

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

PUC-SP

Lucas Alessandro Duarte Amaral

Ernst Cassirer e o caráter *sui generis* de sua abordagem metodológica em torno a um aspecto do *Faktum* da ciência: um estudo sobre a recepção do logicismo em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*

DOUTORADO EM FILOSOFIA

São Paulo

2018

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

PUC-SP

Lucas Alessandro Duarte Amaral

Ernst Cassirer e o caráter *sui generis* de sua abordagem metodológica em torno a um aspecto do *Faktum* da ciência: um estudo sobre a recepção do logicismo em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*

DOUTORADO EM FILOSOFIA

Tese apresentada à banca examinadora como exigência parcial para a obtenção do título de doutor em Filosofia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, sob a orientação do Prof. Dr. Mário Ariel Gonzalez Porta

São Paulo

2018

**Banca examinadora:**

---

---

---

---

---

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

*This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.*

## **Agradecimentos:**

Gostaria de começar estes agradecimentos com minha família. Agradeço a meu pai, João, que foi o primeiro a me incentivar e encorajar, desde os tempos de criança, a entrar nesse universo incrível que é a filosofia; também sou grato a ele por me ensinar que é preciso coragem – e sei que ainda tenho muito a aprender com ele com respeito a isso e outras tantas virtudes. Agradeço a minha mãe, Lucia, por sua infinita paciência que teve que tem e que ainda terá comigo; também sou grato a ela por me ensinar que é preciso ser forte – e sei que eu nem sempre sou, mas sempre que penso nela lembro-me disso também. E agradeço a meu irmão, Rodrigo, pelo ouvido amigo e sempre disponível; também sou grato a ele por me ensinar a não desistir – apesar de jovem, admiro sua sabedoria e espero continuar a aprender com ele. Sou bastante consciente de que estas poucas palavras muito dificilmente fazem justiça ao que eles realmente significam. Mas acredito que esta brevíssima lembrança de uns poucos feitos realizados por essas pessoas incríveis dá o tom do quanto elas importam a minha vida, e seja em se tratando da minha trajetória pessoal quanto acadêmica. Vocês três têm meu amor incondicional!

Também será muito difícil dizer o quão eu sou grato a próxima pessoa destes agradecimentos e o quão importante ele também é na minha vida. Falo do meu querido Mario Ariel Gonzalez Porta. Para além do fato de ser sido o melhor professor que já tive, ter sido meu orientador desde sempre, ter me ensinado filosofia e representar um modelo de pesquisador e professor na área – e acho que tudo isso talvez seja secundário agora – gostaria de ressaltar e agradecer outras qualidades aqui, nem sempre reconhecidas, que tive o prazer de vivenciar ao longo desses mais de dez anos em sua companhia: sua generosidade, sua lealdade, sua compaixão, sua amizade e seus conselhos. Do meu coração, saiba que serei eternamente grato a você por estas e outras coisas. Valeu, *MP!*

Gostaria de agradecer aos Professores que estiveram em minha banca de qualificação e que acompanham minha trajetória acadêmica desde os tempos do meu mestrado: Orlando Bruno Linhares e Pedro Monticelli. Sou grato a vocês pelas críticas, sugestões e apontamentos que fizeram a meu texto. Admiro ambos pela seriedade e compromisso acadêmico. Mais do que colegas de profissão, são pessoas que sempre poderei contar. Obrigado, meus amigos!

Também agradeço aos demais membros da minha banca, os Professores: Edécio G. de Souza (pela companhia nos almoços de quarta-feira, antes do nosso grupo de estudos); Antonio J. R. Valverde e Marcelo Perine (pela pronta disponibilidade no aceite de participar do quadro de avaliadores da minha banca); e José de Resende Junior (querido colega nos estudos Neokantianos).

Meu obrigado aos demais Professores e funcionários da PUC-SP, com quem pude aprender muito e passar bons momentos. Em particular, agradeço a secretária do programa de pós-graduados em filosofia, Sra. Vera, que sempre me ajudou prontamente com a burocracia interna.

E como este trabalho não poderia ser realizado sem a ajuda dos amigos, não posso deixar de lembrar aqui especialmente de dois: Diogo H. B. Dias e Lucas Baccarat. Sou grato a eles por seus elogios, companheirismo e as mais duras críticas. Eles foram decisivos para a conclusão desta tese e isso eu sempre deverei a eles. Valeu *Dioguera* e *Bacca!*

Claro que além desses dois, também sou grato aos demais amigos e colegas que fazem parte do grupo de estudos “Origens da filosofia contemporânea”, de outros grupos de estudos que faço parte, dentro e fora da academia; para não correr o risco de deixar alguém para trás e nem deixar a lista demasiada extensa, um salve geral para todos esses que me ajudaram.

Por fim, e agora num espírito de “contar o milagre, mas sem dizer o nome do santo”, gostaria de agradecer aquelas pessoas que acompanharam em momentos decisivos e muito me ajudaram a concluir esta minha saga acadêmica/pessoal. Serei grato eternamente a ajuda que recebi em perceber o quão importante é o escutar (e também me escutar), por um lado, e, por outro, o quão necessário se faz o amadurecer. Sei que ainda estou no começo desses exercícios, mas venho me esforçando a cada dia. Meu obrigado a essas pessoas especiais também!

*“Querer resolver todos os problemas e responder todas as interrogações seria atrevida filáucia e presunção tão extravagante, que isso bastaria para se tornar indigno de toda a confiança” (KANT, I. KrV, A 476 – B 504)*

## Sumário

Resumo.....	1
Abstract.....	2
Lista de abreviatura dos textos de Cassirer.....	3
Introdução.....	4

### CAPÍTULO I – ALGUNS APECTOS DA NOVA MATEMÁTICA DO SÉCULO DEZENOVE

1.1. O ponto de partida: todos contra Kant.....	11
1.2. O tónus anti-intuicionista.....	12
1.3. Aritmetização da análise.....	12
1.4. Logicismo.....	15
1.4.1. Frege e Russell.....	19
1.4.2. Dedekind.....	21

### CAPÍTULO II – O NEOKANTISMO DE MARBURGO EM CONTEXTO

2.1. O método transcendental.....	25
2.1.1. Uma diferença entre Cohen e Natorp.....	29
2.2. Resultado negativo de tal proposta metodológica.....	30
2.3. Filosofia da ciência em Cassirer.....	35

### CAPÍTULO III – *SUBSTANZBEGRIFF UND FUNKTIONSBEGRIFF*: SUAS ORIGENS, SUA TESE CENTRAL E A CRÍTICA DE CASSIRER A FREGE E RUSSELL

3.1. A tese central de <i>SF</i> e seu significado epistemológico.....	40
3.2. Prolegômenos à crítica de Cassirer a Frege e Russell.....	41
3.2.1. O ponto de partida: a crítica ao abstracionismo.....	41
3.2.2. Alguns aspectos relativos à lógica e à metafísica.....	46
3.2.3. Sobre a teoria (mentalista) moderna.....	50
3.2.4. Na senda dos modernos: Mill e seu empirismo radical.....	53
3.2.5. Da reforma da lógica.....	55

3.2.6. Cassirer e sua proposta funcional de 1910.....	62
3.3. A interpretação cassireriana de Frege e Russell.....	70
3.3.1. Uma crítica direcionada aos logicistas em <i>SF</i> .....	72
3.3.2. A solução de Cassirer: Dedekind e seu “logicismo-estrutural”..	75
3.3.3. A categoria kantiana de relação como conceito complementar à filosofia da matemática cassireriana: a tese de Smart.....	77
3.4. Conclusão do capítulo: Frege e Russell ainda estão comprometidos com o uma posição metafísica mitigada.....	80

#### **CAPÍTULO IV – TRÊS PROBLEMAS PARA CASSIRER**

4.1. O uso polissêmico da noção de função.....	82
4.1.1. Três usos de Função em Cassirer.....	82
4.1.1.1.O uso <i>lato sensu</i> .....	82
4.1.1.2. O uso de chave kantiana.....	83
4.1.1.3. O uso de chave russelliana.....	87
4.2. Sobre recepção de Cassirer da lógica russelliana.....	87
4.2.1. O primeiro aspecto negligenciado por Cassirer: a noção de “função proposicional”.....	88
4.2.2. O lado histórico da recepção: Couturat e Natorp.....	92
4.2.3. A crítica de Russell a noção Neokantiana de lógica.....	96
4.2.3.1. Lógica Formal e Lógica Transcendental....	98
4.3. Sobre a errônea compreensão de Cassirer de Frege.....	103
4.3.1. Alguns aspectos do uso de “Função” em Frege.....	104
4.3.2. Cassirer sobre “similaridade de classes”.....	108

<b>Conclusão.....</b>	<b>111</b>
-----------------------	------------

<b>Bibliografia.....</b>	<b>114</b>
--------------------------	------------

### **Resumo:**

Trata-se de investigar a recepção da tese logicista no contexto da filosofia juvenil de Ernst Cassirer. Para tanto, serão dados quatro movimentos. Os dois primeiros contextuais: um tratando brevemente o horizonte matemático em que esta tese encontrou-se inserida; e o outro, reativo a escola Neokantiana em que o mencionado filósofo fez parte, a escola de Marburgo. No terceiro será a vez do texto de Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* (1910): nele será visto o ponto de partida do autor, sua posição com respeito ao logicismo, seu caráter *sui generis*, e sua crítica a dois autores centrais dentro desse programa (Frege e Russell). No último avaliaremos alguns tópicos referentes à posição do Neokantiano contra seus oponentes em 1910, levantando problemas e acertos de Cassirer nesse particular.

**Palavras-chave:** Cassirer, Neokantismo, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, logicismo.

**Abstract:**

*It treats on investigating the reception of the logicist thesis in the context of Ernst Cassirer's early epistemology. In order to fulfill such task, it will be made four movements. The first two contextual: one treating briefly the mathematical horizon in which the thesis was inserted; and another one, related to the Neo-Kantian school in which the mentioned philosopher was a member, the Marburg School. In the third it will be the time of Cassirer's 1910 text, Substanzbegriff und Funktionsbegriff: in it we will see the author's starting point, his position on logicism, its sui generis character, and his criticism upon two very important authors in that program (Frege and Russell). In the last part, we will evaluate some topics concerning the Neo-Kantian position against his opponents in 1910, taking into account Cassirer's problems and hits in this particular.*

**Key-words:** *Cassirer, Neo-Kantianism, Substanzbegriff und Funktionsbegriff, logicism*

## **Lista de abreviatura dos textos de Cassirer, Cohen e Natorp**

Quando abreviadas, as obras de Cassirer, Cohen e Natorp aparecem a partir das iniciais que possuem na língua em que foram escritas:

### **Cassirer:**

*DI: Determinismus und Indeterminismus in der Modernen Physik*

*EGLD: Erkenntnistheorie nebst den Grenzfragen der Logik und Denkpsychologie*

*EP: Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neuen Zeit*

*ERT: Zur Einsteinschen Relativitätstheorie*

*KMM: Kant und die Moderne Mathematik*

*LKW: Zur Logik der Kulturwissenschaft*

*PSF I: Philosophie der Symbolischen Formen – Der Sprache*

*PSF II: Philosophie der Symbolischen Formen – Das mytische Denken*

*PSF III: Philosophie der Symbolischen Formen – Phänomenologie der Erkenntnis*

*SF: Substanzbegriff und Funktionsbegriff*

### **Cohen:**

*KTE: Kants Theorie der Erfahrung*

### **Natorp:**

*LGEW: Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*

## **Introdução:**

Em uma primeira leitura, o texto de 1910 de Ernst Cassirer (1874-1945) *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* dá uma impressão estranha a um leitor contemporâneo. Embora o livro seja rico em afirmações atuais de seu tempo, muitos de seus argumentos e conceitos centrais parecem indescritíveis e obscuros. Uma explicação inicial causadora dessa impressão diz respeito ao próprio estilo em que o texto é escrito: em um misto entre história da filosofia e filosofia sistemática, *SF* é um livro que investiga a ciência a partir de sua história.<sup>1</sup> E uma das lições que a história da ciência ensina, e que Cassirer acredita ser de importância maior, é aquela referente à substituição do conceito de substância pelo conceito de função. Segundo ele, o conflito entre esses dois conceitos marca decisivamente a história da ciência. O Neokantiano cita diversas figuras históricas – até mesmo figuras com as quais ele discorda – e muda o vocabulário de um pensador para um vocabulário bem diferente enquanto ele trabalha nas etapas de sua narrativa. Além disso, desejando ressaltar a ancestralidade histórica de seus pontos de vista, Cassirer frequentemente reutiliza uma linguagem técnica dos filósofos ou cientistas à sua maneira. Além disso, para aqueles que conhecem um pouco desse período em que *SF* está inserido, é possível notar que esse modo de argumentação está em desacordo com o estilo articulado pelos primeiros filósofos analíticos contemporâneos de Cassirer. Consideremos concretamente um caso.

Apesar da afinidade intelectual de Hans Reichenbach com Cassirer (que foi seu professor em Berlim), o propósito de cada um se mostrou bem diferente. Por exemplo, o primeiro rejeitou o estilo histórico empregado no trabalho deste, ao defender que uma das tarefas da filosofia era a de fornecer uma análise lógica das ciências, ou seja, uma análise que se vale de determinadas técnicas lógico-matemáticas para discernir a estrutura epistemológica de uma teoria científica. O emprego da argumentação matemática de Reichenbach e sua adoção do estilo das ciências matemáticas como um paradigma filosófico marcaram uma clara ruptura com Cassirer e foi certamente um dos eventos seminais no surgimento da filosofia analítica.

---

<sup>1</sup> O grandioso – em quantidade e qualidade – projeto de Cassirer intitulado *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neuen Zeit* (em 4 volumes), também esteve alinhado nessa perspectiva.

Embora Cassirer trate sobre matemática em seu livro, ele praticamente não usa métodos matemáticos, como o próprio Reichenbach havia feito<sup>2</sup> ou ainda um autor como Carnap.<sup>3</sup> O Neokantiano tampouco se ocupa em importar uma argumentação rigorosa, como fez um autor como Frege, por exemplo. Nesse sentido, aquele que procura uma explicação ou definição explícita do significado de muitos dos termos-chave em Cassirer – incluindo as noções empregadas no próprio título da sua obra: “conceito de substância” (*Substanzbegriff*) e “conceito de função” (*Funktionsbegriff*) – procura em vão.

Agora, dado que as dificuldades em compreender o livro do filósofo de Marburgo existem desde o seu princípio, poderíamos iniciar este texto com a questão mais elementar a nosso ver com respeito à obra de Cassirer: sobre o que trata o livro *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*? Para responder isso, leiamos a abertura do “Prefácio” dessa obra, onde Cassirer afirma o seguinte:

As investigações contidas neste volume foram primeiramente estimuladas por estudos na filosofia da matemática. No decorrer de uma tentativa de compreender os conceitos fundamentais da matemática do ponto de vista da lógica, tornou-se necessário analisar mais de perto a função do próprio conceito e remontá-lo a seus pressupostos. Aqui, no entanto, surgiu uma dificuldade peculiar: a lógica tradicional do conceito, em suas características bem conhecidas, mostrou-se inadequada até mesmo para caracterizar completamente os problemas a que a teoria dos princípios da matemática conduzia. Tornou-se cada vez mais evidente que a ciência exata tinha chegado aqui a questões para as quais não existia um correlato preciso na linguagem formal da lógica tradicional. O conteúdo material do conhecimento matemático remetia a uma forma fundamental do conceito não claramente caracterizado e reconhecido dentro da lógica. [Essas investigações] (...) me levaram a uma análise renovada dos próprios princípios da formação de conceitos (*Begriffsbildung*).<sup>4</sup>

---

<sup>2</sup> Cf. o texto escrito em 1924: *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre*, Braunschweig: Fried. Vieweg & Sohn. Reprinted in Reichenbach (1977a), vol. 3: 3–171.

<sup>3</sup> Cf. seu texto de 1928: *Der logische Aufbau der Welt*, traduzido por R.A. George as *The Logical Structure of the World*, Berkeley: University of California Press. 1967.

<sup>4</sup> *SF*, P. iii. As traduções dos trechos citados dos textos de Cassirer e dos outros Neokantianos são de minha autoria.

As primeiras afirmações da citação acima se referem às ideias desenvolvidas por Cassirer em seu artigo de 1907, *Kant und die moderne Mathematik (KMM)*: um texto em que o Neokantiano basicamente analisa e discute os trabalhos de Russell<sup>5</sup> e Couturat<sup>6</sup> publicados naqueles tempos. Os primeiros capítulos do *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* são desenvolvimentos desse primeiro esforço. Ademais, para que se tenha presente aqui uma passagem daquele texto de Cassirer de 1907, de importância aos nossos propósitos aqui e que endossa o que dissemos, leiamos esta:

Aparece, de fato, um novo e frutífero ponto de vista, introduzido por Russell em seu tratamento da lógica formal. Toda a lógica “clássica” se preocupou com nada além da subsunção de conteúdos, com a ordenação das esferas de dois conceitos. (...) A silogística aparece em geral como um momento particularmente reacionário e inibidor. A lógica permanece vinculada ao ponto de vista da substância e, portanto, à forma fundamental do julgamento da predicação, enquanto o pensamento científico vivo aponta mais claramente para o conceito de função [*Funktionsbegriff*] como seu próprio ponto central sistemático. Reconhece-se, a esse respeito, o valor e a necessidade do novo alicerce sobre o qual Russell está procurando colocar a lógica.<sup>7</sup>

Como veremos durante este trabalho, o contraste feito por Cassirer entre “substância” e “função” – seja no título da obra de 1910 seja na passagem acima do artigo de 1907 – tem por objetivo contrapor duas posições características: uma metafísica e a outra epistemológica; e é a partir dessa distinção que nosso autor constrói todo seu sistema filosófico. Entretanto, se fizermos em uma leitura mais detalhada de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, tendo em vista a totalidade dessa obra, seu resultado no final das contas nos mostra que na realidade Cassirer pretende cobrir um domínio muito mais amplo de temas e problemas<sup>8</sup> com a distinção inicial proposta em seu título.

---

<sup>5</sup> RUSSELL, B. *The Principles of Mathematics*. Cambridge University Press. 1903.

<sup>6</sup> COUTURAT, L. *Les Principes de Mathématique, avec un appendice sur la philosophie des Mathématiques de Kant*. F. Alcan. 1905.

<sup>7</sup> *KMM*, P. 7.

<sup>8</sup> E alguns desses temas foram levados a efeito em trabalhos dedicados quase que de modo exclusivo a eles. Como por exemplo, de acordo com o que pretendemos mostrar aqui, o tema do capítulo II de *SF*, o “Conceito de número”; tema sobre o qual autores como Frege, Russell, Dedekind e tantos outros se debruçaram a trabalhar e dedicaram obras inteiras. Já em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, esse mesmo tema é um entre vários outros (*p.ex.*, em *SF*, encontramos diversos assuntos contidos na

Com efeito, embora exista esse acordo inicial com a nova lógica de Russell (citado nominalmente por Cassirer na passagem acima) e Frege, não poucas as diferenças entre o Neokantiano e os outros dois.

Por exemplo, Cassirer regularmente os critica em *SF* pelo tipo logicismo e pelo platonismo matemático por eles defendido. Contra isso, o filósofo de Marburgo advoga pelo o que hoje chamados de “estruturalismo” na filosofia da matemática. Para tanto, ele se vale da figura do matemático alemão Richard Dedekind, que defendia, *grosso modo*, que os objetos matemáticos são apenas posições em estruturas, isto é, todas as propriedades essenciais de, digamos, um número natural particular são propriedades relacionais irreduzíveis entre ele e os outros números naturais. De acordo com o que argumentaremos, Cassirer interpreta que a visão de Dedekind também se enquadra nos moldes “logicistas”, porém o é – como ele enfatiza<sup>9</sup> – de modo diferente daquele defendido por Russell e Frege.

Um ponto de partida possível para explicitar tais diferenças entre os autores é encontrado já naquela primeira passagem do “Prefácio” de *SF*. Lá, retomemos, Cassirer nos diz que o alvo de seu ataque à lógica tradicional é sua teoria da formação de conceitos (*Begriffsbildung*). E esse não foi um tópico discutido explicitamente pelos autores aos quais ele confronta. Tal diferença é, em parte, um reflexo do próprio projeto do autor. Uma evidencia disso é o próprio subtítulo de sua obra, em que se lê: “Investigações sobre as questões Fundamentais da Crítica do Conhecimento”.<sup>10</sup> Este subtítulo, assim nos parece, dá os primeiros indícios dos elementos diferenciais de Cassirer diante dos autores de seu tempo; em particular os traços kantianos e Neokantianos de seu trabalho: tanto o projeto de uma “filosofia transcendental”, quanto à proposta metodológica de base (o “Método transcendental”).

Como veremos, a chave interpretativa dos predecessores de Cassirer em Marburgo assume que o ponto de partida da filosofia é o *Faktum* da ciência. Dessa

---

matemática, na lógica, na física, na biologia, na química, na psicologia) tematizados por Cassirer. Isso, a nosso ver, tem alguns ganhos e outras perdas: ganhos na medida em que fica evidente o conhecimento de nosso autor nos mais diversos assuntos, já que ele se dispõe a discursar sobre os mesmos com certo domínio; e perdas na medida em que, por um lado, nem sempre esses temas são tão bem aprofundados por Cassirer e, por outro, o filósofo flexibiliza demasiadamente o pensamento de determinado autor. Veremos nesta tese os dois casos.

<sup>9</sup> Cf. *SF*, P. 44-54.

<sup>10</sup> O título completo da obra em alemão é *Substanzbegriff und Funktionsbegriff: Untersuchungen über die Grundfrage der Erkenntnisstheorie*.

maneira, a filosofia toma essa ciência como dada, ou seja, ela não tenta nem justificá-la nem revisá-la, mas procura, em primeira linha, isolar as condições objetivas de sua possibilidade. Isso, como veremos, resultará em sérias diferenças entre Cassirer, por um lado, e Frege e Russell, por outro.

O objetivo geral desta tese é, portanto, o de explicitar o modo em que Cassirer recepciona e como ele leva a efeito esse programa de Frege e Russell, a partir de pressupostos um tanto diferentes daqueles defendidos pelos dois autores. Assim, será defendido que Cassirer também é um logicista, porém de uma maneira peculiar, na qual é preciso levar em consideração determinados conceitos centrais – inexistentes nos projetos de Frege e Russell – ao Neokantiano, sobremaneira aqueles de “método transcendental” e “lógica transcendental”.

Para a execução dessa tarefa, optamos por dividir o presente texto em quatro partes, sendo as duas primeiras mais descritivas. Essa primeira tarefa cumpre a função de explicitar o panorama filosófico-científico em que o texto de Cassirer está inserido, levando em consideração alguns aspectos essenciais dos contextos relativos ao novo panorama da matemática do século dezenove, num primeiro momento, e, num segundo, aos pressupostos epistemológicos da escola de Marburgo. Desse modo, não será nosso objetivo tratar de todos os temas levantados nesses dois primeiros movimentos do trabalho de maneira exaustiva, pelo contrário: o intuito de trazê-los ao debate cumpre uma função programática, qual seja, a de explicitação de pressupostos básicos e necessários ao debate contido nos dois últimos capítulos, dedicados especificamente ao texto de Cassirer e sua discussão com Frege e Russell.

No primeiro capítulo, será objeto de nossa análise tratar do ponto em comum a ser batido por boa parte dos autores que viriam a trabalhar sobre filosofia da matemática no século dezenove: o intuicionismo de Kant. Como veremos, até mesmo os Neokantianos se propuseram a um tal feito. E essa corrente anti-intuicionista começa nos primeiros anos do mencionado século com os inovadores projetos da aritmetização da análise e o próprio programa logicista – neste último nos importará, sobremaneira, os feitos de Dedekind, o autor que mais analisaremos durante o capítulo. Por uma razão estratégica, optamos por deixar o tratamento dos aspectos que nos interessam das filosofias de Frege e Russell para o último capítulo.

No segundo, será a vez da escola de Marburgo. Dado que Cassirer é a figura que encabeça o último momento dessa escola, acreditamos ser de alguma valia trazer ao presente debate a origem de sua filosofia. Os dois pontos que serão trabalhados nesse momento referem-se, em primeiro lugar, a proposta metodológica desses autores, levada a efeito inicialmente por Hermann Cohen (1842-1918) – e ainda (i) sua diferença com Natorp (1854-1924) em um aspecto essencial; e (ii) a diferença do “Método transcendental” frente aos outros métodos, com os mais diferenciados acentos, em voga naquele tempo – e, em segundo lugar, a filosofia da ciência em Cassirer, em particular o que o filósofo de Marburgo tem a dizer sobre a estreita relação entre a matemática e a física. Relação esta, diga-se, simplesmente decisiva ao Neokantiano.

Na terceira parte, traremos à tona o texto de 1910. Discutiremos, inicialmente, o significado de sua tese central, aludido já nesta introdução: a história da ciência é marcada pelo conflito entre os conceitos de Substancia e Função, tendo este último substituído de modo gradual o primeiro. Feito isso, teremos condições de compreender o sentido que toma a crítica de Cassirer a Frege e Russell. Seguiremos nossa análise de acordo com a ordem textual de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, que se inicia – como vimos na passagem do “Prefácio”, mais acima – com a temática relativa à formação de conceitos. Essa escolha, acreditamos, é uma maneira engenhosa proposta pelo filósofo para trazer ao debate suas preocupações epistemológicas. Veremos que sua distinção central entre conceitos de substância e conceitos de função é multifacetada e se divide em uma série de contrastes inter-relacionados entre as teses lógicas, metafísicas e epistemológicas. É será partir disso que Cassirer lança suas críticas a Frege e Russell, por um lado, e sua defesa a Dedekind, por outro.

No último capítulo, levantaremos alguns problemas contra o nosso autor. Esses problemas dirão respeito ao uso de termos chave de sua filosofia de modo pouco específico, tal qual o uso polissêmico do conceito de Função; trataremos em específico de três deles *SF*: um uso *lato sensu*, outro de matriz kantiana e um último inspirado em Russell. Os outros dois tópicos dessa parte, os quais também avaliaremos enquanto problemáticos em Cassirer, são relativos a seus equívocos interpretativos com respeito a seus opositores principais em 1910: Frege e Russell. Lá veremos os pontos relevantes desses autores aos nossos interesses aqui os quais, em momentos importantes de sua argumentação, Cassirer não faz total justiça relativamente a algumas posições de seus oponentes – veremos, do lado de Russell, dois aspectos: primeiro a noção de “Função

proposicional”: tal conceito nunca foi levado em conta em *SF* e depois sua crítica a noção de lógica de Cassirer; e, do lado de Frege, veremos seu o conceito de “Função”: quanto a ele, tematizaremos um pequeno deslize cometido pelo Neokantiano, o qual, anos mais tarde, ele mesmo reconsidera.

## **CAPÍTULO I – ALGUNS ASPECTOS DA NOVA MATEMÁTICA DO SÉCULO DEZENOVE**

### **1.1. O ponto de partida: todos contra Kant**

No início do século dezenove, a fundamentação da matemática mais corrente à época era aquela encontrada na filosofia kantiana, na qual sua teoria da intuição desempenhava um papel central. Nela, e de acordo com as necessidades pressupostas pelo programa epistemológico de Kant, era preciso recorrer às intuições puras de espaço (na geometria) e de tempo (na aritmética) para garantir a fundamentação dessa disciplina. Dessa maneira, o proceder em uma demonstração matemática se fazia a partir da construção de seus conceitos na medida em que lhes são fornecidas as intuições correspondentes. Não obstante seja inegável o valor de importância assumido pela proposta kantiana, uma forte concorrente vinha surgindo no panorama filosófico daquele momento. Seu objetivo básico dizia respeito a uma fundamentação da matemática sem que fosse levado em conta o caráter intuitivo, mas uma em que fossem levados em consideração, tão somente, encadeamentos lógicos.

Como veremos, tal programa foi decisivo, até mesmo entre os Neokantianos e, de particular relevância aos nossos interesses atuais, em Cassirer. Por uma tal razão, vamos deixar claro, já de início, que o nosso autor também fez parte do amplo grupo compostos por filósofos e matemáticos que seriam, por assim dizer, críticos de Kant. Isso ocorre na medida em que o Neokantiano de Marburgo jamais defendeu a tese de que a matemática dependia das intuições em sua fundamentação, senão que a lógica é a disciplina responsável por isso.

Posto assim nesses termos, chegamos a primeira constatação interessante: não é pelo fato de que os Neokantianos tiveram seu marco de referência estabelecido em torno de um movimento de volta a Kant que eles sejam kantianos – no sentido de defenderem as teses do filósofo de Königsberg. Se esse fosse o caso, então os vários acontecimentos ocorridos no século dezenove haveriam de ser deixados de lado.

A epistemologia kantiana teve como objeto de investigação a ciência da época de Kant; por sua vez, a epistemologia Neokantiana teve como objeto de investigação a ciência de seu tempo. Sendo assim, se a situação da ciência é distinta em cada um, então não pode ser o caso de que eles falem simplesmente das mesmas coisas. Embora isso

possa soar demasiado simples, num primeiro momento, tal afirmação está longe de ser uma trivialidade.

Algo que foi, de fato, decisivo aos marburgueses, e isso eles realmente são devedores de Kant, é o seu modo de fazer filosofia. A filosofia é entendida enquanto uma atividade essencialmente reflexiva.<sup>11</sup> Com efeito, esta característica foi extremamente decisiva aos Neokantianos e condiciona boa parte do desenvolvimento teórico desses autores.

## **1.2. O tônus anti-intuicionista**

Inicialmente, são pelo menos dois os pontos que devemos mencionar quanto à convergência entre o Neokantismo de Marburgo e o projeto de fundamentação da matemática na lógica nesse momento da história, a saber:

1. ambos partilham da opinião de que a intuição não desempenha nenhum papel quando se trata, por exemplo, da fundamentação do conceito de número e
2. ambos partilham da opinião de que a matemática não se trata de uma disciplina empírica.

Quanto a isso ainda, vejamos alguns desses desdobramentos que surgiram no início do século dezenove com respeito a essa luta contra o intuicionismo, de chave kantiana.<sup>12</sup>

## **1.3. Aritmetização da análise**

No século dezenove se iniciou um projeto cujo intuito básico era o de tornar a análise uma disciplina de caráter autônomo. Em sua forma elementar, essa ideia vem resolver um problema da ordem do dia naquele momento, qual seja, o de prover formulações rigorosas às ideias intuitivas do cálculo. Dito de outro modo, os conceitos introduzidos pelo cálculo diferencial e integral, como aqueles de: limite, infinitesimal<sup>13</sup> e de função, seriam melhor esclarecidos. Porém, o projeto de tornar mais rigorosa a

---

<sup>11</sup> Veremos (em 2.1.2.) que tal concepção de filosofia adotada pelos Neokantianos faz frente a outras concepções de filosofia daquele tempo.

<sup>12</sup> Trata-se de retomar alguns aspectos do projeto da aritmetização da análise e do programa logicista. A crítica de Cassirer ao empirismo de Mill será retomada somente no capítulo 3.

<sup>13</sup> Newton e Leibniz basearam seu trabalho em considerações geométricas. Embora os resultados finais de seus métodos fossem indiscutíveis, os métodos mesmos não o eram. Central para tais preocupações era a noção de uma quantidade infinita, ou indefinidamente pequena, a saber, a de infinitesimal, que tinha essa propriedade a qual não era bem definida: algumas vezes era zero e outras diferente de zero.

análise não surgiu de uma fortuita mudança operada por teóricos de lugares distintos como nos casos, talvez mais conhecidos, de Cauchy ou até mesmo de Bolzano. Na verdade, esse *tour de force* coletivo, operado por uma série de autores nessa nova proposta na matemática, na primeira década do século dezenove,<sup>14</sup> foi um acontecimento que recebeu diferentes matizes.

Quanto às motivações para tal fato, retenha-se, por exemplo, que essas mudanças surgiram das mais diversas frentes: seja por conta de reformas curriculares no ensino das universidades – como ocorreu na Alemanha, com Humboldt – nas quais a matemática foi desvincilhada da física teórica; seja no sentido de proporcionar um método mais rigoroso de verificação e sistematização dos resultados das ciências; ou, ainda, o problema acerca da *aprioridade* da intuição geométrica nas geometrias não-euclidianas e, mesmo antes disso, como foi o caso de Gauss, em que já existia a suspeita de independência do postulado das paralelas – ambos os casos colocam em evidência a impossibilidade do uso da intuição.<sup>15</sup>

Um dos frutos mais importantes desse projeto em seu início foi o texto seminal de Cauchy de 1821, o *Cours d'Analyse*. Depois dele, a busca pelo lugar autônomo da análise foi amplamente partilhada, não só no ambiente francófono, mas também na Alemanha, sobremaneira se pensamos em um autor pioneiro como Karl Weierstrass.<sup>16</sup>

É um mérito de Weierstrass ter sido o responsável pela mudança metodológica em análise. Justamente com ele, pela primeira vez, é encontrada uma exigência de que os resultados alcançados tenham seguido por intermédio de definições e métodos, cujos elementos externos não entram em cena. Assim sendo, a tese da aritmetização da análise é nuclear: esta não deve ser mais guiada na geometria, como fizeram autores como Euler e Gauss. Weierstrass acreditava que somente sob essa prerrogativa

---

<sup>14</sup> Em 1810 Bolzano publica seu *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*. No apêndice desse texto, intitulado: *Über die Kantische Lehre Von der Construction der Begriffe durch Anschauungen*, esse comprometimento anti-intuicionista na matemática e sua posição contra Kant são evidentes.

<sup>15</sup> Tais narrativas, acreditamos, cumprem um papel mais decisivo, e menos anedótico, quanto ao esforço imprimido por essa geração de teóricos que partilharam desse objetivo comum. Cf. FERREIRÓS (1999), especialmente o capítulo I da obra, sobre esse aspecto contextual da matemática no início do século dezenove.

<sup>16</sup> Já segunda metade do século dezenove, a tendência quanto ao projeto de eliminação da intuitividade na matemática aumenta expressivamente. E o autor que coroa esse momento é, o também alemão, Richard Dedekind – figura-chave no programa de uma fundamentação lógica do número e de particular importância na epistemologia juvenil de Cassirer.

poderíamos alcançar o ideal de rigor desejado. Aprofundemos alguns aspectos desse projeto.

De início, é conveniente retomar que um projeto de fundamentação envolve uma redução, *i.e.*, a explicação de um determinado domínio conceitual (no mais das vezes amplo) ocorre por intermédio de um grupo mínimo de conceitos, que serão considerados primitivos. E ainda, essa redução pode comportar dois pontos essenciais:

1. um aspecto técnico, no qual uma única teoria traduz diferentes teorias e
2. um aspecto ontológico, no qual a redução é entendida enquanto subsunção dos conceitos a outros conceitos, compreendidos em sua natureza mais elementar.

Tal fundamentação visa à economia metodológica, de um lado, e, de outro, a sistematização unitária – e dependendo do caso, ontológica – dos resultados adquiridos a partir dos conceitos originais. A tese da aritmetização da análise é emoldurada nesse mesmo esquema: em particular a motivação técnica que funda a tese da aritmetização, diferentemente, e de modo independente, de uma interpretação ontológica – *e.g.*, como na figura de um autor como Kronecker, a quem Cassirer cita em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*,<sup>17</sup> cuja redução do sistema numérico ao número natural era a prova de sua primazia ontológica. Da construção dos números reais depende a teoria das funções, a qual assume um papel importante na análise de Weierstrass; e aquela, do número natural.

Nesse momento da história algumas alternativas de construções dos números reais – e todas elas embasadas na mencionada tese – mostraram-se satisfatórias. Levemos em consideração três: aquela de Cantor,<sup>18</sup> revisitada por Weierstrass, e a de Dedekind.<sup>19</sup>

A construção dos números reais visa, em instância última, aritmetizar a imagem intuitiva do contínuo unidimensional representado em geometria pela reta. A ideia subjacente é a de que, a partir de pares de números naturais, definir os racionais, e a

---

<sup>17</sup> Cf. *SF*, P. 41-42.

<sup>18</sup> Cf. CANTOR, G. 1872, “Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen”, *Mathematische Annalen*, 5: 123–132. In Cantor 1932: 92–102. (Doravante: CANTOR, 1872)

<sup>19</sup> Cf. DEDEKIND, R. 1872, *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Braunschweig: Vieweg. In Dedekind 1930/32: vol.3, 315–334. English translation in Ewald 1996: vol. 2.

partir destes, os irracionais. A introdução dos irracionais varia entre os autores quanto àquilo que Cantor<sup>20</sup> denomina “momento gerador”,<sup>21</sup> a saber:

1. Weierstrass introduz os números irracionais por meio da definição de séries de somas finitas de números racionais em que o resultado sempre é limitado por um valor estipulado.
2. O próprio Cantor pelo conceito de série fundamental.
3. Dedekind, por meio da sua teoria dos cortes,<sup>22</sup> a divisão de todos os números racionais em dois conjuntos ( $a^1$ ) e ( $a^2$ ), tal que para todos os elementos de ambos vale  $a^1 < a^2$ .

#### 1.4. Logicismo

O termo logicismo refere-se ao programa que defende a tese de que a matemática faz parte da lógica. É comum encontrar na literatura que Frege e Russell foram os primeiros proponentes de tal visão.<sup>23</sup> Endossando isso, lembremos das palavras de Carnap que, em uma conhecida passagem, definiu logicismo nos seguintes termos:

Logicismo é a tese que afirma que a matemática pode ser reduzida a lógica, sendo, pois, parte dela. Frege foi o primeiro a expor tal visão. No majestoso livro, *Principia Mathematica*, os matemáticos ingleses A. N. Whitehead e B. Russell produziram uma sistematização da lógica a partir da qual eles construíram a matemática<sup>24</sup>

Essa passagem do positivista lógico define, muito provavelmente, pela primeira vez a tese logicista, e por tal razão acabou se tornando uma definição *standard* da mesma. Nela, é manifesto o apelo de que a matemática não é senão uma parte da lógica.

Embora não haja nenhum problema em considerá-los defensores da tese logicista – como em geral se faz, acertadamente –, não é correto dizer que ambos

---

<sup>20</sup> Cf. novamente: CANTOR, 1872.

<sup>21</sup> Cf. a propósito o próprio Cassirer: *SF*, P. 66-67.

<sup>22</sup> Voltaremos no item a seguir à teoria dos cortes de Dedekind.

<sup>23</sup> E também o nome de Dedekind poderia também ser mencionado entre aqueles que expressaram a convicção de que a aritmética é parte da lógica.

<sup>24</sup> CARNAP, R. *Die logizistische Grundlegung der Mathematik*. In: *Erkenntniss*, vol. 2, 1931. P. 91.

comungam ou defendem um mesmo ideal de logicismo. Isso porque cada um deles levou a efeito a tese de um modo bastante peculiar. Frege afirmava<sup>25</sup> que tal tese vale somente no caso da aritmética, ou seja, que a aritmética pode ser reduzida à lógica: o conceito de número é um conceito de lógica pura e os próprios números são, como ele diz, objetos lógicos. Contudo, o filósofo de Jena não considera que a geometria também fosse parte da lógica,<sup>26</sup> como Russell o fez. Para o inglês, toda<sup>27</sup> matemática, tanto aritmética quanto geometria, é lógica.<sup>28</sup>

No entanto, esta visão da matemática não teria sido possível sem uma profunda transformação da lógica, que ocorreu no final do século dezenove – especialmente graças ao trabalho de Frege.<sup>29</sup> Antes disso, o raciocínio matemático não podia ser realizado sob as formas lógicas de argumentação reconhecidas: essa circunstância emprestava plausibilidade considerável ao ensinamento de Kant de que o raciocínio matemático não é puramente discursivo, mas depende de construções fundamentadas na intuição. A nova lógica, no entanto, tornou possível representar o raciocínio matemático padrão na forma de derivações puramente lógicas. Em que pese à importância desse projeto, hoje se acredita que o logicismo foi minado por dois desdobramentos decisivos:

1. Pela descoberta de que os princípios assumidos na obra principal de Frege são inconsistentes, e o caráter mais ou menos insatisfatório dos sistemas concebidos para remediar esse problema;

---

<sup>25</sup> Cf., por exemplo, os §§ 90-91 de *Os Fundamentos da Aritmética* (1884).

<sup>26</sup> E isso já se fez presente em sua tese de doutorado de 1873: *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*. Nesse texto encontramos pela primeira vez Frege defendendo que a geometria não está subsumida exclusivamente à lógica, mas que era preciso de fato uma intuição. Embora isso seja importante, sobretudo se pensarmos em específico nesse intuicionismo mitigado em Frege, não é nosso objetivo principal detalhar todo esse complexo movimento.

<sup>27</sup> Cf. o “Prefácio” dos *Principles of Mathematics*.

<sup>28</sup> Para não desviarmos demasiado de nosso horizonte, optamos por não trabalhar as diferenças entre os dois tipos de logicismo: o de Frege e o de Russell. Aos nossos modestos fins, o que mais nos importa deles reflete no ponto em comum básico da tese logicista, mencionado logo acima.

<sup>29</sup> É sabido que um dos mais importantes passos dados na revolução ocorrida na história lógica foi dado por Frege, sobremaneira por intermédio de sua teoria da quantificação. Com ela a silogística é totalmente reformulada, e a lógica ganha uma nova e potente roupagem. Levemos em conta a afirmação universal do tipo “todo A é B”: a partir de Frege ela é interpretada não mais em termos de sujeito e predicado, mas em termos de função e argumento, *i.e.*, reinterpretando tais sentenças como o preenchimento de uma função por um certo argumento. Dessa maneira, o enunciado “todos os homens são mortais” passa a ser considerado, a partir dessa perspectiva fregeana, da seguinte maneira: “Para todo x, se x é homem, então x é mortal”. Originariamente, essa teoria visava compreender o modo através do qual a noção de quantificação se dá na linguagem matemática e posteriormente em sua aplicação à filosofia da linguagem enquanto teoria independente.

2. Pela descoberta feita por Gödel de que a lógica que seria necessária para derivar todas as verdades matemáticas não pode, em princípio, ser formalizada.<sup>30</sup>

Antes da mudança proposta por Frege, o raciocínio matemático não poderia ser realizado sob as formas lógicas reconhecidas de argumentação.<sup>31</sup> A nova lógica, no entanto, tornou possível representar o raciocínio matemático na forma de derivações puramente lógicas. É igualmente verdade que tal alegação não poderia ter sido feita, exceto por uma profunda transformação que ocorreu na própria matemática durante o século dezenove.

Fazendo uma breve retrospectiva dessa narrativa, lembremos que desde o tempo de Aristóteles, era comum considerar a matemática como preocupada com a quantidade “discreta” e “contínua”: números inteiros por um lado e magnitudes contínuas por outro. Muito tempo depois do estagirita, no século dezessete e início do século dezoito, haviam aqueles autores que supunham que o nosso conhecimento das verdades matemáticas se ocupava exclusivamente das “relações de ideias” e que, mesmo que essas ideias fossem obtidas por algum processo de abstração das coisas empíricas, isso explicava como é que o conhecimento em questão é certo e independente de “fatos” experimentados.<sup>32</sup> Kant, não obstante, apresentou argumentos para modificar tal posição: ele argumentou não apenas que a lógica (tal como existia em seu tempo) era insuficiente para justificar o raciocínio dos matemáticos, mas também que tal raciocínio exigia atenção para mais do que isso; daí porque a proposta do filósofo de Königsberg propor, em sua filosofia da matemática no “período crítico”,<sup>33</sup> sua teoria da intuição pura além do conceito-chave, a saber, o de construção.

Já sabemos, contudo, que isso é posto em xeque no início do século dezenove. Com o surgimento de novos “fatos na ciência”: eles pareciam mostrar que nem a mera consideração de “relações de ideias” nem o apelo à “intuição” poderiam, por assim dizer, decidir a verdade de suas proposições. Ao mesmo tempo, como vimos no item

---

<sup>30</sup> Cf. sobre o assunto o artigo “Completo diz-se em vários sentidos” (DE SOUZA, 2004).

<sup>31</sup> É bem verdade que já em Aristóteles existia uma teoria da prova, por intermédio da silogística. Cf., por exemplo, seus *Análiticos Posteriores*.

<sup>32</sup> Tal visão era comum em posições como as de Leibniz e Hume, por exemplo.

<sup>33</sup> Mencionamos aqui o período crítico pelo simples fato de que, até pelo menos o ano de 1768, no opúsculo sobre as “direções no espaço”, Kant ainda não tinha nem começado a formular sua teoria da intuição. Cf. a respeito nosso artigo (AMARAL, 2016).

anterior, algumas tentativas foram iniciadas para elaborar novos fundamentos para análise – *i.e.*, teoria dos números reais (e complexos), suas funções e processos limitantes – que deveriam ser independentes de qualquer apelo a uma intuição de magnitude contínua. Novamente, em paralelo com os precedentes, procedimentos sistemáticos foram desenvolvidos para a introdução de “novos objetos”, ou até mesmo “objetos ideais” – um dos pontos nevais a ser batido por Cassirer em *SF* – em vários ramos da matemática, por exemplo:

1. “pontos infinitamente distantes” e “pontos com coordenadas imaginárias” na geometria;
2. “números reais” e “imaginários” (ao lado dos “números racionais”) em análise; e,
3. “fatores ideais” de inteiros algébricos no recém-desenvolvido tema da teoria algébrica dos números.

Em particular, neste último contexto, Dedekind alcançou novos resultados fundamentais, que poderiam ser submetidos à investigação matemática geral e ao cálculo real. Com todo esse trabalho em segundo plano, o matemático alemão foi levado a examinar os fundamentos da teoria dos próprios números inteiros; ele chegou à conclusão de que essa teoria, juntamente com a álgebra e a análise que dela derivam, é uma parte da lógica, ao dizer o que:

quero dizer que considero o conceito numérico totalmente independente das noções ou intuições de espaço e tempo, que eu considero um resultado imediato das leis do pensamento <sup>34</sup>

E para explicar as palavras de Dedekind, levemos em consideração a passagem a seguir:

Os números são livres construções do espírito, produtos espontâneos das leis do pensamento puro, o qual não é outra coisa que a capacidade de estabelecer relações. Sobre esta única base deve ser

---

<sup>34</sup> Dedekind, R. (1888) *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Braunschweig: Vieweg; repr. In *Gesammelte mathematische Werke* (Collected Mathematical Works), ed. R. Fricke, E. Noether and Ö. Ore, Braunschweig: Vieweg, 1932, vol. 3, 335–390; trans. W.W. Beman (1901), ‘The Nature and Meaning of numbers’, in *Essays on the Theory of Numbers*, New York: Dover, 1963. P. 31

fundada a ciência do número. As matemáticas não são outra coisa que aquela parte da lógica que trata da teoria do número.<sup>35</sup>

#### 1.4.1. Frege e Russell

Esta ideia básica da tese logicista, *i.e.*, de que a matemática (enquanto pertencente à lógica) não requer outra fonte, seja de seus conceitos ou de seus conhecimentos, de que o pressuposto de todo pensamento sistemático pode ser aplicável às versões<sup>36</sup>, quaisquer que sejam as diferenças epistemológicas ou metafísicas que possam ser atribuídas aos determinados autores.<sup>37</sup>

Um problema fundamental referente aos defensores dessa posição, que recebeu diferentes respostas, foi àquele referente ao próprio conceito de número. Em 1879, Frege criou um sistema formal inteiramente sistemático e universalmente aplicável codificando todos os conceitos e processos lógicos: sua *Begriffsschrift*, em que caracterizou sua totalidade em termos de “uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a Aritmética”.<sup>38</sup> Nessa obra, mas também nos *Fundamentos da Aritmética* e nos dois volumes das *Leis Fundamentais da Aritmética*, Frege teve como uma das tarefas justamente aquela de tornar explícito, dentro da estrutura de tal sistema formal, como os números cardinais podem ser definidos. No entanto, para o filósofo de Jena, noções como a de uma classe e de uma “correspondência” (“uma coisa pertence a uma coisa”) não são usuais na lógica e não são redutíveis a noções lógicas reconhecidas.<sup>39</sup> Frege, portanto, acredita, para o fundamento lógico das noções de classe e correspondência, nas noções lógicas de um “conceito” (que quando é unário corresponde a uma propriedade e quando binário, ternário,..., a uma relação binária, ternária etc.) e na “extensão” de tal conceito (em particular, a extensão de um conceito unário é uma classe). A existência de tal extensão para cada conceito, satisfazendo o princípio de que dois conceitos têm a mesma extensão se e somente se todo objeto que

---

<sup>35</sup> PORTA (2011). P. 108-109.

<sup>36</sup> Falamos aqui de “versão” pelo simples fato de que tal tese não foi levada a cabo de modo unívoco, como veremos em específico em Cassirer, que defende um logicismo *sui generis*, distinto de autores como Frege e Russell.

<sup>37</sup> Veremos, no capítulo três, que Cassirer avalia a posição “Frege-Russell” enquanto metafísica. Isso, conforme argumentaremos, tem sentido, de acordo com as pressuposições de Cassirer naquele momento, porém não quer dizer que o autor tenha plena razão em classificá-los dessa maneira.

<sup>38</sup> *Begriffsschrift, eine der Arithmetischen Nachgebildete Formelsprache des Reinen Denkens* (1879). Seguimos aqui a tradução sugerida por Paulo Alcoforado, Alessandro Duarte e Guilherme Wyllie.

<sup>39</sup> Cf. Frege, G. (1893, 1903) *Grundgesetze der Arithmetik: begriffsschriftlich abgeleitet*, Jena: Pohle, 2 vols; repr. Hildesheim: Olms, 1966. P. 4. Ademais, os dois primeiros volumes de *GGA* Frege projetou um sistema completo para o tratamento da aritmética, incluindo uma teoria dos números reais.

cai sobre um ou outro também cai sobre o outro, é um princípio fundamental da lógica na qual Frege baseia a aritmética.

Dando seguimento à formulação das noções aritméticas em termos de classes, retomemos a seguinte lição de Russell. Segundo o filósofo inglês, duas classes A, B são ditas “equinúmericas” se, para alguma relação R:

1. para cada elemento  $x$  de A existe um elemento  $y$  de B tal que  $x$  tem a relação R para  $y$ , mas para nenhum outro elemento de B e
2. para cada elemento  $y$  de B existe um elemento  $x$  de A tal que  $x$ , mas nenhum outro elemento de A, tem a relação R para  $y$ .

Diz-se que R é uma relação um para um entre A e B. Por sua vez, “Equinúmerico”, como definimos, é uma relação binária que se mantém entre certas classes. Ser equinúmerico com uma determinada classe A é, portanto, uma propriedade que possui certas classes. No uso de Frege, a extensão dessa propriedade (ou conceito) – e, portanto, a classe de todas essas classes – é chamada de “o número da classe A”. Dessa maneira, conseguimos definir os números individuais como “objetos”, em termos puramente lógicos. Quanto ao conceito geral de número “n é um número”, significa que há alguma classe A tal que n é o número da classe A.<sup>40</sup>

Já sabemos que o matemático alemão, Richard Dedekind, também é outro dos autores que vinha trabalhando nesse projeto o qual Russell e Frege tiveram mais visibilidade. Tanto é assim, que a noção de “classe” é levada a efeito por ele, no entanto, por intermédio do conceito “sistema”. Noção a qual o matemático define da seguinte maneira:

Tal sistema  $S$  (um agregado de coisas, uma multiplicidade, uma totalidade), enquanto um objeto do nosso pensamento é completamente determinado quando, em relação a tudo, é determinado se é um elemento de  $S$  ou não. O sistema  $S$  é, portanto, o mesmo que o sistema  $T$ , em símbolos  $S = T$ , quando todo elemento de  $S$  é também um elemento de  $T$ , e todo elemento de  $T$  é também um elemento de  $S$ . Para uniformidade de expressão é vantajoso incluir também o caso especial onde um sistema  $S$  consiste em um único (um e somente um) elemento

---

<sup>40</sup> Veremos que isso será chave para nossa avaliação crítica de Cassirer, na medida em que o filósofo da cultura interpreta, equivocadamente, a noção de classe russelliana.

$a$ , isto é,  $a$  é um elemento de  $S$ , mas toda coisa diferente de  $a$  não é um elemento de  $S$ .<sup>41</sup>

Vejamos a seguir mais alguns aspectos, relevantes aos nossos interesses atuais quanto à figura de Dedekind nesse debate.

### 1.4.2. Dedekind

Que Dedekind foi um dos matemáticos mais criativos e influentes do século dezanove, isso qualquer história da matemática confirma.<sup>42</sup> Entre os historiadores dessa disciplina, ele é cultuado por seu trabalho pioneiro em álgebra e teoria algébrica dos números. Além disso, o trabalho do matemático alemão também foi fundamental entre os filósofos de seu tempo. Quanto a Cassirer, em específico, são dois os escritos sobre os fundamentos da matemática que repercutiram naquela ocasião, a saber: *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (1872) e *Was sind und was sollen die Zahlen?* (1888). O primeiro deles diz respeito aos números reais, construídos a partir dos números racionais como um campo ordenado completo, enquanto o segundo introduz os números naturais, baseados na noção de sistema simplesmente infinito (*ssi*).<sup>43</sup>

No ensaio de 1872, Dedekind começa comparando a linha geométrica dada intuitivamente com o sistema de números racionais concebidos como um campo ordenado. Prescindindo das intuições geométricas a partir de então, ele define o que significa para os racionais serem densamente ordenados. Ele também distingue tal densidade explicitamente da continuidade (integralidade da linha) por meio de sua noção de corte; e aponta que o sistema de racionais não é contínuo, *i.e.*, nem todo corte é determinado por um número racional (por exemplo, o corte correspondente a  $x^2 \leq 2$ ). Em seguida, ele considera o conjunto de todos os cortes nos números racionais que podem ser dotados de operações de adição e multiplicação juntamente com um ordenamento próprio, todos induzidos por características correspondentes do sistema de racionais. Depois disso, ele mostra que os resultados são um campo ordenado que é contínuo em relação ao seu ordenamento e outro no qual o sistema de números

---

<sup>41</sup> Dedekind, R. (1888) *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Braunschweig: Vieweg; repr. In *Gesammelte mathematische Werke* (Collected Mathematical Works), ed. R. Fricke, E. Noether and Ö. Ore, Braunschweig: Vieweg, 1932, vol. 3, 335–390. P. 45.

<sup>42</sup> Cf., por exemplo, FERREIRÓS (1999).

<sup>43</sup> Neste momento acerca do pensamento de Dedekind sigo principalmente o trabalho desenvolvido por RECK & KELLER (no prelo). Sou grato ao Prof. E. Reck, ademais, pela valiosa troca de e-mails que tivemos em que pudemos discutir o pensamento do matemático alemão e sua relação com Cassirer.

racionais pode ser incorporado naturalmente (através de um homomorfismo para campos ordenados).

O objetivo principal do ensaio de 1872 de Dedekind foi fornecer uma introdução sistemática dos números reais, com base nos números racionais e em certas construções de conjunto teórico ou “lógicas”, e feita de tal forma que todos os teoremas centrais à análise real possam ser provados. Como tal, é uma contribuição para a “aritmização da análise” no século dezenove, como vimos. Aritmetização implica aqui que tudo o que precisamos para análise são os números naturais, juntamente com algumas leis gerais do pensamento pressupostas. Dedekind tinha em mente que os números racionais podem ser construídos a partir dos inteiros, e então os inteiros fora dos números naturais, em cada caso como (classes de equivalência de) pares, completando assim essa “aritmização”.

Mas então, e os números naturais em si, ou seja, qual é a sua “natureza e função”? Além disso, o que dizer das construções teóricas estabelecidas ao longo do caminho, por exemplo, ao formar o sistema de todos os cortes? É disso que trata o ensaio de Dedekind de 1888. De fato, é uma tentativa de mostrar que é possível levar a aritmização da análise um passo adiante, para uma completa “logização”.

Todos os resultados do ensaio de 1872 de Dedekind tornaram-se padrão *standard* em apresentações posteriores dos fundamentos (clássicos) da análise real e em sua reconstrução teórica. Dentro da teoria dos conjuntos, por exemplo, o próximo passo é identificar o campo ordenado de números reais com o sistema de cortes construído para fins matemáticos. No entanto, não é exatamente que faz Dedekind. Em vez disso, ele acrescenta mais um passo, valendo-se da noção de “criação livre”:

Sempre que, então, temos a ver com um corte  $(A1, A2)$  produzido por nenhum número racional, criamos um novo, um número irracional  $\alpha$ , que consideramos completamente definido por esse corte  $(A1, A2)$ ; diremos que o número  $\alpha$  corresponde a este corte, ou que produz este corte.<sup>44</sup>

Em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, Cassirer retoma os “cortes de Dedekind” nos seguintes termos:

---

<sup>44</sup> DEDEKIND (1901) P. 15.

Nenhum número – os inteiros e, muito menos, os fracionários e irracionais – “é” alguma coisa diferente daquilo que é dito em certas definições conceituais. A hipótese de que para toda separação completa ou “corte” do sistema dos números racionais “existe” um, e somente um, número correspondente ao corte não implica dessa forma nenhum significado paralelo. O que aqui é dado com absoluta clareza é a determinação da própria separação. Quando o sistema de números racionais é separado em duas classes  $A$  e  $B$  por uma espécie de regra conceitual, podemos decidir com absoluta certeza se algum de seus elementos pertence a uma classe ou a outra e, além disso, mostrar que essa alternativa não deixa de considerar membro algum, *i.e.*, que a separação resultante é completa e exaustiva. O “corte” possui como tal uma “realidade” lógica indubitável, que não precisa ser garantida por nenhum postulado. Além disso, a ordem pela qual os diferentes “cortes” seguem um ao outro não é arbitrária, mas é precisamente prescrita pelos seus conceitos originais. Dados dois cortes ( $A, B$ ) e ( $A', B'$ ), chamamos o primeiro maior que o segundo quando um elemento  $a$  pode ser indicado pertencente à classe  $A$  da primeira partição e à classe  $B'$  da segunda. Existe assim um critério fixo e universal para a determinação da ordem serial dos “cortes” individuais. Por isso as formas assim produzidas têm o caráter de número puro. Pois o número, em seu significado original, não possui caráter específico algum, mas é simplesmente a expressão mais abrangente da forma ordinal e serial em geral. Toda vez que tal forma ocorrer, o conceito de número encontra aplicação. Os cortes “são” números porque eles formam em si mesmos uma variedade estritamente ordenada, na qual a posição relativa dos elementos é determinada de acordo com uma regra conceitual.<sup>45</sup>

Algo que será interessante disso tudo aos nossos fins, que tematizaremos com maior detalhe no capítulo três, repousa no fato de que Cassirer iria interpretar de maneira positiva a teoria de Dedekind, na medida em que nela é manifesto algo essencial a tese cassireriana em 1910, a saber, não existe a necessidade de introduzir um objeto, como “o número”, para estudar suas relações, mas ao contrário: é definido um sistema de relações que fixam o objeto.

---

<sup>45</sup> *SF*, P. 60-61.

Se ampliarmos o panorama teórico e pensarmos na “teoria dos conjuntos” e, em particular, o procedimento de Zermelo, nota-se que ele é próximo daquele de Dedekind. Com as diferenças de que ele começa com o número 0, não com 1 e ao fato de que Dedekind não identificou sua noção de “ssi” construído inicialmente com os números naturais ( $N$ ) com os sistemas correspondentes, que se encontrariam em Zermelo. Aqui, o autor de *Was sind und was sollen die Zahlen* usa novamente a noção de “criação”:

Se na consideração de um sistema simplesmente infinito  $N$  colocado em ordem por uma função  $\varphi$  – nós negligenciamos inteiramente o caráter especial dos elementos, meramente retendo sua distinguibilidade e levando em conta apenas as relações entre si nas quais eles são colocados pela ordem, definindo a função  $\varphi$ , então são esses elementos chamados números naturais ou números ordinais ou simplesmente números, e o elemento base 1 é chamado de número-base da série numérica  $N$ . Com referência a essa liberação dos elementos de todos os outros conteúdos (abstração) estamos justificados em chamar os números de uma “criação livre” da mente humana.<sup>46</sup>

Finalmente, em seu ensaio, após a prova de que quaisquer dois infinitos simples são isomórficos, Dedekind justifica essa introdução dos números naturais observando que quaisquer teoremas que se aplicam a um infinito simples “possuem validade perfeitamente geral” para qualquer outro. Nesse sentido, seu procedimento é invariante sob a escolha do infinito simples no início. O que o matemático esboça, em outras palavras, é uma concepção estruturalista dos números.

Os dois ensaios de Dedekind constituem investigações fundamentais, isto é, estudos sistemáticos das noções e princípios sobre os quais a aritmética – no sentido amplo, dos números naturais através dos números inteiros e racionais aos números reais – pode e deve (como o título do ensaio de 1888 sugere) ser baseada. Eles também pretendem estabelecer que a aritmética seja “uma parte da lógica”.

---

<sup>46</sup> DEDEKIND, R. (1888) *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Braunschweig: Vieweg; repr. In *Gesammelte mathematische Werke* (Collected Mathematical Works), ed. R. Fricke, E. Noether and Ö. Ore, Braunschweig: Vieweg, 1932, vol. 3, 335–390. P. 15.

## CAPÍTULO II: O NEOKANTISMO DE MARBURGO EM CONTEXTO

### 2.1. O método transcendental

O trabalho de Cassirer está intimamente relacionado ao seu compromisso com os ideais do Neokantismo de Marburgo. Dito de outra forma, o legado de Hermann Cohen e Paul Natorp representa o arcabouço básico do projeto intelectual de Cassirer – e não apenas biograficamente, mas também com relação ao desenvolvimento de todo o seu pensamento. E ainda, apesar de termos conhecimento de que diferenças importantes surgiram gradualmente em seu caminho, desde o início dessa escola até a publicação de sua obra maior, a *Filosofia das Formas Simbólicas*, Cassirer sempre permanece fiel à premissa metodológica essencial desse movimento que aquele primeiro havia iniciado e o segundo dado continuidade com um matiz diferente.<sup>47</sup>

De acordo com Cohen, a filosofia transcendental repousa sobre o *Faktum* da ciência matemática da natureza.<sup>48</sup> E esse fato exige uma análise que descubra as condições de sua possibilidade, revelando assim os princípios e os fundamentos epistemológicos da própria ciência matemática; ou, dito de outra forma: “parte-se da ciência enquanto algo ‘dado’, e, por uma reflexão explicitadora, eleva-se ao estabelecimento de suas condições lógicas de possibilidade”.<sup>49</sup>

Esse ponto de partida é a razão pela qual Cohen sustenta uma mudança, a saber, que a expressão “Teoria do conhecimento” (*Erkenntnistheorie*) comumente usada na modernidade é problemática, na medida em que a descrição apropriada do projeto reformulado de Kant seria “a crítica do conhecimento” (*Erkenntniskritik*).<sup>50</sup> Sendo assim, a filosofia transcendental não lida com a constituição do sujeito humano – como era pensado naquele período, com um forte apelo subjetivo, *i.e.*, em que o ponto de partida seria o sujeito e, eventualmente, suas vivências –, nem com sua capacidade de conhecer. Trata-se, portanto, de uma reflexão de segunda ordem sobre as condições *a priori* do conhecimento científico, *i.e.*, em que não há lugar para qualquer lastro

---

<sup>47</sup> No próximo item, nos ocuparemos com uma diferença entre Cohen e Natorp no que se refere ao *Faktum* da ciência.

<sup>48</sup> Cf. no livro de Cohen, de 1877, *Kants Begründung der Ethik*, especialmente as páginas 24-25, a passagem canônica do “*Faktum* da ciência”.

<sup>49</sup> PORTA (2011). P. 48.

<sup>50</sup> Dada esta ênfase Neokantiana sobre a questão metodológica, é interessante notar ainda que a expressão “método transcendental” não é encontrada na obra de Kant (cf. a respeito BAUM, 1980).

subjetivo, no sentido de considerar a ciência enquanto uma classe de proposições, ou de um sistema mesmo: o da “experiência científica”.

Cassirer leva essa concepção coheniana do método transcendental aplicando este método para aos novos “facta” fornecidos pelos avanços nas ciências físico-matemáticas.<sup>51</sup> Nesse sentido, ele entende que, a partir de uma orientação matizada de kantismo, é possível e necessário para trazer a investigação filosófica além do estágio alcançado por Kant. Este avanço, insiste Cassirer, é apenas uma reafirmação do espírito da filosofia de seu antecessor, pois

o que a *Crítica da Razão Pura* intencionava não era corrigir o conhecimento filosófico uma vez por todas em um determinado sistema de dogmática de conceitos, mas abrir o “caminho estável da ciência”, no qual pode haver pontos de detenção e repouso sempre relativos, nunca absolutos<sup>52</sup>

Essa passagem endossa a afirmação de que o projeto da “Crítica do conhecimento” visa descobrir as pressuposições e fundamentos *a priori* do pensamento científico, começando com o “fato” historicamente determinado da ciência natural. E Cassirer localizou a única tarefa duradoura de uma investigação crítica baseada no método transcendental de acordo com um:

exame continuamente renovado dos conceitos fundamentais da ciência, (...) o qual simultaneamente envolve um auto-exame subjetivo completo da própria crítica.<sup>53</sup>

---

<sup>51</sup> O Neokantismo de Marburgo dedicou-se também a uma investigação da história da matemática, especialmente da ciência matemática, que visava mostrar, por exemplo, como a análise infinitesimal – como no livro de Cohen [*Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte: Ein Kapitel zur Grundlegung der Erkenntniskritik*, de 1883. A propósito do contexto desse livro, cf. o artigo de Marco Giovanelli (2016): *Herman Cohen's "Das Prinzip der Infinitesimal-Methode": The history of an Unsuccessful book*. In: *Studies in History and Philosophy of Science Part A* Vol. 58. P. 9-23]–, a lógica moderna e as profundas transformações na física na virada do século XX – como nos casos de Natorp [Cf. *Die logischen Grundlagender Exacten Wissenschaften*, 1910] e Cassirer [Para citar apenas alguns ensaios de Cassirer sobre a ciência, leve-se em conta: 1. *Kant und die moderne Mathematik* (KMM), 1907; 2. *Substanzbegriff und Funktionsbegriff: Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik* (SF), 1910; 3. *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie. Erkenntnistheoretische Betrachtungen* (ERT), 1921; 4. *Philosophie der symbolischen Formen. Dritter Teil: Phänomenologie der Erkenntnis* (PSF Vol. III), 1929; 4. *Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik* (DI), 1936.] – mudaram radicalmente o *Faktum* ao qual a filosofia transcendental se refere.

<sup>52</sup> ERT, P. 355.

<sup>53</sup> KMM P. 37

Dado que o “fato” da ciência é “em sua natureza um fato historicamente em desenvolvimento”,<sup>54</sup> então a reflexão filosófica sobre as formas de conhecimento subjacentes a esse “fato” e torná-lo possível deve ser caracterizada por um dinamismo fundamental – um dinamismo o qual é intrínseco à formação do método transcendental e também possibilita sua extensão a todas as áreas de formas objetivas culturais.

Quanto a isso, em sua introdução ao primeiro volume de *O problema do conhecimento*, Cassirer escreve:

O “fato” da ciência é, e naturalmente permanecerá, em sua natureza, um “fato” historicamente em desenvolvimento. Se esse *insight* ainda não aparecer explicitamente em Kant, se suas categorias ainda puderem aparecer como “conceitos centrais da razão” em número e conteúdo, o desenvolvimento moderno da lógica crítica e idealista tornou este ponto perfeitamente claro. Pelas formas de julgamento entendem-se as motivações unificadas e ativas do pensamento que percorrem as múltiplas formações particulares e são continuamente utilizadas na geração e formulação de novas categorias.<sup>55</sup>

Assim, a reconstrução efetuada por Cassirer em *O problema do conhecimento*, do ponto de vista histórico e sistemático, é o resultado de sua formação Neokantiana e, ao mesmo tempo, a prova de sua abordagem original à reflexão epistemológica sobre o *Faktum* da ciência com o qual o método transcendental lida.

A ideia principal de Cassirer é que ciência e filosofia devem estar mutuamente conectadas: a filosofia moderna e a ciência moderna constituem um todo único e, mais precisamente, a compreensão do problema do conhecimento deve considerar tanto filósofos, como Descartes, Spinoza ou Leibniz, quanto cientistas, como Galileu, Kepler ou Newton. De acordo com Cassirer, a história tradicional da filosofia negligenciou, em grande parte, as formas essenciais pelas quais a ascensão da ciência moderna contribuiu para as profundas mudanças que ocorreram no pensamento filosófico. No início da era moderna, cientistas e filósofos trabalharam juntos em uma nova imagem da natureza e do universo, o que também implicou uma ruptura radical com a concepção anterior do

---

<sup>54</sup> EP Vol. I., P. 14.

<sup>55</sup> Idem, P. 14-15.

homem. Para Cassirer, o resultado último dessa história (*i.e.*, a modernidade) é a filosofia crítica de Kant.<sup>56</sup>

Agora, quanto ao projeto levado a cabo por esse grupo de autores, leiamos as palavras do próprio Cassirer, na qual ele trata tanto da proposta metodológica quanto do projeto da “Crítica do conhecimento”:

A tentativa de apresentar a totalidade da cognição em uma unidade sistemática termina em conceitos formais finais que trazem à expressão os tipos possíveis de relação entre os conteúdos em geral. Nestas relações fundamentais são dados os invariantes finais aos quais a cognição é capaz de avançar; portanto, também a posição “objetiva” do ser está fundamentada neles. Porque a objetividade é – de acordo com a análise crítica e significado deste conceito – em si apenas uma outra designação para a validade de determinadas conexões combinatórias que precisam ser descobertas e investigadas separadamente em sua estrutura. A tarefa da crítica do conhecimento [*Erkenntniskritik*] consiste em voltar da unidade do conceito geral do objeto [*Objektbegriff*] à multiplicidade de condições necessárias e suficientes que o constituem. Nesse sentido, a coisa que a cognição chama de seu “objeto” é resolvida [em primeiro lugar] em uma rede de relações que são mantidas juntas através das mais altas regras e princípios. E o que é válido aqui em geral prova-se ainda mais nos conceitos especiais com os quais as ciências especiais, bem como a intuição comum operam. Esses conceitos também são indispensáveis como pontos de parada e primeiros pontos de partida: mas, assim que se analisa mais de perto o sentido, reconhece-se que não são formas absolutas, “além” das formas lógicas de cognição, mas sim uma relação funcional deve ser trazido dentro dessas formas e por meio delas trazidas à expressão.<sup>57</sup>

---

<sup>56</sup> Cassirer pretendia continuar o projeto que o jovem Natorp havia esboçado em seu livro sobre a teoria do conhecimento de Descartes. Em 1882, Natorp escreveu sua tese doutoral sobre a filosofia cartesiana: *Descartes' Erkenntnistheorie: Eine Studie zur Vorgeschichte des Kritizismus*, escrito no qual Natorp tematizou a pré-história da filosofia crítica de Kant por meio de um exame histórico-filosófico de suas fontes na filosofia e no pensamento científico de Descartes, Galileu, Kepler e Leibniz.

<sup>57</sup> *EGLD*, P. 13

### 2.1.1. Uma diferença entre Cohen e Natorp

Cassirer segue Cohen no que diz respeito à tarefa básica da filosofia transcendental: reflexão sobre a ciência. Porém, ele sempre enfatiza o caráter histórico-sistemático desta levando em conta que a mudança é algo recorrente e sobre o qual devemos refletir.

Isso é extremamente relevante para compreendermos a tese de Cassirer em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*. Entretanto essa ideia de que a ciência muda não é de Cassirer, mas da figura intermediária no Neokantismo da escola de Marburgo, a saber, Paul Natorp.

A ideia coheniana de “*Faktum* da Ciência” é levada a efeito por Natorp de um modo bastante peculiar e decisivo: não enquanto um *Faktum*, mas enquanto um *Fieri*, ou seja, um fazer. Dessa forma, o dado – que é objeto de investigação filosófica (transcendental) – não se trata de um saber fixo ou predeterminado, mas sempre e quanto ao devir histórico da ciência. Por tal razão, essa análise histórica da ciência traz elementos importantes do ponto de vista sistemático. Nas palavras do Neokantiano temos:

Então o *Faktum* da ciência pode ser compreendido tão só enquanto *Fieri*. Depende daquilo que é feito e o que não é. Unicamente o *Fieri* é o *Faktum*: tudo aquilo que a ciência procura investigar nas ciências deve-se dissolver no fluxo do devir. Deste, e somente deste, pode-se afirmar: ele é.<sup>58</sup>

Essa posição de Natorp o coloca em uma distância considerável se o comparamos com seu predecessor (Cohen), na medida em que ele passa a considerar a ciência físico-matemática de seu tempo a partir de uma perspectiva diferente: ele continua seguindo o ideal Neokantiano, qual seja, o de sempre mostrar uma continuidade entre matemática e física – como fez inicialmente Cohen –, mas de acordo com os novos “facta”<sup>59</sup> da ciência de seu tempo.<sup>60</sup>

---

<sup>58</sup> *LGEW*, P. 14.

<sup>59</sup> Seu livro *Die Logischen Grundlagen der Exakten Wissenschaften* é tão atualizado aos temas de sua época quanto *SF* de Cassirer. No capítulo 4 voltaremos a falar de Natorp e a mencionada obra.

<sup>60</sup> Outro livro alinhado nesse ideal de tratar os temas científicos da época, também publicado nesses anos, é o texto do ano de 1911 do Neokantiano Bruno Bauch (da escola de Baden): *Studien zu Philosophie der*

## 2.2. Resultado negativo de tal proposta metodológica

O método transcendental é a característica mais marcante da escola de Marburgo. Vimos que, segundo seu precursor, Hermann Cohen, a investigação transcendental é metodológica, ou seja, ela não se volta aos conteúdos do conhecimento, senão que à “nossa maneira de conhecer objetos na medida em que esse modo de conhecimento é possível *a priori*”.<sup>61</sup> É por tal motivo que Cohen interpreta e compreende a proposta filosófica de Kant enquanto uma teoria da experiência, como sugere o título de sua obra (*Kants Theorie der Erfahrung – KTE*). Também vimos que, na ideia básica de Cohen reza a tese de que a filosofia deve partir do *Faktum* da ciência e, a partir dele, refletir sobre as suas condições de possibilidade.

Já diante desse primeiro pressuposto metodológico do Neokantismo marburguês, podemos contrapô-lo a, pelo menos, outros dois<sup>62</sup> modos de investigação em filosofia naquela época:

1. a um fundacionalismo, do tipo daquele encontrado em um autor como Frege;
2. a um revisionismo, da estirpe dos positivistas vienenses.

O método transcendental vai em sentido contrário aos propósitos daqueles que prezam por uma justificação ou fundamentação da ciência, como encontramos nas ambições de Frege e seu projeto fundacional de redução da aritmética à lógica. E esse anti-fundacionalismo se deve a importantes fatores. Em primeiro lugar, é conveniente retomarmos a própria ideia que os Neokantianos possuem de filosofia: a filosofia trata-se de uma atividade unicamente reflexiva. E tal aspecto é relevante não só do ponto de vista específico do nosso trabalho, mas do ponto de vista da história da filosofia também: se abrirmos o panorama teórico e retomarmos quem foi o grande filósofo que precede o movimento Neokantiano e sucede Kant, teremos a figura de Hegel<sup>63</sup> enquanto

---

*Exakten Wissenschaften*. Em seu texto, Bauch cita com certa frequência os feitos de Cassirer (em *SF*) e Natorp (em *LGEW*).

<sup>61</sup> *KTE*, P. 180.

<sup>62</sup> E não somente aos dois que iremos expor a seguir, senão que a outros métodos daquele tempo. Faremos menções a eles também.

<sup>63</sup> Claro deve ficar que não estamos aqui fazendo qualquer paralelo entre Hegel e Frege, mas, como dissemos, trata-se de mostrar outros modos de proceder em filosofia naquele momento. A menção ao autor da *Fenomenologia do Espírito* se fez no intuito de ilustrar o ponto negativo em sua relação com Cassirer. Do lado positivo, o ímpeto hegeliano de constituir uma filosofia de caráter de “sistema” é bem quista por Cassirer; ele seria um dos últimos, senão o último, filósofo a fazer isso, na qual se aborda as inúmeras esferas da cultura. E a própria filosofia analítica é um exemplo do abandono de uma filosofia desse tipo. Do lado negativo, a metodologia de que cada um dos autores se valia é bem diferente, sendo o

o maior expoente desse período. E ele, como se sabe, entende que a filosofia não poderia se ocupar, como Kant antes dele acreditava, com a reflexão da ciência – e no caso daquela época: da mecânica de Newton e da geometria de Euclides. A filosofia é, pois, a ciência por excelência: ela é a fundadora e soberana de todas as demais disciplinas.

Todavia, as diferenças entre um Neokantiano e um filósofo analítico, não param por aí. Quanto às divergências entre eles, é preciso mencionar aquelas existentes em relação:

- (i) às concepções de lógica;
- (ii) às formas de logicismo;
- (iii) à aceitação ou não de objetos abstratos;
- (iv) ao tipo de platonismo;
- (v) ao tipo de conhecimento *a priori*.

Segundo Porta,<sup>64</sup> tanto Frege quanto os Neokantianos acreditam que conhecimento *a priori* é possível. No entanto, há uma diferença fundamental quanto a isso, qual seja, para o primeiro é possível conhecer *a priori* objetos não empíricos, para os segundos, o único conhecimento *a priori* possível é aquele referente às condições de possibilidade do conhecimento empírico (e este aspecto consiste precisamente no caráter básico daqueles que trabalham no projeto de uma “filosofia transcendental”).

O motivo pelo qual nunca será possível a um Neokantiano afirmar a possibilidade de objetos supra-empíricos repousa no fato, aludido anteriormente, de que seu compromisso ao legado anti-metafísico jamais poderia ser quebrado. Por outro lado, sob o prisma de Frege, em vez do “transcendentalismo” Neokantiano – bandeira a qual não foi levada a cabo por este autor –, seu pressuposto de base é a noção de irrestrita universalidade. Segundo ele, um conhecimento *a priori* possui um caráter lógico e,

---

método especulativo um daqueles que o método transcendental fez frente. Em suma, a filosofia não teria mais início a partir de especulações metafísicas ou como vinham trabalhando nas vertentes da psicologia humana daquele tempo (em que o método psicológico– seja pela introspecção, seja pela fisiologia – é característica).

<sup>64</sup> Cf. PORTA (2006).

assim, é possível para quaisquer tipos de objetos, incluindo os não empíricos. Portanto, conhecimento destes objetos é possível segundo o filósofo de Jena.<sup>65</sup>

E, além disso, os Neokantianos lutaram contra um adversário diferente daquele do caso de Frege, a saber, o materialismo. Eles travam uma disputa com os defensores de uma mesma causa: a discussão gira em torno não com respeito à possibilidade da ciência, mas sim o fato de se ela refuta ou não refuta o idealismo. Dessa maneira,

Segue-se que o objetivo primário do método transcendental não foi o de mostrar a possibilidade da verdade e, sim, que a verdade do conhecimento sobre o “real” supõe um “ideal” (KBE, 116). Dentro desse contexto, a estratégia argumentativa dos Neokantianos é legítima: a espontaneidade do “espírito” (*Geist*) (ou seja, a presença de um elemento “ideal”) tem que ser provada (e isto contra o materialismo) na própria ciência.<sup>66</sup>

Por fim, vimos que o logicismo de Frege tinha como nota característica que a prova da *aprioridade* da matemática não é externa ao programa mesmo, mas coincide com a derivação lógica dos procedimentos de inferência de número e aritmética. Por outro lado, os Neokantianos não dispõem (nem podem dispor) de um rigoroso desenvolvimento formal de seu logicismo, e isso porque tal estado de coisas pressuporia a possibilidade de um conhecimento fundacional *a priori*, oriundo de uma fonte especial de conhecimento, diferente da reflexão sobre a ciência.

---

<sup>65</sup> Ainda que não seja nosso interesse neste momento tematizar o caráter “Platônico” em cada um dos casos, retomemos que:

“Tanto Frege quanto los neokantianos marburgueses pueden ser considerados ‘platónicos’. El problema es, nuevamente, el tipo de platonismo presente en cada caso.

La lectura neokantiana de la teoría platónica de las ideas insiste en su dimensión lógica, rechazando el ‘chorismo’ y toda interpretación metafísica (PI,74ss.; PIM,344ss.). Las ideas son independientes de la subjetividad. No obstante, ellas no son entidades que subsistan en un mundo inteligible autónomo; ellas son ‘hipótesis’. ‘Hipótesis’ es el nombre de un vínculo funcional: la idea existe únicamente en su función de ser fundamento de algo diferente de Ella (PI, 40, 135, 154ss., 192ss., 206ss., 216, 243, 382ss., 469ss.; PIM, 342ss., 361-362).

El platonismo fregueano (como su antipsicologismo) posee múltiples niveles (lógico, matemático, semántico), siendo susceptible de interpretaciones diversas que van desde aquellas plenamente ontológicas a aquellas lógico-validativas (*geltungstheoretisch*). (...) aun cuando se conceda una interpretación no-ontológica del platonismo fregueano, él sigue presentando una diferencia irreductible con el marburgués: ‘objetos lógicos’ no son simplemente ‘hipótesis’.

Tanto el platonismo de Frege, quanto el de Cohen o Natorp, remiten a um ‘tercer reino’ (*drittes Reich*) pensado (en algún sentido) en el horizonte del concepto de validez (*Geltung*). Sin embargo, el modo como debemos concebir tal reino presenta características heterogéneas en un caso y en otro. Aunque no se hipostasien las ‘entidades ideales’ y se insista en distinguir ‘realidad’ y ‘objetividad’, ‘objetividad’ no significa lo mismo en Frege y en la escuela de Marburgo. En el primero remite a una validez en-sí; en la segunda, a una condición no-empírica del saber empírico” [PORTA (2006). P. 166-67].

<sup>66</sup> PORTA (2006). P. 167.

E um fato marcante deve ser notado aqui, acerca dos títulos dos livros que filósofos como Frege, Russell e Cassirer escreveram e neles as intenções de cada um dos autores. Frege escreve um livro intitulado *Os Fundamentos da Aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número* e Russell escreve outro que leva o título de *Os Princípios da Matemática*. Em contrapartida, o título completo da obra de Cassirer publicada em 1910 é *Substanzbegriff und Funktionsbegriff: Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*; trata-se, dessa forma, de uma investigação sobre as questões fundamentais da crítica do conhecimento. Portanto, além de se preocupar, em certo sentido, com os problemas enfrentados por Frege e Russell, Cassirer em sua abordagem não pretende, em primeira linha, fornecer uma “fundamentação”, mas reflexionar sobre diversas questões fundamentais (*Grundfragen*) que vieram à tona em seu tempo, além daquelas de ordem matemática, sobre as quais os dois primeiros se debruçaram com maior afinco.

O “Método transcendental” não é, *stricto sensu*, um método revisionista. Ainda que seja consensual que, pelo menos desde Natorp,<sup>67</sup> os Neokantianos admitem que a ciência muda no decorrer de sua história, sua proposta não pode ser considerada uma abordagem revisionista, comparando-a com os casos dos consagrados autores de orientação Neopositivista, sobretudo a partir dos anos 1920-1930.

De acordo com estudos mais recentes<sup>68</sup> foi atribuída essa confluência entre os dois métodos, porquanto ambos apresentarem notas “antissubjetivantes” e “antimetafísicas”. Ademais, seria conferido aos Neokantianos o gérmen da tentativa que posteriormente na história viria a se tornar célebre, a saber, a “análise lógica da ciência” levada a efeito por autores como Rudolf Carnap e outros que fizeram parte da cena do “Empirismo Lógico”. E lembremos de que eles também rejeitaram posições filosóficas as quais se mostraram comprometidas com quaisquer tipos de posição “subjetivante”. Isso, no entanto, não é o grande mérito a ser atribuído aos Neokantianos, pois, sabemos que outros autores, anteriormente a eles, se propuseram uma tarefa próxima – a saber, a de analisar as condições de possibilidade da ciência. Para dar aqui somente um exemplo disso, leve-se em consideração o nome de Adolf Trendelenburg, autor o qual também

---

<sup>67</sup> E a passagem do *Faktum* ao *Fieri* da ciência – que vimos acima – é explícita nesse momento.

<sup>68</sup> Por exemplo, RICHARDSON (1998 e 2006) e RYCKMANN (2005).

pretendeu uma reflexão sobre a ciência, como atestado em suas *Logische Untersuchungen*, de 1840.<sup>69</sup>

Não por acaso, se acompanharmos o desenvolvimento histórico Trendelenburg-Cassirer, retomaremos que Cohen foi aluno de Trendelenburg e Cassirer, aluno de Cohen. Então essa tendência esteve presente nesse cenário antes mesmo do movimento Neokantiano surgir à cena, no último quarto do século dezenove.<sup>70</sup> Eles, em suas nuances mais diversas, se mostraram muito mais preocupados com essa pauta do que os Neokantianos. Um clássico exemplo contra o monismo metodológico do ideal clássico de partir da base empírica, adotado por parte de alguns vienenses, pode ser encontrado na própria letra de Cassirer.

Tanto em *Filosofia das Formas Simbólicas*,<sup>71</sup> como, de modo mais incisivo ainda, em seu texto de maturidade que data do ano de 1942, intitulado *A lógica das ciências da cultura*, o filósofo sempre se mostrou crítico a uma posição na qual se aceite como algo primário o “dado sensível”. E desde *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, Cassirer compreende que a ciência não é uma cópia imediata do real, pois, segundo nosso autor, toda forma de contato com o real supõe uma mediação, que será de natureza simbólica.

O tratamento cassireriano das ciências (lógica, matemática e física) – e do Neokantismo de Marburgo em geral – é feito de modo tal que ele as considera enquanto um fato, que eventualmente no transcurso de sua história pode mudar, a partir de uma abordagem em que a filosofia é tomada como sinônimo de reflexão e investiga suas condições de possibilidade.

Isso é feito, ademais, porque, a partir do “Método transcendental”, a preocupação básica deles já não é a de fornecer uma fundamentação da ciência, mas se trata de entender a ciência: esclarecendo o que na prática científica pode parecer muitas vezes confuso e obscuro. Portanto, sua tarefa é basicamente reconstrução racional, não a busca de um fundamento metafísico da ciência mesma.

---

<sup>69</sup> Cf. TRENDELENBURG, A. *Logische Untersuchungen*. Leipzig, 1840.

<sup>70</sup> Cf. a respeito o livro *Deutscher Empirismus: studien zur Philosophie im deutschsprachigen Raume 1830-1930*, de Christian Damböck [DAMBÖCK, (2017)].

<sup>71</sup> Cf. o volume III, em especial o capítulo 5 da terceira parte, “Os fundamentos do conhecimento científico”.

### 2.3. Filosofia e ciência em Cassirer

Cassirer concebe o conhecimento científico como um sistema de relações. No caso da física, como veremos neste momento, o filósofo propõe uma tríplice distinção<sup>72</sup> entre tipos de proposições: as de medida, as de leis e as de princípios.<sup>73</sup>

Os enunciados de medida constituem o primeiro passo da transição do “mundo dos sentidos” para o “mundo da física”, do mundo do dado para o conhecimento da ciência natural. Este momento do trânsito caracteriza-se porque nele se verifica a conversão dos dados imediatos da percepção em determinações tais que são aptos a ser subsumidos sob conceitos matemáticos. O percebido é representado em termos de medida e número, e a mera apreensão sensível deixa seu lugar para a observação experimental do ponto de vista da extensão do conhecimento, as afirmações de mensuração representam um avanço em relação aos dados de percepção, pois graças ao uso de instrumentos de medida é possível ir além dos limites contingentes de nossos sentidos, como, por exemplo, quando é feito ao estudar a superfície lunar com um telescópio ou células do sangue com um microscópio. No entanto, esse avanço não expressa totalmente o significado do trânsito dos dados percebidos para o conhecimento físico.

Analogamente existe uma expansão da nossa imagem do mundo. Há nesta imagem uma concentração. Com efeito, a variedade de qualidades sensíveis é deixada de lado em favor de algumas determinações fundamentais, a partir das quais se busca explicar a riqueza do dado. E por meio desta concentração, uma modificação fundamental no nosso conhecimento é possível. A multiplicidade de percepções é, em princípio, um agregado: as qualidades sensíveis de uma coisa percebida são simplesmente justapostas. Desta forma, a cor, o sabor, o cheiro, a textura de um alimento são, em princípio, independentes uns dos outros. Essa coleção particular de qualidades é verificada de modo contingente, naquilo que ocorre aqui e agora. Pelo contrário, as propriedades de um objeto da física – como, por exemplo, as de um gás – são organizadas em um sistema, de modo que a modificação de uma delas implica necessariamente a modificação das outras. Assim, temperatura, pressão e volume do gás

---

<sup>72</sup> Cf. *DI*, 161-63.

<sup>73</sup> Cf. a propósito PRINGE (2014).

não são independentes, mas, na determinação de dois deles, o terceiro também é determinado.

A relação entre as propriedades de um objeto físico que são manifestadas nos enunciados de medida é expressa por um tipo diferente de proposição, qual seja: a de lei. Ao medir as proposições foram caracterizadas pela sua individualidade – que é caracterizada pelo “aqui e agora” das coisas –, as proposições de lei têm a forma lógica de, por exemplo, “se, então”. Isso significa que elas não podem ser consideradas como expressões sumárias pelas quais um número indeterminado de fatos individuais é afirmado ou negado. De fato, as leis não ligam hipoteticamente magnitudes individuais às quais podemos atribuir um índice espaço-temporal, mas sim classes de magnitude. Então, os enunciados de leis não são alcançados por meio de uma inferência sempre controversa e indutiva que, a partir de numerosos casos, aborda todas elas. Com as proposições de lei, o ponto de vista do mero “aqui e agora” é completamente abandonado e a representação de suas conexões necessárias é alcançada.

Mas com o trânsito das proposições de medida para as de lei, o processo de conhecimento físico não é concluído. Isso ocorre pelo fato de que, assim como a multiplicidade das propriedades de um objeto físico adquire unidade por meio de leis, essas leis, por sua vez, são unificadas sob princípios. Dessa forma, se os enunciados de medida são individuais e os de direito são gerais, os de princípios são, portanto, universais. Eles não se referem a fatos individuais ou a classes de fatos, mas estabelecem sínteses que unificam diferentes domínios do conhecimento físico: na ótica, na mecânica ou na eletrodinâmica, por exemplo.

A distinção desses domínios adquire um caráter relativo ao seu princípio orientador. Este princípio confirma essa diferenciação e, ao mesmo tempo, expressa a unidade que os agrupa.<sup>74</sup> A investigação física não se detém na verificação de uma multiplicidade de leis, mas procura regras cuja variação permita que o pensamento vá de uma lei para outra.<sup>75</sup>

---

<sup>74</sup> Cf. *DI*, P. 179.

<sup>75</sup> Quanto aos tipos de enunciados de ordem diferente, Cassirer ainda expande sua teoria dos invariantes na experiência. Cf. a respeito IHMIG (1997 e 2001). Este autor ainda considera a relação dessa doutrina com o programa de Erlangen, de Felix Klein. Cf. ainda sobre esses dois pontos, os artigos de BIAGIOLI (2018), RICHARDSON (2003) e RYCKMANN (2015). Ademais, Cassirer – especificamente no ensaio de 1938 intitulado *O conceito de grupo e a teoria da percepção* – usa a noção matemática de invariância contra um grupo de transformações para iluminar o problema da psicologia da percepção [Cf. sobre esse

Os enunciados da física são então articulados entre si de acordo com o grau de sua invariância. As proposições de medida são invariantes com respeito à subjetividade do observador, mas variam com respeito a leis que permanecem constantes. Por sua vez, a multiplicidade dessas leis contrasta com a invariância dos princípios que as unificam. Mediante essa articulação, verifica-se um condicionamento recíproco entre enunciados, que confere ao sistema seu caráter como um todo. Nem as leis são meros agregados de medidas nem os princípios são meros agregados de leis. O conhecimento físico não se origina de elementos “em si”, que têm significado independentemente de sua relação com os outros e que são acomodados em uma determinada ordem de conhecimento. Pelo contrário, encontramos apenas uma coordenação funcional<sup>76</sup> da qual todas as declarações fazem parte, de modo que já nos enunciados de tipo “inferior” são vinculados e pressupostos por aqueles de tipo “superior”.

Um último aspecto a ser levado em consideração aqui quanto ao traço característico do Neokantismo marburguês, do qual Cassirer é adepto, diz respeito ao caráter da aplicação da matemática na física. A matemática é um instrumento para objetivação dos fenômenos. Isso é encontrado, em um primeiro momento, já em Cohen. Entretanto, aparece também em Natorp e Cassirer.<sup>77</sup>

As palavras de Barone são pertinentes, neste momento e endossam o que dissemos acima:

O interesse do Neokantismo pela matemática é, no entanto, como o de Kant, concentrado na sua função à “física”, e não se detém nas estruturas formais que constituem sua essência interior, independentemente de qualquer aplicação à objetivação de uma multiplicidade sensível. Deste modo, o significado adquirido pela lógica da elaboração de novas técnicas dedutivas dentro da construção de

---

tema, em *SF*, o artigo de MATHERNE (2018)], as declarações de valores expressam medições de grandezas físicas que não dependem da subjetividade do cientista que realizou o experimento. Por exemplo, ao mesmo tempo e no mesmo lugar, um observador pode perceber calor, enquanto outro observador percebe o frio. Em cada caso, a percepção tem validade meramente subjetiva, variando de observador a observador. Porém, a declaração de medida que expressa a temperatura ambiente permanece invariante, já que seu valor é o mesmo para todos os observadores.

<sup>76</sup> Cf. agora RYCKMANN (1991).

<sup>77</sup> Uma precisão deve, contudo, ser feita aqui: é certo que isso aparece tanto em Cohen quanto em Cassirer, porém não da mesma maneira. Um dos fatores de tal diferença diz respeito a outra figura do Neokantismo marburguês, do qual Cassirer é ainda mais legatário: Natorp. Por agora, interessa-nos ressaltar uma mudança proposta por ele na filosofia da matemática Neokantiana; trata-se da mudança relativa ao conceito-chave em matemática. Natorp propõe que o conceito de relação substitua o de infinitesimal (chave no pensamento de Cohen).

sistemas formais escapa. O Neocriticismo continua a considerar a lógica formal exclusivamente nos esquemas apresentados por Kant.<sup>78</sup>

Quanto a isso ainda, e para finalizarmos este capítulo, levemos em consideração que o próprio Cassirer, em momentos diversos de sua carreira intelectual, retoma em suas obras esse mesmo ponto. Para ilustrar, leiamos quatro passagens do autor.

As primeiras encontram-se em seu texto publicado em 1907, sobre Kant e a matemática:

1. Se alguém pudesse expressar a relação entre filosofia e ciência de forma contundente e paradoxal, pode-se dizer: O olho da filosofia não deve ser dirigido nem sobre a matemática nem sobre a física; deve ser dirigido unicamente na conexão dos dois reinos.<sup>79</sup>
2. Que as mesmas sínteses fundamentais nas quais a lógica e a matemática apoiam-se também regem a construção científica do conhecimento empírico, que só eles nos permitem falar de um ordenamento rigoroso e legal entre as aparências e com o seu significado objetivo, só então a verdadeira justificativa dos princípios é atingida.<sup>80</sup>

E as outras duas encontram-se no âmbito de sua filosofia madura, no terceiro volume de sua *Filosofia das Formas Simbólicas*:

1. O mundo da lógica, o mundo da matemática, assim como o mundo dos objetos empíricos, todos eles possuem um fundamento comum, na medida em que todos eles estão enraizados em um mesmo estrato primordial das puras formas relacionais. Sem essas formas, sem as determinações categoriais como a unidade e a diversidade, bem como a identidade e a distinção, não seria possível conceber um conceito genérico de objetos matemáticos ou uma ordem de objetos empíricos.<sup>81</sup>
2. Entretanto, também aqui o sentido objetivo do matemático não consiste no fato de ele possuir na natureza no mundo físico algum

---

<sup>78</sup> BARONE, 1953. P. 197. O último trecho dessa passagem de Barone será essencial no capítulo 4, quando tratarmos da lógica transcendental.

<sup>79</sup> *KMM*. P. 44.

<sup>80</sup> *Idem*. P. 45.

<sup>81</sup> *PSF*. Vol. III. P. 653.

tipo de correlato imediato, mas sim no fato de ele construir esse mundo de acordo com sua estrutura e, com isso, de apreender e entendê-lo de acordo com suas regras. Nesse sentido, o objeto lógico aponta para o matemático e o matemático para o empírico-físico – não porque em um sentido inteligível qualquer um possa ser visto como uma cópia ou reprodução do outro, mas porque cada um deles representa determinado estágio da postulação do objeto e porque o princípio da unidade do conhecimento comporta em si a exigência de que concebamos esses estágios sempre em relação com o outro e não em separado.<sup>82</sup>

---

<sup>82</sup> Idem. P. 654.

## CAPÍTULO III – “SUBSTANZBEGRIFF UND FUNKTIONSBEGRIFF”: SUA TESE CENTRAL E A CRÍTICA DE CASSIRER A FREGE E RUSSELL

### 3.1. A tese central de *SF* e seu significado epistemológico

A tese básica da obra de 1910 é a de que a história da ciência foi marcada pelo conflito entre os conceitos de “Substância” e de “Função” e no desenrolar dessa luta o último substitui o primeiro.<sup>83</sup> A luz dessa tese de Cassirer estabelece uma distinção entre duas posições filosóficas, quais sejam:

1. metafísica e
2. epistemológica.

Será a partir dessa divisão básica estabelecida no marco geral de sua tese que Cassirer faz suas críticas a Frege e Russell e sua defesa a Dedekind. E seu argumento toma lugar no capítulo dois de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*.

O problema visto por Cassirer Naqueles dois primeiros repousa em uma concepção a qual ele julga enquanto possuidora ainda de uma metafísica mitigada, sobremaneira no referente ao conceito de número: segundo a interpretação do Neokantiano, seguindo a posição defendida anteriormente por Natorp, as matemáticas tratam unicamente de relações, ou seja, os *relatas* não são anteriores às relações mesmas, mas são postos pelas relações. Tendo em vista essa pressuposição, quando Frege, por exemplo, identifica os números com certos objetos, ele estaria incorrendo em uma posição – sob o prisma de Cassirer – “substancial-metafísica”. Há, por outro lado, a concepção de Dedekind, a qual nosso autor vê com bons olhos: ela propõe que os números são posições em uma série. Dela, o Neokantiano interpreta que o verdadeiro “objeto da matemática” é a relação, e não uma coisa.

Não obstante, o caminho trilhado por Cassirer em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* para chegar a sua crítica aos logicistas de seu tempo é longo e se inicia com uma ampla narrativa, a qual se estabelece na teoria de formação de conceitos e em uma crítica ao abstracionismo, que trataremos no item a seguir. Acreditamos que a escolha de tal teoria por parte de Cassirer foi uma maneira engenhosa de reunir as várias preocupações que lhe interessaram em sua filosofia. Embora sua distinção central entre os conceitos de “Substância” e “Função” preserve o caráter básico enunciado acima, ela

---

<sup>83</sup> Cf. os capítulos 6 e 7 de *SF*.

é multifacetada e se divide em uma série de contrastes inter-relacionados com as teses lógicas, metafísicas e epistemológicas. Compreender esses contrastes sob um único domínio, como o contraste entre os dois conceitos que dão o nome de seu livro, permite a Cassirer apresentar sua filosofia como a união de linhas distintas de seu tempo, representadas essencialmente por três pilares:

1. a metodologia das ciências do século dezanove;
2. o advento da nova lógica (Frege e Russell);
3. os pressupostos Neokantianos.

### **3.2. Prolegômenos à crítica de Cassirer a Frege e Russell**

#### **3.2.1. O ponto de partida: a crítica ao abstracionismo**

*Substanzbegriff und Funktionsbegriff* tem seu ponto de partida estabelecido no marco de uma crítica ao abstracionismo. Nela, Cassirer traz ao debate a teoria de formação de conceitos tanto da teoria aristotélica quanto da mentalista adotada por filósofos como Locke, Berkeley e Mill.<sup>84</sup>

Inicialmente, serão expostos os conceitos de substância e abstração em determinadas passagens de alguns escritos de Aristóteles e a relação entre lógica e ontologia feita pelo estagirita. O objetivo disto – que obviamente não será exaustivo, mas suficiente aos nossos fins – nos servirá para evidenciar o ponto de partida sobre o qual Cassirer vai construir sua crítica ao conceito clássico de substância. Em seguida, será exposta a solução “antissubstancialista” dos empiristas. Por último será argumentado que, se, por um lado, a teoria aristotélica é a fonte de equívocos, por outro lado, as soluções mentalistas não resolvem o problema.

Um dos interesses do pensamento grego pela noção de substância surgiu no problema levantado pelos pré-socráticos na busca da “causa verdadeira” da constituição do mundo. Para Aristóteles, esse conceito assume um papel de fundamental importância, pois é o núcleo duro de sua ontologia. É sabido que Aristóteles define a metafísica como a doutrina do “ser enquanto ser”<sup>85</sup>. O estabelecimento desse “ser” era o objeto das investigações daqueles filósofos, cada um a seu modo. No caso do estagirita, ele nos diz o seguinte:

---

<sup>84</sup> Cf. *SF*, P. 3-26.

<sup>85</sup> Cf. Na *Metafísica*: IV, I 1003 a 24.

Se, pois, andavam em busca desses mesmos princípios aqueles filósofos que pesquisaram os elementos das coisas existentes, é necessário que esses sejam elementos essenciais e não acidentais do ser. Portanto, é do ser enquanto ser que também nós teremos que descobrir as primeiras causas. Em muitos sentidos se pode dizer que uma coisa “é”, mas tudo que “é” relaciona a um ponto central, uma espécie definida de ser e não se diz que “é” por simples analogia. Tudo que é “salutar” relaciona-se à saúde, isto no sentido de preservá-la, aquilo no de produzi-la, aqui outro no de construir um sintoma de saúde ou ainda de comportá-la. E o que é “médico” relaciona com a arte da Medicina, certas coisas são assim chamadas porque a possuem, outras por lhe serem naturalmente afins, e outras ainda por serem uma função da arte médica. E não faltam palavras que, como estas, tenham diversos usos. De modo que também são vários os sentidos em que dizemos que uma coisa “é”, mas todos eles se referem a um só ponto de partida; algumas coisas “são” pelo fato de serem substâncias, outras por serem modificações da substância, outras por representarem um trânsito para ela, a destruição, a privação ou uma qualidade dela ou pelo fato de a produzirem ou gerarem, ou por serem termos relativos à substância, ou negações de um desses termos ou da própria substância. É por essa razão que do próprio não ser dizemos que “é” não ser.<sup>86</sup>

Nessa passagem da *Metafísica* nota-se que a substância é o centro que unifica os diversos significados do “Ser”. Agora, se se pensar na etimologia grega, o termo “ousia” está intimamente ligado ao verbo ser, o que não ocorre com o termo substância, que é de origem latina e está ligado ao verbo *substare*, o qual significa literalmente “a permanência debaixo de”. Disso segue que, em Aristóteles, se a substância é excluída, conseqüentemente se excluem todos os significados do “Ser”. Não obstante, o filósofo não se vale da palavra substância em sentido unívoco, senão que ao contrário. Para ele, substância, analogamente ao ser, também “se diz de muitas maneiras”. Por isso, há um uso impróprio da palavra. Trata-se, entre outros casos, das substâncias segundas: “espécie” e “gênero”, por exemplo, são por ele denominados de substâncias segundas,

---

<sup>86</sup> *Metafísica*, IV, 1 1003 a 30; 1003b 10.

mas nenhuma delas coincide com a substância primeira que está além tanto do “gênero” quanto da “espécie”. Em seu tratado sobre as categorias pode-se confirmar esse outro uso da palavra substância.

Substância, em sua acepção mais próxima e mais estrita, na acepção formal do termo, é aquilo que não é dito de um sujeito nem em um sujeito. A título de exemplos podemos tomar este homem em particular ou este cavalo em particular. Entretanto, realmente nos referimos a substâncias secundárias aquelas dentro das quais – sendo elas espécies – estão incluídas as substâncias primárias ou primeiras e aquelas dentro das quais – sendo estas, gêneros – estão contidas as próprias espécies. Por exemplo, incluímos homem particular na espécie denominada humana e a própria espécie por sua vez é incluída no gênero denominado animal. Estes, a saber, ser humano e animal, de outro modo espécie e gênero, são, por conseguinte, substâncias secundárias.<sup>87</sup>

Os diversos significados de “Ser, para Aristóteles, podem ser ordenados em quatro grupos de significados, a saber:

1. segundo as diferentes categorias;
2. segundo ato e potência;
3. como verdadeiro ou falso;
4. como acidente.<sup>88</sup>

Quanto ao ser pertencente às diversas categorias, o estagirita nos diz – para além do fato de que tal caso ocorre – que ele não se dá de mesmo modo e nem em mesmo grau.

Ou dar-se-á que “definição”, como “o que uma coisa é”, tenha vários significados? Num sentido, “o que uma coisa é” significa a substância e o “isto”; noutro sentido, um ou outro dos predicados: quantidade, qualidade etc. Porquanto, assim com o “ser” pertence a todas as coisas, porém não no mesmo sentido, mas a uma espécie de coisas primariamente a outra de modo secundário, também “o que uma coisa

---

<sup>87</sup> *Categorias*, 5, 2 a15.

<sup>88</sup> Cf. *Metafísica*, V I 2 1026 a 30; 1026 b 1-3.

é” pertence em sentido pleno à substância, mas num sentido limitado às outras categorias.<sup>89</sup>

Através das passagens citadas, pudemos verificar que o significado do ser está atrelado às categorias e, se os significados das demais categorias dependem da primeira, então a busca do significado do ser se reduz à busca do significado de substância. Diante disto, o que se deve entender por substância? A tal questão, responderia Aristóteles:

Ora, em vários sentidos se diz que uma coisa é primeira, e em todos eles o é a substância: (1) na definição, (2) na ordem de conhecimento, (3) no tempo. Com efeito, (3) salvo a substância, nenhuma das demais categorias pode existir independentemente. E (1) também na definição ela é primeira, pois na definição de cada termo deve entrar a da sua substância. Por fim, (2) julgamos ter conhecimento de uma coisa quando sabemos o que ela é, por exemplo, o que é o homem ou o fogo, e não quando lhe conhecemos a quantidade, a qualidade, ou o lugar, uma vez que também só conhecemos cada um destes atributos quando sabemos o que é a quantidade ou a qualidade.<sup>90</sup>

Ademais, Aristóteles denomina também enquanto substâncias os elementos tais como: terra, água, fogo e ar.<sup>91</sup> Em sua doutrina da “matéria”, “forma” e “composto”, ele atribui e qualifica de substância por vezes como forma, como matéria, como composto.<sup>92</sup>

Em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, Cassirer enfatiza<sup>93</sup> que conceito de substância em Aristóteles não pode ser desvinculado da sua doutrina de abstração. Esse termo e seus correspondentes em grego e latim foram sempre usados por filósofos antigos e medievais, mas o presente interesse se volta para o uso que dele fez o estagirita.

---

<sup>89</sup> Cf. *Metafísica*, VII, 4 1030 a 20.

<sup>90</sup> *Metafísica*, VII, 1 1028 a 30-38; 1 1028 b 1-4.

<sup>91</sup> Cf. *Metafísica*, V, 8 1017 b 10-25.

<sup>92</sup> Cf. *Metafísica*, VII, 3 1029 a 1-8. Foge ao escopo desse trabalho levantar a razão que levou o filósofo grego a aplicar o termo substância (*ousia*) em várias acepções. Cassirer, porém, em *SF*, sempre usa o termo substância no sentido de forma (CF. *SF*, P. 7).

<sup>93</sup> Cf. *SF*, P. 6-8.

Em Aristóteles, tanto o substantivo abstrato como o verbo abstrair passaram a ter um significado mais preciso, pode-se até mesmo dizer, mais “técnico” ou “especializado”. A abstração fica caracterizada na ação ou efeito de separar mentalmente as propriedades das coisas, em si mesmas não separáveis. Esse processo é uma prerrogativa do intelecto. Como aconteceu com o conceito de Substância, a abstração aristotélica também apresenta dificuldades no estabelecimento das distinções entre os seus significados. Embora o filósofo não tenha – salvo melhor juízo – escrito um tratado especificamente sobre a abstração, é possível encontrar diferentes nuances deste conceito em alguns de seus escritos. Por exemplo, nos *Analíticos posteriores*, no Livro I, encontramos o seguinte:

Entretanto, é impossível ter uma visão dos universais, salvo por meio de indução (visto que mesmo o que chamamos de abstrações só podem ser aprendidas via indução, porque embora não sejam desassociáveis, algumas delas são inerentes a classes particulares de objetos, na medida em que cada classe possui uma natureza definida) – e estamos impossibilitados de utilizar a indução se nos faltar a percepção sensorial, uma vez que é a percepção sensorial que apreende os particulares. É impossível conquistar conhecimento científico de [objetos] particulares, uma vez que nem podem ser apreendidos a partir dos universais sem indução, nem através da indução separadamente da percepção sensorial.<sup>94</sup>

No longo parêntese dessa passagem, o autor confirma o processo de abstração como parte fundamental na aquisição de conhecimento. Agora já no segundo livro do mesmo tratado, no qual Aristóteles aborda a maneira pela qual obtemos conhecimento, ele estabelece que a percepção sensorial origina a memória, e esta, por ser múltipla, dá origem à experiência. Lá lemos:

E a experiência, que é universal quando estabelecida como um todo na alma – o singular que corresponde ao múltiplo, a unidade que está identicamente presente em todos os sujeitos particulares –, outorga o princípio da arte e da ciência: arte no domínio da criação e ciência no domínio do ser.<sup>95</sup>

---

<sup>94</sup> *Analíticos Posteriores, I, 18 81 b1-9.*

<sup>95</sup> *Analíticos Posteriores, II, 19 100 a 3-10.*

Aristóteles afirma que o matemático, para estabelecer o objeto de sua ciência, usa o processo abstrativo, e que o filósofo procede da mesma maneira quanto ao “Ser”, que é o objeto da ciência por excelência, a metafísica:

Assim como o matemático e aplica a abstrações (pois antes de iniciar a sua investigação elimina todas as qualidades sensíveis, como o peso e a leveza, a dureza e o seu contrário, o calor e o frio, e as demais contrariedades sensíveis, deixando unicamente o quantitativo e o contínuo quer em uma, quer em duas, quer em três dimensões, e os seus atributos enquanto quantitativo e contínuo; e, sem os considerar sobre qualquer outro aspecto, examina as posições relativas de alguns desses atributos, as comensurabilidades e inmensurabilidades de outros e as relações de terceiros; e, no entanto, para tudo isto postulamos uma só e a mesma ciência, a Geometria) – pois bem, assim como procede o matemático com relação à quantidade e ao contínuo procedemos nó sem relação ao ser.<sup>96</sup>

Essa passagem mostra o objeto da metafísica, ou seja, o ser. Porém, na comparação que Aristóteles faz entre o matemático e o filósofo, ele descreve o processo de abstração, usado tanto na matemática quanto na filosofia. A eficácia da abstração para adquirir conhecimento como aparece nas passagens citadas anteriormente,<sup>97</sup> será o núcleo duro da crítica de Cassirer em 1910. A relação entre o conceito de substância e a doutrina da abstração revela uma articulação intrínseca entre a lógica e a metafísica aristotélica, objeto de nossa atenção no item a seguir.

### **3.2.2. Alguns aspectos relativos à lógica e à metafísica**

É amplamente conhecido que Aristóteles considerou a lógica como uma propedêutica geral a todas as demais ciências: tanto as poéticas como as teóricas.<sup>98</sup> Sendo assim, poderia soar, em um primeiro momento, que a lógica é apenas usada na argumentação de prova de suas doutrinas. Se esse fosse o caso, tal disciplina poderia ser considerada externa ao sistema aristotélico. Isso, contudo, não é verdadeiro, pois a lógica está intimamente ligada à ontologia do estagirita. Inclusive, em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* Cassirer endossa isso, ao dizer que: “A lógica aristotélica, em seus

---

<sup>96</sup> *Metafísica*, XI, 3 1061 a 28; 1061 b1-5.

<sup>97</sup> Em especial as passagens da *Metafísica*; cf. novamente *Metafísica*, XI, 3 1061 a 28; 3 1061 b 1-5.

<sup>98</sup> *Analíticos Posteriores*, I, 24 a 10 ss.

princípios gerais, é uma verdadeira expressão e espelho de sua metafísica”.<sup>99</sup> Um exemplo dessa relação é encontrado na teoria de formação de conceito. Segundo o Neokantiano: “De fato, a significação básica que é atribuída à teoria de conceito na estrutura da lógica aponta para esta conexão”.<sup>100</sup>

Como mencionado outrora, um dos significados do “Ser”, contemplado nas categorias, é aquele enquanto verdadeiro ou falso. Segundo Aristóteles:

Cada uma das palavras ou expressões não combinadas significa uma das seguintes coisas: o que (a substância), quão grande, quanto (a quantidade), que tipo de coisa (a qualidade), com o que se relaciona (a relação), onde (o lugar), quando (o tempo), qual a postura (a posição), em quais circunstâncias (o estado ou condição), quão ativo, qual o fazer (a ação), quão passivo, qual o sofrer (a paixão).<sup>101</sup>

Deve-se lembrar que, do ponto de vista metafísico, as categorias representam os diversos significados do “Ser”. Por outro lado, do ponto de vista lógico, elas são os gêneros supremos aos quais os termos de um juízo devem ser remetidos. Segundo a passagem acima, quando se decompõe um juízo na forma “s é p”, cada um de seus termos encaixa-se necessariamente em uma das categorias. Agora, se os termos da proposição forem considerados isoladamente, nada se pode dizer sobre eles quanto ao aspecto lógico, quer dizer, se são verdadeiros ou falsos. Veracidade ou falsidade só pode ser atribuída aos juízos que os unem na proposição. Quanto a esse ponto, Aristóteles diz:

Nenhum desses termos em si mesmo é positivamente assertivo. Afirmações, bem como negações, somente podem surgir quando esses termos são combinados ou unidos. Toda asserção, afirmativa ou negativa, tem que ser verdadeira ou falsa, o que – ao menos isso – está facultado a todos, mas uma palavra ou expressão não combinada (exemplos: “homem”, “branco”, “corre” ou “vence”) não pode ser nem verdadeira nem ser falsa.<sup>102</sup>

---

<sup>99</sup> *SF*, P. 4.

<sup>100</sup> *Id.* Ibidem.

<sup>101</sup> *Categorias*, 4,1 b 25-27.

<sup>102</sup> *Categorias*, 4, 2 a 4-10.

Os conteúdos das categorias não contemplam apenas o resultado da decomposição dos termos de um dado juízo. Elas representam os aspectos metafísicos e lógicos do ser. Esses dois aspectos perpassam todas as categorias a partir da primeira – a substância – e da qual todas as demais dependem. Nesse sentido, uma mudança na categoria substância implica uma mudança na lógica. Para que haja uma definição válida é necessário que a essência da coisa definida seja expressa por meio do “gênero próximo” e da “diferença específica”. Posto nesses termos, a definição aristotélica de homem é: “O homem é um animal racional”, em que “animal” é o gênero próximo e “racional” a diferença específica.

Um último exemplo que evidencia a relação estreita da lógica aristotélica com sua ontologia diz respeito à querela dos universais. Como já se mencionou, as pressuposições metafísicas de Aristóteles atreladas por ele à sua lógica permanecem mesmo quando não mais subscrevemos sua ontologia. Essa posição é tematizada na disputa sobre os universais, entre nominalistas, de um lado, e realistas, de outro; outrossim, na tentativa de estabelecer o estatuto ontológico dos mesmos. Para Cassirer, tal problema não pode ser resolvido por nenhuma das posições, pois ambas usam uma lógica “contaminada”, por assim dizer, pela ontologia aristotélica. Para o Neokantiano, elas estão interessadas no aspecto metafísico dos conceitos, negligenciando completamente o aspecto lógico destes. E ainda, ambos os lados admitiam que o conceito trata-se de um gênero universal, isto é, um elemento comum abstraído de um dado conjunto de coisas particulares, com uma existência factual separada das coisas, mas apontadas sensorialmente nelas. Sem essa suposição todo conflito deixa de ser inteligível.<sup>103</sup>

O pressuposto sobre o qual Aristóteles fundamentou sua lógica sobreviveu à sua metafísica, por isso, quando se retira da sua lógica o “recheio” ontológico, fica uma lacuna entre o “universal” e o “particular”. Como será mostrado mais a frente, na nova teoria de conceito, o “universal” passa significar a ligação e a ordem dos “particulares”. O “universal” será o princípio que estabelece uma série; e o “particular”, um membro dela. Nota-se que, assim entendida a “universalidade”, não permanece mais atrelada ao significado vago da palavra que a expressa.<sup>104</sup> É com essa leitura de Aristóteles em mente que Cassirer, em 1910, inicia sua pesquisa histórico-sistemática pormenorizando

---

<sup>103</sup> Cf. *SF*, P. 9.

<sup>104</sup> Cf. *SF*, P. 224-25.

a análise de como são construídos os conceitos nas ciências naturais. Segundo o Neokantiano, a ligação entre a ontologia aristotélica e sua lógica exige uma reformulação da última quando se abandona a primeira.

Para Aristóteles, o conceito é um “universal” que define a natureza de uma coisa, a saber, sua essência ou sua substância (*ousia*). Nesse sentido, pondera Cassirer:

A seleção do que é comum permanece um jogo vazio de ideias se não é assumido que, o que é assim ganhado é, ao mesmo tempo, a real Forma que garante a conexão causal e teleológica das coisas particulares. [...] A determinação do conceito de acordo com o seu gênero superior imediato e sua específica diferença reproduz o processo pelo qual a real substância essencialmente revela a si mesma em sua particular forma de ser. Assim é esta concepção básica de substância que as teorias puramente lógicas de Aristóteles fazem referência. O sistema completo de definições científicas seria também uma completa expressão das forças substanciais que controlam a realidade.<sup>105</sup>

Já sobre as categorias aristotélicas, Cassirer comenta:

Quantidade e qualidade, determinações de espaço e tempo não existem em si e neles mesmos, mas meramente como propriedade de realidades absolutas que existem por si mesmas. A categoria de relação especialmente é forçada a uma posição subordinada e dependente desta doutrina metafísica e fundamental em Aristóteles.<sup>106</sup>

A categoria de relação é dependente do ser real e é considerada uma adição que, na realidade, não afeta o ser real. Cassirer chama atenção especialmente para esta categoria, pois ela, fora do esquema categorial de Aristóteles, assume uma posição fundamental na teoria cassireriana do conhecimento. A relação entre uma coisa e suas propriedades é, a partir de então, marco de referência do Neokantiano. A relação deixa de ser uma mera mediação entre as propriedades de um sujeito. Apesar de toda transformação sofrida pela teoria aristotélica da formação de conceitos, ao longo do

---

<sup>105</sup> *SF*, P. 7-8.

<sup>106</sup> *SF*, P. 8.

tempo, os traços que a ligam à sua ontologia ainda permanecem. Isso se faz presente quando Cassirer diz:

Aqui aparece uma distinção metodológica de grande significação. As duas principais formas de lógica que estão em especial oposição uma a outra no desenvolvimento científico moderno são distinguidas – como se tornará claro – pelos diferentes valores que são colocados sobre os conceitos coisa e os conceitos relação.<sup>107</sup>

O conceito de coisa subentende o conceito de substância, e o conceito de relação aponta para o conceito de função. Isso, como vimos no início deste capítulo, entra em cheio na a tese central do *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*.

### 3.2.3. Sobre a teoria (mentalista) moderna

Em um próximo passo, depois de trabalhar aquilo que mais lhe interessava na lógica e na ontologia de Aristóteles, Cassirer continua sua narrativa em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* rumo à época moderna e segue até ao empirismo de Mill. Relativamente a este período, o Neokantiano se posicionou contra aquilo que em seu texto ele designou por “Psicologia da abstração”.

No período moderno, a teoria da abstração e formação dos conceitos na modernidade sofre uma guinada em direção ao sujeito. Por exemplo, se se pensar em autor como Locke, então lembraremos que ele se propõe, entre outras coisas, dar uma resposta adequada a questão: como surge o nosso conhecimento? E no que se refere ao processo de formação dos conceitos, o mesmo autor enfatizou mais o plano psicológico do que o ontológico. Nesses termos, o elemento escolhido no processo de abstração deixaria de vir do objeto externo, situando-se no seu correspondente na mente.<sup>108</sup>

Todavia, segundo Cassirer, se nós comparamos tal estado de coisas com aquilo proposto por Aristóteles, há na realidade, apenas uma substituição de objetos externos por suas imagens mentais; e isso não nos levaria à solução do problema. Os conceitos genéricos pretendem atingir o núcleo das coisas reais, mas, como já dissemos, sua

---

<sup>107</sup> SF P. 8-9.

<sup>108</sup> Um dos aspectos que se encontram em jogo aqui é do aceite do “princípio da imanência”, cuja tese básica diz que só temos acesso imediato às nossas próprias representações (o termo original é *Vorstellung*, no alemão e o correspondente em língua inglesa é o termo *Idea*), ou seja, aos nossos itens mentais.

eficácia não é totalmente confiável, senão apenas aparente. De acordo com o nosso autor:

O conceito não existe, exceto como parte de uma apresentação concreta aliviada de todos os atributos da representação. O que lhe dá a aparência de valor independente e caráter psicológico original é meramente a circunstância que nossa atenção, sendo limitada em seu poder, nunca é capaz de iluminar o todo da representação e tem necessidade de limitá-la à mera seleção de partes.<sup>109</sup>

Entretanto, a alternativa “psicológica da abstração” possui um mérito, a saber, ela é útil para indicar o caminho que leva à significação lógica de qualquer conceito. Dito de outra forma, ela mostra a capacidade da mente de reproduzir representações de objeto independentemente de sua presença física; e nessas reproduções de objetos, e reproduções de reproduções, os elementos diferentes tendem a desaparecer, e os semelhantes, a se acentuar. Na percepção, os elementos comuns das coisas são marcados em nossa mente. Em função de repetidas percepções, traços característicos surgem, outra vez mais, em nossa mente: só que agora sem a presença do objeto mesmo. Quanto a isso, Cassirer afirma:

A progressiva solidificação destas características concordantes, sua fusão em um todo indivisível e unitário, constitui a natureza psicológica do conceito, que está, conseqüentemente, na origem, em função de uma mera totalidade de resíduos memoriais que têm sido deixados em nós por percepções de coisas e processos reais.<sup>110</sup>

Tendo em vista esse processo, o conceito passa a ser apenas um resíduo mental de elementos concordantes acumulados, tendo como pano de fundo algo assim como um vestígio de diferenças esquecidas. Os elementos concordantes são considerados como o núcleo substancial da coisa, e agora já não há diferença significativa entre a concepção de conceito do ponto de vista ontológico e psicológico. Na sequência de seu texto, encontramos Cassirer dizendo:

As diferenças entre as posições ontológicas e as psicológicas são meramente que as “coisas” do escolasticismo eram seres copiados no

---

<sup>109</sup> *SF*, P. 10.

<sup>110</sup> *SF*, P. 11.

pensamento, enquanto aqui [versão psicológica do conceito] os objetos significam nada mais que conteúdos da percepção.<sup>111</sup>

Um outro empirista moderno seria criticado por Cassirer, a saber, Berkeley. O Neokantiano ressalta que a crítica deste à teoria da abstração de Locke tampouco resolve o problema. Referindo-se à teoria de conceitos abstratos, Berkeley afirma que são os próprios filósofos os causadores das dificuldades suscitadas pelo tema, pois levantam a poeira e depois se queixam de não enxergar. Para Berkeley, quando, nos processos abstrativos, são abandonados os dados sensíveis, só se produz deturpações nos objetos. A ideia geral abstrata é base de todo engano e erro. O conceito fundamentado nas ideias gerais abstratas não atinge a essência das coisas, por isso, ao invés de estimular a mente do pensador, enfraquece-a. Cassirer, no entanto, considera que faltou a Berkeley considerar a distinção entre o conceito e a ideia geral abstrata. Dessa maneira, sua crítica atingiria unicamente a ideia geral abstrata e não o conceito. Para justificar sua posição, Cassirer se vale do exemplo do “conceito” de triângulo, em que ele nos diz:

A ideia “geral” do triângulo, isto é, a imagem de um triângulo que não é nem retângulo, nem isósceles, nem escaleno, porém, ao mesmo tempo tem que ser todos eles, é mera ficção. Contudo ao recusar esta ficção, contra sua própria intenção, Berkeley prepara o terreno para outra concepção mais profunda de conceito, já que, ainda que combata a representação geral, deixa incólume a generalidade da função representativa.<sup>112</sup>

No conceito de triângulo, seus elementos devem ser considerados como variáveis de uma função. Ela é a regra unitária de transformação de onde são derivados todos os casos particulares.<sup>113</sup> Nesse sentido, o Neokantiano ressalta que, mesmo no desenvolvimento da teoria moderna de conceito, esse grupo de autores não havia notado que os conceitos científicos – sobretudo na física e na matemática – eventualmente possam ter outros propósitos além do que aqueles concedidos desde os primórdios, até a escolástica.<sup>114</sup>

---

<sup>111</sup> Id. *Ibidem*.

<sup>112</sup> *PSF*, vol. III, P. 496.

<sup>113</sup> Cf. *PSF*, vol. III, P. 494-97.

<sup>114</sup> Cf. *SF*, 9. E ainda em *EP* Vol. II, P. 219 ss.

### 3.2.4. Na senda dos modernos: Mill e seu empirismo radical

Fiel ao recurso da experiência como princípio supremo de sua filosofia, Mill quiçá foi um dos mais radicais empiristas. Ele pretendeu, entre outras coisas, fundamentar as verdades matemáticas em determinados fatos empíricos. Dito de outra forma, o inglês teve como objetivo derivar os princípios da aritmética da observação empírica.<sup>115</sup> Mas, como a história nos mostrou, essa posição foi combatida em, pelo menos, duas frentes diferentes. Muito provavelmente a mais conhecida delas foi aquela de Frege, nos *Fundamentos da Aritmética*,<sup>116</sup> texto em que o filósofo de Jena criticou de modo incisivo o empirista inglês. A outra das críticas, talvez menos conhecida que anterior, é direcionada por Cassirer em 1910, a qual nós traremos ao debate neste momento.

A avaliação de Cassirer da explicação milliana é, de início, a de que este autor esclarece o significado da experiência de numerar e medir, apoiando-se na precisão e na confiabilidade das imagens em nossa mente. De acordo com Mill, a imagem retida na memória substitui o objeto sensível. Sendo assim, novas verdades matemáticas podem ser geradas sem o concurso de objetos externos. Quanto a isso Cassirer afirma:

Desta maneira pode ser concebido que, a fim de atingir novas verdades geométricas ou aritméticas, nós não necessitamos de renovar as percepções de objetos físicos; a imagem-memória, em virtude de sua clareza e distinção, é hábil para suplantar o próprio objeto sensível.<sup>117</sup>

Ademais, Mill estabelece uma similaridade entre as ideias matemáticas e as impressões sensíveis originais. Porém, tal similaridade não existe, defende Cassirer, pois as ideias matemáticas não são inerentes às coisas. Nos termos do Neokantiano:

Na definição de matemática pura, como a explanação do próprio Mill mostra, o mundo das coisas sensíveis e suas representações são não só

---

<sup>115</sup> Por exemplo, uma proposição como:  $1+2 = 3$ , o empirista defende, grosso modo, que haveria um processo que descreve o ato de ver três coisas como o resultado do ajuntamento de duas coisas com uma outra.

<sup>116</sup> Cf. especialmente os §§ 5-8 do texto de Frege.

<sup>117</sup> *SF*, P. 13.

reproduzidas, como transformadas e suplantadas por uma ordem de outra espécie.<sup>118</sup>

Nas definições da matemática, os dados das impressões não são reproduzidos na ordem em que eles ocorrem, mas uma ordem diferente lhes é imposta. Essa nova ordem revela-nos várias funções e, com isto, o conceito fica muito além da abstração tradicional. Ademais, o que é válido para os conceitos da matemática também vale para os da física. Nesta os conceitos não são cópias dos objetos estudados. O que a física faz é colocar, em lugar de uma multiplicidade do sensível, outra multiplicidade coerente com as condições teóricas preestabelecidas.

Uma lição importante a ser levada em conta na filosofia de Cassirer e sua relação crítica com os empiristas refere-se a nada mais que uma das teses mais relevantes em sua epistemologia, a saber, aquela que diz que o sujeito não tem acesso a um “dado sensível puro”. Precisamente nesse contexto, a tese da “pregnância simbólica” assume um papel decisivo.<sup>119</sup>

A percepção não recebe o dado sensível puro, mas antes o constrói simbólica e significativamente. Dessa forma, um mesmo dado sensível pode ser “visto” por perspectivas diferentes. A tese da “pregnância simbólica” nega a tese básica do sensualismo – a qual afirma que o dado sensível é um dado fenomenológico puro. Segundo Cassirer, o dado sensível sempre é carregado de sentido pela percepção que é originariamente simbólica. Mesmo na mais elementar experiência sensível, nunca existe um mero dado sensível. Toda experiência contém sempre um dado sensível com significado: para Cassirer, os sujeitos não recebem os puros dados sensíveis e os transformam, pelo fato de que eles aparecem impregnados de sentido; ou seja, o dado sensível já surge imediatamente incorporado com o significado.<sup>120</sup> A pregnância simbólica é a condição de possibilidade de todo modo de compreensão de mundo, pois ela evidencia o caráter simbólico originário da nossa percepção. E isso remete a outra tese central de Cassirer, a da “simbólica natural”, *i.e.* que a capacidade da

---

<sup>118</sup> *SF*, P. 14.

<sup>119</sup> A tese cassireriana de “pregnância simbólica” foi desenvolvida no terceiro volume de *Filosofia das Formas Simbólicas*. Embora esse texto tenha sido publicado já no final da década de 1920 e *SF* date 1910, já neste último ensaio o autor defende o caráter simbólico da ciência.

<sup>120</sup> A definição de “Pregnância simbólica” de Cassirer é esta: “por ‘pregnância simbólica’ há de entender-se o modo como uma vivência perceptual, isto é, considerada como vivência ‘sensível’ entranha ao mesmo tempo um determinado ‘significado’ não intuitivo que é representado concreta e imediatamente por ela” (*PSF*, Vol. III, P. 238).

consciência representar simbolicamente é um fenômeno originário próprio da sua essência. Desse modo, segundo Cassirer:

1. A capacidade de representar é originária no ser humano; representação simbólica só existe porque existe a capacidade inata de representar, ou seja, a simbólica natural.
2. Toda simbólica artificial pressupõe a simbólica natural, pois esta é sua “condição de possibilidade”.
3. Toda percepção já é constituída simbolicamente, isto é, por meio de símbolos, graças à tese da “pregnância simbólica”.
4. Quando se perde a capacidade de representar o mundo simbolicamente, perde-se também a capacidade de ordená-lo, sob diferentes perspectivas de igual validade.

Esses são os quatro pilares fundamentais que sustentam a tese filosófica mais interessante de Cassirer, agora no marco de sua *Filosofia das Formas Simbólicas*, a saber, a de que existe uma pluralidade de modos de compreensão de mundo.

Para exemplificarmos a tese pluralista do Neokantiano, analisemos o fenômeno de um simples traçado de linhas que formam um determinado desenho.<sup>121</sup> O mesmo traçado pode ser concebido de múltiplas maneiras, e todas elas igualmente válidas, quais sejam:

1. como uma obra de arte para o pensamento estético;
2. como uma figura mágica para o pensamento mítico;
3. como uma função lógica para a matemática.

### **3.2.5. Da reforma da lógica**

No período em que *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* foi publicado, o autor da obra adverte seu leitor para que ele se atente a uma mudança de rumo, relativo, em especial, à evolução da ciência nas últimas décadas. E que esta se mostrava um quadro bem diferente do passado, cuja influência da lógica tradicional é marcante.<sup>122</sup> E o caso é similar quanto à variedade de sistemas filosóficos, desde a antiguidade clássica até seu

---

<sup>121</sup> Esse exemplo é do próprio Cassirer. Cf. seu ensaio de 1938 *Zur Logik der Symbolbegriffs*, especialmente as páginas 153-154.

<sup>122</sup> Cf. *SF*, P. 3.

momento: a lógica formal neles empregada permaneceu sem alterações significativas até bem pouco tempo (*i.e.*, o século dezanove).

A lógica clássica, como instrumento usado na formação de muitos sistemas filosóficos, vai aos poucos cedendo lugar a essa nova lógica emergente, que é resultado de uma síntese bem conduzida entre a lógica clássica e a teoria da multiplicidade, que tem como caso particular a “teoria dos conjuntos”.<sup>123</sup> O importante é que essa teoria não se limita a solucionar problemas apenas no âmbito da matemática.<sup>124</sup>

Ainda que a reforma moderna da lógica tenha sido profícua, de fato, ela ainda não atingiu o ponto central do assunto. Para o Neokantiano, uma simples inversão da ordem entre teoria do juízo e teoria do conceito, ainda que bem-vinda, é um expediente superficial. Para Cassirer, o núcleo do problema encontrava-se no seguinte:

Qualquer tentativa para transformar a lógica precisa se concentrar, acima de tudo, sobre este ponto: toda crítica da lógica formal está contida na crítica da doutrina da construção de conceitos (*Begriffsbildung*).<sup>125</sup>

Mais ainda, segundo nosso autor, só se terá o conceito natural do mundo quando se atacar sua própria substância, ou em seus termos: “sua forma global”.<sup>126</sup> Quanto a isso, Cassirer numa espécie de “espírito kantiano”, estabelece um novo tribunal,<sup>127</sup> ao dizer:

Todos os testemunhos anteriores da “realidade”, por seguros e fidedignos que sejam a “sensação”, a “representação”, a “intuição”, são agora citados ante um tribunal e interrogados.<sup>128</sup>

E conclui dizendo que:

Este tribunal do “conceito” e do “pensamento puro” não é constituído no mesmo momento em que se inicia a própria reflexão filosófica senão

---

<sup>123</sup> Interessante notarmos aqui que o contexto de *Ausdehnungslehre*, de Grassmann, seria retomado por Felix Klein. Sobre a relação deste, cf. novamente IHMIG, 1999. Ademais, os pontos de partida de determinados autores nesse contexto são importantes: por um lado, Frege parte da lógica (propondo sua reformulação desta), por outro, Dedekind parte da teoria de conjuntos (propondo uma lógica enquanto uma teoria do pensar puro e identificando lógica com a mencionada teoria).

<sup>124</sup> Cf. *SF*, P. 4.

<sup>125</sup> *SF*, P. 4.

<sup>126</sup> *PSF*, vol. III, P. 481.

<sup>127</sup> Cf. sobre o tribunal da “razão Pura” de Kant: *KrV* A XI-XII.

<sup>128</sup> *PSF*, vol. III, P. 481.

que corresponde já aos começos de toda consideração científica do mundo, pois já aqui o pensamento não se contenta simplesmente em traduzir para sua linguagem o dado na percepção ou intuição, senão que efetua uma transformação característica do dado, uma reformulação ideal.<sup>129</sup>

Por intermédio dessa reflexão mencionada por Cassirer na passagem acima, entra em cena o processo de abstração: a fim de determinar uma característica comum, vários objetos particulares são percorridos. Esse processo elimina dos objetos selecionados os elementos que não são similares, uma vez que tem em vista a unidade do conceito. De início, já fica claro que este procedimento só apresenta um aspecto da realidade fenomênica que pretende conceituar.

No supremo gênero de um grupo de objetos somente estão presentes as características que foram preservadas, e as espécies são definidas em função delas. Essas características mantidas estabelecem a extensão do conceito. Quando “se desce” – por assim dizer – de um nível mais alto para um mais baixo, essas características aumentam, quando “se sobe”, elas diminuem. Assim, quanto mais geral é um conceito, menos conteúdo específico ele possui. O nível mais alto de um conceito é, portanto, o mais pobre e vazio de todos. Esta vacuidade de um conceito supremo levanta a primeira suspeita sobre a teoria tradicional da formação dos conceitos.<sup>130</sup>

Para Cassirer, existe uma lacuna entre os conceitos envolvidos nas leis científicas e os conceitos filosóficos que examinam os fundamentos dessas leis. E o mencionado hiato seria preenchido pelo conceito matemático que dá parte do nome do título de sua obra, a saber, o de função. Esse conceito é, precisamente, o nexos que possibilita a transferência da precisão do conceito matemático para o filosófico.

O que se espera de um conceito é uma especificação que não dê margem a nenhuma ambiguidade. A teoria tradicional da formação de conceitos, quando comparada com a formação dos conceitos científicos, deixa dúvidas acerca de sua validade e aplicabilidade. A esse respeito Cassirer afirma:

---

<sup>129</sup> Idem, *ibidem*.

<sup>130</sup> Cf., *SF*, P. 6.

Se o alvo final deste método de formação de conceitos é inteiramente vazio, então todo o processo que conduz a ele deve levantar suspeita.<sup>131</sup>

Um conceito científico não pode apresentar indefinição ou ambiguidade.<sup>132</sup> Portanto, o processo tradicional de formação de conceito está longe de evitar esse inconveniente, logo, não oferece garantia, pelo menos no que tange à sua aplicação no campo da ciência. Quanto maior o avanço no processo de formação de um conceito científico, mais ele se torna determinado e preciso. O inverso se dá na formação tradicional dos conceitos: quanto mais um conceito aproxima-se da meta final, mais vago e impreciso fica. Do ponto de vista lógico, defronta-se agora com um problema que se instala no núcleo da formação dos conceitos.

Quando uma propriedade similar de vários objetos é eleita para representar a essência deles, em realidade, está se tomando uma parte pelo todo, e o processo não oferece nenhuma garantia que a propriedade escolhida represente a real “essência” do objeto. Além do mais, o conceito superior deve explicar o inferior, o que no caso não ocorre. Cassirer afirma:

O conceito mais alto visa tornar inteligível o mais baixo, estabelecendo na abstração o fundamento da sua forma especial. De qualquer modo, a regra tradicional para a formação do conceito genérico não contém em si nenhuma garantia de que este fim será realmente atingido.<sup>133</sup>

Esse processo não garante que a propriedade comum escolhida é exatamente aquela que determina a estrutura de todos elementos do conjunto. Disso evidencia-se que o processo de formação do conceito tradicional é insuficiente e precisa ser complementado. No que se refere ao que designamos por processo de subida, ele é válido, mas é insuficiente, na medida em que vai abandonando as características particulares do objeto. Por outro lado, há uma necessidade de preservar o particular no universal para, a qualquer momento, voltar a ele sem ambiguidades.

---

<sup>131</sup> *SF*, P. 6.

<sup>132</sup> Lembremos que, no horizonte de *PSF*, Cassirer estabelece as três funções simbólicas básicas: 1. Expressão (*Ausdruck*); 2. Representação (*Darstellung*); e 3. Significado puro (*Reine Bedeutung*). Sendo esta última característica da ciência.

<sup>133</sup> *Id.* *Ibidem*.

Em alguns itens anteriores, vimos que Cassirer enfatiza no pensamento de Aristóteles que os conceitos visavam descrever e classificar objetos das ciências naturais. Porém, segundo nosso autor, fora dessas ciências sua teoria de conceito não apresentou o sucesso esperado.<sup>134</sup> Um fato que exemplifica essa inadequação da teoria aristotélica é sua aplicação aos conceitos de entes geométricos. Eles não podem ser abordados eficazmente pela teoria aristotélica. Na *Metafísica*, após uma argumentação sobre a anterioridade da “Substância” ao “atributo”, Aristóteles conclui dizendo o seguinte:

É claro, pois, que nem o resultado da abstração tem anterioridade, nem o que se produz pelo acréscimo de determinantes tem posteridade substancial; pois, é pelo acréscimo de um determinante a “pálido” que falamos no homem pálido. O que procede basta para provar que os seres matemáticos não são substâncias em grau mais eminente do que os corpos; que não são anteriores aos sensíveis quanto ao ser, mas apenas quanto à definição; e que não pode ter em lugar algum uma existência separada. Mas, como tampouco é possível que existam nos sensíveis, torna-se evidente que não existem em absoluto, ou existem em algum sentido especial ou restrito. Com efeito, “existir” tem muitas significações.<sup>135</sup>

De início, aqui Aristóteles está se posicionado contra a hipótese das ideias de Platão, mas ele não proíbe de tratar os entes matemáticos como se fossem idealizados; uma vez que conceitos como ponto, linha e superfície não são abstrações de coisas reais porque eles não existem nestas coisas. Os conceitos matemáticos são gerados por definições genéticas. Tal definição, diferentemente de uma definição nominal, garante por si só a existência do que é definido.<sup>136</sup> Uma esfera, por exemplo, é definida como o sólido geométrico gerado pela rotação completa de um semicírculo em torno do seu diâmetro<sup>137</sup> e se apresenta com características completamente diferentes dos conceitos construídos pelo processo de abstração tradicional. Enquanto esses últimos procuram encaixar em uma unidade toda a similaridade das coisas, os primeiros criam uma

---

<sup>134</sup> Cf. *SF*, 12.

<sup>135</sup> *Metafísica*, XIII, 2 1077 B 14-19.

<sup>136</sup> Cf. *PSF*, vol. III, P. 412-445.

<sup>137</sup> Cf. *SF*, P. 12.

multiplicidade por meio de uma síntese progressiva de conexão construtiva que é executada pelo intelecto.<sup>138</sup>

Esse novo processo de “abstração” aparece aqui em oposição a uma abstração vazia, como um ato do próprio pensamento construindo um sistema de relações. Cassirer assim afirma:

Aparece aqui, em oposição a uma vazia “abstração”, um agir do próprio pensamento, uma livre produção de certos sistemas relacionais. Pode ser facilmente entendido que a teoria lógica da abstração, mesmo em suas formas modernas, tem frequentemente tentado apagar esta oposição, pois é neste ponto que questões como o valor e a unidade interna da teoria da abstração precisam ser decididos.<sup>139</sup>

Para o autor, a teoria da formação de conceitos tem

1. um aspecto lógico;
2. um aspecto psicológico e, por último,
3. um aspecto metafísico.

O processo de abstração matemática descarta os aspectos metafísicos e psicológicos do conceito e se atém apenas ao aspecto lógico deste. A separação requerida no processo abstrativo tem um caráter lógico-linguístico e não ocorre na mente, e sim no discurso. A abstração é feita atribuindo definições aos entes matemáticos. Por exemplo: a esfera é uma superfície idealizada formada por todos os pontos do espaço, equidistantes de um ponto chamado centro. Esse conceito é abstraído de qualquer corpo arredondado, idealizando-lhe a superfície e impondo-lhe uma definição que estabelece a condição de igual distância da superfície ao centro. Se, além disso, quando a definição matemática indica o modo pelo qual a figura é gerada, ela se diz genética.

---

<sup>138</sup> Cf. *PSF* vol. III, P. 479-487.

<sup>139</sup> *SF*, P. 12.

Priorizar o aspecto lógico da formação de conceitos representa, para Cassirer, um divisor de águas: “Ou a doutrina da abstração [tradicional] perde a sua validade universal, ou perde o seu caráter lógico específico que, de origem, lhe pertence”.<sup>140</sup>

Os mesmos problemas gerados pela abstração tradicional comparecem também em toda visão ingênua do mundo. Os conceitos de múltiplas espécies e gêneros surgem por suposição das similaridades dos elementos contra as suas diversidades. Enquanto as primeiras aparecem em todas as coisas, as segundas mudam de caso a caso. A similaridade pode ser frutífera ou julgada como tal, porém ela é incapaz de resolver a questão. A característica principal da abstração é o ato de identificação que liga um conteúdo observado no passado a outro similar no presente, por meio de uma síntese que não tem nenhum correlato na percepção.

Apesar da inadequação da teoria psicológica da abstração, para Cassirer, ela fornece uma pista valiosa para a solução do problema: uma impressão do passado é ligada a uma impressão similar no presente, e esta identificação é o fundamento de toda a abstração, mas dependendo do tipo de síntese, o mesmo conteúdo pode ter apreensões de formas diferentes. Esse “postulado” da psicologia da abstração garante que os elementos da percepção possam ser ordenados, para considerações lógicas, em “séries de similares”.<sup>141</sup> O conceito de objetos abstratos, sem estes arranjos, jamais poderia surgir. Ademais, há um processo de dependência entre os membros da série.

Dizemos que uma multiplicidade sensorial é conceitualmente apreendida e ordenada, quando seus membros não permanecem próximos um ao outro, sem relação, mas, procedem de um definido princípio, de acordo com uma fundamental relação geradora, em necessária sequência. É a identidade desta relação geradora, mantida através das mudanças nos conteúdos particulares, que constitui a específica forma do conceito.<sup>142</sup>

A representação das coisas com seus elementos semelhantes, como o lado psicológico da questão, não afeta o conceito como acima entendido. Nesse sentido, encontramos aqui “perdas” e “ganhos”. A pobreza, por um lado, da teoria da abstração tradicional, vista por outro ângulo, é aparente, pois, por outro, comporta uma riqueza

---

<sup>140</sup> *Id.* Ibidem.

<sup>141</sup> Cf., *SF*, P. 15.

<sup>142</sup> *SF*, P. 15.

quando sugere diversas maneiras possíveis de ordenar o conteúdo. Só quando esses conteúdos são ordenados conservando suas qualidades e peculiaridades é que se atinge o verdadeiro significado de conceito. Se séries com elementos estritamente semelhantes são concebidas, pode-se concebê-las também com elementos que apresentam certo grau de diferença entre si. Assim, são concebidas séries ordenadas de acordo com: igualdade, desigualdade, números, magnitudes espaciais e relações temporais ou causais. Cassirer aponta um caráter de necessidade entre os elementos relacionados:

A relação de necessidade assim produzida é um caso decisivo; o conceito é meramente a expressão e invólucro dela, e não a representação genérica que pode surgir incidentalmente sob circunstâncias especiais, mas que não entra como um efetivo elemento na definição de conceito.<sup>143</sup>

### **3.2.6. Cassirer e sua proposta funcional de 1910**

De acordo com as palavras de Cassirer na última citação do item anterior, o núcleo do conceito é a relação de necessidade. O filósofo afirma que o conceito é apenas uma “casca”. O seu núcleo é uma relação de necessidade entre os elementos do conteúdo que, de modo geral, aparece ocultada por expressões ambíguas tais como “comparar conteúdos”. Há, dessa maneira, a necessidade de um aprofundamento no que deve ser entendido por comparação de conteúdos. Nele nota-se a existência de diversas funções. Também vimos que a abstração costumeira mais obscurece do que soluciona a questão, uma vez que ela favorece a ambiguidade e, assim, confunde a definição do conteúdo da percepção com as partes do próprio conteúdo.<sup>144</sup> E Além disso, tanto a similaridade quanto a diversidade não são componentes da sensação, senão que inferidas pela mente.

As qualidades de uma coisa e a relação entre elas são colocadas no mesmo nível. A tarefa do pensamento é unicamente selecionar o elemento comum em várias coisas. Essa seleção da propriedade comum presente em diversas coisas é apenas uma entre outras possibilidades de conexão. Tal tarefa não se resume apenas a identificar um elemento comum pela similaridade em uma série. A conexão dos membros de uma série por meio de uma propriedade comum é uma possibilidade lógica e nada mais. Por

---

<sup>143</sup> *SF*, P. 16.

<sup>144</sup> *Cf.*, *SF*, P. 16.

exemplo, na série *ar, as, at, (...)*, o elemento comum *a* é abstraído, mas pode ser ligado a uma outra série, *e.g., a, b, c, d, (...)*.

Em uma dada série, embora o conteúdo de cada termo seja diferente, as regras de ligação são as mesmas. A ligação entre os membros de uma série é estabelecida por uma determinada lei que possibilita uma sucessão. O que une vários elementos de uma série não é um novo elemento, e sim uma regra de sequência – a qual, em sua concepção matemática, é uma sucessão de termos ligados por uma lei bem definida – que é independente dos elementos e não contém nenhum deles. Essa lei é, justamente, uma função.  $F(a, b)$  liga *a* com *b*.  $F(b, c)$  é a mesma função, mas agora liga *b* a *c*, e assim sucessivamente.<sup>145</sup>

A unidade do conteúdo conceitual é extraída dos elementos, não obstante esse processo deva ser entendido como efetuado sobre a conexão dos elementos constituintes, e nunca no sentido de que a regra seja por alguém construída, quer negligenciando algumas partes, quer fazendo súmula de algumas descobertas, e que seja, por fim, imposta aos elementos da série. De tal forma, a “abstração” é feita sobre a conexão dos elementos e não entre os elementos. Com isso, uma prioridade da relação sobre os elementos é estabelecida.

Quanto a construção dos conceitos, o aspecto lógico aparece na relação entre o todo e a parte. Por exemplo, já o conceito genérico supõe a relação entre a coisa e seus atributos, entretanto pretende equivaler ao aspecto lógico baseado em auto-evidência que não existe, visto que o que parece ser “dado” na realidade é inferido. Aqui se tem o início de um processo que abrange o conceito do todo e de suas partes, bem como o conceito de coisa e seus atributos inseridos em um sistema de categorias lógicas. Afirma Cassirer nesse sentido que:

Os atos categóricos com os quais caracterizamos os conceitos do todo e de suas partes, e da coisa e seus atributos, não estão isolados, mas pertencem a um sistema de categorias lógicas que, contudo, não intentam exaurir.<sup>146</sup>

Sendo assim, para descrever um fato no mundo natural, a categoria *coisa* fornece, por um lado, apenas uma visão ingênua e, por conseguinte, imprecisa. Já a

---

<sup>145</sup> Cf., *SF*, P. 17.

<sup>146</sup> *SF*, P. 18.

matemática pura oferece, por outro lado, um conceito preciso no qual, de início, as propriedades das coisas são desconsideradas. Partindo do estabelecimento do sistema lógico de relações, todas as propriedades da coisa que foram inicialmente desconsideradas pela abstração matemática sob o aspecto psicológico podem ser perfeitamente determinadas, pois sob o aspecto lógico foram preservadas.

Em virtude de seu processo abstrativo a doutrina tradicional da formação de conceitos apresenta um lado negativo, em especial quando ascende do particular para o universal. Nessa dita “subida” são excluídos os elementos diferentes por considerá-los irrelevantes no objeto alvo da abstração. A capacidade de esquecimento da mente favorece tal processo, pelo fato de que ela tende naturalmente a desconsiderar as particularidades. As similaridades constatadas em vários objetos representados na mente devem ser retidas. Isso se deve exclusivamente à fraqueza das imagens reproduzidas pela memória. A comparação feita entre um atributo de um objeto presente com um ausente representado na mente nunca se apresenta com uma similaridade absoluta. Existe sempre uma diferença de grau entre o mesmo atributo de objetos diversos. Assim, quanto maior a concentração na intuição dos elementos sensíveis de um objeto, maior a incapacidade de estabelecer seu conceito pelo processo tradicional, pois, quanto mais nítido se torna um atributo do objeto considerado, mais diferente ele aparece do seu “similar” em outros objetos. Se os aspectos parciais dos objetos, em cada nova percepção, fossem acumulados até atingir sua totalidade em uma imagem na memória, não haveria condições de escolher nenhum deles, uma vez que apresentariam graus de diferença de uma para outra percepção. Dessa maneira, para Cassirer, a formação tradicional de conceitos é fruto de uma “debilidade” da mente.<sup>147</sup> É em sua definição e clareza que o aspecto lógico-matemático dos conceitos se diferencia dos aspectos ontológicos ou psicológicos. Cassirer contrasta a precisão dos primeiros quando comparados com os últimos.<sup>148</sup>

Uma fórmula matemática contém não apenas todos os casos particulares que pertencem ao seu domínio, mas a possibilidade de dedução de cada um deles a partir dela. Aqui se evidencia a maneira diferente da construção dos conceitos na matemática e na ontologia. Enquanto os primeiros levam consigo, na ascensão para o universal,

---

<sup>147</sup> Cf., *SF*, P. 18.

<sup>148</sup> Cf. sobre a teoria de formação de conceito em Cassirer em LINDGREN (1968).

todos os casos particulares bem como a possibilidade de os deduzirem a qualquer momento; os segundos fazem sua ascensão excluindo os casos particulares.

Para Cassirer, nos conceitos ontológicos, o universal aparece simplesmente como uma palavra que deixou para trás os casos particulares que seu significado abrangia. Já no conceito matemático o universal aparece como uma ligação necessária entre os elementos particulares, e o que constitui a universalidade é a regra que une esses elementos. O Neokantiano cita como exemplo expressivo, sem detalhar,<sup>149</sup> a equação que representa o círculo e a elipse. Quando uma superfície cônica é cortada por um plano, dependendo de sua posição em relação ao plano da base, podem ser formadas as curvas: hipérbole, elipse, círculo, parábola ou ainda: duas retas paralelas, uma única reta ou um ponto. Todos estes entes geométricos estão incluídos na equação geral de uma secção cônica. Para deduzir uma curva ou outra basta colocar a equação em sua posição padrão que a característica peculiar da curva aparece. Cassirer, contrastando os dois tipos de conceitos, afirma: “Aqui o conceito mais universal mostrou-se também o mais rico em conteúdo”.<sup>150</sup> E conclui da seguinte maneira:

É evidente de novo que a estrutura característica do conceito não é a “universalidade” da representação, mas a validade do princípio de ordem de uma série. Nós não isolamos qualquer parte abstrata da multiplicidade que está diante de nós, mas criamos para os seus membros uma definida relação, ao pensá-los como unidos por uma lei que os inclua.<sup>151</sup>

Segundo Cassirer, os lógicos de seu tempo também trataram desse mesmo problema em questão. E mais ainda, eles se opuseram à abstrata universalidade do conceito pela concreta universalidade das fórmulas matemáticas. Enquanto o gênero negligencia toda a especificidade, a fórmula matemática a estabelece sistematicamente no todo. Em *SF* é citado um outro exemplo para evidenciar a superioridade do conceito matemático sobre o ontológico, agora no campo da álgebra. E esse exemplo é tirado de Drobisch e seu livro *Neue Darstellung der Logik*.<sup>152</sup> Tal problema consiste em determinar dois “números inteiros” cuja soma é vinte cinco, e que um deles seja

---

<sup>149</sup> E isso é típico de Cassirer: sua maleabilidade por vezes flerta com a imprecisão conceitual. Algo que em determinados momentos é problemático, como veremos no capítulo 4.

<sup>150</sup> *SF*, P. 20.

<sup>151</sup> Id. *Ibidem*.

<sup>152</sup> Cf. *SF*, P. 20.

divisível por dois, e o outro por três. Para tornar o exemplo mais útil e significativo deve-se considerar que: quando o autor diz “números inteiros” quer dizer números naturais. Ademais, ele pede apenas um par de números nas condições dadas, porém no enunciado deveria pedir todos os pares de números que são a solução do problema. Isto é o que pode ser deduzido pela solução que ele apresenta logo em seguida.

Como existem poucos pares de números naturais que quando adicionados totalizam vinte cinco (primeira condição), eles podem ser todos listados para a escolha dos que satisfazem a segunda condição. São eles: vinte e dois e três, dezesseis e nove, dez e quinze, e, finalmente, quatro e vinte e um. Assim, todas as soluções são possíveis, porém, se o conjunto universo for os números reais, este processo será inviável.

Nesse caso, optou-se por um processo algébrico:

$$x + y = 25 \quad (1)$$

$$x = 2z \text{ e } y = 3z \quad (2)$$

Nesta solução,  $x$  e  $y$  são parametrizados em função de  $z$ , que fornecerá um parâmetro comum para satisfazer a segunda condição imposta pelo problema, isto é,  $x$  ser divisível por dois e  $y$  ser divisível por três ou vice-versa. Substituindo em (1) os valores de (2) vem:

$$2z + 3z = 25, \text{ ou seja,}$$

$$5z = 25,$$

$$\text{logo, } z = 5$$

Agora, do valor de  $z$ , e substituindo-o em (2), obtém-se:

$$x = 2.5 = 10 \text{ e } y = 3.5 = 15.$$

Esta é apenas uma entre as outras quatro soluções já conhecidas. Ademais, Esta é, evidentemente, uma solução particularizada pela obtenção do parâmetro  $z$ , comum aos números divisíveis por dois e por três. Uma solução geral e completa deve ser feita por meio de operações com funções.

Todos os valores do primeiro número  $x$  serão representados pela função  $A(z)$  e todos os valores de  $y$  por  $B(z)$ . Para satisfazer a primeira condição usa-se:

$$A(z) + B(z) = 25 \quad (1)$$

Para satisfazer a segunda condição, que exige ser o primeiro número múltiplo de dois, por conseguinte par, e o segundo, múltiplo de três e ímpar, usam-se:

$$A(z) = 2z \quad (2)$$

$$B(z) = 3(2z+1) = 6z+3 \quad (3)$$

A equação (1) reescrita e  $B(z)$  substituída por seu valor (3) encontra-se:

$$A(z)+6z+3 = 25.$$

E, isolando  $A(z)$  no primeiro membro, obtém-se:

$$A(z) = 25-6z-3 = 22-6z \quad (4)$$

Agora todos os valores das funções  $A(z)$  em (4) e  $B(z)$  em (3) podem ser encontrados atribuindo a  $z$  os valores dos quatro primeiros números naturais, 0, 1, 2, 3.

$$A(z) = 22-6z \text{ e } B(z) = 6z+3$$

$$A(0) = 22 \quad B(0) = 3$$

$$A(1) = 16 \quad B(1) = 9$$

$$A(2) = 10 \quad B(2) = 15$$

$$A(3) = 4 \quad B(3) = 21$$

Dessa maneira, são encontrados todos os valores que solucionam o problema dentro daquelas condições impostas. Considerando a adição dos dois números algebricamente, o domínio da função pode ser ampliado para todos os números naturais.

Na primeira solução desse problema foi possível achar os números listando todos os casos, uma vez que seu universo era restrito a poucos valores. Na segunda solução, através de um sistema de equações, um único par de números que atende as condições é encontrado. Na terceira solução, porém, obtêm-se todos os pares de números que atendem às duas condições anteriormente apresentadas.

As funções que possibilitaram esse tipo de solução poderiam ainda ter seus domínios ampliados para todos os números naturais e o resultado seria de infinitos pares cuja adição algébrica totaliza vinte e cinco. A fórmula expressa nessas funções apresenta uma concreta universalidade, pois abrange todos os casos possíveis e também qualquer caso particular, bastando, para isto, a indicação de um parâmetro.

Nesse sentido, Cassirer endossa Drobisch que conclui:

Toda função matemática representa uma lei universal que, em virtude de sucessivos valores que a variável pode assumir, contém dentro de si todos os casos particulares para os quais ela é um suporte.<sup>153</sup>

Para o Neokantiano, aqui está uma porta aberta para o desenvolvimento da nova lógica. Isso pode ser observado em suas próprias palavras:

Se, entretanto, isto é uma vez reconhecido, um campo completamente novo é aberto para a lógica. Em oposição à lógica do conceito genérico, que como nós vimos, representa o ponto de vista e a influência do conceito de substância, agora aparece à lógica do conceito matemático de função.<sup>154</sup>

E ainda, essa forma de lógica ultrapassa, em muito, o âmbito da matemática. Ela abarca todo e qualquer conhecimento da natureza, “pois o conceito de função constitui o esquema geral e modelo, de acordo com o qual o moderno conceito de natureza tem sido modelado em seu progressivo desenvolvimento histórico”.<sup>155</sup>

Em *SF*, Cassirer cita um outro exemplo para ilustrar a formação de conceito segundo o esquema funcional, só que dessa vez no campo da química. Trata-se do conceito de metal partindo do ouro, prata, cobre e chumbo. Pelo processo tradicional de abstração, esses elementos vão perdendo suas características individualizantes e retendo apenas a característica comum a todos eles. Evidentemente, o conceito genérico de metal, não pode conter, por exemplo, a cor do ouro, da prata, do cobre e do chumbo etc. Se, por um lado, no processo de “subida”, para conseguir o conceito de metal, abandonam-se as características particulares dos elementos e nisto se obtém êxito, por outro lado, quando há a necessidade de precisar um elemento, o processo de “descida” para o particular, que vai identificar um metal, fica totalmente inviabilizado.

Citando Lotze, sobre uma crítica que ele direciona a teoria tradicional da abstração, Cassirer nos diz:

Como ele [Lotze] explica, a real prática do pensamento na formação dos conceitos não segue o curso prescrito por esta doutrina; pois ela

---

<sup>153</sup> *SF*, P. 21.

<sup>154</sup> Id. *Ibidem*.

<sup>155</sup> Id. *Ibidem*.

nunca é satisfatória ao avançar para o conceito universal, negligenciando as propriedades particulares sem reter um equivalente para elas.<sup>156</sup>

Essa crítica chama atenção sobre os elementos que são abandonados no processo de “subida”. As características abandonadas devem ser substituídas por algo equivalente a elas e, que garanta uma precisa identificação no movimento de “descida”. Aquilo que é abandonado de uma maneira, por não poder figurar explicitamente no conceito geral, terá que ser preservado de outra, para posterior identificação do particular. A coloração amarela do ouro não pode figurar no conceito geral de metal. Essa “marca”, característica do ouro, é substituída por uma variável que registra todas as cores que metais possam ter.

Na nova teoria, o abandono das peculiaridades de um objeto é apenas aparente, pois, no esquema funcional, elas são preservadas e podem ser reconstituídas sempre que necessário. O que é cancelado de uma maneira é mantido por outra, segundo um novo esquema lógico. Nesse tipo de abstração é verificado um real ganho, pois as propriedades fixadas na série por regra universal possibilitam a pesquisa de todas as determinações possíveis. De uma dada série: *abc, ade, afg*, etc. que representa um objeto qualquer em que o elemento *a* é comum, e os demais, diferentes, porém variáveis, temos: A propriedade *b* estaria em função de *x*:  $B(x)$ . A propriedade *c* em função de *y*:  $C(y)$ . A propriedade *d* em função de *z*,  $D(z)$ , e assim sucessivamente. Os membros desta série podem ser unificados em *a, x, y, z, (...)*, que contempla a totalidade de seus membros.<sup>157</sup>

Considerando o que vimos, o conceito matemático de função deve contemplar todos os elementos essenciais do objeto abstraído. Nele, não são abandonados os elementos diferentes, como no exemplo dos metais citados, para conservar apenas os que lhes são comuns. Todas as características desses metais são substituídas por variáveis que expressam todo o domínio de cada característica. O conceito assim construído é uma totalidade concreta que contém uma indexação para todos os casos particulares. Já o processo tradicional de abstração, que depende da acuidade visual de perceber uma característica comum entre vários objetos, é extremamente frágil. Quanto maior a concentração e a confiança nas intuições sensoriais, tanto mais os objetos

---

<sup>156</sup> Id. *Ibidem*.

<sup>157</sup> Cf. *SF*, P. 23.

exibem “similaridades” que parecem diferentes, e, por conseguinte, devem ser postas de lado segundo o processo de abstração tradicional. E assim ao infinito. Nota-se que o elemento “similar” a vários objetos apresenta diferenças, ele se desqualifica com elemento que deve ser preservado. Esse aspecto subjetivo é contraditório com o conceito de um “universal”. Já no processo funcional de conceito isto não ocorre, pois as diferenças são todas objetivamente preservadas através das variáveis da função.

Na abstração funcional, as diferenças não são desprezadas, pois elas integram o objeto construído que equivale ao intuído. Assim, surge um novo objeto que substitui o objeto da percepção sensorial. Nesse novo objeto, que Cassirer denomina objeto de “segunda ordem”, o objeto da percepção sensorial seria o de “primeira ordem”, o seu conteúdo é expresso através de relações definidas por seus elementos particulares. Na progressiva formação deste tipo de conceito, a uniformidade pura e simples é complementada por uma conexão de necessidade que dispensa infindas repetições. Esse é o esquema que faz com que, qualquer objeto se apresente como unificado. Contudo nada impede falar de “abstração”. Porém, o significado agora é a construção por meio da função matemática de um novo objeto que apresenta uma universalidade concreta contendo todas as diferenças específicas.<sup>158</sup>

Concluindo este momento, é preciso que tenha-se presente que a reforma da lógica clássica por meio da inserção de elementos da teoria dos conjuntos de Cantor ensejou uma nova teoria da formação de conceitos: essa teoria exhibe uma estrutura matemática tipicamente funcional possibilitando a formação de um novo tipo de objeto que dispensa a intuição e a abstração exigidas na formação tradicional de conceitos.

### **3.3. A interpretação cassireriana de Frege e Russell**

Uma leitura de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* em sua totalidade deixa claro que Cassirer pretende cobrir muito mais com seu contraste entre “conceitos de substância” e “conceitos de função” do que apenas com essas teses lógico-metafísicas Frege-russellianas.<sup>159</sup> Isso é em parte um reflexo de um aspecto importante na filosofia de Cassirer: sua concepção de lógica inclui tópicos que estão fora dos limites da lógica

---

<sup>158</sup> Cf. *SF*, 23-24.

<sup>159</sup> Convencionamos aqui a posição “Frege-Russell” enquanto uma, por uma razão clara: Cassirer, como veremos, critica-os de modo tal que suas considerações seriam as mesmas seja para um, seja para o outro. Isso, não obstante, está incorreto por parte do Neokantiano, pois simplesmente ele não leva em consideração as diferenças entre os dois autores. Trataremos disso com maior ênfase no próximo capítulo.

“formal”. Lembremos que o subtítulo do livro, afinal, é *Investigações sobre as questões fundamentais da Crítica do Conhecimento*. Este subtítulo indica os elementos kantianos no trabalho de Cassirer, em particular a ideia kantiana de “lógica transcendental”, pelo menos tal como foi interpretado pelos professores de Cassirer em Marburgo, Hermann Cohen e Paul Natorp.

De acordo com esse pressuposto fundamental do neokantismo de Marburgo, o ponto de partida da filosofia é a ciência físico-matemática – e não a psicologia ou a metafísica, *i.e.*, independente da reflexão sobre a ciência. Vimos também que a filosofia toma essa ciência como dada: ela não tenta justificar a ciência ou revisá-la, mas procura isolar as condições de sua possibilidade.

Essa noção de “lógica”, característica do neokantismo de Marburgo, nos fornece uma boa pista da razão pela qual o livro de Cassirer cobre tópicos que não encontraríamos nos escritos lógicos de um autor como Russell, por exemplo.<sup>160</sup> No entanto, embora o contexto Neokantiano de Cassirer explique o amplo escopo de seu trabalho, ele não explica as posições filosóficas particulares que são defendidas. Nesse particular, levemos em conta outra vez a concepção de Hermann Cohen de matemática. Nela tínhamos a noção de infinitesimal jogando um papel em que em Cassirer nem sequer aparece. Desse modo, ainda que Cassirer seja um Neokantiano, ele não meramente reproduz o mesmo defendido por seus antecessores.

E, em se tratando do tema específico do segundo capítulo de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* – sobre o conceito de número –, Cassirer segue a posição estabelecida pelo matemático Richard Dedekind, que havia defendido que objetos matemáticos são apenas posições em estruturas, isto é, todas as propriedades essenciais de, digamos, um número natural particular são propriedades relacionais irreduzíveis entre ele e os outros números naturais. Como veremos, o Neokantiano, seguindo o matemático alemão, interpretará esse “estruturalismo” como um tipo *sui generis* de logicismo.<sup>161</sup> E ainda, de acordo com a ênfase do Neokantiano, opõe radicalmente a visão de Dedekind contra aquela de Frege e Russell.<sup>162</sup>

---

<sup>160</sup> No próximo capítulo, em 4.2.3.1., abordaremos esse assunto.

<sup>161</sup> Jeremy Heis [Cf. em HEIS (2015)] defende a tese de que esse tipo *sui generis* de Logicismo poderia ser classificado enquanto um “logicismo transcendental”. Algo com que concordamos, em boa parte, e discutiremos adiante.

<sup>162</sup> Cf. *SF*, P. 44-54.

### 3.3.1. Uma crítica direcionada aos logicistas em *SF*

Para Cassirer,<sup>163</sup> o ponto problemático do logicismo de Frege-Russell repousa no fato de eles compreenderem os números enquanto determinados tipos de objetos. Por exemplo, o número um pode ser definido como a classe de todas as classes unitárias (de objetos);<sup>164</sup> o número dois como a classe de todas as classes de pares (de objetos), e assim por diante. Tal modo de proceder em matemática ficou convencionalmente aceito enquanto um “platonismo matemático”. Dito de outra forma: Frege e Russell são platônicos na medida em que defendem a tese de que números são objetos lógicos abstratos e que é possível conhecimento *a priori* deles.<sup>165</sup> Isso, dentro do horizonte interpretativo de Cassirer, incorreria em um tipo de “objetificação” do número, na medida em que ele possui uma existência em si mesmo, algo indesejado ao nosso autor, pois tal visão está comprometida com uma posição substancial.

Em que pese o fato de que Cassirer tenha aversão à ideia de classes, à qual ele atribui a seus oponentes como sendo algo problemático, isso tampouco quer dizer que ele não tenha nenhuma simpatia por Frege e Russell. E mais ainda, em diversos momentos de sua carreira, o Neokantiano mostrou-se de acordo com tais avanços atingidos pelos lógicos de seu tempo.

Desde o texto de 1907, sobre Kant e a matemática moderna, em que Cassirer afirmava que “a lógica e a matemática foram fundidas em uma verdadeira, e de agora em diante, unidade indissolúvel”,<sup>166</sup> e em 1910, o Neokantiano traz à cena pressupostos “logicistas”. Como, por exemplo, na passagem a seguir:

O desenvolvimento da aritmética científica nas últimas décadas é caracterizado pela demanda crescente de deduzir o conceito de número, em seu pleno significado, a partir de premissas puramente

---

<sup>163</sup> Cf. *SF*, P. 44-47.

<sup>164</sup> Cf. sobre isso em Frege nos seus *Fundamentos da Aritmética*, especialmente o § 68, ao definir o número natural em termos de extensões de conceitos: “o número que convém ao conceito *F* é a extensão do conceito equinúmero ao conceito *F*” (*GA*, § 68). Já em Russell, a passagem central que nos interessa se encontra nos *Princípios da Matemática*, em seu capítulo XI. O número, afirma o filósofo inglês, “não é nada senão uma classe de classe similar: essa definição possibilita a dedução de todas as propriedades usuais dos números, sejam eles finitos ou infinitos, e é a única (até onde eu conheço) que é possível em termos dos conceitos fundamentais da lógica geral” (*PoM*, 116).

<sup>165</sup> Também com respeito a isso os Neokantianos se distanciariam desses autores, porquanto o único conhecimento *a priori* possível é aquele referente às condições de possibilidade do conhecimento científico.

<sup>166</sup> *KMM*, P. 7.

lógicas. [...] Por outro lado, ganha cada vez mais aceitação a ideia de que os números devam ser fundamentados sem nenhum apelo a objetos sensíveis ou a qualquer tipo de dependência de grandezas mensuráveis concretas, mas simplesmente “através de um sistema finito de passos simples de pensamento”. Nessa dedução da aritmética a partir da lógica, é pressuposta a partir de uma nova fórmula.<sup>167</sup>

Particularmente nos últimos trechos da passagem acima Cassirer começa a trilhar um caminho que o coloca em outra direção daquela de seus contemporâneos (Frege e Russell), na medida em que ele opta por uma concepção matemática – também nascente naquele momento – que o influenciou de maneira decisiva. Mais explicitamente, o que nos interessa é ressaltar qual seria o papel dessa “nova fórmula”, que ele mesmo se vale dentro do ponto de vista de seu contexto em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*.

Segundo Cassirer, ao invés de o número natural ser levado em consideração enquanto um determinado tipo de objeto ou substância em si – e isso porque, como já sabemos, seu ponto de partida é o de que a matemática lida com relações e não com coisas mesmas –, ele prefere considerá-lo de outra maneira, qual seja, enquanto uma posição determinada funcionalmente dentro de uma certa estrutura. Visto a partir dessa perspectiva, um número qualquer, como, por exemplo, o número dois, não seria compreendido como algo em si mesmo, mas unicamente por intermédio de sua relação (função) de sucessor do número um e de predecessor do número três. Leiamos um trecho de *SF* pertinente quanto a isso:

O sentido específico de “quatro” ou “sete” nunca poderia resultar de uma mera justaposição de grupos “quatro” ou “sete” elementos; os grupos individuais devem primeiramente ser determinados enquanto sequências ordenadas de elementos, portanto como números no sentido da teoria dos ordinais. Nenhuma reinterpretação lógica pode transformar o “quantos” dos elementos, no sentido comum, em uma simples afirmação a respeito de “igual a quantos”. Isso permanece como um problema independente e como tarefa do conhecimento. A consideração dessa tarefa, entretanto, conduz a uma oposição metodológica mais profunda entre as duas interpretações de número. É

---

<sup>167</sup> *SF*, P. 35.

a especificidade fundamental da teoria ordinal que nela o número individual não significa nada em si mesmo, que um valor fixo é atribuído a ele apenas através de sua posição no sistema total.<sup>168</sup>

Nessa passagem, um outro pressuposto importante levado em consideração por Cassirer quando se fala do número natural, diferente daqueles de seus adversários, é o fato de ele estar considerando os números naturais como essencialmente ordinais (*i.e.*, aquele que denota o “onde na sequência?”), e não enquanto cardinais (*i.e.*, aquele que denota a quantidade, ou o “quantos são?”). Inclusive tal querela (cardinais *versus* ordinal) foi um tema da ordem do dia naquele momento, travada entre os próprios Russell e Dedekind.<sup>169</sup>

Essa discussão é vista por Cassirer em 1910<sup>170</sup> como um caso típico do confronto entre o conceito de substância e o de função na história da ciência. Leia-se a propósito:

O argumento decisivo contra o ‘cardinalismo’ não é nem ontológico nem lógico-formal, senão epistemológico e, em última instância, de cunho estritamente metodológico. A tese essencial sobre a natureza do número está intimamente vinculada a uma tese sobre a própria natureza das matemáticas, e ambas confluem para o mesmo ponto. Números não são outra coisa que relações porque a matemática não se ocupa de outra coisa que de relações e números não são outra coisa que o objeto das matemáticas.<sup>171</sup>

Tendo em vista que o Neokantiano, em 1910, tinha como objetivo evidenciar a tese histórico-filosófica de que o conceito de Função vinha substituindo o de Substância, parece razoável o argumento cassireriano de ao invés de aceitar uma proposta como a de Frege/Russell – cuja bandeira ontológica é manifesta, segundo a tese básica de 1910 – a proposta dedekindiana é muito mais promissora.

A escolha por Dedekind em vez de Frege ou Russell<sup>172</sup> trata-se de uma tomada de posição estratégica. O que faz o Neokantiano não é outra coisa senão optar por uma

---

<sup>168</sup> *SF*, P. 48.

<sup>169</sup> Cf., *PoM*, §§ 234-243.

<sup>170</sup> Cf. *SF*, P. 48-50. Voltaremos a tratar isso no item 4.3.

<sup>171</sup> PORTA (1996). P. 216.

<sup>172</sup> Ainda que neste momento não nos ocupemos a fundo com essa questão, mencionemos o seguinte: resta saber se Cassirer realmente compreendeu a teoria de Classes, dado que ele propõe uma oposição

teoria que cumpre as exigências requeridas por seu programa epistemológico, qual seja: uma teoria funcional do conhecimento em detrimento de uma teoria da substância. E esta última erra já no ponto de partida, ao considerar uma “coisa” (como o número) como sendo o primeiro passo a ser dado, quando, na realidade, é necessário esclarecer que são as relações o primeiro movimento, bem como o verdadeiro objeto da matemática.

Assim, em vez de compreendermos um número enquanto algo em si, eles são considerados como “termos de relações, e como tais não podem ser ‘dados’ isoladamente, mas apenas em comunhão ideal com cada uma das demais”.<sup>173</sup> Desse modo, compreendemos que o objeto de estudo da matemática – enfatizemos – são as relações numéricas.

### 3.3.2. A solução de Cassirer: Dedekind e seu “logicismo-estrutural”<sup>174</sup>

Já sabemos que a ideia básica de Cassirer de que números não são objetos se origina no pensamento do matemático alemão Richard Dedekind, em que é defendida a tese de que os objetos matemáticos são posições em estruturas. Sendo assim, todas as propriedades essenciais de um número natural particular são propriedades relacionais entre ele (o número) e os outros números.

Mas, qual seria a importância dessa contribuição de Dedekind na história da matemática no pensamento de Cassirer? Leiamos o que o Neokantiano tem a dizer quanto a isso:

O que aqui é dito [ele aqui se refere aos trabalhos de Dedekind] é exatamente o seguinte: que existe um sistema de objetos ideais cujo conteúdo integral é exaurido em suas relações mútuas. A “essência” dos números está completamente expressa em suas posições. E o conceito de posição deve, antes de tudo, ser entendido em sua maior

---

clara entre Classe e Função, quando, na realidade, simplesmente não funciona assim. E isso é um problema para o próprio Cassirer. Um possível caminho de investigação seria o seguinte: estabelecer o conceito de função de modo mais rigoroso do que aquele termo polissêmico que de Cassirer, com toda sua maleabilidade, se vale; e, a partir daí, verificar no próprio Cassirer o que realmente ele tem esclarecido sobre isso. Russell, por exemplo, fixa os significados das noções de “classe” e “correspondência” em termos de função, mais especificamente em termos de função proposicional. Voltaremos a isso no capítulo 4.

<sup>173</sup> *SF*, P. 36.

<sup>174</sup> Aqui o termo “Logicismo-estrutural” é tomado de empréstimo do trabalho de RECK & KELLER (no prelo).

universalidade e extensão lógica. A distinção exigida para os elementos apoia-se em condições puramente conceituais, não em condições sensório-intuitivas. A intuição do tempo puro sobre a qual Kant baseou o conceito de número é, de fato, desnecessária. Na verdade, pensamos os membros da série numérica como uma sequência ordenada, mas essa sequência nada contém do caráter concreto da sucessão temporal. O três não “segue” o dois como o relâmpago o trovão, pois nenhum deles possui qualquer tipo de realidade temporal, mas, simplesmente, uma constituição lógica ideal. O significado da sequência limita-se ao fato de que o dois entra como uma premissa na determinação do três, de modo que o significado de um conceito só pode ser explicado a partir do outro. O menor número é “pressuposto” pelo maior e fora disso não existe qualquer relação física ou psicológica de mais cedo ou mais tarde, mas uma relação pura de dependência conceitual sistemática.<sup>175</sup>

As palavras de Cassirer expressam aquilo que ele enxerga como sendo o mais valioso na abordagem dedekindiana: sua proposta matemática na qual se leva em conta um determinado sistema de relações e este determina um determinado objeto, e não o contrário. Isso corrobora com o que Cassirer compreende por ciência, *i.e.*, um sistema de relações.

Apesar de concordar com o matemático alemão, Cassirer não discute ou propõe uma teoria que confronta os pensamentos de Frege ou Russell. O Neokantiano se vale da teoria de Dedekind como se ela fosse a teoria correta e critica seus adversários. Nas palavras do autor:

Em seu trabalho, *Was sind und was sollen die Zahlen*, Dedekind mostrou como a construção completa da aritmética e a exaustiva exposição do seu conteúdo científico são possíveis partindo desses princípios simples. Não traçaremos em detalhes o desenvolvimento matemático desse pensamento, nos contentaremos meramente em enfatizar sua *tendência* essencial, uma vez que não estamos

---

<sup>175</sup> SF, P. 39.

interessados no conceito de número em si mesmo, mas como um *exemplo* da estrutura de um “conceito funcional” puro.<sup>176</sup>

### 3.3.3. A categoria kantiana de relação enquanto conceito complementar à filosofia da matemática cassireriana: a tese de Smart

Para fecharmos este momento do trabalho, levemos em conta uma interessante tese levantada por H. Smart em 1949,<sup>177</sup> sobre um kantismo mitigado na filosofia da matemática de Cassirer. Este não se refere à teoria da intuição pura de Kant – pois, como já sabemos, nesse particular o Neokantiano está de acordo com a posição anti-intuicionista de boa parte dos autores do fim do século dezenove, início do vinte –, mas diz respeito à categoria kantiana de relação.<sup>178</sup> Quanto ao papel desempenhado por esta categoria em Cassirer, leiamos o próprio Smart:

Na linguagem kantiana, a atividade sintética do conhecimento é um processo que gera relações, isto é, conhecer é relacionar, e relacionar, assim Cassirer continua, é introduzir ordem em uma multiplicidade ou séries; e ordem serial, nesse estrito sentido da palavra, encontra a sua primeira e fundamental expressão nas séries dos números ordinais. O idealismo lógico e crítico mantém, em resumo, que nada há de mais último para o pensamento do que pensar a si mesmo, e pensar consiste em estabelecer relações (*das Beziehungssetzen*).<sup>179</sup>

Outro ponto relativo ao kantismo de Cassirer é exibido no modo pelo qual ele rejeita os projetos filosóficos de Frege e Russell. Na visão do Neokantiano, o logicismo de Frege e Russell (a tentativa de explicar *o status a priori* da matemática através de sua redução a seus novos sistemas lógicos) nem sequer levanta a questão apropriada sobre o *status* epistêmico da matemática, como vimos na citação acima. O verdadeiro caráter epistêmico dessa disciplina é exibido na maneira em que a especificação funcional dos detalhes que vemos primeiro na matemática é estendida nas ciências matemáticas da natureza: as relações dadas por funções matemáticas também objetivam o mundo físico.

---

<sup>176</sup> SF, P. 36

<sup>177</sup> Não obstante, o mesmo Smart, desde sua resenha de SF – nos anos 1920 – mantém que Cassirer é um kantiano nesse sentido. Cf. SMART (1923).

<sup>178</sup> Kant, em sua empreitada de fornecer os princípios puros do entendimento, concedeu a seus sucessores o projeto de tentar dizer precisamente de que modo as funções intelectuais, suas categorias (agora sob a roupagem dos conceitos funcionais de Cassirer) determinam objetos individuais. Claro que a resposta de Cassirer é muito diferente da de Kant – e um dos motivos mais básicos é que Cassirer não joga nenhum papel à intuição pura.

<sup>179</sup> SMART, H. (1949). P. 244.

Para um Neokantiano, a matemática sempre está em função da física e isso é inegociável. Essa visão da matemática é um aspecto central do projeto que Kant estabeleceu para si mesmo, que, segundo argumenta Cassirer, Frege e Russell não consideram.

Ainda, um último aspecto desse kantismo em Cassirer refere-se à rejeição da metafísica da transcendência, ou em outros termos a existência absoluta de coisas-em-si. Lembremos: tanto Kant quanto Cassirer defendem que o único conhecimento *a priori* possível é aquele relativo às condições de possibilidade da experiência e nunca aos objetos transcendentais. Sobre isso leiamos:

As tendências lógicas encontradas no conceito de experiência da visão ordinária do mundo são agora conscientemente tomadas e levadas adiante com um propósito metódico. As “coisas” que surgem daqui em diante provam que, mais distintamente, seu significado real é compreendido, expressões metafóricas de conexões permanentes de fenômenos de acordo com a lei e, portanto, expressões da constância e continuidade da própria experiência. Essa fixidez e continuidade nunca são plenamente realizadas em nenhum objeto sensorialmente perceptível; assim, para alcançá-lo, o pensamento é levado a uma subestrutura hipotética do ser empírico, que, no entanto, não tem outra função senão representar a ordem permanente desse próprio ser. Assim, há um desenvolvimento ininterrupto dos primeiros estágios de objetivação à sua forma científica completa. O processo seria completado assim que conseguíssemos avançar para as constantes últimas da experiência em geral, as quais, como vimos, constituem tanto o pressuposto quanto o objetivo da investigação. O sistema desses elementos imutáveis constitui o tipo de objetividade em geral, na medida em que esse termo é puramente limitado a um significado totalmente compreensível ao conhecimento.<sup>180</sup>

A posição defendida por Cassirer aqui indica várias de suas principais tendências, cada uma das quais ele remonta a Kant.

1. Ele rejeita a metafísica transcendente;

---

<sup>180</sup> SF, P. 276-277.

2. A noção de objetividade é desenvolvida não como uma correlação de todo o sistema de conhecimento com algo fora dele (realidade), mas é desenvolvida dentro do próprio sistema de conhecimento;
3. O progresso do conhecimento se desenvolve através de tentativas sucessivas de unificar a multiplicidade da experiência, trazendo mais e mais dela sob o conceito de um objeto;
4. A ideia de que o objetivo e o subjetivo não é uma divisão metafísica que deve ser pressuposta antes de investigar o conhecimento é, naturalmente, uma visão muito mais amplamente compartilhada em 1910 do que simplesmente entre os kantianos.
5. A visão de Cassirer pode ser ainda comparada à posição “anti-metafísica”, posição esta bastante comum em seu tempo, de outros autores contemporâneos ao Neokantiano.<sup>181</sup>

É por tal razão que Cassirer chega às suas conclusões quanto à matemática, em particular aquela em que o objeto dessa disciplina é a relação e não a coisa, ou no caso dos “platônicos matemáticos”, os números enquanto objetos em si.

Também nesse sentido, as palavras de Porta são bastante pertinentes:

O Neokantismo é, em sua própria origem e por sua natureza essencial em primeira linha uma opção metodológica. Este princípio deve ser respeitado também quando se coloca a pergunta pelo número. A tese de que as matemáticas se ocupam de relações é uma tese sobre as matemáticas, ou seja, uma tese propriamente epistemológica. A tese de que os números são (unicamente) objeto das matemáticas parece ser uma tese sobre os números e revestir, por consequência, um caráter ontológico, mas essa aparência engana. A menor tem uma natureza diferente da maior; enquanto a primeira é uma proposição teórica, a segunda é propriamente metódica. Ela diz propriamente: as matemáticas são a (única) instância adequada para resolver a questão do que sejam os números. Não é, pois, nem uma tese sobre os

---

<sup>181</sup> Como em Ernst Mach, por exemplo. No entanto, existem pontos de desacordo entre Cassirer do positivismo de Mach, apesar desse ponto comum de deixar de lado a metafísica transcendente. Cf. a propósito o prefácio de *SF*, em que é possível estabelecer esse paralelo entre os dois autores. E para a crítica de Cassirer ao empirismo de Mach, cf. o capítulo 5 de *SF*.

números, nem sobre as matemáticas, mas sobre o método da filosofia, e este não é outro que o transcendental.<sup>182</sup>

### **3.4. Conclusão do capítulo: Frege e Russell ainda estão comprometidos com uma posição metafísica mitigada**

Em *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, Cassirer argumenta que a fundamentação Frege-Russell na aritmética está comprometida com o Abstracionismo quanto à formação de conceitos (o ponto de partida de sua obra), uma vez que sua definição de número é abstraída de um tipo de “propriedade comum” que todos compartilham. Leiamos, nesse sentido, as palavras do nosso autor:

Se a tentativa de derivar o conceito de número do de classe fosse bem-sucedida, a forma tradicional de lógica ganharia uma nova fonte de confirmação. A ordenação dos indivíduos na hierarquia das espécies seria, agora, o verdadeiro objetivo do conhecimento, tanto empírico quanto exato.<sup>183</sup>

Segundo ele, não é suficiente enfatizar o caráter puramente conceitual de asserções numéricas, desde que “conceitos de coisas” e “conceitos funcionais” sejam colocados no mesmo plano. O número aparece, de acordo com essa visão, não como a expressão da condição fundamental que primeiro torna possível toda pluralidade, mas como uma “marca” que pertence à pluralidade de classes dada e pode ser separada da última por comparação. Assim, a deficiência fundamental de toda a doutrina da abstração é repetida outra vez mais: há uma tentativa de defesa em compreender o que orienta e controla a formação de conceitos enquanto uma parte constitutiva dos objetos comparados.<sup>184</sup>

Por outro lado, na concepção dedekindiana, o conceito de número não pressupõe quaisquer outros conceitos, uma vez que funciona dentro do pensamento, como levantamos anteriormente neste capítulo, como uma categoria de matriz kantiana.<sup>185</sup>

---

<sup>182</sup> PORTA (1996). P. 217-18.

<sup>183</sup> SF, P. 53.

<sup>184</sup> Cf. SF, P. 54.

<sup>185</sup> Quem também levanta essa interpretação – e que talvez tenha pensado isso antes de Cassirer, salvo melhor juízo – é Natorp em *Die Logischen Grundlagen der Exakten Wissenschaften* (1910). Numa nota de rodapé, (cf. P. 56, nota 23 de SF) retoma o texto (em específico, os capítulos 3 e 4) de Natorp justamente no momento em que este autor tematiza as quatro categorias kantianas (1. Quantidade, 2.

torna possível que os objetos sejam considerados diferentes ou iguais uns aos outros; outrossim, permite que a mente relacione os objetos entre si. Já na visão Frege-Russell, um número qualquer, como o número “dois” – *i.e.*, a classes de todas as classes de pares – pode ser introduzido e definido em total isolamento das definições de todos os outros números. Ainda com respeito a isso, Cassirer afirma, num primeiro momento de sua argumentação, sobre a característica específica e o benefício da teoria do ordinal, o seguinte:

É uma característica fundamental da teoria ordinal que nela o número individual nunca signifique nada por si só, que um valor fixo é apenas atribuído a ele por sua posição em um sistema total. A definição do número individual determina ao mesmo tempo e diretamente a relação em que se encontra aos demais membros do campo; e essa relação não pode ser eliminada sem perder todo o conteúdo do número em particular. Na dedução geral dos números cardinais, que estamos considerando, essa conexão é eliminada.<sup>186</sup>

E depois, segue seu raciocínio argumentando sobre o problema de seus adversários:

A consideração de grupos, que podem ser mutuamente coordenados de membros a membros, só pode levar à separação da “marca” idêntica neles; mas esta “marca” em si não é ainda um número, mas é meramente uma propriedade lógica não mais definida. Tal propriedade só se torna número quando se separa de outras “marcas” do mesmo caráter lógico, aparecendo em relação a elas de “antes” ou “depois”, “mais” ou “menos”.<sup>187</sup>

---

Qualidade, 3. Relação e 4. Modalidade) e enfatiza o caráter relacional dos números em Dedekind. No próximo capítulo voltaremos a Natorp.

<sup>186</sup> *SF*, P. 48.

<sup>187</sup> *SF*, P. 49.

## CAPÍTULO IV – TRÊS PROBLEMAS PARA CASSIRER

### 4.1. O uso polissêmico da noção de função

Usando as palavras “função” e “conceito de função” em muitos aspectos, Cassirer avança em seu propósito, mesmo que isso frustrasse os projetos de autores como Frege ou Russell. O fato é que tanto um quanto o outro, cada um a sua maneira, tentaram fixar o significado do termo “função”, e a realização dessa tarefa foi uma necessidade imposta por seus projetos fundacionais. Por um lado, Frege assumiu a noção de função como fundamental, ao mesmo tempo que propôs a sua extensão para além do âmbito da aritmética. Por outro, Russell trilhou um caminho diferente, fornecendo uma explicação dessa noção em termos de uma outra noção em sua teoria, qual seja a de função proposicional.

#### 4.1.1. Três usos de Função em Cassirer

Em muitos casos, Cassirer se vale desse conceito em seu significado matemático comum, mas a palavra assume três outros sentidos, centrais aos nossos interesses, quais sejam:

1. um uso *lato*;
2. um uso kantiano;<sup>188</sup>
3. um uso russelliano.

##### 4.1.1.1.O uso *lato sensu*

O uso mais amplo do conceito de Função em Cassirer ocorre quando o autor se encontra investigando a metodologia das ciências naturais e exatas. Ao fazer isso, o Neokantiano se vale do conceito em voga quando afirma sobre a função – entendida enquanto “papel” ou “propósito”<sup>189</sup> –, de uma teoria particular da matemática ou de conceitos científicos em seu campo específico (física, química, biologia, etc.).

Um exemplo desse uso – pouco específico, diga-se – é encontrado já no “prefácio” da obra de 1910, quando Cassirer nos diz que a finalidade de seu livro, consiste no seguinte:

---

<sup>188</sup> Veremos que o uso de chave kantiana é o que Cassirer mais discute.

<sup>189</sup> No sentido corriqueiro mesmo: “desempenhar um papel (ou propósito)”.

Eu procurei basear a exposição a seguir sob o desenvolvimento histórico e sistemático da ciência e seu conteúdo nos grandes cientistas. Ainda que não tenhamos considerado todos os problemas aqui, o ponto de vista lógico que eles representam deve ser levado em conta e verificado em detalhe. O que o conceito é e o que significa em sua função geral só pode ser mostrado traçando esta função através dos campos mais importantes da investigação científica.<sup>190</sup>

Além dessa, existem ainda outras passagens de Cassirer quanto ao uso lato do conceito de Função. Contudo, não nos interessa neste momento analisar os outros trechos de *SF*, dado que, o uso do conceito de “função” é essencialmente o mesmo – como, por exemplo, quando fala do “papel” (ou função) dos números irracionais na teoria dos números,<sup>191</sup> ou quando trata de pontos imaginários em geometria.<sup>192</sup>

#### 4.1.1.2. O uso de chave kantiana

Outro dos usos do conceito de “função” em Cassirer é derivado de Kant. Não obstante, como veremos, essa origem kantiana é repleta de matizes no tratamento de Cassirer.

Para Kant, uma “função” é uma regra ou uma lei reguladora atribuída exclusivamente ao entendimento, à faculdade de conceitos.<sup>193</sup> Cassirer se vale desse sentido do conceito de “função” quando ele trata das várias “atividades” mentais, intelectuais (*Tätigkeiten*) ou “procedimentos”. Um exemplo disso pode ser encontrado quando Cassirer faz sua objeção ao abstracionismo, da qual nem mesmo Kant escapa: representações similares só podem dar origem a um conceito comum se o sujeito já julgar que eles são semelhantes; ele conclui que existem outras “funções conscientes puras” ou “funções intelectuais” que estão em jogo na formação de conceitos antes das atividades de comparação, reflexão e abstração.<sup>194</sup>

Por outro lado, Cassirer afirma que essas “funções intelectuais” não são realmente atos mentais, por não se tratarem de estados psicológicos. De acordo com a

---

<sup>190</sup> *SF*, P. iv.

<sup>191</sup> Cf. *SF*, P. 61

<sup>192</sup> Cf. *SF*, P. 83.

<sup>193</sup> Na medida em que são ativos ou “espontâneos”, eles são contrastados com as “afeições” da sensibilidade, que são passivas e “receptivas”. Cf. *KrV*, A 68 – B 93.

<sup>194</sup> Cf. *SF*, P. 14.

leitura peculiar de Kant, a partir dos pressupostos anti-psicologistas marburgueses,<sup>195</sup> a filosofia não se preocupa diretamente com representações subjetivas ou com as relações causais e temporais entre os estados de coisas particulares, pelo contrário: o objetivo é identificar certos axiomas e normas de conhecimento sobre o qual o resto do nosso conhecimento científico é logicamente dependente.<sup>196</sup> Nesse sentido, Cassirer escreve:

A proposição, esse ser é um “produto” do pensamento, portanto não contém nenhuma referência a qualquer relação causal metafísica, mas significa apenas uma relação puramente funcional, uma relação de superordenação e subordinação na validade de certos juízos.<sup>197</sup>

Aqui o filósofo está explorando esse uso “flexível” da palavra “função” para enfatizar o seu ponto. Um idealismo como o de Cassirer não afirma que objetos dependem de “funções intelectuais”, pois um produto depende de um ato de produção. Em vez disso, declarações sobre objetos são logicamente dependentes de leis “mais altas” (e, portanto, de “funções de”). Esta dependência é mais como a dependência de uma conclusão sobre suas premissas: essas funções intelectuais são condições para as sentenças da ciência. Esses “princípios e leis universais” constituem a “forma geral” da experiência”. Kant, nesta leitura, identificou as categorias e os princípios como precondições da ciência newtoniana. Diferentemente, o neokantismo de Marburgo se afasta de Kant ao reconhecer que, em períodos de revolução científica, até mesmo essas “funções intelectuais” podem ser modificadas. Leiamos novamente Cassirer:

Tais princípios como, por exemplo, aqueles em que Newton funda sua mecânica, não precisam ser tomados como dogmas absolutamente imutáveis; eles podem ser consideradas como as “hipóteses” intelectuais pelas quais estabelecemos a unidade da experiência. Nós não renunciamos o conteúdo dessas hipóteses, desde que qualquer variação menos abrangente, referente a um momento derivado, possa restabelecer a harmonia entre teoria e experimento. Mas se este caminho foi fechado, a crítica é dirigida de volta aos próprios

---

<sup>195</sup> Cf. Sobre o assunto: ANDERSON (2005). No artigo esse autor reconstrói a partir do início do século dezenove a história do anti-psicologismo no movimento Neokantiano (incluindo a escola de Marburgo).

<sup>196</sup> *SF*, P. 315.

<sup>197</sup> Id. *Ibidem*.

pressupostos e à demanda para a sua reformulação. Aqui está a “forma funcional” em si, que muda para outro.<sup>198</sup>

Nesse momento, Cassirer trata de modo equivalente “princípios e leis universais”, a “forma da experiência”, “pressuposições” e “forma funcional”. Dessa forma, a investigação sobre as “funções” do conhecimento diz respeito a uma investigação sobre precondições epistêmicas da ciência atual.

Se, por um lado, Cassirer compartilha a posição kantiana sobre o conceito de dependência de objeto no conceito de lei, por outro, seus pensamentos se distanciam dos de Kant quando ele descreve o papel do princípio da causalidade em termos que parecem inverter o sentido desta dependência. Ele insinua, a nosso ver, que Kant inicialmente considera certos estados de coisas (como a condição do barco rio acima e rio abaixo) a fim de determinar sua ordenação temporal, são representados em uma relação causal. Todavia, se poderia argumentar também que essa reconstrução do argumento do filósofo de Königsberg na “Segunda analogia da experiência” não é correta simplesmente. De início, lembremo-nos de que, para Kant, o princípio da causalidade permite precisamente uma certa determinação do conceito de objeto como o conceito de lei: determinar o intervalo objetivo de experiência por meio de uma ligação necessária entre percepções sucessivas.

Cassirer afirma concordar com Kant que a mera exigência de conformidade à lei expressa por acaso deixa indeterminada a maneira pela qual ela pode ser satisfeita. Portanto, diz Cassirer, Kant requer que a categoria de causalidade seja em uma direção específica para ser útil e experiência em aplicação.<sup>199</sup> Esta especificação é alcançada, segundo Kant, por aquilo que ele designou como “esquema transcendental”. A doutrina do esquematismo explica, *grosso modo*, a aplicação das categorias à multiplicidade sensível espaço-temporal. Porém, para Cassirer, a validade desta doutrina é reservada no quadro fornecido pela geometria euclidiana e mecânica newtoniana e apenas elas. Quanto aos esquemas de Kant, Cassirer comenta:

---

<sup>198</sup> *SF*, P. 268.

<sup>199</sup> Cf. *DI*, P. 315-319.

por não descobrir os resultados da geometria não-euclidiana por um lado, e os resultados da teoria da relatividade especial e geral, por outro, perderam seu significado universal.<sup>200</sup>

No mesmo sentido, Cassirer argumenta que a “crise da causalidade” levantada pela mecânica quântica não é uma crise de causa, mas apenas a maneira pela qual o conceito refere-se à intuição do tempo por meio de esquemas:

o desenvolvimento da teoria quântica marcou limites claros para essa esquematização. Não podemos mais ligar causalidade descrevendo o modo espaço-temporal da física clássica, muito menos identificar com ele.<sup>201</sup>

De acordo com Cassirer, o próprio Kant apresenta uma versão do princípio da causalidade em que estas condições livres impostas pelo esquema<sup>202</sup> são mantidas. Essa versão é retirada da primeira edição da *Crítica da Razão Pura*, na qual estabelecia: “Tudo o que acontece (começa a ser) pressupõe algo que segue como regra”.<sup>203</sup> Para Cassirer, essa fórmula requer apenas a possibilidade de conectar por meio de regras o que acontece, sem pressupor nada sobre as características dessas regras. A exigência de causalidade é antes o mero requisito de conformidade com a lei dos eventos naturais. No entanto, no teste do princípio, Kant vai um passo além e introduz o tempo pelo esquema de causa e efeito. Ele, por fim, estabelece uma ligação entre o princípio da causalidade e o princípio da continuidade. Contudo, a teoria quântica nos ensinou que essa demanda de continuidade deve ser rejeitada, afirmando que certas magnitudes só podem ter certos valores discretos e passar uns aos outros sem fazê-lo para os estados intermediários. Assim, de acordo com Cassirer, a conexão entre causalidade e continuidade, como entendida por Kant, deve ser abandonada.

Claro está que entre Kant e Cassirer muitas coisas ocorreram no campo da física, o que justifica as diferentes posições entre um autor e outro. E isso não quer dizer, absolutamente, que Kant é melhor ou pior que Cassirer, ou *vice-versa*. O caso é: dado que o contexto deste último é diverso daquele outro, e mesmo que Cassirer se valha da ideia de matriz kantiana seu uso não é o mesmo.

---

<sup>200</sup> *DI*, P. 319.

<sup>201</sup> *DI*, 316.

<sup>202</sup> Cf. *DI*, 314.

<sup>203</sup> *KrV*, A 189.

### 4.1.1.3. O uso de chave russelliana

Ainda que Cassirer se mostre crítico à posição do filósofo inglês Bertrand Russell, como vimos no último capítulo, um terceiro uso do conceito de função é inspirado em seu opositor. Tal caso ocorre quando o Neokantiano se vale desse termo enquanto relação: visto que na nova lógica russelliana uma função pode ser definida como uma relação um-para-um ou muitos-para-um. Nesse sentido, quando Cassirer trabalha o conceito de número enquanto puro “Conceito funcional” (*Funktionalbegriff*), ele reconhece que o “pressuposto da derivação do conceito de número é dado na lógica geral das relações”,<sup>204</sup> cujo pai é Bertrand Russell.

Como veremos nos próximos itens, essa relação problemática de Cassirer – concedendo razão, por um lado, e criticando, por outro – com Russell teve a influencia de ao menos dois personagens decisivos ao Neokantiano no que se refere à recepção da teoria russelliana, a saber, Couturat e Paul Natorp, quem também havia direcionado, antes de Cassirer, algumas críticas ao lógico inglês.

## 4.2. Sobre a recepção de Cassirer da lógica russelliana

O objetivo do programa logicista de Russell em *PoM* é mostrar que toda matemática pura lida exclusivamente com conceitos definíveis em termos de um número específico de conceitos lógicos fundamentais, e que todas as suas proposições são dedutíveis de um pequeno número de princípios lógicos fundamentais.<sup>205</sup> Além disso, Russell havia definido a matemática pura como uma classe de proposições que afirmam implicações e contém as seguintes constantes lógicas:

1. A implicação,
2. a relação de um termo a uma classe da qual ele é membro,
3. a noção de “tal que”,
4. a noção de relação e
5. as noções envolvidas na implicação formal.<sup>206</sup>

---

<sup>204</sup> Cf. *SF*, P. 36 e também em *KMM*, P. 7.

<sup>205</sup> Cf. *PoM*, P. v.

<sup>206</sup> Cf. *PoM*, P. 106.

De acordo com o aparato lógico exposto em *PoM*, nos diz Russell que “toda a teoria dos inteiros enquanto um ramo da lógica”.<sup>207</sup> É nesse sentido que segue sua definição de número em termos de classes.

#### **4.2.1. O primeiro aspecto negligenciado por Cassirer: a noção de “função proposicional”**

Já sabemos que Cassirer, em *SF*, se vale do conceito de função de múltiplos modos. Também de acordo com o que vimos acima, podemos classificar três usos, sendo que um deles era de chave russeliana. Porém, a distinção com a qual o Neokantiano, em sua obra de 1910, contrapõe categoricamente as noções de classe, por um lado, e função, por outro. No entanto, essa distinção delineada por Cassirer simplesmente não funciona no pensamento de Russell. Russell, como veremos a seguir, tem uma definição de classe muito específica, a saber, em termos de função e, mais especificamente, em termos de “função proposicional”.<sup>208</sup>

Russell, independentemente de Frege, também propôs um método para analisar as proposições em termos de função e argumento. Contudo, a despeito da terminologia comum proveniente da matemática e de algumas outras eventuais similaridades, os seus métodos divergem em alguns pontos.

Uma primeira diferença reside na relação que a proposição mantém com a função e com o(s) argumento(s) oriundos do processo de análise nos dois casos. Para Frege, o valor da função aplicada a esse(s) argumento(s) é o valor de verdade da proposição analisada, enquanto, para Russell, é a própria proposição. Em *Principia Mathematica*, encontramos:

Por “função proposição” queremos dizer algo que contém uma variável  $x$ , e expressa uma proposição assim que um valor é atribuído a  $x$ . Ou seja, difere de uma proposição apenas pelo fato de ser ambígua: contém uma variável da qual o valor não é atribuído. Concorda com as funções ordinárias da matemática no fato de conter

---

<sup>207</sup> *PoM*, P. 111.

<sup>208</sup> Neste ponto retomamos as considerações de HYLTON (2005).

uma variável não atribuída: onde a diferença está no fato de que os valores da função são proposições.<sup>209</sup>

Por esse motivo, Russell denomina tais funções enquanto proposicionais. E, assim como Frege, distingue a função proposicional de um valor indefinido da função. Para tanto, utiliza a notação  $\phi\hat{x}$  para um e a notação  $\phi x$  para o outro:

É necessário distinguir-se do valor indeterminado da função. Podemos considerar a função em si como ambigualmente, enquanto o valor indeterminado da função é aquilo que é ambigualmente denotado. Se o valor indeterminado for escrito “ $\phi x$ ”, escreveremos a função em si “ $\phi\hat{x}$ ” (qualquer outra letra pode ser usada no lugar de  $x$ ). Assim, devemos dizer “ $x$  é uma proposição”, mas “ $x$  é uma função proposicional”.<sup>210</sup>

A expressão  $\phi x$  atua como uma variável que representa uma classe de proposições; estas, por sua vez, são valores da função proposicional designada por  $\phi\hat{x}$ . As proposições “Aristóteles é sábio” e “Bucéfalo é sábio” são casos particulares da proposição “ $x$  é sábio” e são valores da função proposicional “ $\hat{x}$  é sábio” aplicada aos argumentos “Aristóteles” e “Bucéfalo”, respectivamente. Quando um objeto assume o lugar de  $x$  em  $\phi x$  e a proposição assim obtida é verdadeira, entre esse objeto e a função proposicional  $\phi\hat{x}$  há uma relação que Russell expressa dizendo que o objeto satisfaz  $\phi\hat{x}$ . Por isso, “Aristóteles” satisfaz a função proposicional “ $\hat{x}$  é sábio” e “Bucéfalo” não a satisfaz.

Os objetos que satisfazem uma função proposicional  $\phi\hat{x}$  determinam uma classe, que é denotada por  $\hat{z}$  ( $\phi z$ ). Funções proposicionais satisfeitas pelos mesmos objetos são denominadas coextensivas.

Toda função proposicional  $\phi\hat{x}$  possui, em adição à classe dos objetos que a satisfazem, um domínio de significação, isto é, uma classe constituída pelos seus possíveis argumentos (objetos que a tornam uma proposição, independentemente de ser verdadeira ou falsa). Com relação aos objetos do domínio de significação, são três as possibilidades:

---

<sup>209</sup> *PM*, v. 1. P. 41.

<sup>210</sup> *PM*, v. 1. P. 42.

1. todos satisfazem a função proposicional  $\phi x$ ,
2. alguns a satisfazem ou
3. nenhum a satisfaz.

Essas situações são indicadas por Russell por meio das expressões  $(x). \phi x$ ,  $(\exists x). \phi x$  e  $(x). \sim \phi x$ , respectivamente, que designam proposições. O símbolo  $(x)$ , corresponde ao nosso  $(\forall x)$ . Seguindo Peano, Russell denomina o  $x$  que ocorre nessas expressões como variável aparente, e o  $x$  que ocorre na expressão  $\phi x$  como variável real, o que corresponde, respectivamente, às expressões variável ligada e variável livre que usamos hoje em dia.

Funções proposicionais cujos argumentos são outras funções proposicionais também podem ocorrer. Uma função proposicional não pode estar no seu próprio domínio de significação. Isso ocorre por conta de um postulado que Russell assume em sua teoria, a saber, o “princípio do círculo vicioso”. Esse que estabelece que nenhuma totalidade pode conter membros que pressuponham essa totalidade. Se, por um lado, uma característica essencial das funções proposicionais, segundo Russell, é que estas denotam ambigualmente os seus muitos valores e, por esse motivo, os pressupõem – “uma função [proposicional] não está bem definida a menos que todos os seus valores já o estejam”<sup>211</sup> –, por outro lado, para apreender uma função proposicional é preciso reconhecer uma proposição como valor dessa função para um dado argumento.

Entre as proposições também há uma hierarquia, que começa com as proposições elementares e que prossegue com as proposições de primeira ordem, de segunda ordem e assim sucessivamente. As proposições elementares são aquelas que não contêm funções proposicionais nem variáveis aparentes, por exemplo, “Sócrates é mortal” e “Sócrates é homem e Platão é sábio”. As proposições de primeira ordem não são elementares, não contêm funções proposicionais, e as únicas variáveis aparentes que possuem representam apenas indivíduos. É o exemplo de proposição de primeira ordem  $(x)$  (se  $x$  é homem, então  $x$  é sábio) e  $(x) (\exists y) (x \text{ é filho de } y)$ . Já as proposições de segunda ordem são aquelas que possuem, ao menos, uma variável aparente que representa uma função de primeira ordem, por exemplo:

---

<sup>211</sup> *PM*, v. 1. P. 41.

$(\varphi)$  (se  $\varphi!x$  é satisfeita por um sábio, então Sócrates satisfaz  $\varphi!x$ )

e

$(\varphi)$   $(\exists x)$  (se  $\varphi!x$  é satisfeita por um sábio, então  $x$  satisfaz  $\varphi!x$ ).

Se uma proposição possui ao menos uma variável aparente que representa uma função proposicional de ordem  $n \geq 1$ , então essa função tem ordem  $n + 1$ .

A impossibilidade de uma coleção que contenha todas as funções proposicionais de indivíduos inviabiliza importantes partes da matemática, pois muitas são as proposições matemáticas que fazem referência a tal coleção. Uma delas é o princípio da indução finita, que pode ser enunciado nos seguintes termos: “todas as propriedades que pertencem a zero e ao sucessor de todo número que possui essas propriedades pertencem a todo número natural”. Um objeto ter uma determinada propriedade corresponde, para Russel, a esse objeto satisfazer uma determinada função proposicional. Por isso, o princípio acima pode ser reescrito como “qualquer que seja a função proposicional  $\varphi!x$ , se zero satisfaz  $\varphi!x$  e o sucessor de todo número que satisfaz  $\varphi!x$  também satisfaz  $\varphi!x$ , então todo número natural satisfaz  $\varphi!x$ ”. Mas este enunciado não é válido no âmbito de uma teoria que tem o princípio do círculo vicioso entre os seus postulados, haja vista que a sua formulação pressupõe a totalidade de funções proposicionais de indivíduos. Uma proposição que diga respeito a todas essas funções não tem significado, mas uma que contenha todas as funções proposicionais de primeira ordem, todas as de segunda ordem, todas as de terceira ordem e assim por diante, sim. O problema está na expressão “e assim por diante”, que carece, ela própria, de um significado preciso. Para contornar essa dificuldade, Russell introduz o por ele denominado axioma da redutibilidade, que postula a existência, para qualquer função proposicional, de uma função predicativa coextensiva com ela.

Com o axioma da redutibilidade, o princípio da indução pode ser traduzido para “qualquer que seja a função predicativa  $\varphi!x$ , se zero satisfaz  $\varphi!x$  e o sucessor de todo número que satisfaz  $\varphi!x$  também satisfaz  $\varphi!x$ , então todo número natural satisfaz  $\varphi!x$ ”. Assumindo que o princípio é válido para toda função predicativa, o axioma garante a sua validade para funções de qualquer ordem. De fato, se  $\psi!x$  é uma função proposicional satisfeita por zero e pelo sucessor de todo número que a

satisfaz, então, pelo axioma da redutibilidade, existe uma função predicativa  $\varphi!x$  também satisfeita por zero e pelo sucessor de todo número que satisfaz  $\varphi!x$ . Por conseguinte, pelo princípio da indução, conclui-se que todo número natural satisfaz  $\varphi!x$ . Como  $\varphi!x$  é coextensiva com  $\psi x$ , segue que todo número natural satisfaz a função proposicional  $\psi x$ .

#### 4.2.2. O lado histórico da recepção: Couturat e Natorp

Apesar da importância à época, nem a publicação de *The Principles of Mathematics* (1903) nem a obra seminal *Principia Mathematica* (1910) receberam muita atenção na comunidade filosófica germânica. Porém tal situação mudou após a publicação, no ano de 1908, em língua alemã do livro do filósofo francês Louis Couturat; trata-se do escrito intitulado *Les principes des mathématiques*. Desse modo, não os *Principles of Mathematics*, mas *Die philosophischen Prinzipien Der Mathematik* (1908) foi muito provavelmente a obra mais importante aos Neokantianos (ao menos a Natorp e Cassirer) no que se refere a recepção da nova lógica de Russell e do programa logicista em geral.

O livro de Couturat fornece, basicamente, uma versão simplificada dos ensinamentos de Russell, ou seja, ele apresenta os resultados das investigações do filósofo inglês de uma forma menos rigorosa e os tornam mais acessíveis aos filósofos cuja formação em matemática ou lógica matemática é deficitária. E Cassirer é, com efeito, um exemplo interessante dessa recepção de “segunda mão” de Russell. Lembremo-nos de que em 1907, naquele seu texto sobre a filosofia da matemática de Kant, Cassirer retoma quase sempre o texto do filósofo francês quando se refere aos ensinamentos russellianos.

Entretanto, isso não é exclusividade de Cassirer. De um modo geral, os Neokantianos não tinham grande consideração pela nova lógica-matemática de seu tempo. E isso se deve a um pressuposto elementar, a saber, a noção de lógica de Cassirer e dos Neokantianos é outra: não é uma lógica formal, mas uma lógica transcendental.<sup>212</sup> E esta se difere em boa medida daquela, por várias razões.

Por exemplo, um aspecto que chama a atenção dos Neokantianos e é objeto de crítica na teoria de Russell diz respeito ao emprego de conceitos “indefinidos” e

---

<sup>212</sup> No próximo item abordaremos essa “lógica transcendental” dos Neokantianos.

proposições “não comprováveis” como a base da lógica. E quanto a isso retomemos a figura de Natorp.

Em seu texto *Die Logischen Grundlagen der Exakten Wissenschaften*, o Neokantiano argumenta que o principal erro da lógica simbólica<sup>213</sup> de seu tempo foi o de que seus defensores aderiram de modo dogmático o esquema tradicional da lógica aristotélica, isto é, ao esquema que se deve definir e provar; definindo até certos conceitos indefiníveis. Natorp defende que esse esquema conduz naturalmente à questão sobre por que esses últimos conceitos indefiníveis e proposições não prováveis são certos.<sup>214</sup> E ainda, ele afirma que a “lógica simbólica” não responde a esta questão e aceita isso como seu ponto de partida sem mais, ou seja, sem qualquer tipo de evidência ou prova.

Agora, mesmo concedendo que o mecanismo de trabalho da lógica simbólica moderna era mais extensivo e exato do que o aparato do silogismo aristotélico, como seus resultados mostram, Natorp acreditava que essa nova lógica possuía uma deficiência: ela não aumenta nossa compreensão. Mas poderíamos questionar o Neokantiano nos seguintes termos: e qual é a tarefa da lógica? Segundo ele, a lógica é caracterizada por dois aspectos centrais, a saber, (i) significado e (ii) compreensão.<sup>215</sup>

De acordo com Natorp, a questão principal a ser feita a alguém que advogue em prol de uma fundamentação da matemática em bases puramente lógicas é a seguinte: mas seria o método da matemática unicamente lógico? Em outras palavras, existe alguma fronteira entre lógica e matemática? Em caso de uma resposta positiva, teríamos que matemática era lógica e não haveria mais o que dizer sobre isso. Na visão de Natorp, os representantes da nova lógica (Frege, Russell e Couturat) não hesitariam em responder afirmativamente a essas perguntas. Segundo o Neokantiano:

A velha lógica formal, na forma contemporânea da “lógica simbólica” ou da “Logística”, é transformada em um ramo da matemática, a partir do qual as outras disciplinas matemáticas são adquiridas, por assim dizer, por meio de transição contínua.<sup>216</sup>

---

<sup>213</sup> Em 1910, Natorp se vale do termo “lógica simbólica” – ao se referir aos trabalhos de seus contemporâneos – como sinônimo de outros dois: “Lógica matemática” e “Logística” (*Logistik*).

<sup>214</sup> Cf. *LGEW*, P. 4.

<sup>215</sup> Cf. *LGEW*, P. 6-8.

<sup>216</sup> *LGEW*, P. 4.

Entretanto, o Neokantiano de Marburgo não concordou totalmente com essa posição e respondeu de modo diferente à mesma questão. Diga-se ainda que Natorp – antes mesmo de Cassirer – criticou a definição russelliana de número em termos de classes. Sua alegação contra o filósofo inglês foi a de que Russell estaria incorrendo em uma *petitio principii*,<sup>217</sup> na medida em que uma classe já pressupõe o conceito de número. Tal erro pode ser estendido a qualquer um que tem por objetivo derivar o conceito de número de objetos pertencentes a uma classe. Nesse ponto, segundo Natorp, Frege não escapa ileso e comete o mesmo equívoco: o filósofo de Jena pressupõe o uso de proposições “X cai sob o conceito A”. Nessa proposição, um indivíduo é pressuposto no sentido de um número singular.<sup>218</sup>

O número, segundo Natorp, é o produto mais puro e mais simples do pensamento. Ademais, ele (o número) é a primeira precondição para compreendermos o número em termos lógicos: o número não tem nada a ver com as coisas existentes, mas está em causa apenas com as regularidades puras do pensamento. É por tal motivo que o Neokantiano afirma que:

Derivar o número de coisas é claramente um raciocínio circular, se por derivar queremos dizer explicar. Para os conceitos das coisas são conceitos complexos, em que o número entra como um dos seus componentes indispensáveis.<sup>219</sup>

Além disso, Natorp assume que o conceito de número não pode ser abstraído das coisas, mas isso só é possível porque os números já estavam pressupostos nos conceitos das coisas. De acordo com ele ainda, qualquer outra coisa que alguém possa reivindicar como base do número incluiria o caráter mais essencial, que é a posição de relação. Em outros termos, o número só existe na medida em que se postula uma relação. E isso evidencia sua tese de que o *relata* não pode ser prévio à relação mesma.<sup>220</sup>

Em *SF*, endossando a crítica de Natorp,<sup>221</sup> Cassirer afirma que:

---

<sup>217</sup> Cassirer retoma esse argumento de Natorp posteriormente, em *PSF* vol. III, Cf. o capítulo IV da terceira parte.

<sup>218</sup> Cf. *LGEW*, P. 112-115

<sup>219</sup> *LGEW*, P. 98.

<sup>220</sup> Cf. *LGEW*, P. 99.

<sup>221</sup> E nesse momento ele traz ao debate a mesma crítica feita por Poincaré em 1908, em *Science et Méthode*. Cf. a propósito, o capítulo II da obra do francês.

Mas mesmo que essa dificuldade [*i.e.*, a derivação de Russell e Frege] pudesse ser removida por intermédio de uma complicada reinterpretação lógica do conceito de “equivalência”, o círculo na explanação se tornaria claro quando partíssemos para definição do “um”. O que significa apreender um objeto como “um” é aqui assumido como sendo conhecido desde o começo; pois a “equinumerosidade” de duas classes é conhecida unicamente pelo fato de podermos corresponder a cada elemento da primeira classe um e apenas um elemento da segunda.<sup>222</sup>

Russell, todavia, parece ter antecipado o argumento empregado pelos Neokantianos<sup>223</sup> e tentou superá-lo já em *PoM*. Em sua opinião, o sentido em que cada objeto é “um” é um sentido muito obscuro porque é aplicável a tudo igualmente. No entanto, o sentido em que uma classe pode ter um membro é bastante preciso. Nos termos do filósofo inglês: “Uma classe *u* tem um membro quando *u* não é nulo, e ‘*x* e *y* são *us*’ implica ‘*x* e *y* são idênticos’”.<sup>224</sup> Neste caso, a unidade é uma propriedade de uma classe e Russell chamou essa classe de classe unitária. Assim sendo, ele defendeu que o número “um” não deve ser afirmado de certos termos, mas sim de classes, as quais têm um membro no sentido definido acima.<sup>225</sup>

Por enquanto ainda não é o momento de fazer qualquer tipo de avaliação quanto ao que defende Russell ou a definição de número dos Neokantianos (Natorp e Cassirer). O único aspecto que queremos enfatizar nesse momento é o de que os pontos de vista de Russell e dos Neokantianos eram incompatíveis com relação a uma questão comum a

---

<sup>222</sup> *SF*, P. 50.

<sup>223</sup> Cf. sobre a interpretação, a posição crítica de Natorp a Frege e Russell em *LGEW: JOURDAIN* (1911). Em seu *review* do texto do Neokantiano, Jourdain é bastante crítico quanto à interpretação de Natorp de Frege e Russell, em especial quanto a sua ideia de lógica.

<sup>224</sup> *PoM*, P. 132-133.

<sup>225</sup> A mesma distinção entre os diferentes usos de “um” também foi feita por Couturat e Frege. Por um lado, Frege defende que o sentido em que cada objeto é “um” é muito impreciso, isto é, cada objeto possui essa propriedade (Cf. *GA*, P. 40); contudo, ele argumentou que quando se fala de “o número um”, um indica meio do artigo definido, um objeto definido e único de estudo científico (Cf. *GA*, P. 49). Por outro lado, Couturat, em sua resposta à crítica de Poincaré, disse que a confusão que existe na mente de Poincaré surge do duplo sentido da palavra para “Um”, isto é, é usado como um nome de um número e como um artigo indefinido. Em suas palavras: “para resumir, não é suficiente conceber qualquer objeto para conceber o número um, nem pensar em dois objetos juntos para ter por que só a ideia do número dois” (Couturat, 1912, P. 505). De acordo com Couturat, embora a proposição “*x* e *y* sejam os elementos da classe *u*” contenha símbolos *x* e *y*, não se deve concluir a partir deste fato que o número dois está implícito nessa proposição. Couturat argumentou que a situação aqui é a mesma que com a proposição “Pedro e Paulo são sábios”. Quando alguém diz essa proposição, alguém quer dizer que “Pedro é sábio e Paulo é sábio”. O fato de que Pedro e Paulo são “dois sábios” não é levado em consideração (Couturat, 1912, P. 505).

eles. Enquanto, por um lado, Russell acreditava que o conceito de número poderia ser baseado no conceito de classe, por outro, do ponto de vista das teorias de Natorp e Cassirer, o conceito de classe já pressupunha o conceito de número e este, sendo um produto do pensamento puro, nunca poderia ser considerado previamente à relação mesma. O conceito de número é visto como algo logicamente mais fundamental do que o conceito de classe. Contudo, do ponto de vista de filósofos da estirpe de Russell, Couturat e Frege, a razão para o fracasso Neokantiano era evidente: eles ainda não haviam descoberto a importância da lógica simbólica, o tema a ser trabalhado no próximo item em um aspecto fundamental.

#### 4.2.3. A crítica de Russell a noção Neokantiana de lógica

No ano de 1903 é publicado um artigo de Russell na revista *Mind* intitulado *Recent work on the philosophy of Leibniz*. Nele, como sugere o título, o filósofo inglês faz um apanhado em torno dos trabalhos recentes sobre Leibniz naquela época. Além dele mesmo, em 1900,<sup>226</sup> também Couturat, em 1901,<sup>227</sup> e Cassirer, em 1902,<sup>228</sup> haviam se ocupado de escrever sobre o mencionado autor.<sup>229</sup>

Dessa resenha de Russell, o que mais nos importa agora não é a totalidade de sua avaliação dos dois trabalhos dos filósofos citados, mas sim retomar uma interessante passagem na qual o filósofo inglês expressa, de modo acertado, fatores de extrema relevância presentes em Cassirer, aos quais ele se mostraria em total desacordo. Mais especificamente, o filósofo inglês direciona uma crítica aos Neokantianos com respeito à sua compreensão peculiar de lógica.

Inicialmente, Russell reconhece em sua resenha que Couturat estava bem informado quanto aos recentes avanços na lógica. Já Cassirer se mostrava alguém com uma visão antiquada no que se refere ao mesmo ponto. No *paper* de Russell lemos o seguinte:

Dr. Cassirer, como M. Couturat, considera a Lógica de Leibniz e suas investigações dos princípios da matemática como a fonte de seu sistema metafísico. No entanto, seu livro difere amplamente daquele do Sr.

---

<sup>226</sup> Em: *A critical exposition of the philosophy of Leibniz, with an appendix of leading passages*.

<sup>227</sup> Em: *La logique de Leibniz, de après de documents inédits*.

<sup>228</sup> Em: *Leibniz' System in seinen Wissenschaftlichen Grundlagen*.

<sup>229</sup> É digno de nota o ressurgimento de Leibniz nesse momento da história, quando, justamente, esse empenho em fundar a matemática na lógica vai ganhando cada vez mais força.

Couturat, tanto em sua teoria quanto sobre as opiniões de Leibniz e também quanto à ordem lógica e histórica das várias partes de sua filosofia. Ao contrário do Sr. Couturat, o presente autor não ainda compreendeu a recente descoberta e a importância da Lógica Simbólica. Na filosofia da matemática, seu ponto de vista parece concordar de perto com aqueles do Prof. Hermann Cohen, a quem o livro é dedicado, e para quem os agradecimentos são feitos no Prefácio. Encontramos, portanto, apesar de ocasionais referências a Dedekind e Cantor, pouca realização de aritmetização da matemática, e absolutamente nada da ainda mais recente “logicização” recente, se tal palavra for permissível. Matemática, para o Dr. Cassirer, não é sinônimo de lógica simbólica e lógica é sinônimo de teoria do conhecimento. Em ambos os casos o trabalho é kantiano e supõe que Leibniz também o seja. O mérito raro de não imputar nossa própria filosofia para o autor está sendo discutido pertence ao trabalho de M. Couturat, mas acho que não ao Dr. Cassirer; e como a matemática recente refutou de modo conclusivo as doutrinas de Kant quanto aos seus princípios, o resultado é roubar de Leibniz seu resultado mais extraordinário – quero dizer, a realização da suprema importância da Lógica Simbólica.<sup>230</sup>

É certo que poderíamos tecer uma série de comentários com diferentes acentos dessa passagem.<sup>231</sup> Ao invés disso, o único ponto que interessa agora diz respeito às palavras ditas pelo filósofo inglês sobre a posição de Cassirer quanto a sua ideia de lógica. E elas estão basicamente corretas. No trecho acima encontramos expressados o aspecto decisivo a que os filósofos de Marburgo se mantiveram fiéis nos ensinamentos da filosofia de Kant: lógica é entendida enquanto lógica transcendental.

---

<sup>230</sup> RUSSELL, 1903 B, P. 191.

<sup>231</sup> Como, por exemplo, expor as mudanças ocorridas com respeito à posição de Cassirer entre 1907 e 1910 – sobremaneira, se se tem em vista sua suposta tomada de consciência do advento da nova lógica de Frege e Russell no mencionado intervalo. Retenha-se ainda, que esse “possível acesso” se dá pela seguinte razão: é plausível de se pensar que o primeiro contato de Cassirer com a filosofia de Russell e Frege seja mesmo por meio de sua leitura de Couturat e enviesado pela interpretação de Natorp (como vimos no item anterior). Ambos, como também vimos, não eram lógicos em primeira linha, se os compararmos com Russell ou Frege. Desse modo, é ao menos questionável se perguntar sobre o quanto realmente Cassirer sabia sobre esses autores (Frege e Russell) no âmbito de sua crítica em 1910. Por fim, uma brevíssima digressão interessante com respeito a uma similaridade entre Kant e Cassirer em suas respectivas filosofias juvenis. Existe um paralelismo notável entre os dois: Kant, no século dezoito, fez algo parecido com o caso que temos aqui entre Cassirer e Russell. Em seu caso a relação conflituosa era com Leibniz, ou melhor, com o leibnizianismo representado por Wolff e sua escola. Ainda que soe um tanto quanto anedótico esse paralelismo, acreditamos ser de alguma valia essa constatação, na medida em que ela nos serve para notarmos esses exemplos (entre tantos outros) ocorridos no devir da história da racionalidade humana.

#### 4.2.3.1. Lógica Formal e Lógica Transcendental

Cassirer, Cohen e Natorp têm uma compreensão bem peculiar de lógica, sobremaneira se os compararmos com outros autores de seu tempo e seus feitos nessa área. Mais ainda, sob o olhar de um lógico contemporâneo a disciplina defendida pelos Neokantianos não pode ser considerada lógica, simplesmente. E a compreensão desses autores remonta uma vez mais a figura de Kant.<sup>232</sup> Por exemplo, Natorp em 1887 escreve um ensaio<sup>233</sup> intitulado *Über objektive und subjektive Begründung der Erkenntnis*,<sup>234</sup> em que ele diz exatamente isso:

Estamos tomando uma posição basicamente não muito distante da de Kant; de fato, acentuamos a essência de sua visão se negamos que uma lógica exclusivamente “formal” possa servir como uma teoria adequada do conhecimento e não apenas como uma técnica. De acordo com Kant, não existem leis de verdade puramente formais que não tenham suas raízes nas leis da verdade objetiva. Não há, portanto, uma lógica formal que não esteja fundamentada na lógica “transcendental”. Se ambos estão relacionados da mesma maneira que a lei encontrada nas funções analíticas e sintéticas, e se toda análise pressupõe a síntese (porque o entendimento não pode analisar algo que não tenha sido sintetizado), tudo o que a lógica formal pode ensinar deve ser fundamentado transcendentemente.<sup>235</sup>

Ainda nesse sentido, vale retomar aqui uma interessante colocação de Barone quanto a essa origem kantiana. Ele afirma que a lógica transcendental se trata de:

uma única lógica abrangente que deve lidar com a possibilidade da experiência: a lógica transcendental. Ela deve buscar aqueles conceitos e os juízos que constituem as condições necessárias e

---

<sup>232</sup> Tal nota característica nos serve para que possamos compreender as ambições epistemológicas desses autores e notar que, sob esse viés, eles não são autores tão estranhos assim; na realidade, seus pressupostos teóricos são diferentes daqueles, por exemplo, de Frege ou de Russell – e este último, a nosso ver, acerta, por um lado, ao constatar que lógica para Cassirer é sinônimo de teoria do conhecimento, mas comete um equívoco, por outro, ao descredibilizar totalmente os propósitos do filósofo da cultura. Esses, como veremos a seguir, são bastante razoáveis.

<sup>233</sup> Agradeço ao Professor Pedro Monticelli pela indicação dessa bibliografia na minha qualificação.

<sup>234</sup> „Über objektive und subjektive Begründung der Erkenntnis (Erster Aufsatz)“, *Philosophische Monatshefte*, 23: 257–286. Doravante NATORP, 1887.

<sup>235</sup> NATORP, 1887. P. 557.

suficientes de conhecimento e também dos objetos da experiência, e deve legalizá-los em sua origem da razão.<sup>236</sup>

Agora, a fim de aprofundarmos esse tema relativo à lógica dos Neokantianos – a lógica transcendental – retomemos o próprio Cassirer. Em 1928,<sup>237</sup> é publicado um artigo seu, que na realidade é um resposta ao filósofo holandês Gerard Heymans<sup>238</sup> no intuito de esclarecer alguns pontos levantados pelos críticos de *SF*, em particular aqueles contra a crítica de Cassirer à teoria de formação de conceitos e sua noção de lógica.

Naquela ocasião, Cassirer retoma a crítica apontada por Heymans em que este se vale de uma passagem de Schlick em sua *Allgemeine Erkenntnislehre*, publicado em 1918,<sup>239</sup> na qual o vienense havia objetado Cassirer e sua posição crítica em *SF* quanto a teoria tradicional de formação de conceitos como o resultado obtido de abstração das notas características, bem como o exemplo que Cassirer se valeu em 1910, obtido de Lotze.<sup>240</sup> Naquela obra encontramos o seguinte:

O conceito não é um conceito lógico válido? Tem um sentido e só isso é decisivo para sua validade na lógica formal. A questão de saber se pode desempenhar algum papel para a cognição está inteiramente fora da esfera da lógica formal.<sup>241</sup>

E a resposta de Cassirer a tal objeção é na verdade bem simples: ele nega estava envolvido em uma discussão da lógica formal. Nos termos do Neokantiano de Marburgo:

Eu não queria mostrar que a teoria da abstração é falsa, isto é, que é formalmente incorreto, mas sim que não é suficiente para a

---

<sup>236</sup> BARONE, 1953. P.194.

<sup>237</sup> “Zur Theorie des Begriffs.” (*ZTB*) Reprinted in: *Erkenntnis, Begriff, Kultur*, edited by. R. Bast. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1993. O artigo foi publicado inicialmente na *Kant-Studien* (34).

<sup>238</sup> Que publica na *Kant-Studien* (33) daquele mesmo ano o artigo *Zur Cassirischen Reform der Begriffslehre*. Cf. HEYMANS (1928).

<sup>239</sup> Cf. SCHLICK, M. *Allgemeine Erkenntnislehre*. Vienna, Springer, 2009. Doravante: SCHLICK (1918).

<sup>240</sup> E o mencionado trecho é este: “Podemos tomar de empréstimo o exemplo drástico de Lotze: se agrupamos cerejas e carne sob os atributos ‘vermelho’, ‘suculento’, e ‘comestível’, não alcançaremos um conceito lógico válido, mas uma combinação de palavras sem sentido completamente inútil para compreensão dos casos particulares” (*SF*, P. 7).

<sup>241</sup> SCHLICK (1918). P. 5. Esta passagem é citada por Cassirer em *ZTB* (Cf. P. 133).

fundamentação objetiva particular do conceito, para a explicação de seu valor para o conhecimento.<sup>242</sup>

Cassirer nega que sua análise da estrutura e formação de conceitos seja válida apenas para conceitos matemáticos, mas a validade geral de sua concepção não significa que sua teoria seja uma teoria da lógica formal. No mesmo texto de 1928, encontramos ainda:

No entanto, para mim, não há como voltar desse reconhecimento à lógica formal “clássica”. Pois, se esse tipo de lógica, de acordo com a definição kantiana, consiste nisso, que “abstrai de todos os objetos de conhecimento e suas diferenças” – assim a teoria filosófica do conceito, que eu procurei construir, apresenta antes a tarefa diametralmente oposta. Ele não se abstém de considerar essa variedade de estruturas objetivas, mas quer torná-las visíveis em sua extensão completa. Não se esforça pelo não formal além das diferenças na estrutura objetiva, mas quer mostrar o próprio significado imanente, a articulação interna dessas diferenças. Somente deste ponto de vista universal e fundamental [da teoria filosófica do conceito] pode ser entendida toda posição individual concernente ao “conceito” e sua função lógica.<sup>243</sup>

Mas o que resta dessa disciplina que “abstrai de todos os objetos de cognição e suas diferenças” e considera apenas “a mera forma de pensar”? A resposta de Cassirer pode ser encontrada em uma passagem de outro texto de sua autoria, agora em 1930:

O sentido cognitivo puro dos conceitos – pode ser agora de um conceito de ciência natural – consiste, de fato, em que eles deveriam nos colocar em posição de apreender o particular empírico sob regras e determinar o particular por meio deles.<sup>244</sup>

Segundo Cassirer, essa conclusão dificilmente poderia ter sido alcançada se se considerar unicamente à “mera forma” de pensar, como supostamente fizeram seus críticos:

---

<sup>242</sup> ZTB, P. 132.

<sup>243</sup> ZTB, P. 131.

<sup>244</sup> Cassirer, Ernst. “Inhalt und Umfang des Begriffs.” *Theoria* 2 (1936). Reprinted in *Erkenntnis, Begriff, Kultur*, edited by R. Bast. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1993. P. 215.

Só pode ser alcançado através da consideração do sentido objetivo e dos vínculos objetivos do pensamento. Uma verdadeira lógica “geral” pode, portanto, apenas basear-se em uma lógica transcendental, isto é, basear-se numa lógica de pensar um objeto. É essencial estudar sua estrutura, seu caráter, sua relação multifacetada e sua conexão necessária. Em minha análise em *Substância e Função*, eu estava essencialmente objetivando essa e nenhuma outra tarefa. Heymans entendeu errado o que eu apresentei, se ele pensasse que sua intenção era substituir os tipos de atividade transmitidos na “lógica formal” por alguns outros novos: derrubar a velha forma dessa “lógica” a fim de colocar um novo em seu lugar. O que procurei contrariar não foi a formulação que a doutrina do conceito, como teoria única, inclui nessa lógica – foi antes o posicionamento do problema e da tarefa, foi o “princípio” constitutivo da lógica em si. “Investigações sobre as questões fundamentais da crítica do conhecimento”: assim foi o subtítulo que eu tinha dado ao meu livro. Assim, deve-se enfatizar desde o início que a discussão aqui não deveria, de maneira alguma, ser apenas a “forma” do conceito, mas sim seu valor para o conhecimento, seu “sentido objetivo” e sua “validade objetiva”.<sup>245</sup>

Enfatizemos que Cassirer não argumentou unicamente que a antiga lógica aristotélica é uma lógica formal deficiente e deveria ser substituída pela nova e muito superior lógica “formal” de Frege e Russell. O ponto chave é o de que a nova concepção da estrutura e formação de conceitos, que a obra de Russell e Frege forneceu uma expressão adequada, põe em questão o “princípio constitutivo” da própria lógica formal. Se a essência do conceito não pode ser definida de outra maneira senão pela função que desempenha na construção do conhecimento, então não pode haver estudo das regras do pensamento, isto é, do conhecimento através de conceito. Nesse sentido, Cassirer insiste, pois, que a lógica formal depende de uma lógica transcendental independente.

Se este ponto foi concedido, Cassirer está disposto a ser permissivo sobre a possibilidade de uma lógica “formal”. Leiamos o próprio:

O momento que assegura essa legitimação [isto é, o que torna o conceito de valor para a cognição objetiva] – assim, tentei mostrar – pertence em cada caso a um plano de pensamento completamente

---

<sup>245</sup> ZTB, P. 131.

diferente daquele que está em ação no mero processo de abstração. Se alguém reconhece essa diferença, então a parte essencial do meu argumento foi concedida – e pouco importa para mim se alguém próximo a ela quer garantir uma tarefa especial ou, em alguma medida, um lugar de honra e segurança no sistema de conhecimento filosófico para a lógica “formal”, no antigo sentido da palavra. Contra tal movimento, não tenho o menor objetar, desde que a relação de posição não seja novamente deslocada, desde que não se questione a primazia do “transcendental” antes do meramente formal.<sup>246</sup>

Quando se analisa o campo do conhecimento científico para encontrar os princípios e conceitos mais básicos, somos levados às condições necessárias e suficientes para a constituição do conceito de objeto. Todavia, esses conceitos e princípios, nos quais o objeto é resolvido, não são “absolutos”, além das “formas lógicas de conhecimento”, mas o que Cassirer designa relações funcionais [*Funktionsbeziehung*], dentro do conhecimento que lhe dão sua unidade. E essa ideia também é derivada de Kant.

As formas de pensar um objeto, as categorias, são alcançadas, novamente de acordo com a leitura que Cassirer faz de Kant, analisando as condições necessárias para o conhecimento científico. Essas formas não são coisas em si ou objetos platônicos cuja relação com a cognição empírica é difícil de efetuar. Em vez disso, as categorias são apenas as formas de objetos, no sentido de que sem elas não poderia haver nenhum objeto de experiência. São, portanto, “imanescentes ao pensamento”, já que são necessariamente aplicáveis aos objetos da experiência – objetos que, considerados em abstração das categorias, são completamente vazios. Contudo, se reinterpretarmos esses “conceitos de forma” metafisicamente, por assim dizer, como um tipo separado de objeto, ou constituindo um domínio separado do reino dos objetos empíricos, nós não teremos os meios para estabelecer a relação necessária com os objetos empíricos.

Essa hipostatização de pontos de vista em “elementos” é o erro fundamental o qual Cassirer chama de “teorias metafísicas do conhecimento”. Essas teorias se opõem a “uma forma meramente vazia” ou “uma mera generalidade sem qualquer particularização ou determinação” contra “um elemento meramente lógico” ou “um

---

<sup>246</sup> ZTB, P. 132.

material absolutamente ‘estranho ao pensamento’”.<sup>247</sup> Portanto, se a lógica é a ciência da forma de pensar, então, melhor do que ser isolada, que ela, então, analise o nosso pensamento real e concreto nas ciências. Caso contrário, ficaríamos com uma lacuna intransponível entre a lógica e as outras ciências. Nesse sentido, a lógica precisa se basear em uma análise prévia das ciências, que é a tarefa da lógica transcendental.

Diferentemente de Russell, o logicismo de Cassirer não tem ambições fundacionalistas. Para muitos lógicos, incluindo o próprio inglês, o apelo do logicismo é que a matemática, cuja certeza poderia estar em dúvida, herda o *status* epistemológico privilegiado que a lógica possui. Cassirer rejeita essa afirmação, porque ele não acredita que a lógica formal tenha um lugar de “honra e segurança” – não compartilhada pela matemática ou pela ciência natural; dessa maneira não há algo assim como uma ciência “puramente formal”. Segundo ele, o tipo mais fundamental de lógica é a lógica transcendental a qual, enfatizemos, investiga as condições prévias da ciência. Como não há rota epistemológica para a “lógica formal”, exceto por meio de uma análise de nossa melhor ciência atual, tomada como um fato, qualquer tentativa de fundamentar a certeza da última em termos da primeira é uma tarefa em vão. Desse modo, se Cassirer pode ser qualificado enquanto logicista, seu logicismo é de um tipo diferente: é, pois, um “logicismo transcendental”. A matemática é um ramo da lógica transcendental – a ciência dos princípios *a priori* que tornam possível o conhecimento científico-matemático.

#### 4.3. Sobre a errônea compreensão de Cassirer de Frege

No terceiro capítulo, vimos que uma das objeções de Cassirer contra Frege se referia ao fato de que este atribuía ao número um caráter substancial, na medida em que o filósofo de Jena considerava o número como um tipo de objeto. E isso se deve ao fato de que Cassirer trabalhava tendo em vista uma contraposição específica: aquela entre substancia e função. Contudo, a noção fregeana de objeto não se enquadra exatamente no molde pressuposto pelo Neokantiano. De uma maneira análoga ao que trabalhamos anteriormente no caso de Russell, Cassirer também não faz *jus* a Frege em pontos decisivos. Um exemplo disso, que exploraremos em seguida, diz respeito aos conceitos

---

<sup>247</sup> Cf. Cassirer, Ernst. “Erkenntnistheorie nebst den Grenzfragen der Logik.” (1913) In: *Erkenntnis, Begriff, Kultur*, edited by. R. Bast. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1993. P. 15.

fregueanos de “Função” e de “conceito”. Feito isso, retomaremos um aspecto da crítica de Cassirer em *SF* a qual, ele mesmo reconsiderou.

#### 4.3.1. Alguns aspectos do uso de “Função” em Frege

Em seu texto de 19891, *Função e conceito*, de 1891, Frege efetuou uma crítica as definições – segundo ele, comuns nos primórdios da análise – que identificavam uma função com uma expressão analítica e que permitiam, por conseguinte, identificar expressões como  $[2 \cdot x^3 + x]$  e  $[2 \cdot 2^3 + 2]$ , por exemplo, com funções de  $x$  e  $2$ , respectivamente. O principal defeito desse tipo de identificação, ele nos diz em seu artigo, é a ausência da distinção entre o sinal e aquilo que é designado pelo sinal. Porém, tendo em vista a mencionada distinção de Frege, o objeto designado por  $[2 \cdot 2^3 + 2]$  é o mesmo objeto designado por  $[18]$  ou por  $[3 \cdot 6]$ , o qual se trata de um número. Analogamente, a expressão  $[2 \cdot x^3 + x]$  indica de modo indefinido um número e nenhuma diferença essencial existe entre a utilização desta expressão e de uma variável qualquer, como  $x$ .

A essência da função, afirma Frege, é aquilo que existe em comum entre as expressões  $[2 \cdot 1^3 + 1]$ ,  $[2 \cdot 4^3 + 4]$  e  $[2 \cdot 5^3 + 5]$ , no caso, o que está presente em  $[2 \cdot x^3 + x]$  para além do  $x$ ; algo que se poderia designar por  $[2 \cdot ( )^3 + ( )]$ . Por um lado, a letra  $x$  indica o que o filósofo da matemática caracterizou como “argumento” e, por outro, a expressão que resulta da supressão da letra o que ele chamou de “função”. Esta, deve reproduzir a natureza peculiar da expressão que a designa e, por isso, nos diria Frege: “o argumento não é parte da função, mas constitui juntamente com ela um todo completo.”<sup>248</sup> Essa característica essencial da função denomina “insaturação” (*Ungesättigkeit*).

O eliminar das letras em uma expressão funcional não permite reconhecer, entretanto, se a função designada pela expressão trata-se de uma função de uma variável ou se ela é uma função de duas ou até mais variáveis. *E.g.*, como é possível saber se  $[( )^2 + ( )^3 + 1]$  designa uma função de um só argumento ou uma função de dois argumentos?

---

<sup>248</sup> FREGE, G. *Funktion und Begriff*. In: \_\_\_\_\_. *Kleine Schriften*. 2. Aufl. Hildesheim: George Olms, 1990. p. 125-142. P. 128.

Tal problema, fez com que o filósofo, a partir das *Grundgesetze*,<sup>249</sup> a utilizar uma notação que permitisse fazer essa distinção. Diferente das letras latinas  $x$  e  $y$  na expressão  $[x^2 + y^3 + 1]$ , cujo propósito era o de exprimir generalidade, as letras gregas  $\xi$  e  $\zeta$  em  $[\xi^2 + \zeta^3 + 1]$  tiveram o papel de indicar os lugares onde os sinais dos argumentos da função deveriam ser introduzidos e permitissem distinguir uma função de duas variáveis: “ $\xi^2 + \zeta^3 + 1$ ”, de uma função de uma variável: “ $\xi^2 + \xi^3 + 1$ ”. A repetição da letra  $\xi$  indica que ambos os lugares devem ser ocupados pelo mesmo argumento.

Em uma passagem de outro artigo seu, *O que é uma Função?*, de 1904, Frege nos explica esse exato ponto de sua notação:

É possível tornar visível essa necessidade de complementação [da função] através de parênteses vazios, e.g., “*sen ( )*” ou “ $( )^2 + 3 ( )$ ”. Embora, de fato, isto seja o meio mais apropriado de defender-se da confusão que dessa maneira surge quando se encara o sinal de argumento como parte do sinal da função, esta designação provavelmente não encontrará nenhuma aceitação. É também possível utilizar uma letra para esse propósito. Escolhemos para isso “ $\xi$ ”. Assim, “*sen  $\xi$* ” e “ $\xi^2 + 3 \xi$ ” são símbolos de funções. É preciso, porém, que seja anotado que aqui “ $\xi$ ” somente tem a tarefa de tornar reconhecível a posição onde o sinal complementar tem de ser inserido. E será melhor também não empregar em lugar de ‘ $x$ ’, que serve em nossos exemplos para expressar a generalidade.<sup>250</sup>

Portanto, o papel da letra  $x$  em  $[x^2 + 3x]$  é fundamentalmente diferente do de  $\xi$  em  $[\xi^2 + 3\xi]$ . No primeiro caso, a letra veicula generalidade: a expressão  $[x^2 + 3x]$  indica não uma função ou um número determinado, mas muitos números, entre eles  $1^2 + 3 \cdot 1$ ,  $2^2 + 3 \cdot 2$  e  $3^2 + 3 \cdot 3$ . A letra  $\xi$ , por outro lado, indica onde os nomes dos números 1, 2, 3 e muitos outros devem ser inseridos na expressão  $[\xi^2 + 3\xi]$ . A presença da letra  $\xi$  nesta expressão não significa que o argumento é uma parte da função, pois esta é insaturada: “Quando dizemos ‘a função  $\Phi(\xi)$ ’, não podemos esquecer que o ‘ $\xi$ ’ somente pertence ao nome da função enquanto torna a sua

<sup>249</sup> Utilizaremos aqui a tradução inglesa deste texto: FREGE, G. *The basic laws of arithmetic: exposition of the system*. Translated by M. Furth. Berkeley: University of California Press, 1967.

<sup>250</sup> FREGE, G. *Was ist eine Funktion?* In: \_\_\_\_\_. *Kleine Schriften*. 2. Aufl. Hildesheim: George Olms, 1990. p. 273-280. P. 278-279.

insaturação visível.”<sup>251</sup>

Assim como preposições e conjunções nada designam, só adquirindo significado no contexto de uma frase, as letras gregas de Frege não designam o(s) argumento(s) da função, apenas atuam no contexto da expressão que designa a função, indicando onde os sinais dos argumentos devem ser introduzidos.

A expressão  $[2^2 + 2^3 + 1]$  designa um valor da função: o valor da função  $[\xi^2 + \xi^3 + 1]$  para o argumento 2.  $[\xi^2 + \xi^3 + 1]$  designa um valor à expressão  $[2^2 + 2^3 + 1]$ , um objeto. A insaturação da função é o que a diferencia de um objeto, sendo que essa diferença reflete o fato de a expressão funcional, diferente de um nome ou descrição, conter “lugares vazios”.

Contudo, no início de sua carreira acadêmica Frege percebeu que o âmbito da Aritmética precisava ser estendido a fim de ser possível explicar o caráter geral e abstrato dessa ciência. Ademais, o autor se deu conta mais tarde, que deveria ocorrer uma extensão análoga com os domínios dos argumentos e dos valores de uma função, até então restritos aos objetos da aritmética, a fim de que seu projeto logicista fosse desenvolvido. Sob tal perspectiva, objetos como Havana e Moscou, por exemplo, podem ser pensados como valores da função designada por  $[a \text{ capital de } \xi]$  para os argumentos Cuba e Rússia, respectivamente. A proposição “5 é maior do que 3”, por outro lado, não é o valor da função “ $\xi > 3$ ” para o argumento 5, como poder-se-ia supor à primeira vista, mas sim o valor de verdade (*Wahrheitswert*) dessa proposição, qual seja, o verdadeiro. Isso porque, segundo Frege, uma sentença designa não uma proposição, mas um valor de verdade.

Sendo um valor de verdade o objeto designado por uma sentença, qual a relação entre a proposição e a sentença? De acordo com Frege, em uma expressão cabe distinguir dois elementos e ela associados: o seu sentido (*Sinn*) e a sua referência (*Bedeutung*). Em particular, a proposição corresponde ao sentido e o valor de verdade, ao referente da sentença. De modo geral, o valor de uma função aplicada a um dado argumento corresponde ao referente da expressão que se obtém ao substituir a letra do argumento da expressão funcional pelo nome do argumento.

---

<sup>251</sup> FREGE, G. *The basic laws of arithmetic: exposition of the system*. Translated by M. Furth. Berkeley: University of California Press, 1967. § 21.

Portanto, para Frege, a estrutura da proposição reflete a estrutura da sentença que a exprime: a estrutura da sentença depende do modo como a sentença é analisada, haja vista que o processo de análise pode ser feito de diferentes maneiras. Feita a análise da sentença e identificada a sua estrutura – esta inclui a própria sentença, as suas partes e uma relação peculiar (todo-parte) que há entre a primeira e as últimas. A estrutura da proposição é revelada via correspondência entre as partes da sentença e os sentidos dessas partes. Tal correspondência constitui um isomorfismo entre as duas estruturas. Naturalmente, as estruturas de expressões complexas em geral e as estruturas dos sentidos dessas expressões são também isomorfas: os componentes [Rússia] e [a capital de  $\xi$ ] estão para a expressão [a capital da Rússia] assim como os sentidos desses componentes estão para o sentido da última expressão.

A substituição da letra x em [Se x é homem, então x é mortal] pela letra grega  $\xi$  leva à formação da expressão funcional [se  $\xi$  é homem, então  $\xi$  é mortal]. Esta expressão designa uma função e, por isso, tem um sentido.<sup>252</sup> A função designada possui uma propriedade peculiar, qual seja, o seu valor é o verdadeiro qualquer que seja o seu argumento. Por isso, ela pode ser o argumento de uma outra função: uma cujo valor seja o verdadeiro para argumentos que sejam funções com tal propriedade e o falso para quaisquer outras, por exemplo. Por conseguinte, visto que não apenas objetos podem ser argumentos de funções, a distinção função/objeto não é congruente à distinção função/argumento na doutrina do autor.

Algumas funções admitem somente valores de verdade entre seus possíveis valores. É o caso das funções designadas por [ $\xi > 3$ ] e por [ $\xi + 1 = \zeta$ ]. Entre tais funções, aquelas com um só argumento, como “ $\xi > 3$ ”, são denominadas conceitos (*Begriffe*) e aquelas com dois argumentos, como “ $\xi + 1 = \zeta$ ”, relações (*Beziehungen*). Quando o valor de um conceito para um dado argumento é o verdadeiro, entre o argumento e o conceito há uma relação lógica peculiar que Frege exprime dizendo que o primeiro cai sob (*fällt under*) o segundo. Assim, 5 cai sob o conceito “ $\xi > 3$ ” e Sócrates, sob o conceito “ $\xi$  é mortal”. Dessa relação deriva a relação de subordinação (*Unterordnung*) entre dois conceitos, que se verifica sempre que os argumentos que caem sob o primeiro conceito também caem sob o segundo. O conceito “ $\xi$  é homem”, por exemplo, está subordinado ao conceito “ $\xi$  é mortal”, pois tudo o que é homem (cai

---

<sup>252</sup> Nem sempre uma expressão com sentido possui um referente. É o caso do nome “pégaso”. Mas a existência do referente implica a existência do sentido, uma vez que o último determina o primeiro.

sob o primeiro conceito) também é mortal (cai sob o segundo).

Há ainda uma outra relação lógica fundamental que dois conceitos podem apresentar. Se duas funções  $\varphi(\xi)$  e  $\phi(\xi)$  são tais que, qualquer que seja o argumento  $\xi$ , o valor de verdade do conceito  $\varphi(\xi) = \phi(\xi)$  é o verdadeiro, então a proposição “a função  $\varphi(\xi)$  possui o mesmo curso de valores (*Werthverlauf*) da função  $\phi(\xi)$ ” exprime que as duas funções possuem o mesmo valor para o mesmo argumento, qualquer que seja o argumento. As funções  $\xi^2 - 4\xi$  e  $\xi(\xi - 4)$ , por exemplo, possuem o mesmo curso de valores, assim como os conceitos “ $\xi$  é um número inteiro entre 1 e 3” e “ $\xi$  é um número primo par”. Frege designa o curso de valores de uma função  $\varphi(\xi)$  por  $\varepsilon\varphi(\varepsilon)$ . Isso permite que a identidade dos cursos de valores de duas funções seja afirmada por meio de uma equação: “ $\varepsilon(\varepsilon^2 - 4\varepsilon) = \varepsilon[\varepsilon(\varepsilon - 4)]$ ”, no caso.

Agora, dada essa breve explicação acerca dos papéis assumidos por conceitos centrais na epistemologia fregueana, podemos levantar alguns questionamentos a Cassirer no que se refere a sua compreensão da lógica de Frege. No item a seguir, nos dedicaremos a um desses pontos problemáticos.

#### 4.3.2. Cassirer sobre “similaridade de classes”

Existe pelo menos uma razão contra Cassirer e a favor de Frege que leva parte da crítica do Neokantiano ruir em seu texto de 1910. Ao falar de “Similaridade de classes”,<sup>253</sup> Cassirer acusa Frege de cair no erro da teoria abstracionista, o ponto de partida do Neokantiano em *SF*.

Para aprofundar esse ponto, leiamos inicialmente dois trechos da obra de 1910 do Neokantiano:

1. A construção conceitual que fundamenta o número não tende a enfatizar as *similaridades*, como é o caso da doutrina tradicional de abstração, mas procura enfatizar e manter a diversidade. A consideração de conjuntos, que podem ser mutuamente coordenados membro a membro, pode levar à separação de uma marca idêntica neles. Essa marca, todavia, ainda não é em si mesmo ‘número’, mas meramente uma propriedade lógica ainda não suficientemente definida. [...] Mesmo aqueles pensadores, que

---

<sup>253</sup> Cf. *SF*, P. 52-54.

levaram adiante de forma mais rigorosa e consistente a explanação de número através de classes de equivalência, enfatizam que essa explanação é irrelevante para os objetivos metódicos da matemática pura.<sup>254</sup>

2. Números aparecem, de acordo com essa visão [o cardinalismo de Frege-Russell], não como expressão da condição fundamental que possibilita cada pluralidade, mas como uma ‘marca’ que pertence à pluralidade de classes dada e que delas pode ser separado por comparação. Repete-se assim a deficiência fundamental de toda doutrina de abstração: um esforço é feito para ver o que guia e controla a formação de conceitos, *i.e.*, um ponto de vista puramente ‘categórico’ como parte constitutiva dos objetos comparados.<sup>255</sup>

Porém, “Similaridade” ou “equinumerosidade” entre conceitos não é similaridade no sentido abstracionista; é na verdade uma relação entre conceitos expressos apenas quando os recursos da lógica relacional são trazidos para o efeito. Além disso, lembremos que Frege rejeita teorias enumerativas de classes e só permite classes por compreensão. Portanto, para ele, as classes são determinadas pelos conceitos que fornecem a regra para associação de classe, não por uma lista de objetos agrupados independentemente, como Cassirer dá a entender em sua argumentação.

Tanto é assim, que posteriormente, em *Filosofia das Formas Simbólicas*, faz uma espécie de *mea culpa* nesse ponto e se retrata com Frege. E isso se dá somente depois da publicação do livro de Wilhelm Burkamp em 1927,<sup>256</sup> sobre os fundamentos da matemática e a lógica matemática. Burkamp, em seu texto, elogiou Frege precisamente por reconhecer a natureza não-aristotélica e não-abstracionista do conceito.<sup>257</sup> O que mais interessa aqui do texto *Begriff und Beziehung* é o tratamento dado resenha de Frege do ano de 1890 – ou seja, um ano antes da publicação de *Função e Conceito* – dos *Vorlesungen* de Schröder, em que o tema em pauta cai em cheio. É bem provável, salvo melhor juízo, que Cassirer não teve conhecimento no ano de 1910 dessa resenha de Frege.

---

<sup>254</sup> SF, P. 47-48.

<sup>255</sup> SF, P. 54.

<sup>256</sup> BURKAMP, W. *Begriff und Beziehung*. Leipzig. Felix Meiner. 1927.

<sup>257</sup> Cf. em especial a parte IV do livro de Burkamp, sobre “classe e número na lógica conceitual”.

Para finalizar, ressaltamos que a diferença mais marcante entre um filósofo analítico, como Frege, e um filósofo transcendental, como Cassirer, se dá no marco de suas posições em torno à linguagem. Para o primeiro a linguagem é, sem dúvidas, o tema central, já para o segundo, tendo em vista o pluralismo de Cassirer, a linguagem é tão só uma, entre outras tantas, formas de compreensão de mundo.<sup>258</sup> Desse modo, para Cassirer nem ela (a linguagem), nem qualquer outra forma simbólica é possuidora de qualquer tipo de primazia frente às outras; dito de outra forma, ou está numa posição hierárquica superior a outros discursos.

Agora quanto a Frege, leiamos:

No caso de Frege, vale à pena lembrar que, quase imperceptivelmente, sua análise do número (e, em geral, sua renovação da lógica) coloca a linguagem comum em uma posição central na filosofia. Ou melhor: característica dos *Grundlagen* é que sua estratégia argumentativa se move sem solução de continuidade da linguagem comum para a matemática ou *vice-versa*, e isto de duas maneiras. Às vezes a análise da linguagem comum é introduzida juntamente com o princípio da contextualidade, fazendo assim dois movimentos em um. Para este recurso Frege funda a tese de que números não são propriedades de objetos, mas de conceitos (G, §46). Em outros casos, a linguagem comum é a metalinguagem que expressa uma propriedade ‘matemática’ do número.<sup>259</sup>

---

<sup>258</sup> Uma das definições da noção chave de Cassirer de “Forma simbólica” é exatamente esta: um modo peculiar de compreensão de mundo.

<sup>259</sup> PORTA (1996). P. 219.

## Conclusão

Ainda que nos dias de hoje estejamos experimentado uma espécie de “redescobrimto”<sup>260</sup> do Neokantismo, sobremaneira pela quantidade de trabalhos publicados nos últimos anos, tal movimento segue sendo um universo repleto de temas interessantes que ainda merecem ser estudados. E o caso não é muito diferente se direcionarmos as atenções em particular a filosofia de Cassirer: mesmo que ele tenha sido talvez o pensador mais célebre do mencionado movimento e a produção bibliográfica sobre ele seja, de fato, maior – e basta uma breve verificação para constatar isso se o compararmos aos outros membros das escolas de Marburgo, de Baden, ou da realista – ainda há muito material digno de atenção. Um deles, que faz parte desse amplo conjunto de temas, é o próprio texto de 1910 trabalhado aqui por nós. Especificamente nesse ponto acreditamos em uma modesta contribuição – a qual esta tese é resultado, qual seja, um trabalho de reconstrução histórica do estado da arte e da discussão em torno ao um momento essencial da primeira grande obra do filósofo: sua recepção do logicismo.

No intuito de cumprir tal feito, o caminho de nossa pesquisa percorreu diversos ambientes histórico-filosóficos, autores e temas dentro dos quatro momentos que dividiram nosso texto: um primeiro tratando de alguns poucos aspectos relativos do mencionado programa; um segundo tratando do contexto filosófico no qual o Neokantiano esteve inserido; um terceiro tratando em específico o momento do texto de 1910 em que Cassirer faz sua argumentação; e por fim, um quarto momento tratando de alguns problemas na posição de nosso filósofo. Aqueles dois primeiros capítulos deste trabalho nos serviram unicamente como pano de fundo para o núcleo duro da nossa argumentação – trabalhado no capítulo três – e nossa discussão com o próprio filósofo – trabalhada no capítulo quatro.

Vimos que, ao tratar da matemática, o programa estruturalista de Dedekind é o mais promissor segundo a interpretação de Cassirer; também vimos algumas de suas razões para tal defesa, em conjunto com sua interpretação peculiar do mencionado

---

<sup>260</sup> Para darmos somente dois recentes exemplos aqui – um sobre o movimento Neokantiano e outro sobre a obra de 1910 de Cassirer – lembremos, por um lado, do livro publicado por Beiser em 2014 sobre a gênese do Neokantismo (BEISER, 2014) e, por outro, do capítulo do livro de Schliesser de 2016 (sobre dez textos clássicos negligenciados na filosofia – e *SF* encabeça essa lista – SCHLIESSER, 2016) escrito por Richardson em *On Making Philosophy Functional: Ernst Cassirer's „Substanzbegriff und Funktionsbegriff“*.

programa. Também vimos suas críticas a Frege e Russell: o Neokantiano argumentava, entre outras coisas que definir números em termos de classes não serve para fins matemáticos e que a caracterização do conceito de uma progressão é suficiente para a aritmética.<sup>261</sup> Ademais, a tentativa de Russell e Frege de dar aos números propriedades intrínsecas específicas, como certos tipos de classes, estava, na opinião de Cassirer, motivada por um resquício metafísico – se se levar em consideração aquela tese básica de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*. O Neokantiano, finalmente, assume que a visão de Dedekind (*i.e.*, de que números são posições em estruturas) opõe-se a fundar aritmética em uma teoria de classes.

Apesar disso, também discutimos certos pontos fracos na argumentação do filósofo, como, por exemplo, o fato de que Cassirer não fez total justiça a própria noção “Função”, de central importância nas filosofias de Frege e de Russell. Quando tratamos isso, no quarto capítulo, tematizamos um aspecto em cada um dos autores o qual o Neokantiano não levou em consideração em sua obra de 1910. Mesmos assim, tais lacunas não descredibilizam nosso autor a ponto de afirmarmos que ele seja inferior a seus oponentes (Frege e Russell), senão que pelo contrário: é possível de se verificar diferentes pontos de vista em torno a uma temática comum. Enquanto, por um lado, Cassirer jamais largou a proposta metodológica de base de sua escola (*i.e.*, o “Método transcendental”) por outro, temos Frege Russell trabalhando em outra frente, distinta daquela do Neokantiano, a saber, com a análise lógica da linguagem.

Por fim, uma maneira muito pouco caridosa – para não dizer equivocada –, a nosso ver, de interpretar os Neokantianos (e Cassirer seria um caso particular disso) é dizendo, de modo duro e parcial, que eles falham em entender as teorias de Frege ou de Russell por não saberem lógica, ou ainda por não se aterem ao “tema de sua época”, como mencionamos logo no parágrafo acima: a análise lógica da linguagem. No entanto, justamente a ideia de base desses autores que fizeram parte desse movimento filosófico (*i.e.*, aquela referente ao *Faktum* da ciência), implica postular a transparência semântica do discurso científico. Não é a semântica o que deve anteceder a epistemologia, mas a própria ciência. E tal fator não implica necessariamente que o Neokantismo de Cassirer não possua qualquer interesse na teoria da linguagem, mas sim que esta, segue um trilha diferente daquele de Frege e Russell. O que importa ao nosso

---

<sup>261</sup> Cf. *SF*, P. 49.

autor é levar a efeito a tarefa de descrever o modo peculiar (diverso do científico) que a linguagem (ou, o mito, a ciência, e outras formas simbólicas) constrói objetos e instaura um mundo particular, e não de instaurar *a priori* uma semântica universal.

## Bibliografia

- AMARAL, L. A. D. *Ernst Cassirer sobre um novo fato na ciência: considerações em torno à recepção da tese logicista*. In: BRITO, E. O. & GIUSTI, E. M. (Org.) *Dos modernos aos contemporâneos: contribuições*. Apolodoro, 2017. PP. 341-375.
- \_\_\_\_\_. *Ernst Cassirer's sui generis logicism: On the reception of the logicist thesis and its role in Substanzbegriff und Funktionsbegriff*. In: *Cognitio- Estudos, PUC-SP*, Vol. 14, n. 2 – São Paulo, jul./dez. 2017. PP. 186-198.
- \_\_\_\_\_. *Origens e antecedentes da intuição pura do espaço em Kant (1768-1769)*. In: *Studia-Kantiana*, n. 22. 2016. PP. 105-120.
- \_\_\_\_\_. *Remarks on the theoretical context of Cassirer's philosophical project*. In: *Argumentos*, ano 7, n. 13 - Fortaleza, jan./jun. 2015. PP. 247-255.
- ANDERSON, R. L. *The Neo-Kantian roots of Anti-Psychologism*. In.: *British journal for the history of philosophy*, 13:2, 2005. PP. 287-323.
- ARISTOTELES, *The complete work of Aristotle. Vol. I and II*. The revised oxford translation, edited by J. Barnes. Princeton University Press. 1991.
- BARONE, F. *Logica Formale e Logica Transcendentale. Vol. I: Da Leibniz a Kant*. Edizioni di filosofia. Torino. 1957.
- \_\_\_\_\_. *Logica Formale e Logica Transcendentale. Vol. II: L'algebra della Logica*. Edizioni di filosofia. Torino. 1964.
- BAUCH, B. *Studien zur Philosophie der Exakten Wissenschaften*. Carl Winter. Heidelberg. 1911.
- BAUM, M. „Methode, tranzendente“. Em: Ritter, J., Günder, K. (Eds.), *Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Bd. 5, Basel/Stuttgart, Schwabe. 1980.
- BEANEY, M. *Frege and the role of historical elucidation: methodology and the foundations of mathematics*. In.: FERREIRÓS, J. GRAY, J.J. (eds). *The architecture of modern mathematics: essays in history and philosophy*. Oxford University Press. 2006. PP. 47-66.

- \_\_\_\_\_. *The oxford handbook of the history of analytic philosophy*. Oxford University Press. 2013.
- BEISER, F. *The Genesis of Neo-Kantianism. 1796-1880*. Oxford University Press. 2014.
- BENACERRAF, P. and PUTNAM, H. *Philosophy of Mathematics*. Second Edition. Cambridge U. Press, 1983.
- BIAGIOLI, F. *Articulating space in terms of transformations groups: Helmholtz and Cassirer*. In.: *Journal for the history of analytic philosophy*, vol. 6 n° 3. 2018. PP. 115-131.
- \_\_\_\_\_. *Cassirer's view of the mathematical method as a paradigm of symbolic thinking*. In.: GIEL, J. (Hrsg.) *Ernst Cassirer: Zwischen Mythos und Wissenschaft*. *Lectiones & Acroases Philosophicae*, VIII, 1. 2015. PP. 193-223.
- BOLZANO, B. *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*. Caspar Widtmann, Prage. 1810.
- BOURBAKI, N. *Elements of Mathematics – Part I (Algebra I)*. [1943]. Addison-Wesley Publishing Company. 1974.
- BOWNE, G. D. *Philosophy of Logic (1880-1908)*. London, 1966.
- BURKAMP, W. *Begriff und Beziehung*. Leipzig: Felix Meiner. 1927.
- CANTOR, G. „Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen“, *Mathematische Annalen*, v. 5. P. 123-132.
- CANTÙ, P. *The epistemological question of the applicability of mathematics*. In.: *Journal for the history of analytic philosophy*, vol. 6 n° 3. 2018. PP. 94-114.
- CARNAP, R. *The logical Structure of the World (Aufbau)*. Berkeley: California University Press, 1967.
- \_\_\_\_\_. *Die logizistische Grundlegung der Mathematik*. In: *Erkenntniss*, vol. 2, 1931.

- CASSIRER, E. *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neuen Zeit*. B. I. [1906] Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1991.
- \_\_\_\_\_. *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neuen Zeit*. B. II. [1907] Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1991.
- \_\_\_\_\_. *Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik*. [1937] In.: *Zur modernen Physik*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1957.
- \_\_\_\_\_. *Erkenntnistheorie nebst den Grenzfragen der Logik*. In: *Erkenntnis, Begriff, Kultur*. [1927] Ed. Rainer A. Bast. Hamburg: Meiner 1-76. 1993.
- \_\_\_\_\_. *Einstein's Theory of Relativity*. [1921] In: *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*. Chicago: Open Court, 1953.
- \_\_\_\_\_. *Ensaio sobre o homem*. [1945] São Paulo: Martins Fontes, 2000.
- \_\_\_\_\_. *Esencia y efecto del concepto de símbolo*. México: Fondo de Cultura Económica, 1975.
- \_\_\_\_\_. *Filosofia das formas simbólicas. Primeiro Tomo: A linguagem* [1923] São Paulo: Martins fontes, 2001.
- \_\_\_\_\_. *Filosofia das formas simbólicas. Segundo Tomo: O pensamento mítico* [1925] São Paulo: Marins Fontes, 2001.
- \_\_\_\_\_. *Filosofia das Formas simbólicas. Terceiro Tomo: Fenomenologia do conhecimento* [1929] São Paulo: Martins fontes, 2001.
- \_\_\_\_\_. *Kant und die moderne Mathematik – Mit Bezug auf Bertrand Russells und Louis Couturats Werke über die Prinzipien der Mathematik* [1907] In.: *KANT-STUDIEN*, Zwölfter band. Berlin, 1907. PP. 1-49.
- \_\_\_\_\_. *Substance and Function* [1910]. In: *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*. Chicago: Open Court, 1953.
- \_\_\_\_\_. *Reflections on the concept of group and the theory of perception*. [1938] In.: *Symbol, Myth and Culture: Essays and lectures of Ernst Cassirer 1935-1945*, ed. Donald P. Verene, Yale University Press. 1979. PP. 271-291

\_\_\_\_\_. “Zur Theorie des Begriffs.” Reprinted in: *Erkenntnis, Begriff, Kultur*, edited by. R. Bast. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1993. O artigo foi publicado inicialmente na Kant-Studien em 1928.

COFFA, A. *The semantic tradition from Kant to Carnap*. Cambridge University Press. 1991.

COHEN, H. *Kants Begründung der Ethik*. Berlim. Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung. 1887.

\_\_\_\_\_. *Kants Theorie der Erfahrung*. Berlim. Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung. 1871/1885.

COLLINS, J. V. *An elementary exposition of Grassmann's "Ausdehnungslehre", or Theory of extension*. In.: *The American Mathematical Monthly*. Vol. 6, nº 8-9. 1889. PP. 193-198.

COUTURAT, L. *De l'infini mathématique*. Paris : Félix Alcan, 1896.

\_\_\_\_\_. *La logique de Leibniz*. Paris: Félix Alcan, 1901.

\_\_\_\_\_. *Les Principes des Mathématiques. Avec un Appendice sur La Philosophie des Mathématiques de Kant*. Paris, Félix Alcan, 1905

\_\_\_\_\_. *L'algèbre de la Logique*. Paris: Librairie scientifique et technique. 1905.

\_\_\_\_\_. “For Logistics”. *The monist* vol. 22. 1912. PP. 483-523.

DANBÖCK, C. *DEUTSHER EMPIRISMUS: Studien zur Philosophie in deutschsprachigen Raum 1830-1930*. Institut Wiener Kreis. Springer. 2017.

DE SOUZA, E. G., “Completude se diz em vários sentidos”. In: *Cognitio: Revista de filosofia*. Vol. 5, nº 2. 2004. PP. 200-204.

DEDEKIND, R. *Essays on the theory of numbers*. Chicago: the open court publishing company. 1901.

\_\_\_\_\_. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Braunschweig: Vieweg In. Dedekind (1930–32), Vol. 3, pp. 315–334.

- \_\_\_\_\_. *Was sind und was sollen die Zahlen*. Braunschweig: Vieweg. 1888.
- DUMMETT, M. *Truth and other Enigmas*. Harvard U. Press, 1978.
- EDDINGTON, A. *The philosophy of physical science*. Cambridge University Press, 1939.
- EDGAR, S. *Intersubjectivity and physical laws in Post-Kantian theory of knowledge: Natorp and Cassirer*. In.: In: FRIEDMAN, J. T. and LUFT, S. (eds.) *The Philosophy of Ernst Cassirer: a Novel Assessment*. Books by Marquette University Faculty. Book 225, 2015. PP. 141-162.
- \_\_\_\_\_. *Paul Natorp and the emergence of anti-psychologism in the nineteenth century*. In.: *Studies in history and Philosophy of science*. Vol. 39, n° 1. 2008. PP. 54-65.
- EWALD, W. *From Kant to Hilbert: A source book in the foundations of mathematics*. Vol. I-II. Oxford: Clarendon Press. 1996.
- FERRARI, M. *Ernst Cassirer and the philosophy of science*. In.: STAITI, A. and WARREN, N. (eds.) *New approaches on Neo-Kantianism*. Cambridge University Press. 2015. PP. 261-284.
- \_\_\_\_\_. *Is Cassirer a Neo-Kantian Methodologically speaking?* In.: LUFT, S. And MAKRELL, R. (eds.) *Neo-Kantianism in contemporary philosophy*. Indiana University Press. 2010. PP. 293-314.
- FERREIRÓS, J. *Labyrinth of thought: A history of set theory and its role in modern mathematics*. Springer. 1999.
- \_\_\_\_\_. *O surgimento da abordagem conjuntista em matemática*. In.: *Revista brasileira de história da matemática*. Vol. 2, n° 4. 2002. PP. 141-154.
- FERREIRÓS, J. GRAY, J.J. (eds). *The architecture of modern mathematics: essays in history and philosophy*. Oxford University Press. 2006.
- FREGE, G. *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle a. S.: Louis Nebert. 1879.

\_\_\_\_\_. *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy – edited by Brian McGuinness*. Basil Blackwell Publisher. 1984.

\_\_\_\_\_. *Die Grundlagen der Arithmetik*. Breslau. Verlag von Wilhelm Koenner. 1884.

\_\_\_\_\_. *Funktion und Begriff*. In: \_\_\_\_\_. *Kleine Schriften*. 2. Aufl. Hildesheim: George Olms, 1990. p. 125-142.

\_\_\_\_\_. *Philosophical Writings, edited by Peter Geach*. Basil Blackwell Publisher. 1960.

\_\_\_\_\_. *The basic laws of arithmetic: exposition of the system*. Translated by M. Furth. Berkeley: University of California Press, 1967.

\_\_\_\_\_. *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*, Inaugural-Dissertation der Philosophischen Fakultät zu Göttingen zur Erlangung der Doktorwürde, Jena: A. Neuenhann, 1873.

\_\_\_\_\_. *Was ist eine Funktion?* In: \_\_\_\_\_. *Kleine Schriften*. 2. Aufl. Hildesheim: George Olms, 1990. p. 273-280.

FRIEDMAN, J. T. and LUFT, S. (eds) *The Philosophy of Ernst Cassirer: a Novel Assessment*. Books by Marquette University Faculty. Book 225, 2015. PP. 123-140.

FRIEDMAN, M. *A Parting of Ways: Carnap Cassirer and Heidegger*. Chicago: Open Court, 2000.

GABRIEL, G. *Frege and the German background to analytic philosophy*. In.: BEANEY, M. *The Oxford handbook of the history of analytic philosophy*. Oxford University Press. 2013. PP. 280-297.

GABRIEL, G. und SCHLOTTER, S. *Frege und die Kontinentalen Ursprünge der analytischen Philosophie*. Münster: Mentis Verlag. 2017.

GARRIDO, J. M.; LAUNAY, M. DE; LEVINAS, D. C. *Perspectives Néokantianes*. Paris: Editions Hermann. 2017.

GRATTAN-GUINNESS, I. *The search for Mathematical roots, 1870-1940*. Princeton University Press. 2000.

- HECK JR., R. G. *The development of Arithmetic in Frege's "Grundgesetze der Arithmetik"*. In.: The journal of Symbolic logic. Vol. 58, n° 2. 1993. 579-601.
- HEIS, J. *Arithmetic and number in the "Philosophy of Symbolic Forms"*. In: FRIEDMAN, J. T. and LUFT, S. (Eds.) *The Philosophy of Ernst Cassirer: a Novel Assessment*. Books by Marquette University Faculty. Book 225, 2015. PP. 123-140.
- \_\_\_\_\_. *"Critical philosophy begins at the very point where logic leaves off": Cassirer's Response to Frege and Russell*. Perspectives on Science, vol. 18, no. 4, by The Massachusetts Institute of Technology. 2010. P. 383-408.
- \_\_\_\_\_. *Ernst Cassirer's Neo-Kantian philosophy of geometry*. In.: British journal for the history of philosophy. Vol. 19, n° 4. 2011. PP. 759-794.
- HYLTON, P. "Functions and propositional functions in *Principia mathematica*". In: \_\_\_\_\_. *Propositions, functions, and analysis: selected essays on Russell's philosophy*. New York: Oxford University Press, 2005. p. 122-137.
- IHMIG, K-N. *Ernst Cassirer and the structural conception of objects in modern science: the importance of the "Erlanger Programm"*. In.: Science in Context, 12, 4. 1999. PP. 513-529.
- KANT, I. *Crítica da Razão Pura* [1ª Ed. 1781 – 2ª Ed. 1787] Lisboa: Fundação Calouste Gulbekian, 1994.
- KATZ, M. And MORMANN, T. *Infinitesimals as an issue of Neo-Kantian Philosophy of science*. In.: The journal of the international society for the history of philosophy of science. Vol. 3, n° 2. 2013. PP. 236-280.
- KAUARK-LEITE, P & NEVES, R. P. *From scientific structuralism to Transcendental structuralism*. In.: Kriterion. Vol. 135. 2016. PP. 759-780.
- KLEIN, F. *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen*. [1872] In.: Das Erlanger Programm. Ed. H. Wussing. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Potig K.-G. 1974. PP. 29-73
- KÖHNKE, K. *The Rise of neo-Kantianism: German academic philosophy between idealism and positivism*. [1986] New York, Cambridge University Press: 1991.

- KROBMACHER, J. SCHIEMER, G. *What are structural properties?* In.: *Philosophia Mathematica*. Vol. 25, n° 2. 2017. 1-29.
- LANGE, F. A. *Geschichte des Materialismus und Kritik seiner Bedeutung in der Gegenwart*. Iserlohn: J. Baedeker, 1866.
- LINDGREN, J. R. *Cassirer's Theory of Concept Formation*. In.: *New Scholasticism*. Vol. 42, n° 1. 1968. PP. 91-102.
- MATHERNE, S. *Cassirer's Psychology of Relations: From the Psychology of Mathematics and Natural Science to the Psychology of Culture*. In.: *Journal for the history of analytical philosophy*. Vol. 6, N° 3. Special issue: Method, Science and Mathematics: Neo-Kantianism and analytical philosophy. Ed. Scott Edgar and Lydia Paton. University of Massachusetts. 2018. PP. 133-162.
- MARX, W. *Cassirers Symboltheorie als Entwicklung und Kritik der Neukantianischen Grundlagen einer Theorie des Denkens und Erkennens. Überlegungen zur Struktur transzendentaler Logik als Wissenschaftstheorie*. In: *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 57. 1975. PP. 188-206 e 304-339
- MOECKEL, C. *O problema da forma nas ciências: Ernst Cassirer e as analogias metodológicas da cultura e na biologia*. In.: *Kairos Revista de filosofia & ciência*. Lisboa. 2011. PP. 53-79.
- MORMANN, T. *Idealization in Cassirer's Philosophy of Mathematics*. In.: *Philosophia Mathematica*. Vol. 3, n° 16. 2008. PP. 151-181.
- \_\_\_\_\_. *Mathematics to Quantum Mechanics – On the Conceptual Unity of Cassirer's Philosophy of Science (1907–1937)*. In.: FRIEDMAN, J. T. and LUFT, S. (eds) *The Philosophy of Ernst Cassirer: a Novel Assessment*. Books by Marquette University Faculty. Book 225, 2015. PP. 31-63.
- NATORP, P. *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*. Leipzig und Berlin Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1910.
- \_\_\_\_\_. „Über objektive und subjektive Begründung der Erkenntnis (Erster Aufsatz)“. *Philosophische Monatshefte* 23: 257–286. 1887.

- NEUBER, M. *Treffpunkt Struktur – Cassirer, Schlick und Carnap*. In.: *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 95 (2). 2013. PP. 206-233.
- NUZZO, A. (1996) „Das Verhältnis von Logik und Zeit bei Kant und Cassirer“. In: Plumacher, M., Schürmann, V. (Eds.) *Einheit des Geistes: Probleme ihrer Grundlegung in der Philosophie Ernst Cassirers*. Frankfurt am Main, Peter Lang, pp. 59-80.
- OLIVA, L. *Kant and the Neo-Kantians on Mathematics*. In.: STAITI, A. and WARREN, N. (eds.) *New approaches on Neo-Kantianism*. Cambridge University Press. 2015. PP. 285-306.
- PARSONS, C. *The structuralist view of mathematical objects*. *Synthese*, 84. 1990. PP. 303-346.
- PLÜMACHER, M. *Die Einheit der Regel der Veränderung. Zur Bedeutung der Wissenschaftsrezeption für Cassirers Theorie des Wissens*. In: Plümacher and Schürmann. 1996. PP. 113-140.
- POINCARÉ, H. *Science et Méthode*. Paris. Flammarion. 1908.
- PORTA, M. A G. *A teoria do número em Natorp e Cassirer (1898-1910). Uma contribuição histórica ao estruturalismo matemático e às origens do “semantic turn”*. P. 103-144. In. Idem. *ESTUDOS NEOKANTIANOS*. São Paulo: Loyola, 2011.
- \_\_\_\_\_. *De Newton a Maxwell. Uma contribuição à compreensão do projeto cassireriano de uma “Filosofia das Formas Simbólicas”* P. 71-102. In. Idem. *ESTUDOS NEOKANTIANOS*. São Paulo: Loyola, 2011.
- \_\_\_\_\_. *Frege y Natorp: platonismos, antipsicologismos y teorías de la subjetividad*. In: *O Que nos Faz Pensar (PUC-RJ)*, v. 20, p. 163-184, 2006.
- \_\_\_\_\_. *NATUR UND GEIST: A escola de Baden como “teoria complementar do positivismo”. A polêmica Bauch-Kroner e seu entorno*. *PENSANDO: Revista de Filosofia UFPI*, v. 9, p. 174-190, 2018.
- PRINGE, H. B. *The principle of causality and the coordination of concepts and spatio-temporal objects in Cassirer’s philosophy*. In.: *Idealistic studies*. Vol. 44, nº 1. 2014. 51-66.

PULKKINEN, J. *Cassirer and Couturat's Critique of Kant's Philosophy of Mathematics*. In.: Ralph Schumacher, Rolf-Peter Horstmann & Volker Gerhardt (eds.), *Kant Und Die Berliner Aufklärung: Akten des IX. Internationalen Kant-Kongresses. Bd. I: Hauptvorträge. Bd. II: Sektionen I-V. Bd. III: Sektionen VI-X: Bd. IV: Sektionen XI- XIV. Bd. V: Sektionen XV-XVIII*. De Gruyter. 2001. PP. 315-322.

\_\_\_\_\_. *Russell and the Neo-Kantians*. In: *Studies in history and philosophy of science*, Vol. 32, No. 1. 2001. PP. 99-117.

\_\_\_\_\_. *Thought and Logic: The Debates Between German-Speaking Philosophers and Symbolic Logicians at the Turn of the 20th Century*. Peter Lang. 2005.

RECK, E. *Dedekind's Contributions to the Foundations of Mathematics*. In.: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, (originally published in 2008, revised in 2011). PP. 1-32.

\_\_\_\_\_. *Dedekind's structuralism: An interpretation and partial defense*. In.: *Synthese*, 137. 2003. PP. 369-419.

\_\_\_\_\_. *Dedekind, structural reasoning, and mathematical understanding'*, In.: VAN KERKHOVE, B. (ed.), *New Perspectives on Mathematical Practices*, Singapore: World Scientific. 2009. PP. 150-173.

\_\_\_\_\_. *Frege or Dedekind? On their relation, reception, and revival*. In.: RECK, E. (ed.), *The Historical Turn in Analytic Philosophy*, London: Palgrave Macmillan. 2013, a. PP. 139-170.

\_\_\_\_\_. *Frege, Dedekind and the origins of logicism*. In.: *History and Philosophy of logic*. Vol. 34, n° 3. 2013 b. PP. 242-265.

RECK, E. and KELLER, P. *From Dedekind to Cassirer: Logicism and the Kantian heritage*. (Forthcoming) In.: POSY, C. and RECHTER, O. *Kant's philosophy of Mathematics, Vol. II: Reception and development after Kant*. Cambridge University Press.

REICHENBACH, H. *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre*. Braunschweig: Fried. Vieweg & Sohn. 1924.

RICHARDSON, A. *Carnap's Construction of the world: the 'Aufbau' and the emergence of "logical empiricism"*. Cambridge University Press. 1998.

\_\_\_\_\_. *Conceiving, Experiencing, and Conceiving Experiencing: Neo-Kantianism and the History of the Concept of Experience*. In.: TOPOI. Vol. 22. 2003. PP. 55-67.

\_\_\_\_\_. *On Making Philosophy Functional: Ernst Cassirer's „Substanzbegriff und Funktionsbegriff“*. In.: SCHLIESSER, E. *Ten neglected classics of philosophy*. Oxford University Press. 2017. PP. 177-194.

\_\_\_\_\_. *'The Fact of Science' and Critique of Knowledge: Exact Science as Problem and Resource in Marburg Neo-Kantianism*. In: FRIEDMAN AND NORDMANN: *The Kantian Legacy in Nineteenth-century Science*. Cambridge, MA: MIT Press. 2006. PP. 211-226.

RUSSELL, B. *A Critical exposition of the philosophy of Leibniz*. Cambridge U. Press. 1900.

\_\_\_\_\_. *Principles of Mathematics* [1903]. Routledge. 2010.

\_\_\_\_\_. *Recent work on the philosophy of Leibniz*. In.: *Mind* (12). 1903. PP. 177-201.

RUSSELL, B. AND WHITEHEAD, A. N. *Principia Mathematica*. Cambridge. Cambridge University Press. 1910-1913.

RYCKMAN, T. A. *'CONDITION SINE QUA NON?' Zuordnung in the earliest epistemologies of Cassirer and Schlick*. In: *Synthese* Vol. 88, No. 1 pp. 57- 95, Jul. 1991.

SCHAPIRO, S. *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. Oxford University Press. 1997.

SCHIEMER, G. *Cassirer and the Structural Turn in Modern Geometry*. In.: *Journal for the history of analytical philosophy*. Vol. 6, N° 3. Special issue: Method, Science and Mathematics: Neo-Kantianism and analytical philosophy. Ed. Scott Edgar and Lydia Paton. University of Massachusetts. 2018. PP. 182-212.

SCHILPP, P. A. *The Philosophy of Ernst Cassirer*. The Library of living philosophers, inc. Illinois. 1949.

\_\_\_\_\_. *Cassirer versus Russell*. In.: Philosophy of science. Vol. 10, n° 3. 1943. PP. 167-175.

\_\_\_\_\_. *Cassirer's theory of Mathematical concepts*. In: SCHILPP, P. A. *The Philosophy of Ernst Cassirer*. The Library of living philosophers, inc. Illinois. 1949. PP. 239-268.

\_\_\_\_\_. *Review of "Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity" by Ernst Cassirer*. In.: The Philosophical Review. Vol. 33, n° 4. 1924. PP. 398-406.

SCHLICK, M. *Allgemeine Erkenntnislehre*. Vienna, Springer, 2009.

SCHMITZ-RIGAL, C. *Ernst Cassirer: Open Constitution by Functional A Priori and Symbolic Structuring*. In: *Constituting Objectivity: Transcendental Perspectives on Modern Physics*, ed. M. Bitbol, P. Kerszberg, and J. Petitot (New York: Springer), 2009. PP. 75-93.

SEIDENGAT, J. *La physique moderne comme forme symbolique privilegiee dans l'entreprise philosophique d'Ernst Cassirer*. In: *International Zeitschrift fur Philosophie*, Heft 2. 1992. PP. 205-225.

SPOELSTRA, O. *Ernst Cassirer and the theories of Relativity*. Msc Thesis for the graduate program in History and Philosophy of science at the University of Utrecht. 2014.

TRENDELENBURG, A. *Logische Untersuchungen*. Leipzig, 1840

VAN HEIJENOORT, J. *Logic as Calculus and logic as Language*. In: HINTIKKA, J. *Lingua Universalis vs. Calculus Ratiocinator: An ultimate Pressuposition of Twentieth-Century Philosophy*. Springer, 1997. PP. 233-239.

WEIHER, C. F. *Three notions of Number*. In.: *Philosophia Mathematica*. Vol. 1-2. 1970. PP. 25-56.

YAP. A. *Dedekind and Cassirer on Mathematical Concept Formation*. In.: *Philosophia Mathematica*, 2014. PP. 1-21.

\_\_\_\_\_. *Logical structuralism and Benacerraf's problem*. In.: *Syntese*. Vol. 171. 2009. PP. 157-173.

\_\_\_\_\_. *Predicativity and Structuralism in Dedekind's construction of the reals*. In.: *Erkenn*. Vol. 71. 2009. PP. 157-173.