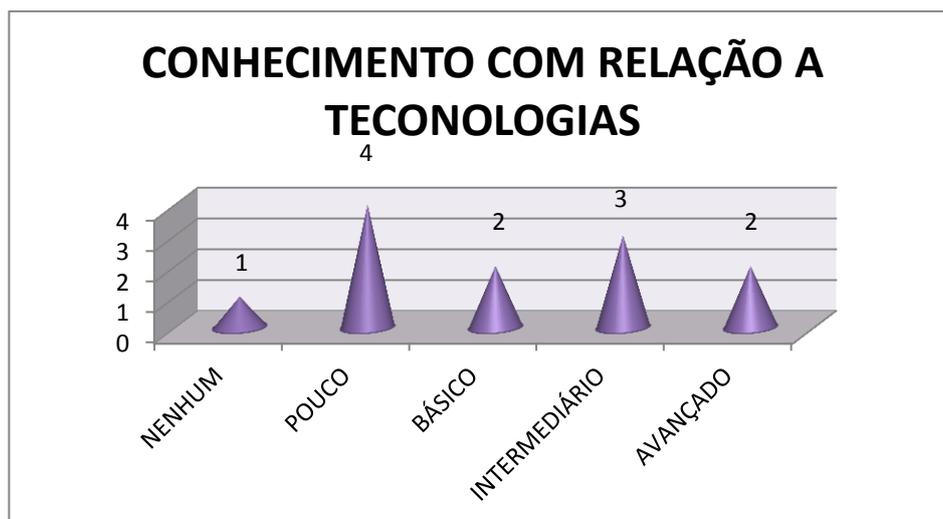


Gráfico 11: Conhecimento tecnológico

Interessante observar que, apesar de mais da metade dos participantes estarem entre 30 e 40 anos, uma faixa etária relativamente já adaptada ao uso de tecnologia, os dados mostram que quase metade dos participantes possui pouco ou nenhum conhecimento de tecnologia digital. De certa forma, o gráfico espelha uma realidade de boa demanda na necessidade de formação continuada em Geometria, principalmente com o uso de tecnologias digitais, como foi levantado pela pesquisadora no capítulo 1.

Com os dados obtidos no questionário de perfil, observou-se que a maioria dos participantes está na faixa etária de 30 a 40 anos; cinquenta por cento (50%), ou seja, sete professores têm até treze anos de tempo de magistério; exatamente cinquenta por cento (50%), sete professores, tem uma carga horária semanal de trabalho de 21 a 30 horas, podendo esse, ser um dos motivos pelo qual quarenta e quatro por cento (41,67%), cinco professores não possuem nenhuma especialização, porém em cursos de capacitação noventa e dois por cento (92%), treze professores já realizaram pelo menos um. Cinquenta e oito por cento (58%), oito professores são licenciados em Pedagogia juntamente com outra área e os demais possuem somente licenciatura em Pedagogia ou ainda também Magistério, o que mostrou que todos tinham a formação mínima para atuar nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Quarenta e dois por cento (42%) dos professores, ou seja, seis professores conhecem superficialmente os documentos oficiais para o Ensino da Geometria, que representa o conhecimento dos conteúdos e objetivos propostos para cada ciclo.

Exatamente cinquenta por cento (50%) dos professores, ou seja, seis deles conhecem o essencial.

Na prática dos professores analisados, a utilização de jogos é significativa, entretanto, nenhum deles apontou o uso de algum *software* em suas aulas. Isso pode estar relacionado à falta de conhecimento tecnológico específico para trabalhar com conceitos geométricos.

No próximo capítulo apresentaremos a estrutura detalhada da formação proposta.

CAPÍTULO 4

ESTRUTURA DA FORMAÇÃO

O desenvolvimento do projeto se deu por meio de módulos e tópicos, conforme foram preliminarmente estabelecidos: o objetivo do módulo, o conteúdo matemático presente nele, os recursos tecnológicos pertinentes e os espaços físicos a serem utilizados, segundo aspectos da proposta da SAI e o modelo adotado neste estudo.

No início de cada módulo, inseriu-se uma trilha de aprendizagem a fim de auxiliar o professor na organização do seu tempo e de suas atividades.

As trilhas de aprendizagem são um conjunto integrado e sistemático de ações de desenvolvimento, as quais recorrem a múltiplas formas de aprendizagem. Isso significa que as trilhas de aprendizagem são sequências de atividades elaboradas em diferentes mídias, com o objetivo de serem complementares entre si e de promoverem a construção do conhecimento a respeito de um tema. Nada mais são do que experiências de aprendizagem planejadas, com o objetivo de tornarem o processo de construção do conhecimento mais efetivo e adequado aos diferentes perfis de profissionais.

Como método, confere autonomia às pessoas. Cada um concebe sua trilha de aprendizagem a partir de suas conveniências, necessidades, ponto de partida e objetivo, os quais deseja alcançar.

O grande norte das trilhas de aprendizagem é dar suporte ao profissional, já que ele é próprio protagonista de sua formação e qualificação. Alguém que almeje por oportunidades de capacitação e necessidades de aperfeiçoamento poderá criar seu mapa de aprendizagem, o seu itinerário formativo, e caminhará por sua própria trilha.

A distribuição dos conteúdos e a estrutura de cada Módulo estão especificadas no quadro 6, que segue.

Quadro 6: Especificação dos conteúdos e estrutura de cada módulo

Título dos Módulos	Horas	Estrutura dos Módulos
Módulo 0 – Presencial – Apresentação do Projeto, Moodle e GeoGebra.	1 hora e 30 minutos	Apresentam-se a estrutura e a dinâmica da formação, a plataforma Moodle, um vídeo sobre o que é o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida e um vídeo tutorial sobre o GeoGebra.
Módulo 1 – Presencial – Explorando Triângulos.	1 hora e 30 minutos	Ainda no primeiro encontro presencial, mas em ambiente Moodle, as atividades realizadas tiveram como objeto de estudo os Triângulos, com textos de apoio e uso do GeoGebra. Apresentou-se o vídeo da música Aquarela, de Toquinho, e uma atividade relacionada a ela. Realizou-se uma pesquisa pessoal, com o objetivo de verificar quais motivos levaram os professores a participarem da formação proposta e quais são as expectativas com relação ao aprimoramento profissional.
Módulo 2 – <i>Online</i> – Explorando Polígonos- Utilizando o Moodle.	2 horas e 45 minutos	Textos de apoio e atividades no GeoGebra sobre Polígonos. Fórum de discussão sobre a metodologia de estudo e a otimização do tempo de dedicação, além do fórum de dúvidas.
Módulo 3 – <i>Online</i> – Explorando Círculos e Circunferências – Utilizando o Moodle.	2 horas e 45 minutos	Textos de apoio e atividades no GeoGebra sobre Círculos e Circunferência. Texto e fórum sobre o Modelo Van Hiele do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, além do fórum de dúvidas.
Módulo 4 – Presencial – Esclarecendo dúvidas.	3 horas	Atividades escritas sobre Triângulos, Polígonos, Círculos e Circunferências, além do espaço para discussão sobre todos os conteúdos disponibilizados nos Tópicos anteriores. Atividade <i>online</i> sobre quadriláteros. Tutorial sobre o GeoGebra 3D.
Módulo 5 – <i>Online</i> - Explorando Poliedros – Utilizando o Moodle.	2 horas e 45 minutos	Textos de apoio, fórum sobre o texto de apoio; atividades no GeoGebra sobre Poliedros, cujo arquivo era anexado no Moodle pelo participante e fórum de dúvidas.
Módulo 6 - <i>Online</i> – Explorando poliedros e Sólidos de Revolução - Utilizando o Moodle.	2 horas e 45 minutos	Textos de apoio com respectivas discussões em fórum; atividades no GeoGebra sobre Poliedros e Sólidos de Revolução, com fórum de dúvidas. Questionário de perfil para caracterização dos sujeitos.
Módulo 7 - Presencial – Esclarecendo dúvidas.	3 horas	Atividades escritas sobre Poliedros e Sólidos de Revolução, além do espaço para discussão sobre os tópicos cinco e seis. Apresentação de um vídeo, contendo entrevista com Ubiratan D’Ambrósio sobre Geometria. Consultas a sugestões de uso de material online do GeoGebra. Propôs-se a elaboração de um plano de aula e o preenchimento de um questionário final, opinando sobre a formação oferecida e propondo possíveis sugestões.

Fonte: A autora

4.1 Primeiro Encontro Presencial

O primeiro encontro ocorreu no dia 30 de maio de 2018, no laboratório de informática da DRE de São Miguel Paulista e teve como objetivo promover uma primeira interação entre os participantes do projeto, conhecer suas expectativas com a relação à formação a que aspiravam, além de apresentar o projeto, a estrutura da formação e a dinâmica das atividades, através da apresentação da plataforma Moodle, seu acesso, o GeoGebra e Ensino Híbrido.

Falou-se sobre o TCLE (Anexo A), Termo de Consentimento Livre e Esclarecido: o que é e qual a sua importância. Entregou-se; assinou-se.

4.1.1 Módulo 0 - Encontro Presencial

Segue a primeira tela, Figuras 4 e 5. A intenção foi a de apresentar o presente projeto de formação continuada, já utilizando a plataforma Moodle para introduzir ambientação dos professores na nova realidade, explicando que o projeto fazia parte de uma pesquisa de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. Fazia-se necessário ainda expor sobre o Ensino Híbrido, especificamente a Sala de Aula Invertida e o modo de operação na formação proposta.

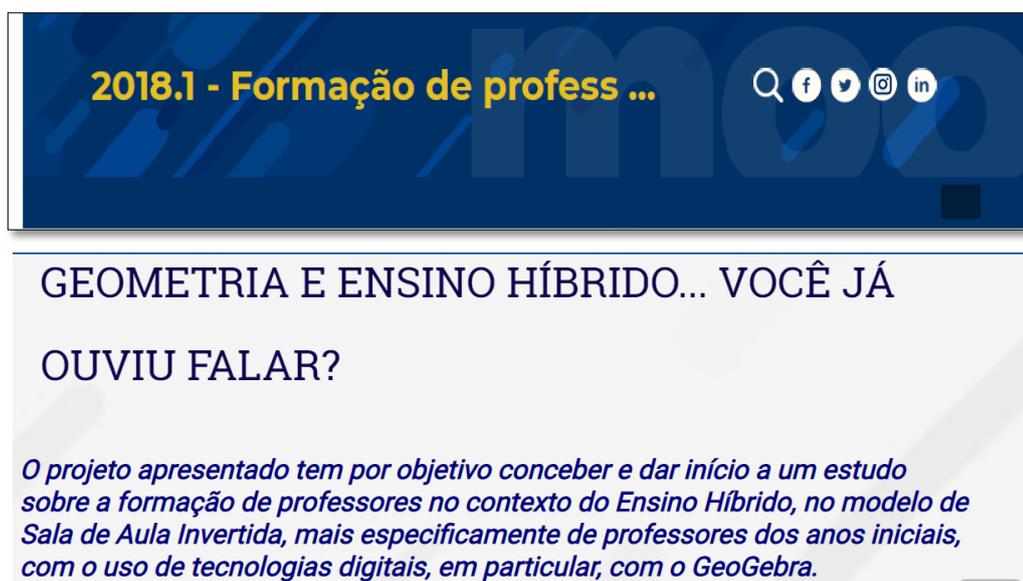


Figura 4: Captura de Tela – Apresentação do Projeto

Neste projeto, cada encontro presencial conta com momentos prévios essenciais, os quais deverão ser desenvolvidos antecipadamente: Interação com materiais didáticos (vídeos, leituras etc), conteúdos e atividades (exercícios), todos indicados em ambiente virtual Moodle.

Em todo o projeto estão previstos, para o desenvolvimento do trabalho, momentos de reflexões teóricas, atividades práticas e encontros com os professores participantes.

No Ensino Híbrido, alternam-se momentos em que o participante estuda sozinho o material disponibilizado no Ambiente Virtual de Aprendizagem - AVA, (em nossa proposta, será o Moodle) e no presencial, formando grupos, interagindo com seus colegas e professores.

Com isso, obtém-se uma integração entre atividades presenciais e atividades online no AVA, com a ressalva de que o participante controla seu lugar, seu tempo e ritmo de sua aprendizagem.

Sejam bem-vindos!

Figura 5: Captura de Tela – Apresentação do Projeto - Continuação

Na próxima tela, Figuras 6, 7 e 8 foram apresentados o software GeoGebra e a estrutura da formação, explicando o tempo destinado a cada encontro, a divisão dos módulos e os conteúdos que seriam trabalhados.

Todos os textos disponibilizados nos módulos foram elaborados especificamente para essa formação, com base nos conteúdos de Geometria da Coleção de Matemática do Ensino Fundamental I, Fazendo e Compreendendo Matemática, (SANCHES, LIBERMAN, WEY, 2010).

Ao lado de cada atividade havia um “quadradinho” em que o participante assinalava o que já tinha realizado.

 Dinâmica das atividades

Neste projeto, o GeoGebra, um software de Geometria Dinâmica, será explorado com suas ferramentas básicas, as quais permitem a apresentação de conteúdos da Geometria para os anos iniciais do Fundamental I, de modo atraente e dinâmico.

A dinâmica do trabalho será orientada por uma participação ativa dos professores nas atividades práticas online e nos encontros presenciais.

Figura 6: Captura de Tela – Estrutura da Formação e Dinâmica das Atividades

*Estão previstas **9 horas presenciais e 11 horas a distância.** Os três encontros presenciais, de três horas serão realizados no Laboratório de Informática da Diretoria de Ensino DRE de São Miguel Paulista.*

No ambiente Moodle, de 11 horas a distância, serão disponibilizados vídeos e textos teóricos norteadores de atividades, as quais serão desenvolvidas, com o uso do GeoGebra, sobre cada conteúdo estudado.

Nos encontros presenciais, serão discutidos, além das atividades propostas, os textos sugeridos para leitura online sobre metodologias e estratégias para a elaboração, experimentação e avaliação de situações de ensino e aprendizagem da Geometria com o GeoGebra, em âmbito de atividades de sala de aula.

Veja os tópicos a serem estudados, os prazos e as respectivas datas dos encontros presenciais:

Tópico 0 – Apresentação do Projeto, Moodle e GeoGebra - 1o. encontro presencial - 30/05

Tópico 1 – Explorando Triângulos – 1º. encontro presencial - 30/05

Tópico 2 – Explorando Polígonos - Até 12/06 - Utilizando o Moodle

Tópico 3 – Explorando Círculos e Circunferências – Até 12/06 -Utilizando o Moodle

Tópico 4 – Esclarecendo dúvidas– 2º. encontro presencial - 13/06 - Atividades presenciais.

Tópico 5 – Explorando Poliedros - Até 26/06 -Utilizando o Moodle

Tópico 6 – Explorando poliedros e Sólidos de Revolução - Até 26/06 - Utilizando o Moodle

Tópico 7 – Esclarecendo dúvidas– 3º. encontro presencial - 27/06 - Atividades presenciais.

Figura 7: Estrutura da Formação e Dinâmica das Atividades – Continuação (1)

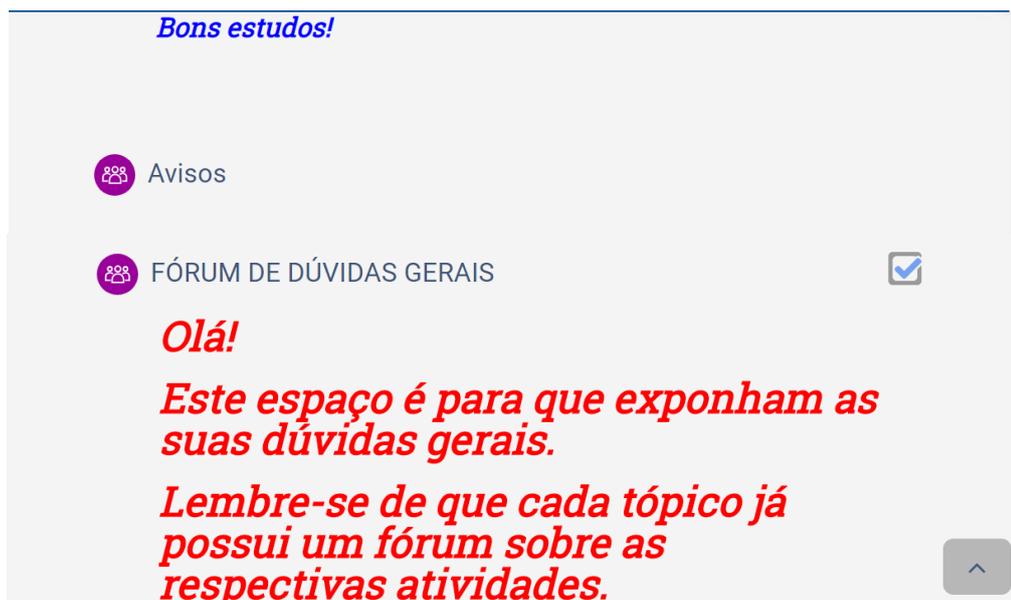


Figura 8: Estrutura da Formação e Dinâmica das Atividades – Continuação (2)

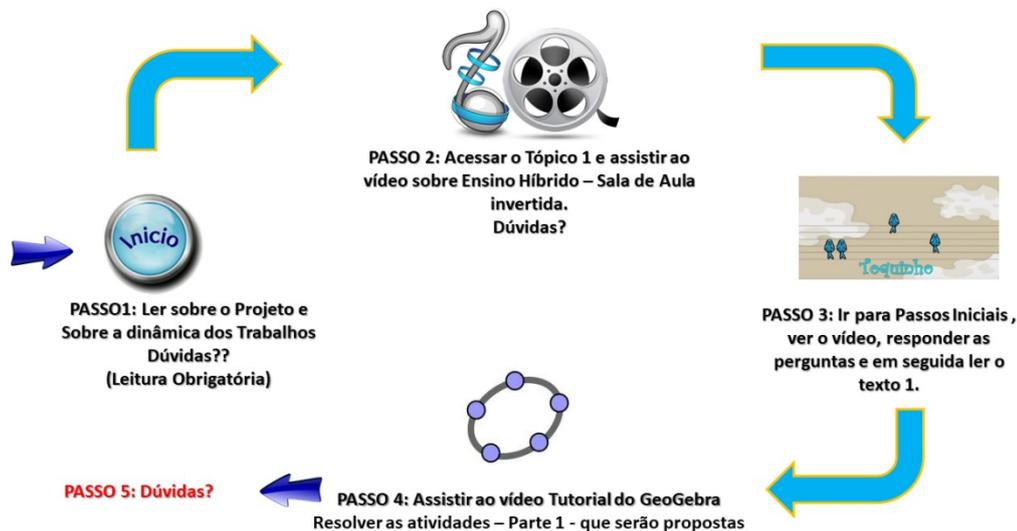
4.1.2 Módulo 1 - Explorando Triângulos

Iniciou-se o módulo 1, pela formadora, com a ambientação dos professores em plataforma Moodle, detalhando condutas e interações possíveis com o sistema, esclarecendo prováveis dúvidas sobre a estrutura da formação, mostrada nas Figuras 9 e 10. O encontro simulava uma participação *online* individual, ainda que estivessem todos juntos no laboratório da DRE.

No texto de apoio presente no Módulo 1 (Apêndice D), apresentaram-se resumidamente os documentos oficiais do Ensino da Geometria, especificamente do bloco “Espaço e Formas”. Disponibilizaram-se, por exemplo, os elementos fundamentais no estudo da Geometria, os quais se configuram como conceitos básicos para os passos seguintes: ponto, reta, linhas, curvas, plano e espaço; introdução do conceito de “lado”, dimensão do plano, superfícies planas e esféricas, triângulos e quadriláteros.

Tópico 1 - Explorando Triângulos

TRILHA DE APRENDIZAGEM DO TÓPICO 1



[O que é Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida - CLIQUE AQUI](#)

[Passos Iniciais - 1o. Encontro presencial](#)

Assitam ao vídeo da música [Aquarela de Toquinho](#)

- *Que palavras da música estão relacionadas com a Geometria?*
- *E os desenhos da apresentação?*
- *Que figuras Geométricas estão mais marcantes? Por quê?*

Continuam-se os trabalhos em Geometria, a partir da leitura do texto 1 e da realização das atividades.

Figura 9: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 1

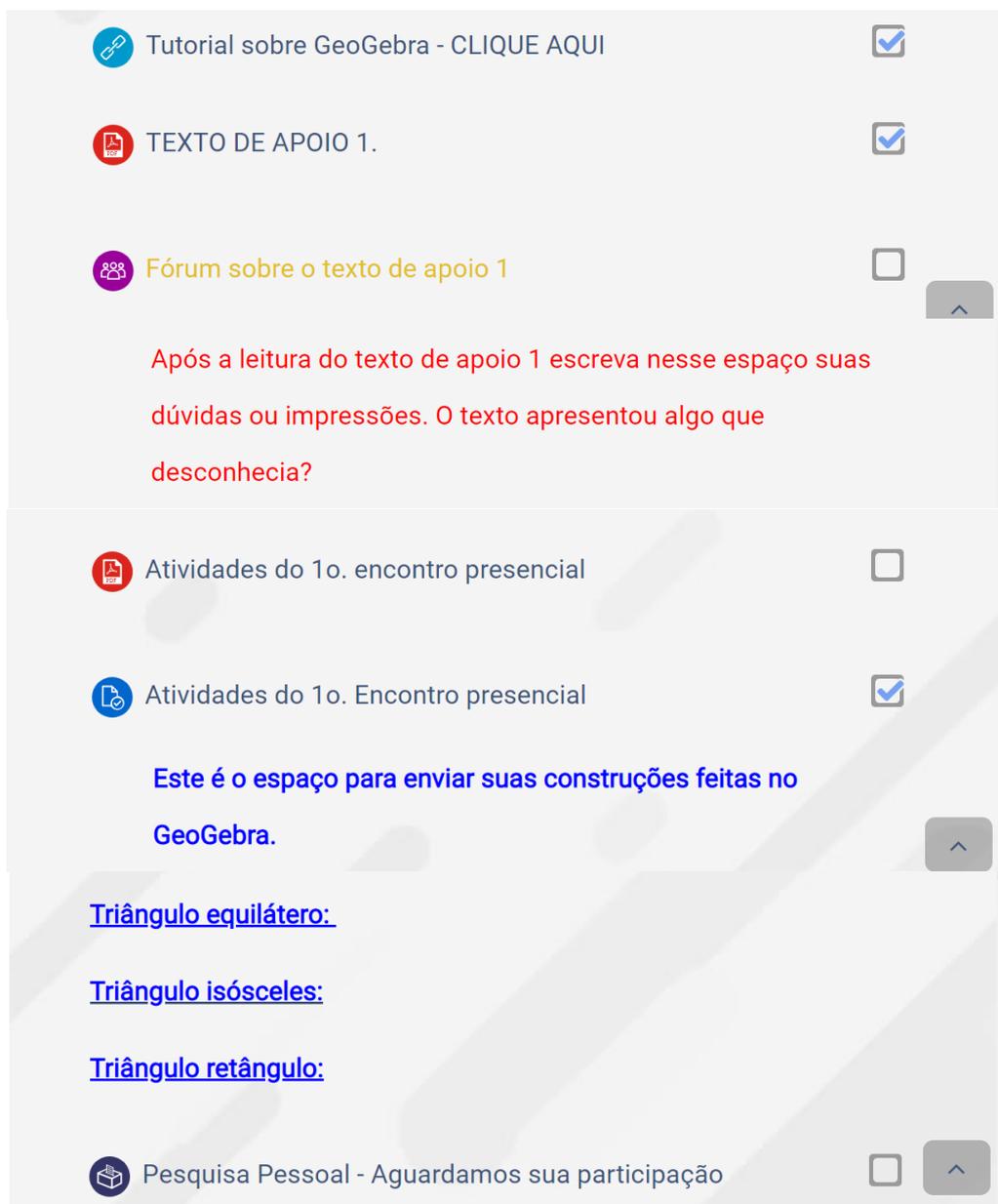


Figura 10: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 1 – Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 1 (Figuras 9), os participantes deveriam:

- I. Acessar o tópico 1 e assistir ao vídeo sobre o Ensino Híbrido-Sala de Aula Invertida;
<<https://www.youtube.com/watch?v=09Bqqv8CGw8&feature=youtu.be>>.

- II. Ir para os passos iniciais, assistir ao vídeo da música Aquarela de Toquinho, <<https://www.youtube.com/watch?v=-Gsdp2zSCjY>>, e responder às perguntas propostas na tela do Moodle;
- III. Ler o texto 1- Geometria: Iniciando os estudos – Parte 1 (Apêndice D).
- IV. Participar do fórum sobre o texto de apoio 1.
- V. Assistir ao vídeo Tutorial do GeoGebra <<https://www.youtube.com/watch?v=s56hWattazU>>
- VI. Resolver as atividades propostas – Parte 1 – (Apêndice E).
- VII. Responder a uma pesquisa pessoal (Apêndice A) diretamente no Moodle.

A esta altura da realização do projeto, dos 18 professores presentes no primeiro encontro presencial, 4 desistiram, restando, assim, 14 professores ativos.

As análises sobre a participação dos professores serão apresentadas no capítulo 5.

4.2 Atividades Online

As atividades online desse módulo que estão apresentadas a seguir foram disponibilizadas na plataforma Moodle no dia 30 de maio de 2018 e deveriam ser completadas até o dia 12 de junho de 2018, um dia antes no próximo encontro presencial.

4.2.1 Módulo 2 - Explorando Polígonos

No texto de apoio 2 (apêndice G), no módulo 2 (Figuras 11 e 12), denominado “Noções sobre Polígonos e suas Representações”, foram apresentados outros

conceitos da Geometria, todos fazendo parte integrante do programa de Ensino de Geometria segundo os documentos oficiais: concavidade e convexidade, elementos geométricos, tais como ângulos, diagonais, segmentos e vértices.

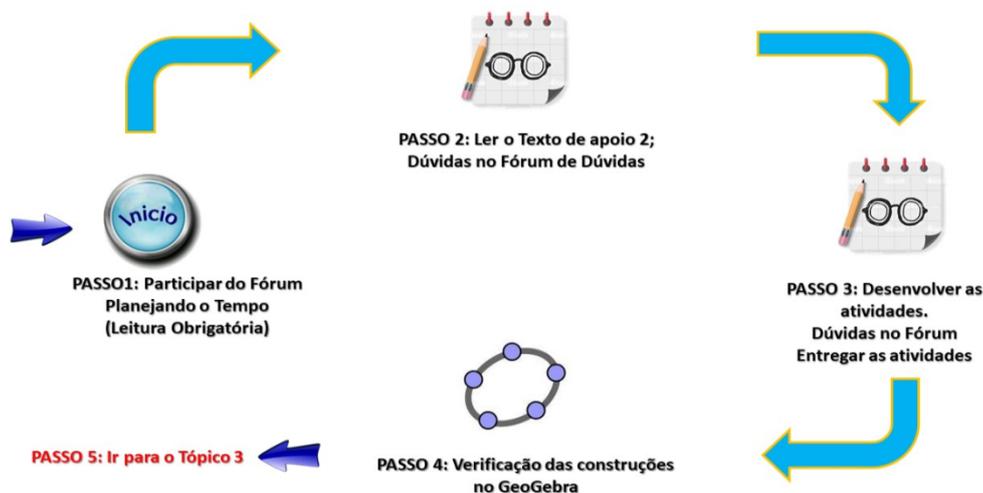
Tópico 2 - Explorando polígonos

Geometria: Continuando os estudos - Parte 2 – Polígonos

Este Tópico será estudado e desenvolvido a distância e deve ser encerrado antes do 2o. encontro presencial.

Bom trabalho!

TRILHA DE APRENDIZAGEM DO TÓPICO 2



Fórum: Planejando o tempo!!!!

Antes de começar as atividades, pense e escreva neste fórum, como você pretende organizar seu tempo para completar as atividades solicitadas, lembrando que são 11 horas online para serem distribuídas em 4 tópicos (2 e 3; 5 e 6). Quais dias da semana e em quais horário pretende estudar? Divida este tempo entre as 11 horas necessárias. Bom Trabalho!!

TEXTO DE APOIO 2

Figura 11: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 2

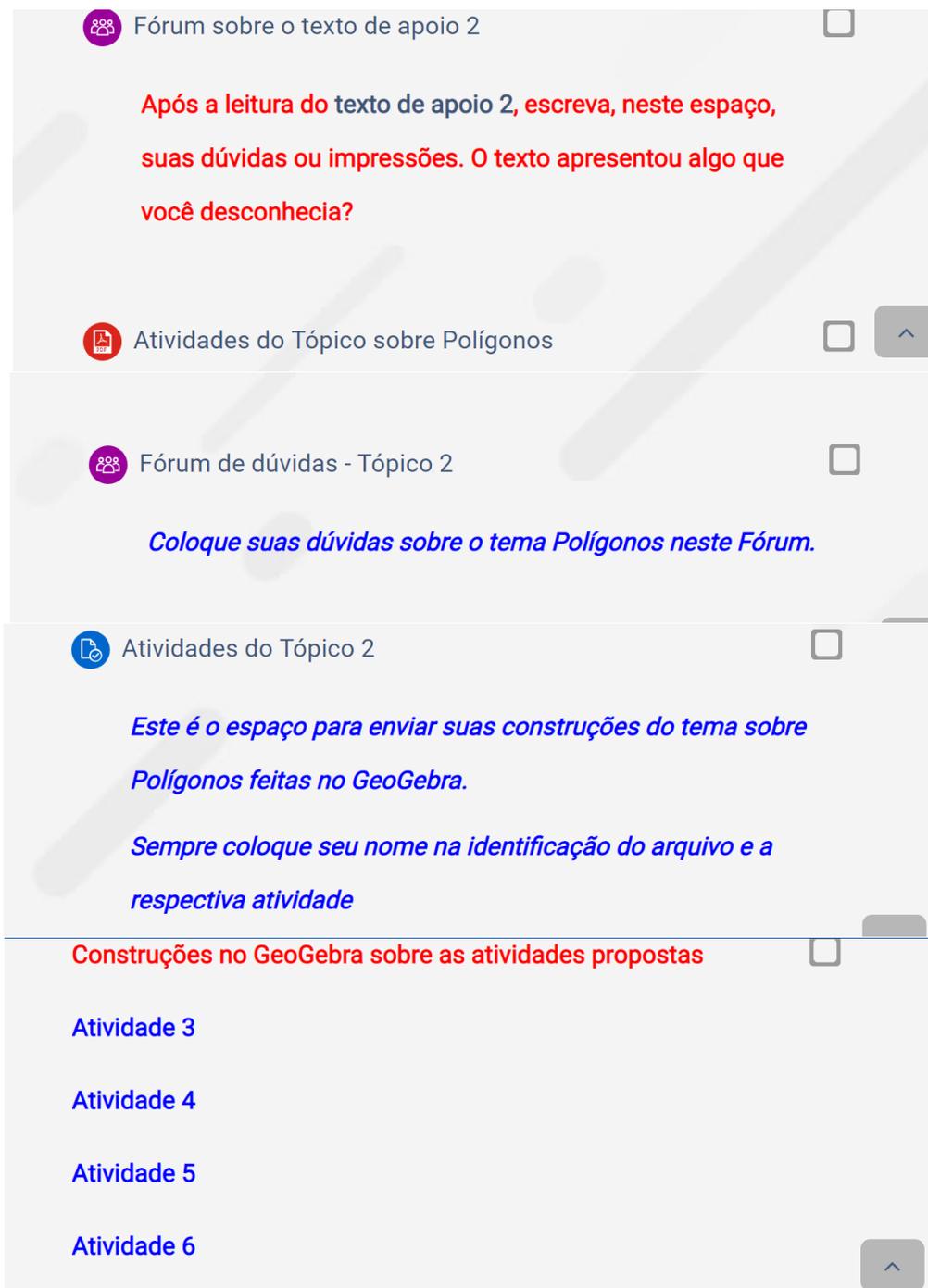


Figura 12: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 2 - Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 2 (Figura 11), os participantes deveriam:

- I. Participar do fórum, planejando e administrando o tempo de estudo e dedicação (Apêndice F);
- II. Ler o texto de apoio 2 (Apêndice G);

- III. Participar do fórum, discorrendo sobre o texto de apoio 2;
- IV. Desenvolver e entregar as atividades, disponibilizando-as na plataforma Moodle (Apêndice H);
- V. Verificar como poderiam ser feitas as construções no GeoGebra.

Quanto à participação, dos 14 professores participantes no primeiro encontro presencial, 13 responderam ao fórum, planejando o seu tempo; 10 responderam ao fórum sobre o texto de apoio 2; as demais atividades foram realizadas por todos. Reitera-se que as análises sobre a participação dos professores serão apresentadas no capítulo 5.

4.2.2. Módulo 3 - Explorando Círculo e Circunferências

No texto de apoio 3 (Apêndice I), no módulo 3 (Figuras 13 e 14), foram apresentados outros conceitos como figuras abertas e fechadas, sobre a diferença entre círculo e circunferência e seus elementos, os quais também fazem parte do programa do ensino de Geometria dos documentos oficiais.

Disponibilizou-se ainda um texto sobre a Teoria de Van Hiele (Anexo B), a qual apresenta os níveis de desenvolvimento da compreensão do pensamento geométrico, a saber: reconhecimento, análise, ordenação, dedução e rigor; sugeriam-se uma ordenação do conteúdo de Geometria e atividades de aprendizagem propostas segundo esses cinco níveis de pensamento. A intenção, com esse texto, era a de que os professores percebessem essas fases nas atividades realizadas por eles na formação, pois com uma compreensão melhor da Teoria, seria possível planejar melhor suas aulas e atividades, possibilitando um melhor desempenho dos alunos na compreensão e na construção do conhecimento geométrico.

Tópico 3- Explorando Círculos e Circunferências

Geometria: Continuando os estudos - Parte 3 – Círculo e Circunferência

Este Tópico será estudado e desenvolvido a distância e deve ser encerrado antes do 2o. encontro presencial. Bom trabalho!

TRILHA DE APRENDIZAGEM DO TÓPICO 3

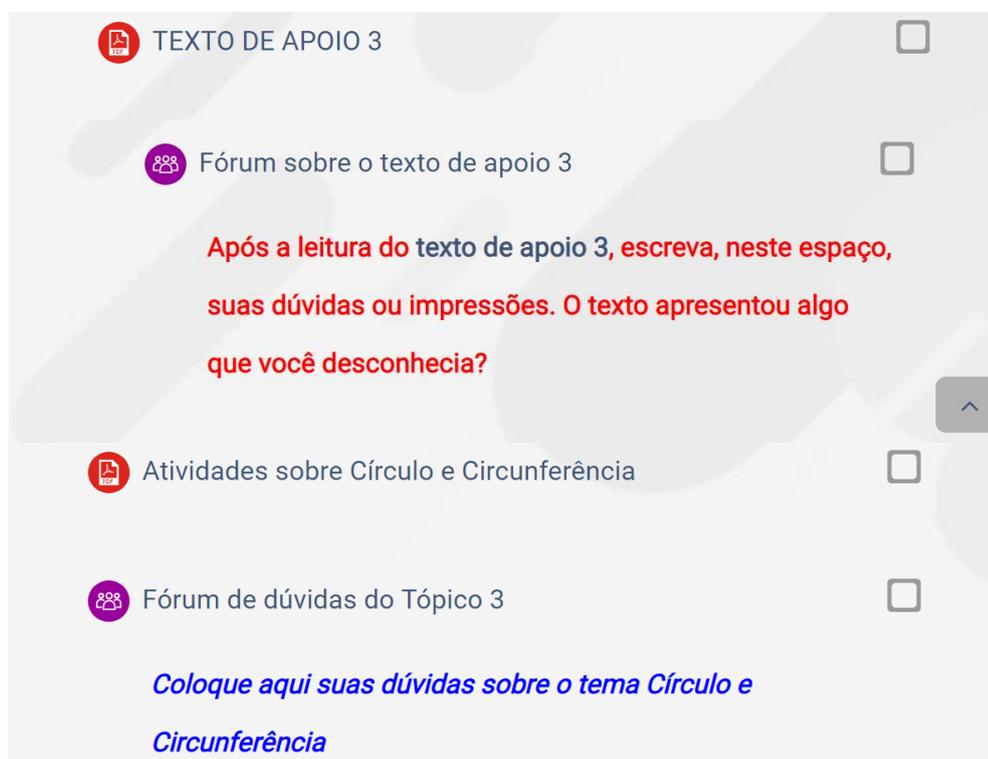
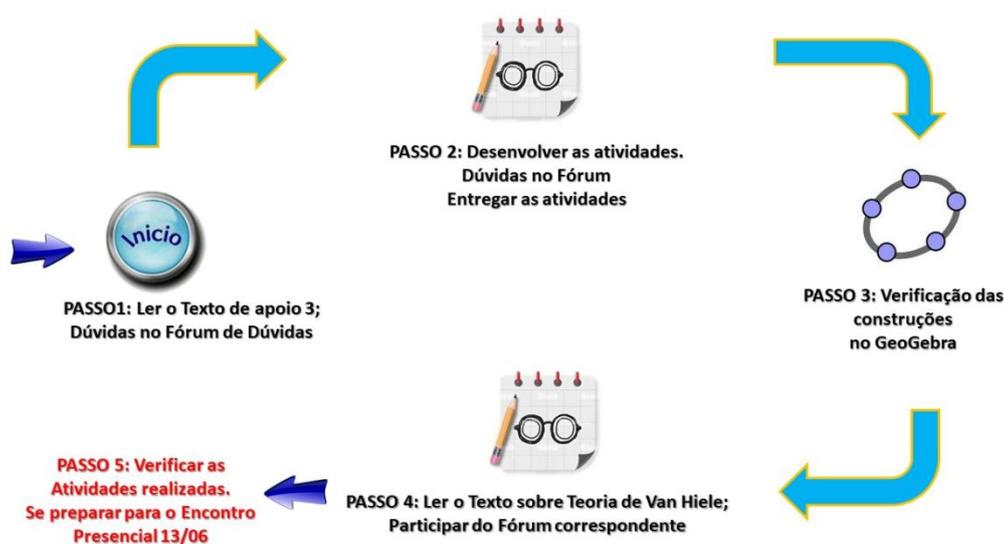


Figura 13: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 3

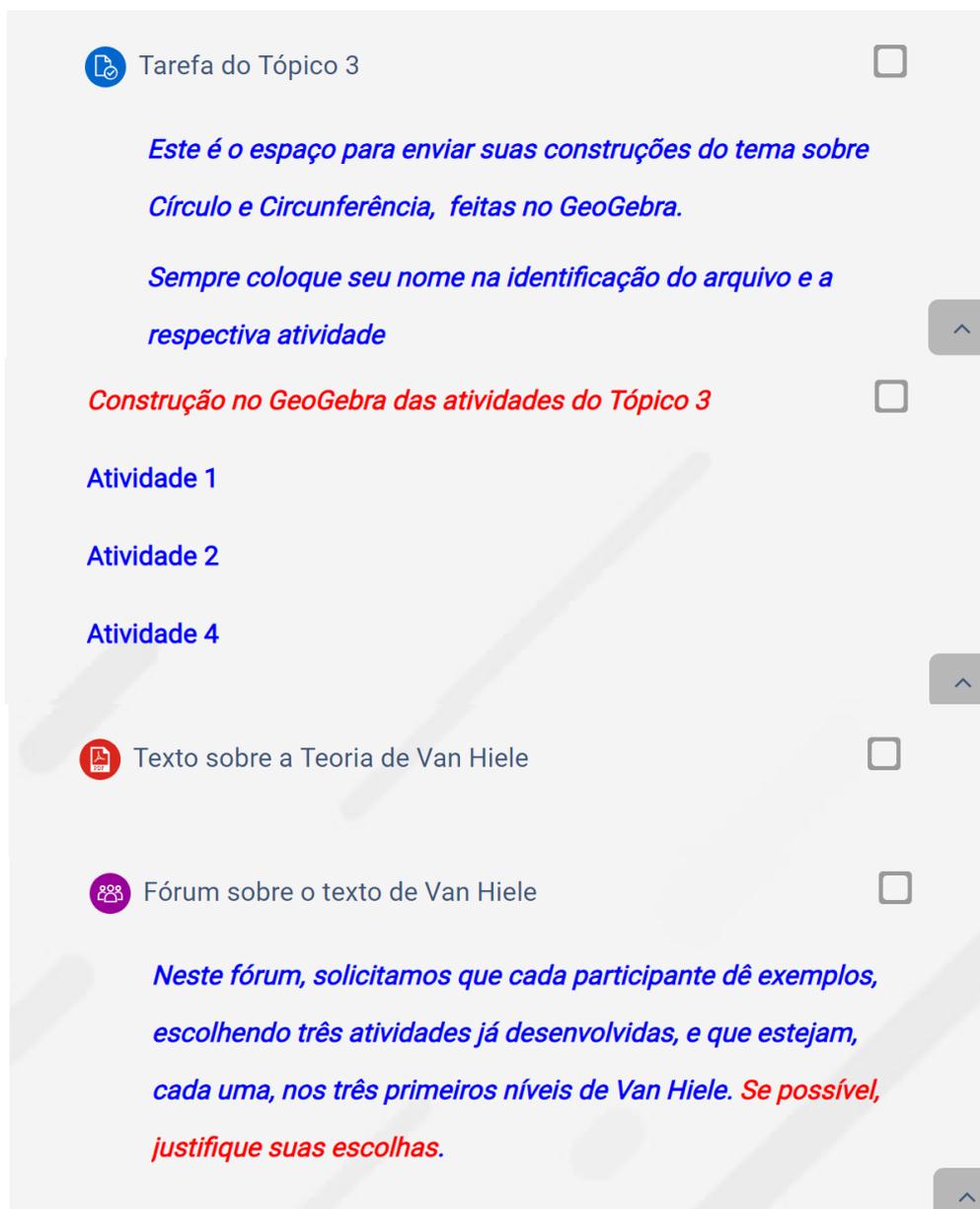


Figura 14: Captura de Tela – Estrutura do Módulo 3 – Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 3 (Figura 13), os participantes deveriam:

- I. Ler o texto de apoio 3 (Apêndice I);
- II. Participar do fórum sobre o texto de apoio 3;
- III. Desenvolver e entregar as atividades propostas (Apêndice J);
- IV. Verificar as construções no GeoGebra;
- V. Ler o Texto sobre a Teoria de Van Hiele (Anexo B);

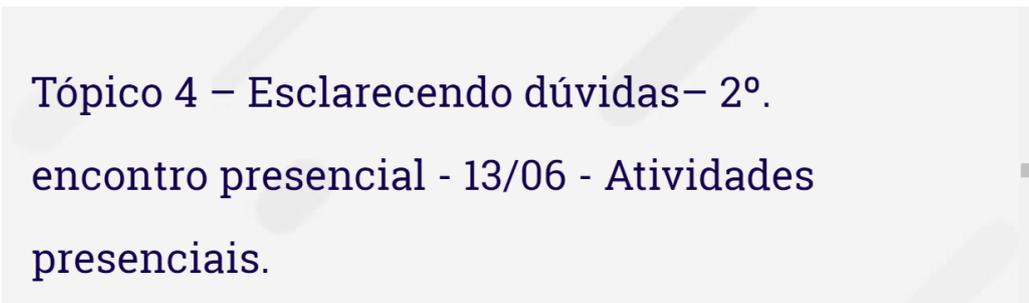
- VI. Participar do Fórum, expondo o compreendido sobre a Teoria de Van Hiele.

Sobre o aproveitamento desta etapa, dos 14 professores participantes, 11 responderam ao fórum sobre o texto de apoio 3, duas pessoas não entregaram as tarefas e 2 pessoas não responderam o Fórum sobre o texto da Teoria de Van Hiele; as demais atividades foram realizadas por todos. As análises sobre a participação dos professores, a saber, serão apresentadas no capítulo 5.

4.3 Segundo Encontro Presencial.

O segundo encontro presencial ocorreu no dia 13 de junho de 2018, no laboratório de informática da DRE de São Miguel Paulista. Estiveram presentes os 14 professores inscritos no encontro, que teve como objetivo discutir, além das atividades presenciais sugeridas, os textos indicados para leitura *online*, cuja temática tratava de metodologias e estratégias para a elaboração, experimentação e avaliação de situações de ensino e de aprendizagem da Geometria com o GeoGebra.

4.3.1 Módulo 4 - Encontro Presencial



Tópico 4 – Esclarecendo dúvidas– 2º.
encontro presencial - 13/06 - Atividades
presenciais.

Figura 15: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 4

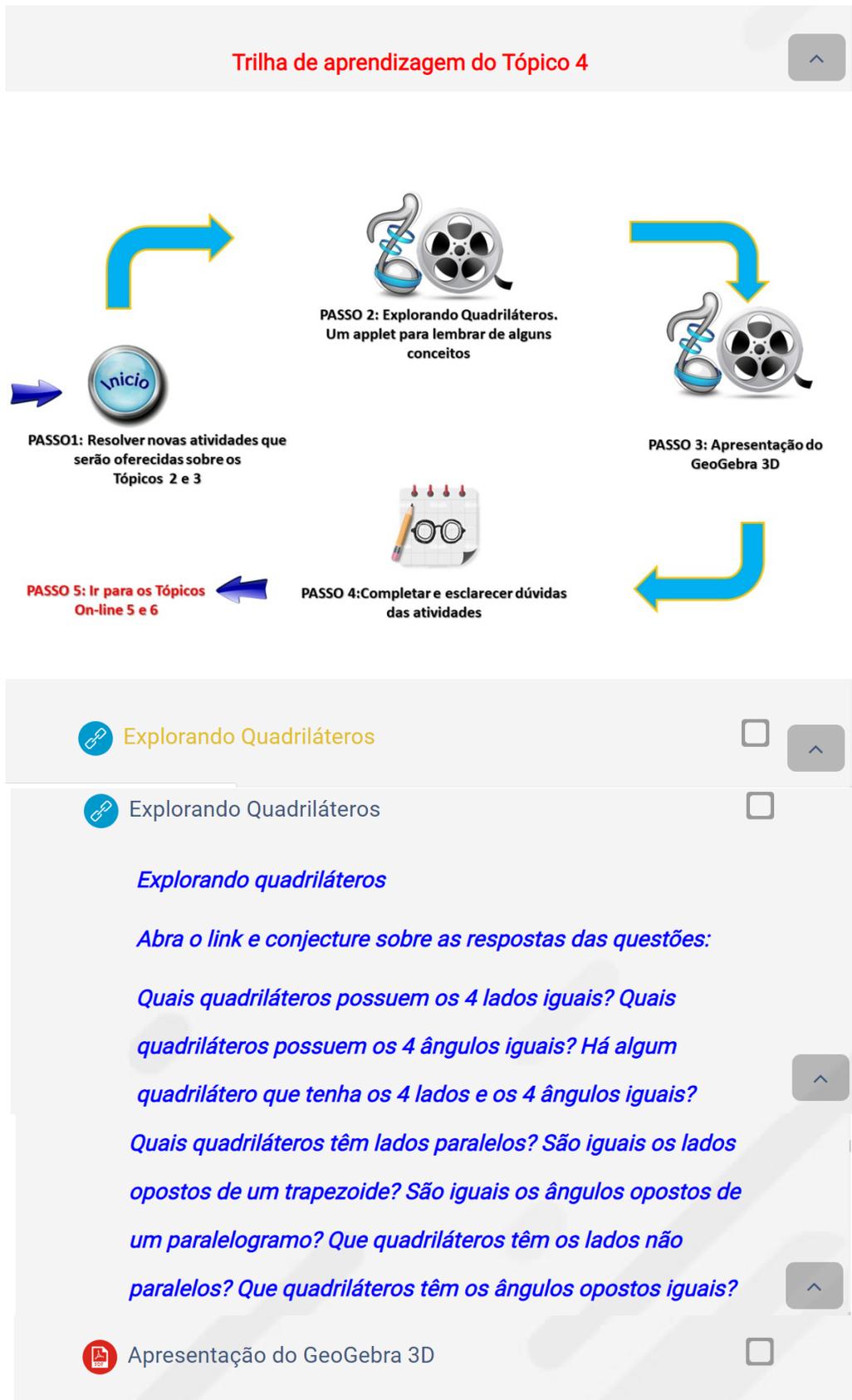


Figura 16: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 4 - Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 4, (Figura 16), os participantes deveriam:

- I. Resolver novas atividades oferecidas sobre os conteúdos publicados nos módulos 2 e 3 (Apêndice K) e (Apêndice L);
- II. Desenvolver e entregar as atividades propostas (Apêndice M);
- III. Apresentação do GeoGebra 3D (Apêndice N);
- IV. Completar e esclarecer dúvidas das atividades no GeoGebra 3D.

O aproveitamento desta etapa pelos professores inscritos foi de 100%. Todos os 14 professores participantes estiveram presentes e, embora apresentando algumas dúvidas, realizaram e concluíram todas as atividades. As análises sobre a participação dos professores serão apresentadas no capítulo 5.

Como metodologia desta pesquisa, utilizou-se o *Design Research*, a qual, segundo Collins et. al. (2004), carece da análise de três tipos de variáveis dependentes a saber: clima, aprendizagem e sistêmicas; e variáveis independentes: ambiente, natureza dos aprendizes, recursos exigidos e apoio para implementação, desenvolvimento profissional, exigências financeiras e caminho da implementação.

Ao final do módulo 4, perceberam-se algumas dessas variáveis, como sobre os recursos exigidos e apoio para implementação. Verificou-se que os aspectos não foram totalmente atingidos quando reclamaram de falta de material de apoio que lhes desse mais segurança nas atividades, principalmente com relação ao GeoGebra.

Já com relação às Exigências Financeiras, foi contemplada parcialmente, pois havia uma quantidade insuficiente de computadores e alguns, ainda, apresentaram problemas, indicando possível falta de verba da DRE para a manutenção das máquinas.

A variável Caminho da Implementação foi considerada pelos professores um obstáculo, pois todos consideraram curto e insuficiente o tempo da realização da formação e de todas as atividades.

No caso das variáveis independentes, a questão do ambiente foi parcialmente contemplada, pois mesmo a formação sendo realizada na DRE de São Miguel Paulista, bem próxima à escola, onde todos os professores trabalham em horário

contrário às suas atribuições, alguns tiveram que sair antes do término dos encontros presenciais.

4.4 Atividades Online

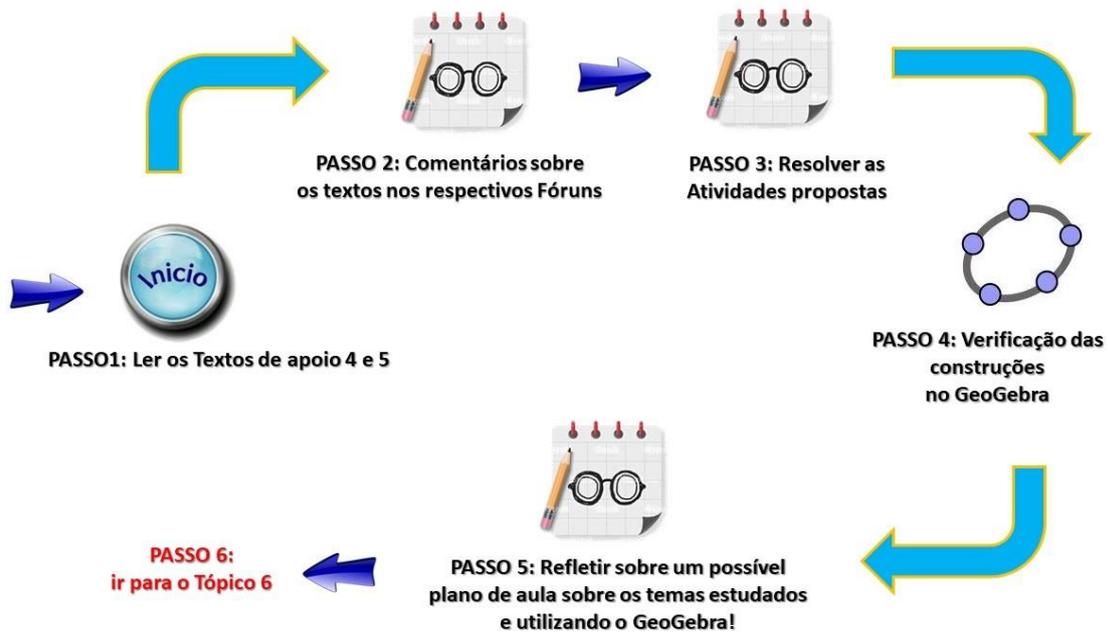
As atividades online desse módulo foram disponibilizadas na plataforma Moodle no dia 13 de junho de 2018 e deveriam ser completadas até o dia 26 de junho de 2018, um dia antes no próximo encontro presencial.

4.4.1 Módulo 5 - Explorando Poliedros

Os textos de apoio 4 e 5 (Apêndice O e P), presentes no módulo 5 (Figuras 17 e 18), contaram com a apresentação do conteúdo sobre a Geometria Espacial. O objeto de estudo era sobre Poliedros e suas características, como Faces, Arestas, Vértices, classificação, os sólidos platônicos. O conteúdo ainda se ramificava, enveredando-se por poliedros regulares e irregulares, côncavos e convexos, conteúdo que também faz parte do programa do ensino de Geometria dos documentos oficiais.

Tópico 5 – Explorando Poliedros - Até 26/06 - Utilizando o Moodle

Trilha de Aprendizagem Tópico 5



- Texto de Apoio 4
- Texto de Apoio 5
- Fórum sobre os textos 4 e 5

Após a leitura do textos de apoio 4 e 5, escreva, neste espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou algo que você desconhecia?

- Atividades sobre Poliedros
- Fórum de Dúvidas do Tópico 5

Coloque aqui suas dúvidas do Tópico 5

Figura 17: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 5

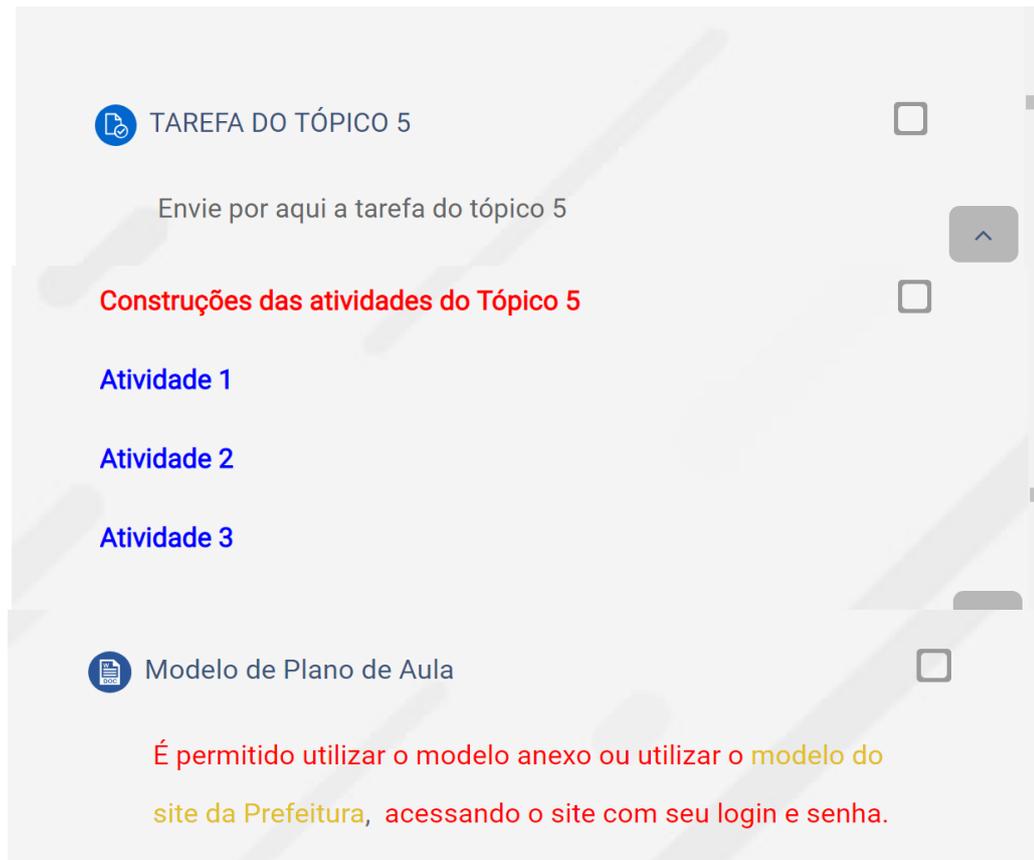


Figura 18: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 5 - Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 5, (Figura 17), os participantes deveriam:

- I. Ler o texto de apoio 4 (Apêndice O) e 5 (Apêndice P);
- II. Comentar os textos nos respectivos fóruns;
- III. Resolver as atividades propostas (Apêndice Q);
- IV. Verificar as construções no GeoGebra;
- V. Refletir sobre um possível plano de aula sobre os temas estudados, utilizando o GeoGebra.

Dos 14 professores participantes, todos responderam ao fórum sobre o texto de apoio 4 e 5 e três professores não entregaram as tarefas. As demais atividades foram realizadas por todos. As análises sobre a participação dos professores serão apresentadas no capítulo 5.

4.4.2 Módulo 6 - Explorando Poliedros e Sólidos de Revolução

No texto de apoio 6 (Apêndice R), no módulo 6 (Figuras 19 e 20), foi apresentada a Geometria Espacial com os estudos dos corpos redondos, ou também chamados de Sólidos de Revolução. Trabalharam-se as suas características; dependendo do sólido, este pode ter centro, superfície lateral, eixo, base, vértice, altura, raio, diâmetro e geratrizes, que também fazem parte do programa do ensino de Geometria dos documentos oficiais.



Figura 19: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 6

 Texto de Apoio 6

 Fórum sobre o texto de apoio 6

Após a leitura do texto de apoio 6, escreva, neste espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou algo que você desconhecia? 

 Atividades sobre sólidos de Revolução

 TAREFA DO TÓPICO 6

Envie por aqui as atividades do Tópico 6

Construções das atividades do Tópico 6

Atividade 1

Atividade 1

Atividade 2

Atividade 3 

 Questionário de Perfil

Este questionário tem por objetivo fornecer subsídios para a pesquisa referente ao ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental utilizando as tecnologias.

Estamos preocupados com a qualidade do ensino, por isso acreditamos que suas respostas poderão nos ajudar a pensar em melhorias para o processo de ensino-aprendizagem no ensino de Geometria e na utilização das tecnologias nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Figura 20: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 6 - Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 6, (Figura 19), os participantes deveriam:

- I. Ler o texto de apoio 6 (Apêndice R);
- II. Comentar o texto no respectivo fórum;
- III. Resolver as atividades propostas (Apêndice S);
- IV. Verificar as construções no GeoGebra;
- V. Finalizar o plano de aula para entrega no encontro presencial;
- VI. Responder ao questionário de perfil (Apêndice B).

Dos 14 professores participantes, 2 não responderam ao fórum de apoio do texto 6, 3 professores não realizaram as atividades propostas e 2 professores não responderam ao questionário de perfil. As análises sobre a participação dos professores serão apresentadas no capítulo 5.

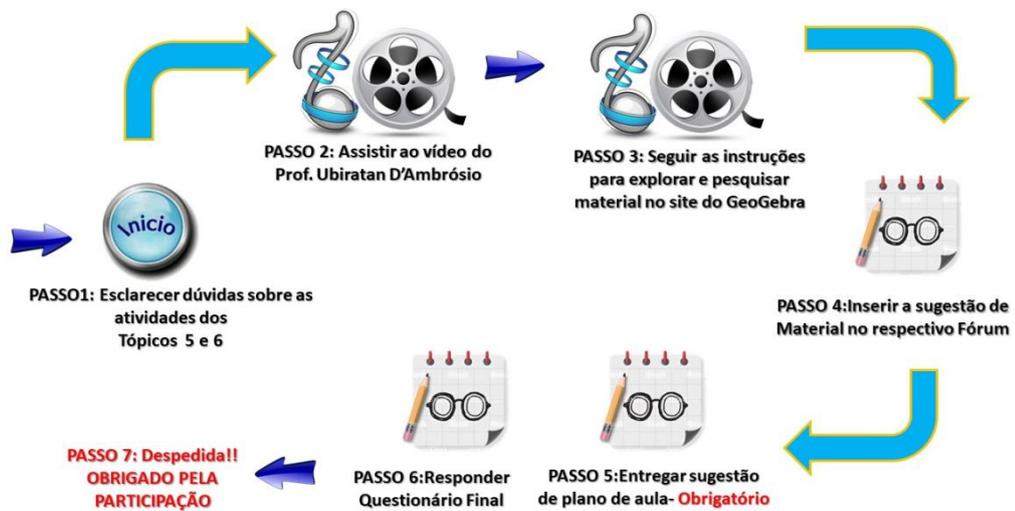
4.5 Terceiro Encontro Presencial

O terceiro encontro presencial ocorreu no dia 27 de junho de 2018, no laboratório de informática da DRE de São Miguel Paulista. Estiveram presentes os 14 professores e o encontro tinha como objetivo finalizar a formação, discutindo sobre a dinâmica, a metodologia, dúvidas das atividades, opiniões e sugestões dos professores participantes.

4.5.1 Módulo 7 - Encontro Presencial

Tópico 7 – Esclarecendo dúvidas– 3º.
 encontro presencial - 27/06 - Atividades
 presenciais.

Trilha de Aprendizagem do Tópico 7 - Presencial



- [Entrevista de Ubiratan D'Ambrósio](#)
- [Texto de Apoio sobre Acesso a Materiais online](#)
- [Materiais do GeoGebra online](#)
- [Materiais do GeoGebra online](#)

Há muitos materiais gratuitos que podem ser utilizados com os alunos. Um exemplo simples pode ser o Quebra Cabeça deste link.

Pesquise outro material que possa ser adequado para sua prática, copie o respectivo endereço e coloque-o no Fórum para ser compartilhado, tentando inseri-lo em seu plano de aula.

Figura 21: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 7

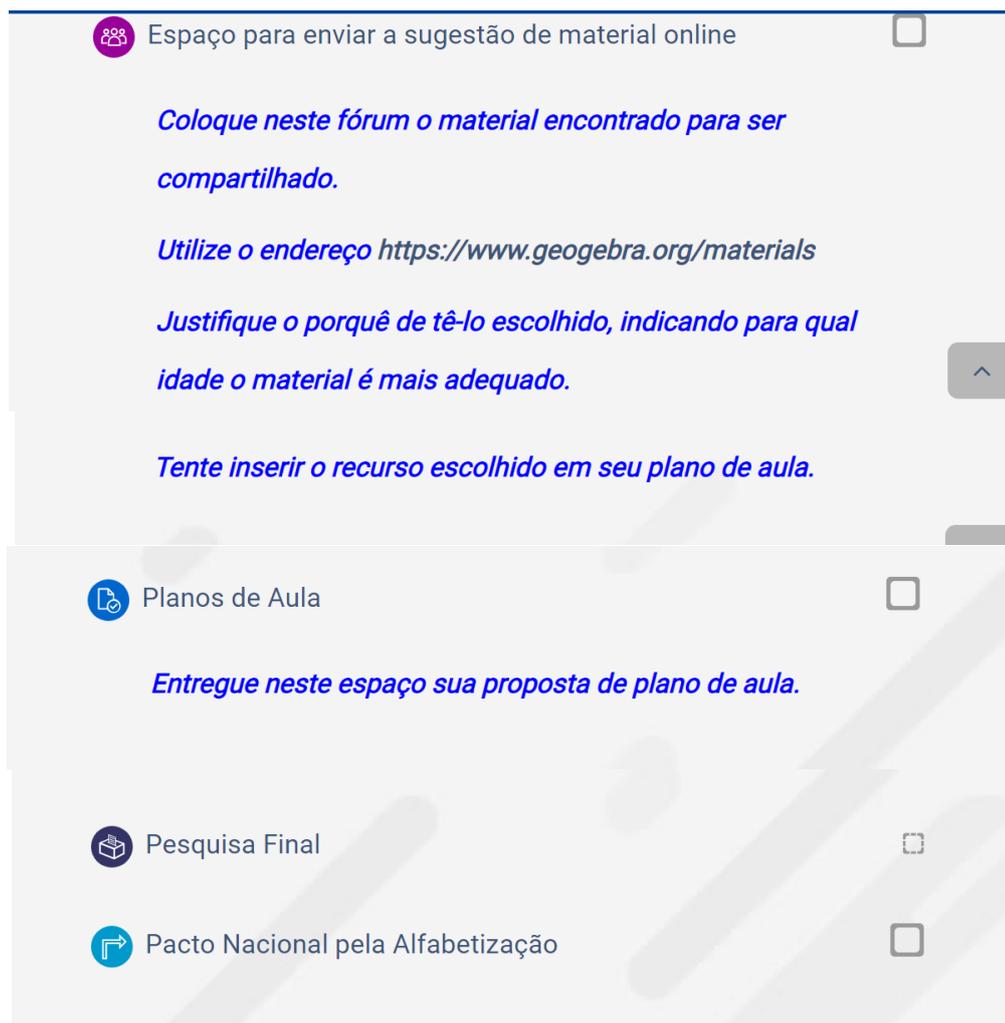


Figura 22: Captura de Tela - Estrutura do Módulo 7 - Continuação (1)

De acordo com a trilha de aprendizagem do Módulo 7 (Figura 21), os participantes deveriam:

- I. Esclarecer dúvidas sobre as atividades dos tópicos 5 e 6, revisando o conteúdo na atividade proposta (Apêndice T);
- II. Assistir ao vídeo do Prof. Ubiratan D'Ambrósio; <<https://tvescola.org.br/tve/video/entrevista-ubiratan-dambrosio>>
- III. Seguir as instruções para pesquisar e explorar material no site do GeoGebra (Apêndice U); <<https://www.geogebra.org/m/ashQsCgQ>>.
- IV. Inserir a sugestão de Material no respectivo fórum;
- V. Entregar obrigatoriamente a sugestão do plano de aula;
- VI. Responder o questionário final (Apêndice C).

Dos 14 professores participantes, 7 não inseriram nenhuma sugestão de material do GeoGebra no fórum e apenas 1 não respondeu ao questionário final. As demais propostas foram realizadas por todos. As análises sobre a participação dos professores serão apresentadas no capítulo 5.

Ao final do módulo 7, foi possível identificar mais algumas variáveis relacionadas à metodologia do *Design Research*, como a variável dependente de clima; como compromisso, cooperação e esforço, entendemos que a formação favoreceu o despertar da curiosidade dos professores em buscar novas estratégias para o ensino da Geometria.

Já a variável dependente de aprendizagem mostrou que o desconhecimento de certos aspectos da Geometria e do uso de tecnologia ficou evidente nos depoimentos dos professores. Nesse caso, ficou subentendido que a formação não conseguiu abranger, totalmente, os seus objetivos.

Quanto à variável dependente sistêmica, relacionada com a facilidade de adoção, verificou-se, nos depoimentos dos professores com relação aos pontos positivos indicados na utilização do *software* GeoGebra, que se trata de um recurso riquíssimo, devido às suas ferramentas e possibilidades: é útil, funcional, facilitador no aprendizado, entre outras características positivas para a construção do conhecimento.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DA PARTICIPAÇÃO DOS PROFESSORES

Ao iniciar a análise da participação nas atividades dos catorze professores que finalizaram a formação, resolvemos identificá-los, cada um deles, como: P1, P2 e assim por diante, para manutenção do anonimato e do sigilo das informações obtidas nessa pesquisa, de acordo com o Termo de consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Anexo A) assinado por eles.

No presente capítulo, serão apresentadas as análises dos dados coletados através dos fóruns e das pesquisas - pessoal, de perfil e final - com base teórica do TPCK e metodologia do *Design Research*, ordenadamente de acordo com a sequência em que aparecem nos módulos (Figuras 4 a 24), detalhados no capítulo anterior.

Serão adicionadas algumas das atividades entregues pelos participantes, mas que, contudo, não é objeto de análise.

5.1 Primeiro Encontro Presencial - Módulo 0 - Apresentação do Projeto, Moodle e GeoGebra - e Módulo 1 - Explorando Triângulos

Nos Módulos 0 (Figuras 4, 5, 6 e 7) e 1 (Figuras 8, 9 e 10), verificou-se que todos os professores presentes acessaram a plataforma e fizeram a leitura sobre o projeto e a dinâmica dos trabalhos. Na sequência, assistiram aos vídeos sobre Ensino Híbrido, ao clipe da música Aquarela, respondendo à atividade proposta. Assistiram também ao vídeo Tutorial sobre o GeoGebra. Indicou-se a leitura do texto de apoio 1 (Apêndice D), contudo, em função de quatro dos professores não terem

respondido ao fórum, concluiu-se que, muito possivelmente, alguns não fizeram a leitura proposta.

Abaixo apresentamos, transcritas com fidelidade, algumas das respostas dos professores no fórum sobre o texto de apoio do texto 1: *Após a leitura do texto de apoio 1, escreva, neste espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou algo que desconhecia?*

P6. Gostei muito do texto, revendo a Geometria junto aos PCNs. A partir de então, com mais conhecimento, nos permite um melhor planejamento do que será trabalhado em sala de aula.

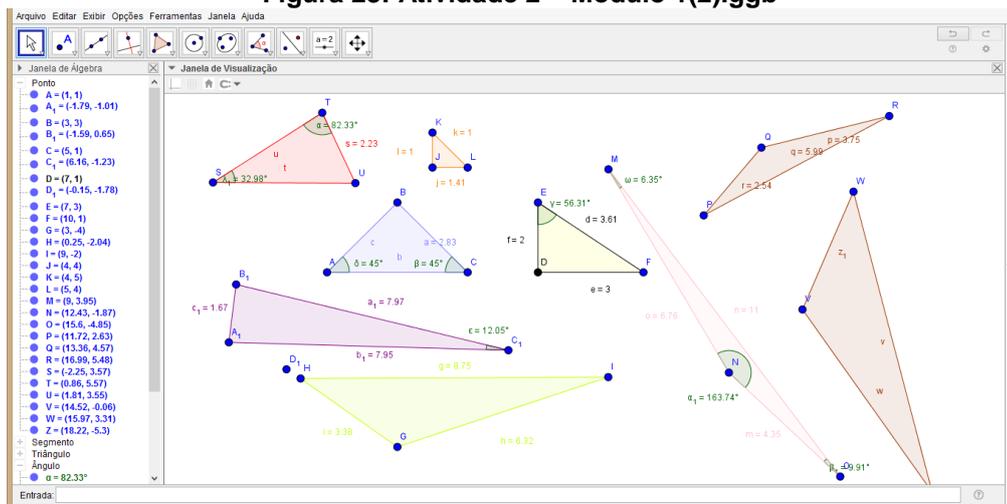
P11. O texto é muito interessante e traz diversos benefícios que a geometria pode contribuir na formação dos alunos, isso desde a tenra idade. Percebemos que as salas onde as crianças são mais estimuladas a trabalharem concretamente as formas geométricas, semelhanças entre figuras, lateralidade, noção de direita e esquerda são crianças com mais noção de espaço, deslocamento entre outros benefícios. Também acho difícil explicar o conceito sobre ponto. Acredito que a geometria espacial já deve ser trabalhada sim desde a educação infantil, é claro, de forma lúdica através de brincadeiras e manuseios de sólidos geométricos. Com o passar da idade é importante ir abstraindo e construindo conceitos sobre os sólidos geométricos. Como está no texto eu acredito que todo esse conhecimento deve ser contextualizado para que faça sentido para a criança.

Verificou-se que alguns professores entenderam a importância de certos aspectos direcionados pelos PCN com relação ao Ensino da Geometria nos anos iniciais, além de alguns conceitos importantes para a construção dos conhecimentos introdutórios da Geometria.

Em relação às atividades do módulo 1 (Apêndice E), os professores tiveram um pouco de dificuldade ao iniciarem os trabalhos com o GeoGebra, entretanto, durante o manuseio do software, as dúvidas foram naturalmente se resolvendo. De todos os participantes, somente um não entregou a atividade no GeoGebra.

Abaixo, está o registro da atividade entregue pelo participante P3; o enunciado *solicitava aos professores que construíssem, no GeoGebra, os triângulos isósceles, retângulo e escaleno, de modo que conservassem suas propriedades.*

Figura 23: Atividade 2 – Módulo 1(2).ggb



Fonte: Participante P3.

Com relação ao questionário de Pesquisa Pessoal (Apêndice A), dos quais doze responderam e dois não, a intenção foi saber o que motivou a procura desse professor pela formação que estava sendo oferecida.

Abaixo explanamos algumas respostas dos participantes.

Pergunta 1: *O que motivou a sua participação nesta formação?*

P6. A minha dificuldade em trabalhar a Geometria em sala de aula.

P10. A geometria e o ensino híbrido, pois sinceramente nunca ouvi falar sobre ensino híbrido.

P11. Me interessei por esse curso, pois ouvi falar muito bem do software Geogebra e acredito que será mais uma ferramenta para trabalhar com os alunos. Creio que aumentará bastante meus conceitos de geometria plana.

Pergunta 2: *Com a experiência que você tem hoje, o que você acha que deveria ter sido oferecido em sua formação no que diz respeito aos conteúdos e ensino da Matemática e que lhe faltou?*

P4. Durante as minhas ações educativas, percebo uma grande dificuldade em oferecer aos alunos os conteúdos, de forma segura. Por ter essa dificuldade, procuro buscar sempre meios que me facilitem essas ações. Desta maneira sinto que faltou algo durante a minha formação, pois foram muitas teorias e poucas situações práticas, que poderiam sanar minhas dúvidas e enriquecer de forma significativa a minha atuação em sala de aula.

P5. Aprofundamento dos conteúdos, construção das ideias e não simples transmissão dos conceitos.

P10. A parte da geometria , pois o que aprendi foi o básico de maneira bem tradicional, hoje tenho dificuldade de passar isso para meus alunos de maneira lúdica e interessante.

Pergunta 3: *Quais são suas expectativas com relação a essa formação?*

P3. Utilizar novos recursos e principalmente novas tecnologias para ensinar geometria.

P9. De acordo com o que foi apresentado no primeiro encontro, eu espero desenvolver habilidades em relação ao domínio da tecnologia apresentada e aperfeiçoar meus conhecimentos para que assim possa enriquecer minha prática em sala de aula.

P11. Estou gostando do curso, pois estou construindo conceitos que antes ficava difícil de entender só estudando através de livros e apostilas. Acredito que irá melhorar muito minha prática em sala de aula, pois como sabemos, a matemática e o “calcanhar de Aquiles “ para muitos professores do fundamental

Com base nas respostas obtidas nesse primeiro questionário, verificaram-se dificuldades ou até falta de conhecimento específico em alguns conteúdos da Geometria; contudo, o que mais chamou a atenção foi a possibilidade de ampliar experiências e incluir o uso de tecnologias na sala de aula; como ressaltam MISHRA e KOEHLER (2006), as novas habilidades necessárias aos professores se encontram na intersecção dos três componentes do conhecimento, o do Conteúdo, o Pedagógico e Tecnológico.

O professor hoje em exercício tem que focar sua formação em uma base pedagógica, tecnológica e de conteúdo consistente, para uma compreensão ampla da ciência como empresa social e humana e atualização ao longo da carreira profissional (SABATINI, 2004).

Percebeu-se também que os professores participantes do projeto de formação tiveram pouco acesso ao ensino de Geometria. O que aprenderam foi superficial ou mesmo o básico, de forma tradicional, somente com explanação de conceitos, teorias, sem relação com atividades práticas. Alguns sugerem que o tempo de dedicação à Geometria durante sua formação inicial também foi insuficiente. Libâneo (2013), sobre o problema da formação em Matemática nos cursos de Pedagogia e, ao analisar os respectivos currículos, no que se refere à

disciplina de Matemática, indica que a frágil preparação desses conteúdos de Matemática básica para ensino nos anos iniciais, acarreta um prejuízo no desenvolvimento dos estudantes, fragilizando assim a formação do professor.

E segundo Curi (2005), noventa por cento (90%) dos cursos de pedagogia priorizam as questões metodológicas como essenciais à formação desse profissional e as disciplinas que abordam conteúdos de Matemática contam com uma carga horária bastante reduzida.

Percebe-se que os professores participantes, nos depoimentos apresentados, esperam atenuar a insegurança em ensinar Geometria, aperfeiçoar seus conhecimentos específicos, desenvolver habilidades no uso de novos recursos, principalmente tecnológicos para, conseqüentemente, melhorar sua prática em sala de aula.

5.2 Online – Módulo 2 – Explorando Polígonos

No início desse Módulo (Figuras 11, 12 e 13) propôs-se um fórum para que os participantes discutissem a forma de organização para a realização das atividades, principalmente as *online*.

Fórum: *Antes de começar as atividades, pense e escreva nesse fórum, como você pretende organizar seu tempo para completar as atividades solicitadas, lembrando que são 11 horas online para serem distribuídas em 4 tópicos (2 e 3; 5 e 6). Quais dias da semana e em quais horários pretende estudar? Divida esse tempo entre as 11 horas necessárias. Bom Trabalho!!*

Abaixo algumas das propostas de planejamento de tempo:

P3. Essa duas primeiras semanas foram corridas, entrega de trabalhos, encerramento do bimestre e avaliações da graduação. Espero distribuir meu tempo em 3 horas nas terças, quintas e sábados e 2 horas no domingo.

P5. Sinceramente, ainda não sei! Foi difícil baixar o programa. O acúmulo de tarefas e atividades é grande. Mas sem dúvida, tentar organizar e reorganizar o tempo.

P11. Não esquematizei meus horários de estudos. Toda vez que me sobra um tempinho eu acesso a plataforma e leio os textos de apoio e realizo as atividades. As vezes quando não tenho como acessar o micro eu leio o texto impresso.

Alguns participantes perceberam logo que precisariam determinar um horário para desenvolver as atividades, outros, contudo, no início, tentaram fazer os trabalhos sem muita programação, ou seja, conforme a disponibilidade fosse aparecendo.

Com relação ao fórum do texto de apoio 2 (Apêndice G), no qual se trabalhou o conteúdo de Polígonos, suas formas e elementos, seguem algumas das respostas dos participantes:

Fórum: *Após a leitura do texto de apoio 2, escreva, nesse espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou-lhe algo que desconhecia?*

P4.o texto é de fácil compreensão, ficando mais claro para mim, o que é convexo e não convexo, termos que já tinha ouvido falar na minha época escolar.

P5. Realmente desenvolver o trabalho e estudo sobre polígonos com os alunos do Fundamental I é bastante interessante e eles gostam muito, demonstram sempre curiosidade sobre os temas, sobre as construções e principalmente sobre o nome que cada polígono recebe. Aprofundar, neste momento, não torna-se necessário, mas concordo que, nós professores, precisamos conhecer melhor sobre o assunto para podermos ter segurança e compreensão para ensiná-lo. Gostei do texto.

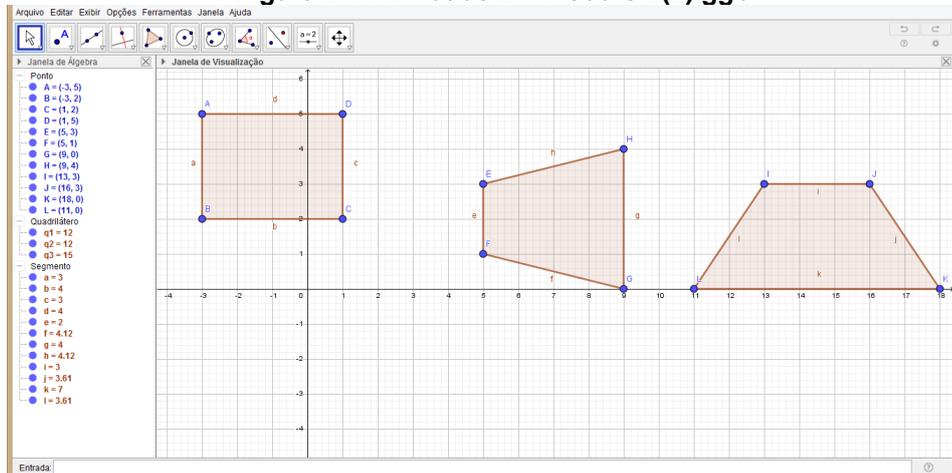
*P13. Esse texto de apoio explica como o conceito de superfícies planas ou esféricas, pode ser desenvolvido nos primeiros anos e contribui para o professor saber como introduzir esse conceito nas salas de aula, também observei mais um elemento nas figuras que são as **diagonais**.*

Verificou-se nas respostas dos professores que eles compreenderam as ideias que o texto sugeriu, chamando a atenção a alguns conceitos dos quais não lembravam, os que simplesmente não conheciam ou ainda os que não entenderam quando lhes foi apresentado. Perceberam, sobretudo, a importância de aprofundar os conhecimentos específicos em Geometria.

Uma das atividades propostas (Apêndice H) do Módulo 2 solicitava que se *construíssem no GeoGebra quadriláteros diferentes, cujas construções devessem*

ser robustas, ou seja, que não perdessem suas propriedades quando movimentadas. Apresentamos abaixo a atividade entregue pelo participante P2:

Figura 24: Atividade 2 – Módulo 2(2).ggb



Fonte: Participante P2

5.3 Online - Módulo 3 - Explorando Círculos e Circunferências

No Módulo 3 (Figuras 14 e 15), o texto (Apêndice I) e as atividades (Apêndice J) referem-se ao assunto Círculo e Circunferência, suas diferenças e elementos.

Abaixo se apresentam algumas das respostas dos professores no fórum sobre o texto de apoio 3 (Apêndice I):

Fórum: Após a leitura do texto de apoio 3, escreva, nesse espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou algo que desconhecia?

P1. Confesso que até começar o curso e ler os textos fazia uma certa confusão em relação o que é "circunferência" e "círculo". Outro aspecto relevante ao texto são as figuras exemplificando o assunto.

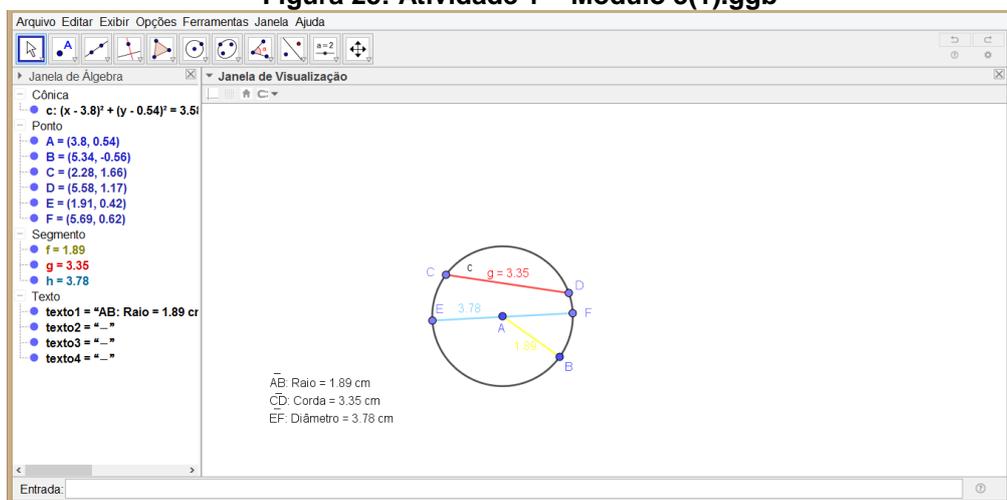
P3. Gostei do texto ... me trouxe novos conhecimentos como raio, corda e arco da circunferência. As ideias de diâmetro e circunferência no círculo já havia sido exploradas em outros cursos.

P4. O texto ampliou os meus conhecimentos, não me recordava desses termos, e sobre a diferença entre círculo e circunferência

Verificou-se pelas respostas dadas que existem, de certa forma, alguns conceitos que não são muito claros, além da ausência de conhecimento de alguns elementos importantes da Geometria.

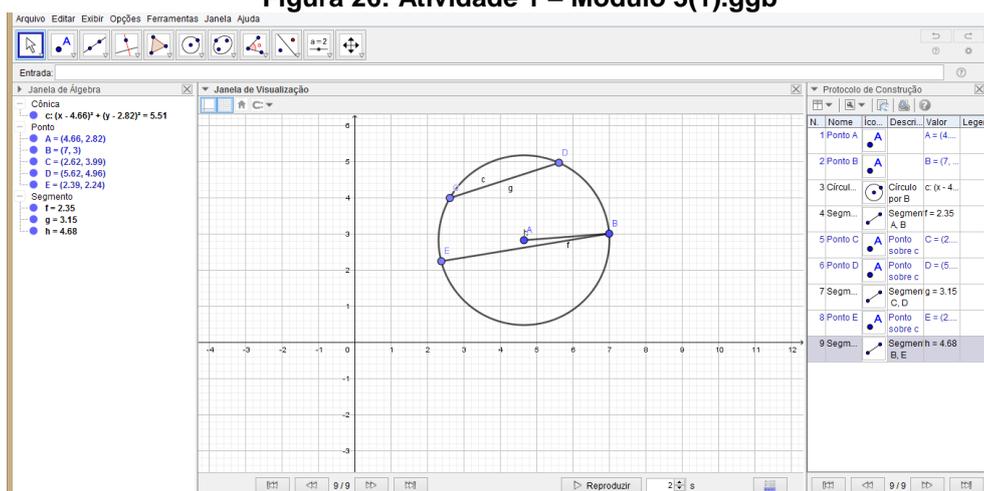
Com relação às atividades (Apêndice J) no GeoGebra, os professores *deveriam construir uma circunferência com ferramentas pré-determinadas e identificar nela um raio, uma corda e o diâmetro dessa circunferência*. Mostramos abaixo dois trabalhos entregues:

Figura 25: Atividade 1 – Módulo 3(1).ggb



Fonte: Participante P11

Figura 26: Atividade 1 – Módulo 3(1).ggb



Fonte: Participante P6

Sobre o texto da Teoria de Van Hiele (Anexo B), *solicitamos que cada participante fornecesse dela um exemplo, escolhendo como repertório, três*

atividades já desenvolvidas, e que estivesse, cada uma, nos três primeiros níveis de Van Hiele. Pediu-se também que, se possível, justificassem-se as suas escolhas.

Para tentar garantir o domínio do assunto em tela na questão, reviram-se algumas considerações sobre a compreensão da Teoria pelos professores:

P1. Após leitura do texto, entendi que algumas atividades do curso seguiram esta sequência:

- Visualizamos o vídeo “Aquarela”, onde identificamos alguns elementos geométricos.*
- Analisamos as formas geométricas identificadas no vídeo, diferenciando-as por formas em linha reta, círculo, retângulo e curvas.*
- Construções no Geogebra de alguns polígonos a partir das propriedades já analisadas e com o uso de novas ferramentas do plano.*

P8. Ao ler o texto de Van Hiele pude perceber que as atividades propostas estão em consonância com o texto.

Fazendo referências as fases, pude perceber que as atividades de leituras com os textos impressos previamente estão na fase 1. As orientações guiadas, fase 2 pode estar ligadas as atividades presenciais e por último, a fase 3 quando é aberta as possibilidades de contato com os tutores mediante os fóruns e quando podemos abrir as construções no programa moodle.

P10. Após a leitura do texto, foi possível relacionar algumas atividades já realizadas no curso:

- música Aquarela, onde no primeiro momento ouvimos e vimos o vídeo, em seguida vimos o vídeo pela segunda vez, porém com um olhar voltado para as formas que apareciam;*
- desenhamos algumas formas no papel e após tentamos construí-las no geogebra sob orientação das formadoras;*
- construímos polígonos baseado nas informações dadas, bem como utilizando as ferramentas do geogebra.*

Observou-se, por meio desses depoimentos, que os professores conseguiram perceber os níveis de desenvolvimento da compreensão do pensamento geométrico segundo a Teoria de Van Hiele e, de certa forma, até relacioná-los com as atividades propostas na formação.

5.4 Segundo Encontro Presencial - Módulo 4

Nesse encontro (Figuras 16 e 17), estiveram presentes catorze participantes; todos resolveram as atividades oferecidas de aprofundamento dos módulos 2 e 3, treze realizaram a atividade Explorando Quadriláteros (Apêndice M) e todos assistiram à apresentação do tutorial do GeoGebra 3D.

Durante o processo, até o momento presencial do Módulo 4, surgiram algumas dúvidas, como por exemplo:

P6. Fiz 4 quadriláteros: quadrado, losango, paralelogramo e trapézio. Estou começando a me familiarizar com o Geogebra.

P11. Inicialmente eu tive dúvidas para construir os polígonos que fosse rígidos, pois eu criei um quadrado e um retângulo, mas quando eu os movimentava bagunçava os ângulos e as medidas dos segmentos. Depois com o auxílio das ferramentas compasso e circunferência os polígonos ficaram robustos.

P11. Boa noite ! Tive algumas dificuldades inicialmente na construção de alguns polígonos tais como os triângulos, porém fiz algumas pesquisas na internet e consegui construí-los sem dificuldades.

P12. Olá.....tenho muita dificuldade para criar e usar as ferramentas no geogebra, aparentemente é fácil, mas no hora de construir e seguir os comandos, até mesmo o de salvar e enviar,,,,enfrento dificuldades

As dúvidas apresentadas evidenciam a dificuldade no trabalho com *software* de Geometria Dinâmica, o qual exige que as construções mantenham suas propriedades, ou seja, sejam “robustas”. A característica principal de um *software* de geometria dinâmica é a possibilidade de complementar a construção da figura, introduzindo nela um movimento, para uma melhor compreensão dos objetos matemáticos.

Todas as questões transcritas acima foram discutidas no encontro presencial, a fim de que se esclarecessem todas as dificuldades apresentadas, ora por meio da indicação de um tutorial específico, para que eles mesmos procurassem os procedimentos corretos e conseguissem então, realizar as tarefas, ora por orientação detalhada, pela formadora, apontando sequência e ferramentas adequadas para a resolução das questões.

5.5 Online - Módulo 5 - Explorando Poliedros

A primeira atividade desse módulo (Figuras 18 e 19) foi a leitura dos textos de apoio 4 (Apêndices O) e 5 (Apêndice P), para responder aos fóruns respectivos.

Com relação ao fórum dos textos de apoio 4 e 5, algumas respostas são indicadas abaixo:

Fórum: Após a leitura do textos de apoio 4 e 5, escreva, nesse espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou algo que desconhecia?

P1. Desconhecia o estudo de sólidos platônicos e associação com os elementos terra, água, ar e fogo. Gostei da parte do texto quando o autor descreve a forma que os sólidos platônicos se manifestam na natureza e na cultura humana. Observando as figuras consegui compreender melhor o que são poliedros convexos e não convexos

P5. Os textos são bastante esclarecedores. Já conhecia os sólidos platônicos. Retomei os conceitos de poliedros côncavos e convexos. Mas a construção e conhecimento de todas as propriedades ainda é algo complexo, pra mim e para grande parte de nossos alunos. De fato precisamos nos aprimorar para propiciar um estudo mais amplo e seguro nos anos iniciais.

P8. Trabalho com uma turma de 5 ano e percebo que existe uma dificuldade muito grande em se concretizar (entender) os elementos dos poliedros. Tentei passar pra eles a ideia de que posso criar "carinhas" nas faces (que eu posso fazer com diferentes situações no dia, como triste, feliz....)e em relação aos poliedros convexos e não convexos..... me deixou bem confusa em relação as nomenclaturas, foi necessário fazer a desconstrução da ideia que eu tinha de concavo e convexo....

P9. Agora entendi os conceitos côncavo ou convexo. Os termos regular,irregular e platônico não novos para mim.Como trabalho com alunos dos anos iniciais. Estes termos ficam de fora. Desconhecia a história de Platão. Os termos usados são somente: figuras planas, polígonos e suas classificações. Poliedros, sólidos geométricos. Faces, aretas,vértices e ângulos

P11. Gostei muito dos textos de apoio. Achei importante o fato de ter que manipular os sólidos geométricos para construir conceitos de geometria espacial. Acredito que trabalhando apenas com livro didática sem manuseá-lo não tem como construir conceitos de geometria espacial. Se tiver o Geogebra instalado fica melhor ainda para construir os conceitos

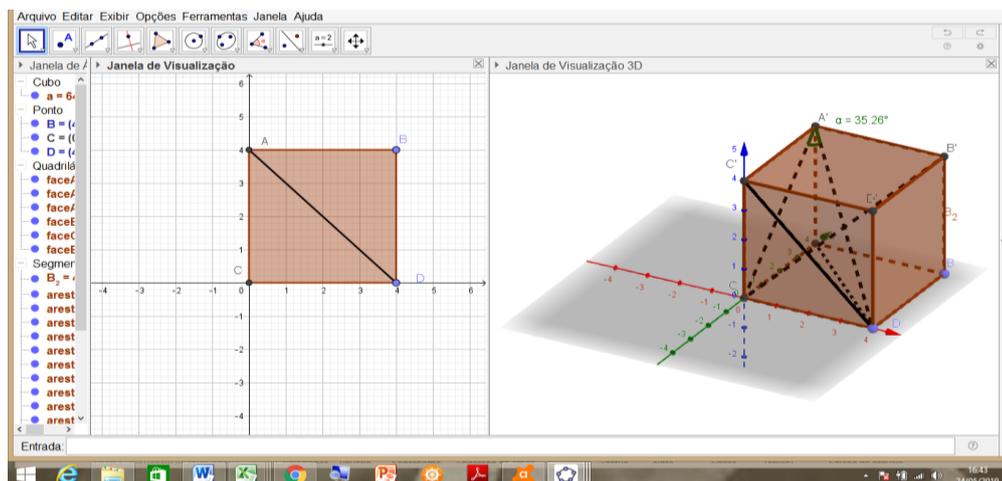
P13. No texto 4 aprendi mais sobre como são conhecidos os cinco poliedros regulares, Sólidos Platônicos. No texto 5 Aprendi que os poliedros regulares não são convexos quando não permanecem inteiramente situado do mesmo lado do plano determinado por uma de suas faces, e os poliedros irregulares possuem faces desiguais. Basta apresentar uma face diferente para ser irregular.

Observou-se, pelos depoimentos, a percepção dos professores de que a manipulação dos sólidos geométricos, através do GeoGebra, pode facilitar muito a compreensão dos conceitos da Geometria Espacial, além da possibilidade de ressignificação de conceitos importantes como: côncavo e convexo, faces, arestas e vértices de um poliedro e sólidos platônicos, bem como sua relação com a natureza.

Percebeu-se, também, uma evolução da participação do professor, com relação aos conceitos de Geometria e da importância de aprimoramento de seus conhecimentos.

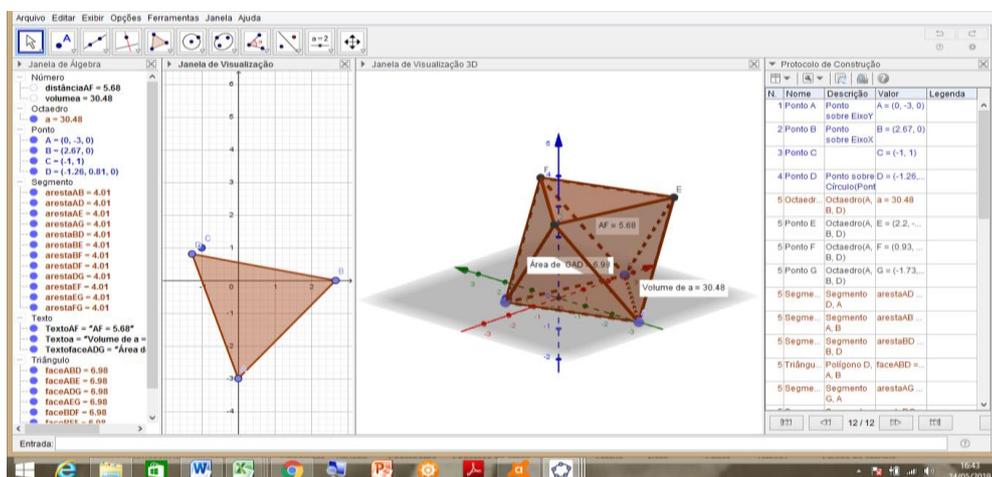
Com relação às atividades (Apêndice Q) no GeoGebra, onze professores entregaram suas tarefas no Moodle, sendo algumas delas expostas a seguir:

Figura 27: Atividade 1 – Construção de um cubo de aresta variável – Módulo 5(1).ggb



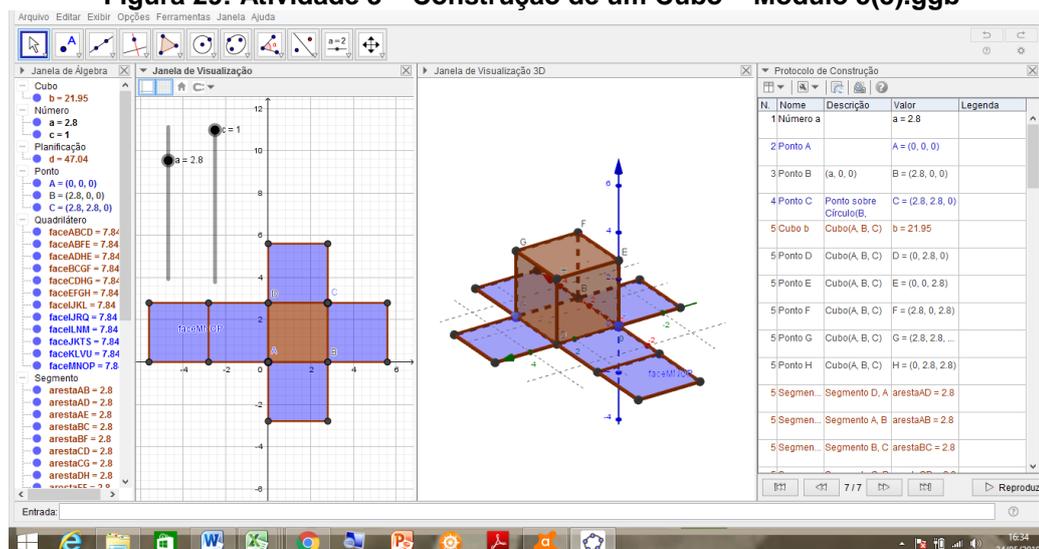
Fonte: Participante P11

Figura 28: Atividade 2 Construção de um Octaedro– Módulo (5)2.ggb



Fonte: Participação P5

Figura 29: Atividade 3 – Construção de um Cubo – Módulo 5(3).ggb



Fonte: Participante P3

5.6 Online - Módulo 6 - Explorando Poliedros e Sólidos de Revolução

A primeira atividade desse módulo (Figuras 20, 21 e 22) foi a proposição da leitura dos textos de apoio 6 (Apêndices R), para responder ao respectivo fórum.

Com relação ao fórum do texto de apoio 6, algumas respostas seguem indicadas abaixo:

Fórum: Após a leitura do texto de apoio 6, escreva, nesse espaço, suas dúvidas ou impressões. O texto apresentou algo que desconhecia?

P2. Eu não sabia que os sólidos poderiam chamar sólidos de revolução. Muito interessante mostrar tal praticidade aos alunos. Eu não sabia que, girando os sólidos abertos, a chamada revolução, encontramos os sólidos

P5. Os corpos redondos ou sólidos de revolução, são os menos estudados por nós no Ciclo 1. Tinha pouco conhecimento sobre os termos apresentados

P8. Está sendo muito legal estudar sobre geometria! Mais uma descoberta que não aprendemos na faculdade..... Sólidos de revolução, que nada mais é do que os corpos redondos. Mas por que corpos redondos? Porque são gerados pela rotação de uma figura plana ao redor de um eixo situado no mesmo plano.

P10. A cada texto lido aprendo coisas diferentes. Achava que já conhecia sobre p tema, mas depois da leitura sempre agrego conhecimento

P11. Eu já conhecia os sólidos de revolução. Podemos trabalhar na sala de aula com os alunos fazendo algumas figuras planas girarem e mostrar os sólidos gerados.

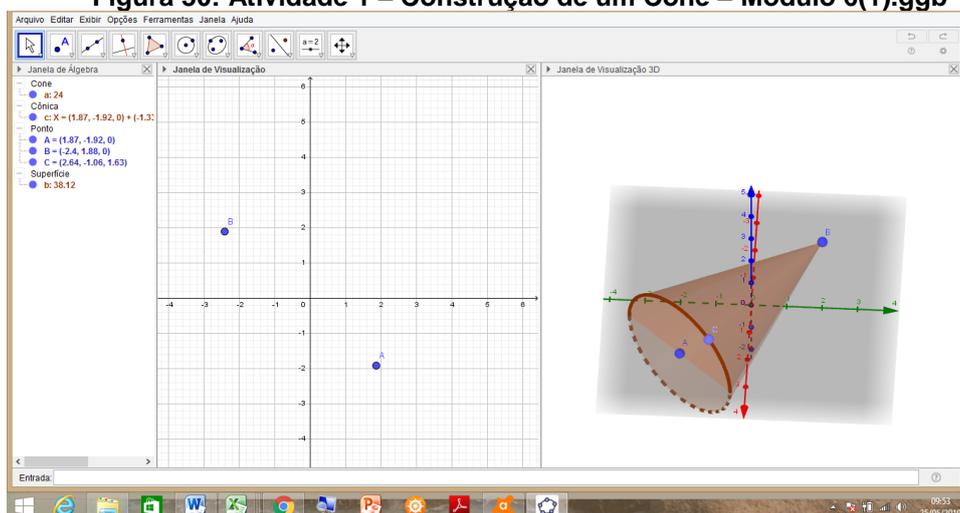
P13. No texto 6 Aprendi mais sobre os elementos do Cone:: O eixo, superfície lateral; a base; o vértice;a altura;o raio e o diâmetro.

P14. São gerados pela rotação de um figura plana , portando , quando a sua volta completar 360°, fará a rotação e ao finalizar a volta o resultado será os corpos redondos, que são eles: o cones, o cilindro e a esfera.

A partir dos depoimentos dados, notou-se que os professores puderam aprender mais sobre os sólidos redondos, compreendendo o porquê de serem denominados sólidos de revolução. Ademais, perceberam que o *software* facilita muito esse entendimento. Puderam ainda verificar outros elementos desses sólidos e, além disso, dar-se conta de que, a cada texto lido, só se agregavam novos conhecimentos.

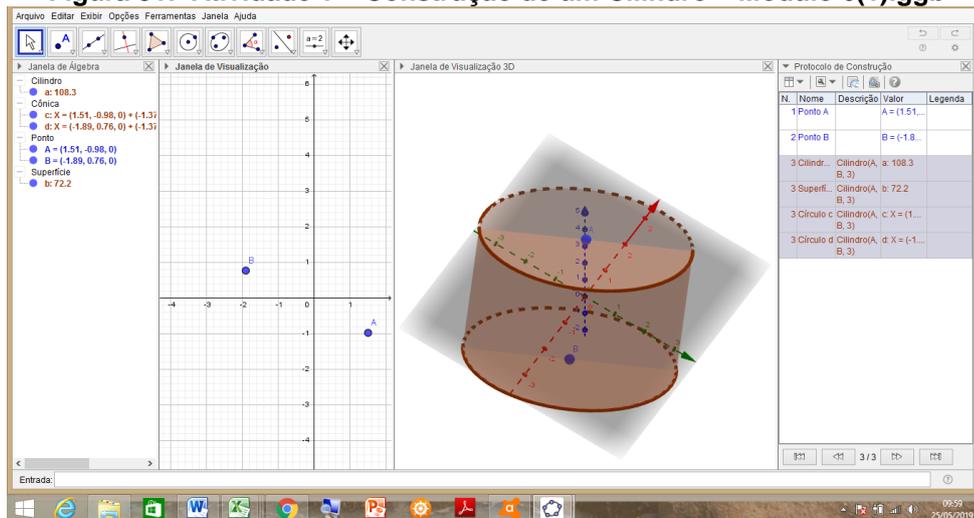
Com relação às atividades (Apêndice S) no GeoGebra, onze professores entregaram-nas no Moodle. Mostramos abaixo alguns trabalhos entregues:

Figura 30: Atividade 1 – Construção de um Cone – Módulo 6(1).ggb



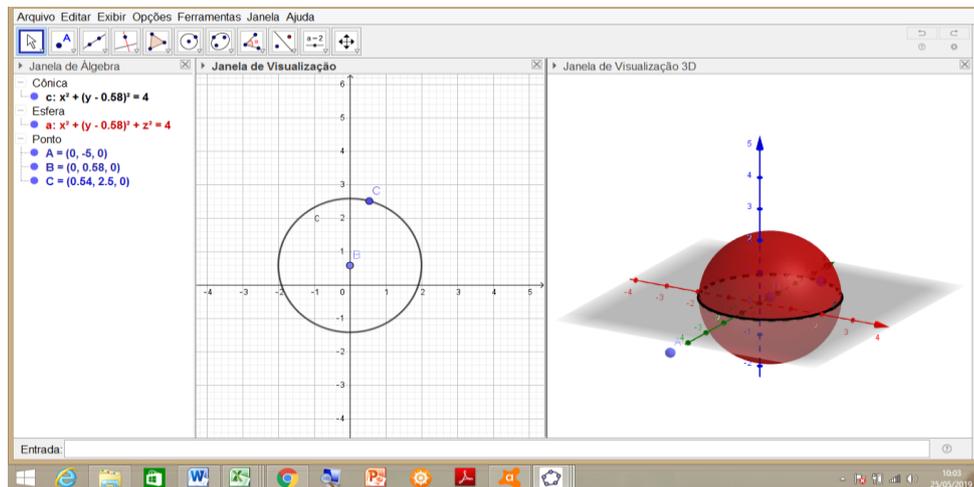
Fonte: Participante P6

Figura 31: Atividade 1 – Construção de um Cilindro – Módulo 6(1).ggb



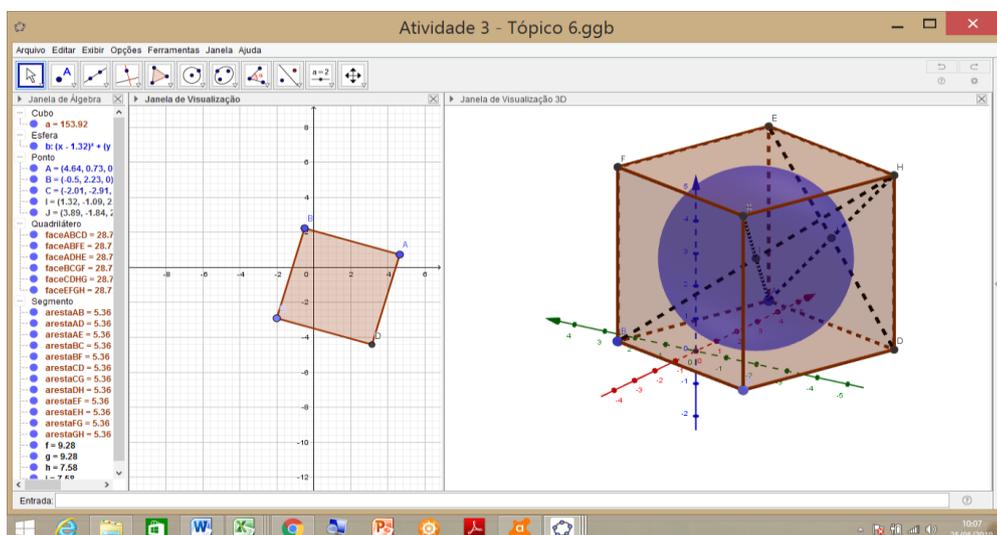
Fonte: Participante P5

Figura 32: Atividade 2 – Construção de uma esfera - Módulo 6(2).ggb



Fonte: Participante P8

Figura 33: Atividade 3 – Construção de uma esfera inscrita em um cubo - Módulo 6(3).ggb



Fonte: Participante P3

No final do Módulo 6, ainda responderam ao questionário de perfil (Apêndice B), que foi caracterizado no capítulo 3.

Vale lembrar, como citado no capítulo 1 (p. 35), que não basta só colocar computadores em salas de aula, é preciso preparar os professores com relação ao conhecimento matemático e ambientá-los às tecnologias disponíveis, destacando que, ao trabalhar com as tecnologias digitais no ciclo de alfabetização, o professor deva ter cuidado para que sua utilização não seja entendida como um mero passatempo.

Independente de qual tecnologia o professor se proponha a usar, a aquisição do conhecimento tecnológico por ele precisa estar associada a uma forte base pedagógica do conceito, para que ele não se perca em meio à aplicação somente de recursos tecnológicos, sem a promoção do verdadeiro sentido do que é tecnologia educacional (Carvalho e Melo, 2007).

Embora haja os professores que acreditem que o Ensino da Geometria já deva ter início na Educação Infantil, relacionando-o com o cotidiano da criança, desenvolvendo o pensamento geométrico, respeitando as especificidades da idade, já que essa se manifesta em nosso cotidiano nas mais diversas formas, os professores, em sua maioria, acreditam ser fundamental e necessário o ensino da Geometria no Ensino Fundamental I. Contudo, a formação adequada dos professores é condição *sine qua non* para que isso aconteça.

Entre os conteúdos de Geometria que julgaram importantes citaram: as formas geométricas e suas características, as relações da geometria com o cotidiano dos estudantes, os conceitos de figuras planas, a construção, a planificação de sólidos geométricos e suas propriedades.

Segundo esses professores, as maiores dificuldades em ensinar Geometria no Ensino Fundamental I estão, majoritariamente, relacionadas à falta de formação inicial e continuada adequada, que podem proporcionar uma evolução profissional, por parte do docente. No que diz respeito à infraestrutura da escola, as dificuldades se relacionam às salas numerosas, à falta de diversidade de materiais concretos e tecnológicos, principalmente nas escolas públicas e às dificuldades na utilização de *softwares* específicos.

Os professores mostram uma frustração em função da falta de importância dispendida à educação, desde a formação básica até as áreas do conhecimento nas instituições de nível superior. Percebem muitos professores graduados, sem,

contudo saberem como trabalhar com as crianças, o que prejudica muito a rotina didática na escola.

5.7 Terceiro Encontro Presencial - Módulo 7

Nesse encontro (Figuras 23 e 24), estiveram presentes catorze participantes. Todos assistiram à entrevista com Professor Ubiratan D'Ambrósio e acessaram o texto de apoio sobre os materiais do GeoGebra *online*. O texto de apoio solicitava que eles *pesquisassem outro material que pudesse ser adequado para sua prática, copiassem o endereço e colocassem no Fórum para ser compartilhado, além de tentar inseri-lo em seu plano de aula*. Somente sete participantes fizeram alguma sugestão de material, que segue.

P4. <https://ggbm.at/t87h8w8c> Essa atividade é interessante, lembra o Batalha Naval, só que com tema atualizado, chamando a atenção da criança pelas cores, desenhos que fazem parte do seu cotidiano.

P13. A Minha Sugestão de material é o jogo Quarto, para alunos no ciclo de alfabetização e interdisciplinar <https://ggbm.at/Fe3zFRfr> como estratégia de ensino para ensinar geometria, proporcionando o lúdico.

P14. Link para material de quebra cabeça no geogebra. <https://www.geogebra.org/m/ashQsCgQ>

A partir dos depoimentos dados, foi possível perceber que a utilização do GeoGebra se mostrou interessante para utilização em prática pedagógica.

As dúvidas surgidas na execução das atividades dos Módulos 5 e 6 foram discutidas e esclarecidas neste último encontro presencial. Apresentamos algumas delas a seguir:

P10. Achei um pouco complicado também fazer a animação, procurei pesquisar sobre como fazer, mas achei bem difícil, mas vou tentar novamente.

P11. Não consegui entender como se faz a animação do cubo. Pesquisei na internet como se faz mas não consegui fazer.

P13. Surgiram algumas dúvidas na construção de um cubo de aresta variável.

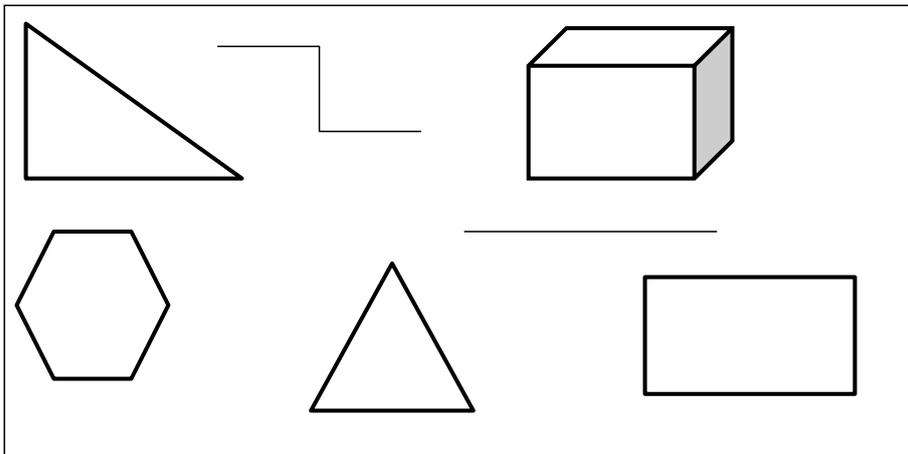
Levando em conta a dificuldade surgida em função do desconhecido, que era a utilização de uma nova ferramenta, os professores tiveram a oportunidade de perceber as vantagens em usá-la. Empenharam-se, pesquisaram, perguntaram, participando efetivamente da proposta da formação por meio da Sala de Aula Invertida.

Ainda nesse módulo, foi-lhes solicitado a entrega do plano de aula desenvolvido por cada um como trabalho final do projeto de formação, contando com a utilização de tecnologias digitais e, deles todos, somente um dos professores não o entregou. Abaixo selecionamos um dos planos de aula entregue pelos professores.

Figura 34: Plano de Aula

<p><u>PLANO DE AULA</u></p> <p><u>GEOMETRIA E ENSINO HÍBRIDO... VOÇÊ JÁ OUVIU FALAR?</u></p> <p><u>OBJETIVO GERAL:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ CONSTRUIR FORMAS GEOMETRICAS EXPLORANDO OS RECURSOS DO GEOGEBRA. <p><u>OBJETIVO ESPECIFICO:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ IDENTIFICAR AS DIFERENTES FORMAS GEOMÉTRICAS NO AMBIENTE; ✓ IDENTIFICAR O QUE SÃO ARESTAS, VÉRTICES E FACES; ✓ COMPREENDER OS ELEMENTOS DE SEGMENTOS, PONTO, RETAS (LINHAS E CURVAS); ✓ REPRESENTAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO PLANO DO GEOGEBRA. <p><u>PROCEDIMENTO METODOLÓGICO:</u></p> <p><u>1º MOMENTO:</u></p> <p>INICIALMENTE FAZER UMA RODA DE CONVERSA E PEDIR PARA OS ALUNOS OBSERVAREM OS MOBILIÁRIOS, OBJETOS DA SALA DE AULA E DO ENTORNO...</p> <p><u>2º MOMENTO:</u></p> <p>APRESENTAR OBJETOS QUE LEMBRA ALGUMAS FORMAS GEOMÉTRICAS E PEDIR QUE OS ALUNOS FAÇAM A RELAÇÃO (CUBO, RETÂNGULO, PIRÂMIDE, CILINDRO...)</p> <p><u>3º MOMENTO:</u></p> <p>SOLICITAR QUE REPRESENTEM EM UMA FOLHA QUADRICULADA AS FIGURAS ABAIXO:</p>

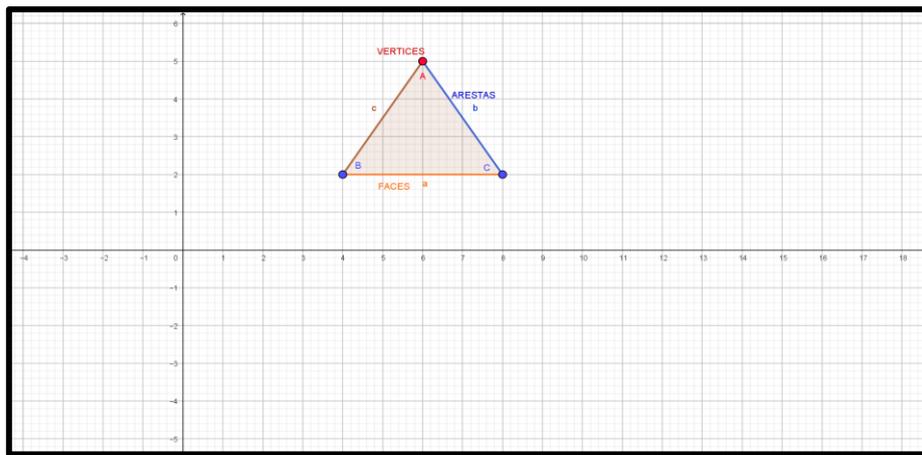
Figura 35: Plano de Aula – Continuação (1)



APÓS AS CONSTRUÇÕES, CONVERSAR COM OS ALUNOS E IDENTIFICAR O QUE É SEGMENTO, FACES, ARESTAS E VERTÍCES NAS FIGURAS.

CONSTRUIR ALGUMAS FORMAS ATRAVÉS DE MOLDES (PINTAR, RECORTAR E DOBRAR).

CARACTERIZANDO ONDE ESTÁ O VERTICE, ARESTA E FACE.



4º MOMENTO:

CONSTRUIR FORMAS GEOMETRICAS NO PLANO GEOGEBRA, EXPLORANDO SEUS RECURSOS DISPONÍVEIS:

- PONTO;
- SEGMENTO;
- RETA;
- RETA PERPENDICULAR...

Fonte: Participante P1

Figura 36: Plano de Aula – Continuação (2)

5º MOMENTO:

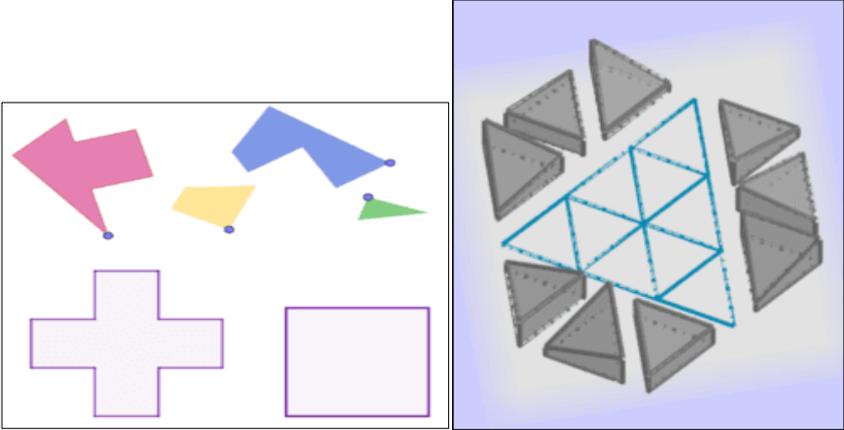
LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

ATIVIDADES (6-10 ANOS)

RECURSOS INTERATIVOS DE MATEMÁTICA PARA JOVENS APRENDIZES

QUEBRA-CABEÇA 2 EM 1

FACES LÓGICAS



The image displays two mathematical puzzles. On the left, 'Quebra-Cabeça 2 em 1' (Two-in-One Puzzle) shows a collection of colorful geometric shapes (pink, blue, yellow, green) and two purple shapes (a cross and a square) that can be combined to form either a cross or a square. On the right, 'Fases Lógicas' (Logical Faces) shows a 3D arrangement of grey triangular blocks forming a cube-like structure, with a blue wireframe cube overlaid to illustrate the underlying geometric structure.

Fonte: Participante P1

Por último, responderam ao questionário final (Apêndice C).

Retomaram-se abaixo as questões do último questionário realizado com os professores que efetivamente concluíram a formação. Nem todas as respostas dadas pelos catorze professores foram descritas a seguir, pois algumas delas se apresentaram muito similares.

Referiam-se à avaliação do professor em relação à formação realizada. Seguem:

Questão 1: *O que você achou do uso do modelo de Sala de Aula Invertida como opção para formação continuada de professores? Apontando, se possível, aspectos positivos e negativos.*

P1. Gostei muito deste modelo de Aula Invertida, pois possibilita a construção do conhecimento por ambas as partes, o professor deixa de ser apenas o mentor do conhecimento e sim o mediador da aprendizagem. Achei interessante por possibilitar acessar os materiais fora da sala de aula, trazendo para discussão apenas as dúvidas, e desta forma torna uma aprendizagem colaborativa. Não vejo aspectos negativos.

P3. O modelo é interessante, pois exige do professor leitura e preparação em relação ao assunto. Aspecto positivo: possibilita novas aprendizagens, enriquece a questão da busca e aprofundamento dos assuntos de interesse do educador. Negativo: a falta das leituras e atividades anteriores dificulta o prosseguimento. Parece que o modelo tem um papel duplamente necessário de preparo tanto do estudante quanto também do professor.

P4. Achei interessante e descobri que muitas vezes já utilizamos essa prática. O ponto positivo é que dessa forma podemos conhecer melhor o aluno, identificar o que ele já sabe, ou como e onde ele pode ir atrás desta busca por informações, onde o aluno percebe que ele não depende somente do professor, que outras pessoas também podem acrescentar no seu aprendizado. A dificuldade está em mostrar a importância do aluno buscar pelo seu aprendizado, ser pesquisador, aceitar que o outro também pode agregar ao seu conhecimento, que as pessoas tem habilidades diferentes, que podem se completar. Tirar a visão de que o professor é o centro do saber.

P5. Achei o modelo bastante positivo e interessante, porém ainda nos faltam recursos tecnológicos e espaço/tempo para a realização deste modelo. Apesar de termos os computadores na escola, nos faltam recursos humanos para realizá-lo. Conhecemos pouco sobre novas tecnologias.

P6. Achei maravilhoso, considerando aulas menos expositivas, mais produtivas e participativas e melhorando a utilização do tempo e conhecimento do professor. Literalmente, coloca-se o aluno como protagonista em seu processo de aprendizagem

P8. Eu achei muito interessante, porém na prática, achei muito difícil, haviam muitas dúvidas que apareciam na hora da atividade, e essas dúvidas tiradas EAD ficavam mais difíceis ainda. Infelizmente estudar em casa fica um pouco mais difícil do que ir até o ambiente escola para estudar e se realizar as tarefas, pois a maioria das pessoas não tem um cômodo reservado para isso....

P9. Muito interessante! A maioria das formações hj, já são assim! Muito válido devido ao tempo para participar de aulas presenciais. Porém nessa oficina tive muita dificuldade! Não saber trabalhar o software foi um grande problema para mim. Entao no meu caso, aulas presenciais, na prática fizeram muita falta! Ainda preciso do professor do meu lado.

P10. Achei muito legal, pois é possível sair do tradicional, fazer leituras em outro ambiente fora da sala de aula e ao retornar torna mais produtiva por já ter lido sobre o tema antes.

P11. É muito interessante pois antes de surgirem os problemas ao lecionar o conteúdo nós apresentamos o objeto de estudo e os alunos vão pesquisar sobre o mesmo e daí sim discutimos sobre o que foi pesquisado.

P13. Ponto positivo O uso do modelo de sala de aula invertida proporciona aos professores e alunos aulas mais significativas, com interação, videoaulas, textos, fórum de dúvidas com a participação dos professores, etc. Ponto Negativo: as formações devem envolver todos os profissionais de educação para que as tecnologias cheguem nas escolas de forma mais rápida.

Os professores julgaram a participação importante e, para fornecer um panorama geral, categorizaram-se as suas justificativas, conforme os quadros abaixo.

Importante ressaltar que, como o referido questionário foi aberto, a somatória dos dados expostos nos quadros 7, 8, 9, 10, 11 e 12 não necessariamente totalizam 100%, pois os professores participantes podiam ser enquadrados em mais de uma categoria, ou até não opinar.

E a categorização apresentada nos mesmos quadros foram obtidas manualmente de acordo com os termos mais comuns presentes nos depoimentos dos professores participantes.

Quadro 7: Respostas referentes à primeira pergunta do questionário final.

<u>Justificativa – Pontos positivos</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Aulas menos expositivas, mais produtivas e participativas	4	29%
Melhora o conhecimento do professor	4	29%
Melhor utilização do tempo	3	21%
Aluno como protagonista no processo de aprendizagem	3	21%
Professor como mediador da aprendizagem	2	15%
Nova ferramenta para planejamento da prática docente	1	7%
Melhor atenção do professor às dificuldades individuais	1	7%
Desperta a curiosidade dos alunos	1	7%

Quadro 8: Respostas referentes à primeira pergunta do questionário final – Continuação (1)

<u>Justificativa – Pontos negativos</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Não viu pontos negativos	8	57%
Falta de recursos tecnológicos, espaço e tempo	2	15%
Envolvimento de mais profissionais	1	7%
Preparação dos alunos para o uso do Ensino Híbrido	1	7%
Falta de leitura e atividades anteriores dificulta o prosseguimento	1	7%
Falta de recursos humanos para colocar em prática	1	7%
Achou difícil	1	7%

A primeira pergunta sondava os participantes quanto ao uso do modelo da Sala de Aula Invertida como uma modalidade de formação continuada. Perceberam na SAI a mudança do papel do professor; o docente não é mais visto como centralizador do saber, mas como um mediador na aprendizagem, fazendo o aluno ser protagonista de seu processo cognitivo, visto que as aulas são mais participativas despertando a curiosidade docente e discente, tornando o novo conhecimento mais interessante e, por isso, mais significativo.

Os participantes perceberam também a facilidade com relação ao tempo, pois muitos não o possuem para participar regularmente de aulas presenciais.

Outro aspecto notado pelos professores participantes usando o modelo de SAI é que foi possível ter mais tempo em sala de aula para atender os alunos de forma diferenciada, de acordo com cada dificuldade. Isso aconteceu, pois, nesse modelo, apresenta-se o objeto de estudo ao aluno e este aluno pode acessar materiais de qualquer lugar, podendo pesquisar sobre o assunto, levando o tempo de que necessitar, trazendo apenas dúvidas para discussão na aula, o que pode transformar a relação de ensino em uma oportunidade de aprendizagem colaborativa.

Perceberam, contudo, que não é simples fazer essa inversão. Segundo os participantes, esse modelo tem um papel duplamente necessário de preparo, tanto do estudante quanto do professor, exigindo organização, leitura e preparação do professor em relação ao assunto.

Para além, existe a dificuldade na mudança de cultura, principalmente em se tratando dos alunos, para perceberem a importância de buscar seu próprio aprendizado, ser pesquisador e interagir no grupo, agregando conhecimento e somando experiências, visto que as pessoas possuem habilidades diferentes e contam com as dificuldades inerentes do nosso sistema educacional: faltam recursos tecnológicos, espaço e tempo para a realização deste modelo, além do pouco conhecimento sobre novas tecnologias.

Questão 2: *E sobre o uso do software GeoGebra como ferramenta digital para auxiliar o ensino de Geometria? Quais foram suas maiores dificuldades?*

P3. Conheci o software nessa formação e gostei de saber que há um programa que possibilite visualizar e explorar as questões da geometria. A minha dificuldade é tentar compreender as comandas e a linguagem que já foi construída na matemática.

P4. Gostei do software, há diversas maneiras de trabalhar, ainda estou me socializando com ele, tive bastante dificuldade, em entender algumas funções. Mas pretendo estar utilizando mais vezes, conhecendo o programa e no que ele pode facilitar na nossa prática.

P9. O software é maravilhoso, para quem tem o conhecimento dele. Eu desconhecia, como muitos outros pelo q pude perceber..Tive muita dificuldades! Todas possíveis! Foi muito difícil para mim. Mas aos pouco, fui descobrindo como lidar com ele! Porém, não posso dizer que aprendi! Não seria capaz de ensinar aos alunos ainda. Infelizmente! Claro q os jogos, são mais fáceis! No entanto jogar, por jogar, Não seria a estratégia ideal. Eu chego lá, pois gostei muito do que vi.

P10. Todas as dificuldades possíveis, pois no que se trata de tecnologia minha experiência é zero, por isso tive muita dificuldade, apesar de ter tido ajuda dos formadores sempre que os solicitei.

P11. O Geogebra é um software muito interessante, pois permite investigar propriedades que dificilmente conseguiríamos perceber usando livros didáticos e materiais concretos normalmente utilizados em sala de aula. Minhas maiores dificuldades foram com geometria espacial pois ainda não sei mexer em todos os comandos e ferramentas.

P12. O sistema Geogebra é uma tecnologia funcional, que auxilia bastante nas construções geométricas, minha maior dificuldade foi acessar e descobrir a função de todas as ferramentas disponíveis e transmitir os documentos elaborados.

Quadro 9: Respostas referentes à segunda pergunta do questionário final.

<u>Justificativa – Pontos positivos</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Recurso riquíssimo, útil e funcional	6	43%
Facilitador no aprendizado de propriedades de figuras	3	21%
Utilização de novas ferramentas	1	7%
Facilita a pratica	1	7%

Quadro 10: Respostas referentes à segunda pergunta do questionário final – Continuação (1)

<u>Justificativa – Pontos negativos (dificuldades)</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Dificuldade em usar o software	10	71%
Tempo foi curto	2	15%
Precisa de mais estudo e prática	2	15%
Falta de material explicativo do software	1	7%

A segunda pergunta questionava sobre o uso do GeoGebra como ferramenta digital para auxiliar o ensino de Geometria, investigando as principais dificuldades experimentadas.

Poucos conheciam o software GeoGebra. A maioria julgou-o um recurso útil, rico em ferramentas para a construção, visualização, exploração e investigação de propriedades das figuras geométricas; acreditaram que seu uso possa facilitar a prática na sala de aula, tornando a aula até divertida.

Indicaram, entretanto, a necessidade de mais tempo de estudo e prática, para compreender e melhor dominar os comandos e funções do *software*. Ratificaram a dificuldade em realizar as atividades, alguns até sugerindo que deveria haver uma apostila passo a passo.

Indicaram também que tiveram mais dificuldade em geometria espacial.

Questão 3: Sobre os temas de Geometria que foram explorados, você acha que foram pertinentes? Que outro assunto de Geometria você gostaria que fosse desenvolvido em outra oficina?

P3. Todos os temas foram pertinentes e acho que cada conceito poderia ser explorado em muitas aulas. Faltou tempo para colocar esses conceitos em uma realidade mais próxima a nossa, brasileira e sua linguagem.

P4. Sim, pois obtive diversas informações que acrescentaram o meu conhecimento. Coisas que não conhecia. Atividades no concreto, que se relacione com a realidade

P6. Todos os temas explorados foram pertinentes. Acho interessante desenvolver grandezas e medidas numa próxima oficina.

P8. Achei muito pertinente o tema, pois é exatamente o conteúdo que estou trabalhando em sala de aula, mas como 5º ano, não me aprofundo tanto (por exemplo: convexo e não convexo) eu gostaria que pudesse existir uma oficina em que nós poderíamos criar jogos para utilizarmos em sala, ou até uma programação de animação para fazer vídeo-aulas, é sempre bom inovar! (já gravei a aula com fantoches! Acredito que a aula foi bem marcante)

P11. Os temas foram interessantes, porém acredito que deveria ter módulo 2 de geogebra, pois além da dificuldade de entender algumas ferramentas nos falta também saber alguns conceitos da própria geometria.

P12. Todos os temas foram desenvolvidos com muita clareza, são realmente pertinentes dentro da sala de aula, Gostaria que fosse desenvolvido projetos práticos, eventos de apresentações com alunos envolvendo a geometria.

Quadro 11: Respostas referentes a terceira perguntam do questionário final.

<u>Justificativa – Pertinência dos temas</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Achou todos os temas pertinentes	14	100%
Não achou pertinente	0	0%
<u>Justificativa – Sugestão de outros temas</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Medidas e Grandezas	1	7%
Jogos e brincadeiras	2	15%
Programação de animação para vídeo aulas	1	7%
Formação Módulo 2 de GeoGebra	1	7%

A terceira questão versava sobre a adequação dos temas de Geometria que foram trabalhados na formação, em relação à sua prática em sala de aula. Além disso, investigava a possível pertinência em se abordar algum outro assunto de Geometria que eles gostariam que fosse desenvolvido em uma próxima formação.

Todos os participantes acharam que os assuntos explorados foram adequados em relação à sua prática em sala de aula, pois trouxeram conhecimentos novos com uma didática bem clara e diferente do tradicional; eram atividades no concreto que se relacionavam com a realidade.

Afirmaram, contudo, que o tempo foi curto para fazer as atividades e tirar dúvidas; segundo eles, os conceitos poderiam ser explorados em muitas aulas e até sugeriram ter um módulo 2 de GeoGebra.

Como sugestões de outros assuntos estão: desenvolvimento de projetos práticos e uma oficina que os ensinassem a criar jogos e programação de animação para fazer vídeo aulas; somente um dos participantes citou algum assunto de Geometria especificamente, medidas e grandezas.

Questão 4: *Quais são suas sugestões para o aprimoramento dessa oficina?*

P1. Aumentar a carga horária presencial. Acredito que o tempo foi curto para conhecer e explorar todas as ferramentas do programa, que considero muito importante para trabalhar com os alunos.

P3. O curso deve ser voltado para todos os professores, e também colocar essa linguagem no cotidiano da garotada.

P5. Maior tempo de duração. Apenas 3 encontros presenciais não são suficientes para esclarecer as dúvidas. Mas foi bastante proveitoso e enriquecedor.

P7. Que todas as atividades sejam realizadas na sala e que todos os encontros seja presencial

P8. Eu realmente gostaria que existisse algum tipo de passo a passo mais simples para as construções, tive muita dificuldade em realizar e foi frustrante entregar o que eu “consegui” fazer.

P13. Vídeo aula explicando melhor as atividades.

P14. Para aprimorar os temas precisa de mais tempo para prática e realmente aprender como fazer. O local na DRE e com os professores juntos para auxiliar e ensinar como mexer nas ferramentas do Software, neste caso o Geogebra.

Quadro 12: Respostas referente a quarta pergunta do questionário final.

<u>Sugestões de aprimoramento para futuras formações</u>	<u>Nº de professores</u>	<u>Porcentagem</u>
Mais horas presenciais	8	57%
Mais aulas sobre o GeoGebra	3	21%
Atividades nos encontros presenciais e não online	3	21%
Mais horas online	1	7%
Vídeo aulas	1	7%
Oferecer a um número maior de professores	1	7%
Tutorial detalhado para o uso do GeoGebra	1	7%
Mais tempo para atividades práticas e concretas	1	7%

O último item do questionário pedia-lhes sugestões para o aprimoramento da formação realizada, a que eles sugeriram acrescentar mais horas de aproveitamento, tanto presenciais quanto online, fazendo uso de vídeo aula para explicar, com mais detalhes, as atividades propostas, além de uma apostila passo a passo para ensinar uma melhor utilização das ferramentas do software GeoGebra e oficinas específicas para a sua utilização.

Sugeriram também que o curso devesse ser oferecido a todos os professores no modelo de SAI, em virtude das características do modelo, que pode adequar espaço e tempo à necessidade de cada um.

Nestes termos, seguem as considerações finais desta pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inicialmente será resgatada, resumidamente, a trajetória dessa pesquisa. Na sequência será apresentada a síntese dos resultados da coleta de dados, fundamentados nas análises desenvolvidas no capítulo 5 e responder-se-á à nossa questão de pesquisa.

O objetivo específico deste trabalho foi investigar se o modelo com base em aspectos da “Sala de Aula Invertida”, envolvendo o ensino presencial e o online, em Ambiente Moodle, bem como as estratégias utilizadas, criou condições favoráveis para o desenvolvimento da autonomia do professor, com a finalidade de que ele se atualize em seus conhecimentos e, conseqüentemente, aprimore sua prática docente com a utilização de recursos tecnológicos aprimorando seus conhecimentos em Geometria.

Para tanto, foi desenvolvida a prática de um projeto de formação continuada em Geometria, a qual procurou capacitar pedagogos que lecionam no Ensino Fundamental I de escolas da prefeitura de São Paulo, da Diretoria de Ensino DRE de São Miguel Paulista. Para tanto, utilizaram-se o modelo pesquisado SAI em um Ambiente Virtual de Aprendizagem – AVA, com a utilização do software GeoGebra.

No capítulo 1, foi apresentada a motivação por esse tema de pesquisa e a justificativa desse trabalho, passeando um pouco por sobre a História do Ensino de Geometria nas escolas básicas e sobre a formação específica em Matemática dos professores dos anos iniciais.

No capítulo 2, apresentaram-se a teoria de Van Hiele sobre a importância do pensamento geométrico, sínteses de leituras de alguns trabalhos de Mestrado e Doutorado já realizados, mostrando, em certos aspectos, a preocupação em conciliar diferentes representações no estudo de seus objetos no processo de construção de conceitos geométricos, formação continuada de professores em Geometria com o uso de tecnologias digitais e algumas através do modelo de Ensino Híbrido.

Enfatizaram-se também os aspectos do ensino da Geometria de acordo com os documentos oficiais, as possíveis contribuições da tecnologia digital na formação

continuada de professores para a prática em sala de aula, e de acordo com a base teórica do TPCK - Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo e os modelos de Ensino Híbrido e suas possibilidades.

No capítulo 3 foi apresentada a metodologia de pesquisa adotada, *Design Research*, considerada um instrumento para a realização de avaliação formativa para testar e aperfeiçoar modelos educacionais, baseados em princípios decorrentes de investigação preliminar, do experimento realizado, bem como dos sujeitos da pesquisa. Além disso, descreveu-se ainda como ocorreu a coleta de dados, de acordo com o procedimento selecionado para formação continuada oferecida aos professores e sua respectiva estrutura.

No capítulo 4 foi descrita, detalhadamente, a estrutura da formação. Foram previstas 9 horas presenciais e 11 horas a distância, um total de 20 horas divididas em sete módulos. Os três encontros presenciais, de três horas, foram realizados no Laboratório de Informática da Diretoria de Ensino DRE de São Miguel Paulista e em ambiente Moodle, 11 horas à distância.

Em cada módulo, foram disponibilizados para os professores, vídeos e textos teóricos norteadores das atividades desenvolvidas; propôs-se o uso do GeoGebra para cada conteúdo estudado. Nos encontros presenciais foram discutidas, além das atividades propostas, os textos sugeridos para leitura online sobre metodologias e estratégias para a elaboração, experimentação e avaliação de situações de ensino e de aprendizagem da Geometria com o GeoGebra, no âmbito de atividades de sala de aula.

Foram apresentadas, no capítulo 5, as análises desse estudo, com base nos depoimentos dos professores em fóruns de apoio aos textos que apresentavam os objetos estudados e pesquisas a saber: pessoal, de perfil e principalmente final.

O levantamento dos dados realizados em todo o estudo auxiliou-nos na resposta à nossa indagação, que era a questão de pesquisa. Conjuntamente, o levantamento dos dados do último questionário aberto teve como objetivo fazer conhecer a opinião dos participantes com relação a todo o processo da formação.

As perguntas envolveram temas sobre: Sala de Aula Invertida, GeoGebra e Geometria. Tinham o objetivo de averiguar a possível compreensão, por parte dos professores, sobre o modelo SAI tão utilizada na formação; verificar se os conteúdos de Geometria selecionados foram adequados para o fim e de que maneira os

participantes se relacionavam com o uso da tecnologia digital, em especial o GeoGebra. Uma última pergunta solicitava aos professores sugestões para o aprimoramento da formação.

Durante a formação e, em particular no primeiro encontro presencial, surgiram algumas das variáveis citadas na metodologia do *Design Research*, limitando alguns aspectos como: o pouco tempo para a realização da formação, a insuficiência na quantidade de computadores no laboratório de informática durante os encontros presenciais, problemas nos *softwares* instalados e a necessidade de saídas antecipadas devido a compromissos profissionais. Tais variáveis, relacionadas ao aspecto dos recursos exigidos e apoio para a implantação da formação, foram consideradas para um *redesign* de módulos subsequentes, construídos na proposta, em particular na administração do tempo e dos aparatos tecnológicos.

No aspecto do Desenvolvimento Profissional, consideramos que a formação oferecida, com base em aspectos do Modelo de Sala de Aula Invertida, atingiu seu propósito quando proporcionou aulas mais significativas, produtivas e participativas, melhorando a utilização do tempo para a ampliação do conhecimento do professor.

Afirmam ainda que o modelo SAI pode possibilitar e favorecer novas aprendizagens, a partir do momento em que incentiva a pesquisa antecipada do objeto de estudo para posterior discussão, facilitando, com isso, o dia a dia do professor, que deseja se capacitar para melhor atuar em sua atividade profissional, devido à disponibilidade de leituras e pesquisas em quaisquer hora e lugar.

No entanto, perceberam que não é simples fazer essa inversão. Segundo os participantes, esse modelo tem um papel duplamente necessário de preparo, exigindo organização, leitura e preparação do professor em relação ao assunto, ou seja, é inevitável que, para que esse modelo tenha o resultado esperado, aconteça uma mudança de cultura do papel, tanto do professor quanto do aluno, a qual soa ideal.

Os professores perceberam o *software* GeoGebra como sendo um recurso tecnológico útil e funcional, que pode auxiliar nas construções geométricas, possibilitando a visualização e exploração de figuras e de suas propriedades, as quais dificilmente conseguiriam perceber usando livros didáticos e os materiais concretos normalmente utilizados em sala de aula, principalmente em se tratando da Geometria Espacial.

Apesar da excelente ferramenta tecnológica, compreendeu-se que a formação não contemplava totalmente seus aspectos com relação às variáveis de Aprendizagem, visto que os professores, para um domínio no mínimo satisfatório e, talvez, buscando excelência, sentiram necessidade de um material de apoio mais detalhado para uma melhor utilização dos recursos do GeoGebra, além da possibilidade da realização de um módulo específico sobre o seu uso.

As sugestões dadas por meio dos fóruns, tanto de um material de apoio, quanto de um curso específico de GeoGebra, apresentadas em pesquisa final realizada com os participantes, ressalta o que se citou no capítulo 2, quando Shulman (1987), Kenski (2008), Koehler e Mishra (2008), afirmam que os professores precisam de uma base de conhecimento, constituída por um conjunto de compreensões, habilidades e disposições necessárias para atuação efetiva em situações específicas de ensino e aprendizagem, e que sustente os processos de tomada de decisão.

Tal afirmação respalda a escolha pela estrutura do quadro teórico TPCK para analisar os dados coletados durante a formação e principalmente para o plano de aula solicitado aos participantes como trabalho de conclusão. Seu objetivo era o de estudar as mudanças na forma como os professores interagiram frente à tecnologia, pois o TPCK consiste na integração dos três pilares de habilidades: conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo. Interessa, principalmente, a compreensão e a negociação das relações entre estes três componentes do conhecimento.

Com a análise da participação e sugestões dos professores que finalizaram a formação e as observações da pesquisadora durante o processo, voltamos à nossa questão de pesquisa: uma formação continuada com base em aspectos da “Sala de Aula Invertida” pode criar condições para a autonomia do professor, a fim de que atualize seus conhecimentos e conseqüentemente aprimore a sua prática docente? Particularmente e como questão complementar, qual é a percepção destes professores sobre a utilização de recursos tecnológicos e do *software* GeoGebra como proposta de aprimoramento de seus conhecimentos em Geometria?

Mesmo ressaltando a participação efetiva de catorze professores e, com a análise das variáveis dependentes e independentes do *Design Research*, pode-se afirmar que o modelo adotado nessa pesquisa pode ser promissor no sentido de favorecer, facilitar e promover o aperfeiçoamento dos conhecimentos dos professores para uma melhor prática profissional.

Some-se a esta possibilidade de ampliação da prática didática a percepção dos professores com relação à importância do ensino da Geometria, principalmente com o uso de tecnologias digitais, no caso o *software* GeoGebra. Seu manuseio possibilitou o entendimento de alguns conceitos desenvolvidos na formação, os quais eles não tinham, total ou parcialmente, ou, embora os tivessem, não conseguiram entendê-los até então.

Ao final desse trabalho, estamos seguros de que é viável a continuidade desta pesquisa, levando em conta as análises realizadas com base no *Design Research*, cuja proposta poderá ser reestruturada para outros professores, os quais certamente trarão novas contribuições.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; ZSOLT, L; ***Underlying Theories for use of Digital Technologies in Mathematics Education***. *Acta Scientiae*, v.21, n.1, p. 39-54, jan./fev. 2019, disponível em: <<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4913>>.

ALMEIDA, A. N. de. **Formação continuada de professores de matemática na perspectiva do ensino híbrido**. Dissertação de Mestrado Profissional em ensino tecnológico. Manaus - AM, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas. 2017.

ANGELI, C. e VALANIDES, N. ***Epistemological and methodological issues for the conceptualization, development, and assessment of ICT-TPCK: Advances in technological pedagogical content knowledge (TPCK)*** *Computers & Education*, n.52, p. 154-168. 2009.

BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. M. de. **Ensino Híbrido – Personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, p. 47-65, 2015.

BAGÉ, I. B. **Proposta para a prática do professor do ensino fundamental I de noções básicas de Geometria com o uso de tecnologias**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação matemática. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica – PUC, 2008.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de Aula Invertida – Uma metodologia Ativa de Aprendizagem**. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

BONILLA, M. H. S.; PIKANÇO, A de A. **Construindo novas educações**. In: Nelson De Luca Pretto. (Org.). *Tecnologia e novas educações*. 1ed. Salvador: EDUFBA, , v. 1, p. 216-230. 2005.

BRANSFORD, J. D.; BROWN, A. L., COCKING, R. R., **Como as pessoas aprendem: cérebro, mente, experiência e escola**. São Paulo: Editora Senac, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017.

CARVALHO, N. C. Z.; MELO, M. T. **E agora, professor? por uma pedagogia vivencial**. 3. ed. São Paulo: Laborciência, 2007.

CHRISTENSEN, C.; HORN, M. B.; STAKER, H. **Ensino Híbrido: uma Inovação Disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos** (2013). Disponível em: <http://porvir.org/wp-content/uploads/2014/08/PT_Is-K-12-blended-learning-disruptive-Final.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2015.

CHRISTENSEN, C.; HORN, M.; JOHNSON, C. **Inovação na sala de aula: como a inovação disruptiva muda a forma de aprender**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CLAYTON CHRISTENSEN INSTITUTE. **Blended Learning Model Definitions**. 2012. Disponível em:<<http://www.christenseninstitute.org/blended-learning-definitions-and-models/>>. Acesso em: 12 abr. 2015.

COLLINS, A. JOSEPH, D, BIELACZYK, K. **Design Research: Theoretical and Methodological Issues**. *Journal of the Learning Sciences*. Evanston, p.13-42. 2014.

CUNHA, J. F. T. da. **Blended learning e multimodalidade na formação continuada de professores para o ensino de Matemática** Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Barra do Bugres-MT, Universidade do Estado de Mato Grosso, UNEMAT, 2018.

CURI, E. **A Matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

D'AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação – Reflexões sobre Educação de Matemática**. 1986.

DOERR, H. M.; WOOD, T. **Pesquisa-Projeto (design research): aprendendo a ensinar Matemática**. In: BORBA, M.C. **Tendências internacionais em formação de professores de Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, Cap.5, p.113-128. 2006.

FAINGUELERNT, E.K. **Representação do conhecimento Geométrico através da Informática**. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, 1996.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática, percursos teóricos e metodológicos**: Coleção Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, p.101-131. 2006.

GARDNER, H. **Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas**. Petrópolis: Vozes, 1998.

GRYMUZA, A. M. G.; REGO, R. G. **A Teoria da Atividade: Uma possibilidade no Ensino da Matemática**. RTE – Revista Temas em Educação, V.23, n. 2, 2014.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 120p. 2010.

JUSTO, J.C. R.; DORNELES, B.V. **Formação continuada em matemática de professores polivalentes – dois estudos sobre resolução de problemas aditivos**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis: UFSC, vol. 7, nº1 p.78-96. 2012.

KENSKI, V. **Educação e Tecnologias – O novo ritmo da informação**. São Paulo, Ed. Papirus, 2008.

KLINE, M. **O fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo, SP: Ibrasa, 1976.

KOEHLER, M. J.; MSIHRA, P.; YAHYA K. *Tracing the development of teacher knowledge in a design seminar: Integrating content, pedagogy and technology*. *Computers & Education*, v.49, p. 740-762. 2007.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas** / tradução Heloisa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMQ 1999.

LIBÂNEO, J.C. **Licenciatura em Pedagogia: a ausência dos conteúdos específicos do ensino fundamental**. Por uma Política Nacional de Formação de Professores. São Paulo: UNESP, p.73-94 ANEXOS. 2013.

LOPES, L. M.; KLIMICK, C. e CASANOVA, M.A. **Relato de uma experiência de Sistema Híbrido no Ensino Fundamental: Projeto Aula ativa**. In: Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância, São Paulo, 2003.

MANSON, N. J. *Is operations research really research?* *Operations Research Society of South Africa*, v. 22, n. 2, p. 155–180, 2006.

MELLO, G.N. **Formação inicial de professores para a educação básica: uma (re) visão radical**. Revista Iberoamericana de Educación, n. 25, p. 147-174. 2001.

MISHRA, P. e KOEHLER, M. J. *Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge*. *Teachers College Record*, v. 108, n.6, p. 1017-1054. 2006.

MORAN, J. M. **Contribuições para uma pedagogia da educação *online***. In: Silva, Marco (org.). Educação online: teorias, práticas, legislação, formação corporativa. São Paulo: Loyola, p. 39-50. 2003.

MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. In: BACICH, L.; MORAN, J. (Orgs) Porto Alegre. Penso, 2018.

MORAN, J.; **Ensino Híbrido – Personalização e tecnologia na educação**. In: BACICH, L.; NETO, A.T.; TREVISANI, F. M. de (Orgs). Porto Alegre, Penso, 2005.

NACARATO, A. M.; SANTOS, C. A. dos. **Aprendizagem em Geometria na Educação Básica: A fotografia e a escrita na sala de aula**. – 1. Ed.; - 1. Reimp. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017. – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NACARATO, A. M.; MEGALI, B.; PASSOS, C. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NACARATO, A.M. **O ensino da geometria nas séries iniciais**. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte: Anais, p.1-18. 2007.

NEISS, M. L. ***Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. Teaching and Teacher Education***, 21(5), 509-523. 2005.

NEVES, A. F. **Em busca de uma vivência geométrica mais significativa**, 225p. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Filosofia e Ciências, UNESP, Marília, 1998.

NIFOCCI, R. E. M.. **Conhecimentos revelados por professores em um curso de formação continuada para a utilização de objetos de aprendizagem**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação matemática. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica – PUC, 2013.

NOVIKOBAS, A. C, dos S.; MAIA, L. B. L.; **Conceitos de inteligências e a teoria das inteligências múltiplas**. Consultado em 26/03/2019. Disponível na internet em: http://fait.revista.inf.br/imagens_arquivos/arquivos_destaque/iv8QVLnve57UjqC_2017-1-21-10-48-42.pdf.

OLIVEIRA, I.; ABRANTES, P.; SERRAZINA, L. **A MATEMÁTICA na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação, 1999.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática**. Tradução Sandra Costa. – ed. Ver. Porto Alegre: Artmed 2008.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de Geometria para as camadas populares**. Tese de Doutorado em Educação, Área de Metodologia do Ensino. Campinas – SP. Universidade Estadual de Campinas, 1991.

PERRENOUD, P. **Avaliação. Da Excelência à Regulação das Aprendizagens**. Porto Alegre: Editora Artmed 1999.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: José Olympio, 1984.

PIMENTEL, F. S. C. **Formação de Professores e Novas Tecnologias: possibilidades e desafios da utilização de webquest e webfólio na formação continuada**. 2007. Disponível em: <http://www.ensino.eb.br/artigos/artigo_webquest_webfolio.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2008.

PINTO, N. B. **Memórias da Matemática Moderna**. Mimeo, 1968.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Editora Autêntica, 2009.

PONTE, J. P. da; SERRAZINA, M. de L.; **Teoria de Van Hiele**, Didática da Matemática do 1º Ciclo. Disponível em: <<http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/tarefas/teoria%20de%20van%20hiele.pdf>>.

PRADO, M. E. B. B. **Articulando saberes e transformando a prática**. Série “Tecnologia e Currículo” – Programa Salto para o Futuro, 2001. Disponível em: <http://eadconsultoria.com.br/matapoio/biblioteca/textos_pdf/texto23.pdf>. Acesso em 25 fev. 2015.

RIBEIRO, R. M. **O papel da reflexão sobre a prática no contexto da formação continuada de professores de Matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica – PUC, 2005.

SABBATINI, M. **Alfabetização e cultura científica: conceitos convergentes?** Ciência e Comunicação, v. 1, n. 1, 2004.

SANCHEZ, L. B.; LIBERMAN, M. P.; WEY, R. L. M. da; **Fazendo e compreendendo matemática**, coleção 1º ao 5º ano – 4. Ed. São Paulo, 2010.

SANTIAGO, R.; **Proyecto flipped classroom: vision what is the flipped classroom.** Espanã, [2014]. Disponível em: <<http://www.theflippedclassroom.es/what-is-innovacion-educativa/>>. Acesso em: 15 nov. 2015.

SANTOS, R. C. dos. **Construcionismo e Inovação Pedagógica.** Publicado em 19 de fevereiro de 2014. Webartigos. (Consulta em 26/03/2019.) Disponível na internet em <<https://www.webartigos.com/artigos/construcionismo-e-inovacao-pedagogica/118778>>.

SÃO PAULO. **Secretária de Educação do Estado de São Paulo. 2008.** Disponível em <www.educacao.sp.gov.br/curriculo>.

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of the new reform.** *Harvard Educational Review*, , v. 57, n. 1, p. 1-22. 1987.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-Ação.** São Paulo: Cortez, 1985.

TORI, R. **Cursos híbridos ou blended learning.** In: LITTO, Frederic Michael; FORMIGA, Manuel Marcos Maciel (Orgs). *Educação a Distância: o estado da arte.* São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009.

TORI, R. **Educação sem distância: as tecnologias interativas na redução de distâncias em ensino e aprendizagem.** São Paulo: Senac, 2010.

VAISHNAVI, V.; Kuechler, W. **Design research in information systems.** 2004. Disponível em: <<http://desrist.org/design-research-in-information-systems>>. Acesso em: 10 out. 2010.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VAN HIELE, P. **Structure and insight: a theory of mathematics education,** Orlando: *Academic Press*, 1986.

VELOSO, E. **Ensino da geometria: ideias para um futuro melhor:** In VELOSO, Eduardo (Org). *Ensino da geometria no virar do milênio.* Lisboa: Grafis, p 17-32. 1999.

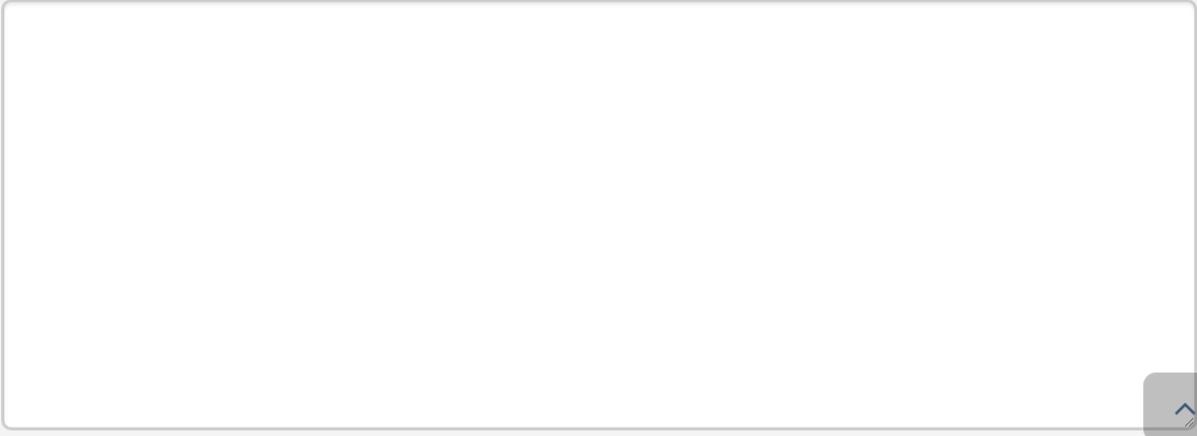
VILLIERS, M. de. **Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele.** Tradução: Abar, C. A. A. P. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.12, n.3, p.400-431, 2010.

APÊNDICES

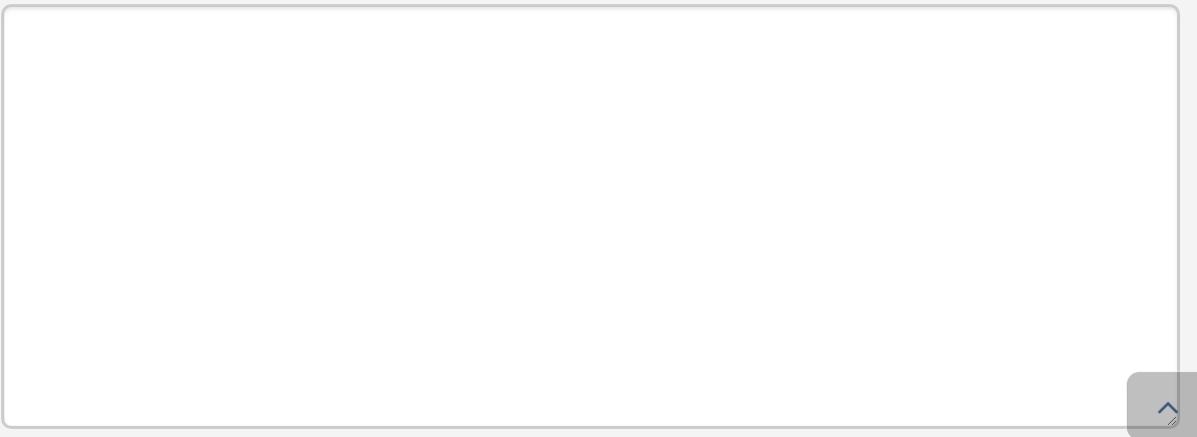
Apêndice A: Módulo 1 - Pesquisa Pessoal

The image shows a screenshot of a survey interface. At the top, there is a dark blue header bar with a white hamburger menu icon on the right. Below the header, the main title 'Pesquisa Pessoal - Aguardamos sua participação' is displayed in a large, dark blue font. Another dark blue header bar with a white hamburger menu icon is positioned below the title. The survey question '1. O que motivou sua participação nesta oficina?' is shown in a light gray box, followed by an 'Editar' button with a dropdown arrow. A large, empty white text input area is provided for the response. A small gray button with a blue upward arrow is located at the bottom right of the input area.

2. Com a experiência que você tem hoje, o que você acha que deveria ter sido oferecido na sua formação no que diz respeito aos conteúdos e ensino da Matemática e que não foi?

A large, empty rectangular text box with a thin grey border, intended for the user to provide an answer to question 2. In the bottom right corner of the box, there is a small, faint blue icon of a pen nib.

3. Quais são suas expectativas com relação a essa oficina?

A large, empty rectangular text box with a thin grey border, intended for the user to provide an answer to question 3. In the bottom right corner of the box, there is a small, faint blue icon of a pen nib.

Apêndice B: Módulo 6 - Questionário de perfil

Caro Professor,

Este questionário tem por objetivo fornecer subsídios para a pesquisa referente ao ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental utilizando as tecnologias.

Estamos preocupados com a qualidade do ensino, por isso acreditamos que suas respostas poderão nos ajudar a pensar em melhorias para o processo de ensino-aprendizagem no ensino de Geometria e na utilização das tecnologias nas séries iniciais do Ensino Fundamental.



Questionário de Perfil

- 1. Nome*** Editar ▾
-  **2. e-mail*** Editar ▾
 
- 3. Idade*** Editar ▾
-  **4. Escola em que trabalha*** Editar ▾
 

5. Qual é a sua carga horária semanal?*

Editar ▾



6. Quantos anos você tem de Magistério?*

Editar ▾



7. Qual é a sua formação? (Podendo assinalar mais de uma opção)*

Editar ▾

- Magistério
- Pedagogia
- Superior em outra área
- Outros



8. Se na questão anterior, você assinalou superior em outra área ou outros, por favor especifique

Editar ▾



9. Cursou o Ensino Fundamental em:*

Editar ▾

- Escola Pública
- Escola Particular



10. Cursou o Ensino Fundamental II em:*

Editar ▾

- Escola Pública
- Escola Particular



11. Cursou o Ensino Médio em:*

Editar ▾

- Escola Pública
- Escola Particular

12. Cursou o Ensino Superior em:*

Editar ▾

- Instituição Pública
- Instituição Privada

13. Fez algum curso de especialização?*

Editar ▾

- Sim
- Não

14. Se na pergunta anterior, você respondeu sim, por favor especifique o nome do curso, o ano e a Instituição.

Editar ▾



15. Durante sua formação, você teve aulas de Geometria?*

Editar ▾

- Sim
- Não

16. E de Desenho Geométrico?*

Editar ▾

- Sim
- Não

17. Qual é o seu grau de conhecimento sobre o conteúdo dos Parâmetros Curriculares Nacionais em relação ao Bloco Espaço e Forma?*

Editar ▾

- Profundamente
- O essencial
- Superficialmente
- Apenas através de comentários
- Nenhum



18. O que você pensa sobre o Ensino da Geometria no Ensino Fundamental I?*

19. O que você acha importante ensinar do conteúdo de Geometria?*

Editar ▾



20. A partir de que ano escolar você acha que se deve iniciar o ensino da Geometria? Por que?*



21. Qual é o seu conhecimento em relação a tecnologias digitais?*

Editar ▾

- Nenhum
- Pouco
- Básico
- Intermediário
- Avançado



22. Quais recursos didáticos você utiliza durante as aulas destinadas ao ensino da Geometria?*

- Apenas o livro didático
- Lousa e giz
- Jogos
- Instrumentos para construções geométricas (compasso, régua, esquadro)
- Softwares educacionais.



23. Se na pergunta anterior você respondeu jogos ou softwares educacionais, por favor especifique

Editar ▾



24. Na sua opinião, quais são as principais dificuldades de um professor de 1º ao 5º anos para ensinar Geometria?*

Editar ▾



25. O que levou você a ser professora de Ensino Fundamental I?*

Editar ▾



26. Como você avalia a formação (inicial) que você recebeu, especificamente no que se refere a ensinar Matemática para crianças das séries iniciais? *

Editar ▾



27. Na sua prática, ao ensinar Matemática, quais são as suas maiores satisfações? *



28. E suas maiores frustrações? *

Editar ▾



29. Durante sua vida profissional, você já fez algum curso de capacitação para formação de professores?*

Editar ▾

Sim

Não

30. Se na pergunta anterior você respondeu sim, por favor especifique

Editar ▾



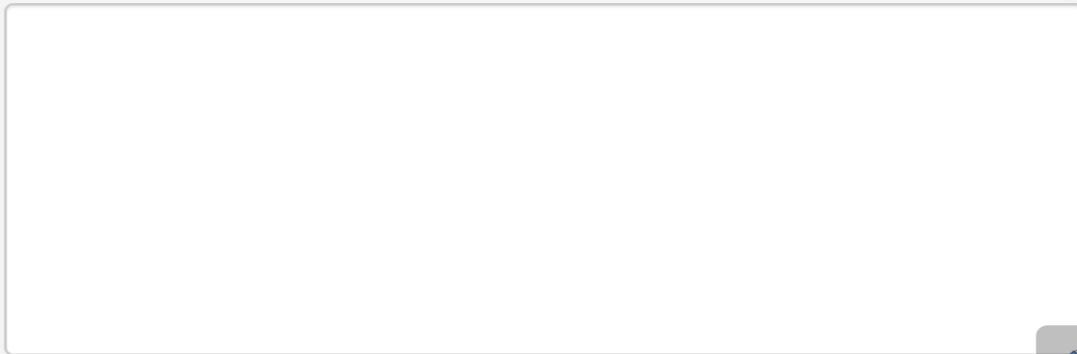
Submeter as suas respostas

Cancelar

Apêndice C: Módulo 7 - Pesquisa final

Pesquisa Final ^α

1. O que você achou do uso do modelo de Sala de Aula Invertida como opção para formação continuada de professores? Apontando, se possível, aspectos positivos e negativos.



2. E sobre o uso do software GeoGebra como ferramenta digital para auxiliar o ensino de Geometria? Quais foram suas maiores dificuldades?

Editar [▼]



3. Sobre os temas de Geometria que foram explorados, você acha que foram pertinentes? Que outro assunto de geometria você gostaria que fosse desenvolvido em uma outra oficina?

4. Quais são suas sugestões para o aprimoramento dessa oficina?

Editar ▾

Submeter as suas respostas

Cancelar

Apêndice D: Módulo 1 - Texto de apoio 1 (Geometria: Iniciando os estudos - Parte 1)

Iniciando os estudos sobre Geometria vemos o que os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN indicam para esse estudo, localizado no item sobre Espaço e Forma:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (Brasil, p 39)

Continuando com os Parâmetros:

Diversas situações enfrentadas pelos alunos não encontram nos conhecimentos aritméticos elementos suficientes para a sua abordagem. Para compreender, descrever e representar o mundo em que vive, o aluno precisa, por exemplo, saber localizar-se no espaço, movimentar-se nele, dimensionar sua ocupação, perceber a forma e o tamanho de objetos e a relação disso com seu uso. Assim, nas atividades geométricas realizadas no primeiro ciclo, é importante estimular os alunos a progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno, a situar-se no espaço, deslocar-se nele, dando e recebendo instruções, compreendendo termos como esquerda, direita, distância, deslocamento, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto, para descrever a posição, construindo itinerários. Também é importante que observem semelhanças e diferenças entre formas tridimensionais e bidimensionais, figuras planas

e não planas, que construam e representem objetos de diferentes formas. A exploração dos conceitos e procedimentos relativos a espaço e forma é que possibilita ao aluno a construção de relações para a compreensão do espaço a sua volta. (Brasil, p. 49)

Sobre os temas que podem ser tratados os PCN destacam:

Localização de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição.

- Movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.

- Descrição da localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço, usando sua própria terminologia.

- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.

- Interpretação e representação de posição e de movimentação no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis e itinerários.

- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc.

- Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura.

- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.

- Construção e representação de formas geométricas. (Brasil, p. 51)

Seguindo as orientações acima podemos considerar que, embora alguns conceitos trabalhados neste projeto não sejam utilizados nos anos iniciais, entendemos que um conhecimento mais avançado sobre o tema, pode permitir que planos de aula sejam elaborados com maior segurança.

Na base do estudo da Geometria há elementos que são fundamentais como: ponto, reta (linha e curvas), plano e espaço.

O conceito de ponto segundo Maio e Chiummo (2012, p.124) poderia ser introduzido como segue:

O ponto

O conceito de ponto, estrutura básica das geometrias, é o mais difícil para ser trabalhado na pré-escola e nas séries iniciais, pois o ponto, como ente matemático, **não tem dimensão física** e, portanto, não pode ser gerado a partir de registros visuais.

Felizmente as crianças de tenra idade possuem imaginação em alto grau, e é com isso que os mestres devem contar.

É evidente que cada mestre, conhecedor de seus alunos e de suas experiências, saberá qual o melhor meio de introduzir o conceito de ponto.

O importante é que os alunos adquiram o conceito de que ponto define um “lugar” único no espaço.

Uma maneira de gerar o conceito de ponto é pedir para as crianças, e os mais velhos também, fecharem os olhos e pensarem numa bolinha de gude. Depois pedir-lhes para irem diminuindo, diminuindo, diminuindo... Num certo instante, com certeza (já fizemos isso inúmeras vezes) algum aluno dirá: a bolinha sumiu! Nessa hora dizemos ao aluno que o que sobrou é o ponto. A maioria deles fala que não sobrou “nada”, e aí dizemos: mesmo que **não haja a bolinha** ficou a ideia de **lugar no espaço**, e é a esse lugar que damos o nome de **ponto**.

Para outras crianças podemos pedir para pensar uma bolinha de gude tão pequena que não “caiba” nada no espaço além dela.

Temos certeza de que cada mestre será capaz de encontrar o procedimento mais facilitador para as suas classes.

Ainda, de acordo com os mesmos autores a reta, a linha e a curva, outros elementos geométricos considerados de uma dimensão, podem ser introduzidos “da mesma maneira que geramos o ponto”. Por exemplo, traçar figuras com a ponta do lápis bem fina e imaginarem que tal figura só tem comprimento e não tem largura.

Os autores fazem a proposta de utilizar o editor de textos *word* e em inserir formas, escolhendo, por exemplo, o rabisco, aparece uma canetinha na tela com a qual podem traçar as figuras que desejarem, como na figura 1 a seguir, observando que existem figuras “abertas” ou “fechadas” e que as fechadas possuem a parte interna e externa.

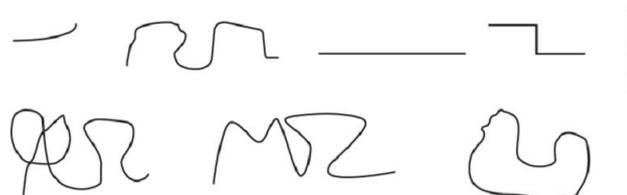


Figura 1

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

Nas figuras formadas por segmentos de retas pode ser introduzido o conceito de “lado” (Figura2) e, também, que algumas figuras não têm lado (Figura 3).

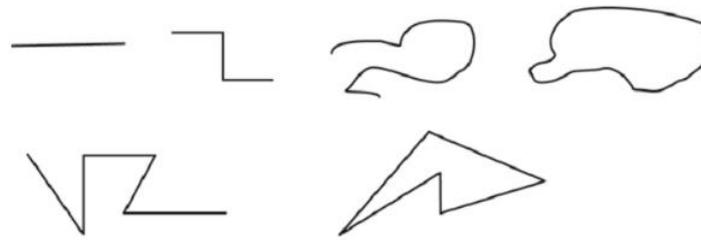


Figura 2

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

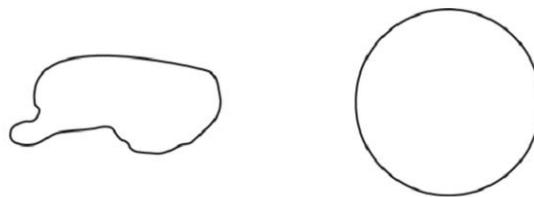


Figura 3

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

Sobre planos como uma figura de duas dimensões e infinita, pode ser considerado seu estudo em séries finais do ensino fundamental.

No entanto o conceito de superfícies, planas ou esféricas pode ser desenvolvido nos primeiros anos, pois faz parte do dia a dia das crianças e das pessoas: tela de televisão; bola de futebol; andam pelo chão; etc. Cada pedaço de papel é uma figura plana de duas dimensões, é uma superfície e, assim, em uma folha de papel podem ser desenhadas as figuras que foram exploradas anteriormente nesse texto. Nesta linha de investigação podem ser exploradas as figuras com três lados, quatro, etc. e é comum essas figuras serem agrupadas e terem um nome como as que possuem três lados e são chamadas de **triângulos**, e as que possuem quatro lados, os **quadriláteros**.

Iniciamos nosso projeto com a exploração dos triângulos no GeoGebra.

Vamos para as Atividades deste Tópico 1.

Bom trabalho!

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998, Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

MAIO, Waldemar de; CHIUMMO, Ana. **Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática**. Editora LTC- GEN, São Paulo, 2012.

Apêndice E: Módulo 1 - Atividades com o GeoGebra (1º. Encontro Presencial).

O objetivo desta oficina é realizar algumas construções geométricas, utilizando software de Geometria Dinâmica GeoGebra. As sequências das atividades propostas nessa oficina visam possibilitar aos participantes, explorar **triângulos** que são conteúdos de Geometria Plana para o Ensino Fundamental (1º ao 5º ano).

Apresentando a interface do Software GeoGebra

O GeoGebra é composto por menus e sub menus com ferramentas que possibilitam acessar as funcionalidades oferecidas pelo *software*. O *software* apresenta uma *interface* gráfica interativa e conhecida como janela de visualização ou área de trabalho. Abaixo descreveremos os menus e sub menus bem como algumas ferramentas disponíveis.

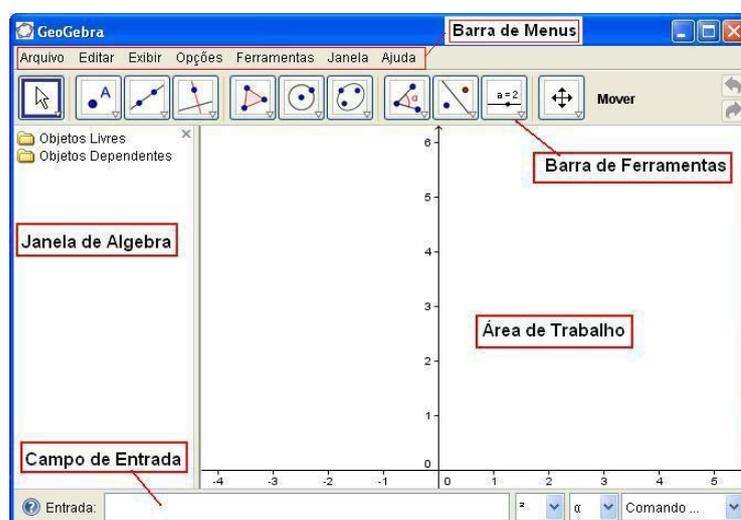


Figura 1 – Tela inicial do GeoGebra.
Fonte: <http://www.geogebra.org>

Barra de Menu

A apresentação da barra de menu do *software* GeoGebra está localizada na parte superior da janela de abertura, logo acima da janela de visualização do *software*. Tal barra é composta pelos seguintes Sub menus: **Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda**. Para ter acesso cada sub menu basta o usuário clicar com o *mouse* sobre cada opção mostrada na referida janela.

Barra de Ferramentas

A Barra de Ferramentas apresentada pelo *Software* GeoGebra está dividida em 11 (onze) sub menus (janelas), onde se localizam as ferramentas necessárias para as construções das figuras geométricas ou construções algébricas desejadas pelo usuário.

Janela de Álgebra

A janela de álgebra apresentada pelo *software* contém informações relacionadas aos dados informados pelos usuários na caixa de entrada tais como valores, coordenadas, equações, funções etc. A cada operação feita pelo usuário os dados são registrados em tal janela, facilitando assim a visualização dos dados numéricos e algébricos dos objetos construídos pelo usuário.

Janela de Visualização

A janela de visualização mostra aos usuários as representações gráficas dos dados fornecidos ao *software* e tais representações podem ser do tipo: ponto, distância, vetores, segmentos, polígonos, funções, retas e cônicas, etc. As informações também podem ser introduzidas por meio do campo de entrada do *software*.

Campo de Entrada

O campo de entrada do *software* pode ser utilizado pelos usuários para inserir comandos pelo uso do teclado do computador.

Barra de Navegação

Clicando com o botão direito do mouse sobre a janela de Visualização podemos ativar a Barra de Navegação que permite acompanhar uma construção no GeoGebra passo a passo.

ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Nesta oficina propomos um conjunto de atividades que tem como intuito despertar o interesse pelo estudo da Geometria Plana e proporcionar uma aprendizagem significativa.

Material necessário: Para a realização destas atividades faz-se necessário um Laboratório de Informática com o GeoGebra instalado nos computadores. Papel e lápis para anotação dos participantes. As atividades serão construídas exigindo-se apenas a disponibilidade do software GeoGebra na versão 5.

Atividade 1: Diferentes tipos de triângulos:

Nesta atividade, inicialmente, serão discutidos diferentes tipos de triângulos com os respectivos **esboços no papel e suas nomenclaturas**. Na atividade 2 estes triângulos serão construídos no GeoGebra.

Vamos lembrar quais são os elementos principais de um triângulo?

Os elementos principais de um triângulo são: **vértices, lado, altura e ângulo**.

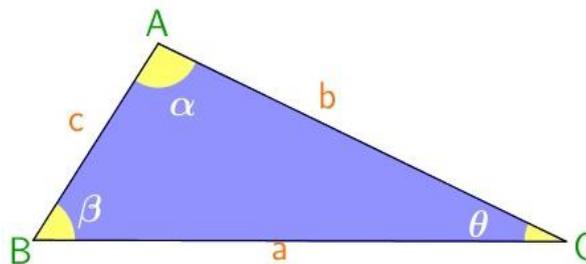


Figura 2– Elementos de um triângulo

Fonte: <https://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2017/02/tipos-de-triangulos2.jpg>

- **Vértices:** são os pontos de encontro das retas que formam o triângulo. Na figura 2, os vértices são os pontos A, B e C.
- **Lados:** são os segmentos que ligam um vértice a outro. Na Figura 2, os lados são os segmentos a, b e c. *Conjecture: Os lados têm sempre a mesma medida?*
- **Ângulo:** Todo triângulo possui três ângulos internos, como visto na Figura 2, representados por α , β e θ . *Conjecture: Somando a medida de tais ângulos que medida obtemos?*
- **Altura:** Uma altura de um triângulo é um segmento que liga um vértice a seu lado oposto (base), formando com ele um ângulo de 90° . A altura de um triângulo é sempre perpendicular à sua base.
Conjecture: As alturas têm sempre a mesma medida?

Atividade 2: Diferentes tipos de triângulos no GeoGebra:

Nesta atividade os participantes deverão construir no GeoGebra, os triângulos identificados na atividade 1 (isósceles, retângulo e equilátero), de modo que conservem suas propriedades. As construções deverão ser “robustas” (não perdem suas propriedades). Ativar a **Barra de Navegação** em cada construção.

Salvar as construções como, por exemplo, **triret_SEUNOME** para a sua construção do **triângulo retângulo**. A extensão do arquivo é **.ggb**

*Enviar os arquivos pelo Moodle em **Tarefa 2 - 1o. Encontro presencial.***

Atividade 3: Ferramentas do GeoGebra utilizadas:

Abra apenas as construções do triângulo retângulo e do triângulo equilátero, disponibilizadas no Moodle, e acionando a Barra de Navegação ou o Protocolo de Construção passo a passo, escreva no espaço abaixo, a respectiva ferramenta utilizada em cada passo.

Triângulo Retângulo	Triângulo Equilátero
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.
6.	6.
7.	7.
8.	8.

Essa atividade deve ser entregue, também, em papel.

Atividade 4: Examinando as construções:

Verifique se as ferramentas utilizadas em sua construção estão de acordo com as que foram designadas na atividade anterior?

Atividade 5: Observe a Figura 3 a seguir e complete a tabela abaixo de acordo com os elementos de cada triângulo.

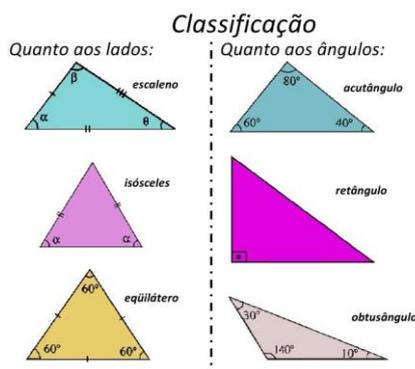


Figura 3 – Classificação dos Triângulos
 Fonte: <https://pt.slideshare.net/xavier1977/triangulos-5076671>

TRIÂNGULO	Em relação às medidas dos lados	Em relação às medidas dos ângulos internos
Escaleno		
Isósceles		
Equilátero		
Acutângulo		
Retângulo		
Obtusângulo		

Essa atividade deve ser entregue, também, em papel.

Atividade 6: Explorando as características dos triângulos:

Se necessário, movimente as construções disponibilizadas no Moodle e escreva Verdadeiro (V) ou Falso (F) nas afirmações abaixo:

1. Triângulo retângulo pode ser triângulo isósceles. ()
2. Triângulo escaleno pode ser triângulo obtusângulo. ()
3. Triângulo equilátero pode ser triângulo isósceles. ()
4. Triângulo equilátero pode ser triângulo obtusângulo. ()
5. Triângulo retângulo pode ser triângulo escaleno. ()
6. Triângulo obtusângulo pode ser triângulo retângulo. ()
7. Triângulo equilátero pode ser retângulo. ()
8. Triângulo isósceles é sempre acutângulo. ()

Essa atividade deve ser entregue, também, em papel.

Bibliografia e Referências

ABAR, C. A. P. COTIC, N. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. 2014. Iglú Editora: São Paulo.

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C.; CANO, M. R. O. (Coordenador). **A Reflexão e a Prática no Ensino**, Vol. 4. 2012. 1ª Edição, ISBN: 9788521206705. São Paulo: Editora Blucher.

Apêndice F: Módulo 2 - Fórum: planejando o tempo



Fórum: Planejando o tempo!!!!

Antes de começar as atividades, pense e escreva nesse fórum, como você pretende organizar seu tempo para completar as atividades solicitadas, lembrando que são 11 horas online para serem distribuídas em 4 tópicos (2 e 3; 5 e 6). Quais dias da semana e em quais horário pretende estudar? Divida esse tempo entre as 11 horas necessárias. Bom Trabalho!!

Expandir tudo

Novo tópico de discussão

Assunto:

Mensagem:

Parágrafo **B** *I*       

Caminho: p

Assinatura de discussão

Anexo Tamanho máximo para novos arquivos: 500Kb, máximo de anexos: 9

Arquivos


Você pode arrastar e soltar arquivos aqui para adicioná-los.

Destacado

Enviar notificações de postagem no fórum sem aguardar o intervalo de edição

Período de exibição

Marcadores

Apêndice G: Módulo 2 – Texto de apoio 2 (Geometria: Continuando os estudos - Parte 2)

Continuando os estudos sobre Geometria já escrevemos no Texto 1 o que os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN indicam para esse estudo, localizado no item sobre Espaço e Forma. Mas queremos voltar ao tema sobre construção e representação de formas geométricas. (Brasil, p. 51)

Observamos novamente que embora alguns conceitos trabalhados neste projeto não sejam utilizados nos anos iniciais, entendemos que um conhecimento mais avançado sobre o tema, pode permitir que planos de aula sejam elaborados com maior segurança.

Vimos que na base do estudo da Geometria há elementos que são fundamentais como: ponto, reta (linha e curvas), plano e espaço e que nas figuras formadas por segmentos de retas pode ser introduzido o conceito de “lado” (Figura 1) e, também, que algumas figuras não têm lado (Figura 2).



Figura 1

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

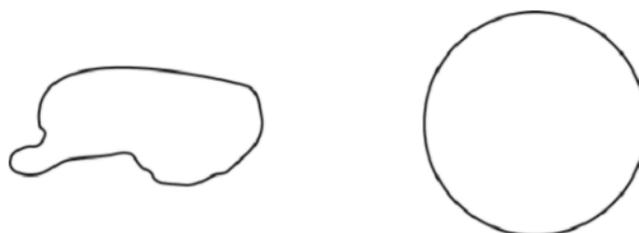


Figura 2

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

Lembramos que o conceito de superfícies, planas ou esféricas pode ser desenvolvido nos primeiros anos e que uma figura plana de duas dimensões, é uma superfície e, assim, em uma folha de papel podem ser desenhadas e exploradas

figuras com três lados, quatro, etc. e é comum essas figuras serem agrupadas e terem um nome como as que possuem três lados e são chamadas de **triângulos** que foram estudados em Tópico anterior e as que possuem quatro lados, os **quadriláteros** que serão estudados neste Tópico.

Maio e Chiummo (2012) sugerem que para uma melhor compreensão de “superfície” ou para a introdução de figuras planas, podemos solicitar aos alunos que desenhem em uma folha de papel, figuras com linhas fechadas e recortem as figuras obtidas. Cada “pedaço de folha” é uma figura plana de duas dimensões e que há uma parte externa e outra interna que recebe o nome de *superfície*.

Estas figuras (Figura 3) também são chamadas de polígonos que significa “muitos” (poli) “lados” (gonos) ou ainda tem sua origem no idioma grego: póly (vários) e gonía (ângulos).

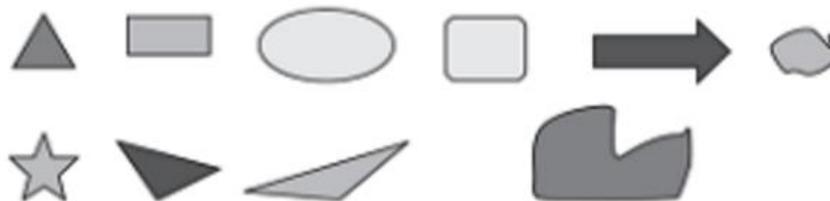


Figura 3

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012)

Os polígonos também podem ser côncavos e convexos com indicados na Figura 4. Como classifica-los??? A figura sugere uma solução!

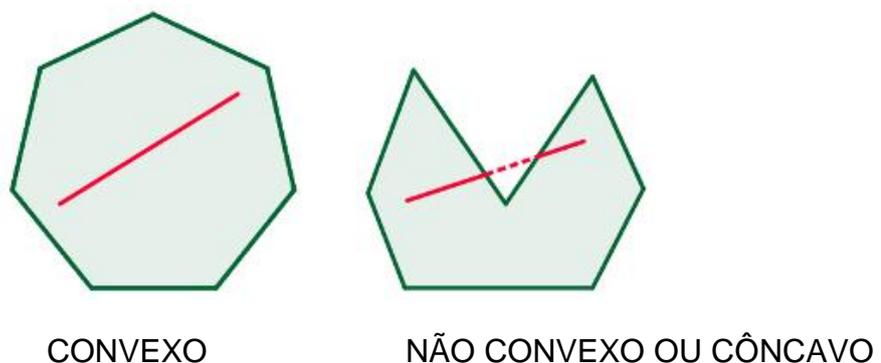


Figura 4

Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poligonos-convexos.htm>

Também estas figuras podem ser organizadas em classes: com três lados, com quatro lados e assim por diante. As figuras de três lados, os triângulos, vimos

em tópicos anteriores e as de quatro lados (Figura 5), denominadas quadriláteros serão exploradas neste tópico.

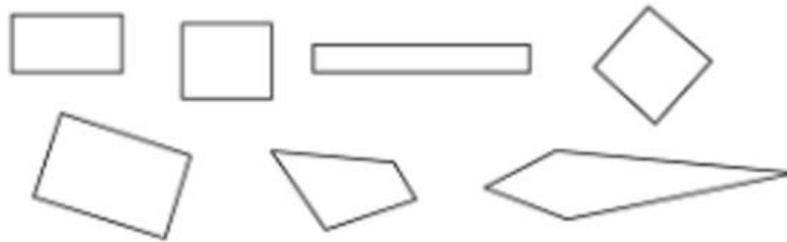


Figura 5

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

Os mesmos elementos principais já mencionados como ponto, lado, altura e ângulo estão presentes nos polígonos. Mas agora há um elemento a mais, que não existe nos triângulos que são as **diagonais**, segmentos que unem dois vértices não adjacentes (não são consecutivos). Na Figura 6 são identificados estes elementos.

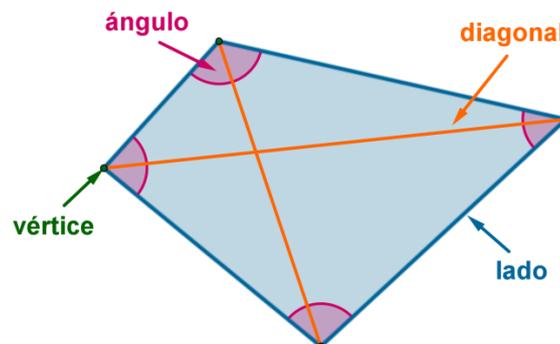


Figura 6

Fonte:

https://www.blinklearning.com/Cursos/c880569_c66935609__ELEMENTOS_DE_UN_POLIGONO.php

Continuamos nosso projeto com a exploração dos polígonos no GeoGebra, em especial os quadriláteros.

Vamos para as Atividades deste Tópico sobre Polígonos.

Bom trabalho!

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998, Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

MAIO, Waldemar de; CHIUMMO, Ana. **Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática**. Editora LTC- GEN, São Paulo, 2012.

Apêndice H: Módulo 2 – Atividades com o GeoGebra (Polígonos)

2º Módulo a Distância: Atividades– Polígonos

O objetivo desta oficina é realizar algumas construções geométricas, utilizando software de Geometria Dinâmica GeoGebra. As sequências das atividades propostas nessa oficina visam possibilitar aos participantes, explorar **Polígonos** que são conteúdos de Geometria Plana para o Ensino Fundamental (1º ao 5º ano).

ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Neste conjunto de atividades tem como intuito despertar o interesse pelo estudo da Geometria Plana e proporcionar uma aprendizagem significativa.

Material necessário: Computador com o GeoGebra, na versão 5 instalada.

Coloquem suas dúvidas no Fórum de Dúvidas do Tópico 2. Todas as atividades poderão ser discutidas no 2º. encontro presencial. Apenas a atividade 2 deverá ser enviada pelo Moodle.

Atividade 1: Diferentes tipos de polígonos:

*Nesta atividade, inicialmente, pensem em diferentes tipos de **quadriláteros** (polígonos com 4 lados) que conhecem e os esbocem **em uma folha de papel e suas nomenclaturas**. Na atividade 2 estes polígonos serão construídos no GeoGebra.*

Atividade 2: Diferentes tipos de quadriláteros no GeoGebra:

*Nesta atividade os participantes deverão construir no GeoGebra, 2 dos quadriláteros identificados na atividade 1 de modo que conservem suas propriedades. As construções deverão ser “robustas” (não perdem suas propriedades). Ativar a **Barra de Navegação** em cada construção.*

Salvar as construções como, por exemplo, **quadr_SEUNOME** para a sua construção do **quadrado**. A extensão do arquivo é **.ggb**

IMPORTANTE: Enviar os 2 arquivos pelo Moodle em Tarefa 2 – Tópico 2

Atividade 3: Explorando elementos dos Polígonos:

Construir no GeoGebra, com a ferramenta **polígonos regulares**, os que possuem: 3 lados, 4 lados, 5 lados, 6 lados, 7 lados, 8 lados. Usando a ferramenta  calcular a medida dos ângulos internos de cada um. Em seguida, complete a tabela a seguir para os polígonos regulares construídos. Os ângulos internos são todos de mesma medida?

Todos os polígonos podem ser construídos no GeoGebra em um só arquivo ou em arquivos diferentes.

Nome	Lados	Esboce a Forma ou Insira a figura correspondente	Ângulo interior
			60°
	4		
Pentágono			
			
	7		
Octógono			

Atividade 4: Quadriláteros:

Nesta atividade os participantes deverão construir três quadrados no GeoGebra como os da figura abaixo, de modo que:

- Os pontos nomeados A, B, C, D, E e F sejam fixos.
- Ao movimentar a figura nomeada como **paralelogramo**, os lados opostos permaneçam paralelos, qualquer que seja o deslocamento

efetuado, mas os ângulos internos do quadrilátero não sejam necessariamente ângulos retos.

➤ Ao movimentar a figura nomeada como **retângulo**, os quatro ângulos internos do quadrilátero sejam sempre ângulos retos.

➤ Ao movimentar a figura nomeada como **trapézio**, o segmento EF e o segmento oposto permaneçam paralelos, podendo ser os ângulos internos do quadrilátero todos diferentes entre si.

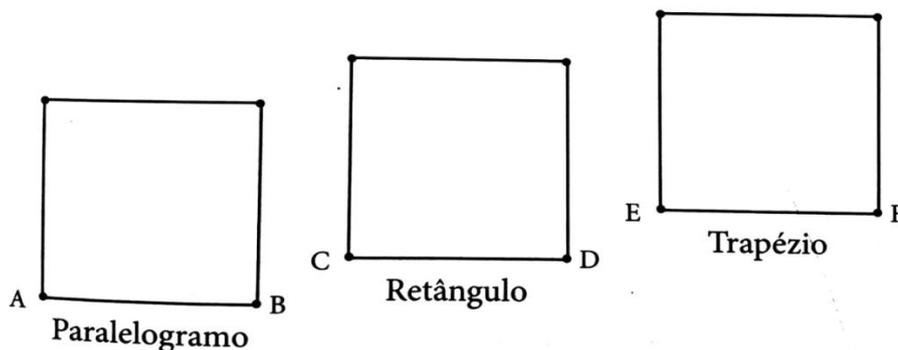


Figura 2.8 – Quadriláteros iniciais no GeoGebra.

Fonte: Abar, Iglioni (2012)

Atividade 5: Construção “robusta” do retângulo por meio de propriedades:

Construir o retângulo com as ferramentas básicas do GeoGebra de modo que, se movimentarmos qualquer um dos pontos, as suas propriedades não se alteram.

Atividade 6: Construção “robusta” do quadrado por meio de propriedades:

Construir o quadrado com as ferramentas básicas do GeoGebra de modo que, se movimentarmos qualquer um dos pontos, as suas propriedades não se alteram.

Atividade 7: Ferramentas do GeoGebra utilizadas:

Abra a construções do retângulo e do quadrado, disponibilizadas no Moodle, e acionando a Barra de Navegação ou o Protocolo de Construção passo a passo, escreva no espaço abaixo, a respectiva ferramenta utilizada em cada passo.

Retângulo	Quadrado
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.
6.	6.
7.	7.
8.	8.

Bibliografia e Referências

ABAR, C. A. P. COTIC, N. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. 2014. Iglú Editora: São Paulo.

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C.; CANO, M. R. O. (Coordenador). **A Reflexão e a Prática no Ensino**, Vol. 4. 2012. 1ª Edição, ISBN: 9788521206705. São Paulo: Editora Blucher.

Apêndice I: Módulo 3 - Texto de apoio 3 (Geometria: Continuando os estudos - Parte 3 – Círculos e Circunferências)

Reforçamos novamente que embora alguns conceitos trabalhados neste projeto não sejam utilizados nos anos iniciais, entendemos que um conhecimento mais avançado sobre o tema, pode permitir que planos de aula sejam elaborados com maior segurança.

Este item sobre círculos e circunferências também está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN localizado no item sobre Espaço e Forma. (Brasil, p. 51)

No Texto 1 observamos que existem figuras “abertas” ou “fechadas” e que as fechadas possuem a parte interna e externa. Podemos considerar também as curvas como “abertas” ou “fechadas” e que estas figuras não têm “lado”. Como exemplo, na Figura 1 temos curvas fechadas.

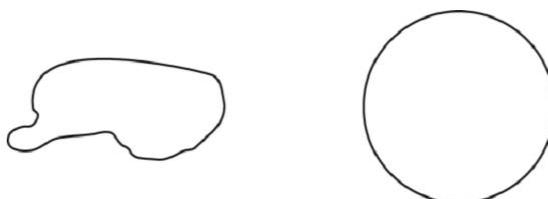


Figura 1

Fonte: Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática (Maio e Chiummo, 2012).

Tais curvas fechadas também geram superfícies que por suas características são denominadas, por exemplo, como **circunferências** que geram **círculos**. Podemos dizer que a circunferência é uma linha e o círculo uma superfície, pois é uma figura formada por uma circunferência e todos os seus pontos de seu interior.

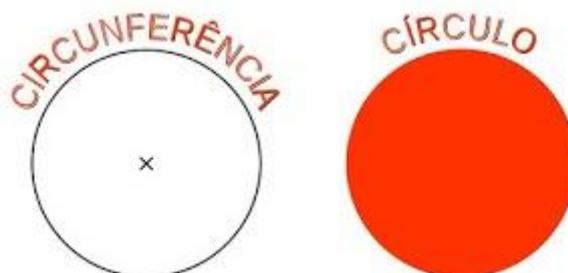


Figura 2

Fonte: <http://escolavicentecelso.blogspot.com.br/2016/09/sequencia-didatica-de-matematica.html>

Seus elementos fundamentais são:

Centro da circunferência é um ponto do qual todos os outros pontos da circunferência estão a uma mesma distância deste centro.

Raio da circunferência é um segmento de reta que vai do centro até um ponto qualquer da circunferência.

Outros elementos da circunferência, identificados na Figura 3 também são importantes como: **Corda**: Segmento que une dois pontos da circunferência.

Diâmetro: Segmento que une dois pontos da circunferência e contém seu centro. Qual relação tem com o raio da circunferência?

Arco: Parte da circunferência compreendida entre dois de seus pontos.

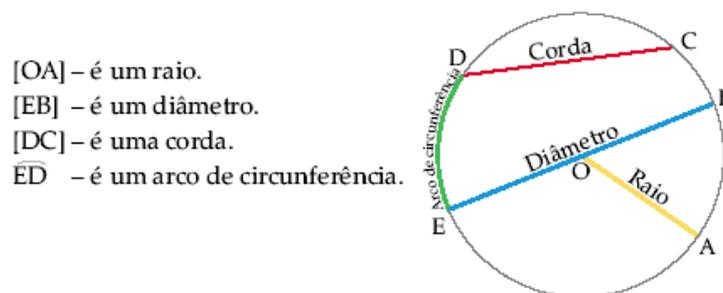


Figura 3

<http://junior.te.pt/escolinha/anosLista.jsp?id=201&p=6&d=mat&t=apr>

Continuamos nosso projeto com a exploração dos círculos e circunferências no GeoGebra.

Vamos para as Atividades deste Tópico sobre círculos e circunferências.

Bom trabalho!

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998, Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

MAIO, Waldemar de; CHIUMMO, Ana. **Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática**. Editora LTC- GEN, São Paulo, 2012.

Apêndice J: Módulo 3 – Atividades com o GeoGebra (Círculo de circunferência)

Módulo a Distância

O objetivo desta oficina é realizar algumas construções geométricas, utilizando software de Geometria Dinâmica GeoGebra. As sequências das atividades propostas nessa oficina visam possibilitar aos participantes, explorar **circunferências e círculos** que são conteúdos de Geometria Plana para o Ensino Fundamental (1º ao 5º ano).

ATIVIDADES COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Este conjunto de atividades tem como intuito despertar o interesse pelo estudo da Geometria Plana e proporcionar uma aprendizagem significativa.

Material necessário: Computador com o GeoGebra, na versão 5 instalada.

Coloquem suas dúvidas no Fórum de Dúvidas do Tópico 3. Todas as atividades poderão ser discutidas no 2º. encontro presencial. Apenas a atividade 1 deverá ser enviada pelo Moodle.

Atividade 1: Elementos de uma Circunferência– Parte 1:

Nesta atividade serão exploradas as construções dos elementos de uma circunferência que estão apresentados na Figura abaixo:

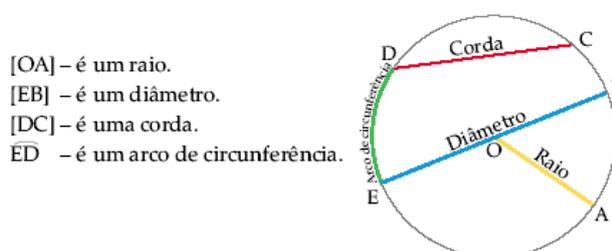


Figura 2– Elementos de uma circunferência

Fonte: <http://junior.te.pt/escolinha/anosLista.jsp?id=201&p=6&d=mat&t=apr>

Para isso, construir uma circunferência no GeoGebra, com a ferramenta **Circulo dado o seu centro e um de seus pontos** e, em seguida utilize as ferramentas **Ponto** e **Segmento** para os passos seguintes:

- a) Um raio;
- b) Uma corda;
- c) Um diâmetro;

Salvar a construção como, por exemplo, círculo_SEUNOME para a sua construção. A extensão do arquivo é .ggb.

IMPORTANTE: Enviar o arquivo pelo Moodle em Tarefa 3 – Tópico 3

Atividade 2: Observando algumas propriedades dos elementos da circunferência:

Com os elementos construídos na atividade anterior, utilize a ferramenta **Distância, comprimento e perímetro**  e calcule a medida de cada um dos elementos considerados e complete a tabela abaixo:

Elemento	Medida
Raio:	
Diâmetro:	
Corda:	

Responda: Existe alguma relação entre a medida do raio e a do diâmetro?

Atividade 3: Verificando suas conclusões da atividade anterior:

Acesse e explore as respectivas construções do GeoGebra disponíveis no Moodle. Os dados estão de acordo com os que foram designados em sua atividade anterior?

Atividade 4: Posição relativa de um ponto a uma circunferência:

Construa uma circunferência, com a ferramenta **Circulo dado o seu centro e um de seus pontos**, e três pontos: um sobre a circunferência, um na região interna e outro na região externa. Calcule a distância de cada um desses pontos ao centro da circunferência.

Registre os seus dados abaixo:

Elementos	Medida da Distância em relação ao centro
Raio da Circunferência:	
Ponto na região externa da circunferência:	
Ponto na região interna da circunferência:	

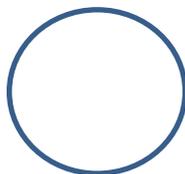
Atividade 5: Explorando as posições relativas de um ponto e uma circunferência:

Movimente a construção feita no item anterior e escreva Verdadeiro(V) ou Falso(F) nas afirmações abaixo:

1. Um ponto em uma distância menor que a medida do raio está localizado na região externa definida da circunferência. ()
2. Um ponto em uma distância igual à medida do raio está na região externa definida pela circunferência. ()
3. Um ponto em uma distância maior que a medida do raio está na região externa definida pela circunferência. ()
4. Um ponto em uma distância menor que a medida do raio está sobre a circunferência ()

Atividade 6: Como determinar o centro de uma circunferência?

Seja C uma circunferência, procure na internet uma construção que indique a forma pela qual é possível determinar o centro de uma circunferência qualquer.



Referências

ABAR, C. A. P. COTIC, N. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. 2014. Iglú Editora: São Paulo.

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C.; CANO, M. R. O. (Coordenador). **A Reflexão e a Prática no Ensino**, Vol. 4. 2012. 1ª Edição, ISBN: 9788521206705. São Paulo: Editora Blucher

Apêndice K: Módulo 4 – Encontro Presencial – Atividades do módulo 2 (Polígonos)

Atividade 1 – Explorando as propriedades dos polígonos: Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

a) Dentre os polígonos a seguir, o que NÃO representa um quadrilátero é o

- A. Hexágono.
- B. Paralelogramo.
- C. Quadrado.
- D. Trapézio.

b) Dentre os polígonos a seguir, o único que NÃO representa um paralelogramo é o

- A. Losango.
- B. Quadrado.
- C. Retângulo.
- D. Trapézio.

c) Para ser um polígono, uma figura geométrica plana precisa ser

- A. Aberta e formada por segmentos de retas que não se cruzam.
- B. Aberta e limitada por segmentos de retas que se cruzam.
- C. Fechada e formada por segmentos de retas que se cruzam.
- D. Fechada e limitada por segmentos de retas que não se cruzam.

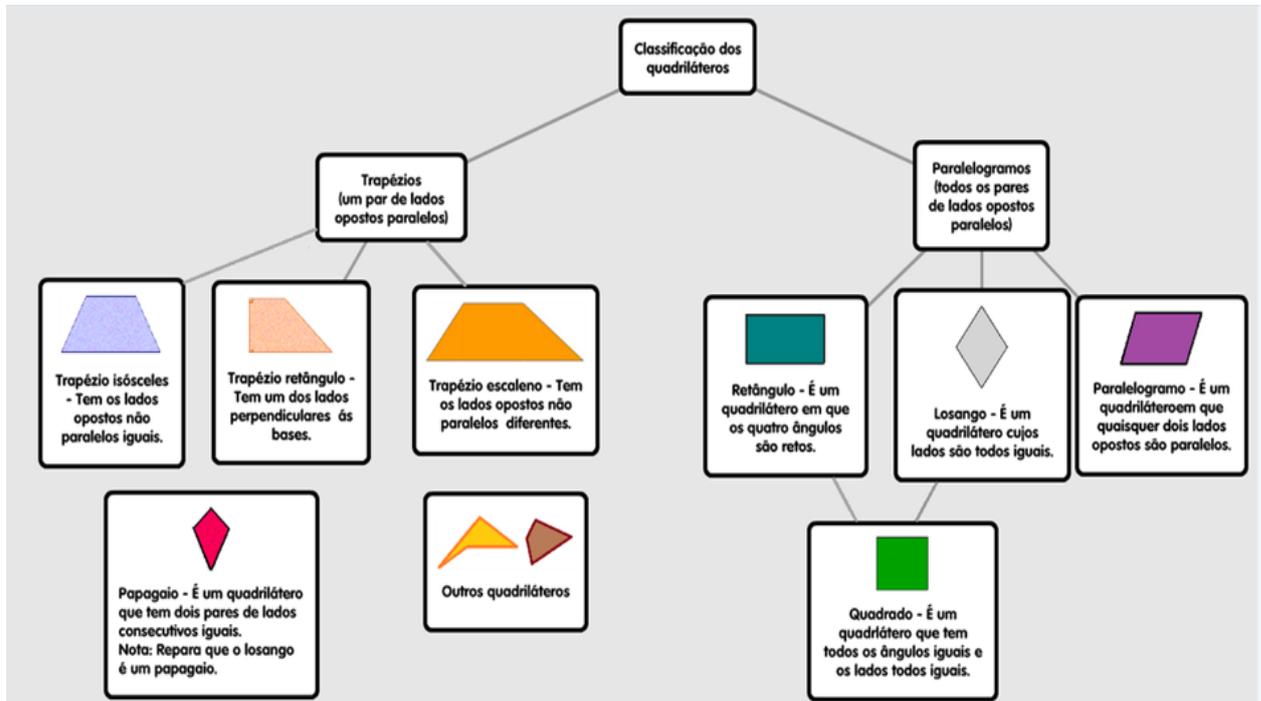
d) Todo polígono regular possui

- A. Apenas quatro lados com medidas diferentes.
- B. Apenas quatro lados com mesma medida.
- C. Todos os lados com medidas diferentes.

D. Todos os lados com mesma medida.

Atividade 2: Explorando as características dos quadriláteros

Observe suas construções e o quadro abaixo e, em seguida escreva Verdadeiro (V) ou Falso (F) nas afirmações abaixo:



- () Os quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados, e os lados opostos são paralelos.
- () Todo quadrilátero é um quadrado.
- () Quadriláteros são figuras que possuem quatro lados iguais.
- () Um paralelogramo é um quadrilátero que possui lados paralelos.
- () Um trapézio é um quadrilátero que possui dois lados opostos paralelos.
- () Os ângulos de um paralelogramo sempre são iguais.
- () Todo retângulo é também um quadrado.
- () Os quadrados são figuras geométricas planas, poligonais e que possuem os quatro lados de mesma medida.
- () Os losangos são figuras geométricas planas, poligonais e que possuem os quatro lados de mesma medida e as medidas dos quatro ângulos iguais.

Bibliografia e Referências

ABAR, C. A. P. COTIC, N. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. 2014. Iglú Editora: São Paulo.

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C.; CANO, M. R. O. (Coordenador). **A Reflexão e a Prática no Ensino**, Vol. 4. 2012. 1ª Edição, ISBN: 9788521206705. São Paulo: Editora Blucher.

AMÂNCIO, R. A; GAZIRE, E.S (Orientadora) **Caderno de atividades – Polígonos e Quadriláteros**. 2013, PUCMINAS.

Apêndice L: Módulo 4 – Encontro Presencial – Atividades dos módulos 3 (Círculo e circunferência)

Atividade 1 – Explorando as propriedades de circunferências.

A respeito da definição básica das circunferências e de suas propriedades, assinale a alternativa correta.

- a) Uma circunferência é uma região plana limitada por um círculo.
- b) Uma circunferência é um conjunto de pontos cuja distância até o centro é sempre menor do que a constante r (raio).
- c) Uma circunferência possui apenas dois raios e a soma desses dois elementos é igual ao diâmetro.
- d) Uma circunferência de centro O e raio r é um conjunto de todos os pontos cuja distância até O é igual a r .
- e) Círculo é a região do plano limitada por um diâmetro.

Dada uma circunferência de centro O e raio r , assinale a alternativa correta:

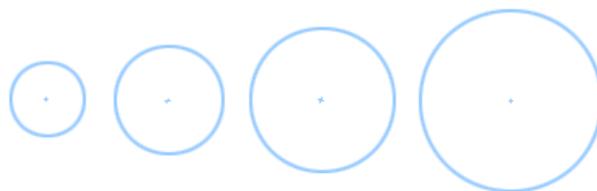
- a) Dado um ponto A , fora da circunferência, o segmento OA é menor ou igual a r .
- b) Sabendo que o segmento OA tem comprimento menor do que r , pode-se afirmar que A pertence ao círculo limitado por essa circunferência.
- c) Sabendo que o segmento OA tem comprimento maior do que r pode-se afirmar que A pertence à circunferência.
- d) O diâmetro do círculo limitado por essa circunferência é igual a $3r$.
- e) Para que o ponto A pertença à circunferência, basta que a distância de A até O seja menor do que r .

Tendo em vista os elementos de uma circunferência, que são outras figuras geométricas que fazem parte de sua estrutura e de suas propriedades, assinale a alternativa correta:

- a) O raio de uma circunferência é igual a duas vezes seu diâmetro.
- b) Uma corda é um segmento de reta que liga o centro de uma circunferência a qualquer um de seus pontos.
- c) O raio de uma circunferência é uma corda que liga dois pontos quaisquer pertencentes a ela.
- d) O diâmetro de uma circunferência é uma de suas cordas.
- e) Um arco é a porção do plano ocupada por uma “fatia” da circunferência, constituída por todo o espaço da circunferência entre dois de seus raios.

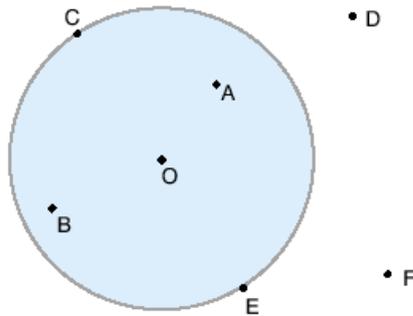
Atividade 2 – Explorando circunferências

1- Meça, em centímetros, o raio de cada uma das circunferências:



2- Em cada uma das circunferências, quantos raios é capaz de traçar? E diâmetros?

3- Considera a circunferência de centro O e raio 2 cm e o círculo definido por essa circunferência.



a) Quais dos pontos A, B, C, D, E, F ou O são pontos da circunferência?

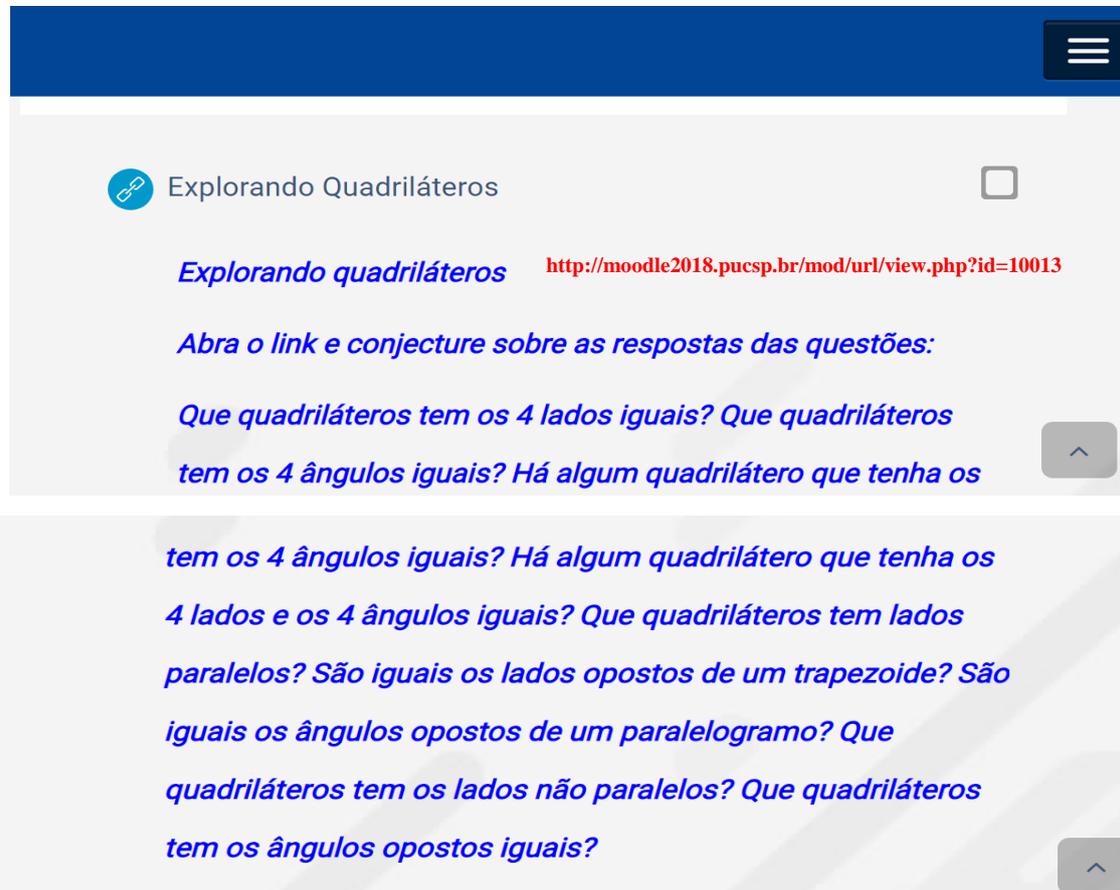
b) Quais desses pontos pertencem ao círculo?

Bibliografia e Referências

ABAR, C. A. P. COTIC, N. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. 2014. Iglú Editora: São Paulo.

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C.; CANO, M. R. O. (Coordenador). **A Reflexão e a Prática no Ensino**, Vol. 4. 2012. 1ª Edição, ISBN: 9788521206705. São Paulo: Editora Blucher.

Apêndice M: Módulo 4 - Atividade: Explorando Quadriláteros



The screenshot shows a Moodle activity page with a blue header bar containing a menu icon. The main content area has a light gray background. At the top left, there is a blue link icon followed by the text 'Explorando Quadriláteros' and a small square icon on the right. Below this, the text 'Explorando quadriláteros' is followed by a red URL: <http://moodle2018.pucsp.br/mod/url/view.php?id=10013>. The main body of the page contains several lines of blue italicized text posing questions about quadrilaterals. At the bottom right of the text area, there is a small gray square button with an upward-pointing arrow.

Explorando Quadriláteros

Explorando quadriláteros <http://moodle2018.pucsp.br/mod/url/view.php?id=10013>

Abra o link e conjecture sobre as respostas das questões:

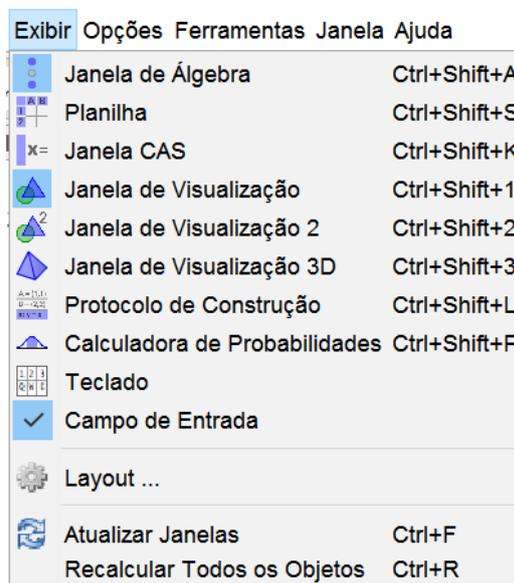
Que quadriláteros tem os 4 lados iguais? Que quadriláteros tem os 4 ângulos iguais? Há algum quadrilátero que tenha os

tem os 4 ângulos iguais? Há algum quadrilátero que tenha os 4 lados e os 4 ângulos iguais? Que quadriláteros tem lados paralelos? São iguais os lados opostos de um trapezoide? São iguais os ângulos opostos de um paralelogramo? Que quadriláteros tem os lados não paralelos? Que quadriláteros tem os ângulos opostos iguais?

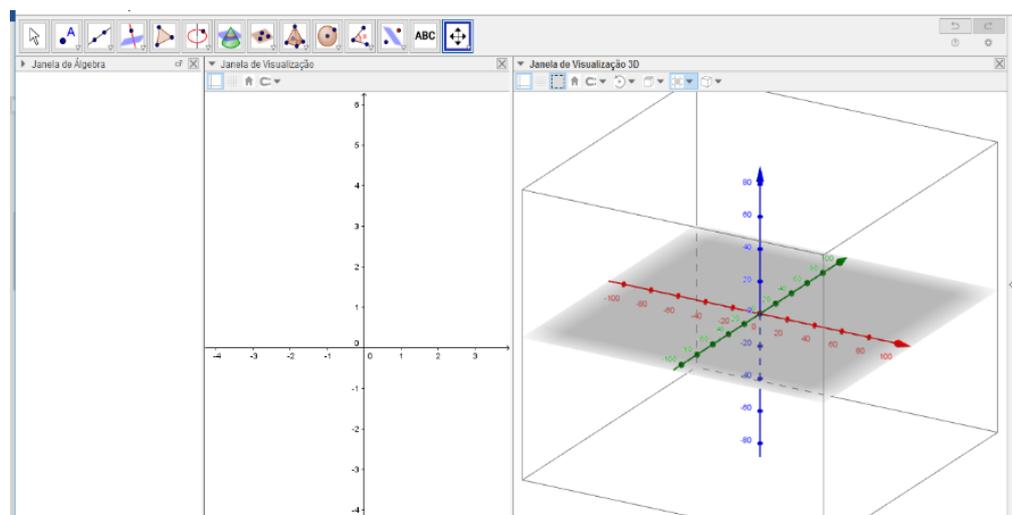
Apêndice N: Módulo 4 – Geometria Espacial – Apresentação do GeoGebra 3D

PONTOS, RETAS E PLANOS EM 3D

Para trabalhar em 3D, como é evidente, será necessário ativar a janela de visualização 3D do GeoGebra através da opção correspondente no menu **Exibir** e **Janela de Visualização 3D**.



O aspecto da tela será similar ao mostrado na imagem seguinte.

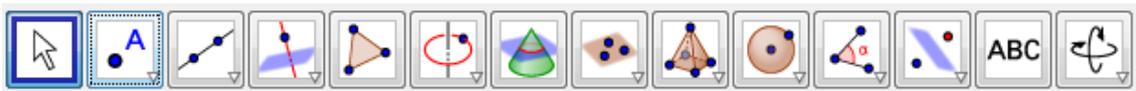


Uma vez ativado a Janela de Visualização 3D começamos criando algum ponto.

Para fazer isso, utilizamos a ferramenta ponto , já conhecida, que é comum à barra de ferramentas em 2D e 3D.

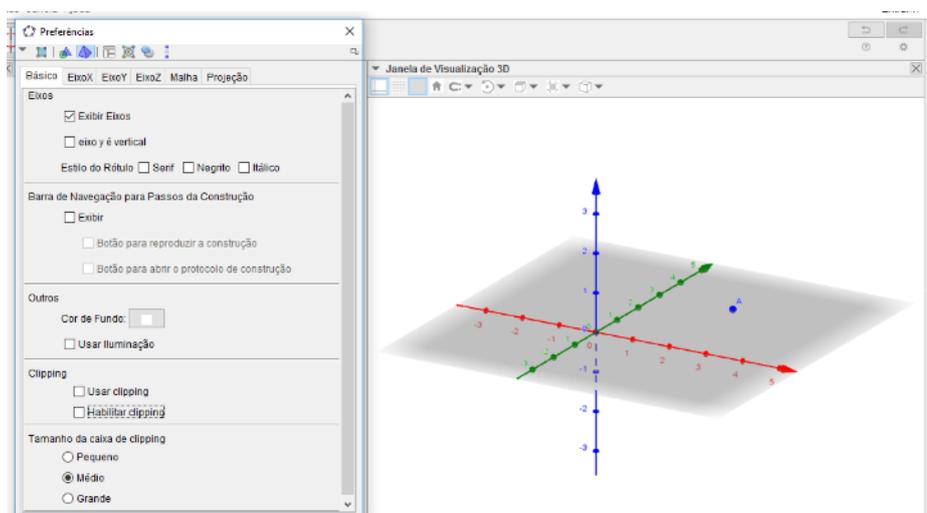
Não podemos esquecer que a qualquer momento, de acordo com a visão que temos ativa, a barra de ferramentas irá mudar. Para ativar uma delas apenas clique sobre ela.

Se ativarmos a janela 3D, a barra de ferramentas será:



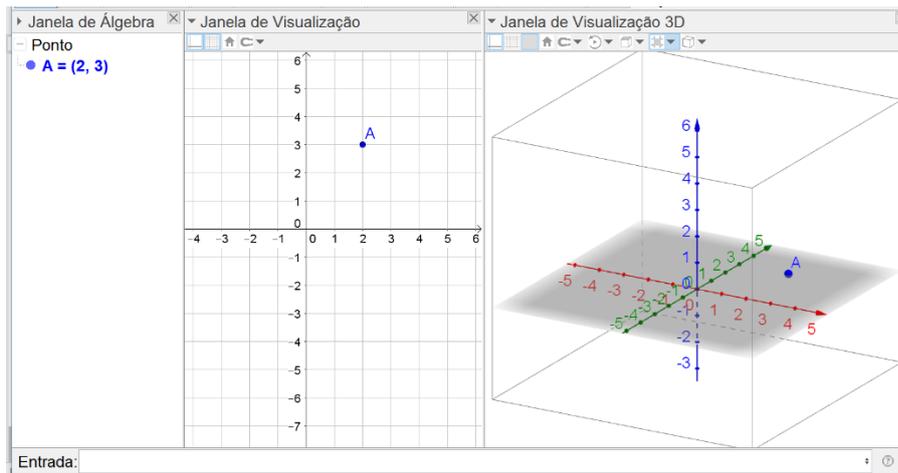
Para não deixar visível o quadrado na janela de visualização 3D basta desabilitar o “clipping”. Para isso clique no menu “Exibir”, depois em “layout” em

seguida na imagem 



Uma vez ativada a janela de visualização 3D, podemos definir pontos, retas ou planos por meio das diferentes ferramentas ou com a ajuda dos comandos.

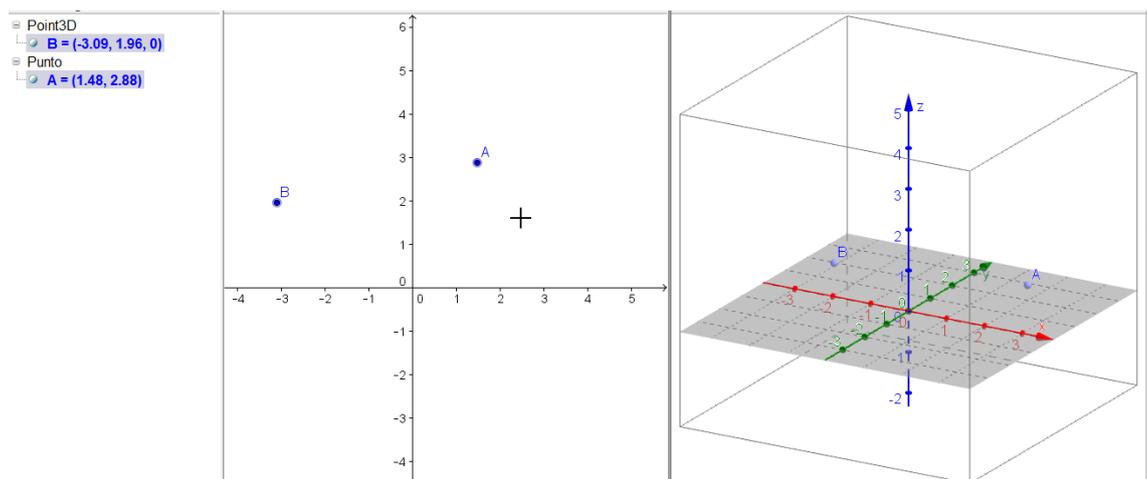
Se definirmos um ponto na Entrada que tenha somente duas coordenadas, ou se for construído com a ferramenta ponto na janela de visualização, o ponto aparecerá na vista 3D e no plano XY.



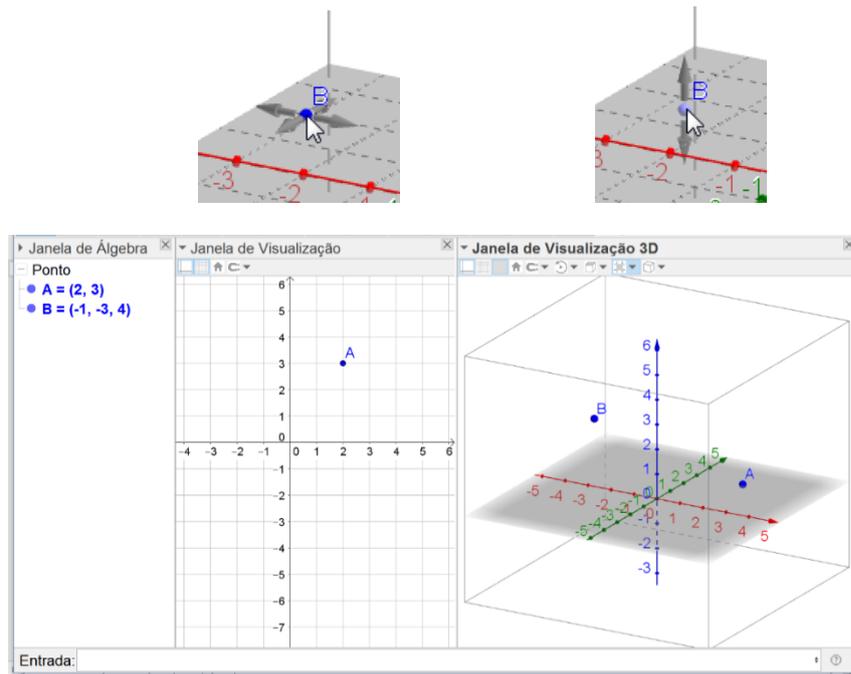
Por outro lado, se o ponto é definido com três coordenadas ou é criado a partir da ferramenta Ponto na vista 3D, aparece apenas nesta janela de visualização. Em todos os casos as coordenadas aparecerão na janela de álgebra.

Ao criar um ponto na janela de visualização 3D sobre o plano OXY, também aparecerá na janela de visualização 2D.

Podemos verificar que o ponto A aparece somente com as coordenadas x e y que foi criado na janela 2D, enquanto B tem três coordenadas, embora a terceira coordenada seja 0, uma vez que está no mesmo plano.

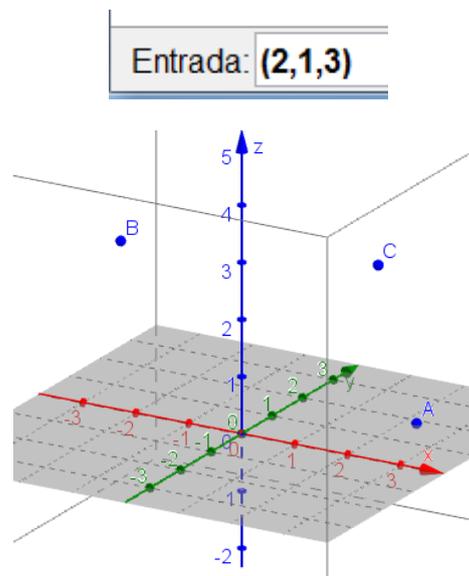


Deixe o cursor sobre A ou B na janela de visualização 3D. Aparecem algumas setas que permitem o movimento do ponto em qualquer direção, mantendo sempre no mesmo plano, mas, permitirão mover o ponto na vertical. Portanto podemos alterar a 3ª coordenada do ponto.



Esta última ação não é possível com o ponto A que foi criado na janela 2D. Além disso, alterando a posição do ponto B, não estando no plano OXY, desaparecerá da janela 2D.

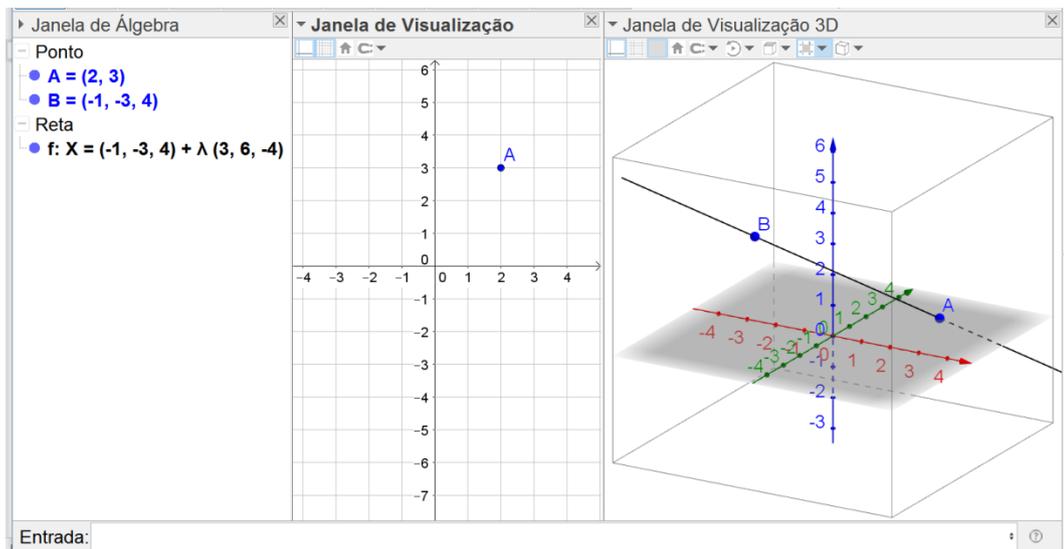
Podemos também criar um ponto no espaço inserindo as coordenadas na janela de entrada.



A partir dos pontos que temos, podemos criar novos objetos, aproveitando-se das diversas ferramentas disponíveis no GeoGebra.

Ao abrir o menu correspondente às retas aparecem ferramentas para construir retas, segmentos, semirretas.

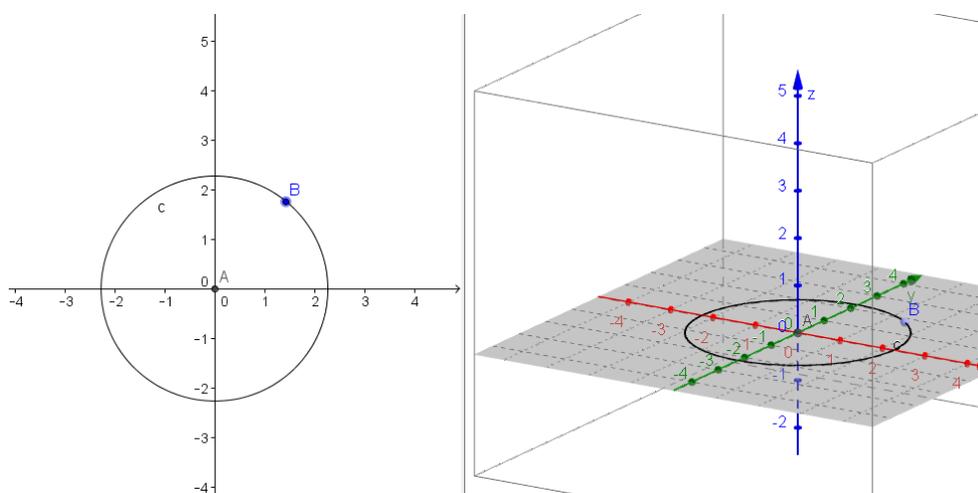
Podemos definir uma reta, como reta passando por dois pontos, usando a ferramenta **Reta** ou a partir do comando de mesmo nome.



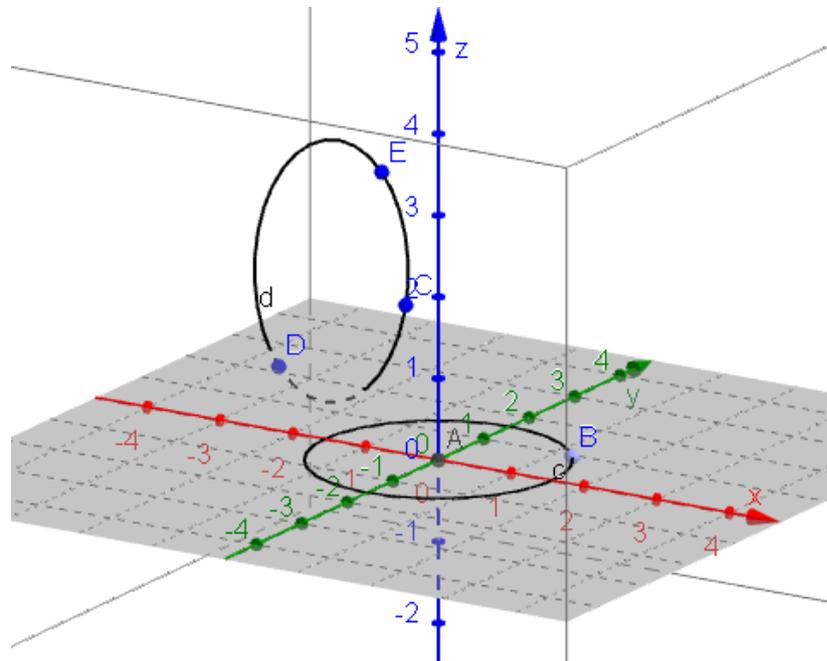
Temos as ferramentas **Perpendicular**  e **Paralela** , para uso em 3D. Construir estas retas a partir da reta anterior.

Circunferências e esferas

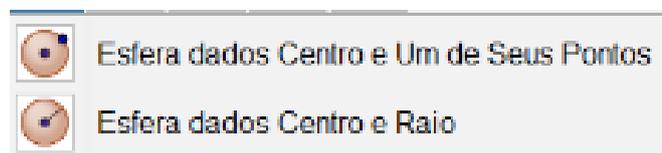
Como foi o caso com pontos, ao construir uma circunferência na janela (2D), também aparecerá na vista 3D.



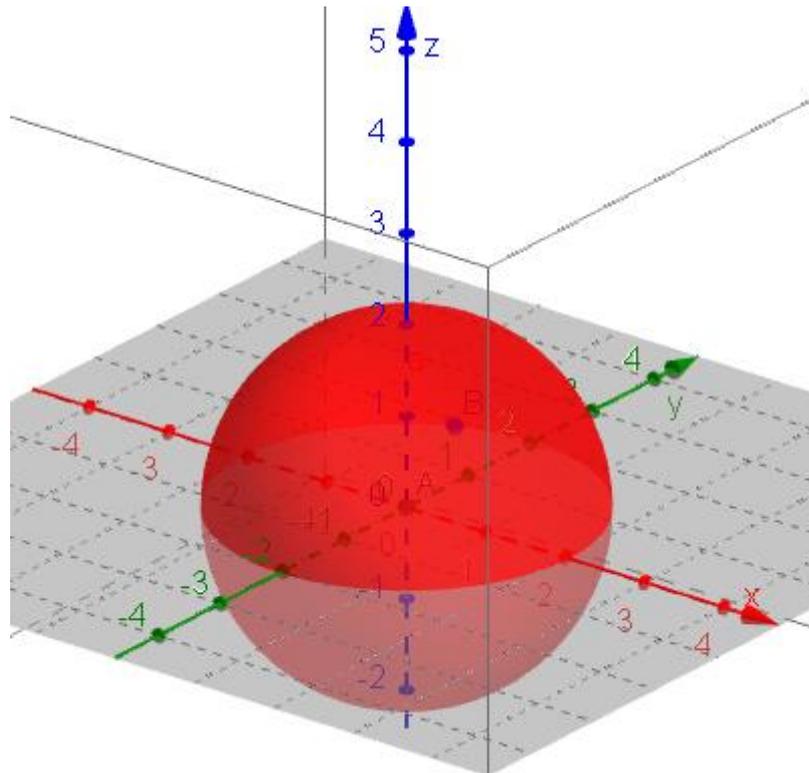
Com a ferramenta **Círculo por três pontos**  obtemos uma circunferência na janela 3D, criando pontos no plano OXY, em seguida, movendo-os através do espaço.



Para desenhar uma esfera, temos duas opções cujos argumentos constam nas seguintes ferramentas:

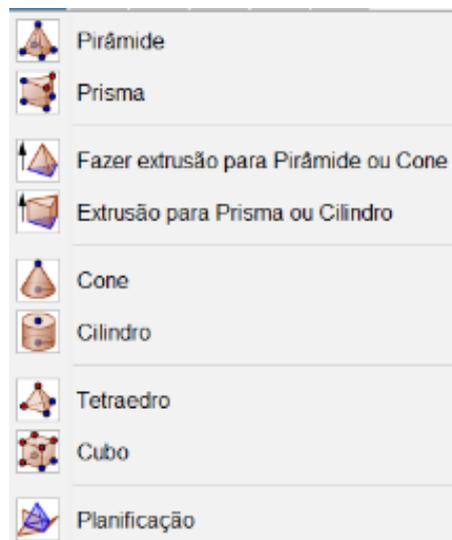


Podemos portanto, obter uma esfera a partir de dois pontos, sendo o primeiro o centro e o segundo a ser fixado pelo centro ou a partir de um ponto o centro e um valor numérico para definir o raio.



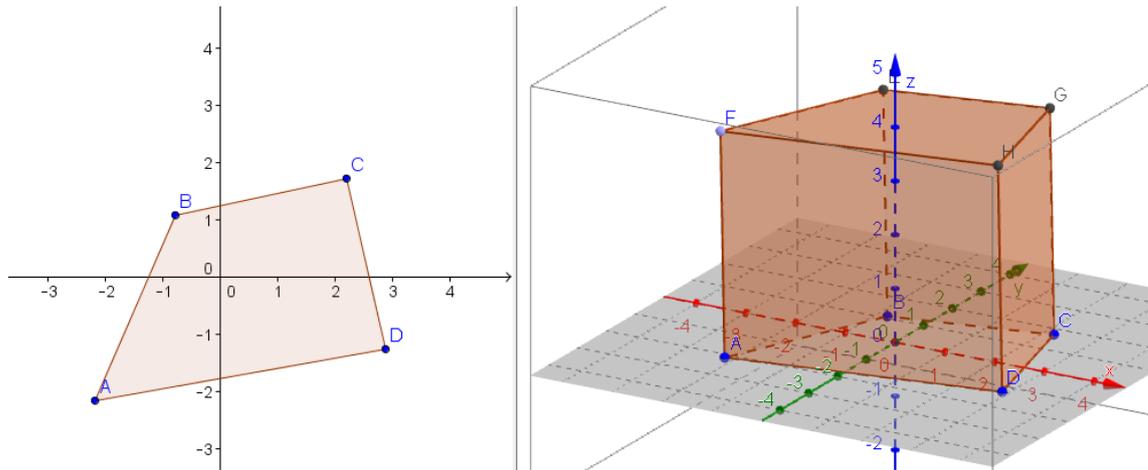
Primas e Pirâmides

Para construir estes objetos dispomos de um novo bloco de ferramentas:

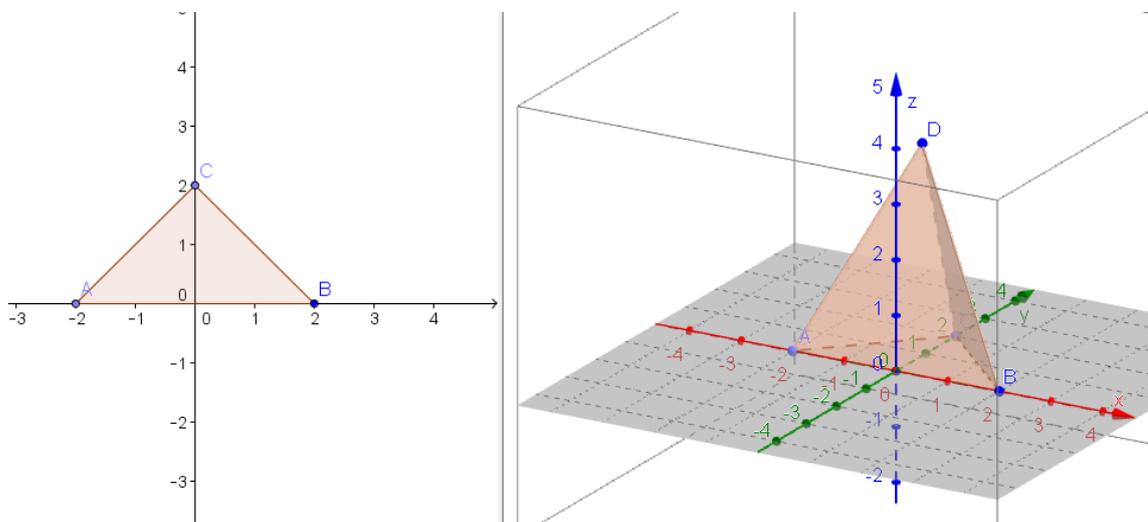


Descrevemos abaixo as etapas necessárias para construir um prisma ou uma pirâmide.

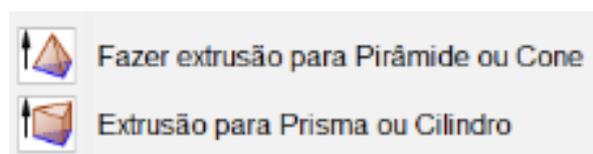
Para construir um prisma temos um polígono da base e um ponto que determinam a posição da outra base.



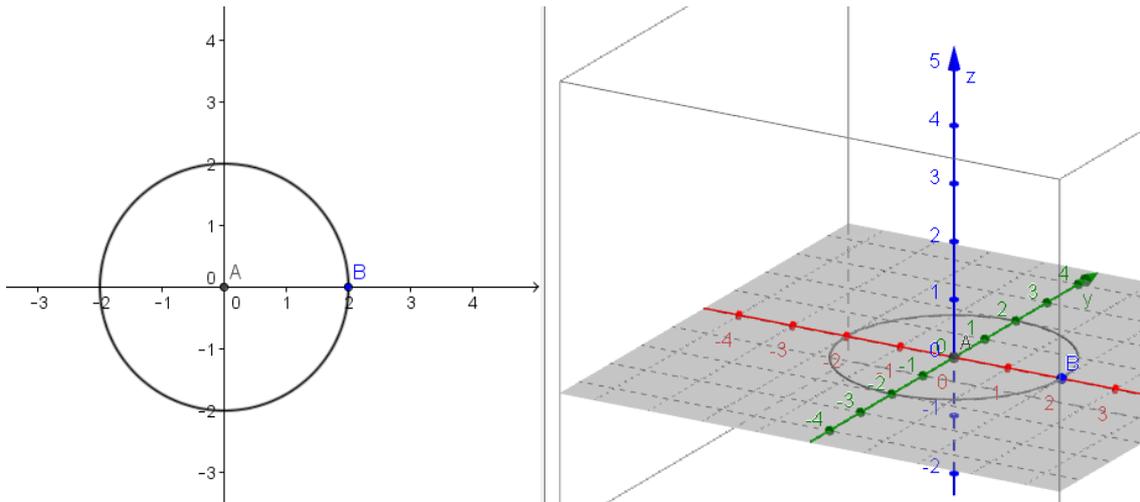
O processo é semelhante para uma pirâmide.



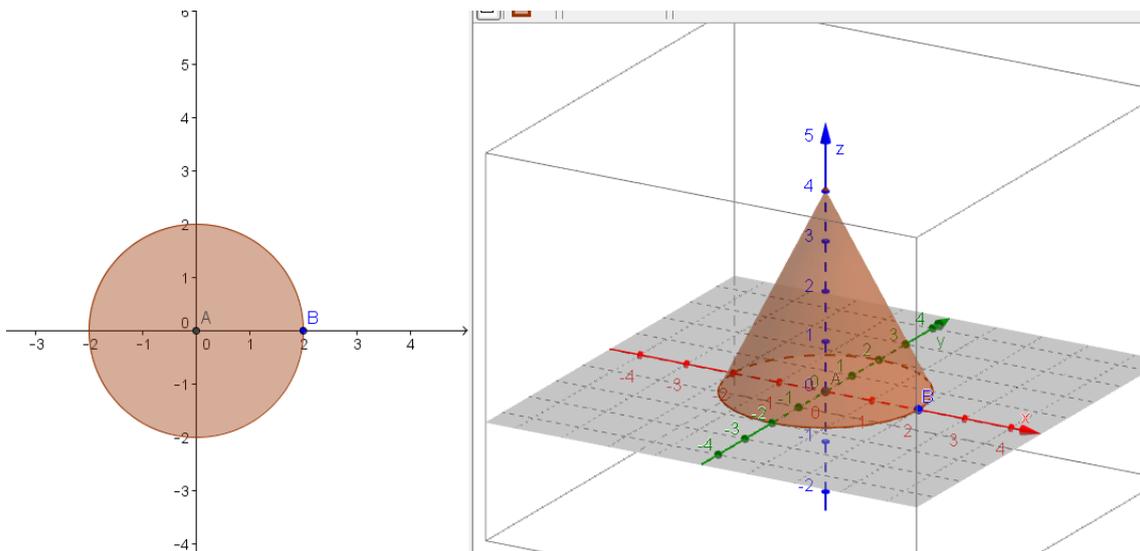
As duas seguintes ferramentas que aparecem neste bloco permitem criar cones, cilindros, prismas e pirâmides a partir da base, movendo até à altura desejada.



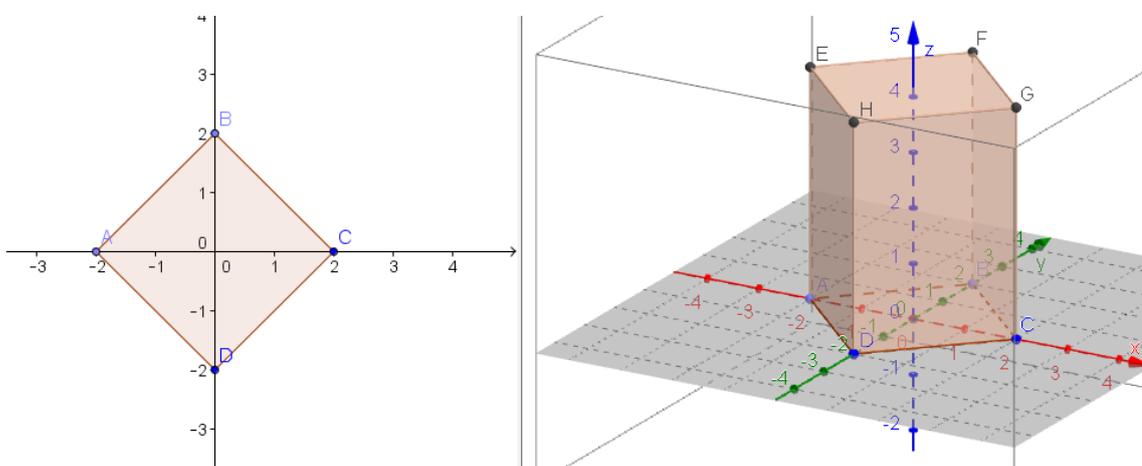
Por exemplo, para criar um cone, podemos construir uma circunferência na janela 2D, que também será exibida no plano OXY na janela 3D, como na figura a seguir:



Então podemos selecionar a ferramenta  e, em seguida, movendo a circunferência irá aparecendo o cone que queremos construir.

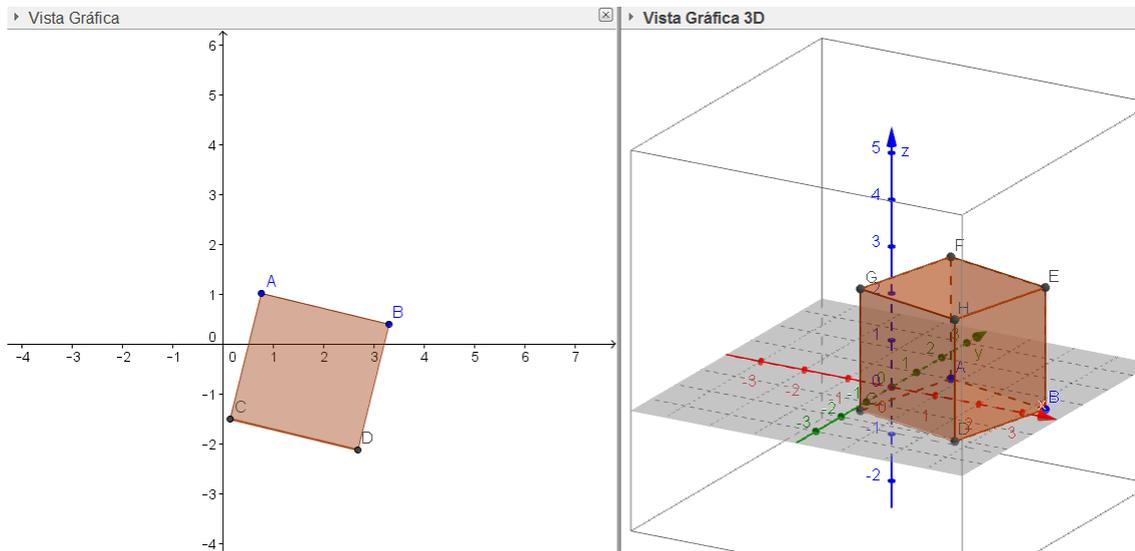


Da mesma forma criamos um prisma de um polígono construído anteriormente.

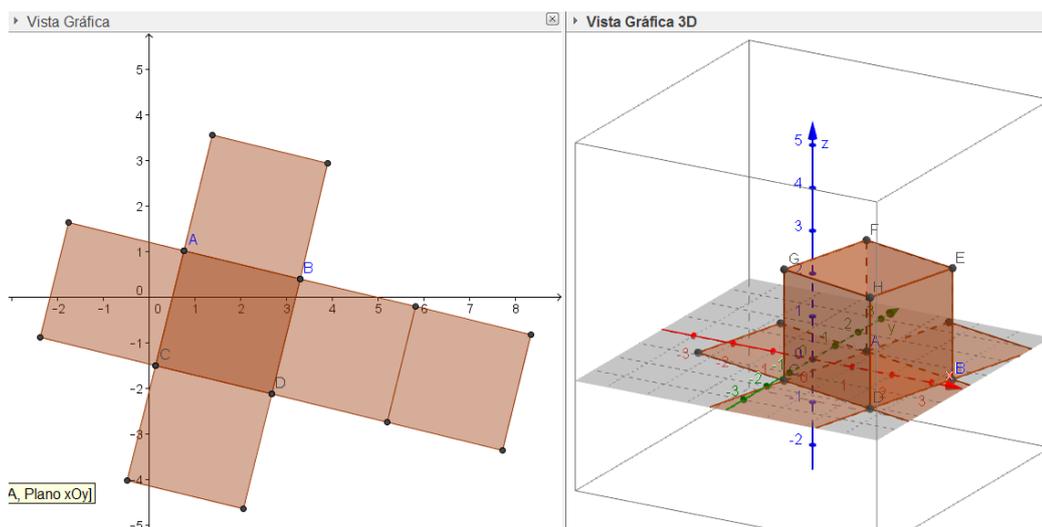


Neste mesmo bloco também temos as ferramentas necessárias para construir um cubo  ou um tetraedro .

Os dois são obtidos de forma semelhante, podemos simplesmente clicar em dois pontos que estão no mesmo plano para obter o poliedro desejado.



A ferramenta final deste bloco  permite obter nas duas janelas gráficas (2D e 3D) a planificação do poliedro à qual se aplica.



Bibliografia e Referências

ABAR, C. A. P. COTIC, N. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. 2014. Iglú Editora: São Paulo.

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C.; CANO, M. R. O. (Coordenador). **A Reflexão e a Prática no Ensino**, Vol 4. 2012. 1ª Edição, ISBN: 9788521206705. São Paulo: Editora Blucher.

Apêndice O: Módulo 5 - Texto de apoio 4 - Geometria (Sólidos Geométricos – Poliedros)

Quando estudamos matemática aprendemos sobre geometria, e conseqüentemente sobre os Sólidos Geométricos: Poliedros e Corpos Redondos.

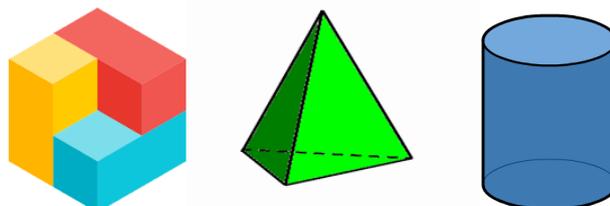


Figura 1

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/comparacao/comparacao.htm

Este item sobre Poliedros ou sólidos geométricos também está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN localizado no item sobre Espaço e Forma. (Brasil, p. 51)

De acordo com os PCN, a Proposta Curricular de São Paulo (SÃO PAULO, 2017) prevê que:

No eixo Geometria, propõem desenvolver noções espaciais e o estudo de Figuras geométricas, suas relações e características. O documento sugere um conjunto de conhecimentos e de procedimentos que permitem a experimentação, a visualização, a comunicação (oral, escrita e por meio de desenhos), a compreensão e a análise de propriedades geométricas e medidas, bem como provas e demonstrações, tão necessárias à resolução de problemas desse campo.

Segundo Gutiérrez (1992), em um processo de aprendizagem da geometria espacial é necessário distinguir entre:

Adquirir e usar o que é geralmente conhecido em Geometria Espacial como conhecimento e classificação dos vários tipos de sólidos, em particular os poliedros, suas estruturas, elementos, propriedades geométricas e de medida, etc. para resolver problemas, ou seja, entendimento dos conceitos geométricos e,

Adquirir e desenvolver habilidades espaciais que estão presentes em atividades direcionadas para a aprendizagem e uso da Geometria Espacial, ou seja, um conjunto de habilidades espaciais para representar, transformar, gerar e utilizar informação não linguística, de acordo com a visualização espacial. (pp. 33-34, tradução dos autores).

Rommevaux (1997) aponta em suas pesquisas a importância da construção e manipulação de modelos concretos de sólidos geométricos, partindo da ideia de que na resolução de problemas de Geometria Espacial, são necessárias duas etapas que ocorrem de forma simultânea: “ver e raciocinar” (Rommevaux, 1997, p.38).

Esta autora refere-se à construção de maquetes, objeto físico manipulável e que o “tocar” pode representar um papel fundamental na construção do objeto matemático, não sendo suficiente somente a visão, como acontece no estudo das formas geométricas planas de objetos espaciais.

POLIEDROS

Nesse texto vamos explorar inicialmente os **Poliedros**.

Definição: Poliedros são figuras geométricas espaciais ou sólidos geométricos cuja superfície é formada por polígonos com seus lados e a parte interna.

Os **Poliedros** possuem três elementos básicos: faces, arestas e vértices e podem ser convexos ou não convexos (côncavos).

Faces: (ou lados) são **polígonos** considerados como regiões planas. Em um poliedro, duas faces nunca estão no mesmo plano. Cada uma dessas faces é um **polígono**.

Aresta: Aresta é um **segmento** de reta comum a duas **faces** de um poliedro.

Vértice: Vértice é um **ponto** comum a três ou mais **arestas** de um poliedro.



Figura 2

<http://www.calculoexato.net/calcular-volume/>

Poliedros Regulares

Uma figura geométrica espacial é um **poliedro regular** se todas as suas faces são **polígonos regulares** (todos os lados iguais e todos os ângulos internos iguais entre si) e **congruentes** (possuem medidas respectivamente iguais) e o número de faces concorrentes em cada vértice é sempre o mesmo.

Sólidos Platônicos

Cinco poliedros regulares — tetraedro, cubo ou hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro — são conhecidos como **sólidos platônicos**.

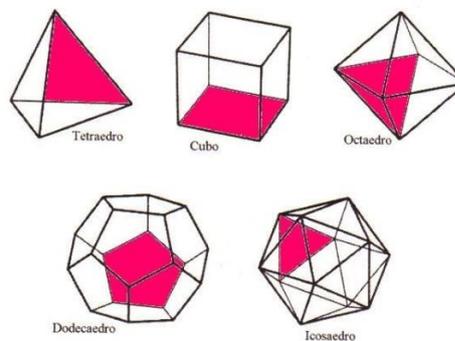


Figura 5

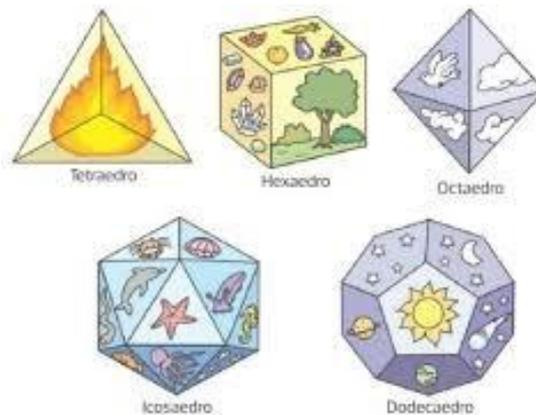
<https://br.pinterest.com/pin/658158933014381564/>

Quais são os respectivos polígonos regulares de cada sólido platônico?

Quantas faces concorrentes em cada vértice de cada sólido platônico?

Os nomes **sólidos platônicos** ou corpos cósmicos são atribuídos ao filósofo **Platão** (427 a.C.-347 a.C.) que viveu na Grécia clássica.

Receberam o nome de **sólidos platônicos** devido à forma pela qual **Platão**, em um diálogo intitulado *Timeu*, os empregou, para explicar a natureza. Não se sabe se *Timeu* realmente existiu, mas Platão associa cada um dos elementos clássicos (terra, ar, água e fogo) com um poliedro regular. Terra é associada com o cubo, ar com o octaedro, água com o icosaedro e fogo com o tetraedro. Com relação ao quinto sólido platônico, o dodecaedro, Platão escreve: “Faltava ainda uma quinta construção que o Deus utilizou para organizar todas as constelações do céu.”



Cubo (Terra); Tetraedro (Fogo); Dodecaedro (Cosmos); Icosaedro (Água); Octaedro (Ar)
 Figura 6: Poliedros Regulares e as Associações de Platão.

https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:AND9GcSigXAvdoc_cQrQnsrKLI0Y6Mn2tMard6FQ9HMPjxt3swHA4tJxTw

Os sólidos platônicos se manifestam na natureza (cristais, organismos vivos, moléculas, etc.) e na cultura humana (pinturas, esculturas, religião, arquitetura, design, etc.).

Os nomes tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro são reservados aos poliedros regulares, mas também há poliedros parecidos com eles. Por exemplo, a palavra **hexaedro**, que indica seis faces, sempre designa poliedros cujas 6 faces são **quadriláteros** como representado na figura 7.

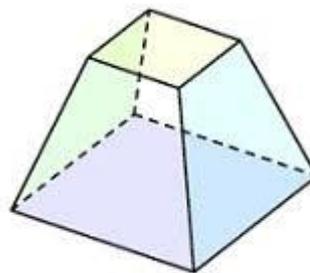


Figura 7

<https://definicion.de/wp-content/uploads/2018/04/hexaedro.jpg>

Vamos utilizar o software GeoGebra 3D por ser um aplicativo que possibilita a construção de figuras tridimensionais de maneira simples e dinâmica.

Vamos para as Atividades deste Tópico sobre Poliedros. Bom trabalho!

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998, Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

GUTIÉRREZ, Angel. Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry, **Structural Topology**, 18, 31-48, 1992. Disponível em <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut92a.pdf>

MAIO, Waldemar de; CHIUMMO, Ana. **Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática**. Editora LTC- GEN, São Paulo, 2012.

ROMMEVAUX Marie-Paule Louche. **Le discernement des plans: um seuil décisif dans l'apprentissage de la géométrie tridimensionnelle**. Strausbourg, 1997.

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/COPED, 2017.

Apêndice P: Módulo 5 - Texto 5 - Geometria (Continuando os estudos - Corpos Geométricos)

Nesse texto vamos lembrar algumas noções geométricas já consideradas e introduzir outras sobre os corpos geométricos.

Os corpos que nos cercam apresentam atributos, entre os quais, podemos considerar a forma, o tamanho e a posição como atributos geométricos que ocupam um lugar no espaço. Assim, podemos definir corpo ou sólido geométrico como *qualquer posição limitada do espaço*. (Penteado, 1970, p. 219). Quando se trata de um sólido geométrico como, por exemplo, um cubo ou uma esfera podemos ignorar do que são constituídos e considerar apenas o lugar ocupado no espaço. Podemos então dizer, segundo Penteado (1970, p. 185) que:

A Geometria é a ciência que tem por objetivo o estudo das propriedades relativas à forma e à extensão dos corpos.

Iniciamos este estudo, nos textos já apresentados, com a noção de **PONTO** que não tem dimensão e que ao deslocar-se gera uma **LINHA** que só tem uma dimensão: o *comprimento*. A **RETA** é uma linha infinita. Ao deslocar-se a linha gera uma **SUPERFÍCIE** que possui duas dimensões *comprimento* e *largura* que podem ser curvas ou planas. As superfícies planas têm todos os seus pontos em um mesmo plano.

Algumas superfícies planas com seus atributos, os polígonos, foram apresentadas em textos anteriores.

Quando os pontos e linhas não estão em um mesmo plano a figura denomina-se **SÓLIDO** que são corpos que se encontram no espaço de três dimensões.

O ponto, a linha, a reta, a superfície e o plano são considerados como conceitos primitivos da Geometria e, por isso, não são definidos. As noções destes conceitos foram exploradas em textos anteriores e, aqui, estamos trazendo novamente.

Portanto, quando falamos de certas formas regulares de sólidos geométricos seu estudo é feito pela Geometria Espacial ou Geometria de três dimensões: *comprimento, largura e altura*.

Outro conceito que foi explorado: **ÂNGULO**, pode ser considerado como uma das regiões de um plano limitada por duas semirretas (lados do ângulo) e que têm a mesma origem (vértice).

No texto anterior foram explorados os **POLIEDROS**, sólidos geométricos cuja superfície é formada por polígonos com seus lados e a parte interna.

Lembramos que uma figura geométrica espacial é um **poliedro regular** se todas as suas faces são **polígonos regulares** (todos os lados iguais e todos os ângulos internos iguais entre si) e **congruentes** (possuem medidas respectivamente iguais) e o número de faces concorrentes em cada vértice é sempre o mesmo.

Poliedros Convexos e não convexos:

Convexo: um poliedro é convexo se qualquer **segmento** com extremidades no interior do poliedro estiver totalmente contido no poliedro.

Côncavo: um poliedro é côncavo se algum **segmento** com extremidades no interior do poliedro possuir pontos fora do poliedro. Exemplos nas figuras 1 e 2 a seguir

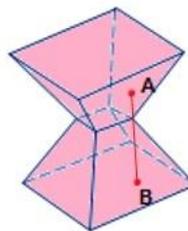


Figura 1

<https://www.infoescola.com/geometria-espacial/poliedros/>

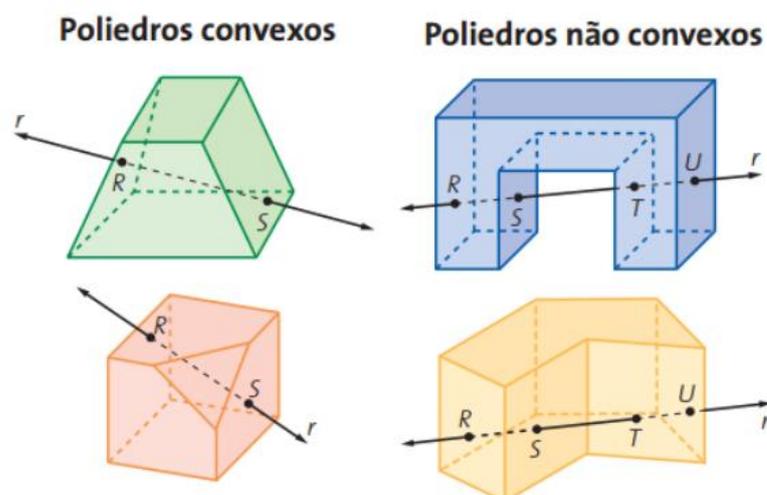


Figura 2

<https://3.bp.blogspot.com/-yW-Whmc20Gg/WTIWokDnt6I/AAAAAAAAARDI/A4Pv-dingzUijFoRbAmWeeE03iQYPj2YgCLcB/s1600/CONCAVO.PNG>

Podemos também dizer que um **poliedro regular** é **convexo**, quando fica situado do mesmo lado do plano determinado por uma de suas faces.

Poliedros regulares são **não convexos** quando não permanecem inteiramente situado do mesmo lado do plano determinado por uma de suas faces.

Poliedros Irregulares são os poliedros que possuem faces desiguais. Basta apresentar uma face diferente para ser irregular.

Os **Poliedros Irregulares** recebem as respectivas denominações dependendo da forma como se apresentam e podem ser separados em dois grandes grupos: os **prismas** e as **pirâmides**.

Prisma: É um poliedro irregular formado por duas faces ou bases poligonais iguais e paralelas e por faces laterais que são paralelogramos.

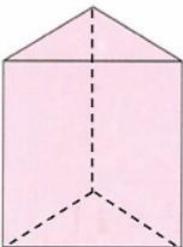
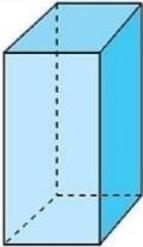
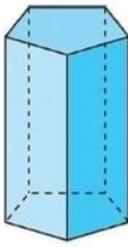
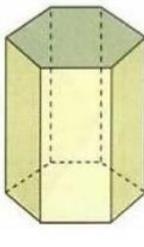
Prisma Triangular Regular	Prisma Quadrangular Regular	Prisma Pentagonal Regular	Prisma Hexagonal Regular
			
Base: Triângulo	Base: Quadrado	Base: Pentágono	Base: Hexágono

Figura 3

<http://geniodamatematica.com.br/wp-content/uploads/2016/12/gemetria-espacial.jpg>

Pirâmide: É um poliedro irregular cuja base é um **polígono qualquer** e cujas faces laterais são **triângulos** que concorrem em um ponto que é o **vértice** da pirâmide.

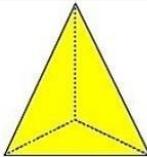
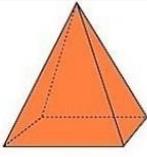
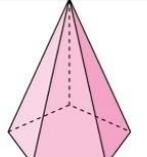
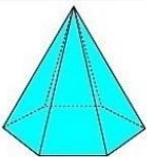
Pirâmide Triangular	Pirâmide Quadrangular regular	Pirâmide Pentagonal regular	Pirâmide Hexagonal regular
			
Base: Triângulo	Base: Quadrado	Base: Pentágono	Base: Hexágono

Figura 4

<http://geniodamatematica.com.br/wp-content/uploads/2016/12/gemetria-espacial.jpg>

Existem muitos outros poliedros irregulares que têm suas faces formadas irregularmente por polígonos regulares ou não, diferentes entre si, embora sejam considerados poliedros irregulares simétricos e são encontrados na natureza como nas pedras preciosas e na forma de cristais com representados na figura a seguir.

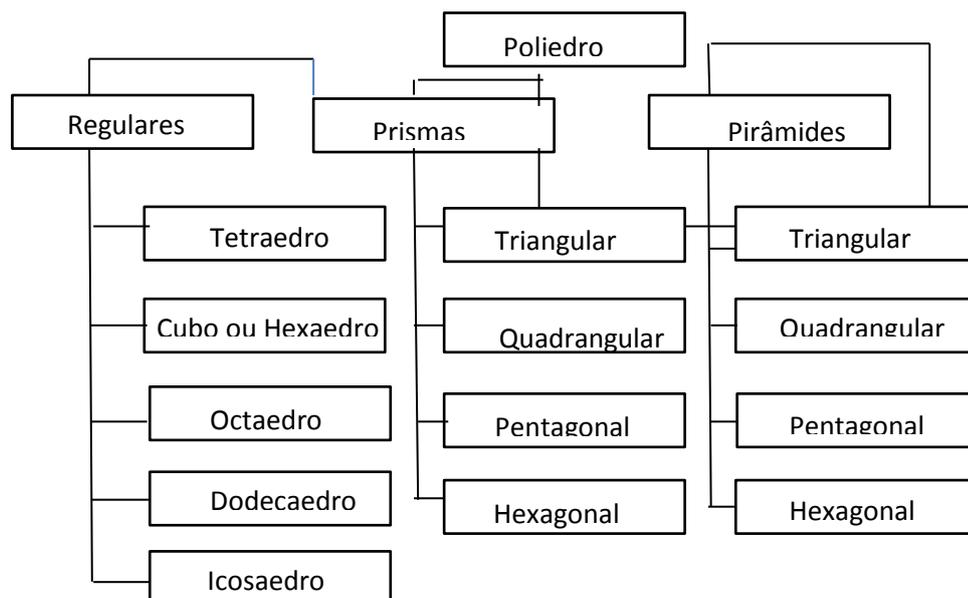


Figura 5

<http://skywalker.cochise.edu/wellerr/mineral/6spessartite-douglass40f11.jpg>

Construções:

Vamos utilizar o software GeoGebra 3D na construção dos poliedros por ser um aplicativo que possibilita a construção de figuras tridimensionais de maneira simples e dinâmica. Vamos tentar alguns deles do quadro abaixo?



Continuamos com as Atividades deste Tópico sobre Poliedros. Bom trabalho!

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998, Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

GUTIÉRREZ, Angel. Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry, **Structural Topology**, 18, 31-48, 1992. Disponível em <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut92a.pdf>

MAIO, Waldemar de; CHIUMMO, Ana. **Fundamentos de Matemática-Didática da Matemática**. Editora LTC- GEN, São Paulo, 2012.

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/COPED, 2017.

PENTEADO, José de Arruda. **Curso de Desenho**. Companhia Editora Nacional. São Paulo. 1970.

Apêndice Q: Módulo 5 – Atividades com o GeoGebra

Atividade 1. Construção de um cubo de aresta variável

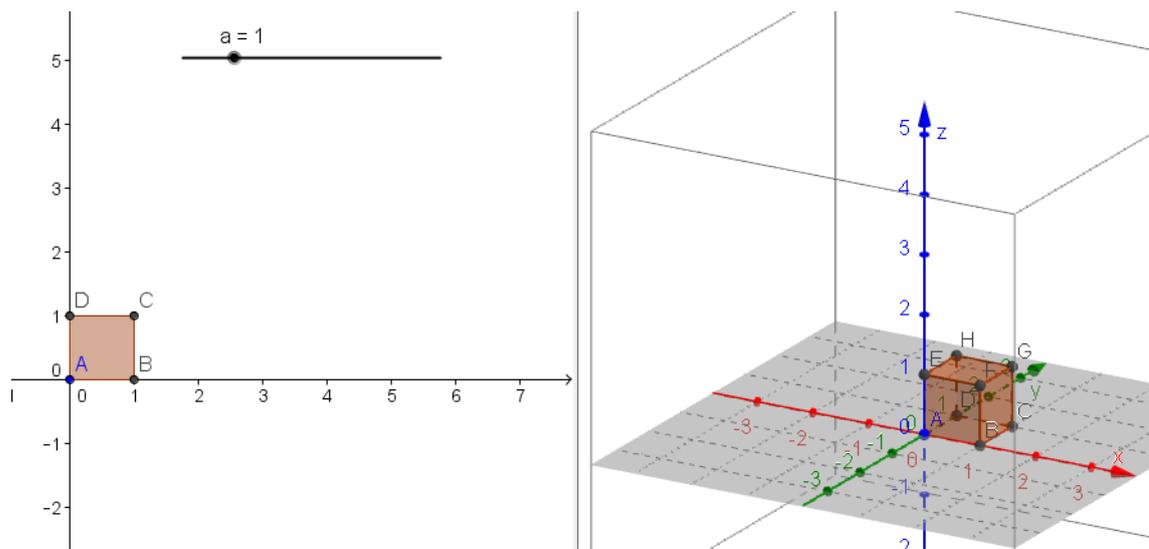
A partir de um controle deslizante **a** construir um cubo cuja aresta seja **a**.

Primeiro, criamos o controle deslizante na janela gráfica 2D já que, por enquanto, não é possível criá-lo diretamente na janela 3D.

Podemos colocar um vértice na origem das coordenadas e para isso definimos o ponto $A=(0, 0,0)$.

Podemos então definir outro vértice como $B = (a, 0, 0)$.

Finalmente, usando a ferramenta **Cubo**  e clicando nos dois pontos anteriores e o plano OXY, obtemos o cubo como na imagen seguinte:



Variando o valor do controle deslizante, observamos que se altera o tamanho do cubo, e também podemos obter sua planificação usando a ferramenta .

Atividade 2 - Octaedro

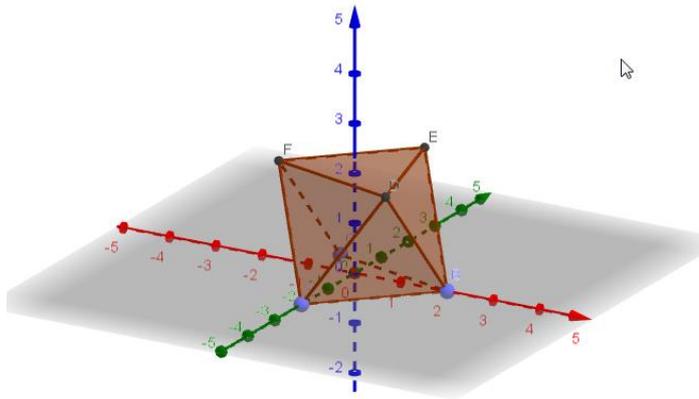
Construir um octaedro e determinar o seu volume, a área de uma das faces e a medida do lado.

Para construir um octaedro, usamos o comando de mesmo nome.

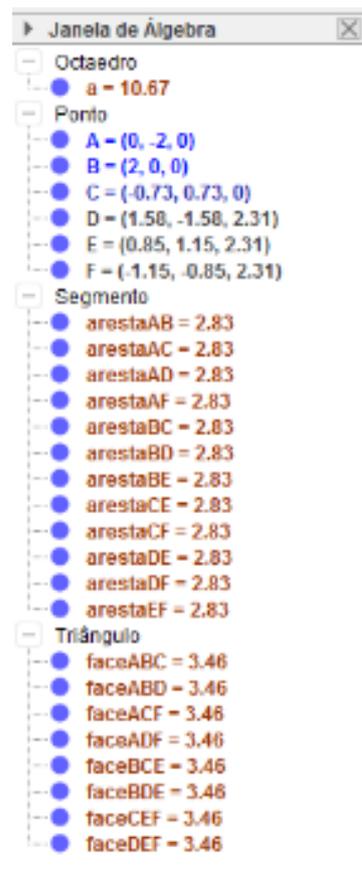
Para fazer isso, podemos definir dois pontos, por exemplo A (0, - 2, 0) e B (2, 0, 0) e, em seguida, inserir na entrada a expressão:

Octaedro[A,B]

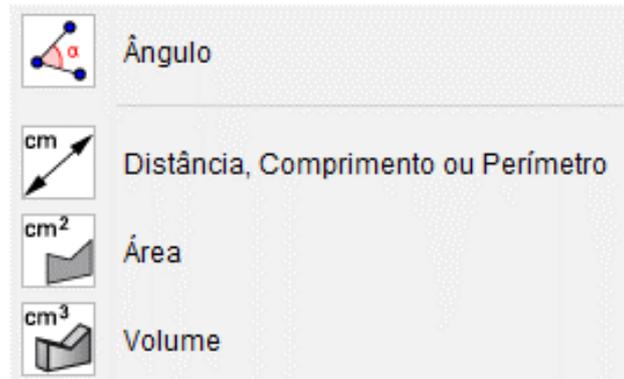
A imagem a seguir aparecerá:



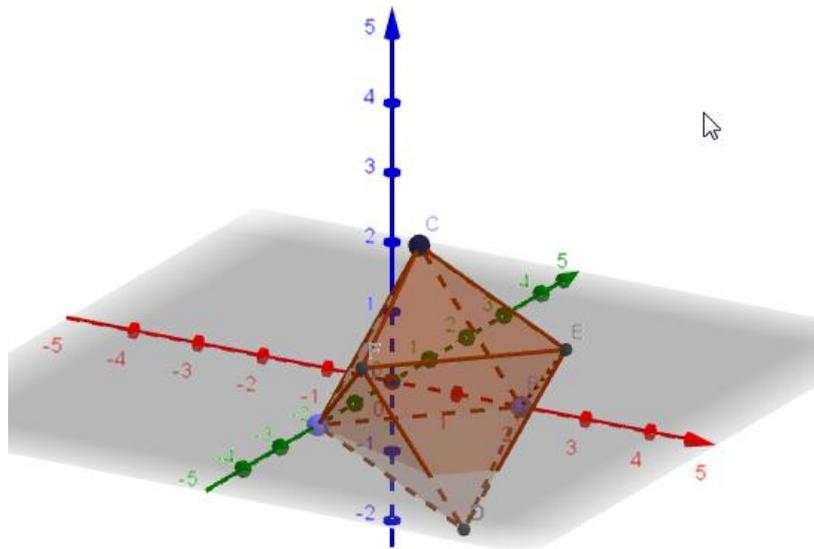
Podemos observar os valores que aparecem na janela de álgebra.



Primeiro, observamos que aparece o nome do poliedro e um valor que corresponde ao volume que também pode ser obtido com a ferramenta que encontramos no bloco seguinte:



A seguir aparecem as coordenadas dos vértices, que observamos que, obviamente A e B são pontos livres, embora seja também o ponto C, uma vez que podemos mover para que o octaedro se mova no espaço.



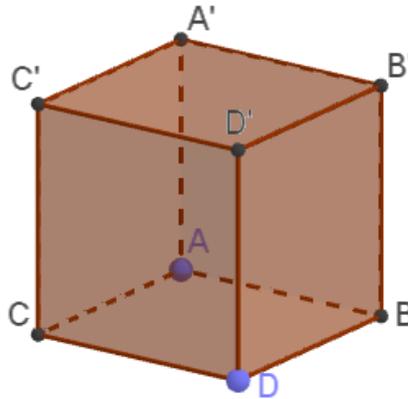
Neste caso, observamos que C se move sobre uma circunferência para manter sempre que a face seja um triângulo equilátero.

Os seguintes valores aparecem com o título de aresta e valor expressa o comprimento que podemos também obter com a ferramenta Distância, Comprimento ou Perímetro .

Os últimos valores correspondem às faces, que são as medidas da área, que também podem ser obtidas com a ferramenta de mesmo nome .

Atividade 3

Os pontos $A(0, 0, 0)$, $B(3, 0, 0)$ e $C(0, -3, 0)$ são três vértices de uma das faces de um cubo, como mostrado na figura.



Construir um cubo e construir:

- um triângulo de vértices A , D , C'
- a diagonal CB' do cubo
- o ângulo entre as diagonais $A'D$ e $A'C$. Qual sua medida?
- acione a visualização 3D, coloque os óculos apropriados e movimente o cubo.

Apêndice R: Módulo 6 - Texto de apoio 6 – Geometria (Sólidos Geométricos – Corpos Redondos ou Sólidos de Revolução)

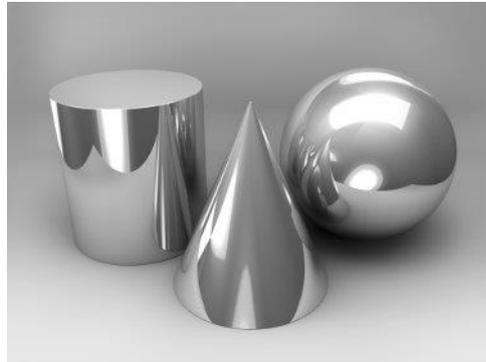


Figura 1

<https://alunosonline.uol.com.br/matematica/corpos-redondos.html>

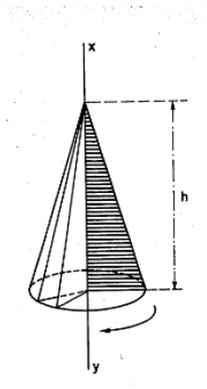
Como observado no texto 5 os corpos que nos cercam apresentam atributos, entre os quais, podemos considerar a forma, o tamanho e a posição como atributos geométricos que ocupam um lugar no espaço. Assim, podemos definir corpo ou sólido geométrico como *qualquer posição limitada do espaço*. (Penteado, 1970, p. 219). Quando se trata de um sólido geométrico como, por exemplo, um cubo ou uma esfera podemos ignorar do que são constituídos e considerar apenas o lugar ocupado no espaço.

Também nos textos 4 e 5 anteriores apresentamos os **Poliedros** com as respectivas características e classificações.

Nesse texto 6 vamos estudar os **Corpos Redondos** também chamados de **Sólidos de Revolução** porque são gerados pela rotação de uma figura plana (figura geradora) ao redor de um eixo situado no mesmo plano – entenda rotação como dar uma volta completa.

São corpos redondos: o **cone**, o **cilindro** e a **esfera**.

CONE



É a superfície gerada pela rotação de um **triângulo retângulo** em torno de um de seus **catetos**. Possui uma superfície arredondada, que é sua lateral, e uma superfície plana, que é uma base em formato de **círculo**.

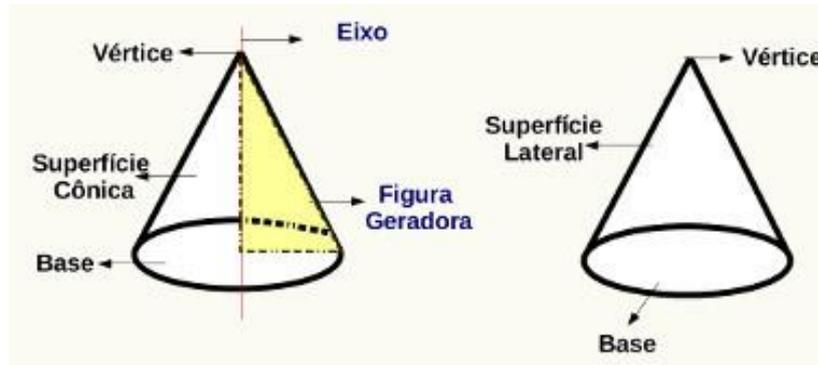
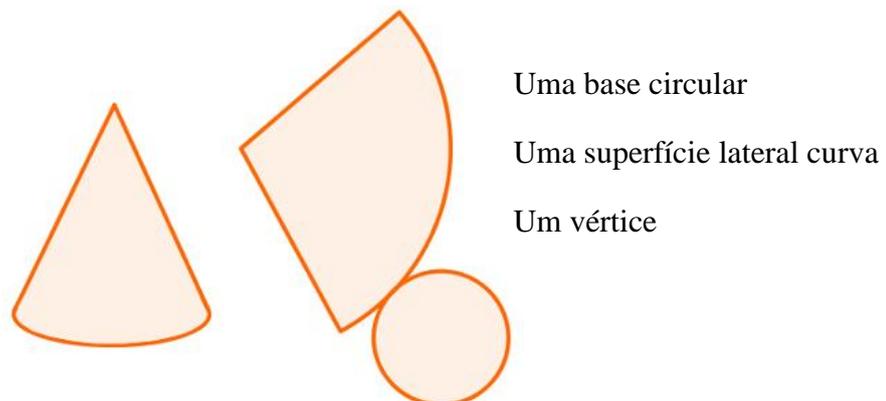


Figura 2

<https://alunosonline.uol.com.br/matematica/corpos-redondos.html>

Os elementos do Cone são: o **eixo** (cateto de rotação); superfície lateral gerada pela rotação da hipotenusa do triângulo retângulo; a **base** que é o círculo gerado pela rotação do cateto; o **vértice** que é o vértice do ângulo agudo formado pela hipotenusa e o cateto; a **altura** que é a distância perpendicular do vértice ao plano da base; o **raio e o diâmetro** que são o raio e o diâmetro da base; as **geratrizes** que são os segmentos que ligam o vértice aos pontos da circunferência da base.



Uma base circular

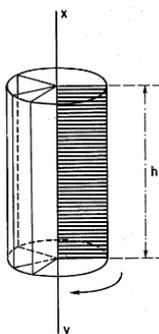
Uma superfície lateral curva

Um vértice

Figura 3

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1286/montando-solidos-geometricos>

CILINDRO



É a superfície gerada pela rotação de um **retângulo** em torno de um de seus **lados (eixos)**. Os lados menores geram os círculos das bases e o lado maior gera a superfície cilíndrica.

Possui uma estrutura curva, chamada de superfície lateral, e duas bases, que são paralelas. Observe os cilindros abaixo:

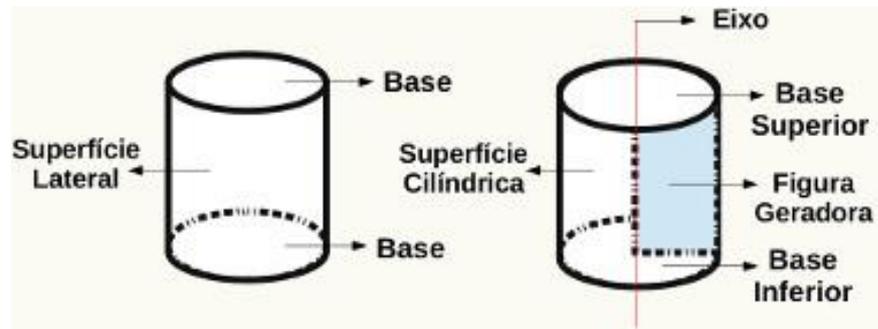
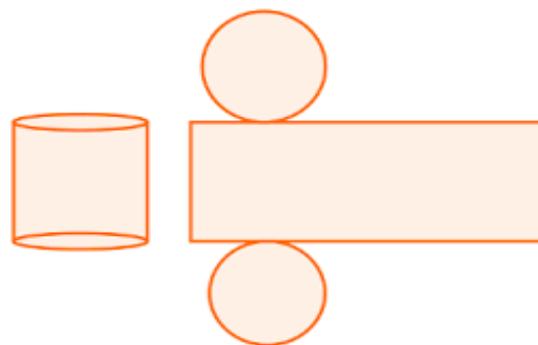


Figura 4

<https://alunosonline.uol.com.br/matematica/corpos-redondos.html>

Os elementos do Cilindro são: a **superfície lateral** gerada pela rotação de um lado do retângulo; as **bases** que são os círculos gerados pela rotação do outro lado do retângulo; a **altura** que é a distância perpendicular entre as bases; o **raio** e o **diâmetro** que são o raio e o diâmetro de qualquer base; as **geratrizes** que são os segmentos perpendiculares que ligam os pontos das bases.



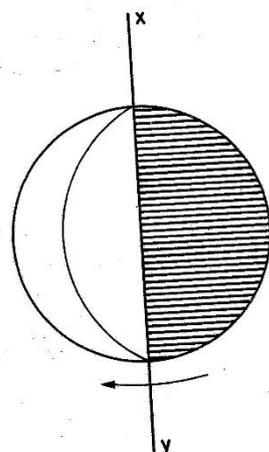
Duas bases circulares

Uma superfície lateral curva (retângulo)

Figura 5

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1286/montando-solidos-geometricos>

ESFERA



É a superfície gerada pela rotação de uma **semicircunferência** em torno de um **diâmetro**. Os pontos de uma superfície esférica distam igualmente de um ponto chamado **centro**.

Os elementos da **esfera** são: centro, raio e diâmetro. A distância de sua borda ao centro é igual ou menor que o raio. Veja as componentes da esfera:

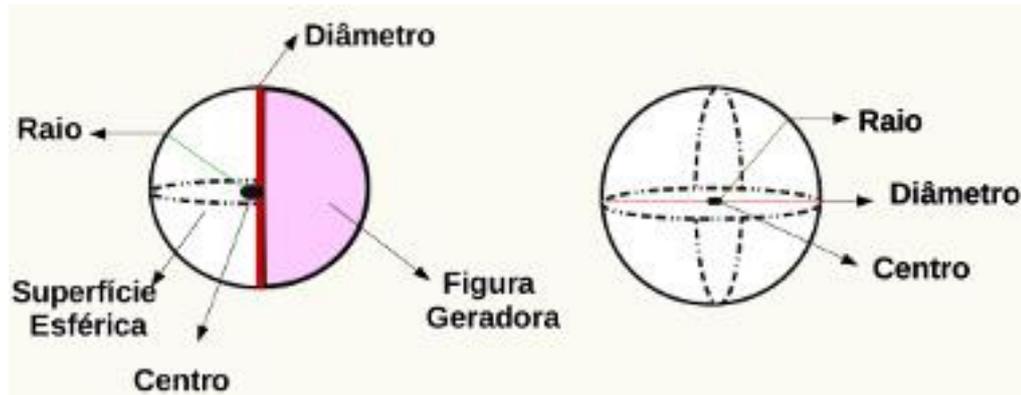
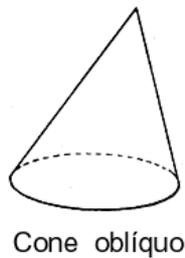


Figura 6

<https://alunosonline.uol.com.br/matematica/corpos-redondos.html>

Outros exemplos de corpos redondos



Cone oblíquo

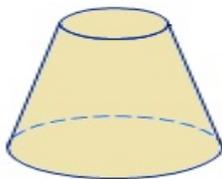


Figura 7

www.infoescola.com/geometria-espacial/poliedros/

Figura 8

<https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1286/montando-solidos-geometricos>

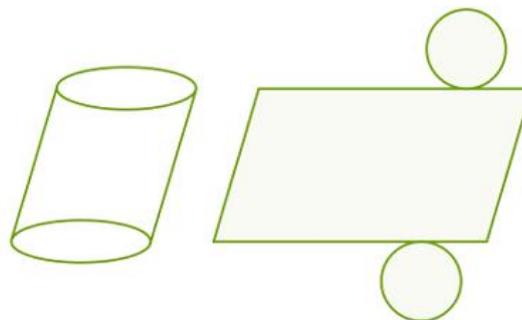


Figura 9 - Cilindro Oblíquo

<https://escolakids.uol.com.br/area-cilindro.htm>

Explorando construções: Como construir um sólido de revolução a partir de um polígono qualquer?

[Veja aqui!!!](#)

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>

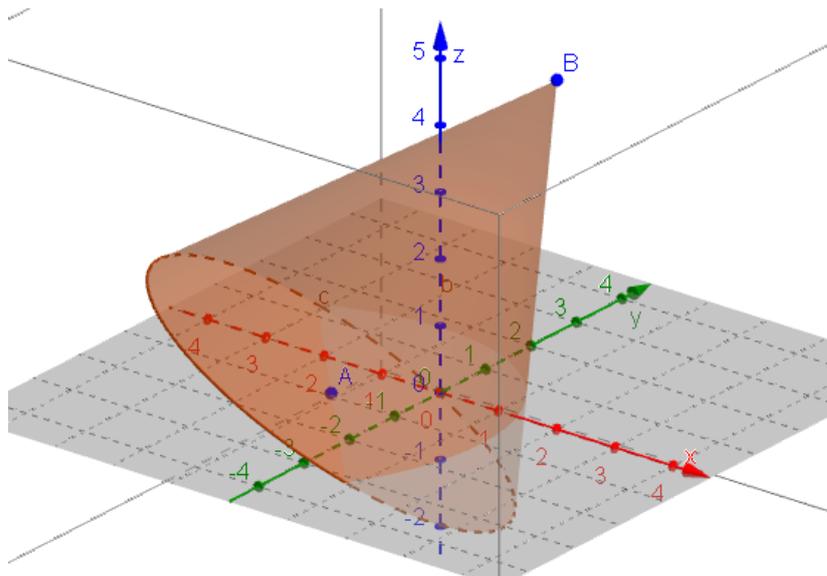
São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/COPED, 2017.

PENTEADO, José de Arruda. **Curso de Desenho**. Companhia Editora Nacional. São Paulo. 1970.

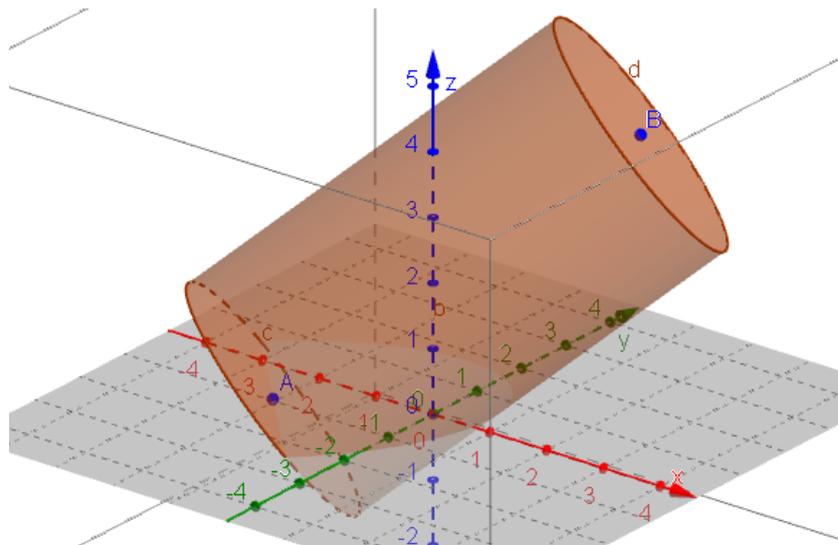
Apêndice S: Módulo 6 - Atividades com o GeoGebra

Atividade 1. Cones e cilindros

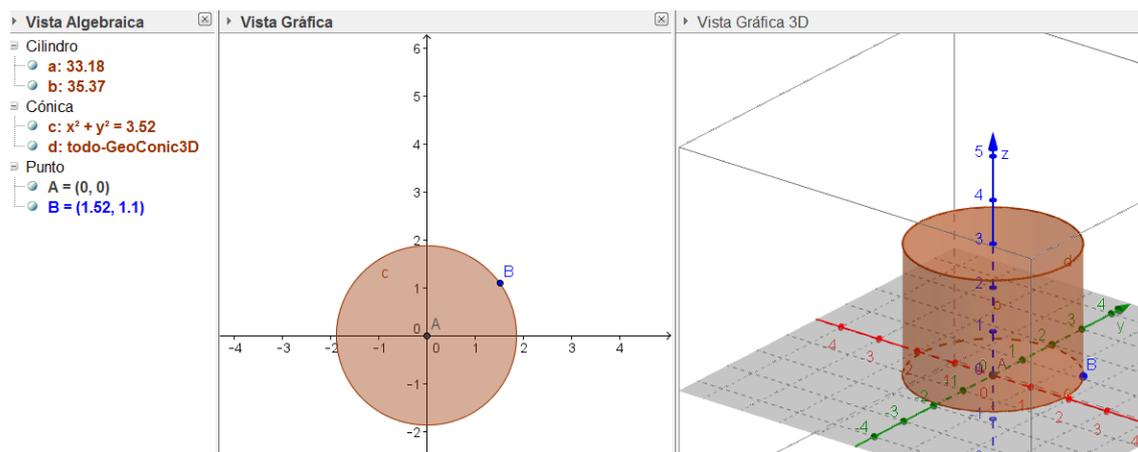
Para construir um cone marcamos dois pontos que correspondem à altura do cone, sendo o primeiro ponto, o centro da circunferência da base. A conclusão do processo corresponde ao valor do raio da base.



Da mesma forma, um cilindro é construído a partir dos mesmos elementos: dois pontos e raio da base.

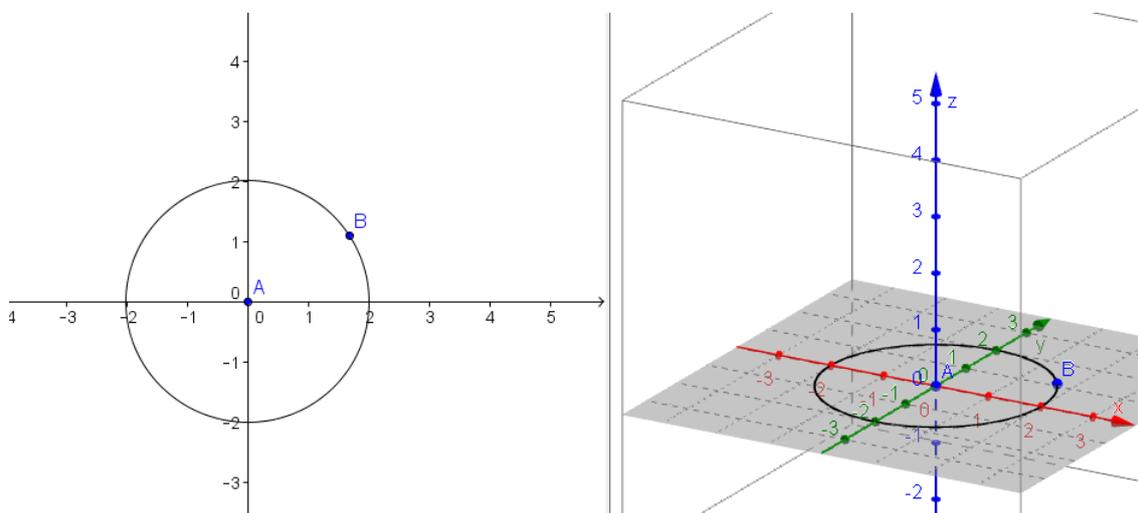


Em ambos os casos, as duas figuras podem ser construídas a partir de uma circunferência e um valor para determinar a altura.



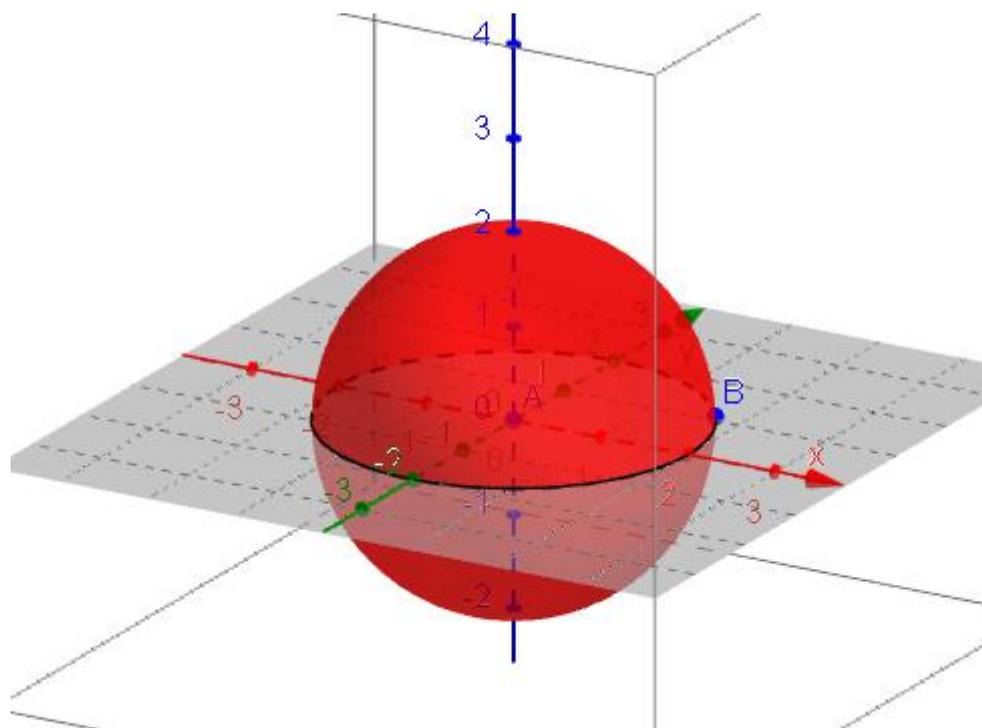
Atividade 2. Explorar uma esfera

Na janela 2D construímos uma circunferencia de centro na origem.

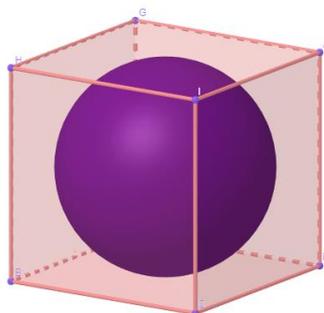


Com a ferramenta **Esfera dados Centro e um de seus Pontos** construímos na janela 3D, a esfera que tem o centro em A e passa por B.





Atividade 3: Tente construir no GeoGebra a figura abaixo: uma esfera inscrita em um cubo.



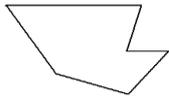
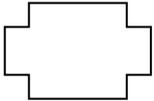
Escreva no espaço abaixo, a respectiva ferramenta utilizada em cada passo.

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

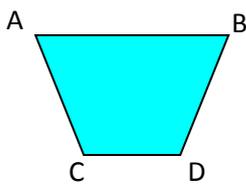
Apêndice T: Módulo 7 - 3º Encontro Presencial

NOME: _____

Atividade 1: Classifique os polígonos em côncavos ou convexos.



Atividade 2: Observe o polígono dado e responda:



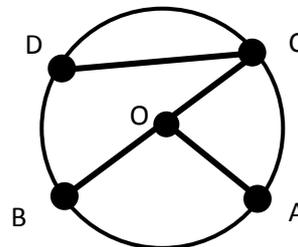
- Quantos lados tem esse polígono? _____
- Quantos e quais são os seus vértices?

- Qual é o nome desse polígono?

- Desenhe suas diagonais.

Atividade 3: Observe a figura seguinte, onde o ponto O é o centro e os pontos A,B,C e D são pontos da circunferência, e as **afirmações**:

- \overline{OA} é raio.
- \overline{CB} é diâmetro.
- \overline{CB} é corda.
- \overline{CD} é corda.
- \widehat{AD} é arco

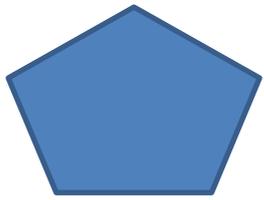


Quantas são verdadeiras ?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

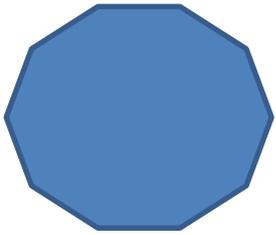
Se a medida do raio for igual a 2,0 cm, qual é o valor do diâmetro? _____

Atividade 4: Ligue as características dos polígonos à suas nomenclaturas:



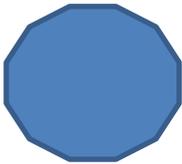
Pentágono

- 12 lados, 12 vértices e 12 ângulos internos.



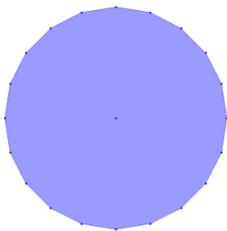
Decágono

- 10 lados, 10 vértices e 10 ângulos internos.



Dodecágono

- 5 lados, 5 vértices e 5 ângulos internos.



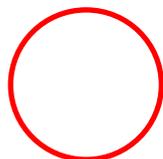
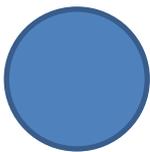
Icoságono

- 20 lados, 20 vértices e 20 ângulos internos.

4) Quais polígonos anteriores são convexos? Por que?

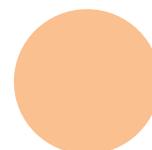
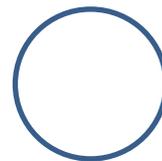
5) Quais polígonos anteriores são regulares? Por quê?

Atividade 5: Relacione cada figura a sua correta nomenclatura:

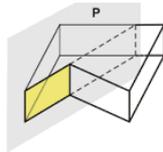


CÍRCULO

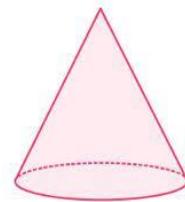
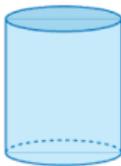
CIRCUNFERÊNCIA



Atividade 6: Associe a letra C para poliedros convexos e NC para poliedros não convexos.



Atividade 7: Relacione cada sólido abaixo com a sua devida formação:



- (A) É formado a partir da “revolução” de um retângulo
- (B) É formado a partir da “revolução” de um triângulo retângulo
- (C) É formado a partir da “revolução” de uma semicircunferência sobre um eixo

Apêndice U: Módulo 7 – Texto de apoio 7 – Materiais no GeoGebra

MATERIAIS E RECURSOS

Materiais de GeoGebra é a plataforma criada pela equipe de desenvolvimento do GeoGebra

para promover a troca de materiais entre os milhões de usuários deste software.

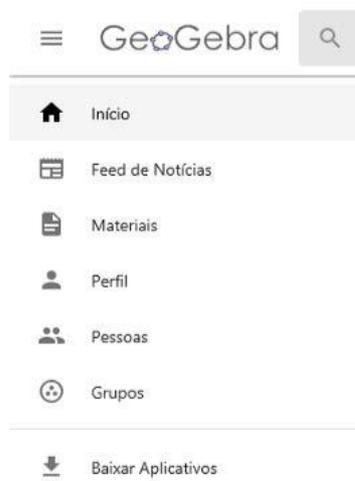
Nesta plataforma, **Materiais de GeoGebra**, podemos fazer o upload de nossos materiais para

compartilhar com outros usuários, publicando recursos ou **baixar aqueles criados por outros**

usuários.

Materiais de GeoGebra encontramos em <https://www.geogebra.org>

Ao clicar neste endereço aparecerá a seguinte imagem:



Além disso, na mesma página aparece outro link para materiais.



Ao clicar em um dos acessos anteriores aparecerá uma tela semelhante à seguinte:

Materiais - Celina Abar

Materiais Didáticos

Encontre mais de 1 milhão de atividades gratuitas, simulações, exercícios, aulas e jogos para matemática e ciência!

Atividades (6-10 anos)

EXIBIR TODOS

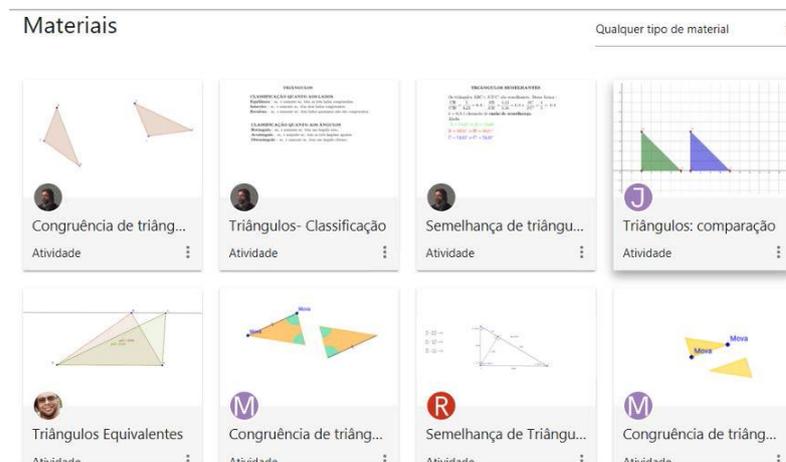


Buscar um material

Para encontrar um material devemos apenas indicar o que desejamos pesquisar na barra de busca.



Por exemplo, se escrevemos Triângulos, aparecerá algo como o que segue :



Essas opções permite estabelecer o tipo de material que desejamos pesquisar.

Clicar sobre o material escolhido e uma nova janela se abre. Explore o material e insira sua sugestão no respectivo Fórum do tópico 7

Com esse tema tentamos apresentar uma introdução às opções oferecidas da plataforma de Materiais do GeoGebra, mostrando algumas possibilidades de um modo geral.

Materiais - Celina Abar

ANEXOS

Anexo A: TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – PROFESSOR Resolução N°196/96 do Conselho Nacional da Saúde

O presente termo, em atendimento à Resolução 196/96 do CNS, destina-se a esclarecer ao participante da pesquisa sobre a proposta de formação, em Geometria, de professores do Ensino Fundamental I por meio do Ensino Híbrido intitulada: *GEOMETRIA E ENSINO HÍBRIDO. VOCÊ JÁ OUVIU FALAR?*

O desenvolvimento da proposta está sob a responsabilidade da Pós-graduanda **Renata Udvary Rodrigues**, com a orientação da profa. Dra. Celina Abar, do **Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática** da PUC/SP e envolve os seguintes aspectos por parte dos participantes:

- ✓ **Objetivos:** dar início a um estudo sobre a formação de professores no contexto do Ensino Híbrido, mais especificamente, de professores dos anos iniciais, com o uso de tecnologias digitais, em particular, com o GeoGebra.
- ✓ **Participação:** ao concordar com a participação na pesquisa, deverei estar à disposição para responder um questionário com questões referentes à minha vida profissional.
- ✓ **Riscos:** este estudo não trará riscos para a sua integridade física, mental ou moral. Todos os dados obtidos serão utilizados somente para fins científicos com garantia de anonimato.
- ✓ **Confidencialidade do estudo:** os registros da participação de cada um nesse estudo serão mantidos em sigilo e somente os pesquisadores responsáveis terão acesso a essas informações. Se alguma publicação resultar desse trabalho, a identificação do participante não será revelada e os resultados serão relatados de forma sumariada preservando o anonimato da pessoa.
- ✓ **Benefícios:** a importância desta pesquisa reside na perspectiva de melhorar a aprendizagem de Geometria e principalmente oferecer subsídios para tornar o processo ensino e aprendizagem mais eficaz.

- ✓ **Participação Voluntária:** toda participação é voluntária, não há penalidades para aqueles que decidiram não participar deste estudo. Ninguém será penalizado se decidir desistir de participar do estudo em qualquer época, podendo retirar-se da participação da pesquisa, sem correr riscos e sem prejuízo pessoal.

Depois de conhecer e entender os objetivos, bem como estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), **AUTORIZO**, através do presente termo a pesquisadora **Renata Udvary Rodrigues** a realizar as fotos/filmagens/áudios que se façam necessárias e/ou colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes.

Ao mesmo tempo autorizo a utilização destas informações para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências) em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas leis que resguardam os direitos das crianças e dos adolescentes (Estatuto da criança e do adolescente – ECA, lei Nº 8.069/1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, lei Nº 10.741/2003) e das pessoas com deficiência (Decreto Nº 3298/1999, alterado pelo decreto Nº 5.296/2004).

São Paulo, _____ de _____ de _____.

Nome completo e CPF

Assinatura

Anexo B: Módulo 3 – Texto sobre a Teoria de Van Hiele

PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTÍNUA EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DO 1º CICLO

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE VISEU

A teoria de van Hiele

A teoria de Dina e Peter van Hiele refere-se ao ensino e aprendizagem da Geometria. Esta teoria, desenvolvida nos anos 50, propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos. Esta progressão é determinada pelo ensino. Assim, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis superiores de pensamento. Sem experiências adequadas, o seu progresso através dos níveis é fortemente limitado.

Níveis de aprendizagem da Geometria (van Hiele)

- 1: Visualização** – Os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência;
- 2: Análise** - Os alunos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades;
- 3: Ordenação** - Os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras;
- 4: Dedução** - Os alunos entendem a Geometria como um sistema dedutivo;
- 5: Rigor** - Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

A teoria de van Hiele sugere que o pensamento geométrico evolui de modo lento desde as formas iniciais de pensamento até às formas dedutivas finais onde a intuição e a dedução se vão articulando. As crianças começam por reconhecer as figuras e diferenciá-las pelo seu aspecto físico e só posteriormente o fazem pela análise das suas propriedades. Assim, é importante que ao nível do 1º ciclo se privilegie a abordagem intuitiva e experimental do conhecimento do espaço e do desenvolvimento das formas mais elementares de raciocínio geométrico em ligação com as propriedades fundamentais das figuras e das relações básicas entre elas.

Um exemplo de ilustração das fases de aprendizagem para o conceito de rectângulo

Fases de aprendizagem	Exemplo de tarefa
Fase 1: <i>Informação</i>	O professor mostra aos alunos diversos rectângulos e pergunta-lhes se são ou não rectângulos. Os alunos são capazes de dizer se uma dada figura é ou não rectângulo, mas as razões apresentadas serão apenas de percepção visual.
Fase 2: <i>Orientação guiada</i>	Realizam-se outras actividades sobre rectângulos. Por exemplo, dobrar um rectângulo segundo os seus eixos de simetria; desenhar um rectângulo no geoplano que tenha as diagonais iguais, construir um maior e um menor.
Fase 3: <i>Explicitação</i>	As actividades anteriores são seguidas por uma discussão entre os alunos sobre o que descobriram.
Fase 4: <i>Orientação livre</i>	O professor coloca o problema de construir um rectângulo a partir de dois triângulos.
Fase 5: <i>Integração</i>	Os alunos revêem e resumem o que aprenderam sobre as propriedades do rectângulo. O professor ajuda a fazer a síntese.

Para ser adequado, isto é, para ter em conta o nível de pensamento dos alunos, o ensino da Geometria no 1º ciclo deve ter como preocupação ajudá-los a progredir do nível visual para o nível de análise. Assim, eles devem começar por identificar, manipular (construir, desenhar, pintar, etc.) e descrever figuras geométricas. Devem desenhar quadrados no geoplano e procurar rectas paralelas ou rectas perpendiculares. Actividades com *puzzles* como o tangram, que permite a construção de figuras geométricas, enriquecem a capacidade de visualização e de identificação das propriedades das figuras, favorecendo o progresso na aprendizagem.

Retirado de "Didáctica da Matemática do 1º ciclo" João Pedro da Ponte e Maria de Lurdes Serrazina



Anexo C: Parecer Consubstanciado Da Comissão de Ética da PUC



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES PEDAGOGOS POR MEIO DA METODOLOGIA DA SALA DE AULA INVERTIDA E COM APOIO DO GEOGEBRA

Pesquisador: RENATA UDVARY RODRIGUES

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 04049918.6.0000.5482

Instituição Proponente: Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.063.561

Apresentação do Projeto:

Trata-se de protocolo de pesquisa para elaboração de Dissertação de Mestrado no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (PEPG em EDM), vinculado à Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia (FCET) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP).

Projeto de pesquisa de autoria de Renata Udvary Rodrigues, sob a orientação da Profa. Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar.

A proposta de pesquisa em tela, indica de forma sucinta, porém, consistente que "(...) Esse projeto tem como objetivo investigar se o modelo de Ensino Híbrido, "sala de aula invertida", pode ser um instrumento favorável para a formação continuada de professores e para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática, em particular a Geometria desenvolvida no Ensino Fundamental I. Por meio da metodologia da "sala de aula invertida" será oferecida uma oficina denominada GEOMETRIA E ENSINO HÍBRIDO... VOCÊ JÁ OUVIU FALAR? com a qual procuraremos capacitar educadores, à priori, pedagogos que lecionam no ensino fundamental I, incentivando a busca contínua de propostas para o ensino da Geometria Plana e interessados no uso das TICs para o ensino em sala de aula. Temos uma questão inicial: uma formação continuada por meio da "sala de aula invertida" pode criar condições para a autonomia do professor em se atualizar em seus conhecimentos para o aprimoramento de sua prática docente? Deste modo, a oficina proposta será uma tentativa do projeto em procurar o aperfeiçoamento de conceitos e práticas

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C
Bairro: Perdizes **CEP:** 05.015-001
UF: SP **Município:** SAO PAULO
Telefone: (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 3.063.561

didáticas para o ensino da Geometria Plana nos anos iniciais da escola básica, abordando aspectos teóricos e metodológicos do ensino e aprendizagem da matemática no contexto do Ensino Híbrido e com a utilização de tecnologias digitais, em especial, o software GeoGebra, que permite explorar conteúdos de matemática dinamicamente.”

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Esse projeto tem como objetivo primário investigar se o modelo de Ensino Híbrido, “sala de aula invertida”, pode ser um instrumento favorável para a formação continuada de professores e para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática, em particular a Geometria desenvolvida no Ensino Fundamental I.

Objetivo Secundário:

Esse projeto tem como objetivo secundário capacitar educadores pedagogos que lecionam no ensino fundamental I, interessados no uso das TICs para o ensino em sala de aula, proporcionando instrumentos de trabalho que sejam uteis na tarefa de concretizar as intenções educativas de uma forma adequada aos próprios alunos, possibilitando uma interatividade entre os participantes e o formador. Proporcionar o aperfeiçoamento de conceitos e práticas didáticas para o ensino da Geometria Plana nos anos iniciais da escola básica, abordando aspectos teóricos e metodológicos do ensino e aprendizagem da matemática no contexto do Ensino Híbrido e com a utilização de tecnologias digitais, em especial, o software GeoGebra, que permite explorar conteúdos de matemática dinamicamente.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

A avaliação dos RISCOS e BENEFÍCIOS, apresentada pela autora do presente estudo, atendem satisfatoriamente ao que está disposto e é recomendado nas Resoluções CNS/MS n. 466/12 e CNS/MS n. 510/2016 que tratam das pesquisas que envolvem seres humanos.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O trabalho encontra-se em boa fase de desenvolvimento; é bem estruturado e bem escrito; prenuncia resultados bastante contributivos.

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C	CEP: 05.015-001
Bairro: Perdizes	
UF: SP	Município: SAO PAULO
Telefone: (11)3670-8466	Fax: (11)3670-8466
	E-mail: cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 3.063.561

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

A lista de documentos obrigatórios necessários a análise e revisão ética de seu projeto de pesquisa pelo Comitê de Ética em Pesquisa da PUC/SP campus Monte Alegre (CEP-PUC/SP) é a seguinte:

1. Folha de Rosto - OK;
2. TCLE - OK;
3. Ofício de Apresentação - OK;
4. Projeto de Pesquisa - OK;
5. Autorização para realização da Pesquisa - OK;
6. Parecer de mérito acadêmico - OK;

Esta lista está disponível no site: www.pucsp.br/cometica/documentos-obrigatorios

Observação: aconselhamos que antes de qualquer procedimento de submissão na Plataforma Brasil, seja consultado o referido sitio, onde há vídeos tutoriais indicando o correto processo de submissão do projeto de pesquisa de acordo com as orientações do CEP-PUC/SP.

Recomendações:

Recomendamos que o desenvolvimento da pesquisa siga os fundamentos, metodologia, proposições, pressupostos em tela, do modo em que foram apresentados e avaliados por este Comitê de Ética em Pesquisa. Qualquer alteração deve ser imediatamente informada ao CEP-PUC/SP, indicando a parte do protocolo de pesquisa modificada, acompanhada das justificativas.

Também, a pesquisadora deverá observar e cumprir os itens relacionados abaixo, conforme indicado pela Res. 466/12:

Também, a pesquisadora deverá observar e cumprir os itens relacionados abaixo, conforme indicado pela Res. 466/12:

- a) desenvolver o projeto conforme delineado;
- b) elaborar e apresentar o relatório final;
- c) apresentar dados solicitados pelo CEP, a qualquer momento;
- d) manter em arquivo, sob sua guarda, por um período de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa, os seus dados, em arquivo físico ou digital;
- e) encaminhar os resultados para publicação, com os devidos créditos aos pesquisadores associados e ao pessoal técnico participante do projeto;

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C	CEP: 05.015-001
Bairro: Perdizes	
UF: SP	Município: SAO PAULO
Telefone: (11)3670-8466	Fax: (11)3670-8466
	E-mail: cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 3.063.561

f) justificar, perante o CEP, interrupção do projeto.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Sem pendências ou lista de inadequações, portanto, recomenda-se o encaminhamento da aprovação deste protocolo de pesquisa.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1142112.pdf	05/12/2018 10:50:42		Aceito
Outros	oficio_de_apresentacao.pdf	05/12/2018 10:49:36	RENATA UDVARY RODRIGUES	Aceito
Outros	autorizacao_de_pesquisa.pdf	05/12/2018 10:49:03	RENATA UDVARY RODRIGUES	Aceito
Folha de Rosto	FOLHA_DE_ROSTO.pdf	21/08/2018 11:06:42	RENATA UDVARY RODRIGUES	Aceito
Parecer Anterior	PARECER_DE_MERITO_ACADEMICO.pdf	21/08/2018 11:06:30	RENATA UDVARY RODRIGUES	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_de_pesquisa.pdf	20/06/2018 12:52:31	RENATA UDVARY RODRIGUES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMO_DE_CONSENTIMENTO_LIVRE_E_ESCLARECIDO.pdf	24/05/2018 09:14:51	RENATA UDVARY RODRIGUES	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C
Bairro: Perdizes **CEP:** 05.015-001
UF: SP **Município:** SAO PAULO
Telefone: (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 3.063.561

SAO PAULO, 06 de Dezembro de 2018

Assinado por:
Antonio Carlos Alves dos Santos
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C
Bairro: Perdizes **CEP:** 05.015-001
UF: SP **Município:** SAO PAULO
Telefone: (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br