

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

JÉSSICA BARBOSA DOS PASSOS SANCHEZ

**Mapeamento da Pesquisa Acadêmica brasileira sobre Geometria
Espacial: Período 2007 a 2017**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**SÃO PAULO
2018**

JÉSSICA BARBOSA DOS PASSOS SANCHEZ

**Mapeamento da Pesquisa Acadêmica brasileira sobre Geometria
Espacial: Período 2007 a 2017**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação do Professor Doutor Saddo Ag Almouloud.

**PUC-SP
2018**

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

Prof^a. Dr^a Maria José Ferreira da Silva

Prof^a. Dr^a Maridete Brito Cunha
Ferreira

O presente estudo foi financiado parcialmente pela CAPES.

Dedicatória

*Ao Thiago Sanchez Torres, pelo carinho, apoio, incentivo e
companheirismo.*

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Saddo Ag Almouloud, pelo acolhimento, orientações amigáveis e as vezes paciência, que demonstrou no decorrer do desenvolvimento desta pesquisa.

Aos professores do grupo de pesquisa PEAMAT, em particular, Professora Doutora Cileda Coutinho e a Professora Doutora Maria José pelas contribuições à minha formação.

Aos colegas de curso, Larissa Coêlho Ferreira, Luiz Felipe Mod, Marcelo dos Santos Gomes, Mariana Marques, Patrícia Lima e Rubervan da Silva Leite, pelas valiosas dicas, espírito solidário nos momentos difíceis e em muitos outros momentos alegres.

Aos colegas de grupo de estudo, em especial, Ana Maria Paias, Elisabeth Borges, Maria Conceição, Nôemia Senzaki, Rebeca Castilho pelo apoio, amizade e companheirismo desde o primeiro momento em que me apresentei no grupo de pesquisa PEAMAT.

À minha mãe e aos meus irmãos: Margareth Pontes Barbosa, Italo Barbosa dos Passos e Vanessa Pontes Franco, pelo apoio e incentivo na realização deste meu projeto.

À CAPES, pelo apoio financeiro, garantindo a realização da pesquisa.

A autora.

SANCHEZ, Jéssica Barbosa dos Passos. **Mapeamento da Pesquisa Acadêmica brasileira sobre Geometria Espacial: Período 2007 a 2017**. 2018. 101p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi mapear, descrever, analisar, discutir tendências temáticas e teórico-metodologias no campo da Geometria Espacial. Desse modo, fizemos um recorte de forma sistematizada em pesquisas brasileiras, produzidas no período de 2007 a 2017, em programas de pós-graduação *strictu sensu* na área da Educação Matemática. Utilizamos uma etapa da metodologia estado da arte, intitulada de mapeamento. Os dados foram selecionados a partir da busca das produções acadêmicas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES. Identificamos 11 mestrados acadêmicos e 3 teses de doutorado, relacionados ao nosso objeto matemático: Geometria Espacial. Os temas desenvolvidos nas pesquisas selecionadas foram: geometria métrica, poliedros regulares, prismas (base triangular e quadrangular), pirâmides, cilindros, cones e esferas, incluindo os elementos destes sólidos, área de superfície, planificação de superfícies e o cálculo da medida de volume, concluímos que os temas não mudaram ao longo do período estudado, até porque não encontramos nenhuma pesquisa questionando o que está posto no currículo. Criamos três eixos de análise: O primeiro eixo refere-se à análise dos trabalhos que utilizaram jogos, materiais manipulativos e recursos não digitais; no segundo eixo analisamos as pesquisas que utilizaram recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC) e, no último eixo, os que tratam de estratégia para o ensino de Geometria Espacial. Concluímos que entre os três eixos temos a predominância de investigações no ensino médio. Ainda como resultado de pesquisa, obtivemos a maior concentração de trabalhos no segundo eixo, em detrimento do primeiro e terceiro, mostrando uma tendência de mudança nas estratégias de ensino decorrente do uso de tecnologias digitais.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Mapeamento. Ensino de Geométrica Espacial.

ABSTRACT

The objective of this research was to map, describe, analyze, discuss thematic trends and theoretical-methodologies in the field of Spatial Geometry. In this way, we made systematically cut-outs in Brazilian researches, produced in the period from 2007 to 2017, in strict sense graduate programs in Mathematics Education. We use a state-of-the-art methodology step called mapping. The data were selected from the search of academic productions in the Bank of Thesis and Dissertations of CAPES. We identified 11 academic masters and 3 doctoral theses related to our mathematical object: Spatial Geometry. The topics developed in the selected researches were: metric geometry, regular polyhedral, prisms (triangular and quadrangular bases), pyramids, cylinders, cones and spheres, including elements of these solids, surface area, surface planning and volume measurement, we conclude that the themes did not change during the studied period, because we did not find any research reflected in the curricular structure. To do so, we created three axes of analysis: The first axis refers to the analysis of the works by which they used games, manipulative materials and non-digital resources; in the second axis we analyze the researches, whose objective was the resources of information technology and communication (ICT) and, in the last axis, since they deal with strategies for the teaching of spatial geometry. We conclude, among the three axes - the predominance of investigations in high school. Although, we obtained the highest concentration of works in the second axis, to the detriment of the first and third, evidencing a tendency of change in the teaching strategies, whose consequence was the use of digital technologies

Keywords: Spatial geometry, Mapping and Teaching spatial geometry.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Descrição dos demais níveis de proficiência do SAEB	16
Quadro 2 - Importância da Geometria.....	26
Quadro 3 - Abandono da Geometria	27
Quadro 4 – Organização do tema estruturador: Geometria e Medidas e sua divisão por série (sugestão de 4 aulas semanais).....	31
Quadro 5 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (6° ano)	33
Quadro 6 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (7° ano)	33
Quadro 7 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (8° ano)	34
Quadro 8 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (9° ano)	34
Quadro 9 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (2° ano do ensino médio)	35
Quadro 10 – Conteúdos de Geometria Espacial distribuídos por série no ensino médio	38
Quadro 11 – Pesquisas selecionadas.....	59
Quadro 12 - Modelo: Formulário de Fichamento.....	61
Quadro 13 – Organização dos trabalhos segundo os eixos de análise.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Região Sudeste: Distribuição dos programas em Educação Matemática, por estado.	54
Tabela 2 - Busca inicial das produções acadêmicas no banco de teses da CAPES. (Descritores utilizados).....	56
Tabela 3 - Instituições com a maior quantidade de pesquisas defendidas em Geometria Espacial	57
Tabela 4 - Banco de teses da Capes, pesquisas entre 2007 e 2017 referente a Geometria Espacial	58

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 ESTUDOS PRELIMINARES: O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL 21	
2.1 BREVE ESTUDO HISTÓRICO DE GEOMETRIA ESPACIAL.....	21
2.2 IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA	25
2.3 A GEOMETRIA ESPACIAL EM DOCUMENTOS OFICIAIS	29
2.4 A GEOMETRIA ESPACIAL EM LIVROS DIDÁTICOS	35
2.5 O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDIC) RELACIONADAS A GEOMETRIA ESPACIAL.....	39
3. PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA DA PESQUISA	43
3.1 CONCEPÇÕES SOBRE MAPEAMENTO E ESTADO DA ARTE DA PESQUISA.....	43
3.2. JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA DA PESQUISA.....	46
3.3 OBJETIVOS E QUESTÃO DE PESQUISA	47
3.4 METODOLOGIA DE PESQUISA E PROCEDIMENTOS INICIAIS ADOTADOS	48
3.4.1 <i>A pesquisa segundo os objetivos e procedimentos de coleta.....</i>	<i>48</i>
3.4.2 <i>Levantamento dos dados preliminares para o corpo da pesquisa</i>	<i>50</i>
4 COLETA, SELEÇÃO E ANÁLISE DOS TRABALHOS DE PESQUISA.....	53
4.1 COLETA DOS TRABALHOS DE PESQUISA E CRITÉRIOS DE SELEÇÃO	53
4.2 FICHAMENTO DAS TESES E DISSERTAÇÕES	60
4.3 ANÁLISE GERAL DOS TRABALHOS POR EIXOS.....	76
4.3.1 <i>Análise dos trabalhos pertencente ao primeiro eixo: Utilização de jogos, materiais manipulativos e outros recursos didáticos não digitais.</i>	<i>79</i>
4.3.2 <i>Análise dos trabalhos pertencente ao segundo eixo: Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC)</i>	<i>80</i>
4.3.3 <i>Análise dos trabalhos pertencente ao terceiro eixo: Estratégias para o ensino de Geometria Espacial.....</i>	<i>81</i>
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	83
REFERÊNCIAS.....	86
ANEXO A – RESUMO DOS TRABALHOS ANALISADOS.....	93

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo introdutório, expomos as principais razões, motivações e circunstâncias que nos levaram a conceber, propor e desenvolver o projeto de pesquisa na área da Educação Matemática, especificamente em Geometria Espacial.

Os conhecimentos relacionados à Geometria desenvolvem competências que permitem a interação do sujeito com o seu ambiente escolar e social. No entanto, alguns exames de avaliação da educação, nacionais e internacionais, revelam as dificuldades e a rejeição que a disciplina Matemática, em especial, a Geometria, desperta nas pessoas ao longo de sua vida escolar.

Oliveira (2012) ressaltou que os resultados das avaliações da educação brasileira, quando se referem ao ensino de Matemática são baixos, mas o resultado piora quando o tema abordado é Geometria. Nesse sentido, ao estudar os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do ensino médio, Moraco e Pirola (2006), analisaram e tentaram mensurar o domínio conceitual e representacional desenvolvido por alunos, referente à Geometria. Os autores perceberam o baixo desempenho dos alunos, no que se refere aos conceitos geométricos, e estes acreditam que é resultante da dificuldade na visualização e na representação geométrica e não no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Ritter (2011) verificou que os alunos do ensino médio iniciavam este ciclo escolar com dificuldades, em algumas Geometrias, decorrentes da não compreensão de conceitos básicos de Geometria Plana, que conduzem às dificuldades na visualização de objetos tridimensionais e na resolução de problemas básicos de Geometria Espacial, como cálculo de medida de volume, área de superfície e relações entre os elementos dos sólidos (apótemas, vértices, arestas, altura e faces).

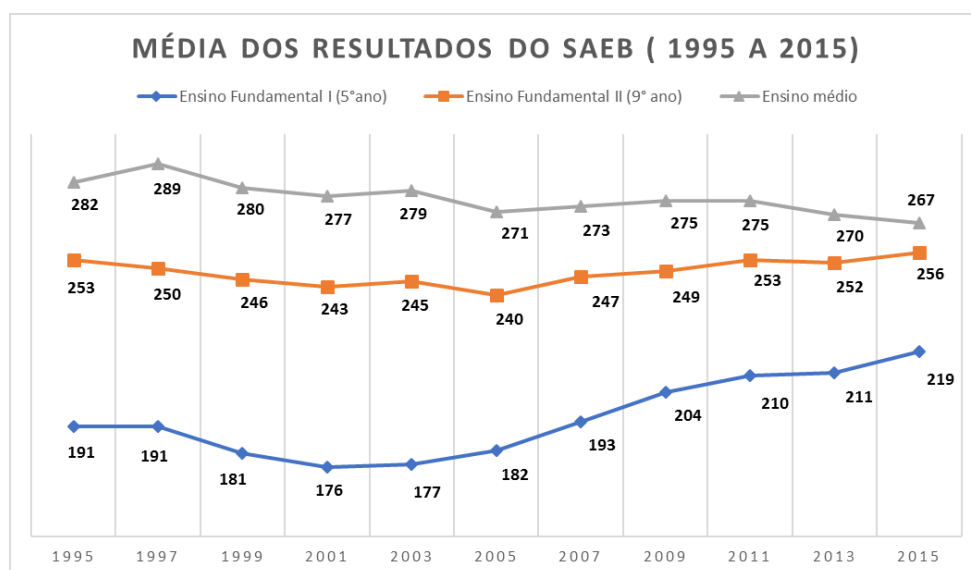
Para Almouloud et al. (2004), alguns sistemas de avaliação, revelam que muitos tópicos de matemática, pelo fato de não serem planejados ou ensinados pelos professores, não são aprendidos por seus alunos; a exemplo disto, temos a

Geometria, que apesar de importante não há concordância quanto à seleção e à organização dos conteúdos a serem ensinados.

Por outro lado, Santos (2016), afirma que os gestores das políticas públicas têm se esforçado para diagnosticar, por meio dos sistemas de avaliações internos e externos, problemas como o abandono do ensino de Geometria em detrimento ao ensino de Álgebra, o desenvolvimento e a ineficiência do uso de tecnologias da informação e comunicação por parte dos docentes e a má formação do professor de Matemática, fatos que corroboram para a aversão dos alunos pela disciplina Matemática.

Assim, para evidenciar o desempenho insuficiente dos alunos em Matemática, que tanto discorremos nos trechos anteriores, apresentamos o gráfico 1, com o resumo dos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, de 1995 a 2015.

Gráfico 1 – Resumo dos resultados do SAEB (proficiência em Matemática)



Fonte - http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/aneb_anresc/resultados

Podemos perceber, no gráfico 1, que as oscilações mostram que as proficiências médias em Matemática evoluíram no Ensino Fundamental, mas no Ensino Médio, entre 2011 e 2015, as notas caíram pela segunda vez consecutiva e, de modo geral, todas estão abaixo do nível considerado adequado para cada ano escolar.

Segundo Araújo e Luzio (2005, p.13), o SAEB, pode ser considerado “um dos mais sofisticados e amplos sistemas de avaliações em larga escala da América Latina”, em função de recorrer a diferentes metodologias e análise de dados. Cabe ressaltar que participam do SAEB todas as escolas públicas brasileiras com, pelo menos, 20 estudantes matriculados no 5º ou 9º anos do Ensino Fundamental, de acordo com o Censo da Educação Básica (vigente no ano da aplicação da prova) e por amostragem alunos do 3º ano do ensino médio¹ e, ainda com a participação de algumas escolas estaduais, municipais e privadas (estas com 10 ou mais alunos). A escala de proficiência do SAEB, vai de 0 a 475 pontos divididos em 10 níveis, sendo esperado que o aluno atinja o nível 6 (350 a 375 pontos).

É relevante ainda mencionarmos que para cada série, o INEP associa os conteúdos da prova à competências e habilidades desejadas, para os blocos: espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações álgebra e funções.

No nível 6 do terceiro ano do Ensino Médio, o SAEB espera no bloco espaço e forma, especificamente em Geometria que os estudantes:

consigam associar um sólido geométrico simples a uma planificação usual dada. Além disso, há uma grande probabilidade de que resolvam problemas envolvendo Teorema de Pitágoras, para calcular a medida da hipotenusa de um triângulo pitagórico, a partir de informações apresentadas textualmente e em uma figura.

Para o bloco grandezas e medidas, nesse mesmo nível, o estudante “pode ser capaz de determinar [...] o volume de um paralelepípedo retângulo, dada sua representação espacial”.

Tais objetivos mostram que, no esperado pelo exame, os alunos devem ter conhecimentos mínimos de Geometria Espacial, considerando que conhecimentos mais aprofundados só serão alcançados nos níveis seguintes, no bloco grandezas e medidas, como mostra o quadro 1. Vemos que a ênfase dada é apenas ao cálculo de medidas, não aparecendo nos outros blocos, para qualquer nível assuntos relativos à Geometria.

¹ A partir de 2017, passou a ser obrigatória a participação de todas as escolas públicas com ensino médio, não sendo mais adotado o sistema de amostragem.

Quadro 1 – Descrição dos demais níveis de proficiência do SAEB²

Nível	Pontos	Descrição do nível Grandezas e Medidas
7	375 – 400	O estudante pode ser capaz de determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura. Além disso, é provável que consigam resolver problemas: por meio de semelhança de triângulos sem apoio de figura; envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura.
8	400 – 425	O estudante pode ser capaz de determinar a área da superfície de uma pirâmide regular; o volume de um paralelepípedo, dadas suas dimensões em unidades diferentes; o volume de cilindros.
9	425 – 450	O estudante pode ser capaz de determinar o volume de pirâmides regulares. É provável também que os alunos sejam capazes de resolver problema envolvendo: áreas de círculos e polígonos; semelhança de triângulos com apoio de figura na qual os dois triângulos apresentam ângulos opostos pelos vértices; envolvendo cálculo de volume de cilindro.
10	450 – 475	Não existem itens âncora para esse nível

Fonte - Escalas de proficiência INEP (BRASIL, 1997, p.8)

Ao analisarmos o desempenho dos alunos apenas em um dos sistemas de avaliação brasileira, dentre os vários exames que existem, concordamos com Amorim (2012) quando afirma que os baixos índices de aproveitamento nestas avaliações e exames, corroboram para que a disciplina de Matemática seja vista como a mais difícil de ser compreendida e ensinada, inclusive por parte dos professores. A esse respeito, para Almouloud et al. (2004):

O ministério da Educação (MEC), por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, ministério da Educação, 1997), aponta a necessidade de revisão dos modelos de formação de professores para a efetiva implantação de novas alternativas que complementam tais diagnósticos e provocam discussões a respeito do que, como e quando ensinar determinado conteúdo (ALMOULOUUD et AL, 2004, p.1)

Neste sentido, Silveira (2008, p. 1) afirma que:

² As matrizes e escalas de referência do SAEB não englobam todo o currículo escolar, a escala baseia-se em uma associação entre os conteúdos curriculares e as operações mentais, competências e habilidades desejáveis que sejam desenvolvidas pelos alunos.

Valendo-se da tríade "ler, escrever e contar", a Matemática ocupa o lugar das disciplinas que mais reprova o aluno na escola. A justificativa que a comunidade escolar dá a esta "incapacidade" do aluno com esta área do conhecimento é que "matemática é difícil" e o senso comum confere-lhe o aval. Como matemática é considerada útil, o aluno não pode passar para a série seguinte sem atestar seu conhecimento na disciplina e desta forma aceita-se inclusive que o aluno seja reprovado apenas em matemática, nem que seja por décimos para atingir a média instituída pela escola onde estuda (SILVEIRA, 2008, p. 1)

O próprio Parâmetro Curricular Nacional para o Ensino Médio - PCNEM+, sugere a necessidade de revermos as estratégias utilizadas para o ensino da disciplina, não restringindo somente à informação, definições, exemplos e exercícios de maneira fragmentada, pois acreditam:

que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade. (BRASIL, 2002, p. 255)

Assim, o fracasso escolar e as dificuldades em Matemática descritas no PCNEM+ (2002) e por Silveira (2008); os baixos índices mencionados por Amorim (2012), a aversão que os estudantes têm pela disciplina citado em Mendes e Carmo (2014) em conjunto com a necessidade de revisão dos modelos de formação de professores mencionados por Almouloud et Al (2004), corroboram para os resultados obtidos na avaliação dos alunos.

Há aproximadamente 25 anos, Pavanelo (1993, p.35) confirmava que “[...] a Geometria era um conteúdo pouco trabalhado nas escolas tanto no ensino fundamental como no ensino médio, em alguns casos os professores raramente trabalhavam o que se propõem durante o ano letivo”. Da mesma forma, Perez (1995, página 129), confirma o problema da formação docente, pelo fato de os professores pesquisados afirmarem que: “para o ensino de Geometria, lhes faltava conteúdo, metodologia apropriada, além da falta de tempo para concretizar o ensino”. A este respeito, Almouloud et al. (2004, p.94) concordam que apesar da “geometria ser um ramo importante da Matemática, [...] professores do ensino fundamental apontam problemas relacionados tanto ao seu ensino quanto à aprendizagem”, por vezes estes docentes solicitam às universidades que desenvolvam cursos de extensão para priorizarem esta área, a Geometria, e a reflexão de suas práticas pedagógicas. Para Nasser (1992 apud Costa, Bermejo e

Moraes, 2009), Oliveira (1998), Pirola (2000) e Viana (2000) as dificuldades dos alunos em reconhecerem figuras geométricas (planas e tridimensionais) simples refletem as consequências deste abandono e de deficiências conceituais.

Quanto à Geometria Espacial, especificamente, Jahn e Salazar (2007) apontam como um dos fatores de dificuldades à compreensão da representação no plano de objetos tridimensionais, pois essa representação não preserva todas as características e propriedades do objeto representado.

No entanto, Almouloud et al (2004) apontam para outros fatores geradores de tais dificuldades, tanto para professores, quanto para alunos, relacionados ao sistema educativo brasileiro, que:

define a política de educação com recomendações e orientações gerais sobre os métodos, os conteúdos e o saber-fazer, deixando para cada escola definir os conteúdos que julga importantes para a formação de seus alunos, o que faz com que a geometria seja frequentemente esquecida.
[...] em relação a formação dos professores, que esta é muito precária quando se trata de geometria [...]
[...] a formação continuada não atende ainda aos objetivos esperados em relação à geometria. Assim, a maioria dos professores do ensino fundamental e médio não está preparada para trabalhar segundo as recomendações e orientações didáticas e pedagógicas dos PCN.

O estudo de tantos trabalhos que expuseram os diferentes problemas relacionados à Geometria, fomentaram o nosso desejo inicial de pesquisa.

Em 2015, ao ingressarmos na Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática e, em seguida, passarmos a lecionar para o ensino técnico integrado ao médio e técnico modular³, percebemos, como no estudo de Moraco e Pirola (2006), a dificuldade apresentada por muitos alunos, em diferentes níveis, para resolver atividades de diversas áreas da matemática, mas em especial de Geometria, ora por não terem estudado, ora por terem visto de forma superficial no ensino fundamental.

Após o ingresso no mestrado, depois da leitura de mais algumas pesquisas e reuniões com o orientador, a Geometria Espacial surgiu como tema. Ao elaborar uma prévia da revisão bibliográfica, percebemos que seria relevante catalogar as

³ Conforme manual do candidato do Centro Paula Souza (CPS) o ensino técnico integrado ao médio destina-se a alunos que tenham concluído o ensino fundamental e compõe-se das partes relativas ao ensino médio (base nacional comum e parte diversificada) e da formação profissional (ensino técnico); ensino técnico modular destina-se aos alunos que a partir do 2º ano do ensino médio tenham interesse em realizar uma formação profissionalizante.

pesquisas a fim de mapear, descrever, analisar e verificar como se encontrava a produção acadêmica referente ao ensino e à aprendizagem de Geometria Espacial, com o objetivo de organizar esses dados para facilitar o acesso e possibilitar novas pesquisas a respeito de fatos ainda não analisados.

Dessa forma, nosso estudo teve como objetivo central mapear, descrever, analisar, discutir tendências temáticas e teórico-metodologias e sistematizar as pesquisas brasileiras que têm como foco de estudo a Geometria Espacial, produzidas no período de 2007 a 2017, em programas de pós-graduação *strictu sensu* em Educação Matemática e pertencentes a área de Ensino da Capes.

Para tanto, adotamos segundo Gil (2008), a pesquisa bibliográfica, pois trata-se de um levantamento, com base em material já elaborado, sobre teses e dissertações que abordam a Geometria Espacial e seu desenvolvimento no período de 2007 a 2017. Optamos por delimitar esse período por ser o recorte temporal que abarca a maior quantidade de produções.

O trabalho foi estruturado em cinco capítulos, no primeiro apresentamos a nossa introdução e motivação desta pesquisa, a partir do segundo capítulo apresentaremos nossos estudos preliminares com um breve estudo histórico de Geometria Espacial visando compreender sua trajetória até os dias atuais.

Ainda no segundo capítulo, faremos uma abordagem a respeito da importância do ensino de Geometria e de Geometria Espacial, procurando apresentá-la como ferramenta para auxiliar, compreender e construir o pensamento geométrico.

Trataremos também, sobre a Geometria Espacial em documentos oficiais brasileiros, em livros didáticos e na área de tecnologia da informação e comunicação; faremos uma breve reflexão acerca destes tópicos, enfatizando a importância da exploração do espaço, de suas articulações com as demais áreas da Geometria e visamos obter nossos possíveis eixos de análise.

Já no terceiro capítulo da pesquisa trataremos da nossa problemática, discorrendo sobre a justificativa e importância da pesquisa para o ambiente acadêmico.

No penúltimo capítulo apresentaremos como os dados foram selecionados e organizados, como foram feitos os fichamentos, as resenhas dos trabalhos, a análise dos dados e uma síntese dos resultados alcançados e as possíveis respostas a nossa questão de pesquisa.

Por fim, nossas considerações finais encontram-se no último capítulo.

2 ESTUDOS PRELIMINARES: O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL

Acreditamos que o aprofundamento a respeito de nosso objeto, Geometria Espacial, nos dará subsídios à compreensão das teses e dissertações mapeadas e permitirá a elaboração de nossos possíveis eixos de análise. Neste capítulo/ optamos por realizar alguns estudos preliminares em que apresentamos o estudo histórico e epistemológico da Geometria Espacial e seu processo de inserção no contexto escolar, distribuídos em cinco seções: estudo do objeto, importância do ensino de Geometria, a Geometria Espacial em documentos oficiais, a Geometria em livros didáticos e por fim o uso de tecnologias digitais da informação e comunicação relacionados a Geometria Espacial.

2.1 Breve estudo histórico de Geometria Espacial

O ensino de Geometria constitui parte importante do currículo da disciplina de Matemática, da educação básica ao nível superior. Novak e Passos, reforçam essa importância quando afirmam que a Geometria:

é uma parte importante da Matemática, sendo possível delinear sua existência desde o surgimento das primeiras preocupações do homem com o saber, sendo possível identificar que as formas geométricas foram importantes no processo de evolução do ser humano, permitindo a constituição de inúmeros instrumentos que contribuíram para o domínio da natureza e a facilitação de atividades do cotidiano (NOVAK; PASSOS, p.11, 2007)

A partir desse delineamento e em decorrência da necessidade humana em desenvolver mecanismos para facilitar a realidade se desenvolvem noções geométricas a respeito de formas e medidas a partir da:

capacidade e necessidade do homem em transformar a natureza buscando aumentar o seu conforto permitindo a realização de construções, primeiramente precárias, as quais procurava aperfeiçoar cada vez mais acumulando cada vez mais conhecimentos. [...] Essa suposição se baseia na ideia de que o homem, buscando aperfeiçoar seu trabalho manual, desenvolve a noção abstrata de forma, vendo o mundo inerentemente geométrico e passando a dominar as relações geométricas conforme podemos comprovar nas construções do mundo antigo (CENTRO DE ESTUDOS MEMÓRIA E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CEMPEM, 2008, p. 3).

De acordo com Eves (1997), as primeiras considerações feitas a respeito de Geometria, são muito antigas tendo como origem a simples observação e a necessidade em compreender melhor o meio onde se vivia. Para o autor um dos primeiros conceitos geométricos desenvolvidos foi a noção de distância que conduziu o homem primitivo a outras concepções, como por exemplo, a delimitação de terras. Porém, esse tipo de Geometria, construída somente a partir da observação, chamada pelo autor de “geometria subconsciente” conduz à percepção:

[...] os círculos de crescimento de um tronco de árvore, os círculos concêntricos provocados na superfície de um lago por uma pedra nele arremessada e figuras sobre certas conchas sugerem a ideia de famílias de curvas. Muitas frutas e seixos são esféricos e bolhas de água são hemisféricas; um anel é um toro; troncos de árvores são cilindros circulares; configurações cônicas são frequentemente encontradas na natureza. Oleiros primitivos construíam superfície e sólidos de revolução[...] (EVES, 1997, p. 2)

Boyer (1996) e Eves (1997) afirmam que a Geometria teve sua origem no Egito antigo, no vale do rio Nilo, a partir da necessidade de refazer demarcações de terras, pois a cada episódio anual de transbordamento desse rio as inundações sobrepunham os marcos fixados anteriormente. Tais demarcações permitiam aos agricultores saberem qual era sua porção de terra, qual sua área delimitada para cultivo, e qual quantia seria paga aos governantes como imposto por território. No entanto, segundo Eves (1997) essas demarcações não se davam somente no âmbito do Egito, pois:

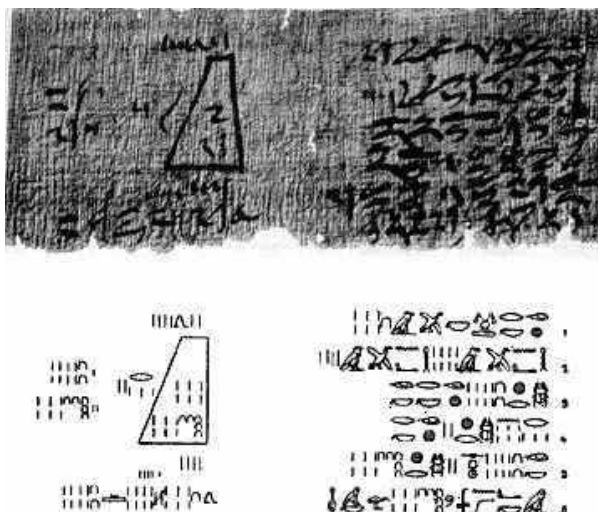
[...] há indícios históricos de que isso ocorreu não só ao longo do rio Nilo no Egito, mas também nas bacias de outros grandes rios, como o Tigre e Eufrates na Mesopotâmia, [...]. As bacias desses rios foram berços de formas avançadas de sociedade, conhecida por sua habilidade de engenharia na drenagem de pântanos, irrigação, obras de defesa contra inundações e construção de grandes edifícios e estruturas. Tais projetos requeriam muita geometria prática (EVES, 1997, p. 4).

Para o autor é nesse momento que ocorre a transformação da “geometria subconsciente” para uma “geometria científica”, que se caracteriza não somente pela observação de problemas geométricos concretos, mas também pela capacidade de extrair propriedades gerais e relações advindas de observações anteriores, chegando à noção de formas, medidas e relações espaciais de objetos físicos específicos, identificados por traçados com desenho, formas e fórmulas para o cálculo de medidas de comprimento, de volume, de capacidade e tantas outras.

De acordo com Eves (1997), é nessa época que os egípcios organizam problemas geométricos práticos em conjunto e percebem que um mesmo procedimento poderia resolver diferentes problemas, o que os levam à noção de lei ou regra geométrica, caracterizando assim a geometria científica. Para o autor nesse momento a indução, o ensaio, o erro e procedimentos empíricos são instrumentos de descobertas e a Geometria transforma-se: “num conjunto de receitas práticas e resultados de laboratório, alguns corretos e alguns apenas aproximados, referentes a áreas, volumes e relações entre figuras sugeridas por objetos físicos (EVES, 1997, p. 3).

Ainda a respeito da Geometria egípcia temos os papiros de Rhind e Moscou que, segundo Eves (1997), são uma fonte primária a respeito desse tema, pois abordam alguns problemas relacionados à Geometria Espacial, que tratam de volume de contentores cilindros de cereais (problemas 41 ao 43) ou paralelepípedos (problemas 44 ao 47), além de problemas que tratam de pirâmides (problemas 56 a 60).

Figura 1 - Papiro de Moscou, apresentação do 14º problema.



Fonte - Boyer (1996, p.7)

O autor apresenta, como exemplo, o problema 14 desse papiro que trata do cálculo de volume de um tronco de pirâmide de base quadrangular (figura 1) que, em linguagem atual, poderia ser descrita por: $V = \frac{h(a^2+ab+b^2)}{3}$ em que h representa a altura da pirâmide e a e b representam os comprimentos dos lados das bases.

Para Eves (1997), as preocupações com mensuração não são somente descritas nos documentos do Egito, mas também em documentos da Mesopotâmia, China e Índia. Os papiros pré-helenísticos e as escrituras cuneiformes também descrevem problemas que envolvem comprimento, área e volume, entre demais conteúdos matemáticos e mostram que os babilônios, também conheciam regras gerais para o cálculo de diversas medidas. Para o autor os babilônios no período de 2000-1600 a.C.:

conheciam [...] o volume do paralelepípedo retângulo, e, mais geralmente o volume do prisma reto com base trapezoidal [...], o volume de um cilindro circular reto era obtido fazendo-se o produto da base pela altura. O volume de um tronco de cone ou de pirâmide quadrangular aparece incorretamente com o produto da altura pela semi-soma das bases (EVES, 1997, p. 5)

De acordo com Eves (1997), Platão acreditava em uma Geometria intuitiva, e era um matemático que defendia a teoria de que os poliedros regulares estavam associados a elementos da natureza.

Para Garbi (2006), entre tantos povos, os gregos contribuíram significativamente para o desenvolvimento da matemática e da Geometria, dentre eles destaca Euclides, que além de ter sido influenciado por geômetras da época, provavelmente recebeu treinamento matemático em Atenas, na Academia de Platão, pela semelhança de visão entre os dois. Para o autor, *Os Elementos* de Euclides é:

o mais antigo livro de Matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro de matemática de todos os tempos (GARBI, 2006, p.49)

Vemos então que a Geometria estudada, desde os primórdios; foi importante para o desenvolvimento do ser humano em suas relações com a realidade e na busca de soluções para problemas cotidianos, o que ocorre até os dias atuais, pois convivemos com representações de objetos espaciais à nossa volta a todo momento. Assim, considerando a importância do ensino de Geometria Espacial, trataremos no que segue, as diferentes abordagens para tal ensino focando no livro didático e no uso de tecnologias da informação e comunicação.

2.2 Importância do ensino de Geometria

Em meados dos anos 60 começou a crescer um movimento de reforma no ensino de Matemática, conhecido como Movimento da Matemática Moderna que visava reformulações e a modernização do currículo escolar. Segundo Ávila (2010), os reformistas tinham dificuldades para direcionar a aprendizagem dos fatos geométricos seguindo o rigor necessário à esta área e, ao mesmo tempo, torna-los didaticamente acessíveis aos alunos da educação básica, por este motivo propuseram a redução e até a abolição do ensino de Geometria.

Pavanelo (1989) faz uma análise histórica do ensino de Matemática, buscando os motivos que favoreceram o desaparecimento da Geometria nos currículos brasileiros, dentre vários, a autora menciona os novos métodos de se abordar a Matemática, pós reforma, que ainda não eram dominados pela maioria dos docentes, isso fez com que o ensino de Geometria ocorresse gradualmente a partir de uma abordagem intuitiva, sem a preocupação de generalizações e de construção adequada de ideias.

Por outro lado, vários autores apontam para a importância do ensino de Geometria, no sentido de possibilitar aos alunos criar estratégias, formular hipóteses, justificar, argumentar e comparar diversos métodos e processos para a resolução de problemas, além de realizar investigações e comprovar experimentos. Para Schirlo e Silva (2009), um ramo da Matemática que apresenta situações do mundo real é a Geometria que ocupa um lugar de destaque na composição das formas existentes e proporciona o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo.

Dessa forma o Parâmetro Curricular Nacional - PCN suger que a Geometria, assim como as demais subáreas da Matemática, está ligada à aplicações e compreensão de fenômenos, sendo a Geometria Espacial fundamental para a leitura e interpretação do espaço, o que auxilia o aluno a construir e estruturar novos conceitos.

Nesse sentido, Gazire (2000) investigou as respostas que, cerca de 200 professores de diferentes níveis, poderiam dar à seguinte questão: “qual a importância do ensino de Geometria no ensino Fundamental e Médio?”. A autora

categorizou as respostas em cinco categorias, como mostra o quadro 2, e afirma que “os professores foram unânimes em dizer que a Geometria se distingue como a disciplina mais apropriada para desenvolver a criatividade e a capacidade de raciocínio do aluno” (Ibid, p. 154).

Quadro 2 - Importância da Geometria

Categorias	Formas de expressão
	Declaram que: “A geometria
Espacial	... desenvolve a noção de espaço e medidas” ... organiza o espaço” ... desenvolve a visão espacial” ... estuda as formas e objetos” ... dá a noção de espaço” ... favorece a noção de posição, lugar e suas propriedades “
Raciocínio lógico	... desenvolve o raciocínio lógico” ... agiliza o raciocínio lógico”
Abstração	... trabalha com a capacidade de abstração” ... desenvolve a abstração” ... ajuda em outros raciocínios abstratos”
Relacionamentos com outras áreas	... desenvolve várias áreas do conhecimento” ... é utilizada no cálculo fundamental” ... amplia conhecimentos” ... é útil para o cálculo de áreas, perímetros e volumes” ... é importante para aplicação prática no ensino da Álgebra” ... é útil no cotidiano” ... é aplicada na Aritmética, Álgebra e Trigonometrias” ... ajuda na compreensão de fatos reais do cotidiano”
Criatividade	... desenvolve a criatividade”

Fonte - Gazire (2000, p.155)

Por meio do recorte dos dados apresentados no quadro 2 notamos que os professores acreditam que os conhecimentos acerca de Geometria são amplamente úteis, e, ainda, que estão relacionados a outros componentes escolares e ao desenvolvimento de diferentes habilidades e conhecimentos, para que haja uma melhor compreensão de mundo.

O desenvolvimento dessas habilidades é justificado por Lorenzato (1995, p.5) quando nos diz que:

A Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitado para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Também segundo Deguire (1994), é possível citar outras tantas razões para que se ensine e para que se estude a Geometria na educação básica dando

oportunidade para que se diferencie o ensino de resolução de problemas e o ensino para resolução de problemas, pois:

[...] ensinar a resolver problemas ultrapassa a mera resolução de problemas para incluir a reflexão sobre processos de resolução, objetivando coligar estratégias de resolução de problemas que poderão ser úteis posteriormente; ensinar para resolver problemas envolve o ensino do conteúdo de uma maneira significativa, de modo que passe a ser utilizado em outros problemas e aprendizados (DEGUIRE, 1994, p.73).

Nesse sentido, a autora afirma que: “a questão de ensinar ou não a geometria não está relacionada simplesmente a aspectos do desenvolvimento da matemática [...], está ligada ao conceito de como se dá a própria construção do conhecimento matemático pelo aluno” (PAVANELO, 1989, p.98).

Inegável é a importância da Geometria, entretanto esta relevância nem sempre é considerada no ensino, se comparada a outras partes da Matemática. É o que mostra (quadro 3) o estudo de Gazire (2000) quando nos traz as respostas dos professores para justificar o abandono do ensino desse conteúdo.

Quadro 3 - Abandono da Geometria

Categorias	Formas de expressão
	Declararam que: “Os professores abandonam o ensino de Geometria...
Falta de gosto	... porque não gostam de trabalhar com geometria”
Falta de tempo	...porque deixam para trabalhar no final do ano e em consequência, não tem tempo para lecionar Geometria” ... porque a Geometria sempre aparece no final do livro-texto
Falta de preparo adequado	... porque é difícil o entendimento da Geometria, quando está relacionada com uma série de demonstrações, axiomas, na maioria das vezes abstratos, sem sentido concreto. A geometria parece estar distante da realidade do aluno e do próprio professor” ... porque aprenderam pouco ou quase nada de Geometria nos cursos de licenciatura” ... por falta de conhecimento sobre os conteúdos de Geometria” ... alguns por comodismo, outros porque, realmente, não a dominam” ... porque a Geometria é um conteúdo difícil de ser abordado. Os alunos têm muitas dificuldades de aprender e o professor de ensinar” ... porque os professores, principalmente os de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental, não estão preparados para ensinar geometria.
Medo	... porque, ao meu ver, a Geometria não é bem dada nas universidades; nós não somos bem preparados para trabalhar com esse conteúdo. Daí o medo e a indiferença dos professores” ... porque a falta de base do professor está afastando da sala de aula esse tópico. O medo de ensinar errado é muito evidente e, assim, no pensamento do professor, é melhor não ensinar” ... porque a maioria dos professores tem “medo” de dar essa matéria, deixando para o fim do ano, se der tempo de iniciar o tema”

Preferência por Álgebra	<p>... porque enfatizam muito os aspectos algébricos, reduzindo os problemas geométricos a meros exercícios de Álgebra”</p> <p>... porque fomos acostumados com a Álgebra...”</p> <p>... porque os currículos, tem dado prioridade ao ensino da matemática algébrica”.</p> <p>... porque o professor de matemática está muito ligado à Álgebra, acredita ser a matemática puramente números e não ideias”.</p>
-------------------------	--

Fonte - Gazire (2000, p.157 e 158)

Por meio dos resultados obtidos pela autora, apresentados nos quadros 2 e 3, fica explícito, nos comentários dos professores, que conhecem a importância do ensino de Geometria, mas nem sempre sabem como deve ser ensinada. Gazire (2000) concluiu que, os professores não abordam esse conteúdo pelos seguintes motivos:

- a) é vítima de um ciclo vicioso: não aprendeu geometria >> não ensina geometria.
- b) ... tem dificuldades de romper com os procedimentos tradicionais da sala expositiva
- c) ... de um modo geral, só enxerga a Geometria em assuntos que possibilitam algebrismos e cálculos (provavelmente por tê-la aprendida assim)
- d) ... como existem várias perspectivas para cada conteúdo das Geometrias, e o professor não possui informações sobre elas (só enxerga Geometria para algebrismos e cálculos), faltam-lhe alternativas de mudança.
- e) ... tem uma opinião sobre Geometria, baseada em frases que ouve dizer sobre os seus benefícios, mas nunca experimentou nem pessoalmente, nem em seus alunos. Essas opiniões formam um discurso vazio.
- f) ... segue textos didáticos não adequados que colocam a Geometria no fim, o que fará coincidir a apresentação dela com o período menor de aulas e contribuirá para a sua não apresentação.
- g) ... não tem ao seu alcance uma bibliográfica adequada que o coloque em contacto com o conhecimento geométrico. Além disso, essa falta de bibliografia faz com que ele não saiba utilizar livros diferentes dos didáticos.
- h) ... usa inadequadamente o material concreto, pois apenas o mostra aos alunos (para entusiasamá-los ou para descrever suas propriedades através de explanação).
- i) ... sabe que qualquer mudança que fizer para ensinar mais Geometria poderá até ser reprimida pelos pais que não aprenderam Geometria e creem que Matemática é número e, além disso, sempre pressionam por causa de concursos e vestibulares. (GAZIRE, 2000, p. 199).

Notamos que, várias são as pesquisas que refletem, a importância, as dificuldades e as consequências geradas pelo abandono do ensino em Geometria no Brasil, outras tantas tentam abordar as tendências para a atualidade. É o caso de Andrade (2004), que analisou tendências para o ensino de geometria com base nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, realizados entre 1987 e 2004.

O autor conclui que, ao longo destes 17 anos, houve uma produção mais intensa e numa perspectiva exploratória acerca de conteúdos envolvendo o estudo de Geometria, e estas novas pesquisas recorrerem ao uso de recursos didáticos, materiais manipulativos e recursos computacionais para a abordagem e para o ensino de conteúdos em Geometria Espacial.

Diante do exposto acima, acerca da importância do ensino de Geometria Espacial e das novas tendências de abordagem deste conteúdo, optamos em trazer as sugestões de desenvolvimentos deste conteúdo nos documentos oficiais brasileiros.

2.3 A geometria espacial em documentos oficiais

Nesta seção, apresentaremos as sugestões dadas pelos documentos oficiais brasileiros para o ensino de Geometria e de Geometria Espacial, nos níveis fundamental e médio, a fim de enriquecer nossa futura análise das produções acadêmicas que tiveram como foco este nível de ensino.

Segundo Andrade (2004), os documentos curriculares produzidos após o Movimento da Matemática Moderna, dentre eles o Parâmetro Curricular Nacional - PCN, orienta a começar o ensino de Geometria, pela:

percepção, experimentação e exploração do espaço para que se possam ser criadas significações que permitam explicar - lós, possibilitando representações desse espaço de modo a caminhar em direção a abstrações e manipulações mentais. Além disso, esse documento também traz preocupações com questões teórico-epistemológicas que vêm dar sustentação a essa concepção experimental de Ensino de Geometria. (ANDRADE, 2004, p. 61).

Além do PCN (BRASIL, 1997), PCN (BRASIL, 1998) e PCNEM+ (2002), no Brasil, também nos referenciamos nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) e na Proposta Curricular do Estado de São Paulo – PCESP (SÃO PAULO, 2011).

O PCN (BRASIL,1997), em suas considerações preliminares trazem o seguinte posicionamento acerca do ensino de Geometria, no ensino fundamental:

Os currículos de Matemática devem contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e

medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria) (BRASIL, p. 37, 1997).

Percebemos então, que os conhecimentos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática neste nível de ensino, dentre outras coisas o documento destaca a importância desse conhecimento na formação dos alunos, porque:

por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 56)

Para o PCN (BRASIL, 1997) o ensino de Geometria, nos anos iniciais, deve possibilitar ao aluno o desenvolvimento de habilidades essenciais, como: perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificar e representar as formas dimensionais, situar-se e posicionar-se no espaço.

Ainda nos referenciando aos documentos oficiais, NACARATO e PASSOS (2003), afirmam que nos anos iniciais da Educação Básica, esses documentos sugerem o ensino de Geometria em caráter mais experimental, deixando de lado alguns elementos importantes para a formulação dos conceitos geométricos.

Posto isso, somente a partir do ciclo a frente do ensino fundamental (5° a 8° série), o PCN (BRASIL, 1998) sugere que os alunos tenham seus primeiros contatos com as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo e geométrico, mas “isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria” (BRASIL, 1998, p.86).

Enfim, notamos que o ensino de Geometria no nível fundamental está estruturado em propiciar as primeiras reflexões dos alunos.

Em contrapartida, o PCN (BRASIL, 2002) sugere que no ensino médio, haja o tratamento mais formal das “formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificação, modelos e objetos do mundo concreto” (BRASIL, 2002, p.120) propondo ainda, o desenvolvimento do conteúdo de Geometria em quatro unidades temática: geometria plana, espacial, métrica e analítica, sendo que “[...] as propriedades em Geometria associadas às medidas,

deverão ter como foco quantificar comprimentos, áreas e volumes” (BRASIL, 2002, p.120), nesta mesma perspectiva:

Os conhecimentos sobre perímetros, áreas e volumes devem ser aplicados na resolução de situações-problema. A composição e a decomposição de figuras devem ser utilizadas para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes relacionados a figuras planas e espaciais (BRASIL, 2002, p. 124)

E para que haja um aprofundamento dessas ideias mencionadas acima, o documento propõe, especificamente na unidade temática Geometria Espacial, a abordagem e o estudo dos seguintes conteúdos:

- elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.
- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.
- Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados. (BRASIL, 2002, p. 125)

O documento propõe ainda, um modelo de organização e desenvolvimento das unidades temáticas, em 4 aulas semanais (quadro 4), sendo a Geometria Espacial desenvolvida em sua totalidade no 2º ano do ensino médio.

Quadro 4 – Organização do tema estruturador: Geometria e Medidas e sua divisão por série (sugestão de 4 aulas semanais)

1º ano	2º ano	3º ano
2. Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.	2. Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscrição de sólidos. 2. Métrica: áreas e volumes; estimativas.	2. Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

Fonte – Adaptado BRASIL, 2002, p. 128 (grifo nosso)

Diferentemente do documento anterior (PCN 1998), no PCN 2002 (quadro 4) há uma melhor especificação acerca de quais conteúdos de Geometria Espacial que devem ser ensinados, de acordo com o ano escolar.

Para o ensino médio, percebemos que sugestões quanto à distribuição dos conteúdos, por exemplo área e volume, também aparecem na OCEM (BRASIL, 2006)

O Princípio de Cavalieri deve ser tomado como ponto de partida para o estudo de volumes de sólidos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera), permitindo ao aluno compreender o significado das fórmulas. No trabalho com as áreas das superfícies de sólidos, é importante recuperar os procedimentos para determinar a medida da área de alguns polígonos, facilitando a compreensão das áreas das superfícies de prismas e pirâmides. As expressões que permitem determinar a medida da área das superfícies do cilindro e do cone podem ser estabelecidas facilmente a partir de suas planificações. (BRASIL, 2006, p.76)

As OCEM (BRASIL, 2006), complementam a sugestão de abordagem do conteúdo de Geometria, com as seguintes orientações:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço [...] reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. [...] O trabalho de representar as diferentes figuras planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, deve ser aprofundado e sistematizado nesta etapa de escolarização. (BRASIL, 2006, p. 75)

Mais abrangente que as OCEM, em 2011, surge a PCESP (São Paulo, 2011), contemplando simultaneamente os níveis do Ensino Fundamental – ciclo II e Ensino Médio, destacando agora que:

a Geometria deve ser tratada, ao longo de todos os anos, em abordagem espiralada, o que significa dizer que os grandes temas podem aparecer tanto nas séries/anos do Ensino Fundamental quanto nas do Ensino Médio, sendo a diferença a escala do tratamento dada ao tema. (São Paulo, 2011)

Notamos ainda, que diferentemente dos documentos oficiais anteriores, a organização das grades curriculares, passa a ser sugerida por série/ano e bimestre, atrelados ao desenvolvimento de diferentes habilidades.

Referente ao ensino fundamental, na 5ª série/6º ano (quadro 5), o conteúdo de geometria é apresentado por “formas espaciais”, e como habilidade a ser desenvolvida temos a identificação e a planificação de áreas da superfície.

Quadro 5 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (6º ano)

5ª série / 6º ano do ensino fundamental		
	Habilidades	Conteúdos
3º Bimestre	<ul style="list-style-type: none"> • Saber identificar e classificar formas planas e espaciais em contextos concretos e por meio de suas representações em desenhos e em malhas • Saber planificar figuras espaciais e identificar figuras espaciais a partir de suas planificações • Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras • Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas, bem como utilizá-la em construções geométricas elementares. 	Formas geométricas <ul style="list-style-type: none"> • Formas planas • Formas espaciais • Perímetro e área • Unidades de medida • Perímetro de uma figura plana • Cálculo de área por composição e decomposição • Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas

Fonte - Adaptação da autora baseada no documento da Secretaria da educação, 2011, p.58
(grifo nosso)

Na 6ªsérie/7ºano (quadro 6), as atividades em Geometria Espacial estão relacionadas a representação, classificação e propriedades de poliedros.

Quadro 6 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (7º ano)

6ª série / 7º ano do ensino fundamental		
	Habilidades	Conteúdos
2º Bimestre	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender a ideia de medida de um ângulo (em grau), sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos • Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia • Saber calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e estender tal cálculo para polígonos de n lados • Saber aplicar os conhecimentos sobre a soma das medidas dos ângulos de um triângulo e de um polígono em situações práticas • Saber identificar elementos de poliedros e classificar os poliedros segundo diversos pontos de vista • Saber planificar e representar (em vistas) figuras espaciais. 	Geometria <ul style="list-style-type: none"> • Ângulos • Polígonos • Circunferência • Simetrias • Construções geométricas • Poliedros

Fonte - Adaptação da autora baseada no documento da Secretaria da educação, 2011, p.60
(grifo nosso)

A identificação de um prisma e o cálculo da medida de volume deste sólido inicia-se na 7ªsérie/8ºano (quadro 7)

Quadro 7 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (8º ano)

7ª série / 8º ano do ensino fundamental		
	Habilidades	Conteúdos
4º Bimestre	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer e aplicar o teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos • Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos • Calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares. • Saber identificar prismas em diferentes contextos, bem como saber construí-los e calcular seus volumes. 	Geometria <ul style="list-style-type: none"> • Teorema de Tales • Teorema de Pitágoras • Área de polígonos • Volume do prisma

Fonte - Adaptação da autora baseada no documento da Secretaria da educação, 2011, p.62 (grifo nosso)

Na 8ªsérie/9ºano (quadro 8), há a abordagem do sólido de revolução – cilindro - somente para o estudo da área da superfície e para o cálculo da medida de volume.

Quadro 8 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (9º ano)

8ª série / 9º ano do ensino fundamental		
	Habilidades	Conteúdos
4º Bimestre	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer a circunferência, seus principais elementos, suas características e suas partes • Compreender o significado do pi como uma razão e sua utilização no cálculo do perímetro e da área da circunferência • Saber calcular de modo compreensivo a área e o volume de um cilindro 	Geometria Corpos redondos <ul style="list-style-type: none"> • O número pi; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo • Volume e área do cilindro

Fonte - Adaptação da autora baseada no documento da Secretaria da educação, 2011, p.64 (grifo nosso)

Então, o esperado pelo currículo e que o aluno chegue ao ensino médio com alguns conhecimentos geométricos referentes à identificação, planificação de área da superfície e cálculo da medida de volume de prisma e cilindro.

Já para o ensino médio, o currículo não sugere, explicitamente, a abordagem de conteúdos em Geometria Espacial, no 1º e no 3º ano do ensino médio. Semelhante ao PCN (2002), o conteúdo de Geometria Espacial concentra-se somente no 2ºano (quadro 9):

Quadro 9 - Currículo de Geometria do estado de São Paulo (2º ano do ensino médio)

2º ano do ensino médio		
	Habilidades	Conteúdos
4º Bimestre	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender os fatos fundamentais relativos ao modo geométrico de organização do conhecimento (conceitos primitivos, definições, postulados e teoremas) • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro, utilizando-as em diferentes contextos • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone, utilizando-as em diferentes contextos • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes, utilizando-as em diferentes contextos • Compreender as propriedades da esfera e de suas partes, relacionando-as com os significados dos fusos, das latitudes e das longitudes terrestres 	<p>Geometria Geometria métrica espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elementos de geometria de posição • Poliedros, prismas e pirâmides • Cilindros, cones e esferas

Fonte - Adaptação da autora baseada no documento da Secretaria da educação, 2011, p.65 e 66 (grifo nosso)

Ao analisar a totalidade dos quadros, baseados no Currículo, percebemos que há um desenvolvimento progressivo e convergência dos conteúdos de Geometria Espacial.

Neste sentido, a sugestão dos documentos oficiais para o desenvolvimento do ensino de Geometria Espacial é contemplada desde o início do ensino fundamental, devendo ir além de decorar fórmulas, pois espera-se que os alunos sejam capazes de compreender fenômenos, fazer conjecturas, formular hipóteses, relacionar ideias e conceitos, realizar cálculos e etc.

Por compreender o papel da Geometria Espacial, nos documentos oficiais brasileiros, iremos agora apresentar qual a situação deste nosso objeto matemático em livros didáticos.

2.4 A geometria espacial em livros didáticos

Para Almouloud et al (2004, p.99), alguns livros didáticos podem contribuir para a origem de vários problemas e lacunas na aprendizagem de geometria, visto que algumas situações de ensino apresentadas e propostas aos alunos, podem

privilegiar resoluções algébricas e exigem pouco raciocínio dedutivo, demonstração, leitura e interpretação de textos matemáticos.

Muitos professores tomam o livro didático, adotado pela escola, como material soberano e único norteador de suas aulas, para Amorim (2012) cabe ao professor analisar os conteúdos, as atividades e exercícios propostos nas obras a fim de fazer as necessárias adequações a realidade e aos conhecimentos que se deseja desenvolver no aluno.

Diante do exposto, selecionamos livros didáticos utilizados nas escolas brasileiras, a fim de analisar brevemente como se dá o desenvolvimento do nosso objeto matemático, Geometria Espacial.

Baseando-se então, em três livros didáticos aprovados pelo plano nacional do livro didático, respectivamente PNLD 2017 (BRASIL, 2017) e PNLD 2015 (BRASIL, 2015), optamos por citar apenas as coleções mais distribuídas, sendo duas do ensino fundamental (Praticando Matemática e Vontade de saber) e uma do ensino médio (Matemática – Contexto & Aplicações).

A coleção “Praticando Matemática”, da editora do Brasil dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, destinada aos anos finais do ensino fundamental, é composta por 4 volumes e foi aprovada pelo PNLD (BRASIL, 2017) como a 1º coleção mais distribuída no Brasil.

O conjunto da coleção distribui os conteúdos, segundo as unidades temáticas propostas pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular), sendo estas: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade. No entanto, para o 6º ano, predomina números e operações e, gradativamente a Álgebra passa a ser mais utilizada.

Os conteúdos de geometria começam a ser trabalhados por meio da observação de objetos do mundo físico, associados a figuras geométricas espaciais e planas, a partir do 6º ano, favorecendo a observação de regularidades e a familiarização com propriedades das figuras. Entretanto, o próprio guia do PNLD 2017 (BRASIL, 2017), expõe que na abordagem dos conceitos geométricos básicos à atenção dada à nomenclatura é excessiva.

Observa-se, ainda, que não há abordagem dos conteúdos da Geometria Espacial no 8º ano, e a explanação do conteúdo nas demais séries é feita basicamente por meio de exercícios de observação e classificação em detrimento das atividades investigativas.

A coleção “Vontade do Saber”, da editora FTD dos autores Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro, também destinada aos anos finais do ensino fundamental, é composta por 4 volumes e foi aprovada pelo PNLD 2017 (BRASIL, 2017) como a 2º coleção mais distribuída no Brasil.

O conjunto da coleção distribui os conteúdos de maneira equilibrada, no 7º e 9º ano entre números e operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade. No entanto, para o 6º ano, predomina números e operações e, no 8º ano, a ênfase é dada à geometria.

Ao longo da coleção a articulação entre os diversos campos é praticamente restrita às atividades propostas. Apesar da ênfase em Geometria ser dada no 8º ano, a coleção traz alguns tópicos, de geometria espacial, nos livros do 6º, 7º e 9º ano.

Sobre a Geometria apresentada nesta obra, o Guia de Livros Didáticos (PNLD 2017) traz o seguinte:

Em geometria, a apresentação dos conceitos é geralmente realizada com base em alguns exemplos e em situações comentadas, sem que se procure envolver mais ativamente o estudante. As abordagens pautam-se pela apresentação de nomenclatura e classificação de figuras geométricas, deixando-se em segundo plano as habilidades de exploração, formulação de conjecturas, argumentação e validação de resultados. O estudo das figuras geométricas espaciais é iniciado de maneira satisfatória, no volume do 6º ano, pela observação e associação de objetos geométricos a representações de objetos reais. A classificação das vistas como frontal, superior e lateral não é acompanhada da identificação clara do referencial considerado. Adequadamente, a ideia de ângulo é abordada por meio de giros, mas a ampliação do conceito é feita apressadamente, passando-se logo à sistematização e à medida. (Brasil, 2017, p. 133)

O próprio guia do PNLD, sugere aos docentes terem cautela na abordagem em sala de aula, visando enriquecer o campo da geometria, propõe ainda atividades de manuseio e construção de modelos concretos, antes de passar às sistematizações.

Ao analisarmos a coleção do ensino médio, aprovada e distribuída em 1º lugar no Brasil, conforme relatório estatístico do PNLD 2015, “Matemática – Contexto & Aplicações”, da editora Ática e do autor Luiz Roberto Dante, dividida em três volumes tabulamos os conteúdos de geometria distribuídos ao longo das séries, conforme o quadro 10:

Quadro 10 – Conteúdos de Geometria Espacial distribuídos por série no ensino médio

Coleção PNLD 2015 – Ensino Médio	
Série	Matemática – Contexto & Aplicações
1º	Não faz referência à Geometria Espacial
2º	Geometria espacial: posições relativas; paralelismo; perpendicularidade; projeção ortogonal; distâncias; Poliedros: convexo, não convexo, regulares; prismas e pirâmides: área de superfície e volume; Cilindro, cone e esfera: área de superfície e cálculo da medida de volume;
3º	Não faz referência à Geometria Espacial

Fonte - Própria autora

Ainda referente à esta coleção, cabe ressaltarmos que o estudo da geometria plana, é feito por meio de uma revisão de polígonos e de áreas de figuras planas, com demonstrações claras e breves. Em contrapartida, a geometria espacial de posição é estudada de modo extenso, fragmentado e com excesso de classificações sobre as posições relativas de retas e planos, além de haver muitos exercícios repetitivos.

Observa-se, ainda, que aplicações de conceitos e as representações planas de objetos espaciais não são exploradas.

Por vezes, no estudo das figuras espaciais, o livro apresenta “boxes” em que são articulados ou enfatizados conhecimentos anteriormente estudados.

No cálculo da medida de volume de sólidos geométricos, faz-se uma dedução da fórmula do volume do paralelepípedo retângulo e, conforme sugestão dos documentos oficiais brasileiros, a dedução das demais fórmulas são feitas sucintamente pelo Princípio de Cavalieri.

No geral, para a abordagem da Geometria Espacial no ensino médio, o livro mais adotado no Brasil, tem exercícios que presam a repetição e a resolução não reflexiva; a quantidade de conceitos e de atividades propostas é excessiva; por

vezes conseguimos encontrar algumas abordagens relacionados ao cotidiano ou a aplicações reais, mas isso é feito de maneira isolada ao final dos capítulos em um subtópico destinado a resolução de exercícios de vestibulares.

Jugamos pertinente conhecer, por intermédio de livros didáticos, como se dá a abordagem de Geometria Espacial em sala de aula, diante disso conseguimos compreender que a atual distribuição dos conteúdos de geometria vem mudando.

Rezende (2015), em sua pesquisa, menciona o que foi percebido pela análise dos livros aprovados pelo PNLD, afirmando que o ensino de geometria vem conquistando força na sala de aula e, algumas vezes aparecem nos livros de maneira integrada a Aritmética e a Álgebra, não sendo mais deixado para o final do livro didático.

Reconhecemos a relevância e a colaboração deste breve estudo, no sentido de entendermos a localização do nosso objeto matemático nos livros didáticos e fomentar um dos nossos possíveis eixos de análise.

Como último estudo preliminar, buscamos entender a inserção e o desenvolvimento do ensino de Geometria Espacial, baseando-se no uso de tecnologias digitais.

2.5 O uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) relacionadas a Geometria Espacial

A mudança de costumes, o ritmo acelerado alinhado às inovações tecnológicas, ocupam um lugar especial em nossas vidas e por que não dizermos em algumas escolas, onde o uso de computadores, softwares, internet, ensino à distância, entre outros, contribuem para o alcance e a disponibilidade em utilizar estas tecnologias, como descreve Gonçalves (2004)

Na dimensão educacional, a tecnologia não consiste apenas mais um recurso para os professores motivarem as suas aulas, mas também um recurso que também propicia a inclusão social e leva o aluno a cidadania. Os professores que trabalham em sala de aula devem refletir sobre o cenário tecnológico atual, sugerindo e pesquisando novas maneiras do uso do computador para as aulas de Matemática, propiciando ao aluno a adequação ao mercado de trabalho da atualidade. (GONÇALVES, 2004, p.2)

Então, ao examinarmos o atual ambiente escolar, podemos afirmar que o uso de tecnologias associada ao estudo de Geometria e demais áreas da Matemática, favorece a troca de informações com agilidade, rápida integração e impõe novas demandas para a vida em sociedade e no ambiente escolar.

Uma das tecnologias digitais, a favor da Educação Matemática, é o computador, pois conforme Piva (2013, p.30):

O computador tem se transformado na ferramenta utilizada na maioria das tarefas, principalmente naquelas relacionadas à comunicação e ao conhecimento. Com isto, está cada vez mais presente em nossas vidas [...]. Além de facilitar a visualização de alguns fenômenos, animações, simulações entre outros, o computador também pode ser usado como ferramenta de interação, principalmente se estiver disponível aos alunos [...]

Os PCN sugerem que não há obrigatoriedade, mas sim uma “necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e acompanhar sua permanente renovação”. (BRASIL, 1997, p. 21)

Entendemos, que alguns aspectos relacionados a essa permanente renovação, seja o fato, de que os conhecimentos técnicos e pedagógicos deveriam crescer simultaneamente.

Outra necessidade, mencionada no PCNEM (BRASIL, 2000):

É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, não obstante sua importância, de maneira alguma constituem o centro da questão. (BRASIL, 2000, p. 41)

Discordando da afirmação do PCNEM (BRASIL, 2000), Kenski (2012) em sua pesquisa aponta uma pressão social, que tem levado as nossas escolas a inserir o uso de tecnologias, mais especificamente à implantação de laboratórios e computadores, sem que haja a preocupação em capacitar os docentes para este uso.

O autor nos faz concluir que a presença do aparato tecnológico em sala de aula não garante mudanças na forma de ensinar e aprender e assim como descrevem os PCN:

A incorporação das inovações tecnológicas só tem sentido se contribuir para a melhoria da qualidade do ensino. A simples presença de novas

tecnologias na escola não é, por si só, garantia de maior qualidade na educação, pois a aparente modernidade pode mascarar um ensino tradicional baseado na recepção e memorização de informações (BRASIL, 1998, p.140)

Realmente é preciso garantir que o uso de diferentes mídias tecnológicas como vídeos, computadores, aplicativos, *softwares* e etc., “contribuam para modificar as práticas de ensino tradicional vigentes”. (BORBA; PENTEADO, 2007, p.54) e possam direcionar a aprendizagem por intermédio destes recursos.

A integração destes recursos alinhados a importância do estudo de geometria espacial, por meio da construção e manipulação e reforçado pelas afirmações de Novak e Passos (2007, p.13), estes autores afirmam que:

Há também a possibilidade de o docente estimular o aluno a ter uma participação ativa no processo de ensino, construindo suas próprias percepções em relação aos conteúdos da Geometria. Essa participação é realizada na construção de desenhos, medições, visualizações, comparações, transformações e classificação de figuras, permitindo uma interação ampla com os conteúdos focalizados (NOVAK; PASSOS, 2007, p.13).

As OCEM (BRASIL, 2006) junto com os parâmetros sugerem que devemos favorecer a tecnologia em prol da Matemática, unindo a teoria, prática e tecnologia:

Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia da informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia-a-dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática. (BRASIL, 2006, p. 87)

Em se tratando de Geometria, as OCEM (BRASIL, 2006, p.88), mencionam que “há programas de computadores (*softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos”, afirmando que:

É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, não obstante sua importância, de maneira alguma constituem o centro da questão (BRASIL, 2006, p.88)

Um exemplo de *software* (livre e gratuito) é o Geogebra, que permite trabalhar com construções geométricas de forma dinâmica e favorece diferentes perspectivas para o estudo dos objetos relacionados à Geometria Espacial e as demais áreas de Matemática.

A utilização deste e outros *softwares*, permite ao aluno realizar construções geométricas e instiga-os em atividades de investigação e exploração de geometria espacial, além disso permite-lhes construir uma visão mais verdadeira e completa a respeito da natureza matemática da atividade desenvolvida, podendo até auxiliá-lo a desenvolver atitudes positivas em relação ao seu estudo (BRASIL, 1998)

Quanto às contribuições destas tecnologias para o ensino de Geometria Espacial, Contiero e Gravina afirmam que:

[...] Os ditos softwares de geometria dinâmica - tem o interessante recurso de “estabilidade sob ação de movimento”: feita uma construção, mediante movimento aplicado aos pontos que dão início a construção, a figura que está na tela do computador se transforma quanto ao tamanho e posição, mas preserva as propriedades geométricas que foram impostas no processo de construção, bem como as propriedades delas decorrentes (CONTIERO; GRAVINA, 2011, p. 3)

De modo geral, o uso das tecnologias digitais ou não, para o estudo de Geometria Espacial, tem surgido em diferentes momentos históricos como facilitador do processo de ensino e de aprendizagem deste conteúdo.

Por isso com a escolha deste tópico, o uso de tecnologias digitais e comunicação relacionados, esperamos subsidiar nosso segundo eixo de análise.

Em seguida apresentamos a justificativa, delimitamos nosso problema de pesquisa e, finalmente, expomos os procedimentos metodológicos para a realização do estudo.

3. PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

Em síntese, neste capítulo, apresentamos, algumas concepções sobre mapeamento e estado arte da pesquisa, em seguida apresentamos a justificativa, delimitamos nosso problema de pesquisa e, finalmente, expomos os procedimentos metodológicos para a realização deste estudo.

3.1 Concepções sobre Mapeamento e estado da arte da pesquisa.

Para proporcionar o avanço em um campo do conhecimento é preciso conhecermos os estudos existentes acerca do objeto de estudo no qual deseja-se pesquisar e aprofundar os conhecimentos.

Acreditamos que a revisão bibliográfica é indispensável para a delimitação do projeto de pesquisa e para que possamos obter uma ideia sobre o estado atual dos conhecimentos sobre o tema, geometria espacial; as pesquisas do tipo estado da arte viabilizam o levantamento e a organização sistemática destas produções.

Ao tratarmos sobre o ensino de Matemática, pesquisadores têm realizado diversas investigações ao longo dos anos para organizar, detectar e propor possíveis soluções a problemas de pesquisas, com o intuito de melhorar o ensino e aprendizagem nesta área.

Esta compilação de dados é classificada em diferentes tipos de processos metodológicos, sendo eles: estado da arte ou estado do conhecimento, panorama e mapeamento, sendo que todos estes citados trazem uma revisão e análise bibliográfica de trabalhos já concluídos sobre algum tema específico.

Em síntese, neste tópico trazemos, inicialmente, uma breve discussão conceitual sobre estes processos metodológicos.

Estado da Arte ou Estado do Conhecimento da pesquisa:

- Para André et Al (1999), “estudos do tipo estado da arte, estado do conhecimento consistem num balanço do conhecimento, baseado na análise comparativa de vários trabalhos sobre uma temática”

- A finalidade bibliográfica desta metodologia, Estado da Arte, tem como principal desafio mapear e discutir determinadas produções acadêmicas em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas (Ferreira, 2002)
- O Estado da Arte, não é apenas uma revisão de estudos anteriores, mas, sobretudo uma tentativa de identificar a produção existente, categorizá-la, descrevê-la e analisa-la, verificando as tendências, enfoques, temáticas, convergências e divergências (Melo, 2006).
- Os “Estados da Arte ou Estado do Conhecimento”, são estudos como aqueles que envolvem geralmente um grande número de trabalhos e buscam descrever aspectos ou tendências gerais da pesquisa em determinado campo de conhecimento, destacando-se seus principais resultados e conclusões e fazendo um balanço-síntese do conhecimento produzido no campo. (Fiorentini et al., 2016)

Nas diferentes definições, compreendemos que o estado da arte da pesquisa trata-se de uma pesquisa demasiadamente abrangente e detalhada, onde não há necessariamente a delimitação do temporal, ou a escolha de programas e áreas específicas.

Ferreira (2002) menciona ainda que, as pesquisas do tipo “Estado da Arte” são:

[...] definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. (FERREIRA, 2002, p. 258)

Tanto para Ferreira como para Romanowski e Ens (2006), as pesquisas do tipo “Estado da Arte” podem ser divididas conforme aprofundamento que o pesquisador queira dar ao seu trabalho. Isso nos fica evidente na definição dada pelas autoras:

[...] Os estudos realizados a partir de uma sistematização de dados, denominada “estado da arte”, recebem esta denominação quando

abrangem toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções (ROMANOWSKI E ENS, 2006, p. 39)

Romanowski e Ens (2006, p.39) ainda, especificam uma modalidade de pesquisa menos abrangente que o “estado da arte”: “O estudo que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado vem sendo denominado de “estado do conhecimento”

Ferreira (2002) destaca ainda que a relevância em realizar as pesquisas intituladas como Estado da Arte ou Estado do Conhecimento está na possibilidade de articularmos e integramos os estudos e os resultados de pesquisa com o objetivo de compreender o desenvolvimento, a ordenação, a evolução, as contradições e duplicidades além de lacunas.

Para ambos os autores, Ferreira (2002) e Fiorentini et al. (2016), as pesquisas do estado da arte ou estado do conhecimento tem uma maior dimensão, pois em geral, envolvem um grande volume de pesquisas e algumas finalidades mais específicas como, buscar, descrever, destacar, discutir aspectos e/ou tendências gerais, entre outras;

Estas pesquisas são desenvolvidas em determinado campo do conhecimento, a fim de facilitar o acesso por parte das comunidades acadêmicas.

O termo mapeamento da pesquisa, para Fiorentini et Al. (2016) diferencia-se de estado da arte da pesquisa, pois o primeiro faz referência à identificação, à localização e à descrição das pesquisas produzidas em um campo de estudo, descritos de acordo com o tempo, espaço e campo de conhecimento

Mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas, sobre um campo específico de estudo, abrangendo determinado espaço (lugar) e período. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção). (FIORENTINI et AL.; 2016, p.18)

Embora, os resultados das pesquisas também podem fazer parte do mapeamento, alguns aspectos em geral são atribuídos aos estudos do estado da arte (FIORENTINI, 1994; FERREIRA, 2002) ou aos estudos do tipo estado do conhecimento da pesquisa (SOARES, 1989; ANDRÉ, 2002).

Compreendemos que alguns autores, por nós escolhidos, reconhecem o estado da arte e o estado do conhecimento como sinônimos e outros o diferenciam, mas em nossa pesquisa assumiremos a postura de metodologias diferenciadas e optamos por utilizar uma etapa do estado da arte que é o mapeamento.

Ao optarmos pelo mapeamento, tomamos como campo de estudo a geometria espacial, delimitamos como espaço de produção os estudos acadêmicos (teses e dissertações) produzida no âmbito dos programas brasileiros de pós-graduação *strictu sensu* pertencentes à área de Educação e Ensino da Capes, compreendidos entre 2007 e 2017.

3.2. Justificativa e importância da pesquisa

Entendemos que, de tempos em tempos, há a necessidade de fazermos um levantamento do estado do conhecimento acerca das produções acadêmicas, a fim de verificar a situação atual, integrar os estudos e resultados de pesquisa e compreender a evolução de determinada área.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009) a Educação Matemática no Brasil surgiu como campo profissional de especialistas em didática e metodologia do ensino da matemática no final dos anos 1970 e início da década de 1980 e é hoje, no mundo, uma área de conhecimento em crescimento e reconhecida internacionalmente, como campo profissional de ensino e pesquisa, alguns fatores foram determinantes para o seu surgimento, dentre eles citamos a preocupação dos matemáticos e dos professores de matemática no que diz respeito à atualização, modernização do currículo escolar e à melhoria das aulas.

Melo (2006), destaca que apesar da expansão da Educação Matemática, há um crescimento tímido das pesquisas do tipo Estado da Arte, por vezes são até escassas, dependendo da área de interesse, são raras.

Por meio das nossas leituras, percebemos que a Geometria Espacial é uma rara área no que se refere a pesquisas bibliográficas (tipo mapeamento, panorama, estado da arte ou do conhecimento).

Pavanelo, em 1993, já anunciava que o abandono no ensino de geometria, poderia prejudicar a formação dos estudantes e priva-los da aprendizagem acerca

dos conteúdos essenciais da Matemática e necessários para o desenvolvimento de saberes discentes, de processos cognitivos e resolução de problemas.

Em complemento as ideias da autora, Perez (1995, p. 61) propõe uma prática pedagógica que com o desenvolvimento da sociedade e torne necessário “um ensino de geometria (assim como de toda a Matemática) que permita a liberdade de imaginação, crítica, [...]”

Em síntese, justificamos a escolha da temática (geometria espacial) e do processo mapeamento, o qual entendemos como uma etapa do estado da arte, para oferecer aos futuros pesquisadores um estudo que possa contribuir para o resgate do ensino de Geometria nas escolas brasileiras.

E diante do exposto, entendemos também que a importância desta pesquisa de mapeamento sobre a geometria espacial, é apresentar o estado atual das pesquisas; oferecer um cenário das produções acadêmicas, ainda que possa parecer incompleta; articular e integrar os estudos e os resultados de pesquisas com o objetivo de compreender o estado deste conhecimento no ambiente acadêmico.

3.3 Objetivos e questão de pesquisa

O objetivo geral dessa pesquisa foi mapear, descrever, analisar, discutir tendências temáticas e teórico-metodologias e sistematizar as pesquisas brasileiras que têm como foco de estudo a Geometria Espacial, produzidas no período de 2007 a 2017, em programas de pós-graduação *strictu sensu* em Educação Matemática e pertencentes a área de Ensino da Capes.

A questão de pesquisa que norteou este trabalho foi: “quais as tendências, perspectivas, enfoques, convergências, divergências e contribuições das pesquisas produzidas para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial na área da Educação Matemática?”

Para atingir nossos objetivos, bem como responder nossa questão de pesquisa (objetivo geral), partimos das seguintes questões diretrizes (objetivo específico):

- Quais são os conteúdos de Geometria Espacial abordados nas teses e dissertações, no período de 2007 a 2017?
- Quais são os objetivos das pesquisas acadêmicas realizadas de 2007 a 2017 que abordam o tema Geometria Espacial?
- Nas pesquisas acadêmicas realizadas de 2007 a 12/2017, a Geometria Espacial está voltada para qual segmento de ensino e para quais sujeitos?
- Quais as metodologias e procedimentos usados nesses trabalhos?
- Quais as pesquisas que utilizam livro didático, para o ensino da Geometria Espacial?
- Quais as pesquisas que utilizam a tecnologia da informação e comunicação (TIC), para o ensino da Geometria Espacial?

Entendemos que não será possível, abarcarmos todas as teses e dissertações desenvolvidas em programas brasileiros de pós-graduação nas áreas de Ensino da Capes, devido o recorte temporal, mas entendemos que a compilação mesmo que parcial, é fundamental, para pesquisadores, estudantes e professores e segundo Ardenghi (2008) isso favorece o conhecimento sobre o que já foi produzido e favorece a continuidade destes estudos.

Utilizamos uma etapa do estado da arte, intitulado de mapeamento de pesquisas, pois julgamos ser a mais adequada para organizar e descrever os aspectos descritivos do nosso campo de estudo, a Geometria Espacial.

No próximo item, descreveremos a nossa metodologia e os procedimentos dessa pesquisa acadêmica.

3.4 Metodologia de pesquisa e procedimentos iniciais adotados

Em um primeiro momento, neste item descrevemos os objetivos e procedimentos de coleta e como um segundo item discorreremos acerca do levantamento de dados.

3.4.1 A pesquisa segundo os objetivos e procedimentos de coleta

Segundo os objetivos da investigação, a metodologia desta pesquisa, caracteriza-se como exploratória, pois conforme Fiorentini e Lorenzato (2009), o

pesquisador diante de uma problemática ou temática pouco conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados esclarecedores e consistentes.

Quanto aos procedimentos de coleta e análise de dados desta pesquisa, uma vez que está sendo executado em banco de dados público e virtual, caracterizamos nossa pesquisa também como, bibliográfica:

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém, pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimento prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta. (FONSECA, 2002, p.32).

Com base na afirmação de Fonseca (2002) e de acordo com Fiorentini, Lorenzato (2009), esta modalidade de pesquisa, mapeamento, se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise trabalhos já produzidos e/ou produções culturais garimpadas a partir de arquivos e acervos.

Em concordância com Marconi e Lakatos (2003), que afirmam que a pesquisa bibliográfica, tem por finalidade colocar o pesquisador em contato direto com tudo que já foi escrito, dito ou filmado, não se trata de repetirmos o que já foi produzido, mas sim, examinarmos um tema sob um novo enfoque ou abordagem, chegando a diferentes e novas conclusões.

A nossa pesquisa bibliográfica, foi pautada nas oito fases indicadas por Marconi e Lakatos (2003, p.44): “a) escolha do tema; b) elaboração do plano de trabalho; c) identificação; d) localização; e) compilação; f) fichamento; g) análise e interpretação e h) redação”

Marconi e Lakatos (2003), descrevendo ainda como publicações: livros, teses, monografias, publicações avulsas, pesquisas, etc.

Como as fontes de documentos das pesquisas bibliográficas variam, exigindo do pesquisador algumas etapas para a organização e manipulação da pesquisa, cabe a nós, como pesquisadores não optarmos por publicações avulsas

e por livros, focamos somente em analisar teses e dissertações, para alicerçar e sustentar academicamente nossa escolha temática.

Ao optarmos, pela teses e dissertações, para nós, como pesquisadores acreditamos que estes trabalhos são um “termômetro” acerca do desenvolvimento da produção acadêmica e científica das instituições de ensino brasileira.

3.4.2 Levantamento dos dados preliminares para o corpo da pesquisa

Os procedimentos iniciais (1ª fase) adotados para constituição do corpo da pesquisa ocorrem majoritariamente por meio digital. As fontes foram:

- Georreferencial da CAPES - GeoCapes;
- Repositório de algumas universidades
- Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior - CAPES
- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD;

Ao procurarmos pesquisas em torno do nosso objeto de pesquisa, geometria espacial, utilizamos primeiramente o descritor: “Geometria Espacial”.

Nossa primeira tentativa, foi no banco de dados do Google Acadêmico, o resultado da pesquisa foi 111.000 produções, sem nenhuma restrição por tipo de trabalho, ano, programa, etc., logo percebemos, que tal iniciativa se constituía infrutífera, devido ao volume de produções.

Diante disto, decidimos utilizar um banco de dados estatístico, o Georreferencial da CAPES – GeoCapes, para mapear os programas de pós-graduação *strictu sensu* nas áreas de educação e ensino, tentando mensurar a quantidade de programas e situar nossa pesquisa em determina região geográfica; acreditando que supostamente, a geometria espacial está inserida nestas áreas: Educação e Ensino.

Feito isto, percebemos que a região sudeste concentrava o maior número de programas de pós-graduação em nível de mestrado, mestrado profissional e doutorado acadêmico, nas áreas de educação e ensino.

Decidimos então, analisar propriamente as produções acadêmicas em geometria espacial, para isso, utilizamos a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)⁴ e o repositório da CAPES.

Ao organizarmos e analisarmos as primeiras produções, percebemos que algumas das publicações estavam em ambos os repositórios, diante disso, optamos em realizar a busca somente no banco de teses da CAPES, por este se mostrar mais organizado e atualizado, eventualmente recorreremos ao repositório de algumas universidades.

Neste momento, optamos por realizar o mapeamento somente das pesquisas realizadas no âmbito de mestrado acadêmico e doutorado, pois estas, segundo a Capes preveem a formação e preparação de pesquisadores, diferentemente do mestrado profissional⁵.

O banco de teses da CAPES disponibiliza os títulos das pesquisas a partir de 1987, no entanto, somente a partir de 2013 que podemos acessar o *link* com o resumo das produções acadêmicas brasileiras.

A busca nos trouxe uma parcela significativa de trabalhos que foram produzidos sobre a temática no período de 2007 a 2017. Mas, temos consciência da existência de trabalhos que discutam a temática, e que não foram citados em nosso levantamento, tal motivo se dá pelo recorte temporal e/ou pelos trabalhos apresentaram títulos e palavras chaves distintas (geometria espacial, geometria no espaço, entre outras) daquelas pelas quais optamos por realizar nossa pesquisa.

Na segunda fase, realizamos a leitura analítica e crítica buscando identificar mais precisamente aquelas que abordavam o ensino e aprendizagem da geometria espacial, o que nos permitiu inferir primariamente sobre os sujeitos destas pesquisas, as teorias utilizadas, a variedade de temas e objetos de estudos em um período determinado.

⁴ De acordo com o Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), integra e dissemina, em um só portal de busca, os textos completos das teses e dissertações defendidas nas instituições brasileiras de ensino e pesquisa. (<http://bdtb.ibict.br/vufind/>)

⁵ Disponível em:

< https://www.capes.gov.br/images/stories/download/artigos/Artigo_30_08_07.pdf>. Acessado em 20 de dezembro de 2017.

Na última fase, criamos as categorias de análise para atingir nossos objetivos e evidenciar as concepções, abordagens, tendências metodológicas, divergências e/ou convergências destas pesquisas, para finalmente tecermos conclusões e indicarmos as possíveis novas questões de pesquisas.

4 COLETA, SELEÇÃO E ANÁLISE DOS TRABALHOS DE PESQUISA

A busca e o levantamento das teses e dissertações, foram realizados em bases de dados nacionais, por vezes recorremos às bibliotecas digitais dos programas de pós-graduação em Educação Matemática.

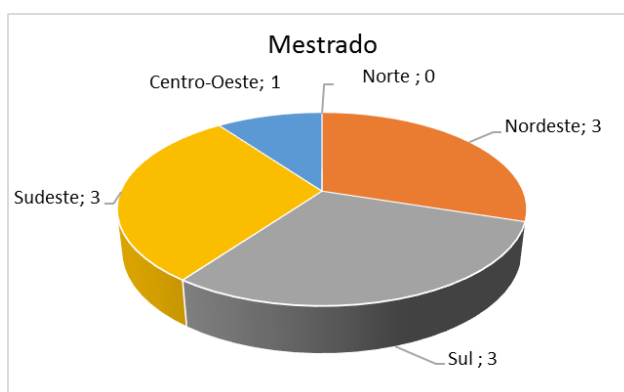
4.1 Coleta dos trabalhos de pesquisa e critérios de seleção

A seguir explicaremos detalhadamente os procedimentos de coleta das pesquisas e seus critérios de seleção.

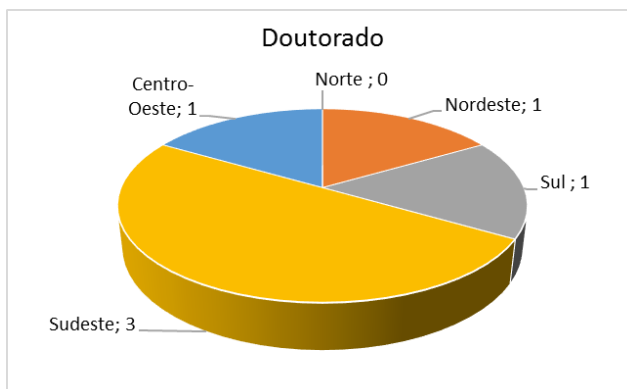
A princípio não havíamos optado pelo recorte temporal de 2007 a 2017 então, realizamos uma busca no Sistema de Informações Georreferenciadas - GeoCapes, acerca da quantidade de programas de pós-graduação em Educação Matemática.

No gráfico 1, trazemos os resultados obtidos pelo GeoCapes e nos chama a atenção a distribuição não equilibrada dos cursos de pós-graduação em Educação Matemática nas cinco regiões geográficas do Brasil.

Gráfico 1 – Distribuição dos cursos de mestrado e doutorado nos programas de pós-graduação em Educação Matemática no Brasil, por região, no período de 1998 a 2016⁶



⁶ Disponível em: <https://geocapes.capes.gov.br/geocapes/>; acessado em 03.12.2017 atualizado em 01.03.2018.



Fonte - próprio autor.

Dados disponível em: <<https://geocapes.capes.gov.br/geocapes/>>

A baixa e/ou ausência de programas de pós-graduação, especificamente, em Educação Matemática, nas regiões Norte e Centro-Oeste, restringe o desenvolvimento de pesquisas educacionais em Geometria Espacial, visto não haver tanta oferta de cursos.

Diante dos resultados obtidos, por meio do gráfico 1, optamos em concentrar nossa investigação na região Sudeste, visto que esta região poderia concentrar a maior quantidade de trabalho relacionado ao nosso objeto matemático.

Fizemos outro levantamento, agora voltado especificamente para esta região, e obtivemos os dados da tabela 1 agrupados por estado.

Tabela 1 - Região Sudeste: Distribuição dos programas em Educação Matemática, por estado.

<i>Estado</i>	<i>Mestrado Acadêmico</i>	<i>Mestrado Profissional</i>	<i>Doutorado</i>
<i>MG</i>	0	2	0
<i>RJ</i>	0	1	0
<i>SP</i>	3	0	3
<i>Total</i>	3	3	3

Fonte - Elaborado pelo autor

Na região Sudeste, a distribuição dos programas de pós-graduação, contempla os seguintes níveis de formação: 3 mestrados acadêmicos, 3 mestrados profissionais e 3 doutorados, nas seguintes universidades: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF,

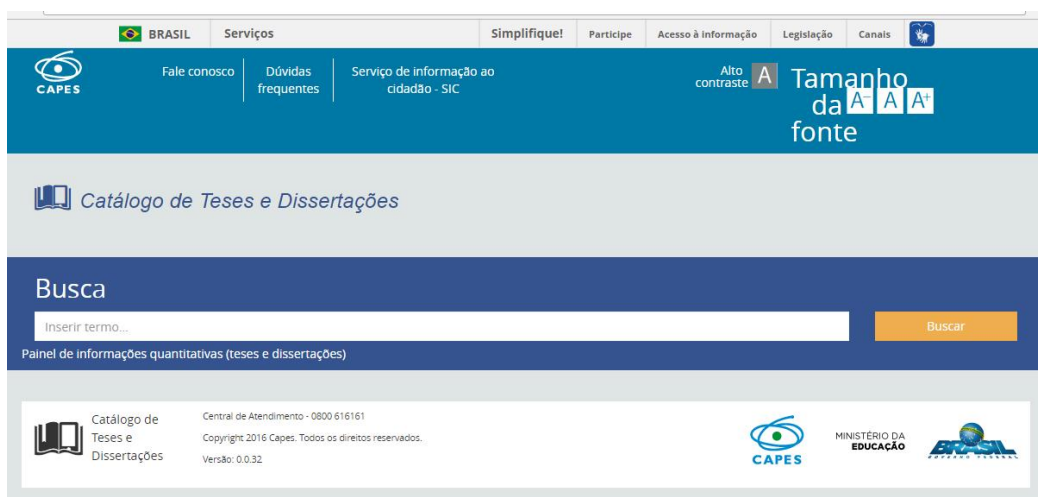
Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP, Universidade Estadual Paulista - UNESP e Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN.

Após definirmos, a região geográfica onde concentramos nossas investigações, resolvemos realizar nossas buscas no banco de teses e dissertações da CAPES, pois percebemos que a organização desta biblioteca *online*, facilitaria a compilação dos dados para a nossa pesquisa.

Há também a questão da confiabilidade do banco de dados e isso se deve ao fato de que as informações são fornecidas pelos programas de pós-graduação diretamente à CAPES⁷.

No banco de teses e dissertações da CAPES, figura 2, estão disponíveis as dissertações e teses defendidas em todo o país e o *site* nos permite a pesquisa por título, autor e palavras-chave.

Figura 2 - Banco de dados da CAPES



Fonte - Banco de dados da Capes. Disponível em: < <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>>. Acessado em 13 de janeiro de 2018.

Tentando abranger e focar somente os programas em Educação Matemática, por vezes visitamos alguns repositórios *online* dos cursos de pós-graduação que pertençam a área de ensino da Capes, mas mantendo o foco de análise restrito somente as produções a nível de mestrado acadêmico e doutorado.

⁷ Informação obtida por meio do site da CAPES. Disponível em: < <http://www.capes.gov.br/36-noticias/3316-banco-de-teses-da-capes-possui-mais-de-450-mil-resumos>>. Acessado em: 20 de dezembro de 2017.

Inicialmente utilizamos a ferramenta de busca na tela de abertura do *site* para inserirmos o termo “Geometria Espacial”, encontramos 33573 resultados de pesquisas publicadas no período de 1987 a 2017.

O banco de teses da CAPES oferece filtros de refinamento de resultados. A partir deste, fizemos nosso 1º filtro, restringindo nossa pesquisa a:

- Nível acadêmico: mestrado e doutorado
- Período: 2007 a 2017
- Área de avaliação: Ensino
- Nome do programa: “Educação Matemática”; “Educação em Ciências e Matemática”; “Educação em Ciências e Matemáticas”; “Educação Matemática e Tecnológica”; “Educação para a Ciência e a Matemática”; “Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática”; “Ensino de Ciências e Educação Matemática”; “Educação em Ciências e em Matemática”; “Educação Matemática e Ensino de Física”.

Utilizamos os mesmos resultados refinados, para elencar outras palavras-chave, descritas na tabela 2 e acompanhadas do resultado da busca no *site* da CAPES.

Tabela 2 - Busca inicial das produções acadêmicas no banco de teses da CAPES. (Descritores utilizados)

<i>Palavras-chave</i>	<i>Nº de ocorrências (filtro 1)</i>	<i>Nº de ocorrências (filtro 2)</i>
Geometria Espacial	165	207
Geometria no Espaço	726	2380
Ensino de Geometria Espacial	811	2747
Ensino da Geometria Espacial	898	2034
Total	2536	7341

Fonte – Elaborada pela autora

Referente a tabela 2, o filtro 2 difere-se do filtro 1 pela área de avaliação da CAPES. No 2º filtro, ao excluirmos a área de avaliação notamos que os resultados

da busca praticamente triplicaram, por isto optamos em prosseguir com o 1º filtro, e somente com o descritor “Geometria Espacial”

Ao fazermos este levantamento, por meio da biblioteca *online*, notamos que os trabalhos foram desenvolvidos em diferentes regiões brasileiras (tabela 3), mas como já havíamos mencionado, focamos os estudos na região Sudeste.

Tabela 3 - Instituições com a maior quantidade de pesquisas defendidas em Geometria Espacial

<i>Estado</i>	<i>Instituição</i>	<i>Quantidade de pesquisas defendidas</i>
São Paulo	Unian	41
São Paulo	PUC / SP	32
São Paulo	UNESP / RC	27

Fonte - Elaborada pela autora

Estas instituições, da região sudeste, formam mais de 70% de pesquisadores na área da Educação Matemática, dentre essas destacam-se a Anhanguera (Unian) com 41 defesas, sendo 31 de mestrado e 10 de doutorado, a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC / SP), com 21 de mestrado e 11 de doutorado e a Universidade Estadual Paulista *campus* Rio Claro (UNESP / RC), com 15 de mestrado e 12 de doutorado.

A centralização dos programas na região sudeste, já havia sido citada por Nadir (2015, p.II)

A análise da distribuição geográfica dos programas e cursos de pós-graduação existe até então chama a atenção para um problema, não só nesta área, mas também em quase todas as pós-graduações brasileiras: a concentração de programas e de cursos na região sudeste do país.

Diante do problema apontado por Nadir (2015) e conforme o cenário da tabela 3, percebemos que existe a necessidade da expansão dos programas de mestrado e doutorado, em Educação Matemática, para as demais regiões do Brasil.

Na tabela 2, dentre as 165 pesquisas pré-selecionadas, fizemos uma nova seleção (pesquisas selecionadas) que contemplasse somente os trabalhos que se referissem a nossa investigação, ou seja, aqueles que tinham no título e/ou no resumo, exatamente, o descritor “Geometria Espacial”.

Na tabela 4, descrevemos as 165 pesquisas inicialmente encontradas; após uma leitura flutuante dos títulos que tratavam especificamente sobre geometria espacial e tinham como palavra-chave Geometria Espacial, chegamos a 29 pesquisas, e finalmente ao lermos os resumos na íntegra e trechos do *corpus* destas pesquisas, optamos e selecionamos 14 trabalhos para nossa investigação.

Tabela 4 - Banco de teses da Capes, pesquisas entre 2007 e 2017 referente a Geometria Espacial

Ano	Pesquisas encontradas no <i>site</i> da CAPES, por período e programa	Pesquisas filtradas	Pesquisas selecionadas
2007	0	0	0
2008	0	0	0
2009	0	0	0
2010	26	5	3
2011	34	5	1
2012	20	3	1
2013	17	6	3
2014	18	2	0
2015	24	3	3
2016	25	4	3
2017	1	1	0
Total	165	29	14

Fonte - Elaborada pela autora

A partir dos dados da tabela 2, chegamos ao total de 11 pesquisas de mestrado acadêmico e somente 3 pesquisas de doutorado.

Para melhor visualização acerca dos 14 trabalhos selecionados, elaboramos o quadro 14, onde expomos os dados que julgamos relevantes para a tabulação de pesquisa, como: ano, instituição, título e autor conforme nível de titulação.

Quadro 11 – Pesquisas selecionadas

Mestrado Acadêmico				
	Ano	Instituição	Título	Autor
1	2010	Anhanguera (Uniban)	Uma Sequência de Ensino para o Estudo da Perspectiva Cônica	Souza, Marcelo Rodrigues De.
2	2010	PUC / SP	Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseada no renascimento	Almeida, Talita Carvalho da Silva.
3	2010	Anhanguera (Uniban)	Representações planas de figuras tridimensionais - um estudo envolvendo visualização	Souza, Wilson Roberto Soluna de.
4	2011	Anhanguera (Uniban)	Educação Continuada do Professor de Matemática: Um Contexto de Problematização Desenvolvido por Meio de Atividades Exploratório-Investigativas Envolvendo Geometria Espacial de Posição	Muraca, Fernando Spadini
5	2012	PUC / SP	Uma Sequência Didática Para a Aprendizagem do Volume do Icosaedro Regular.	Possani, José Fernando
6	2013	PUC / SP	Um Estudo do Icosaedro a Partir da Visualização em Geometria Dinâmica	Palles, Camila Molina
7	2013	Unesp	Formação de Professores de Matemática: dimensões Presentes na Relação PIBID e Comunidade de Prática	Benites, Vanessa Cerignoni
8	2015	PUC / SP	O Uso de Tecnologias Digitais para a Compreensão da Construção de Sólidos a partir de Suas Propriedades	Marquetti, Celso
9	2015	Anhanguera	Currículo de Geometria Espacial do Colégio 7 de setembro: Influências do Vestibular da Universidade Federal do Ceará e do Enem	Mota, Silvio Henrique Araújo
10	2016	Anhanguera	Habilidades de Visualização em Geometria Espacial: Um Diagnóstico com Alunos do 3º Ano do Ensino Médio	Kawamoto, Mariko
11	2016	PUC / SP	Um panorama de pesquisas sobre o uso da modelagem matemática no ensino médio: 2010 a 2014	Santos, Douglas Borreio Maciel dos.
Doutorado				
12	2013	Anhanguera (Uniban)	Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia digital no ensino de geometria: Caminhos para o conhecimento profissional	Vieira, Edite Resende
13	2015	PUC / SP	A base de conhecimento para o ensino de sólidos arquimedianos	Almeida, Talita Carvalho da Silva
14	2016	PUC / SP	Construção e medida de volume dos poliedros regulares convexos com o Cabri 3D: Uma possível transposição didática.	Santos, Amarildo Aparecido dos.

Fonte - Elaborada pela autora

Os demais trabalhos encontrados na biblioteca *online*, embora possuísem (parcialmente) algo relacionado à geometria espacial, não subsidiariam a construção da resposta à nossa questão de pesquisa, sobre “quais são as tendências, perspectivas, enfoques, convergências, divergências e contribuições

das pesquisas produzidas para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial na área da Educação Matemática? ”

O cenário da pesquisa se delineou a partir destes levantamentos no banco de dados da CAPES, e isso nos possibilitou mensurar a quantidade de produções compreendidas no período de 2007 a 2017, as universidades, a região geográfica de maior concentração de pesquisa *strictu sensu* em Educação Matemática.

No próximo item, traremos o fichamento e as resenhas das pesquisas listadas e selecionadas; nesta seção também apresentaremos a organização dos trabalhos de acordo com as categorias de análise.

4.2 Fichamento das teses e dissertações

Após a seleção dos trabalhos a serem analisados, adotamos como critérios de análise, identificar a partir do fichamento, quais os conteúdos, as teorias utilizadas para análise dos dados, o segmento de ensino e os sujeitos das pesquisas, o uso ou não de materiais manipulativos, livro didático e recursos de tecnologia da informação e comunicação, para abordagem de conteúdos relativos a Geometria Espacial.

Enfim conseguimos chegamos a um modelo de fichamento e organização de dados, que atendessem aos nossos objetivos e que fossem tabulados seguindo parcialmente, o padrão definido por Fiorentini e Lorenzato (2012, p.104), isto é:

- I. Dados formais: título, autor, orientador, ano de publicação, modalidade dissertação, programa, instituição.
- II. Dados analíticos: objetivo geral, fenômeno, conceito matemático modelador e modelo.
- III. Conclusão das pesquisas

As pesquisas encontradas foram organizadas e tabuladas seguindo as adaptações do modelo de Fiorentini e Lorenzato, para que pudéssemos posteriormente enquadrar os trabalhos nos eixos de análise os quais julgamos pertinentes.

No quadro 10, fica explícito o modelo de fichamento que usamos para organização das pesquisas.

Quadro 12 - Modelo: Formulário de Fichamento

Título:	
Autor (sobrenome, nome):	
Ano:	
Orientador:	
Instituição:	
Modalidade:	
Programa:	
Palavras chaves:	
Resumo:	
Objetivo do estudo:	
Objeto de pesquisa:	
Sujeitos de pesquisa:	
Metodologia:	
Fundamentação teórica:	
Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos pelo autor:	

Fonte - A autora (2017)

De modo geral, ao constituirmos um formulário modelo para o fichamento, conseguimos organizar e enxergar os dados que seriam tabulados em nossos eixos de análise; os principais obstáculos enfrentados no preenchimento referem-se à ausência no resumo, introdução ou corpo do texto, itens que julgamos essenciais em um projeto de pesquisa acadêmico, como por exemplo, objetivo, metodologia, fundamentação teórica, etc.; outro problema encontrado e a não diferenciação entre resultados e conclusões.

Baseando-se na compilação de dados de Amorim (2012), achamos pertinente incluir os itens: Utilização de jogos ou materiais manipulativos; utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC); utilização do livro didático.

Traremos primeiramente os fichamentos dos 11 mestrados acadêmicos (MA) e por último as 3 pesquisas de doutorado (DO).

MA1

Título: Uma sequência de ensino para o estudo da perspectiva de cônicas

Autor: Souza, Marcelo Rodrigues de.

Ano: 2010

Orientador: Vincezo Bongiovanni

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo (Uniban)

Modalidade: Mestrado acadêmico

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Geometria, Perspectiva Cônica, Renascimento, Tecnologia, Dificuldades, Ensino Médio.

Objetivo do estudo: Estudar as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em relação a codificação de situações que envolvessem elementos da perspectiva cônica em três ambientes com um perspectógrafo, com o software de geometria dinâmica Cabri 3D e no ambiente papel e lápis.

Objeto de pesquisa: Introduzir alunos do Ensino Médio ao estudo da perspectiva cônica, a partir de diferentes ambientes de aprendizado.

Sujeitos de pesquisa: alunos do 2ºano do ensino médio

Metodologia: Sequência de atividades que se apoia em princípios da engenharia didática.

Fundamentação teórica: Conceituação de objetos matemáticos (Vergnaud) e em geometria espacial (Parzysz)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): Software de geometria dinâmica Cabri 3D.

Utilização do livro didático: não contemplado.

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos pelo autor

Após a parte de contextualização, o autor apresenta a definição de perspectiva cônica que será utilizada em sua pesquisa, segundo os conceitos da geometria espacial.

O autor descreve que utilizará a perspectiva cônica do ponto P ao ponto P', intersecção do quadro com o raio visual do ponto (SOUZA, 2010, p.36) e apresenta uma figura desenvolvida no *software* de geometria dinâmica.

Após a análise das sequências didáticas desenvolvidas pelos alunos, as dificuldades nas estratégias encontradas pelos alunos foram classificadas em cinco categorias: dificuldades com o uso do perspectógrafo, dificuldades com o uso do programa Cabri 3D, dificuldades com a geometria Euclidiana, dificuldade com a mudança do modelo teórico e dificuldade com as representações dos objetos.

As atividades aplicadas aos alunos foram estruturadas seguindo os preceitos de Parzysz e Vergnaud, e a análise dos resultados foi fundamentada a luz da engenharia didática.

No bloco “Dificuldades oriundas do uso do Perspectógrafo” somente um dos objetos foi atendido, que era familiarizar o aluno com a perspectiva de um objeto desenhado no plano horizontal.

No bloco “Dificuldades oriundas do uso do software Cabri 3D”, a dificuldade principal foi o manuseio do *software*.

No bloco “*Dificuldades com a geometria Euclidiana*”, análogo ao bloco anterior os alunos apresentaram dificuldades no manuseio do Cabri 3D, mas neste também os alunos precisaram mobilizar conhecimentos geométricos (geometria plana) por eles anteriormente estudados, como ponto médio, divisão de segmentos em partes congruentes, etc.

No bloco “*Dificuldades oriundas da mudança do modelo teórico*”, os alunos pesquisadores tiveram A maior dificuldade encontrada nessa sequência de atividades foi a deformação das figuras causadas pela perspectiva cônica (SOUZA, 2010, p.113), facilmente os alunos transferiam uma propriedade da geometria euclidiana para a geometria projetiva, devido a interpretação equivocada no desenvolvimento de algumas atividades propostas pelo autor.

MA 2

Título: Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseada no renascimento.

Autor: Almeida, Talita Carvalho da Silva.

Ano: 2010

Orientador: Maria José da Silva

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Sólidos Arquimedianos, Cabri 3D, Transposição Didática, Representação de Registros Semiótica.

Objetivo do estudo: Revisitar os Sólidos Arquimedianos por meio de suas construções no ambiente de Geometria Dinâmica Cabri 3D.

Objeto de pesquisa: Sólidos Arquimedianos

Sujeitos de pesquisa: não houve

Metodologia: análise documental

Fundamentação teórica: Transposição didática, problemática ecológica e Registros de Representação Semiótica.

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): *software Cabri 3D*

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos pelo autor

A pesquisa da autora foi dividida em quatro capítulos, dentre estes estão os estudos preliminares, a descrição do objeto matemático de estudo e como se dá sua abordagem em documentos oficiais e materiais didáticos, a autora também realizou um estudo didático e metodológico a respeito dos Sólidos Arquimedianos, e por fim discorreu sobre sua problemática, procedimento metodológicos, quadro teórico e considerações finais.

Os estudos preliminares permitiram que a autora conseguisse identificar alguns problemas relacionados ao ensino e a aprendizagem em Geometria Espacial, e estes estavam associados à visualização, interpretação e representação de objetos 3D.

A autora em suas conclusões afirma que a inclusão do uso do software de geometria espacial, Cabri 3D, contribuiu para o ensino de Sólidos Arquimedianos e outros conteúdos atrelados.

MA3

Título: Representações planas de figuras tridimensionais – um estudo envolvendo visualização.

Autor: Souza, Wilson Roberto Soluna

Ano: 2010

Orientador: Vera Helena Giusti de Souza

Instituição: Universidade Bandeirante de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Geometria, visualização, habilidades.

Objetivo do estudo: Investigar se as utilizações de imagens externas variadas podem ajudar no processo e no desenvolvimento de habilidade de visualização.

Objeto de pesquisa: Representações bidimensionais para tridimensionais e vice-versa.

Sujeitos de pesquisa: Alunos do 3º ano do ensino médio

Metodologia: Entrevistas semiestruturadas

Fundamentação teórica: Parzys (1988) e Gutiérrez (1996)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: materiais impressos para a resolução das atividades.

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC):

Utilização do livro didático: Análise superficial do livro didático de Matemática do tipo volume único.

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos pelo autor

A investigação do autor foi dividida em 6 capítulos, nos quais o autor apresenta sua revisão de literatura, sua questão de pesquisa, algumas considerações teóricas sobre a perspectiva em geral (cônica e paralelas), os procedimentos e sujeitos envolvidos na investigação e por fim suas considerações finais.

Parte da estruturação desta pesquisa foi baseada nos documentos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2009), o Caderno do Professor de Matemática, livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro do Ensino Médio (PNLEM) e fundamentada em algumas aulas ministradas pelo pesquisador.

Nas entrevistas semiestruturadas o autor, solicitou aos alunos que observassem gravuras que apresentam representações planas que descrevem cenas espaciais.

Em suas considerações finais, o autor expõe-se baseado no seu referencial Gutiérres, de que a utilização de imagens externas variadas pode ajudar no desenvolvimento de habilidades de visualização e nas habilidades que se desenvolvem a análise de imagens.

MA4

Título: Educação continuada do professor de matemática: Um contexto de problematização desenvolvido por meio de atividades exploratório-investigativas envolvendo geometria espacial de posição.

Autor: Muraca, Fernando Spadini

Ano: 2011

Orientador: Nielce Meneguelo Lobo da Costa

Instituição: Universidade Bandeirante de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Educação Continuada de Professores de Matemática. Atividades Exploratório-Investigativas. Geometria Espacial de Posição. Problematização

Objetivo do estudo: objetivo analisar uma experiência formativa (inserida em um processo de educação continuada) que privilegie uma abordagem exploratório–investigativa, particularmente quanto às reflexões feitas por professores relativas a conceitos geométricos e ao ensino de geometria na Educação Básica. (CARVALHO, 2011, p.16)

Objeto de pesquisa: Geometria espacial de posição

Sujeitos de pesquisa: Professores

Metodologia: Análise qualitativa mediante respostas obtidas por meio de entrevistas (exploratório-investigativa)

Fundamentação teórica: Shulman e Tardif

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): utilização do laboratório de informática e do *software* de geometria dinâmica

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos:

A estruturação desta pesquisa divide-se em cinco capítulos; os primeiros tratam da problemática e da fundamentação escolhida pelo autor.

A partir do terceiro são apresentadas algumas considerações sobre a geometria euclidiana, onde o autor faz um comparativo entre as obras: Os Elementos de Euclides e a obra de Hilbert.

O pesquisador buscou os seguintes tópicos nos livros de Euclides, focando seu objeto de estudo, a geometria espacial de posição.:

- 1) Posição relativa entre retas
 - a. Retas Paralelas
 - b. Retas Concorrentes
 - c. Retas Reversas
- 2) Posição relativa entre retas e planos
 - a. Reta paralela ao plano
 - b. Reta contida no plano
 - c. Reta secante ao plano
- 3) Posição relativa entre planos
 - a. Planos Paralelos
 - b. Planos Secantes
- 4) Determinação de um plano
 - a. Por três pontos não colineares
 - b. Por uma reta e um ponto fora dela
 - c. Por duas retas concorrentes
 - d. Por duas retas paralelas

(Muraca, 2011, p.43)

Após término das comparações, o autor discorre sobre o ensino de geometria na educação básica, assim como em nossa pesquisa o autor utilizou os documentos oficiais, entre eles os PCN e alguns outros autores como Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

Esta investigação tratou-se de uma continuação dos resultados compilados, dentre de um grupo de pesquisa maior (Projeto Observatório da Educação), o aproveitou para dar andamento a algumas linhas de investigação que estavam sendo criadas em seu grupo.

MA5

Título: Uma sequência didática para a aprendizagem do volume do icosaedro regular

Autor: Possani, José Fernando

Ano: 2012

Orientador: Saddo Ag Almouloud

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Geometria espacial. Icosaedro regular. Volume. Registro de Representação Semiótica.

Objetivo do estudo: A partir de uma sequência didática, desenvolvida com alunos do último ano do ensino médio, investigar a apropriação do cálculo da medida do volume do icosaedro regular; a sequência foi mediada pelo uso do *software Cabri Géomètre 3D*.

Objeto de pesquisa: Volume do icosaedro regular

Sujeitos de pesquisa: alunos do 3º ano do ensino médio

Metodologia: Tratamentos e Conversões de Registros de Representação Semiótica; Teoria das situações e Engenharia didática, estudo de caso.

Fundamentação teórica: Raymond Duval (2009), Guy Brousseau (1986) e Michele Artigue (1996)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): Laboratório de informática e a utilização do *software* de geometria dinâmica Cabri

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

No terceiro capítulo, de um total de quatro, inicia-se a explicação a respeito do objeto a ser estudado, localizando-o nos documentos oficiais, especificamente na área da geometria espacial que se refere aos poliedros regulares.

Ao desenvolver a sequência de nove atividades com os alunos do 3º ano do ensino médio, o autor descreve que foram mobilizados diversos conhecimentos, além do estudo do icosaedro regular; como corte de sólidos, elementos e volume de pirâmides e alguns assuntos da geometria plana, como: polígonos regulares, ponto médio de um segmento de reta, teorema de Pitágoras e semelhança de triângulos.

No desenvolvimento da pesquisa, o autor nos traz o motivo da escolha do *software* Cabri e a importância do uso deste programa para o desenvolvimento de sua pesquisa em geometria espacial; a sequência didática resolvida por meio do *software* foi gerada visando que os sujeitos de pesquisa visualizassem e

articulassem os Registros de Representação Semiótica de Duval (2009), e as fases de ação, formulação e validação propostas por Brousseau (1986).

MA6

Título: Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica.

Autor: Palles, Camila Molina

Ano: 2013

Orientador: Maria José Ferreira da Silva

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Registros, Visualização, Geometria espacial, Cabri 3D

Objetivo do estudo: Estudo da visualização geométrica dos registros dinâmicos por meio da teoria de representação semiótica.

Objeto de pesquisa: Construção da fórmula para cálculo do volume do icosaedro

Sujeitos de pesquisa: não contemplado

Metodologia: Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.

Fundamentação teórica: Duval (2004)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): não contemplado

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

A pesquisa foi desenvolvida dando continuidade aos estudos de Possani (2012), assim como Possani, a autora descreve o objeto matemático de estudo e se baseia na Representação de Registros Semióticos de Duval (2004) para tecer suas análises.

A autora discorre com maior profundidade, sobre como se dá a visualização geométrica no desenvolvimento das atividades com o icosaedro regular e como um dos resultados de sua pesquisa conclui que existem muitas lacunas a respeito do tema visualização, principalmente, visualização espacial.

MA7

Título: Formação de professores de matemática: dimensões presentes na relação PIBID e comunidade de prática

Autor: BENITES, Vanessa Cerignoni

Ano: 2013

Orientador: Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Instituição: Universidade Estadual Paulista

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Formação Inicial. PIBID. Comunidade de Prática. Educação Matemática.

Objetivo do estudo: compreender dimensões teórico metodológicas que podem emergir de processos de formação inicial de professores de Matemática numa parceria entre Universidade e Escola.

Objeto de pesquisa: Geometria espacial e a utilização de tecnologias no ensino de Matemática.

Sujeitos de pesquisa: Professores de matemática em formação (universitários)

Metodologia: Entrevista, observação, análise documental e filmagem.

Fundamentação teórica: Análise de conteúdo segundo Bardin (1979)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): no desenvolvimento desta pesquisa foi semipresencial via plataforma *Moodle* e a utilização do *software* de geometria espacial, Cabri 3D.

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

Nesta pesquisa, foram investigadas algumas dimensões do processo de formação de professores de Matemática envolvidos em uma parceria entre Universidade e Escola, sob a perspectiva da Comunidade de Prática como um contexto formativo (BENITES, 2013, p.8), ou seja, alunos do PIBID.⁸

A investigação foi feita e coleta dos dados de pesquisa ocorreram em dois momentos, um virtual e outro presencial, e o desenvolvimento da pesquisa foi por meio da plataforma *moodle*, pois segundo o pesquisador a realização do curso de extensão visa promover uma participação mais interativa e efetiva.

MA8

Título: O uso de tecnologias digitais para a compreensão de sólidos a partir de suas propriedades

Autor: Marquetti, Celso.

Ano: 2015

Orientador: Gerson Pastre de Oliveira

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Geometria espacial, Educação matemática, Fluência digital, Propriedades dos sólidos

Objetivo do estudo: Foi pesquisar uma abordagem didática que prevê o uso do *software* Geogebra 5, versão 3D, para subsidiar a compreensão dos alunos do 2ºano do ensino médio sobre as propriedades dos sólidos geométricos, cubo e pirâmide.

Objeto de pesquisa: Volume de cubos e pirâmides

⁸ Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, de acordo com o Ministério da Educação este programa oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que se dediquem ao estágio nas escolas públicas e que, quando graduados, se comprometam com o exercício do magistério na rede pública (disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pibid>)

Sujeitos de pesquisa: Alunos do 2º ensino médio

Metodologia: Estudo de caso

Fundamentação teórica: Teoria dos ciclos (Oliveira, 2003). O constructo seres humanos com mídias (Borba e Villareal, 2005)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): Uso do *software* Geogebra.

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

A pesquisa foi desenvolvida com alunos do ensino médio, basicamente com o objetivo de proporcionar condições de análise da eficiência de tecnologias digitais como ferramenta no auxílio do desenvolvimento de tarefas sobre geometria espacial.

Como um dos resultados da pesquisa,

fez-se presente no movimento de apropriação que os estudantes, começando com “algumas dificuldades” e percorrendo o fluxo que vai da apropriação dos primeiros elementos [...] até a apreensão lógica de interface. (MARQUETTI, 2015, p. 88)

Por fim, assim como descrito em alguns momentos da pesquisa, entendemos que o conhecimento matemático foi “se ajustando” e permitindo aos sujeitos de pesquisa entender a importância da fluência tecnológica como suporte ao discurso matemático.

MA9

Título: Currículo de geometria espacial do colégio 7 de setembro: Influências do vestibular da universidade federal do Ceará e do Enem

Autor: Mota, Sílvio Henrique Araujo

Ano: 2015

Orientador: Ruy César Pietropaolo

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Educação Matemática. Currículos de Geometria. Ensino Médio. Enem. Exame Vestibular.

Objetivo do estudo: é investigar as influências do Vestibular da UFC e do Enem no currículo de Matemática do Ensino Médio do Colégio 7 de setembro, no tocante ao tema geometria espacial (MOTA, 2015, p.18)

Objeto de pesquisa: Geometria Espacial

Sujeitos de pesquisa: não contempla

Metodologia: Análise documental

Fundamentação teórica: Sacristán (2000), Goodson (2008), Perrenoud (2013)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): não contemplado

Utilização do livro didático: currículo fundamentado no livro didático adotado pela escola pesquisa.

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

Analisar a influência de vestibulares e do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) no currículo de geometria espacial, por meio da análise documental.

O pesquisador verificou os conhecimentos institucionais esperados dos alunos egressos do ensino médio, se baseando nos PCNS, no PCN+ e nas orientações curriculares nacionais do ensino médio.

A pesquisa envolveu além da análise do livro didático e do plano de curso adotado na escola a qual desenrolou-se a pesquisa, e, também, contou a análise das provas anteriores do ENEM e do vestibular da universidade federal do Ceará.

Entre os resultados obtidos nos últimos anos (2009 a 2013) houve um aumento nas questões que abordam conceitos de geometria e geometria espacial, segundo o próprio autor, ano após ano a escola vem adotando a política de troca do material didático cuja concepção esteja voltada as competências do ENEM.

MA 10

Título: Habilidade de visualização em geometria espacial: Um diagnóstico com alunos do 3º ano do ensino médio

Autor: KAWAMOTO, Mariko.

Ano: 2016

Orientador: Vera Helena Giusti de Souza

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Habilidades de visualização; modelos concretos; tipos de justificativa; planificação; Geometria Espacial.

Objetivo do estudo: Quais habilidades de visualização alunos de 3ª série do Ensino Médio mostram ter desenvolvido ao longo da escolaridade? e Que tipos de argumentos utilizam para justificar a resposta dada? (KAWAMOTO, 2016, p.25)

Objeto de pesquisa: Geometria Espacial

Sujeitos de pesquisa: Alunos do 3ºano do ensino médio

Metodologia: Análise qualitativa de dados

Fundamentação teórica: Gutiérrez (1996) e Parzys (1998, 2006)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): não contemplado

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

A pesquisadora quis verificar se os alunos do último ano do ensino médio, possuem as habilidades de visualização em geometria espacial e se ao mobilizarem este conhecimento, os alunos sabem justifica-lo matematicamente.

A compilação e organização dos dados se deu após os alunos pesquisados, realizarem, respectivamente, um conjunto de nove tarefas (instrumento de reconhecimento) e dez questões abertas (instrumento de diagnóstico e análise).

As questões envolveram os conteúdos sobre cubos e seus elementos, polígono e apótema do polígono, circunferência, pirâmide, cone, planificação de sólidos

Uma das conclusões da pesquisadora após a análise da tarefa de reconhecimento, foi a de que a maioria dos alunos concluíram o ensino médio sem ter conhecimento de conceitos básicos de Geometria.

Já após a análise dos resultados da segunda tarefa, Kawamoto afirma:

Pelo menos a metade dos participantes mostra que não sabe decodificar uma representação plana, que não “enxerga” a tridimensionalidade e baseia-se no que “enxerga” e “destaca” na representação, influenciados pelo polo do visto (KAWAMOTO, 2016, p. 93)

No geral a autora conclui, que os alunos não sabem associar figuras tridimensionais com uma dada planificação e não dão justificativa para a resposta apresentada, mesmo quando solicitada e, quando o fazem, usam argumentos perceptivo-dedutivos, ou seja, baseados apenas na observação (KAWAMOTO, 2016, p.11).

MA 11

Título: Um panorama de pesquisas sobre o uso de modelagem matemática no ensino médio: 2010 a 2014

Autor: SANTOS, Douglas Borreio Maciel dos Santos

Ano: 2016

Orientador: Sônia Barbosa Camargo Iglioni

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Mestrado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Panorama, Modelagem Matemática, Modelo.

Objetivo do estudo: Sistematizar em um panorama, compreendido entre 2010 e 2014, os elementos principais (fenômeno real e conceito modelar) de uma modelagem matemática.

Objeto de pesquisa: Modelagem Matemática

Sujeitos de pesquisa: não contemplado.

Metodologia: Pesquisa teórica bibliográfica do tipo estado da arte

Fundamentação teórica: Fiorentini e Lorenzato (2012)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): não contemplado

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

Esta pesquisa, dentre as selecionadas, e a única que utiliza a metodologia do tipo estado da arte para realizar um panorama das pesquisas produzidas sobre modelagem matemática no ensino médio, o estudo abrangeu 28 trabalhos, dentre estas três pesquisas apresentaram o conceito modelador geometria espacial.

O foco deste autor não é a geometria espacial, mas sim, os elementos principais da modelagem matemática: o fenômeno real a ser modelado e o conceito matemático modelador.

DO1

Título: Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia digital no ensino de geometria: caminho para o conhecimento profissional

Autor: VIEIRA, Edite Resende

Ano: 2013

Orientador: Nielse Menegelo Lobo da Costa

Instituição: Universidade Anhanguera de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Grupo de estudos, apropriação de tecnologia digital, ensino de geometria, professores dos anos iniciais e conhecimento profissional docente.

Objetivo do estudo: objetivo analisar, em um grupo de estudos constituído na escola, o processo de apropriação de tecnologia digital no ensino de Geometria e o conhecimento profissional docente (VIEIRA, 2013, p.17)

Objeto de pesquisa: Figuras espaciais (poliedros,prisma, pirâmide, cubo, corpos redondos) e planas (triângulo, quadrado, retângulo e paralelogramo)

Sujeitos de pesquisa: Professores dos anos iniciais

Metodologia: Grupos de estudos

Fundamentação teórica: Estudos de Shulman sobre os conhecimentos necessários para a docência; de Mishra e Koehler acerca do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo; de Leontiev, referente à apropriação; e de Murphy e Lick, sobre grupo de estudos (VIEIRA, 2013, p.7).

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): uso dos *softwares SketchUp, Construfig3D e Régua e Compasso.*

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

A pesquisa foi estruturada em 6 capítulos, especificamente o capítulo 3, trata-se sobre o ensino de geometria por meio de figuras planas e espaciais, e neste item a autora traz uma reflexão sobre a respeito de alguns educadores brasileiros e dos PCN (BRASIL, 1997), em seguida descreve como foram desenvolvidas as atividades de geometria, mediada pelo uso da tecnologia digital.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa a autora descreve, os protocolos de estudo utilizados e ao término faz a análise dos dados considerando a apropriação de tecnologia digital e os conhecimentos que deveriam ser mobilizados pelos docentes do grupo de estudo.

Por fim, a autora indicara que a constituição do grupo de estudos no locus escolar favoreceu a apropriação de tecnologias digitais e o desenvolvimento do conhecimento profissional docente, pois possibilita aos docentes a construção e reconstrução de conceitos geométricos.

Outro resultado desta pesquisa, também evidencia as dificuldades docentes como falhas no conhecimento de conteúdo específico e o que por vez acarretou em obstáculos na interação entre os docentes e o uso de aplicativos.

DO2

Título: A base de conhecimentos para o ensino de sólidos arquimedianos

Autor: ALMEIDA, Talita Carvalho da Silva

Ano: 2015

Orientador: Maria José Ferreira da Silva

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Sólidos Arquimedianos, conhecimento matemático, conhecimento tecnológico e conhecimento didático.

Objetivo do estudo: Identificar os saberes docentes mobilizados para o ensino de Sólidos Arquimedianos.

Objeto de pesquisa: Sólidos Arquimedianos

Sujeitos de pesquisa: não contemplado

Metodologia: Pesquisa bibliográfica

Fundamentação teórica: O referencial teórico baseou-se no Conhecimento Matemático para o Ensino, no sentido de Ball, Thames e Phelps, e no Conhecimento Tecnológico para o Ensino, no sentido de Mishra e Koehler (ALMEIDA, 2015, p.8)

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): *Software Cabri 3D*

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

A pesquisa tratou-se de uma continuação acerca da investigação de mestrado acerca dos Sólidos Arquimedianos desenvolvida pela autora, em 2010, neste momento focando os saberes docentes mobilizados para o ensino destes poliedros.

A autora justifica a escolha do mesmo objeto matemático por este possuir poucas investigações no âmbito do estudo científico.

Os resultados obtidos apontam a necessidade de um conhecimento matemático especializado, para que os docentes possam melhorar o desenvolvimento de ações didática no que se refere a abordagem de sólidos arquimedianos nas escolas.

DO3

Título: Construção e medida de volume dos poliedros regulares convexos com o Cabri 3D: Uma possível transposição didática.

Autor: SANTOS, Amarildo Aparecido

Ano: 2016

Orientador: Maria José Ferreira da Silva

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Modalidade: Doutorado

Programa: Educação Matemática

Palavras chaves: Poliedros regulares convexos, construção geométrica e medida de volume

Objetivo do estudo: Explorar a construção dos poliedros convexos, no *Cabri 3D*, como uma possível transposição didática interna da construção de superfícies poliédricas desenvolvidas por Euclides (300 a.C)

Objeto de pesquisa: Construção dos poliedros regulares convexos

Sujeitos de pesquisa: não contemplado

Metodologia: Análise documental

Fundamentação teórica: Transposição Didática, Problemática Ecológica e Registros de Representação Semiótica.

Utilização de jogos ou materiais manipulativos: não contemplado

Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC): *software Cabri 3D*

Utilização do livro didático: não contemplado

Breve descrição da pesquisa e resultados obtidos

O autor dividiu sua pesquisa em 5 capítulos, nos quais descreve primeiramente, sua problemática, revisão bibliográfica, o estudo dos livros didáticos e documentos oficiais, em itens a frente justifica a investigação, delimitando o problema, a metodologia e procedimentos de investigação.

O referencial teórico utilizado pelo autor, visa facilitar seu entendimento e o encadeamento da pesquisa baseada em seu objeto matemático, na interpretação do livro *Os Elementos*, de Euclides trazendo, por meio de construções no *software Cabri* o estudo da medida de volume dos poliedros.

O autor ao termino da investigação conclui que, a construção dos poliedros convexos por decomposição e recomposição no *Cabri 3D*, favorecem o desenvolvimento e a generalização da medida de volume desses poliedros.

Finalizado o fichamento, cabe ressaltar ao leitor que optamos em incluir os resumos na íntegra dos 14 trabalhos pertencentes à esta investigação, no anexo A, por este motivo, não constam no *corpus* da pesquisa.

4.3 Análise geral dos trabalhos por eixos

A seguir (quadro 13), apresentamos os primeiros resultados obtidos pelo estudo onde organizamos os trabalhos segundo nossos dois primeiros eixos de análise.

Quadro 13 – Organização dos trabalhos segundo os eixos de análise

Mestrado				
	<i>Autor</i>	Utilização de jogos, materiais manipulativos e outros recursos não digitais	Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC)	referencial
1	Souza	x	X	2º ano
2	Almeida		X	-
3	Souza	x		3ºano
4	Muraca		X	professores
5	Possani		X	3º ano
6	Palles		X	-
7	Benites		X	professores
8	Marquetti,		X	2º ensino médio
9	Mota	x		-
10	Kawamoto	x		3º ano
11	Santos		X	multiseriado
Doutorado				
12	Vieira	x		professores
13	Almeida		X	-
14	Santos		X	-

Fonte – Elaborado pela autora

O recorte principal que realizamos para fazer o mapeamento dos trabalhos foi a organização dos estudos segundo seus eixos/focos temáticos. Optamos por proceder deste modo, pois buscávamos fazer um balanço dos resultados ou avanços teóricos obtidos com os estudos.

A fim de respondermos a nossa questão inicial “quais são as tendências, perspectivas, enfoques, convergência, divergências e contribuições das pesquisas produzidas para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial na área da Educação Matemática?”, bem como as demais questões estruturantes desta pesquisa: Quais são os conteúdos de Geometria Espacial abordados nas teses e dissertações, no período de 2007 a 2017; quais são os objetivos das pesquisas acadêmicas realizadas de 2007 a 2017 que abordam o tema Geometria Espacial; nas pesquisas acadêmicas realizadas de 2007 a 2017, a Geometria Espacial está voltada para qual segmento de ensino e para quais sujeitos; quais as metodologias e procedimentos usados nesses trabalhos; quais as pesquisas que utilizam livro didático, para o ensino da Geometria Espacial; quais as pesquisas que utilizam a tecnologia da informação e comunicação (TIC), para o ensino da Geometria Espacial?

No que se refere aos sujeitos de pesquisa, apenas 2 investigações foram desenvolvidas com professores, nenhuma das pesquisas teve como sujeitos de investigação alunos do ensino fundamental, e assim conforme havíamos previsto no estudo dos documentos oficiais e no estudo do livro didática, a maior quantidade de pesquisas se desenvolveu com alunos do ensino médio (3 pesquisas com o 3ºano e 2 pesquisas com 2ºano), isso ratifica a tendência o desenvolvimento de geometria espacial mais concentrada no ensino médio.

A metodologia utilizada, na maioria das pesquisas, foi a análise documental (4) e estudo de caso (3), as demais versam acerca de sequências didáticas, entrevistas e grupo de estudos.

Já em relação à fundamentação teórica, notamos a diversidade e a recorrência de trabalhos que adotam os Registros de Representação Semiótica de Duval, Transposição didática, Nível de desenvolvimento geométrico, os demais trabalhos utilizaram-se de outros referenciais teóricos, como os estudos de Vergnaud, Shulman, Tardif, Misha, Perrenoud, Guitierrez, etc.

As contribuições das pesquisas para a área da Educação Matemática, podem ser verificados por meio da convergência ou não entre os objetivos das pesquisas. Notamos que a maioria das pesquisas focou as dificuldades apresentadas pelos alunos no que se refere à visualização de sólidos geométricos.

Moraco e Pirola (2006) já haviam relatado em sua pesquisa que os alunos apresentam dificuldades na visualização e na representação geométrica, descreveram ainda como esta dificuldade pode interferir negativamente no desempenho do aluno.

Em consonância com os autores, Ritter (2011) aponta a dificuldade de visualização de objetos tridimensionais como algo decorrente de anos escolares anteriores, cujas dificuldades permeiam até o ensino médio.

Tomando por exemplo, a visualização de objetos tridimensionais com o uso de recursos tecnológicos digitais, em nossos estudos preliminares, notamos que não há uma obrigatoriedade do uso de aparatos tecnológicos, mas sim uma necessidade de evolução/renovação na forma de ensinar.

Para Piva (2013, p.163) “os recursos tecnológicos para aplicação educacional podem ser hoje uma excelente ferramenta para a sala de aula” e acreditamos que esta escolha tecnológica “correta” venha favorecer o desenvolvimento de alternativas para a aprendizagem de um mesmo objeto matemático.

Apenas os resultados obtidos e conclusivos de duas pesquisas Weigel (2011) e Possani (2012), destoam das demais investigações, visto que nestes dois trabalhos houve a aplicação de uma sequência de atividades aos alunos, mas diferentemente das outras pesquisas com alunos, estes autores escrevem que o resultado das atividades atendeu plenamente seus objetivos de pesquisa.

Outro ponto de convergência entre as pesquisas e que 7 pesquisas em 11, mencionam a utilização de recursos tecnológicos, em especial o *software* de geometria dinâmica.

A utilização da metodologia, estudo de caso é a mais abordada entre os pesquisadores selecionados. Apenas Mota (2015) realizou a análise de livro didático.

Os conteúdos de geometria espacial, abrangidos nas pesquisas foram todos aqueles descritos no quadro 9, ou seja, geometria métrica, poliedros regulares, prismas (base triangular e quadrangular), pirâmides, cilindros, cones e esferas,

incluindo os elementos destes sólidos, suas planificações e o cálculo de volume e a planificação da área de superfície.

Ressaltamos que tivemos dificuldades em categorizar os trabalhos em um único eixo de análise, visto que algumas pesquisas se encaixam em dois ou três eixos simultaneamente.

No que se refere aos conteúdos, de modo geral a abordagem dos conteúdos matemáticos se deu de diferentes maneiras, mas pelo relato dos resultados das pesquisas percebemos que a maioria dos alunos pesquisados até conseguiram resolver as questões propostas, mas não necessariamente desenvolveram o pensamento geométrico. Inclui-se também nestes casos, os alunos de licenciatura e dos grupos de formação de professores.

4.3.1 Análise dos trabalhos pertencente ao primeiro eixo: Utilização de jogos, materiais manipulativos e outros recursos didáticos não digitais.

Na gênese de formação desta categoria, acreditávamos que haveria muitos trabalhos envolvendo jogos com geometria espacial, mas apenas uma das pesquisas (Weigel) se enquadra, ainda que parcialmente neste item.

Sobre a segundo item, entendemos por materiais manipulativos em geometria espacial, a confecção de modelos de planificação de sólidos geométricos em papel, plástico, madeira, etc.; modelos de materiais sólidos e inteiriços em qualquer material; modelos em acrílico ou qualquer outro material, como representação de um sólido para dedução de volume.

As pesquisas selecionadas apontam que os materiais manipuláveis e/ou com materiais concretos facilitam a aprendizagem do aluno e favorecem o desenvolvimento do seu pensamento geométrico, mas não devemos confundir a utilização destes recursos como subterfúgio para não darmos aulas, notemos os dizeres de Lorenzato

[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, p. 21)

Ou seja, a utilização destes materiais ajuda o aluno na percepção de determinados conteúdos, mas para que isto ocorra é necessário que haja anteriormente a aula, uma preparação do conteúdo e um planejamento da atividade.

Talvez por isso, algumas pesquisas citem brevemente a utilização de materiais manipulativos, mas não se delongam nesta descrição e na utilização destes recursos no decorrer do desenvolvimento das atividades geométricas.

Já o item, outros recursos didáticos não digitais, contemplamos os estudos que se valeram apenas do uso do livro didático, experimentos, régua, giz, lousa, compasso, papel, etc.

Apenas a pesquisa de Souza (2010), menciona brevemente a utilização de recurso não digital para permitir aos alunos a comparação entre o ambiente de geometria dinâmica e o estático (lápis e papel).

Apenas a pesquisa de Mota (2015) foi desenvolvida referenciando-se parcialmente a livros didáticos.

Acreditamos que a mudança no processo de aprendizagem possibilita e oferece novas formas de trabalhar e manipular um conteúdo ou objeto em geometria espacial, por este motivo o maior número de pesquisas vem sendo desenvolvido na área da tecnologia, conseqüentemente, há uma diminuição em trabalhos analisando livros didáticos físicos e/ou abordando a metodologia tradicional com aula expositiva e o uso de recursos não digitais.

4.3.2 Análise dos trabalhos pertencente ao segundo eixo: Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC)

Percebemos que uma gama considerável dos trabalhos desenvolvidos ao longo dos últimos anos, estão sendo desenvolvidos utilizando algum recurso tecnológico, laboratórios de computação, *softwares* de geometria dinâmica, lousa digital, atividades na *web*, aplicativos de celular.

Em nossas pesquisas, apesar de 5 pesquisas em 14 abordarem a utilização de algum recurso tecnológico (*software*, laboratório de informática, *web*, *moodle* e lousa digital).

Notamos que nenhum das pesquisas utilizou *smartphones* com aplicativos de geometria espacial e nenhuma pesquisa pensou em utilizar realidade virtual, *webquestions*, *flashcard*, produção digital, etc.

No que se refere ao uso de diferentes recursos tecnológicos, pensamos que a utilização de recursos que não sejam computadores e *softwares*, ainda é difícil de “trabalhar algo não vivenciado [...] a introdução das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem desafia a crença dos professores em relação à construção de uma nova identidade docente” (PIVA, 2015, p.164)

Assim como descrevemos em nosso referencial, acreditamos que a tecnologia utilizada em sala de aula, pode ser uma ferramenta potencialmente atrativa e poderia favorecer o desenvolvimento do aprendizado do aluno.

Presumimos, então, que a integração da tecnologia educacional se baseia na escolha da ferramenta tecnológica e em métodos de inclusão na sala de aula, caso contrário se não houver domínio desta tecnologia por parte do docente e do discente, o uso da tecnologia poderia acarretar obstáculos didáticos.

Ao analisarmos, em especial, estas 5 pesquisas que se utilizaram de *softwares* de geometria dinâmica, Cabri ou Geogebra, é evidente a contribuição significativa deste tipo de tecnologia no ensino de geometria espacial, no entanto para que estas contribuições ocorram é necessária, além do conhecimento do *software*, a aprendizagem de técnicas instrumentais específicas.

4.3.3 Análise dos trabalhos pertencente ao terceiro eixo: Estratégias para o ensino de Geometria Espacial

As pesquisas revisitadas mostram que os principais problemas enfrentados pelo ensino de geometria estejam associados à visualização, interpretação e representação de objetos tridimensionais, motivo este que justifica o grande número de pesquisa aplicada com alunos do ensino médio em atividades de resolução de problemas,

As dificuldades apresentadas pelos alunos na visualização de sólidos geométricos e a desmotivação que alguns alunos apresentavam nas aulas de Geometria Espacial, já haviam sido objeto de estudo de Kaleff e Rei (1994), os autores procuraram meios que facilitassem o ensino de propriedades geométricas e tornassem o ensino mais atrativo.

Esses e outros problemas relacionados à geometria espacial, também foram objeto de estudo de Flores (2003) e Salazar (2009), mas há um consenso entre eles de que a simulação de objetos 3D advinda do uso da informática pode minimizar tais dificuldades e resgatar conceitos e relações esquecidos no estudo da geometria.

A maioria das pesquisas expusera sobre a importância da abordagem dos conteúdos de geometria espacial, no desenvolvimento escolar, referenciando-se primeiramente nos documentos oficiais, dentre eles o mais citado são os parâmetros curriculares nacionais; apesar dos parâmetros serem apenas orientação eles atuam com balizadores de muitos docentes em sala de aula e como fonte de localização do objeto matemático no contexto escolar, para nós, pesquisadores.

Sobre os sujeitos de pesquisa, notamos que o desenvolvimento desses trabalhos tem sido em diferentes níveis escolares, sendo dada maior ênfase ao ensino médio, visto este ser o habitat da geometria espacial.

Dentre nossa coletânea, apenas a pesquisa de Benites (2013) foi desenvolvida com um grupo de professores em formação, tratavam-se de alunos de graduação em matemática de diferentes períodos. Este mesmo, apesar de ser o único na abordagem de professores, partilha de outro eixo de análise, visto que a atividade da pesquisadora foi desenvolvida no ambiente virtual *moodle* e também se utilizou de *software* para a compreensão das atividade em geometria espacial.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por último, no item 5, trazemos nossas considerações acerca deste trabalho de pesquisa.

Buscamos entender quais as contribuições teóricas e práticas das pesquisas apresentadas neste trabalho relacionadas ao ensino e a aprendizagem do conteúdo geometria espacial, e tentamos apontar possíveis alternativas e caminhos para pesquisadores e professores que estudam este mesmo objeto matemático.

Atribuímos a justificativa desta pesquisa aos avanços na pesquisa em qualquer área do conhecimento, os quais implicam na produção de novos e numerosos estudos, os quais produzem teses, dissertações, artigos, material didático entre vários outros trabalhos que mostram a situação das novas ideias, teorias, estratégias e metodologias para o ensino do conteúdo.

Diante de tantas produções, julgamos difícil, compilarmos todas estas produções, mas por meio do mapeamento das pesquisas, é possível sistematizar e constituir um estudo abrangente e estático dentro de um contexto histórico e determinado período, campo ou área de conhecimento.

Este tipo de estudo, se faz necessário, à medida que mais e mais produções são geradas ao longo do ano e diante do avanço dessas pesquisas há uma necessidade de organização dos dados observados para que possamos examinar os conhecimentos já produzidos, apontando tendências, estratégias e metodologias, registrando o processo de evolução de determinado campo de pesquisa, bem como sugerirmos futuras pesquisas gerando uma visão organizada e não repetitiva.

Diante deste contexto, vimos a necessidade de compilar alguns resultados obtidos ao longo do contexto histórico, por meio de recorte temporal, gerando uma visão mais organizada e sistemática do que já foi e está sendo produzido no campo da Educação Matemática brasileira.

Os nossos dados, para esta sistematização, foram coletados em pesquisas sobre Geometria Espacial, desenvolvidas no período de 2007 a 2017, em programas strictu-sensu de Educação Matemática.

Para este estudo foram coletados 11 trabalhos, entre dissertações e tese, os mesmos foram fichados, analisados e organizados em três categorias de análise.

E embora alguns dos trabalhos selecionados tenham abordados conteúdos análogos, como geometria métrica, pirâmides e cubos, percebemos a inquietação dos pesquisadores nas mais diferentes abordagens.

Não obstante alguns dos trabalhos selecionados tenham chamado à atenção para o ensino de Geometria e sua importância, a proposta aplicada nas escolas continua sendo aquém do esperado.

Por meio destas pesquisas analisadas, notamos que os conteúdos de geometria espacial têm sido desenvolvidos, não como conteúdo estanque, mas sim, como complementação e continuação das demais geometrias, e acreditamos que as dificuldades mencionadas por Almouloud e Mello (2000) corroboram para que os alunos apresentem dificuldades no ensino médio, especificamente nos conteúdos de geometria espacial.

Concluimos que as pesquisas relacionadas sobre Geometria Espacial, em nível de mestrado e doutorado nos programas de pós-graduação em Educação Matemática, são diversas, porém poucos foram os avanços em relação ao quadro do ensino e aprendizagem.

Com tendência, percebemos o uso das novas tecnologias de informação e comunicação, para a fomentar a análise crítica diante de conteúdos em geometria espacial e possibilitar a construção individual e/ou coletiva do conhecimento.

Desta forma, percebemos a necessidade de estudos complementares, que venham focar pontos de vista distintos daqueles já investigados, que se aproximem do ambiente escolar, buscando um ideário à Geometria Espacial.

Sugerimos uma abordagem diferenciada em Geometria, ao longo de toda a escolaridade básica, por meio de modelos concretos, planificações, codificação e decodificação de representações planas de figuras planas ou tridimensionais e atividades investigativas, uso de recursos tecnológicos, etc.

Esperamos estimular os pesquisadores a ampliarem suas investigações no campo da Geometria Espacial, visando incentivar a formação do raciocínio dedutivo em seus alunos e ajuda-los a aprender com mais autonomia e não o desestimular com um ensino muito teórico.

Estes argumentos a favor do ensino da geometria, apresentados em nosso trabalho de pesquisa, não limitam, nem encerram as discussões acerca deste campo da matemática, apenas oferece indicações para futuras e valiosas investigações, acerca da escolha do conteúdo e como desenvolver estes itens junto aos alunos de maneira a colaborar com o desenvolvimento dos indivíduos.

Ressaltamos ainda, que esta pesquisa não visa dar juízo de valor as produções acadêmicas já produzidas, não queremos avaliar a qualidade dos trabalhos, nem a capacidade dos orientadores e dos pesquisadores escolhidos por amostragem sistemática.

Sendo assim, ao nosso ver, conseguimos alcançar o objetivo proposto por esta pesquisa, pois apresentamos as contribuições das pesquisas de Geometria Espacial para a área da Educação Matemática ao relatarmos os conteúdos abordados, os objetivos, a metodologia, fundamentação e procedimentos das pesquisas, os sujeitos de pesquisa e as tendências temáticas.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. et al. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos.** Revista Brasileira de Educação, São Paulo. Ano 10, nº. 27, p. 94-108, set/out/Nov/dez. 2004. Disponível em: <
<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf> >. Acesso em: 22 set. 2017.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** 1º ed. Curitiba: UFPR, 2007. 217p.

ALMOULOUD, S. A; MELLO, E. G. S de. **Iniciação a demonstração aprendendo conceitos geométricos.** 23ª ANPED, Caxambu, MG: 2000.

ALVES-MAZZOTTI, A.J. Parte II. **O método nas Ciências Sociais.** In: ALVESMAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.** São Paulo: Pioneira, 2004, p. 109-188.

AMORIM, S.R.C. **Números inteiros: Panorama de pesquisas produzidas de 2001 a 2010.** São Paulo, 2012. 128p.

ANDRADE, J. A. A. **O ensino de geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos Anais do ENEM'S.** 2004. 294p. Dissertação (Mestrado em Educação) – USF, Bragança Paulista (SP). Orientadora: Adair Mendes Nacarato.

ANDRÉ, M.; ROMANOWSKI, J.P. **Estado da arte sobre formação de professores nas dissertações e teses dos programas de pós-graduação das universidades brasileiras, 1990 a 1996.** Programa e Resumos da 22ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped), Caxambu-MG, 1999.

ANDRÉ, M.D.A. de; SIMÕES, R.H.S.; CARVALHO, J.M.; BRZEZINSKI, I. **Estado da arte da formação de professores no Brasil.** Educação & Sociedade, Campinas, ano 20, n.93, p.301-309, dez. 1999.

ANDRINI, Á; ZAMPIROLO, M. J. C de V. **Novo Praticando Matemática.** São Paulo: Editora do Brasil, 2002. Obra em 4 v. para alunos de 6º a 9º ano.

ARAÚJO, C. H.; LUZIO, N.(2005). **O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica do Brasil.** In: ARAÚJO, C. H.; LUZIO, N; Avaliação da Educação Básica: em busca da qualidade e equidade no Brasil. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

ARDENGHI, M.J. Ensino e aprendizagem do conceito de função: pesquisa realizada no período 1970 a 2005 no Brasil. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, PUC-SP, São Paulo, 2008.

BARBOSA, P.M. **O estudo da Geometria**. Disponível em: http://www.ibc.gov.br/images/conteudo/revistas/benjamin_constant/2003/edicao-25-agosto/Nossos_Meios_RBC_RevAgo2003_Artigo_3.pdf. Acessado em: 16 de março, 2018.

BICUDO, M.A.V. **Revista Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta**. Pesquisa Qualitativa, São Paulo, v.1, n.1, p. 7-26, 2005.

BORBA, M.C; PENTEADO, M.G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte. Autêntica, 2007.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo. Tradução: Elza F. Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRAGA, E.R; DORNELES, B.V. **Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental**. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v.13, n.2, pp.273-289, 2011.

BRASIL. **Matrizes curriculares de referência para o Saeb**. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_oficiencia/2013/escala_ensino_medio_2013.pdf

_____, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1998.

_____, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Matemática**. Secretaria de Educação. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000

_____, Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica: Ministérios da Educação, Secretaria de Educação Básica: **(Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)**. São Paulo, 2006. 135p.

_____, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. Secretaria de Educação. 1ªed. São Paulo, 2011.

_____, **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica / Ministério da Educação**. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562p.

_____, **Guia nacional do livro didático – PNLD 2017 – Matemática**. Brasília: MEC, 2015.

_____, **Guia nacional do livro didático – PNLD 2017 – Matemática**. Brasília: MEC, 2017.

BRZEZINSKI, I.; GARRIDO, E. **Estado da arte sobre a formação de professores nos trabalhos apresentados no GT 8 da ANPED, 1990-1998**. Programa e Resumos da 22ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED), Caxambu-MG, 1999.

CARDOSO, M. **Prisma e Pirâmide: um estudo de uma abordagem computacional**. Pontifícia Universidade Católica (PUC), São Paulo, 2010.

CELI, E. L. **Os desafios e as perspectivas para a Educação Matemática no Ensino Médio**. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/noticia/docs/TextosGT19Anped2011_TrabEncomendad o.pdf. Acesso em 27 de novembro de 2017.

CEMPEM. **Centro de Estudos Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Geometria nas séries iniciais**. Disponível em: http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/cursos/ep155_2002/ep155/g1/Site/resenhas.html. Acesso em 16 de Março 2018.

CONTIERO, L.O; GRAVINA, M. A. **Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar?** Revista Novas Tecnologias na Educação, V. 9 N° 1, julho, 2011. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/21917>. Acesso em 17 de março de 2018.

COSTA, A.C; BERMEJO, A.P.B; MORAES, M.S.F. **Análise do ensino de geometria espacial**. X Encontro Gaúcho de Educação Matemática, junho, 2009. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf. Acesso em 17 de março de 2018.

D'AMBRÓSIO, B. S. ***The Dynamics and consequences of the modern mathematics reform for Brazilian mathematics education. Thesis (doctor of Philosophy)***. Indiana University, 1987.

DEGUIRE, L.J. Geometria: um caminho para o ensino da resolução de problemas, do jardim de infância à nona série. In: LINDQUIST, M.M; SHULTE, A.P (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino h. Domingues. São Paulo: Atual, 1994, p.73-85.

DOLCE, O. POMPEO, J.N. **Fundamentos de Matemática Elementar, Geometria Espacial: posição e métrica**, volume 10, 5ª Ed. Ver. São Paulo, Atual, 440 p. 1993.

EVES, H. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Geometria tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

FERREIRA, N. S. A. **Pesquisa em leitura: Um estudo dos resumos de dissertações de mestrado e teses de doutorado defendidas no Brasil, de**

1980 a 1995. Tese de doutorado, Faculdade de Educação da UNICAMP. Campinas, 2002.

_____. **As pesquisas denominadas estado da arte.** Educação & Sociedade, Campinas, ano 23, n.79, p.257-272, ago. 2002.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática. O caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação.** Tese de doutorado, Faculdade de Educação da UNICAMP. Campinas, 1994.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3º ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009 – (Coleção Formação de Professores)

FIORENTINI, D; PASSOS, C.L.B; LIMA, R.C.R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012.** Campinas, SP: Faculdade de Educação/UNICAMP, 2016.

FLORES, C.R. **Olhar, saber e representar: ensaio sobre a representação em perspectiva.** Tese (doutorado em educação). Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FONSECA, J.J.S. **Metodologia da pesquisa científica.** Fortaleza: UEC, 2002, Apostila.

GARBI, G.G. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática.** 3ed rev. ampl. São Paulo: Editora livraria da Física, 2009.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias.** 2000. 217p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – FE/Unicamp, Campinas (SP). Orientador: Sérgio Lorenzato.

GERHARDT, T.E; SILVEIRA, D.T (orgs). **Métodos de pesquisa.** Porto Alegre. Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, J.P. **Reflexões sobre os processos de ensino/aprendizagem baseados em software educativo FORMEL.** Revista brasileira de informática na educação, v.12, n.2, 2004. Disponível em: <http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/2185/1949>. Acessado em: 27.04.2018

HESSEI, L de A. **Um estado do conhecimento de Dissertações e Teses brasileira sobre equações: O uso de tecnologias no Ensino Médio.** Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica (PUC). São Paulo, 2010.

JAHN, A. P; SALAZAR, J. V. F. **Explorando objetos espaciais no cábri 3D.** XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. Anais. Belo Horizonte: MG, 2007

KALEFF, A.M; REI, D.M., **Varetas, canudos e sólidos geométricos**. Revista do professor, Rio de Janeiro, n.28, p. 29-36, 1994.

KENSKI, V.M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**, 8° ed., Campinas, SP: Papyrus, 2012. (Coleção Papyrus Educação)

LEIVAS, J.C.P. **Educação Geométrica: reflexões sobre ensino e aprendizagem em geometria**. Educação Matemática em revista, ano 13, n.13, v.1 – p. 9-16, 2012.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.

_____. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MANRIQUE, A. L. **Processo de formação de professores em geometria: mudança de concepções e práticas**. Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E.M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MEGID, J. N. **Tendências da pesquisa acadêmica sobre o ensino de ciências no nível fundamental**. Tese de doutorado, Faculdade de Educação da UNICAMP. Campinas, 1999.

MELO, M.V. **Três décadas de Pesquisa em Educação Matemática na Unicamp: um estudo histórico a partir de teses e dissertações**. 2006, 230 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2006.

MENDES, A.C.; CARMO, J.S. Atribuições dadas à Matemática e Ansiedade ante a Matemática: relato de alguns estudantes do ensino fundamental. In: **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, vol. 28, n.50, Rio Claro, Dez, 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n50/1980-4415-bolema-28-50-1368.pdf>. Acesso em 17.01.2018.

MORACO, A.S.C; PIROLA, N.A. **Uma análise da linguagem geométrica no ensino de matemática**. Associação brasileira de pesquisa em educação para ciência. Atas do EMPEC n.5.2006, p.263.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NADIR, R. A.; **A Pesquisa em ensino de Ciências e Matemática no Brasil. Cienc.educ (Bauru)**, Bauru, v.21, n.2, p. I – V, jun. 2015. Disponível em:

http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132015000200001. Acessado em: 17.03.2018.

NOVAK, T. C. U. N; PASSOS, A. M. **A utilização do Origami no ensino da geometria: relatos de uma experiência**. 2007. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf>. Acesso em 17.03.2018.

OLIVEIRA, R. **Geometria espacial: um estudo de pesquisas que tratam de corpos redondos**. Projeto de Iniciação científica. São Paulo (SP), 2012. 63p.

PAVANELO, R.M. **O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké, n.1, p. 7-17, 1993.

_____. **O abandono da geometria: uma visão histórica**. 1989. 196p. Dissertação (mestrado em educação), FE/Unicamp, Campinas (SP).

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de Geometria para as camadas populares**. Tese (Doutorado em Educação). FE/UNICAMP-SP. Campinas (SP). 1991. 348p.

_____. **A realidade sobre o ensino de geometria no 1° e 2° graus**. Educação Matemática em revista (SBEM), São Paulo, n. 4, 1995.

PEREIRA, L.R.P. **Proposta didática para aplicação prática do ensino de geometria espacial**. Monografia. UFRGS. Porto Alegre (RS).2011.59p.

PIVA, JR. D. **Sala de aula digital: uma introdução à cultura digital para educadores**. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

PIROLA, N.A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. Tese.(Doutorado em Psicologia Educacional). FE/Unicamp. Campinas (SP). 2000. 108p.

PONTE, J.P. da; CANAVARRO, A. P. **Matemática e Novas Tecnologias**. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

_____; Serrazina, L.M. **Didáctica da Matemática no 1° Ciclo**. Lisboa: Universidade aberta, 2000.

REZENDE, D.P.L. **Ensino e aprendizagem de geometria: uma proposta para o estudo de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental**. Ebrapem, 2015. Disponível em http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_dayselane_rezende-A1.pdf. Acessado em: 16/01/2018.

RITTER, A. M. **A visualização no ensino de Geometria Espacial: possibilidade com o software Calques 3D**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRS. Porto Alegre. 2011. 143p.

ROMANOWSKI, P. J; ENS, R, T. **As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. Diálogo Educação.** Curitiba, v.6, n.19, p. 37-50, set./dez.2006.

SABBA, C. G. **A Gestalt e o ensino de geometria.** In: Linguagem, conhecimento e ação: ensaios de epistemologia e didática / Org. Machado, J.N; Cunha, C.O. São Paulo: Escrituras editora, 2003 (coleção ensaios transversais, 23)

SAEB. **Sistema de Avaliação da Educação Básica: Secretaria de Estado da Educação.** São Paulo, 2015.

São Paulo (Estado) secretaria da educação. **Currículo do estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias** / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. São Paulo: SE, 2011. 72p. Disponível em: <http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>. Acesso em: 15 de dezembro, 2017.

SALAZAR, J. V. F. **Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: Um estudo de transformações geométricas no espaço.** Tese (doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo (SP). 2009. 319p.

SANTOS, A. T. C. de. **O estado da arte das pesquisas brasileiras sobre Geometria Analítica no período de 1991 a 2014.** São Paulo, 2016.

SILVEIRA, M.R.A. da. **Matemática é difícil: um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos.** Disponível em: Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/25t19.rtf>. Acesso em 15.03.2018.

SCHIRLO, A. C.; SILVA, S. de C. R. da. **O ensino da geometria auxiliando a fabricação de embalagens.** Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, vol 2, num 1, jan./abr.2009

SOARES, M. **Alfabetização no Brasil – O Estado do conhecimento.** Brasília: INEP/MEC, 1989.

SOUZA, J; PATARO, P. M. **Vontade de saber Matemática.** São Paulo: Editora FTD, 2009. Obra em 4 v. para alunos de 6^oa 9^o ano.

VIANA, O. A. **O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceitos.** Dissertação (Mestrado). UNICAMP-SP. Campinas (SP). 2000. 249p.

ANEXO A – RESUMO DOS TRABALHOS ANALISADOS

Organizada em ordem cronológica.

MA1

SOUZA, M. R. *Uma sequência de ensino para o estudo da perspectiva de cônicas*. 2010, 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo – Uniban, São Paulo.

Esta pesquisa tem por objetivo explorar alguns elementos da perspectiva cônica em três ambientes: com um perspectógrafo, com o software de geometria dinâmica Cabri 3D e no ambiente papel e lápis. A pesquisa se propõe a averiguar as dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Médio em relação à codificação de situações que envolvem o conceito de perspectiva cônica e em relação à decodificação de regras da perspectiva cônica. Para isto foi concebida uma sequência de atividades que se apoiou em alguns princípios da metodologia da engenharia didática. A pesquisa foi amparada pelos trabalhos, sobre geometria espacial, de Parsysz e pelos trabalhos, de conceitualização de objetos matemáticos, de Vergnaud. A sequência foi apresentada a um grupo de alunos do Ensino Médio de uma Escola Estadual de São Paulo. Os resultados apontam dificuldades dos alunos classificadas em cinco categorias: dificuldades com o uso do perspectógrafo, dificuldades com o uso do programa Cabri 3D, dificuldades com a geometria Euclidiana, dificuldade com a mudança do modelo teórico e dificuldade com as representações dos objetos. As produções dos alunos mostraram também que certos elementos da perspectiva cônica como ponto de fuga e linha do horizonte foram incorporados plenamente pelos alunos, mas para a resolução de tarefas mais complexas, os ambientes do perspectógrafo e do software Cabri 3D não foram suficientes para que a transição para uma geometria dedutiva fosse concretizada.

MA2

ALMEIDA, T. C. S. *Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseada no renascimento*, 2010, 185 f. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC / SP. São Paulo.

O presente trabalho tem como objetivo revisitar o objeto matemático Sólidos Arquimedianos por meio de suas construções no ambiente de Geometria Dinâmica Cabri 3D. Assim, a pergunta de pesquisa foi: o objeto matemático Sólidos Arquimedianos pode ser resgatado como objeto de ensino para a Escola Básica, utilizando como habitat o ambiente de Geometria Dinâmica Cabri 3D? Para investigar processos de construção para esses sólidos, recorreremos a um estudo bibliográfico desenvolvido com base em material já elaborado, constituídos principalmente de livros e artigos científicos. O referencial teórico baseou-se na Transposição Didática e na Problemática Ecológica de Yves Chevallard (1991), para promover a articulação entre a análise epistemológica e a análise didática, além de apontar características outras que determinam a sobrevivência do objeto matemático Sólidos Arquimedianos enquanto objeto de ensino, e na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995), para identificar e analisar quais os registros mobilizados para a construção desses sólidos, bem como evidenciar os tratamentos e conversões efetuados. A escolha metodológica pela pesquisa bibliográfica contribuiu para o alcance do objetivo desejado, visto que nos permitiu encontrar um procedimento matemático realizado por renascentistas para a obtenção de arquimedianos a partir de cortes nas arestas de sólidos platônicos. As análises das construções realizadas ajudaram

a perceber que os tratamentos apenas figurais não são suficientes para a construção dos Sólidos Arquimedianos no Cabri 3D, faz-se necessário mobilizar um registro discursivo suporte para que os pontos de corte em sólidos platônicos possam ser encontrados. Nesse sentido, constatamos que o Cabri 3D se confirmou como um habitat para o estudo dos Sólidos Arquimedianos, na medida em reconheceu como objeto todos os saberes que determinam a existência desse objeto matemático enquanto objeto de ensino.

MA3

SOUZA, W. R. S. Representações planas de figuras tridimensionais. 2010, 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN / RS. São Paulo.

O objetivo do estudo é investigar se a utilização de imagens externas variadas pode ajudar no processo e no desenvolvimento de habilidades de visualização e quais destas podem ser desenvolvidas com a análise dessas imagens. A partir da leitura de alguns artigos e dissertações desenvolvidos nesta temática e também dos Parâmetros Curriculares Nacionais, da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, do Caderno do Professor de Matemática e de livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro do Ensino Médio, colocamos duas questões de pesquisa, quais sejam “A utilização de imagens externas variadas pode ajudar no desenvolvimento de habilidades de visualização?” e “Quais habilidades de visualização podem ser desenvolvidas com a análise dessas imagens?”. Usamos como embasamento teórico as idéias desenvolvidas por Parzys (1988) e Gutiérrez (1996) sobre visualização. Para realizar a pesquisa, fizemos duas entrevistas semiestruturadas, com questões investigativas sobre as habilidades de visualização (GUTIÉRREZ, 1996), separadas por um trabalho individual, em casa, com quatro alunos do 3º ano do Ensino Médio, num total de oito entrevistas. Na segunda entrevista, regras de perspectiva foram apresentadas e exemplificadas aos alunos, que passaram a observar as gravuras para identificar a presença ou não dessas regras e para classificar representações cônicas ou paralelas. A análise qualitativa dos protocolos mostra que os alunos aumentaram seu repertório de imagens e despertaram para a necessidade de ficarem atentos para as características da representação, a fim de bem interpretá-las. Recomendamos a vivência de atividades de interpretação de imagens na sala de aula e na escola, de modo a garantir que o aluno desenvolva, ao longo do período escolar, um processo de visualização que poderá ajudá-lo no processo de aprendizagem da Geometria que priorize a qualidade.

MA4

MURACA, F. Educação continuada do professor de matemática: Um contexto de problematização desenvolvido por meio de atividades exploratório-investigativas envolvendo geometria espacial de posição. 2011, 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo- Uniban. São Paulo

O objetivo desta pesquisa é analisar uma experiência formativa (inserida em um processo de educação continuada) que privilegie uma abordagem exploratório-investigativa, particularmente quanto às reflexões feitas por professores relativas a conceitos geométricos e ao ensino de geometria na Educação Básica. A fim de atingir esse objetivo a pesquisa se constituiu em: (i) Construir uma experiência formativa baseada em atividades exploratório-investigativas; (ii) Desenvolver essa experiência com um grupo de professores; (iii) Analisar as problematizações, as discussões e reflexões coletivas ao longo do processo e/ou as (re)conceituações ocorridas. A fundamentação teórica foi construída a partir dos conceitos de reflexão de Schön, do conhecimento profissional de Shulman, das vertentes do

conhecimento didático de Ponte & Oliveira e da articulação entre teoria e prática de Tardif. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo que se propôs a responder à seguinte questão: Que problematizações e reconceituações os professores evidenciam em uma formação caracterizada por privilegiar uma abordagem exploratório-investigativa sobre geometria espacial de posição? A coleta de dados foi feita por observação direta, gravação dos encontros e registros produzidos pelos sujeitos. Utilizou-se a análise interpretativa por triangulação de dados e os resultados obtidos indicaram que a experiência formativa privilegiando uma abordagem exploratório-investigativa levou a problematizações relacionadas aos conteúdos de Geometria de Posição que possibilitaram reconceituações, especificamente quanto aos conceitos de retas paralelas, retas reversas, posições de reta e plano, figuras espaciais, tais como o conceito de quadrilátero. Quanto às atividades que problematizaram o ensino, elas possibilitaram ao grupo a reflexão sobre o uso de tecnologia, particularmente softwares de Geometria dinâmica, no sentido de (re)pensar metodologias ou estratégias para a prática pedagógica.

MA5

POSSANI, J. F. *Uma Sequência didática para a aprendizagem do volume do icosaedro regular*. 2012, 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica – PUC / SP. São Paulo.

Nosso estudo tem por objetivo investigar a apropriação do cálculo da medida do volume do icosaedro regular, por alunos do 3º ano do Ensino Médio, a partir de uma sequência de atividades mediadas pelo uso do software Cabri 3D. Com a pesquisa, procuramos responder a seguinte questão de pesquisa: De que forma uma sequência didática que envolve a Geometria Dinâmica pode interferir nos processos de ensino e aprendizagem de volume do Icosaedro regular? Para responder essa questão de pesquisa, aplicamos, junto a quatro alunos do Ensino Médio, uma sequência de atividades. Nossa investigação é de cunho qualitativo e apoiou-se nos pressupostos da Engenharia Didática, a Teoria das Situações Didáticas, as quais valorizam o papel do professor, do aluno e do meio em que ocorrem os processos de ensino e de aprendizagem e a teoria dos Registros de Representação Semiótica, mais especificamente, nas diferentes apreensões de uma figura. Ao analisar o desenvolvimento dos sujeitos durante as atividades da sequência foi possível perceber que eles compreendem como calcular o volume do icosaedro regular.

MA6

PALLES, C. M. *Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica*. 2013, 74 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica – PUC / SP. São Paulo.

O presente trabalho tem como objetivo o estudo da visualização geométrica dos registros figurais dinâmicos por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, visando responder a seguinte questão de pesquisa: “Quais elementos essenciais para o desenvolvimento da visualização estão presentes em uma sequência didática para a construção da fórmula para o cálculo da medida do volume do icosaedro por meio do software Cabri-3D?”. Para responder a questão de pesquisa recorreremos a um estudo de caso, pelo fato de ser de natureza empírica e poder ser baseado em uma análise documental, tomando como caso de estudo uma sequência didática para o cálculo do volume do icosaedro constante no trabalho de Possani (2012). A análise da sequência a partir dos fatores explicitados por Duval (2004) nos levou a concluir que a sequência desenvolvida, em sua grande parte, não permite o desenvolvimento da visualização. No

entanto, é possível conjecturar algumas modificações nessa sequência que permitam então o desenvolvimento da visualização.

MA7

BENITES, V. C. *Formação de professores de matemática: dimensões presentes na relação PIBID e comunidade de prática*. 2013, 247 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista – Unesp. São Paulo.

Neste trabalho investigamos algumas dimensões do processo de formação de professores de Matemática envolvidos em uma parceria entre Universidade e Escola, sob a perspectiva da Comunidade de Prática. Esta parceria acontece por meio do “Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID”, o qual envolve licenciados em Matemática, professores da Rede Estadual de Ensino e pesquisadores da Universidade, vinculados à UNESP, campus Rio Claro/SP. Desenvolvemos uma pesquisa qualitativa que possui como foco o processo de formação dos alunos bolsistas do PIBID, campus Rio Claro. A coleta dos dados aconteceu em dois momentos inter-relacionados: acompanhamento dos encontros presenciais e virtuais com os participantes do grupo/comunidade PIBID, com etapas de Observação Participante e Entrevista, com reconhecimento das características individuais e coletivas, e; a realização de um Curso semipresencial via plataforma Moodle, envolvendo o software de Geometria Espacial Cabri 3D, no qual fizemos uma descrição das Filmagens e uma Análise Documental do material produzido pelos sujeitos pesquisados. A análise dos dados aconteceu de acordo com a Análise de Conteúdo (BARDIN, 1979).

MA8

MARQUETTI, C. *O uso de tecnologias digitais para a compreensão de sólidos a partir de suas propriedades*. 2015, 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica – PUC / SP. São Paulo.

O presente trabalho tem por finalidade investigar o uso de tecnologias digitais por parte de um grupo de estudantes do Ensino Médio, tendo como tema alguns elementos e propriedades da geometria espacial métrica, mais especificamente os volumes de cubos e pirâmides, bem como a relação entre os mesmos. A questão, constituída em torno destes pressupostos, consiste em investigar de que forma uma abordagem didática que prevê o uso do software GeoGebra 5, que possui recursos 3D, concorre para subsidiar a compreensão de estudantes do Ensino Médio sobre temas referentes às propriedades dos sólidos geométricos, em especial, o cubo e a pirâmide? Os sujeitos, cinco estudantes de uma escola particular da cidade de São Paulo, utilizaram o software GeoGebra, versão 5, em duas sessões, com intuito de anunciar conjecturas acerca das propriedades ligadas ao volume de cubos e pirâmides, além da relação entre estes objetos. Após a coleta e análise dos dados, aventou-se, ao final da investigação, que elementos como a visualização, a experimentação e o dinamismo da interface tenham concorrido, a partir da estratégia engendrada, para o subsídio à compreensão de certas relações, propriedades e resultados que estariam dificultados de outra maneira

MA9

MOTA, S. H. A. *Currículo de geometria espacial do colégio 7 de Setembro: Influências do vestibular da universidade federal do Ceará e do Enem*. 2015, 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Anhanguera. São Paulo

Esta dissertação tem como propósito analisar a influência de Vestibulares da Universidade Federal do Ceará (UFC) e do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) no currículo de geometria espacial do Colégio 7 de Setembro (C7'S), escola particular de Educação Básica de Fortaleza, cuja principal meta, relativa ao Ensino Médio, é o preparo de estudantes para o ingresso em universidades públicas. Este estudo pode ser considerado relevante, uma vez que observamos as inovações curriculares propostas no âmbito da Matemática pela Secretaria da Educação Básica do MEC e as modificações implementadas nos processos seletivos daquelas universidades, como a inclusão do Enem como critério de avaliação. Investigamos ainda como se caracterizam as propostas oficiais para o ensino da geometria na Educação Básica e quais as prioridades do vestibular da UFC e do Enem sobre os conhecimentos geométricos, o que permitiu identificar possíveis consequências para o ensino de geometria no C7'S. Assim, foram necessárias análises de documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e as Orientações Curriculares do Ensino Médio, das provas da UFC e do Enem, além, evidentemente, dos planos de curso do C7'S. Identificamos os conteúdos, as competências e habilidades que esses planos visavam desenvolver e a forma como eles foram validados e legitimados no currículo vigente na escola. Apontamos igualmente as concepções de currículo utilizadas na construção do plano de curso de Matemática, como também as alterações ocorridas nos temas e na carga horária no período de 2005 a 2013. Para fundamentar a análise documental, utilizamos como referenciais teóricos os conceitos de currículo desenvolvidos por Sacristán (2000) e Goodson (2008), além do conceito de competência de Perrenoud (2013). Na análise dos planos de curso do C7'S, constatamos que o currículo praticado de Matemática estava fundamentado no livro didático e nas sinalizações do vestibular da UFC e, à medida que os processos seletivos de ingresso às universidades foram se modificando, a escola acompanhou as mudanças. Todavia, cabe destacarmos que nem todas as mudanças dos planos de ensino do C7'S tiveram apenas a finalidade de adequar os processos de ensino e aprendizagem de geometria ao Enem, ou seja, houve também valorização de conteúdos não exigidos nesse exame, indicando permanências em relação aos currículos anteriores.

MA10

KAWAMOTO, M. *Habilidade de visualização em geometria espacial: Um diagnóstico com alunos do 3º ano do ensino médio*. 2016, 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera. São Paulo.

Este estudo foi desenvolvido com o objetivo de verificar se alunos de 3ª série do Ensino Médio mostram ter desenvolvido habilidades de visualização em Geometria Espacial e se, quando questionados ou não, preocupam-se em justificar o raciocínio feito. São propostas duas questões de pesquisa “Quais habilidades de visualização alunos de 3ª série do Ensino Médio mostram ter desenvolvido ao longo da escolaridade?” e “Que tipos de argumentos utilizam para justificar a resposta dada?” e, para respondê-las, escolheu-se como fundamentação teórica as ideias apresentadas por Gutiérrez sobre a visualização em Geometria Plana e Espacial e o quadro dos níveis de raciocínio geométrico elaborado por Parzysz. Com base nessas ideias, estruturou-se o estudo apresentado neste texto, que pode ser classificado como uma pesquisa diagnóstica com análise qualitativa dos dados.

Para atingir o objetivo proposto e responder às questões de pesquisa, elaborou-se dois instrumentos, que foram utilizados com 22 alunos de uma 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de São Paulo, em duas sessões de 1 hora e 50 minutos, separadas por treze semanas. O primeiro instrumento, uma tarefa de reconhecimento com nove questões, teve por objetivo avaliar conhecimentos prévios dos alunos quanto a conceitos básicos de Geometria Plana, ao uso de nomenclatura correta e à interpretação de representações planas de figuras tridimensionais. A análise dessa tarefa apontou falta de conhecimento de alguns conceitos de Geometria Plana, tais como de altura de uma figura plana, de polígono regular e de nomenclatura adequada. O segundo instrumento, uma atividade com dez questões abertas, algumas delas baseadas em exames institucionais, foi estruturada a partir dos resultados obtidos com a tarefa de reconhecimento, com o objetivo de diagnosticar quais habilidades de visualização são mobilizadas e quais tipos de justificativa, dados. A análise dos protocolos mostra que estes participantes não utilizam habilidades de visualização, não sabem decodificar uma representação plana de figuras tridimensionais, não sabem associar figuras tridimensionais com uma dada planificação e não dão justificativa para a resposta apresentada, mesmo quando solicitada e, quando o fazem, usam argumentos perceptivo-dedutivos, ou seja, baseados apenas na observação. Com os resultados obtidos, sugere-se a necessidade de abordagens diferenciadas em Geometria, ao longo de toda a escolaridade básica, por meio de modelos concretos, planificações, codificação e decodificação de representações planas de figuras planas ou tridimensionais e atividades investigativas, para propiciar aos alunos a criação de um rico repertório de imagens, o desenvolvimento da visualização (no sentido de Gutiérrez), a aprendizagem das regras de representação plana de figuras bi e tridimensionais e a aquisição da capacidade de elaborar argumentos tanto perceptivo-dedutivos como hipotético-dedutivos (no sentido de Parzys), qualidades tão necessárias para o desenvolvimento do conhecimento em Geometria Plana ou Espacial.

MA11

SANTOS, D. B. M. *Um panorama de pesquisas sobre o uso de modelagem matemática no ensino médio: 2010 a 2014*. 2016, 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica – PUC / SP. São Paulo.

Nessa dissertação é apresentada uma pesquisa realizada no âmbito do Mestrado Acadêmico do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. É uma pesquisa teórica bibliográfica do tipo estado da arte que tem por alvo elaborar um Panorama de Pesquisas que tem por tema o uso da modelagem matemática no Ensino Médio: no período 2010 a 2014. O objetivo do Panorama é sistematizar os dois elementos principais de uma modelagem: o fenômeno a ser modelado e o conceito matemático modelador. Os dados foram selecionados a partir da busca de dissertações e artigos no Banco de Teses da CAPES, na Biblioteca Digital da PUC-SP e na Internet (utilizando o buscador Google). O estudo abrangeu à análise de vinte e uma dissertações e sete artigos. Observou-se que dos 28 trabalhos analisados a maioria, 18 deles utilizaram função como conceito modelador, aparecendo ainda números complexos, progressões aritméticas, progressões geométricas, regra de três e proporcionalidade, geometria espacial e sistema de amortização constante. E foram apresentados como fenômeno a ser modelado, por exemplo, a semidesintegração do césio e iodo; o estudo do abastecimento do

automóvel em função do movimento, a otimização do uso do álcool ou gasolina numa corrida de automóvel, o estudo das vantagens e desvantagens na utilização da usina nuclear para o meio ambiente; o movimento aparente do Sol e o comprimento das sombras entre outros

DO1

VIEIRA, E. R. *Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia digital no ensino de geometria: caminho para o conhecimento*. 2013, 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo – Anhanguera. São Paulo.

Diversas pesquisas têm revelado que as tecnologias digitais hoje disponíveis contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança. No entanto, um número ainda reduzido de professores dos anos iniciais usa esse recurso no ensino de Geometria. Assim, a presente pesquisa se propôs a analisar, em um grupo de estudos constituído na escola, o processo de apropriação de tecnologia digital no ensino de Geometria e o conhecimento profissional docente. O referencial teórico da investigação fundamentou-se nos estudos de Shulman sobre os conhecimentos necessários para a docência; de Mishra e Koehler acerca do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo; de Leontiev, referente à apropriação; e de Murphy e Lick, sobre grupo de estudos. A pesquisa, de natureza qualitativa e cunho co-generativo, desenvolveu-se no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, com um grupo de estudos formado pela pesquisadora e por três professoras dos anos iniciais. Durante os encontros o grupo abordou as figuras geométricas espaciais e planas com o uso dos *software SketchUp, Construfig3D e Régua e Compasso*. Por meio da triangulação, foram utilizados diferentes instrumentos de coleta, objetivando verificar os dados convergentes. As informações oriundas da pesquisa de campo decorreram da observação direta, do questionário, das fichas de reflexões, do material produzido pelas professoras; das transcrições da entrevista e das gravações dos encontros; da aplicação das atividades pelas professoras; e do diário da pesquisadora. Os resultados indicaram que a constituição do grupo de estudos no *locus* escolar favoreceu a apropriação de tecnologias digitais e o desenvolvimento do conhecimento profissional docente, uma vez que possibilitou às professoras a (re)construção de conceitos geométricos e a mobilização dos conhecimentos tecnológico (*TK*), tecnológico do conteúdo (*TCK*) e o pedagógico tecnológico (*TPK*). No entanto, concluímos que falhas no conhecimento do conteúdo específico representam um obstáculo na interação do professor com os aplicativos, conseqüentemente, na apropriação dos recursos disponibilizados por eles para ensinar Geometria. Ficou evidente também que a figura do líder do grupo como um mediador pedagógico proporcionou um ambiente que facilitou a aquisição de conhecimentos pelas professoras. Finalmente, concluímos nesta pesquisa que o processo de apropriação de tecnologia digital das professoras participantes está em evolução e que o conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo (*TPACK*), quando mobilizado, configura a apropriação pelo professor da tecnologia utilizada

DO2

ALMEIDA, T. C. S. *A base de conhecimentos para o ensino de sólidos arquimedianos*. 2015, 188 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC / SP. São Paulo.

O presente trabalho tem como objetivo identificar os saberes docentes mobilizados para que sólidos arquimedianos sejam ensinados. Assim, a pergunta de pesquisa foi:

qual base de conhecimento para o ensino de sólidos arquimedianos na escola básica? Para responder a esta questão, recorreremos a um estudo bibliográfico desenvolvido com base em material já elaborado, constituídos principalmente de artigos científicos. O referencial teórico baseou-se no Conhecimento Matemático para o Ensino, no sentido de Ball, Thames e Phelps, e no Conhecimento Tecnológico para o Ensino, no sentido de Mishra e Koehler, ambos obtidos com avanços na proposta inicial de Shulman, e colaboradores acerca da base de conhecimento para o ensino e na Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard. Tais referenciais foram fundamentais para a composição de um cenário que evidenciasse quais saberes docentes estão minimamente envolvidos no processo de ensino de sólidos arquimedianos. A escolha metodológica pela pesquisa bibliográfica contribuiu para o alcance do objetivo desejado, visto que nos permitiu encontrar aspectos do conhecimento não evidenciados nos estudos de Shulman. A escolha de um procedimento matemático realizado por renascentistas como Modelo Epistemológico de Referência nos conduziu a uma Organização Matemática e uma possível Organização Didática para sólidos arquimedianos, nos ajudando a perceber que os saberes docentes são provenientes da interação de três componentes particulares de conhecimento, conhecimento matemático, conhecimento tecnológico e conhecimento didático

DO3

SANTOS, A. A. Construção e medida de volume dos poliedros regulares convexos com o Cabri 3D: Uma possível transposição didática. 2016, 167 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC / SP. São Paulo.

Esta pesquisa tem por objetivo explorar a construção dos poliedros regulares convexos, no Cabri-3D como uma possível transposição didática interna da construção de superfícies poliédricas desenvolvidas por Euclides (300 a.C), transformado suas orientações para uma linguagem atual, e verificando se essa construção apresenta as relações necessárias para o desenvolvimento de fórmulas para o cálculo da medida do volume desses poliedros. Nos orientamos pela seguinte questão de pesquisa: a construção de poliedros regulares pelo método de Euclides propicia o cálculo da medida de seus volumes bem como a composição e decomposição do dodecaedro e do icosaedro? O referencial teórico está baseado na noção de Transposição Didática e a Problemática Ecológica de Yves Chevallard e nos Registro de Representação Semiótica de Duval especificamente nas apreensões sequencial, perceptiva, operatória e discursiva, além das quatro maneiras de ver (olhar) as figuras em função do papel que elas desempenham nas atividades de geometria: o botânico, o topógrafo geômetra, o construtor e o inventor-marceneiro. A pesquisa é de natureza qualitativa do tipo documental porque está baseada na leitura, análise e interpretação do livro XIII, de Elementos de Euclides que aborda as construções do tetraedro regular, hexaedro regular, octaedro regular, dodecaedro regular e do icosaedro regular. Os procedimentos são desenvolvidos em três partes. Na primeira parte exploramos as construções propostas por Euclides e as adaptamos para que pudessem ser construídas com as ferramentas do ambiente de representação dinâmica Cabri-3D, e constatamos que todos os poliedros regulares convexos podem ser construídos nesse ambiente. Na segunda parte exploramos as construções realizadas e buscamos relações e medidas que permitiram deduzir fórmulas para o cálculo da medida do volume desses poliedros, tanto em função da medida de suas arestas, quanto em função da medida do diâmetro das esferas que os circunscrevem. O dinamismo do software favoreceu a visualização dessas relações e medidas. Na terceira parte

buscamos as condições necessárias para determinar se uma pirâmide de base regular pentagonal pode ou não fazer parte de um dodecaedro regular, bem como as condições para que um tetraedro possa compor ou não um icosaedro regular. A partir da determinação dessas condições pudemos propor a construção desses dois poliedros, por composição no Cabri-3D e deduzir uma fórmula para o cálculo da medida de seu volume a partir da medida do volume de uma das pirâmides que o compõe. Assim, consideramos que nossa questão foi respondida e as hipóteses levantadas durante o trabalho foram validadas nos conduzindo a desenvolver, futuramente, uma sequência para seu ensino.