

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

PUC-SP

Andrezza Cacione

James Maxwell e seus argumentos probabilísticos  
na Teoria Cinética dos Gases

Mestrado em História da Ciência

São Paulo

2018

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
PUC-SP

Andrezza Cacione

James Maxwell e seus argumentos probabilísticos  
na Teoria Cinética dos Gases

Mestrado em História da Ciência

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,  
como exigência parcial para obtenção do título de  
MESTRE em História da Ciência sob a orientação  
do Prof. Dr. José Luiz Goldfarb.

São Paulo  
2018

Banca Examinadora

.....

.....

.....

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)  
pelo apoio financeiro via bolsa de estudo (modalidade CAPESP-PROSUP),

Nº do processo 88887.147759/2017-00

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus amigos, que sempre estiveram por perto, mesmo quando eu estava longe.

Ao professor José Luiz Goldfarb pela orientação e apoio.

Aos professores do CESIMA por compartilharem de forma tão generosa seus conhecimentos.

À minha família por ter me ensinado a persistir.

## RESUMO

O trabalho em questão versa sobre a utilização de argumentos probabilísticos na Teoria Cinética dos Gases por James Clerk Maxwell, mais especificamente ao descrever a velocidade das partículas que compõem um gás.

A reflexão sobre o comportamento dos gases e de seus constituintes ocorreu ativamente ao longo do século XIX. Nesse contexto, percebe-se a utilização de argumentos probabilísticos na construção desse conhecimento. Este trabalho tem como objetivo identificar fatores que influenciaram o uso de argumentos probabilísticos na construção da Teoria Cinética dos Gases por Maxwell e em que sua abordagem a diferencia das teorias já existentes, uma vez que a probabilidade já era considerada em formulações anteriores para a mesma teoria.

A fim de identificar os assuntos estudados por Maxwell e a quais tipos de reflexão ele foi exposto, buscamos informações no calendário da Universidade de Cambridge nos anos em que ele a frequentou, em artigos publicados na época com que de alguma forma ele tenha tido contato e também em cartas trocadas com familiares e amigos.

**Palavras-chave:** História da Ciência, Probabilidade, Teoria Cinética dos Gases, James Clerk Maxwell, século XIX.

## **ABSTRACT**

The work in question discusses the usage of probabilistic arguments on the Kinetic Theory of gases by James Clerk Maxwell, more specifically when describing the speed of the gas particles.

The reflection on the gas behavior and its constituents develops during the 19th century. In this context, it can be verified the use of probabilist arguments in formulation of this knowledge. This work aims to identify the factors that influenced the use of such probabilistic arguments in the development of the Kinetic Theory of gas by Maxwell, and in which sense his approach differentiates from the existing ones, since the probability was already considered in previous formulations of the same theory.

In order to identify the subjects studied by Maxwell and the varieties of reflections to which he was exposed, we searched for information on the calendar of the Cambridge University in the period he frequented the institution, we also researched papers published which he might have had contact with and letters exchanged with family and friends.

**Keywords:** History of Science, Probability, Kinetic Theory of Gas, James Clerk Maxwell, 19th Century.

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
Abordagem por meio da História da Ciência.....	4
<b>CAPÍTULO 1. Maxwell, Teoria Cinética dos Gases e Probabilidade</b>	
<b>na primeira metade do século XIX</b> .....	7
Maxwell e o ambiente científico em que vive .....	7
Maxwell na Universidade de Edimburgo .....	9
Maxwell na Universidade de Cambridge .....	16
O fazer científico .....	21
O contexto científico da Teoria Cinética dos Gases .....	25
A Teoria Cinética dos Gases .....	28
A Probabilidade .....	32
A análise de uma quantidade grande de dados .....	33
<b>CAPÍTULO 2. A rede por trás do argumento</b> .....	37
A Probabilidade como tema de discussão .....	37
A presença da Probabilidade no meio acadêmico e em alguns	
veículos científicos .....	41
Periódicos científicos .....	46
A Teoria Cinética dos Gases e a Probabilidade .....	48
<b>CONCLUSÃO</b> .....	52
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	58

## ÍNDICE DE TABELAS

**TABELA 1.** Cronograma para o tripos matemáticos de 1854 .....19

**TABELA 2.** Alguns trabalhos publicados sobre Probabilidade .....47

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIGURA 1.</b> Conteúdo do curso de Filosofia Natura de J.D. Forbes no período de 1833 a 1856 .....	12
<b>FIGURA 2.</b> Calendário da Universidade de Cambridge para o ano de 1850 .....	17
<b>FIGURA 3.</b> Índice do capítulo XV do livro <i>The Elements of Algebra</i> .....	41

# INTRODUÇÃO

No dia 21 de setembro de 1859, James Clerk Maxwell apresentou na reunião da British Association, em Aberdeen, Escócia, o trabalho “Illustrations of the Dynamical Theory of Gases”.<sup>1</sup> Tal estudo versa sobre a possibilidade de ampliar o conhecimento acerca das propriedades dos gases por meio de uma análise que parte de uma analogia estruturada sobre os princípios mecânicos.

Nesse trabalho, a matéria em fase gasosa é representada por um conjunto formado por um número indeterminado de esferas pequenas, maciças e perfeitamente elásticas que estão em constante movimento. O comportamento desses corpos é analisado por meio de proposições.<sup>2</sup>

Na primeira parte dele, denominada “On the Motion and Collision of Perfectly Elastic Spheres”, são enunciadas treze proposições. Dentre esses enunciados, temos:

Prop. IV. Obter o número médio de partículas cujas velocidades encontram-se entre um determinado limite, após passarem por um grande número de colisões com um grande número de partículas iguais.<sup>3</sup>

Após o desenvolvimento de tal proposição, Maxwell conclui que as partículas apresentam velocidades distintas e que tais velocidades estão distribuídas segundo a mesma lei que afirma que os erros estão distribuídos nos dados obtidos nas observações, conforme o Método dos Mínimos Quadrados.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Trabalho publicado posteriormente em *Philosophical Magazine* 19, nº 124 (jan. 1860): 19-32.

<sup>2</sup> Maxwell, “Illustrations,” 377.

<sup>3</sup> *Ibid.*, 380. Todas as traduções presentes nesta dissertação foram realizadas pela autora.

<sup>4</sup> *Ibid.*, 382.

A presença de uma distribuição de probabilidade e de argumentos probabilísticos no trabalho de 1859 é por vezes considerada um marco para a física. Mencionamos alguns exemplos a seguir.

Segundo o *Dicionário de Biografia Científica*,

A obtenção das equações [que indicam a distribuição de velocidades das partículas que formam o gás] marca o início de uma nova época na física. Métodos estatísticos têm sido utilizados para análise de observações, tanto em física como em ciências sociais, mas a ideia de Maxwell de descrever um processo físico por meio de uma função estatística foi uma extraordinária novidade.<sup>5</sup>

Elizabeth Garber,<sup>6</sup> em seu artigo “Aspects of the Introduction of Probability into Physics”, afirma que:

[...] Antes de Maxwell a probabilidade não havia sido utilizada com sucesso como uma ferramenta para argumentação na física. Por sucesso, quero dizer a teoria ter uma impressão duradoura sobre os físicos e sobre a física. A probabilidade tinha sido utilizada anteriormente, não matematicamente como um método em um argumento físico, mas apenas em casos isolados e de forma não muito rigorosa. Ela era utilizada na análise de dados. Mas antes de Maxwell o método não desempenhou um papel decisivo, quer direcionando a atenção das pessoas para certos problemas, quer determinando como esses problemas poderiam ser abordados.<sup>7</sup>

---

<sup>5</sup> *Dictionary of Scientific Biography*, 1ª ed., s.v. Maxwell, 218.

<sup>6</sup> Pertence ao departamento de História da Universidade da New York, Estados Unidos. Dentre seus trabalhos, há estudos relacionados à Teoria Cinética dos Gases e à ciência física na Europa do século XIX.

<sup>7</sup> Garber, “Probability into Physics,” 12.

No entanto, argumentos probabilísticos e distribuição de probabilidade são identificados em estudos anteriores ao de Maxwell, referentes ao mesmo assunto do trabalho de 1859. Tal fato pode ser verificado no trecho a seguir, retirado do artigo “The Nature of the Motion which We Call Heat”, de Rudolf Clausius, 1857: “[...] de acordo com as leis da probabilidade, nós podemos assumir que existem muitas moléculas cujos ângulos de reflexão encontram-se dentro de um certo intervalo, por exemplo, entre 60° e 61° [...]”.<sup>8</sup>

Ou, ainda, no próprio trabalho de 1859, em que Maxwell cita que Clausius determinou o livre caminho médio utilizando probabilidade:

[...] M. Clausius determinou o livre caminho médio em termos da distância média das partículas, e a distância entre os centros das duas partículas entre duas colisões sucessivas. [...] A distância média percorrida por cada partícula antes de colidir é  $\frac{1}{a} = l$ . A probabilidade de uma partícula, atingindo uma distância =  $nl$  sem ser atingida é  $e^{-n}$ . (Veja o artigo de M. Clausius, *Philosophical Magazine*, de fevereiro de 1859.)<sup>9</sup>

Esta dissertação propõe-se a identificar fatores que influenciaram o uso de argumentos probabilísticos na construção da Teoria Cinética dos Gases por Maxwell e em que sua abordagem se diferencia das existentes, uma vez que a probabilidade já era uma ferramenta utilizada em teorias físicas.

---

<sup>8</sup> Clausius, “Nature of the Motion,” 120.

<sup>9</sup> Maxwell, “Illustrations,” 386.

## Abordagem por meio da História da Ciência

Ao elaborar esta dissertação, estabelecemos uma narrativa consonante com a abordagem da História da Ciência. Mais especificamente, estruturamos nosso trabalho conforme a perspectiva historiográfica atual, pautados na concepção proposta pelas pesquisadoras do Centro Simão Mathias de Estudos em História da Ciência (CESIMA), em que a História da Ciência trata de um campo do conhecimento que estuda as formas de elaboração, transmissão e adaptação de conhecimentos sobre a natureza, as técnicas e a sociedade, considerando a intersecção de três esferas de análise, a saber: historiográfica, epistemológica e contextual (ciência e sociedade).<sup>10</sup>

A historiografia está relacionada ao conjunto dos registros, das interpretações e das análises dos acontecimentos.<sup>11</sup> A nova abordagem historiográfica propõe-se a mapear e contextualizar o conhecimento científico por meio não só das continuidades mas também das discontinuidades no processo da construção do conhecimento científico.<sup>12</sup>

A epistemologia trata do ramo da filosofia envolvida na busca de critérios que possibilitem conhecer o mundo exterior, instruindo-nos acerca da possibilidade e dos limites do conhecimento.<sup>13</sup> Neste estudo, vamos atentar mais especificamente à epistemologia da ciência, que analisa as condições e os limites da validade dos procedimentos de investigação do saber científico.<sup>14</sup> Uma vez que o conhecimento

---

<sup>10</sup> Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores*, 16-7. Para uma abordagem detalhada das características e das nuances da História da Ciência, vide Alfonso-Goldfarb & Ferraz, “Enredos, Nós e Outras Calosidades,”.

<sup>11</sup> D’Ambrosio, “Tendências Historiográficas,” 166.

<sup>12</sup> Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores*, 46.

<sup>13</sup> Saito & Bromberg, “História e Epistemologia,” 102-3.

<sup>14</sup> Ibid.

científico é construído com base na concepção de ciência da época e do lugar, a epistemologia deve ser historicamente contextualizada, pois só assim garantimos que o conhecimento seja historiado em seu contexto.<sup>15</sup>

Ao analisar a esfera contextual do objeto de estudo, há a necessidade de explicitar qual era a concepção de ciência da época e como se caracterizava a sociedade. Por sociedade, entende-se um conjunto de indivíduos vivendo em determinado tempo e espaço, os quais desenvolvem ações comuns e compartilham valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento, isto é, cultura.<sup>16</sup>

A História da Ciência é uma área própria, interdisciplinar por excelência, que estabelece interfaces com diferentes áreas de estudo, como a história, a sociologia, a ciência, a epistemologia, a filosofia da ciência etc., e tem seu objeto de análise construído na interface dessas esferas.<sup>17</sup>

Assim, partimos do princípio de que todo conhecimento deve ser entendido como produto de seu tempo e do lugar em que foi produzido. Apresentamos o conhecimento científico durante o século XIX, com ênfase na região do Reino Unido, local onde Maxwell viveu e desenvolveu suas pesquisas. Apresentamos também um panorama referente à probabilidade no mesmo período e sua participação na Teoria Cinética dos Gases.

---

<sup>15</sup> Para uma discussão mais aprofundada sobre o assunto vide Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores* 49-76.

<sup>16</sup> D'Ambrosio, "Tendências Historiográficas," 168.

<sup>17</sup> Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores*, 16-7.

O estudo desenvolvido nesta dissertação foi estruturado por meio da análise de documentos que fornecem informações de ordem epistemológica, sócio-histórica e cultural. Tais informações advêm de diferentes documentos, como cartas trocadas entre Maxwell e colegas ou familiares, notas pessoais, artigos e também calendários das universidades onde Maxwell estudou.<sup>18</sup>

Dessa forma, este trabalho propõe-se a compreender o desenvolvimento do conhecimento científico estudado como processo e, dessa maneira, realiza uma abordagem do mesmo objeto de pesquisa por diferentes perspectivas, explicitando as conexões com outros elementos que sustentam sua formulação.<sup>19</sup>

---

<sup>18</sup> Podemos destacar, entre os documentos utilizados para a obtenção de informações relacionadas à vida e ao contexto científico segundo a perspectiva de Maxwell, os livros *The Life of James Clerk Maxwell*, de Lewis Campbell e William Garnett, e *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell: 1846-1862 – vol. I*, ed. Peter M. Harman. Maxwell possuía uma série de cartas e manuscritos relacionados à sua vida acadêmica e pessoal. Após sua morte, Lewis Campbell e William Garnett foram designados biógrafos de Maxwell, tendo acesso a todo esse material original. Grande parte das informações apresentadas nos dois livros supracitados foi retirada de tal material. Para saber mais sobre esses documentos e seus detentores legais, consulte *General Introductions*, de *The Scientific Letters and Papers of James Maxwell: 1846-1862 – vol. I*, xviii-xxii.

Sobre o assunto Probabilidade, utilizamos a tradução do livro *Essai philosophique sur les probabilités*, de Pierre-Simon Laplace, traduzido e editado por Pedro Leite de Santana, no qual foi possível identificar como a probabilidade era definida e quais eram seus princípios e suas aplicações na primeira metade do século XIX.

<sup>19</sup> Saito, “Construindo Interfaces,” 260-1.

# CAPÍTULO 1

## Maxwell, Teoria Cinética dos Gases e Probabilidade na primeira metade do século XIX

### Maxwell e o ambiente científico em que viveu

James Clerk Maxwell nasceu em 13 de junho de 1831, em Edimburgo, Escócia. Iniciou seu estudo formal aos 10 anos de idade, em 1841, na Academia de Edimburgo, instituição para meninos que promovia uma aprendizagem clássica a seus alunos. Nela, Maxwell permaneceu até 1847 e nesse período conheceu Lewis Campbell<sup>20</sup> (1830-1908) e Peter Guthrie Tait<sup>21</sup> (1831-1901), pessoas com quem conviveu durante sua vida e com as quais por diversas vezes correspondeu-se, realizando uma intensa troca de informações sobre os assuntos que estudava.

Enquanto frequentava a Academia de Edimburgo, Maxwell teve seu primeiro artigo publicado. Seu pai, John Clerk Maxwell,<sup>22</sup> entrou em contato com James David Forbes (1809-1868), professor de Filosofia Natural da Universidade de Edimburgo, e apresentou-lhe o método elaborado pelo filho para a construção de curvas ovais.

---

<sup>20</sup> Lewis Campbell após a Academia de Edimburgo frequentou a Universidade de Glasgow e a Universidade de Oxford. Realizou trabalhos reconhecidos sobre Sófocles e Platão e foi professor emérito de grego na Universidade de St. Andrews entre 1863 e 1894.

<sup>21</sup> Peter Guthrie Tait ingressou na Academia de Edimburgo também em 1841; em 1846, foi para Universidade de Edimburgo e, em 1848, para Peterhouse, Universidade de Cambridge. Para mais informações, pode-se consultar C. G. Knott, *Life and Scientific Work of Peter Guthrie Tait. Supplementing the Two Volumes of Scientific Papers published in 1898 and 1900* (Cambridge, 1911).

<sup>22</sup> John Clerk Maxwell (1790-1856) havia se graduado em direito, mas apresentava um grande interesse em questões relacionadas à prática e à técnica. Era membro da Royal Scottish Society of Arts, instituição dedicada às ciências e às tecnologias para o avanço do conhecimento útil e de invenções. Mais informações *vide* The Royal Scottish Society of Arts.

Tal trabalho foi analisado e, por fim, apresentado por Forbes à Royal Society of Edinburgh em 6 de abril de 1846, sob o título “On the Description of Oval Curves, and those having a plurality of Foci”.<sup>23</sup>

No outono de 1847, Maxwell foi para a universidade. Na região da Grã-Bretanha, na primeira metade do início do século XIX, destacavam-se como instituições de ensino universitário a Universidade de Glasgow e a Universidade de Edimburgo, localizadas na Escócia, e a Universidade de Cambridge e a Universidade de Oxford, na Inglaterra. Entre elas não havia equivalência quanto ao conteúdo a ser ensinado.

Nas universidades escocesas enfatizavam-se o estudo de línguas antigas e o da filosofia moderna, em nível geral. Um amplo curso de Filosofia Natural ocupava um ano no currículo de quatro anos e geralmente requeria apenas conhecimentos de matemática elementar.<sup>24</sup>

Já na Universidade de Cambridge, desde o início do período vitoriano, em 1837, praticamente todos os estudantes recebiam formação básica em matemáticas. Assim, matemáticas eram vistas como a chave para os demais estudos futuros.<sup>25</sup> O conhecimento de matemáticas não era considerado útil em si, exceto para aqueles destinados a se tornarem tutores ou professores, mas acreditava-se que o estudo delas desenvolvia e fortalecia as faculdades da mente e, após a conclusão desse estudo, seria possível seguir em outros campos e ser mais eficaz neles.<sup>26</sup>

---

<sup>23</sup> “On the Description of Oval Curves, and those having a plurality of Foci. By Mr James Clerk Maxwell; with remarks by Professor Forbes. Communicated by Professor Forbes. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 2 (1846): 89-91.

<sup>24</sup> Wilson, “Educational Matrix,” 13.

<sup>25</sup> Crilly, “Cambridge,” 17.

<sup>26</sup> *Ibid.*, 31.

A Universidade de Oxford é a mais antiga da Grã-Bretanha.<sup>27</sup> Em seu currículo, predominava o estudo de clássicos e humanidades. A matemática não apresentava o mesmo predomínio encontrado em Cambridge.<sup>28</sup>

Maxwell saiu da Academia de Edimburgo e passou a frequentar a Universidade de Edimburgo. Em tal instituição permaneceu até o final de 1850, quando ingressou na Universidade de Cambridge.

## **Maxwell na Universidade de Edimburgo**

A Universidade de Edimburgo, assim como as demais universidades escocesas de forma geral, apresentava menos recursos quando comparado à de Oxford ou à de Cambridge. Nelas costumava existir um professor de Matemáticas, um professor de Filosofia Natural<sup>29</sup> e poucos assistentes. O ingresso de estudantes em Edimburgo era mais igualitário, e era comum alunos graduados com a intenção de continuar seus estudos migrarem para a Universidade de Cambridge.<sup>30</sup>

Em novembro 1847, Maxwell ingressou na Universidade de Edimburgo, frequentando as aulas de Lógica ministradas por William Hamilton, as de Filosofia Natural ministradas por James Forbes e as de Matemáticas ministradas por Philip Kelland.<sup>31</sup>

---

<sup>27</sup> Hannabuss, "Victorian Oxford," 35.

<sup>28</sup> Ibid., 35.

<sup>29</sup> A Filosofia Natural envolvia o estudo do conhecimento das causas e dos princípios dos fenômenos naturais. Mais informações ver Saito, "Construindo Interfaces," 200.

<sup>30</sup> Rice, introdução para *Mathematics in Victorian Britain*, 10.

<sup>31</sup> Harman, introdução para *Letters and Papers*, 1: 4.

No mesmo mês que passou a frequentar as aulas na Universidade de Edimburgo, Maxwell enviou uma carta para Lewis Campbell contando sua rotina.

31 Heriot Row [Edimburgo]

Novembro de 1847

[...] Às 10 chega Kelland. Ele está nos informando sobre Aritmética e como as regras comuns são as melhores. Às 11 é a vez de Forbes, que acabou de terminar a parte introdutória sobre as propriedades dos corpos, e está iniciando Mecânica. [...] À 1 vou para a aula de Lógica. Sr. W apresenta o conteúdo na primeira  $\frac{1}{2}$  de aula e no tempo restante confia a seu assistente, mas reservando-se o direito de realizar observações. Hoje foi dia de exame, e por isso não houve aula. Às 2 vou para casa, me alimento. Então leio minhas notas de aula e os livros-texto, que são *Álgebra*<sup>32</sup> de Kelland e *Mecânica*<sup>33</sup> de Potter. [...] As lições de Lógica são muito sólidas e compõem a maior parte de minhas anotações.<sup>34</sup>

Os alunos de Filosofia Natural tinham três possibilidades de classe para ingressar, de acordo com o grau de conhecimento matemático exigido. Maxwell decidiu pela classe de nível intermediário, em que era esperado domínio matemático razoável.

Ao analisar o livro *Mecânica*, de Potter, citado na carta, é possível identificar o conteúdo referente àquele assunto que lhe era ensinado. Logo na introdução do livro, é mencionado que a ciência mecânica é aquela em que as leis das forças e os efeitos que produzem nos corpos são investigados. Afirma-se também que tal ciência está

---

<sup>32</sup> Kelland, P. *The Elements of Algebra*. Edimburgo: Adam & Charles Black, 1839.

<sup>33</sup> Potter, R. *An Elementary Treatise on Mechanics: For the Use of Junior University Students*. Londres: Taylor & Walton, 1846.

<sup>34</sup> Maxwell, *Letters and Papers*, 1: 69.

subdividida em estática, dinâmica, hidrostática e hidrodinâmica. Em estática, são estudados os efeitos das forças em corpos sólidos em repouso; em dinâmica, os efeitos quando o movimento é produzido; em hidrostática, os efeitos das forças sobre fluidos em repouso; e, em hidrodinâmica, os efeitos das forças sobre fluido em movimento.<sup>35</sup> Com isso, podemos verificar que o conhecimento ali ensinado pautava-se em uma mecânica estruturada a partir do conceito de força.

A Figura 1 apresenta os assuntos trabalhados no curso de Filosofia Natural ministrado por Forbes entre os anos de 1833 e 1856, quando alguns de seus alunos frequentaram as aulas. Ao analisá-la, podemos identificar que Maxwell, entre 1847 e 1848, teve contato com Mecânica, principalmente com os assuntos relacionados à estática e à dinâmica, e com Astronomia, além de estudar pneumáticos, calor e motor a vapor. Entre 1848 e 1849, Maxwell discutiu os assuntos que versam sobre as propriedades dos corpos, o estudo sobre o calor e a óptica. Além disso, verificamos que Peter Tait também frequentou o curso no período de 1847 a 1848.

---

<sup>35</sup> Potter, *Treatise on Mechanics*, 1.

Table I Contents of J.D. Forbes's natural philosophy course, 1833–56<sup>a</sup>

	LDBG, <sup>b</sup>		WS, JAB,		WJMR, AS		JW		BS		PGT,		JCM						
	JAL	JAL	JAL	JAL	AS	AS	40–1	41–2	42–3 <sup>c</sup>	44–5	45–6	46–7	47–8	48–9	49–50	50–1	54–5	55–6	
Introduction and general Introduction and properties of bodies	18	7	6	2	5	7	4	6	3	6	2	2	4	4	16	5	7	8	5
History of mechanics								2											
System of the world																			
Properties of bodies	14	6	9	9	11	10	10	12	12	12	13								11
Statics	30	21	27	23	21	25	22	21	25	30	24	24	34	31	32	25	29	24	16
Hydrostatics	4	4	6	6	7	3	3	5	7	7	7	4	4	3	6	6	7	7	6
Hydrostatics and pneumatics																			
Dynamics	24	22	20	23	21	21	21	23	20	18	17	23	20	21	20	18	20	18	16
Electricity						9						15					18	5	
Magnetism						5					12								15
Hydrodynamics	9	5	11	5	10														
Barometer									4										
Steam engine						2		9	3	10	11	3	3	3	3	4	6	3	3
Pneumatics	5	5	8	6	7	9	9	9	4										5
Meteorology							12	14	14										9
Acoustics	5	8	6	6	11														9
Pneumatics, heat, and steam engine														11					
Heat and steam engine																			
Heat	4	13		17		20		20	20	20	20	22	22	17	18	18	19		
Optics																			
Electromagnetism <sup>d</sup>	19	22	21	15	19	15	6	22	17	22	7	19	6	21	17	11			
Astronomy		7	15	15		5			13										
Miscellaneous						2							37			17			13
Civil engineering																			
Total regular lectures	[128]	120	123	114	102	111	106	111	113	109	102	111	117	104	112	107	104	104	102
Glaciers									5	9	9	9							12
Extra lectures	20	23	31	25	19	27	21	22	14	8	2	2							n.r.
Examinations <sup>e</sup>	23	24	22	25	18	24	23	22	12	16	14	11	5	5	6	6	n.r.	n.r.	n.r.
Total hours of instruction	[171]	167	176	164	139	162	150	155	144	133	118	[122]	124	109	130	134	n.r.	n.r.	n.r.

<sup>a</sup> Source: Record of lectures delivered to class, 1833–57, St. Andrews University Library, Forbes Papers, Box IX, vol. 5. The numbers and descriptions of the topics are Forbes's.  
<sup>b</sup> Initials are those of prominent students in the course that session. LDBG = Lewis D.B. Gordon, JAL = James A. Longridge, WJMR = William J. Maquorn Rankine, AS = Archibald Sandeman, JW = John Welsh, BS = Balfour Stewart, PGT = P.G. Tait, JCM = James Clerk Maxwell, WS = William Swan, JAB = John A. Broun.  
<sup>c</sup> Omitted sessions are those of Forbes's absence due to illness, i.e. 1843–44 and 1851–54.  
<sup>d</sup> Forbes's description for 1842–43 was: Electricity, galvanism, magnetism, electromagnetism.  
<sup>e</sup> These were the total number of hours devoted to both oral and written examinations. During 1846–47 and 1847–48 there were an unspecified number of oral examinations conducted during the regular lectures.  
<sup>f</sup> n.r. = not recorded.

Fonte: Wilson, "The Educational Matrix," 22.

Figura 1. Conteúdo do curso de Filosofia Natural de J. D. Forbes no período de 1833 a 1856.

Tait ingressou no curso de Filosofia Natural na turma de nível avançado, em que o conhecimento de cálculo era requerido.<sup>36</sup> Apesar de não pertencerem à mesma classe, Maxwell e Tait frequentemente compartilhavam informações. Na mesma carta de novembro de 1847, que teve parte citada acima, Maxwell diz: “Antes de sair de casa descobri um problema para Tait; mas ele não irá resolver. Trata-se de encontrar a equação algébrica para uma curva [...]”, o que nos evidencia uma convivência entre eles que estimulava a reflexão e a exploração do conhecimento matemático.

Entre 1848 e 1849, Maxwell frequentou as aulas de Metafísica ministradas pelo professor Sir William Hamilton, o mesmo que no ano anterior lecionou Lógica.

Há um exercício atribuído a Maxwell sobre as propriedades da matéria, elaborado para tal curso,<sup>37</sup> do qual é possível extrair algumas informações sobre as concepções da época sobre o assunto.

#### *Sobre as Propriedades da Matéria*

As propriedades a seguir, são todas relativas às três entidades abstratas ligadas à matéria: espaço, tempo e força.

1. Uma vez que a matéria deve estar em alguma parte do espaço, e em uma parte apenas por vez, ela possui a propriedade de localidade ou posição.
2. Mas a matéria não tem apenas posição, mas também magnitude; esta propriedade é chamada extensão.

---

<sup>36</sup> Harman, introdução para *Letters and Papers*, 1: 4.

<sup>37</sup> O manuscrito citado foi encontrado pelo professor Baynes na gaveta privada de Maxwell cf. Campbell, *Life of James*, 109.

3. E como não é infinita, deve ter limites e, portanto, deve possuir forma.

Essas três propriedades pertencem tanto à matéria como a figuras geométricas imaginárias, e podem ser chamadas de propriedades geométricas da matéria. As propriedades a seguir não pertencem necessariamente a figuras geométricas.

4. Nenhuma parte do espaço pode conter ao mesmo tempo mais de um corpo, ou dois corpos não podem coexistir em um mesmo espaço; essa propriedade é chamada de impenetrabilidade. Alguns pensavam que o contrário era verdade, e que não havia parte do espaço não preenchida com matéria. Se houver um vácuo, que é espaço vazio, deve ser uma substância ou um acidente. [...] <sup>38</sup>

Pode-se identificar que as afirmações quanto às propriedades que a matéria apresenta estão diretamente vinculadas ao conceito de força.

Maxwell, então, argumenta sobre duas diferentes concepções de vácuo:

[...] Se dissermos que é um acidente, aqueles que negam o vácuo nos desafiam a defini-lo e dizem que o comprimento, a largura e a espessura pertencem exclusivamente à matéria.

Isso não é verdade, uma vez que pertencem também às figuras geométricas, que são formas de pensamento, e não de matéria; portanto, os atomistas sustentam que o espaço vazio é um acidente e não tem apenas uma existência possível, mas real, e que há mais espaço vazio do que cheio. Isso foi bem apresentado por Lucrécio.

---

<sup>38</sup> Campbell, *Life of James*, 109-110.

5. Uma vez que existe um vácuo, o movimento é possível; portanto, temos uma quinta propriedade da matéria chamada mobilidade. [...] <sup>39</sup>

Ao dissertar sobre o conceito de força, ele discorre sobre seus diferentes tipos:

[...] E a impossibilidade de um corpo mudar seu estado de movimento ou parar sem a ação de uma força externa é chamada inércia.

Das forças que atuam entre duas partículas de matéria, há vários tipos.

O primeiro tipo é independente da qualidade das partículas, e depende apenas de suas massas e da distância entre elas. [...]

O segundo tipo depende da qualidade das partículas; desse tipo estão as atrações do magnetismo, da eletricidade e da afinidade química, que são todas conversíveis entre si e afetam todos os corpos.

O terceiro tipo age entre partículas do mesmo corpo e tende a mantê-las a uma certa distância uma das outras e em uma certa configuração. Quando essa força é repulsiva e inversamente [proporcional] com a distância, o corpo é chamado de gasoso. [...] <sup>40</sup>

Nesse exercício podemos verificar mais uma vez que a obtenção de informações sobre as características da matéria e seu comportamento está estruturada no conceito de força, fato que pode ser identificado, por exemplo, na definição de corpo gasoso, por meio do tipo de força presente em um gás.

---

<sup>39</sup> Ibid., 110.

<sup>40</sup> Ibid., 110-1.

## Maxwell na Universidade de Cambridge

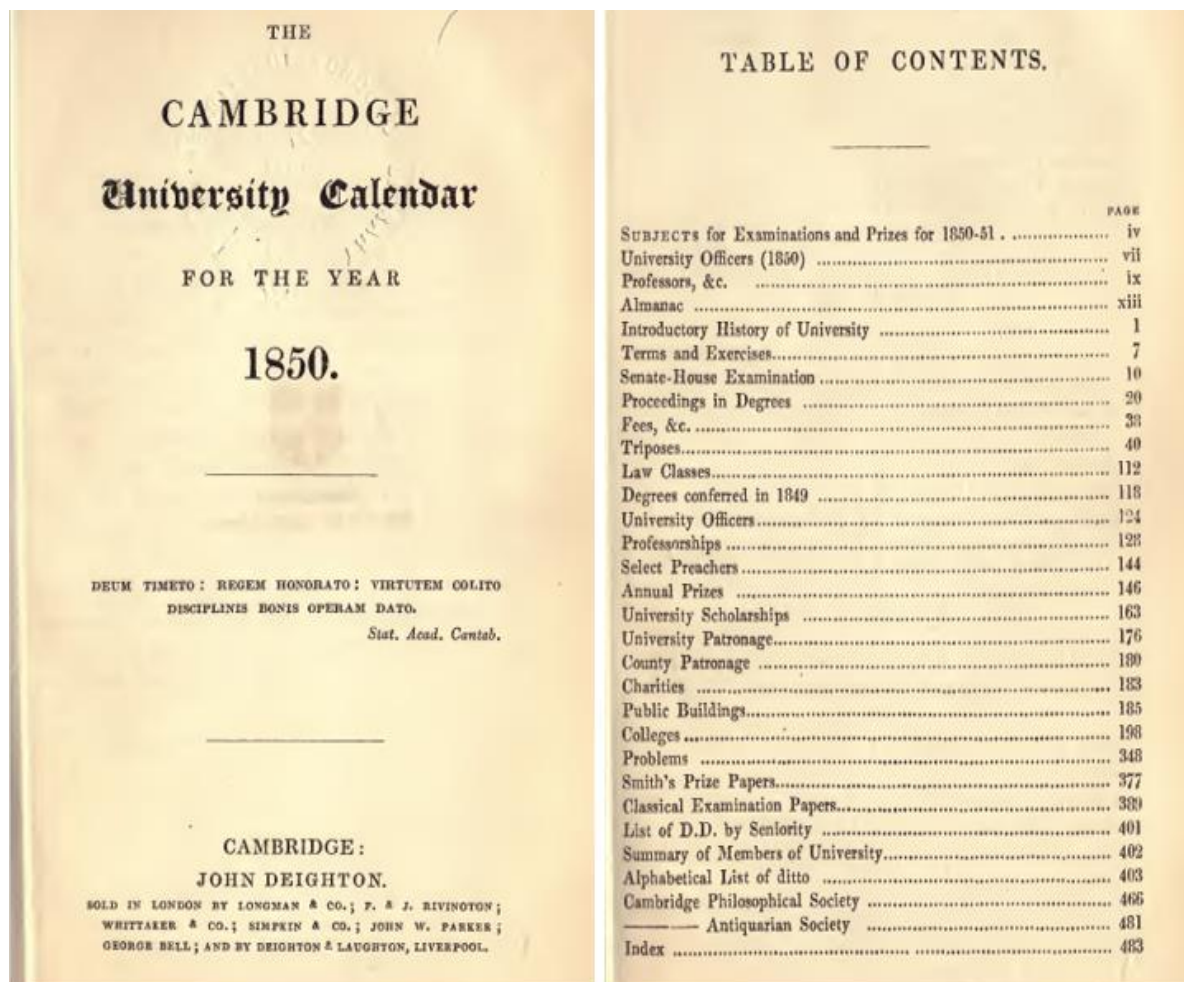
Em outubro de 1850, Maxwell ingressou na Universidade de Cambridge para a obtenção de grau de Bacharel em Artes. Iniciou os estudos na Peterhouse, mas já em dezembro do mesmo ano pediu transferência para o Trinity College.

A Universidade de Cambridge, nesse período, estava estruturada como uma instituição de ensino de artes liberais e ciências. Era formada por dezessete entidades (faculdades e sociedades) dedicadas ao estudo e ao ensino do conhecimento para o melhor atendimento da Igreja e do Estado. Cada unidade educacional era um ente autônomo, possuindo seu próprio estatuto e completamente responsável pela formação de seus alunos. Elas eram mantidas por meio de doações de seus vários fundadores e benfeitores. A universidade desempenhava uma função de ordem mais administrativa, exercendo controle efetivo sobre o que é ensinado apenas em relação aos requisitos legais do exame de graduação (Senate-House Examination).<sup>41</sup> Peterhouse e Trinity College apresentavam características distintas, e, segundo Campbell (1882), a identificação de que em Trinity existiria um ambiente mais propício ao desenvolvimento matemático de Maxwell fez com que seu pai o transferisse de instituição.

---

<sup>41</sup> *The Cambridge University Calendar for the Year 1850*, 1. Sobre um estudo mais aprofundado da estrutura de ensino da Universidade de Cambridge, ver Warwick, A. *Cambridge and Rise of Mathematical Physics*.

A Universidade de Cambridge disponibilizava um calendário anual que consistia em um guia para os alunos que fornecia uma série de informações referentes às faculdades, ao conteúdo dos exames, ao cronograma de cerimônias e feriados etc.



**Figura 2.** À esquerda, capa do calendário da Universidade de Cambridge para o ano de 1850, quando Maxwell ingressou na instituição. À direita, sumário presente no início do calendário em que é possível identificar os diferentes tipos de informação veiculados no material, como os assuntos dos exames de graduação e dos prêmios para aquele ano, a lista de professores e até os problemas do exame de obtenção de grau do ano anterior e as questões da competição pelo Smith's Prize.

O Senate-House Examinations era o exame final, que ocorria em janeiro, com base no qual a Universidade de Cambridge concedia os diplomas. Um personagem importante para auxiliar os estudantes na preparação para as provas eram os tutores. Eles eram colegas de faculdade ou ex-alunos já graduados que apresentavam conhecimento do assunto e ajudavam o estudante a se preparar e administrar os estudos em troca de uma taxa. Assim, os tutores desempenhavam a função de um colégio privado dentro da universidade.<sup>42</sup> Enquanto Maxwell estava no Trinity College, estudou sob a tutoria de William Hopkins (1793-1866), professor particular muito respeitado que havia auxiliado muitos estudantes na obtenção de honras, como P. Kelland, R. L. Ellis, George G. Stokes, P.G. Tait, entre outros.

O exame pelo qual Maxwell precisava passar para graduar-se em Cambridge era denominado “tripos matemáticos”, que consistia em uma série de provas que abordavam assuntos relacionados aos fenômenos físicos e às matemáticas. Tal exame passou por mudanças ao longo dos anos.<sup>43</sup> Em 1848, o Conselho de Estudos Matemáticos foi criado, e sua responsabilidade era definir o conteúdo para os tripos, uma vez que anteriormente não havia formalização quanto ao conteúdo que seria cobrado. Nele também ficou definido que o exame ocorreria no decorrer de oito dias, divididos em duas partes: os primeiros três dias seriam dedicados aos ramos elementares das matemáticas, e apenas os alunos que obtivessem honras nessa primeira etapa seriam autorizados a participar dos cinco dias destinados aos conteúdos mais complexos.<sup>44</sup>

---

<sup>42</sup> Crilly, “Cambridge,” 23.

<sup>43</sup> Crilly, “Cambridge,” 19.

<sup>44</sup> Warwick, *Rise of Mathematical Physics*, 102.

Por meio do desempenho no tripos matemáticos, era possível se graduar com honras. A ordem de mérito era formada por três classes: *wranglers*, *optimes seniores* e *optimes junior*.

No calendário anual, encontram-se os assuntos exigidos no exame de graduação. Ao analisar o calendário de 1853, que apresenta as informações para a prova que ocorreria no início de 1854, ano em que Maxwell a prestou, identificamos as seguintes informações sobre o exame para o grau de honras:

Tabela 1: Cronograma para o tripos matemáticos de 1854.

<b>Dia*</b>	<b>Horário</b>	<b>Assunto</b>
Quinta-feira	9 às 12	Euclides e Cônicas.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Aritmética, Álgebra e Trigonometria Plana.
Sexta-feira	9 às 12	Estática e Dinâmica.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Hidrostática e Óptica.
Sábado	9 às 12	Newton e Astronomia
	1 às 4	Problemas sobre todos os assuntos supracitados.
Segunda-feira	9 às 12	Filosofia Natural.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Matemática pura.
Terça-feira	9 às 12	Problemas de baixo grau de dificuldade.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Filosofia Natural.
Quarta-feira	9 às 12	Problemas.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Matemática pura.
Quinta-feira	9 às 12	Problemas.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Matemática pura e Filosofia Natural.
Sexta-feira	9 às 12	Matemática pura e Filosofia Natural.
	$1\frac{1}{2}$ às 4	Matemática pura e Filosofia Natural.

Fonte: The Cambridge University Calendar for the Year 1853.

\*Primeira quinta-feira após o primeiro dia de janeiro.

Os conteúdos cobrados nas provas foram apresentados por meio de diferentes cursos, como nas aulas de Hidrostática, Pneumáticos e Óptica, do professor George G. Stokes; de Estática e Dinâmica, do professor Robert Willis; de Astronomia Prática, de George Peacock, entre outros.<sup>45</sup>

Os assuntos a serem tratados nos três primeiros dias de tal avaliação compunham o conteúdo mínimo necessário para Maxwell se graduar sem honras. No ano em que realizou o exame, foi requerido conhecimento nos seguintes tópicos:

- Euclides, livros I a IV. Livro XI, proposições I a XXI. Livro XII, proposição II;
- Aritmética e as partes elementares da álgebra; nomeadamente, as regras para as operações fundamentais sobre símbolos algébricos, com suas provas; soluções de equações simples e quadráticas; progressões aritmética e geométrica, permutações e combinações e o teorema binomial, segundo os princípios dos logaritmos.<sup>46</sup>
- As partes elementares da trigonometria plana e seções cônicas;
- Estática tratada sem cálculo diferencial; ou seja, a composição e a resolução de forças que atuam em um plano, entre os pontos, os poderes mecânicos e as propriedades do centro de gravidade,
- Dinâmica, tratadas sem cálculo diferencial; ou seja, a doutrina do movimento uniforme e acelerado uniformemente, projéteis e colisão. A 1<sup>a</sup>, a 2<sup>a</sup> e a 3<sup>a</sup> seções dos *Principia* de Newton; as proposições;

---

<sup>45</sup> The Cambridge University Calendar for the Year 1853, 11-19.

<sup>46</sup> No exame para aqueles estudantes que são candidatos a honras, os três primeiros dias contemplam abordagens mais elementares, e os cinco dias restantes exigem conhecimentos de assuntos mais complexos. Para informações mais detalhadas sobre o processo que envolve o exame, recomendamos a leitura de *The Cambridge University Calendar for the Year 1853*, 11-19.

- Hidrostática, tratadas em cálculo diferencial; a saber, a pressão de fluidos não elásticos;
- Óptica: as leis de reflexão e refração de raios em superfícies planas e esféricas, não incluindo aberrações; o olho; telescópios.
- Astronomia; na medida em que são necessárias para a explicação dos fenômenos mais simples, sem cálculo.<sup>47</sup>

Tal lista nos evidencia os assuntos estudados por Maxwell, mas também a necessidade de dominá-los para conseguir passar para a segunda etapa do exame, na qual ele poderia pleitear honras.

Maxwell, em 1854, foi aprovado nos tripos matemáticos e classificado na ordem de mérito em *Wrangler*.<sup>48</sup>

## **O fazer científico**

Em 1856, Maxwell foi nomeado professor de Filosofia Natural em Marischal College, em Aberdeen, Escócia. Ele se mostrou um pesquisador interessado em desenvolver estudos sobre diferentes assuntos. Além da Teoria Cinética dos Gases, realizou investigações no campo da percepção das cores e o daltonismo, da estabilidade dos anéis de Saturno, da teoria eletromagnética da luz, entre outros.

---

<sup>47</sup> *The Cambridge University Calendar for the Year 1853*, 11-12.

<sup>48</sup> *The Cambridge University Calendar for the Year 1855*.

Maxwell consolidou sua formação acadêmica e iniciou sua vida profissional em um período em que se verificava alta ocorrência de debates promovidos por estudiosos da natureza e das matemáticas sobre os critérios que norteariam o fazer científico e matemático.<sup>49</sup> Aliado a isso, havia a busca de um conhecimento cada vez mais especializado, fornecendo um contexto que estimula o fortalecimento do processo de institucionalização da ciência e da matemática. Com isso, gradativamente se iniciava a estruturação de disciplinas científicas, que se caracterizam por um conjunto de conhecimentos e competências especializados e por um complexo de instituições, formais e informais, que orientam seu desenvolvimento.<sup>50</sup>

Assim, áreas do conhecimento como a Química, a Física e a Biologia começaram a ocupar lugares próprios e específicos na ciência. Os estudiosos da Natureza, até então denominados Filósofos da Natureza, passaram a desempenhar a função de especialistas de campos de conhecimento cada vez mais complexos e específicos. Eles se tornaram profissionais da ciência, nomeados cientistas.<sup>51</sup>

A Matemática, como área autônoma e unificada de conhecimentos matemáticos, constituiu-se no final do século XIX. Até então, tais conhecimentos encontravam-se principalmente como parte integrante de diferentes segmentos de conhecimento, como a Astronomia, a Hidrostática, a Pneumática, a Mecânica, a Óptica, a Música, a Agrimensura, a Geometria e a Aritmética, que eram conhecidas como matemáticas.<sup>52</sup>

---

<sup>49</sup> Saito, Fumikazu, *História da Matemática*, 232-3.

<sup>50</sup> Gigerenzer et al., *Empire of Chance*, 110.

<sup>51</sup> Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores*, 97. Vale destacar que, antes do século XIX, não existia a área especializada “ciência”, mas um corpo de conhecimentos relacionados à natureza que é possível reconhecer como “ciência”, uma vez que explicava os fenômenos naturais, cf. Beltran, Saito & Trindade, *Formação de professores*, 77.

<sup>52</sup> Saito, *História da Matemática*, 29.

A disseminação do conhecimento matemático na Grã-Bretanha do século XIX era feito presencialmente em reuniões. As revistas de todas as principais sociedades científicas aceitavam contribuições matemáticas: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, logo após seu lançamento em 1821, foram dominadas por matemáticos de Cambridge. Os artigos matemáticos também foram bem-vindos nas revistas de sociedades científicas dedicadas a disciplinas relacionadas, como *Memoirs of the Royal Astronomical Society* (publicada em 1822), *Proceedings of the Royal Statistical Society* (publicada em 1834) e, mais tarde, *Journal of the Institute of Actuaries* (publicado em 1850).

Além disso, as revistas científicas em geral que operavam como empreendimento comercial representavam uma opção de publicação para matemáticos britânicos, como a *Philosophical Magazine*. Mas nenhum deles era exclusivamente dedicado à Matemática.<sup>53</sup> *The Cambridge Mathematical Journal* foi pensado como um canal adequado para a publicação de artigos sobre assuntos matemáticos, que não parecem ser de importância suficiente para serem inseridos nas *Transactions* de alguma sociedade científica.

Para consolidar tal institucionalização, era necessário não apenas desenvolver pesquisas e divulgar seus resultados, mas também investir nas aplicações do novo conhecimento e em seu ensino.

A fundação da British Association for the Advancement of Science (BAAS) consistiu em uma ação que mostra que tal institucionalização encontra um contexto favorável para acontecer. A Grã-Bretanha, no início do século XIX, participou da

---

<sup>53</sup> Despeaux, "Voice for Mathematics," 156.

Guerra Peninsular<sup>54</sup> e, mesmo saindo vitoriosa do conflito, teve sua estrutura bastante afetada, o que refletiu diretamente na diminuição de sua produção científica. Uma das ações do governo para reverter esse fato foi a fundação, em 1831, da ABBA.<sup>55</sup>

Tal entidade deu aos cientistas uma unidade institucional nacional, e, em sua primeira reunião, que ocorreu em setembro de 1831, foram apresentados os objetivos da associação: dar maior impulso e direção mais sistemática à pesquisa científica, obter um grau maior de atenção nacional para os objetos da ciência e a remoção das desvantagens que impedem seu progresso e promover a comunicação entre os estudiosos da ciência e os filósofos.<sup>56</sup>

Veremos adiante que a Grã-Bretanha, durante o século XIX, passou por uma série de ações que implicaram um desenvolvimento científico maior e o estabelecimento do profissional da ciência como membro da sociedade britânica com funções específicas.<sup>57</sup>

---

<sup>54</sup> A Guerra Peninsular foi um conflito militar pelo domínio da península Ibérica. A disputa pelo território ocorreu entre o Primeiro Império Francês e o Império Espanhol contra o Reino Unido da Grã-Bretanha e a Irlanda e o Reino de Portugal e Algarves, estendendo-se entre 1807 e 1814.

<sup>55</sup> Garber, "Natural Philosophy," 210.

<sup>56</sup> British Science Association.

<sup>57</sup> Garber, 209.

## O contexto científico da Teoria Cinética dos Gases

O conhecimento científico no século XIX encontrava-se estruturado sobre bases que começaram a ser estabelecidas entre os séculos XV e XVII. Nesse período, ocorreram a chegada ao Ocidente de estudos desenvolvidos por árabes sobre Medicina, Matemática e Astronomia,<sup>58</sup> o intenso comércio marítimo e o crescimento de cidades, entre outros acontecimentos.<sup>59</sup> Na Inglaterra do século XVII, grupos, academias e sociedades realizavam atividades que indicavam abertura para novas visões sobre a elaboração de conhecimentos sobre ciências e artes.<sup>60</sup> Um exemplo disso foi o posicionamento que a comunidade científica britânica teve quanto aos estudos realizados no período. Nos campos das matemáticas, da Astronomia, da Geografia e da Mecânica e em áreas que possibilitariam o aperfeiçoamento das técnicas de boa navegação, muitos trabalhos foram realizados em virtude do processo de expansão que o país passava quanto ao comércio internacional e da identificação de que o progresso do país dependia da solução de problemas técnicos.<sup>61</sup>

Assim, nesse contexto, identifica-se a ocorrência de muitos estudos em que o conhecimento científico está mais operativo e em que há uma busca maior pelo domínio de formas de manipular e controlar a natureza.<sup>62</sup>

---

<sup>58</sup> Como apresentado por Beltran, Saito & Trindade (2014), com a queda do Império Romano, por volta do século V, o Ocidente latino passou a ter acesso muito limitado ao conhecimento grego que se encontrava em poder dos árabes. Por quase mil anos, os árabes traduziram, comentaram e interpretaram antigos escritos e introduziram novos conhecimentos; apenas na Idade Média esses documentos, em forma de manuscritos, começaram a chegar ao Ocidente latino (p. 87).

<sup>59</sup> Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores*, 89-92.

<sup>60</sup> Conforme SAITO (Saito, "História e Ensino de Matemática," 267), nos séculos XV, XVI, XVII arte (*ars*) tinha um sentido mais *lato*, ligado à prática e à experiência, visto que esse termo designava as artes mecânicas e o trabalho manual em oposição às artes liberais (em essência, voltada à reflexão teórica). O conhecimento das artes em geral permitia ao estudioso manipular a natureza por meio da acurada observação e experimentação.

<sup>61</sup> Liberato da Costa et al., "Ciência, Técnica e Tecnologia", 147-8.

<sup>62</sup> Beltran, Saito & Trindade, *Formação de Professores*, 89.

Outro fator que influenciou a estrutura científica do século XIX foi o aumento do interesse na concepção mítica da natureza, a partir do século XV, em decorrência principalmente da recuperação de textos platônicos, neoplatônicos e herméticos. Tais textos influenciaram a ocorrência de um enfoque mais matemático da natureza e o desenvolvimento da Geometria e da Álgebra.<sup>63</sup>

No início do século XIX, o determinismo mostra-se como doutrina presente no meio científico. A abordagem determinista a que nos referimos parte do princípio de que, ao conhecer um conjunto de características do sistema em determinado momento, é possível inferir todas as suas propriedades observáveis para tempos futuros e passados de forma precisa. Assim, estudar um fenômeno estava vinculado a identificar e medir precisamente as propriedades que, ao serem manipuladas em equações diferenciais, possibilitariam que tais características fossem calculadas para qualquer outro instante. Além disso, com base nessas propriedades, deveria ser possível obter todas as outras propriedades do fenômeno estudado.<sup>64</sup>

A Astronomia mostrou ser uma área do conhecimento em que o determinismo obteve grande expressão por possibilitar a previsão das posições dos planetas e suas rotações, uma vez que sua formulação fornecia informações compatíveis com o observado.<sup>65</sup>

Naquele período, partia-se do princípio de que os fenômenos poderiam ser explicados por meio da análise das forças que agem no sistema, premissa identificada

---

<sup>63</sup> Saito, "História da Física", 38.

<sup>64</sup> Gigerenzer et al., *Empire of Chance*, 163-4.

<sup>65</sup> Ibid.

quando analisarmos os assuntos estudados por Maxwell nas universidades de Edimburgo e Cambridge.

Assim, o conhecimento científico desenvolvido no século XIX estruturou-se tendo como pilares a experimentação e as leis da natureza formuladas matematicamente.<sup>66</sup>

Tais características foram mencionadas na obra de Pierre-Simon Laplace<sup>67</sup> *Essai philosophique sur les probabilités*,<sup>68</sup> publicada em 1825. Ele diz:

A indução, a analogia, as hipóteses fundadas nos fatos e retificadas continuamente por novas observações, um tato ditoso dado pela Natureza e fortificado por numerosas comparações de suas indicações com a experiência, tais são os principais meios para se chegar à verdade.<sup>69</sup>

Em sua fala, podemos perceber o vínculo estabelecido entre a obtenção da verdade e a observação, a experimentação e a análise das informações obtidas.

---

<sup>66</sup> Harman, introdução para *Wranglers and Physicists*, 2.

<sup>67</sup> Pierre-Simon Laplace (1749-1827), francês, desenvolveu também estudos importantes relacionados à Astronomia (aperfeiçoamento da teoria lunar, movimentos de Saturno, teoria das marés).

<sup>68</sup> Em vida, Laplace publicou cinco edições desse livro. Identifica-se que a edição de 1825 mantém o conteúdo da primeira edição e inclui acréscimos principalmente nos trechos relacionados à aplicação das probabilidades à Filosofia Natural e à Filosofia Moral. Para informações mais detalhadas sobre a obra, recomendamos a leitura da Introdução presente na edição traduzida para o português: *Ensaio filosófico sobre as probabilidades*. Tradução, introdução e notas de Pedro Leite de Santana. Rio de Janeiro: Contraponto; Editora PUC-Rio, 2010.

<sup>69</sup> Laplace, *Ensaio Filosófico*, 205.

Nesse mesmo *Ensaio*, é explicitada também a dependência entre a validação das leis e dos princípios e a verificação experimental, como no trecho a seguir.

O método mais seguro que pode nos guiar na busca de verdade consiste em se elevar pela indução dos fenômenos às leis e dessas às forças. As leis são as relações que ligam entre si os fenômenos particulares; quando elas tornam conhecido o princípio geral das forças que as originam, pode-se verificá-lo, seja por experiências diretas, quando isso é possível, seja examinando se ele satisfaz os fenômenos conhecidos; se por meio de uma análise rigorosa vê-se todos eles decorrerem desse princípio, mesmo nos mínimos detalhes; e se além disso, esses fenômenos são muito variados e muito numerosos, então a ciência adquire o mais alto grau de certeza e de perfeição que se pode atingir. [...] <sup>70</sup>

## **A Teoria Cinética dos Gases**

As mudanças pelas quais a Europa passava provocaram uma alteração significativa em sua forma de produção, impulsionando o desenvolvimento de indústrias que possibilitariam a produção em grande escala. Com o aumento de sua população, sua expansão territorial, o crescimento de seu comércio marítimo, entre outros fatores, havia uma atmosfera que incentivava a transição de uma produção doméstica para uma industrial. <sup>71</sup>

O desenvolvimento da máquina a vapor teve papel importante para o aumento da produção e impulsionou também estudos sobre o comportamento dos gases e os

---

<sup>70</sup> Laplace, *Ensaio Filosófico*, 211

<sup>71</sup> Braz de Pádua, Guiotti de Pádua & Silva, *Termodinâmica clássica*, 21-23.

fenômenos térmicos.<sup>72</sup> Ao longo do século XIX, além de James Maxwell, outros estudiosos como James Joule (1818-1889),<sup>73</sup> August Krönig (1822-1879) e Rudolph Clausius (1822-1888) realizaram trabalhos importantes sobre tais assuntos.

A Teoria Cinética dos Gases estabelece uma conexão entre os fenômenos macroscópicos dos gases com o comportamento de seus constituintes. Entre as relações enunciadas sobre propriedades dos gases e as moléculas que o constitui, podemos citar a menção de Clausius em seu artigo de 1857: “Krönig já provou que a pressão exercida por um gás na área da superfície do recipiente em que está contido deve ser proporcional ao número de moléculas contidas na unidade de volume [...]”.<sup>74</sup>

Clausius em 1857 publicou o artigo “The Nature of the Motion which We Call Heat”,<sup>75</sup> em que apresentou expressões para calcular as propriedades de um gás. Nele, considera que todas as moléculas apresentam a mesma velocidade.

Partindo de tal premissa, para um gás formado por  $n$  moléculas de massa  $m$ , todas com velocidade  $u$ , colidindo com as paredes de um recipiente de volume  $v$ , obtém-se que a pressão exercida pelo gás pode ser calculada pela expressão  $\frac{mnu^2}{3v}$ . Além disso, indica que a temperatura absoluta do gás é proporcional a  $\frac{1}{2}nmu^2$ .

Clausius, em 1859, publica “On the Mean Lengths of Paths Described by Separate Molecules of Gaseous Bodies”,<sup>76</sup> em que introduz a ideia de livre caminho médio de uma molécula. Com ela, justifica a difusão lenta das moléculas de gás ao estimar o deslocamento de uma molécula em um gás sem colidir. Maxwell menciona e

---

<sup>72</sup> No século XVIII, Daniel Bernoulli discutiu o assunto em seu livro *Hydrodynamica* (1738).

<sup>73</sup> James Prescott Joule identificou uma relação entre calor e trabalho mecânico.

<sup>74</sup> Clausius, “Nature of the Motion,” 120.

<sup>75</sup> Originalmente publicado em alemão em *Annalen der Physik*, vol. 100, 353-80.

<sup>76</sup> Originalmente publicado em alemão, em *Annalen der Physik*, vol. 105, 239-58.

utiliza essa abordagem no artigo de 1860: “M. Clausius determinou o livre caminho médio em termos da distância média das partículas, e a distância entre os centros das duas partículas entre duas colisões sucessivas [...]”.<sup>77</sup>

Ainda em 1859, Maxwell apresenta à British Association o trabalho “Illustrations of the Dynamical Theory of Gases”, e seu respectivo artigo é publicado no início do ano seguinte. Nele menciona que muitas das propriedades da matéria, especialmente quando esta se encontra em forma de gás, podem ser deduzidas por meio da hipótese de que as minúsculas partes que a constituem movimentam-se rapidamente e que tal velocidade aumenta com a temperatura. Maxwell propõe demonstrar as leis de movimento de um sistema formado por um número indeterminado de esferas pequenas, maciças e perfeitamente elásticas, que interagem umas com as outras apenas durante a colisão. Caso as propriedades desse sistema fossem correspondentes às encontradas nos gases, uma analogia poderia ser estabelecida, o que implicaria um conhecimento mais preciso das propriedades da matéria.<sup>78</sup>

Em uma carta enviada a Stokes, quatro meses antes de apresentar o trabalho, Maxwell faz o seguinte relato:

30 de maio de 1859

Eu vi na *Philosophical Magazine* de fevereiro de 59, um artigo de Clausius sobre o “livre caminho médio de uma partícula de ar ou de gás sofrendo colisões consecutivas”, sobre a hipótese de a elasticidade do gás ocorrer devido à velocidade de suas partículas e devido a sua trajetória ser retilínea exceto quando elas se aproximam umas das outras,

---

<sup>77</sup> Maxwell, “Illustrations”, 377.

<sup>78</sup> *Ibid.*, 377-8.

tal evento pode ser chamado de colisão. [...] Eu pensei que poderia valer a pena examinar a hipótese de partículas livres agindo devido ao impacto e comparar com o fenômeno que parece depender desse “livre caminho médio”. Eu comecei, portanto, pelo começo e formulei a teoria de movimentos e colisões de partículas livres agindo somente devido ao impacto, aplicando [essa teoria] ao atrito interno de gases, difusão de gases, e condução de calor através de um gás (sem radiação). Aqui está a teoria de fricção gasosa e seus resultados [...]. Obviamente minhas partículas não possuem todas a mesma velocidade, mas as velocidades são distribuídas de acordo com a mesma fórmula com que os erros são distribuídos na teoria dos “mínimos quadrados”. [...] <sup>79</sup>

No relato de Maxwell identificamos não apenas passos para a construção do trabalho mas também a afirmação de que as velocidades estão distribuídas seguindo a mesma distribuição dos erros na teoria dos mínimos quadrados.

Vale observar que o processo de elaboração desse estudo, mais do que os passos citados na carta de 1859, decorreu de um processo de busca e do acesso às informações publicadas no período por diferentes estudiosos do assunto, que então resultou no conteúdo apresentado.

---

<sup>79</sup> Maxwell, *Letters and Papers*, 1: 606-11.

## A Probabilidade

No início do século XIX, a Probabilidade era utilizada em diferentes contextos. Seu uso, em muitos casos, foi estimulado e justificado como uma consequência da limitação humana em identificar e compreender os fenômenos em seus múltiplos aspectos.<sup>80</sup> Pode-se verificar tal afirmação na citação a seguir, presente no livro *Essai philosophique sur les probabilités*, de Laplace:

Devemos considerar o estado presente do Universo como o efeito de seu estado anterior e como causa do que vai se seguir. Uma inteligência que, em um dado instante, conhecesse todas as forças que animam a natureza e a situação respectiva dos seres que a compõem e, além disso, fosse suficientemente ampla para submeter todos esses dados à análise, compreenderia na mesma fórmula os movimentos dos maiores corpos do Universo e aqueles dos mais leves átomos; nada lhe seria incerto, e o futuro bem como o passado estariam presentes em seus olhos.<sup>81</sup> [...]

[...] A probabilidade se deve em parte a essa ignorância, em parte aos nossos conhecimentos.<sup>82</sup>

O trecho evidencia que, segundo Laplace, o que ocorre no Universo não é incerto, e, se tivéssemos conhecimento completo de todos os fatores que agem sobre o fenômeno, poderíamos saber seu comportamento ao longo do tempo. Assim, a impossibilidade de analisar um fenômeno natural de forma determinista leva ao uso da Probabilidade. Com isso, verifica-se que a abordagem probabilística não é vista como

---

<sup>80</sup> Santana, introdução para *Ensaio Filosófico*, 15.

<sup>81</sup> *Ibid.*, 42-3.

<sup>82</sup> *Ibid.*, 46.

contrária às concepções deterministas, mas sim como um caminho para obter informações sobre fenômenos que até aquele momento não se sabia descrever detalhadamente.

No mesmo livro, Laplace apresenta os princípios que regem o cálculo das probabilidades e os métodos analíticos necessários para sua realização. Ele diz:

A teoria dos acasos<sup>83</sup> consiste em reduzir todos os eventos do mesmo gênero a um certo número de casos igualmente possíveis, de forma tal que estejamos igualmente indecisos sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao evento cuja probabilidade é desejada. A relação entre esse número e aquele de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, que corresponde assim a uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e o denominador é o número de casos possíveis.<sup>84</sup>

Isso evidencia sobre quais bases o cálculo das probabilidades deveria ser realizado.

## **A análise de uma quantidade grande de dados**

Fatores como a transformação de um modo agrário de produção para o modo industrial, o aumento acelerado da população e o crescimento na migração do campo para as cidades implicaram uma mudança no modo de vida de parte dos habitantes da Grã-Bretanha.

---

<sup>83</sup> O termo “acaso” por vezes era utilizado para se referir a probabilidade.

<sup>84</sup> Ibid.

Tais alterações ocorreram sem que houvesse estrutura adequada para suprir o novo cenário em que a população se encontrava. Assim, o avanço econômico veio acompanhado da necessidade de mais informações sobre a população para ser possível o governo identificar características daquela sociedade (grau de pobreza, taxa de crescimento e de suicídio etc.) e promover ações econômicas e sociais.<sup>85</sup>

Com isso, o recolhimento de dados sobre os cidadãos britânicos apresentou um crescimento significativo.

Os *statists*, como eram denominados, deveriam coletar e comparar um conjunto de dados que por si só poderia construir a base de conclusões sólidas para direcionar medidas sociais e políticas.<sup>86</sup>

O conhecimento decorrente desse tipo de análise, por vezes denominado conhecimento estatístico, passou, então, a ter um papel relevante na Grã-Bretanha do século XIX. Havia a necessidade de avaliar a precisão e a acurácia que os instrumentos forneciam, a fim de obter informações mais confiáveis. Na economia industrial em expansão, era essencial estabelecer que os resultados pudessem ser reproduzidos para o mercado internacional. Assim, era presente a necessidade de profissionais passarem longas horas nos laboratórios gravando e medindo constantes elétricas, mecânicas e físicas para máquinas e aparelhos.<sup>87</sup>

A regularidade encontrada ao analisar um grande número de eventos ganha força com Laplace, ao ser explicada a partir da lei das probabilidades. Ele afirma:

---

<sup>85</sup> Magnello, "Vital Statistics," 261-3.

<sup>86</sup> Ibid., 266.

<sup>87</sup> Ibid., 274-5.

Os fenômenos da natureza são muito frequentemente envolvidos por tantas circunstâncias estranhas, com um número tão grande de causas perturbadoras influenciando-os, que é muito difícil reconhecê-los. Não se pode conseguir tal objetivo a não ser multiplicando as observações ou as experiências, a fim de que, com a destruição recíproca dos efeitos estranhos, os resultados médios ponham em evidência esses fenômenos e seus elementos diversos. Quanto mais numerosas são as observações, menos elas se desviam entre si e mais seus resultados se aproximam da verdade. Atinge-se esta última condição pela escolha dos métodos de observação, pela precisão dos instrumentos e pelo cuidado tomado durante a experimentação; em seguida, determinam-se pela teoria das probabilidades os resultados médios mais adequados ou aqueles que eliminam ao máximo o efeito dos erros. Mas isso não basta; faz-se também necessário apreciar a probabilidade de que os erros desses resultados estejam compreendidos entre limites estabelecidos, pois sem isso se tem apenas um conhecimento imperfeito do grau de exatidão obtido. Fórmulas apropriadas a esses objetos constituem, portanto, um verdadeiro aperfeiçoamento do método das ciências, e é muito importante juntá-las ao corpo dos procedimentos desse método.<sup>88</sup>

Segundo a citação acima, a obtenção de informações de qualidade sobre o fenômeno depende de uma quantidade grande de observações, a fim de reduzir a influência de medidas que sofreram algum tipo de distorção, da precisão do instrumento de medidas e da análise probabilística, a fim de minimizar ao máximo os efeitos causados pelos erros.

---

<sup>88</sup> Laplace, *Ensaio Filosófico*, 105.

Adolphe Quetelet (1796-1874) foi um estudioso belga, com formação em Astronomia e Meteorologia, que utilizou algumas ferramentas matemáticas usadas na Astronomia para quantificar fenômenos sociais.

Na década de 1830, Quetelet verificou a possibilidade de aplicar a lei de erros astronômicos à distribuição de características humanas, como altura e circunferência.<sup>89</sup>

Por meio de uma observação, obtém-se um conjunto de dados para uma dada quantidade desconhecida. Como o conjunto apresenta valores discordantes entre si, busca-se determinar o valor mais provável da quantidade desconhecida. O Método dos Mínimos Quadrados parte do princípio que os valores mais prováveis são aqueles que tornam a soma dos quadrados dos erros residuais um mínimo.<sup>90</sup>

---

<sup>89</sup> Magnello, "Vital Statistics," 267.

<sup>90</sup> Chauvenet, apêndice para *Method of Least Squares*, 469.

## CAPÍTULO 2

### A rede por trás do argumento

#### A Probabilidade como tema de discussão

A fim de identificar qual é a influência da probabilidade na descrição dos fenômenos e na obtenção de informações sobre a Natureza, no contexto que estamos estudando, vamos analisar quais assuntos utilizam argumentos probabilísticos, com qual função e qual é a reação ao seu uso.

A probabilidade e suas aplicações foram objeto de interesse de muitos estudiosos ao longo do tempo. Joseph Fourier,<sup>91</sup> em uma sessão pública da Academia Real de Ciências, em 1829, menciona que:<sup>92</sup>

Essa arte [análise de probabilidades] nasceu de um traço único do gênio claro e fecundo de Pascal; foi cultivada, desde a origem por Fermat e Huygens. Um geômetra filósofo, Jacques Bernoulli, foi seu principal fundador. Uma descoberta singularmente feliz de Stirling, os estudos de Euler e, sobretudo, uma aplicação engenhosa e importante devida a Lagrange aperfeiçoaram essa doutrina. Ela foi esclarecida pelas próprias objeções de D'Alembert e pelas concepções filosóficas de Condorcet. Coube a Laplace reunir e fixar seus princípios. Então, ela tornou-se uma ciência nova, submetida a um só método analítico e com uma extensão

---

<sup>91</sup> Joseph Fourier ou, ainda, Jean-Baptiste-Joseph, Barão Fourier (1768-1830), foi um estudioso nas áreas de Ciências Físicas e Matemáticas, autor da teoria analítica do calor. Em 1829, desempenhava a função de secretário permanente da seção de Ciências Físicas e Matemáticas na Academia Real de Ciências.

<sup>92</sup> Tal pronunciamento aconteceu em 15 de junho de 1829, durante a sessão de Elogio histórico de Laplace, realizada por Joseph Fourier. O texto completo encontra-se disponível na parte inicial do livro *Ensaio filosófico sobre as probabilidades*.

prodigiosa. Fecunda em aplicações usuais, um dia ela esclarecerá com viva luz todos os ramos da filosofia natural.<sup>93</sup> [...]

Podemos identificar no trecho supracitado que há confiança quanto à ação efetiva da probabilidade como ferramenta que ajudaria na explicação dos fenômenos da natureza. Tal concepção vai ao encontro da reflexão sobre Lógica e Probabilidade que Maxwell apresenta em uma carta enviada a Lewis Campbell, em 1850.

[Junho ? 1850]

[...] Como é sábado à noite, não irei escrever muito. Hoje estava pensando nos deveres da faculdade cognitiva. É universalmente aceito que deveres são voluntários, e que a vontade governa o entendimento ao dar ou reter atenção. Eles dizem que o entendimento deve funcionar de acordo com as regras da razão correta. Essas regras são ou devem estar contidas na Lógica; mas a ciência real da lógica está familiarizada apenas com coisas certas, impossíveis ou inteiramente duvidosas, nenhuma das quais (felizmente) temos que argumentar. Portanto, a lógica verdadeira para este mundo é o Cálculo das Probabilidades, que leva em consideração a magnitude da probabilidade (que é, ou que deveria estar na mente do homem razoável). Este ramo da matemática, que geralmente é considerado favorável aos jogos [...] é a única “Matemática para os Homens Práticos” como deveríamos ser. [...]<sup>94</sup>

Laplace compartilha a concepção defendida por Fourier e Maxwell, como é possível verificar na citação a seguir.

[...] Pode-se mesmo dizer, rigorosamente, que quase todos os nossos conhecimentos são apenas prováveis; e no pequeno número de coisas

---

<sup>93</sup> Fourier, “Elogio Histórico de Laplace,” 31.

<sup>94</sup> Campbell, *Life of James*, 80.

que podemos saber com certeza, mesmo nas ciências matemáticas, os principais meios para se chegar à verdade – a indução e a analogia – são fundados nas probabilidades; por isso o sistema completo dos conhecimentos humanos se liga à teoria exposta aqui.<sup>95</sup>

Isso reforça os indícios de que os cálculos probabilísticos no século XIX eram tidos por diferentes estudiosos como um ferramental a ser considerado e pertinente naquele contexto científico.

Outra perspectiva que podemos analisar diz respeito à aceitação do uso da probabilidade no estudo de fenômenos naturais. Vejamos alguns casos a seguir.

Em 1850, J. Forbes publica um artigo<sup>96</sup> que critica o uso de argumentos probabilísticos pelo Rev. John Mitchell para inferir a existência de uma conexão física entre estrelas binárias.

Em tal artigo, Forbes menciona que Mitchell, em seu artigo<sup>97</sup> publicado em 1767, estabelece a existência de uma conexão física entre estrelas binárias com base na probabilidade encontrada ao analisar tal disposição das estrelas no céu, ou seja, considerando como fator determinante a posição aparente das estrelas, sem a indicação de provas de que havia uma ação sensível ou outra influência recíproca. Mitchell relaciona o alto valor de probabilidade encontrado à conclusão de que as estrelas binárias não eram apenas opticamente duplas.<sup>98</sup>

---

<sup>95</sup> Laplace, *Ensaio Filosófico*, 41.

<sup>96</sup> Forbes, On the Alleged Evidence for a Physical Connexion between Stars Forming Binary or Multiple Groups, Deuced from the Doctrine of Chance. *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1850.

<sup>97</sup> Mitchell, An Inquiry into the Probable Magnitude and Parallax of the Fixed Stars from the Quantity of Light which They Afford to Us, and the Particular Circumstances of Their Situation. *Philosophical Transactions*, 1767.

<sup>98</sup> Forbes, *Doctrine of Chance*, 402.

No próprio artigo, Forbes menciona que tal conclusão foi aceita e utilizada em estudos posteriores sobre o assunto: “[...] desde a época de Mitchell, e para mais de oitenta anos, adotaram [tanto os princípios quanto os resultados obtidos] sem (tanto quanto eu sei) uma voz dissidente”.<sup>99</sup>

Com isso, podemos identificar o uso que resulta do cálculo das probabilidades de um evento como fonte de informação que possibilitaria inferir características de um fenômeno natural, que tal abordagem foi aceita e que seus resultados foram utilizados em outros estudos. Além disso, vale destacar que, ao questionar o uso da probabilidade em um artigo em uma revista científica de amplo alcance, Forbes nos mostra que a probabilidade era assunto de relevância que valia ser discutido.

Por meio desse conjunto de informações, podemos verificar que, mesmo antes do século XIX, a probabilidade já era utilizada como ferramenta para o estudo de fenômenos físicos. Além disso, é possível identificar que, por meio dos resultados obtidos nos cálculos probabilísticos, os estudiosos propunham conclusões sobre os fenômenos, não restringindo a probabilidade ao âmbito de quão provável é o evento em análise.

---

<sup>99</sup> Ibid.

## A presença da Probabilidade no meio acadêmico e em alguns veículos científicos

A probabilidade estava presente tanto nas instituições de ensino como em publicações acadêmicas. A obra *Essai philosophique sur les probabilités*, de Laplace, por exemplo, foi elaborada com base em palestras ministradas sobre o assunto em 1795, nas Escolas Normais, onde exercia a função de professor de Matemáticas.<sup>100</sup>

Ao analisar mais detalhadamente as informações presentes na carta enviada por Maxwell a Campbell em novembro de 1847, quando havia acabado de ingressar na Universidade de Edimburgo, mais especificamente o trecho “[...] Então leio minhas notas de aula e os livros-texto, que são *Álgebra*<sup>101</sup> de Kelland e *Mecânica* de Potter. [...]”, e consultar o conteúdo do livro de Kalland, identificamos que o capítulo XV é destinado a probabilidade, anuidades e garantias.

<b>CHAPTER XV.</b>	
<b>ON PROBABILITY, ANNUITIES, AND ASSURANCE,</b>	<b>361</b>
<b>ART. 171. On Probability; 174. Compound Interest and Annuities certain; 175. Life Annuities, &amp;c.</b>	

**Figura 3:** Imagem do índice que compõe o livro *The Elements of Algebra*, de Philip Kelland, 1839.

---

<sup>100</sup> Santana, introdução para *Ensaio Filosófico*, 14.

<sup>101</sup> Kelland, *Elements of Algebra*, xii.

No início do capítulo, encontramos a seguinte afirmação: “O assunto das probabilidades é muito extenso, e talvez um dos mais importantes em toda a gama das matemáticas. [...]”,<sup>102</sup> explicitando que, do ponto de vista do autor, a Probabilidade é um assunto de ampla relevância.

Sobre o alcance da Probabilidade citado por Kelland, é possível corroborar a afirmação de ser muito extenso ao analisar o trecho de um trabalho<sup>103</sup> de J. Forbes que comenta conceitos relacionados às matemáticas entre 1775 e 1850, em que menciona as principais aplicações da Teoria das Probabilidades. São elas:

1. Para determinar as chances *a priori*, como a de tirar 2 números ao lançar 2 dados, sendo toda a gama de possibilidades conhecidas com precisão.
2. O cálculo da expectativa de eventos futuros em uma escala grande ou média, deduzida por meio do histórico dos eventos observados também em uma escala grande ou média. Dessa descrição são os cálculos do seguro de vida.
3. Para encontrar o resultado mais provável de uma série de observações dependentes e problemas de um tipo similar.
4. À prova de causalidade em vez de acidente ou aleatório, derivado de combinações de fatos existente.
5. Para a confiabilidade de testemunhos e decisões legais.<sup>104</sup>

---

<sup>102</sup> Kelland, *Elements of Algebra*, 361.

<sup>103</sup> Forbes, “A Review of the Progress of Mathematical and Physical Science in More Recente Times, and Particular between the Years 1775 and 1850.”

<sup>104</sup> Forbes, “Mathematical and Physical Science”, 21.

Isso explicita o amplo espectro de contextos em que a Probabilidade se fazia presente naquele período.

No mesmo capítulo do livro de Kelland, um pouco mais adiante, encontramos a seguinte afirmação:

Para sujeitar a probabilidade ao cálculo, é necessário representá-lo aritmeticamente. Suponhamos que, em seguida, fixemos a unidade como expressão da certeza, então zero não será possibilidade ou certeza do contrário. Entre 0 e 1, temos uma infinidade de frações, o que expressará uma infinidade de chances.<sup>105</sup>

Ela nos evidencia a dependência existente entre o cálculo da Probabilidade com um ferramental matemático como a Aritmética e a Teoria das Combinações. Além disso, Kelland estabelece a unidade como certeza, mesma abordagem de Laplace: “Quando todos os casos são favoráveis a um evento, sua probabilidade transforma-se em certeza, e sua expressão torna-se igual à unidade”.<sup>106</sup>

Ao analisar o calendário da Universidade de Cambridge do ano de 1850, identificamos que, entre os problemas presentes no exame de graduação daquele ano, havia uma questão que exigia conhecimento em Probabilidade. Seu enunciado diz:

7. Encontre a probabilidade de retirar uma bola preta e uma bola branca o mesmo número de vezes de uma urna que contém o mesmo número de bolas de cada cor; as bolas são retiradas uma de cada vez e recolocada após cada retirada para proceder a uma nova extração, e o número de bolas retiradas é o mesmo do número de bolas na urna, mas esse número

---

<sup>105</sup> Kelland, *Elements of Algebra*, 362.

<sup>106</sup> Laplace, *Ensaio Filosófico*, 47.

é desconhecido, sendo qualquer número de 2 a  $2n$  igualmente provável.<sup>107</sup>

A questão trata de uma situação acompanhada de um questionamento, que para ser respondido exige o uso da teoria das combinações e mostra como esses assuntos realmente estão interligados e são dependentes.

A Probabilidade estava presente também, naquele mesmo ano, em problemas da competição Smith's Prizes. Dentre os exercícios apresentados pelo professor George Stokes, encontramos:

2. Se  $p$  for a probabilidade *a priori* de uma teoria ser verdadeira e  $q$  a probabilidade de que um experimento aconteça conforme previsto na teoria, mesmo se a teoria for falsa, mostre que após o experimento ter sido realizado, supondo que ocorreu com se esperava, a probabilidade de a teoria ser verdadeira torna-se  $\frac{P}{p + q - pq}$ .<sup>108</sup>

No conjunto de exercício apresentado pelo professor George Peacock para a mesma competição, identificamos o enunciado:

Seja 400 o número de estrelas visíveis a olho nu em ambos os hemisférios, e se supomos que elas estão distribuídas de forma fortuita sobre a superfície do céu, qual é a probabilidade de que pelo menos duas serão encontradas na distância de 15' uma da outra. Qual é a conclusão do argumento da probabilidade quanto a existência de uma conexão

---

<sup>107</sup> *The Cambridge University Calendar for the Year 1850*, 370.

<sup>108</sup> *The Cambridge University Calendar for the Year 1850*, 383.

física, não apenas óptica, em estrelas binárias? Os fatos observados respeitando seus movimentos apropriados levam a mesma conclusão?<sup>109</sup>

Tal exercício espera que o aluno identifique se há uma correlação do resultado do cálculo da probabilidade com uma característica física. Assim, é possível perceber que o papel da Probabilidade como uma forma para inferir informações sobre a Natureza é um assunto discutido na instituição de ensino e também que possivelmente a reflexão promovida por Forbes em seu artigo de 1850, assim como a abordagem apresentada por Mitchen, era algo de conhecimento dos alunos naquele ano.

Em fevereiro de 1858, enquanto era professor em Marischal College, Maxwell enviou uma carta para R. B. Litchfield (1832-1903),<sup>110</sup> em que menciona: “[...] Li os livros História da Inglaterra<sup>111</sup> de Froude, Aurora Leigh<sup>112</sup>, o Ensaio sobre Geologia<sup>113</sup> de Hopkins, e também os Ensaios Reunidos<sup>114</sup> de Herschel, que eu gosto muito [...]”.<sup>115</sup>

A coletânea de ensaios de John Herschel (1792-1871)<sup>116</sup> com que Maxwell teve contato contém o trabalho “Quetelet on Probabilities”,<sup>117</sup> publicando em 1850 na *Edinburgh Review*. Nesse estudo, Quetelet propõe utilizar a probabilidade e as ferramentas matemáticas da Astronomia para quantificar fenômenos sociais. Nele é

---

<sup>109</sup> *The Cambridge University Calendar to the Year 1850*, 386.

<sup>110</sup> Richard Buckley Litchfield, amigo de Maxwell desde a época da Trinity, Universidade de Cambridge, com o qual Maxwell trocou diversas correspondências sobre seus trabalhos científicos.

<sup>111</sup> Froude, John A. *History of England from the Fall of Wolsey to the Death of Elizabeth*, 2 vols. Londres, 1856.

<sup>112</sup> Browning, Elizabeth B. *Aurora Leigh*. Londres, 1857.

<sup>113</sup> William Hopkins, “Geology”.

<sup>114</sup> J. F. W. Herschel, “Essays”, *Edinburgh and Quaterly Reviews*.(1857.)

<sup>115</sup> Maxwell., *Letters and Papers*, 1: 583.

<sup>116</sup> John Herschel, inglês, realizou estudos em diferentes campos do conhecimento, apresentando trabalhos, por exemplo, em Astronomia, identificação de luas em Saturno e em Urano; em fotografia e sobre daltonismo.

<sup>117</sup> Herschel, “Quetelet on Probabilities”. *Edinburgh Review*, (jul. 1850).

possível identificar que Quetelet compartilha uma visão da Probabilidade que concorda com as concepções já apresentadas, como pode ser verificado no trecho a seguir:

A escala de probabilidade, vista em sua maior latitude, obviamente se estende da impossibilidade assegurada do evento contemplado para a certeza de que isso acontecerá. O intervalo total entre esses extremos, é ocupado por graus ou convicções superiores ou inferiores, determinados pelo conhecimento parcial que possamos possuir e podem ser considerados como uma unidade natural susceptível de subdivisão numérica em partes fracionárias [...]<sup>118</sup>

### **Periódicos científicos**

A fim de obter um panorama mais concreto quanto à presença do assunto probabilidade em periódicos científicos e ao conteúdo de tais veículos serem possíveis fontes sobre o assunto para Maxwell, realizamos um levantamento em revistas por ele já mencionadas entre as décadas de 1840 e 1860, período que engloba desde sua formação acadêmica até a apresentação do trabalho em que utiliza a distribuição de probabilidade.

Encontramos registro de estudos envolvendo probabilidade em diversos periódicos (tabela), por exemplo:

- *Royal Society of Edinburgh*, instituição onde o primeiro trabalho de Maxwell foi apresentado em 1846;

---

<sup>118</sup> Ibid., 369.

- *Philosophical Magazine*, cujo nome completo era *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. Maxwell menciona em uma carta que leu o artigo de R. Campbell, publicado nesse periódico. Foi nesse veículo também que os artigos traduzidos de Clausius sobre a teoria cinética dos gases foram publicados.

Tabela 2: Alguns trabalhos publicados sobre Probabilidade

<b>Veículo</b>	<b>Título</b>	<b>Autor</b>	<b>Ano de publicação</b>
<i>Royal Society of Edinburgh</i>	An Attempt to compare the Exact and Popular Estimates of Probability	Bishop Terrot	1849
	On Probable Inference	Bishop Terrot	1850
<i>Edinburgh Review</i>	Quetelet on Probabilities	J. Herschel	1850
	An Investigation of The Laws of Thought, the Mathematical Theories of Logic and Probabilities	G. Boole	1854
<i>Philosophical Magazine</i>	Remarks on an Alleged Proof of the Method of Least Squares	R. L. Ellis	1850
	On the Alleged Evidence for a Physical Connexion between Stars Forming Binary or Multiple Groups, Deuced from the Doctrine of Chance	J. Forbes	1850
	On the Theory of Probabilities and in Particular on Michell's Problem of the Distribution of the Fixed Stars	G. Boole	1851
	On Certain Questions Relating to Probability Theory	W. F. Donkin	1851
	On a General Method in the Theory of Probabilities	G. Boole	1852
	On the Solution of a Question in the Theory of Probabilities	G. Boole	1854
	On certain Propositions in Algebra connected with the Theory of Probabilities	G. Boole	1855
	On the Probability of Uniformity in Statistical Tables	R. Campbell	1859

## A Teoria Cinética dos Gases e a Probabilidade

Maxwell encaminha o estudo sobre o comportamento dos gases em “Illustration of the Dynamical Theory of Gases”, por meio de uma abordagem pautada nos princípios mecânicos, e promove a análise de algumas características de esferas após interagirem entre elas, a fim de verificar se por meio dessa conduta é possível encontrar uma descrição compatível com o identificado em gases. No início do artigo, ele afirma:

Para estabelecer os fundamentos das investigações em princípios mecânicos rigorosos, devo demonstrar as leis de movimento de um número indefinido de esferas pequenas, rígidas e que perfeitamente elásticas atuando uma sobre a outra apenas durante o impacto.

Se as propriedades desse sistema de esferas forem concordantes com as verificadas em gases, uma importante analogia física terá sido estabelecida, o que pode implicar um conhecimento mais preciso sobre as propriedades da matéria. [...] <sup>119</sup>

Entre as situações propostas por Maxwell, identifica-se a presença de elementos relacionados à Probabilidade, como: “Prop. IV. Obter o número médio de partículas cujas velocidades encontram-se entre um determinado limite [...]”,<sup>120</sup> e também: “Prop. X. Obter a probabilidade de uma partícula percorrer uma dada distância antes de colidir com outra”.<sup>121</sup>

---

<sup>119</sup> Maxwell, “Illustrations,” 377.

<sup>120</sup> Ibid., 380.

<sup>121</sup> Ibid., 386.

A Prop. IV traz um enunciado que relaciona o número médio de partículas e um intervalo de velocidade. Antes de propor essa análise, logo no início do trabalho, Maxwell faz a seguinte afirmação:

[...] Daniel Bernouilli, Herapath, Joule, Krönig, Clausius, etc. tem mostrado que as relações entre pressão, temperatura e densidade de um gás perfeito podem ser explicadas ao supor que as partículas se movem com velocidade uniforme em linha reta, colidindo contra as paredes do recipiente que estão inseridas e assim produzindo pressão. [...]

Isso evidencia que tais propriedades macroscópicas (pressão, temperatura e densidade) estavam relacionadas à grandeza física velocidade das partículas que o gás contém.

No artigo<sup>122</sup> de 1857, Clausius apresentou expressões para calcular propriedades de um gás, considerando que todas as moléculas tinham a mesma velocidade. No entanto, menciona que a velocidade das partículas, provavelmente, varia dentro de um intervalo de valores e que tal hipótese foi feita apenas para simplificar a formulação.

Por fim, não há dúvida de que, na verdade, a maior variedade possível existe entre as velocidades das várias moléculas. Em nossas considerações, no entanto, podemos atribuir uma certa velocidade média a todas elas. Será evidente a partir da formulação a seguir que, para termos a mesma pressão, essa velocidade média deve ser escolhida de modo que, a *vis viva* total de todas as moléculas, seja igual àquela correspondente às suas velocidades reais.<sup>123</sup>

---

<sup>122</sup> Clausius, "The Nature of the Motion which we call Heat."

<sup>123</sup> Clausius, "Nature of the Motion," 121.

Maxwell considera em sua formulação que as partículas apresentam igual probabilidade de se movimentarem em qualquer direção e, com isso, realiza os cálculos utilizando os eixos x, y e z para parametrizar o movimento das esferas.

Em seguida, comenta que, segundo o resultado obtido, a velocidade das partículas estão distribuídas conforme a mesma lei que representa a dispersão dos erros presentes em observações pelo Método dos Mínimos Quadrados.

No desenvolvimento da Prop. X, é possível verificar que argumentos probabilísticos foram utilizados também por Clausius, mas, nesse caso, para determinar o livre caminho médio. Ele diz:

[...] M. Clausius determinou o livre caminho médio em termos da distância média das partículas, e a distância entre os centros das duas partículas entre duas colisões sucessivas. [...] A distância média percorrida por cada partícula antes de colidir é  $\frac{1}{a} = l$ . A probabilidade de uma partícula, atingindo uma distância =  $nl$  sem ser atingida é  $e^{-n}$ . (Veja o artigo de M. Clausius, *Philosophical Magazine*, de fevereiro de 1859.)<sup>124</sup>

O artigo mencionado por Maxwell chama-se “On the Mean Length of the Paths Described by the Separate Molecules of Gaseous Bodies on the Occurrence of the Molecular Motion”, e nele Clausius não só utiliza argumentos probabilísticos mas também faz uso de uma função de distribuição para obter o livre caminho médio.<sup>125</sup>

O uso da Probabilidade no estudo do comportamento de gases mostra-se coerente com a conduta adotada no período de utilizar tal ferramenta em contextos em

---

<sup>124</sup> Maxwell, “Illustrations,” 386.

<sup>125</sup> O uso de uma função de distribuição por Clausius foi também discutido no artigo *On the History of Statistical Method in Physics*, de O. B. Sheynin.

que não é viável descrever detalhadamente o que ocorre com seus constituintes. No entanto, como discutido na Introdução desta dissertação, a probabilidade, mais especificamente a obtenção de uma distribuição de velocidade compatível com a distribuição dos erros, foi por vezes considerada uma abordagem nova e inovadora.

Ao considerar as informações apresentadas, podemos inferir que o diferencial na abordagem adotada por Maxwell não está simplesmente no uso da Probabilidade, uma vez que está explícita sua presença anteriormente nos trabalhos de Clausius, mas sim em que contexto ele a utilizou. Maxwell inseriu elementos probabilísticos ao analisar uma situação envolvendo uma grandeza física utilizada para descrever o gás. Assim, a obtenção de propriedades macroscópicas da matéria em forma de gás estava vinculada a uma grandeza física cujos valores respeitavam uma função probabilística.

## CONCLUSÃO

Ao edificar este estudo sobre as atuais tendências historiográficas da História da Ciência, articulando as três esferas de análise (historiográfica, epistemológica e contextual), apresentamos o desenvolvimento de um conhecimento científico como processo e identificamos os fatores que possibilitaram a apropriação e a transmissão de tal conhecimento no período e na região definidos para esta investigação.

Assim, partimos do princípio de que todo conhecimento deve ser entendido como produto de seu tempo e do lugar em que foi produzido. Apresentamos as bases sobre as quais a teoria cinética dos gases estava estruturada no século XIX, assim como o ambiente científico em que Maxwell viveu e desenvolveu suas pesquisas. Apresentamos também um panorama referente à Probabilidade no mesmo período e sua participação na construção do conhecimento científico.

Ao retomar a reflexão proposta na Introdução, considerando o recorte temático definido nesta dissertação e com a perspectiva da História da Ciência, é possível chegar a algumas conclusões distintas das apresentadas.

Sobre a menção no artigo “Aspects of the Introduction of Probability into Physics”, reproduzida a seguir, podemos rediscutir alguns pontos.

[...] Antes de Maxwell a probabilidade não havia sido utilizada com sucesso como uma ferramenta para argumentação na física. Por sucesso, quero dizer, a teoria ter uma impressão duradoura sobre os físicos e sobre a física. A probabilidade tinha sido utilizada anteriormente, não matematicamente como um método em um argumento físico, mas apenas em casos isolados e de forma não muito rigorosa. Ela era

utilizada na análise de dados. Mas antes de Maxwell o método não desempenhou um papel decisivo, quer direcionando a atenção das pessoas para certos problemas, quer determinando como esses problemas poderiam ser abordados.<sup>126</sup>

Como apresentado no capítulo 2, no artigo de Mitchen, a probabilidade foi utilizada como ferramenta para inferir informações sobre a Natureza. Ele justifica a existência de uma conexão física de estrelas binárias por meio da probabilidade de existir tal configuração. Dessa forma, há a possibilidade de a considerarmos uma ferramenta que fornece indícios sobre os fenômenos. Além disso, Forbes, no artigo de 1850 em que contesta a abordagem de Mitchen, menciona que a argumentação probabilística que implica a afirmação da existência de uma conexão física entre estrelas binárias a partir de cálculos probabilísticos foi aceita por quase um século, explicitando que tal justificativa teve presença duradoura mesmo antes da publicação do artigo de Maxwell.

Sobre a afirmação de a probabilidade ter sido utilizada não matematicamente e de forma não muito rigorosa, destacamos que Laplace chama a atenção para a sutileza característica da probabilidade e, em seguida, apresenta os princípios da teoria, como é possível verificar no trecho a seguir:

A diferença das opiniões depende também da maneira como cada um determina a influência dos dados que conhece. A teoria das probabilidades relaciona-se a considerações tão delicadas que não é surpreendente que, a partir dos mesmos dados, duas pessoas encontrem

---

<sup>126</sup> Garber, "Probability into Physics," 12.

resultados diferentes, sobretudo em questões muito complexas. Exponhamos aqui os princípios gerais dessa teoria.<sup>127</sup>

Assim, podemos conjecturar que o conhecimento probabilístico estava estruturado sobre princípios matemáticos do período.

Sobre a afirmação presente no *Dicionário de biografia científica*,

A obtenção das equações [que indicam a distribuição de velocidades das partículas que formam o gás] marca o início de uma nova época na física. Métodos estatísticos eram utilizados para análise de observações, tanto em física como em ciências sociais, mas a ideia de Maxwell de descrever um processo físico por meio de uma função estatística foi uma extraordinária novidade.<sup>128</sup>

Podemos questionar a afirmação de que métodos estatísticos estavam restritos à análise de observações. Clausius faz uso de uma função de distribuição para obter o livre caminho médio, resultado este utilizado por Maxwell no trabalho de 1859. O ponto a se chamar a atenção na abordagem de Maxwell é que ele utiliza a função de distribuição para a grandeza física velocidade. E essa grandeza está relacionada a propriedades do sistema. Esse é o diferencial.

A probabilidade era uma ferramenta utilizada há algum tempo para estudar os fenômenos naturais, já tendo sido utilizada a função de distribuição por Clausius para o estudo da Teoria Cinética dos Gases; a diferença está no uso de tal ferramental em

---

<sup>127</sup> Laplace, *Ensaio Filosófico*, 49.

<sup>128</sup> *Dictionary Scientific Biography*, 1ª ed., s.v. Maxwell, 218.

um parâmetro que define propriedades; com isso, consegue prever e descrever o fenômeno.

Ao final deste trabalho, foi possível obter, ao analisarmos o estudo de Maxwell considerando os aspectos epistemológicos, historiográficos, sócio-históricos e culturais, um entendimento mais amplo e rico do objeto de estudo. Além disso, foi possível identificar elementos de presença constante que se influenciavam ao pesquisarmos sobre Maxwell, Teoria Cinética dos Gases e Probabilidade. Podemos citar, por exemplo, os pesquisadores James Forbes, Philip Kelland e John Herschel e o assunto Astronomia.

Forbes é quem apresenta o primeiro trabalho de Maxwell no meio científico. Antes, no entanto, consulta a opinião de Philip Kelland, como mostra os trechos de cartas enviadas por Forbes ao pai de Maxwell:

Edimburgo, 6 de março de 1846

Caro colega,

Olhei atentamente o artigo de seu filho, e o considero muito engenhoso, – certamente impressionante para sua idade; e, acredito, substancialmente novo. Sobre esse último ponto, eu encaminhei o trabalho para meu amigo, professor Kelland, para sua opinião.

Queira aceitar os meus mais estimados votos,

James D. Forbes<sup>129</sup>

---

<sup>129</sup> Campbell, *Life of James*, 75.

3 Park Place, 11 de março de 1846

Caro colega,

Estou feliz por saber do professor Kelland, que sua opinião sobre o artigo de seu filho concorda com a minha [...]

James D. Forbes<sup>130</sup>

Como visto no capítulo 2, Kelland, em seu livro *The Elements of Algebra*, destina um capítulo à Probabilidade e afirma considerar tal assunto relevante para diferentes contextos. Tanto Kelland como Forbes eram professores da Universidade de Edimburgo, e o assunto Probabilidade também despertava o interesse de Forbes, como pode ser visto na discussão sobre o artigo de 1850 de sua autoria.

Ao analisar o registro da apresentação do primeiro trabalho de Maxwell, realizada por Forbes, na Royal Society of Edinburg, em 1846, encontramos o seguinte trecho, acompanhado de uma nota de rodapé:<sup>131</sup>

[...] Professor Forbes observou que a equação para as curvas de primeira classe é facilmente obtida, tendo a forma

$$\sqrt{x^2 + y^2} = a + b\sqrt{(x - c)^2 + y^2},$$

que é a expressão da curva conhecida sob o nome de Primeiro Oval de Descartes.\*

\* Herschel on Light, Art. 232,<sup>132</sup>

---

<sup>130</sup>Campbell, *Life of James*, 75.

<sup>131</sup> *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*

<sup>132</sup> *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, 89-90.

No livro *On the Theory of Light* de Herschel, no item 232, identificamos a mesma equação apresentada por Maxwell.<sup>133</sup>

Maxwell posteriormente leu os *Ensaio Reunidos* de Herschel, como indicado na carta de 1858 já citada, que continha um texto composto de cartas enviadas por Quetelet em que expõe a possibilidade de utilizar algumas ferramentas matemáticas usadas na Astronomia para analisar características sociais, e nesse contexto a Probabilidade se fazia presente.

É na Astronomia que o determinismo mostra-se concordante com o que é observado. É nessa área também que se identifica a necessidade de saber analisar uma grande quantidade de dados, oriundos das observações, e reduzir ao máximo os erros existentes nos valores coletados.

Assim, mais do que questionar se a abordagem de Maxwell foi nova, nosso objetivo consistiu em explicitar como a compreensão de um conhecimento científico depende da análise do período a que ele pertence.

---

<sup>133</sup> Herschel, *Light*, 378.

## BIBLIOGRAFIA

Afonso-Goldfarb, Ana M. *O que é História da Ciência*. São Paulo: Brasiliense, 1994.

\_\_\_\_\_, & Maria H. R. Beltran, orgs. *Escrevendo a História da Ciência: Tendências, Propostas e Discussões Historiográficas*. São Paulo: Editoria Livraria da Física; Educ; Fapesp, 2004.

\_\_\_\_\_, José Luiz Goldfarb, Márcia H. M. Ferraz & Silvia Waisse, orgs. *Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade História da Ciência*. São Paulo: PUC-SP, 2009.

\_\_\_\_\_ & Márcia H. M. Ferraz. “Enredos, Nós e Outras Calosidades em História da Ciência.” In *Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade História da Ciência*, org. Ana M. Afonso-Goldfarb, José Luiz Goldfarb, Márcia H. M. Ferraz & Silvia Waisse, 25-36. São Paulo: PUC-SP, 2009.

Beltran, Maria H. R., Fumikazu Saito & Lais dos Santos P. Trindade. *História da Ciência para Formação de Professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

Braz de Pádua, Antonio, Cléia Guiotti de Pádua & João L. C. Silva. *A História da Termodinâmica Clássica: Uma Ciência Fundamental*. Londrina: EDUEL, 2009

Brush, Sthephen G. *The Kind of Motion We Call Heat: A History of the kinetic Theory of gases in the 19<sup>th</sup> Century*. 2 vols. Amsterdam: North Holland, 1976.

Campbell, Lewis, William Garnett. *The Life of James Clerk Maxwell*. Londres: Macmillan, 1882.

Chauvenet, William. Apêndice para *A Treatise on the Method of Least Squares or the Application of the Theory of Probabilities in the Combination of Observations*. Filadélfia: J. B. Lippincott & CO., 1868.

Clausius, Rudolf. “On the Mean Length of the Paths Described by the Separate Molecules of Gaseous Bodies on the Occurrence of the Molecular Motion” *Philosophical Magazine Series 4* 17 (fev. 1859): 81 – 91.

\_\_\_\_\_. “The Nature of the Motion which We Call Heat.” *Philosophical Magazine Series 4* 14 (jan. 1857): 108 – 127.

Crilly, Tony. “Cambridge: The Rise and Fall of the Mathematical Tripos.” In *Mathematics in Victorian Britain*, ed. Raymond Flood, Adrian Rice & Robin Wilson, 17-34. New York: Oxford University Press, 2011.

D’Ambrosio, Ubiratan. “Tendências Historiográficas na História da Ciência.” In *Escrevendo a História da Ciência: Tendências, Propostas e Discussões Historiográficas*, org. Ana M. Alfonso-Goldfarb & Maria H. R. Beltran, 165-200. São Paulo: Editoria Livraria da Física; Educ; Fapesp, 2004.

Despeaux, Sloan E. “A voice for Mathematics: Victorian Mathematical journals and Societies.” In *Mathematics in Victorian Britain*, ed. Raymond Flood, Adrian Rice & Robin Wilson, 155-76. New York: Oxford University Press, 2011

Forbes, James D. “A Review of the Progress of Mathematical and Physical Science in More Recent Times, and Particular Between the Years 1775 and 1850.” In *Encyclopedia Britannica*, 8 ed. Edimburgo: Adam & Charles Black, 1858.

\_\_\_\_\_. “On the Alleged Evidence for a Physical Connexion between Stars Forming Binary or Multiple Groups, Deuced from the Doctrine of Chance” In *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. Série 3, (dez. 1850): 401-27.

Fourier, Joseph. “Elogio Histórico de Laplace.” In *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*. Trad. e ed. Pedro Leite de Santana. Rio de Janeiro: Contraponto; Ed. PUC-Rio, 2010.

Garber, Elizabeth W. “Aspects of the Introduction of Probability into Physics.” *Centaurus* 17, nº 1 (mar. 1973): 11-40.

\_\_\_\_\_. “Clausius and Maxwell’s Kinetic Theory of Gases.” *Historical Studies in the Physical Sciences* 2 (1970): 299-319.

Gigerenzer, Gerd, et. Al. *The Empire of chance: How probability changed science and everyday life*. Coleção Ideas in Context Cambridge: Cambridge University Press, 1989.

Hannabuss, Keith. “Mathematics in Victorian Oxford.” In *Mathematics in Victorian Britain*, ed. Raymond Flood, Adrian Rice & Robin Wilson, 17-34. New York: Oxford University Press, 2011.

Harman, Peter. M. Introdução para *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell: 1846-1862*. Vol. 1. Ed. Peter M. Harman. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

\_\_\_\_\_. Introdução para *Wranglers and Physicists: Studies on Cambridge Physics in the Nineteenth Century*. Ed. Peter M. Harman. Manchester: Manchester University Press, 1985.

Herschel, J. F. W. “Quetelet on Probabilities.” *The Edinburgh Review* 92, n° 185, (jul. 1850): 1-57.

\_\_\_\_\_. “On the Theory of Light”. *Encyclopedia Metropolitana*. Londres: 1828.

Hilts, Victor L. “Aliis extendum, or, the Origins of the Statistical Society of London.” *Isis* 69, n° 1 (mar. 1978): 21-43.

Hunt, Bruce J. *Os Seguidores de Maxwell*. Trad. Antônio E. A. de Araújo. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2015.

Kelland, Philip. *The Elements of Algebra*. Edimburgo: Adam & Charles Black, 1839.

Kuhn, Thomas S. “Mathematical versus Experimental Traditions in the Development of Physical Science.” In *The Essential Tension*. 31-65. Chicago e Londres: The University of Chicago Press, 1977.

Laplace, Pierre-Simon. *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*. Trad. e ed. Pedro Leite de Santana. Rio de Janeiro: Contraponto; Ed. PUC-Rio, 2010.

Liberato da Costa, Eli B. et al. “Ciência, Técnica e Tecnologia na História.” In *História da Ciência: Tópicos Atuais*, org. Maria H. R. Beltran, Fumikazu Saito & Lais dos Santos P. Trindade, 133-64. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010

Magnello, M. Eileen. “Vital Statistics: The measurement of public health.” In *Mathematics in Victorian Britain*, ed. Raymond Flood, Adrian Rice & Robin Wilson, 261-283. New York: Oxford University Press, 2011.

Maxwell, James C. *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell: 1846-1862*. Vol. 1. Ed. Peter M. Harman. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

\_\_\_\_\_. *Matter and Motion*. Londres: The Sheldon Press, 1925.

\_\_\_\_\_. *Theory of Heat*. Cambridge: Cambridge University Press, 1871.

\_\_\_\_\_. “Illustrations of the Dynamical Theory of Gases.” In *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*, ed. William. D. Niven, 377-409. New York: Dover, 1965.

Niven, W. D., ed. *The Scientific Papers of J. Clerk Maxwell*. Vol. 1. Cambridge: Cambridge University Press, 1890.

Porter, Theodore M. *The Rise of Statistical Thinking 1820 – 1900*. Princeton: Princeton University Press, 1986.

Potter, Richard. *An Elementary treatise on Mechanics: For the Use of Junior University Students*. Londres: Taylor & Walton, 1846.

Purinton, Robert D. *Physics in the Nineteenth Century*. New Brunswick, New Jersey, London: Rutgers University Press, 1997.

Rice, Adrian. Introdução para *Mathematics in Victorian Britain*. New York: Oxford University Press, 2011.

Rouse Ball, Walter W. *A History of the Study of Mathematics at Cambridge*. Cambridge: University Press, 1889.

Saito, Fumikazu., *História da Matemática e suas (Re)Construções Contextuais*. Coleção História da Matemática para Professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

\_\_\_\_\_. “História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces.” In *Investigaciones em Educación Matemática*, ed. Jesús Flores Salazar & Francisco U. Guerra, 253-91. Lima: Fondo Editorial, 2016.

\_\_\_\_\_. “História da Física.” In *História da Ciência: Tópicos Atuais*, org. Maria H. R. Beltran, Fumikazu Saito & Laís dos Santos P. Trindade, 31-46. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

\_\_\_\_\_ & Carla Bromberg. “História e Epistemologia da Ciência.” In *História da Ciência: Tópicos Atuais*, org. Maria H. R. Beltran, Fumikazu Saito & Laís dos Santos P. Trindade, 101-17. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

Santana, Pedro L. de. Introdução para *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*. Trad. e ed. Pedro Leite de Santana. Rio de Janeiro: Contraponto; Ed. PUC-Rio, 2010.

Sheynin, Oscar B. “On the History of the Statistical Method in Physics.” *Archive for History of Exact Sciences* 33, n° 4 (1985): 351-82.

Stingler, Stephen M. *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1986.

Todhunter, Isaac. *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Cambridge: Macmillan & Co., 1865.

Warwick, Andrew. *Masters of Theory: Cambridge and the Rise of Mathematical Physics*. Chicago: The University of Chicago Press, 2003.

Wilson, David B. “The Educational Matrix: Physics Education at Early-Victorian Cambridge, Edinburgh and Glasgow Universities.” In *Wranglers and Physicists: Studies on Cambridge physics in the nineteenth century*, ed. Peter M. Harman, 12-48. Manchester: Manchester University Press, 1985