

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC-SP**

**MONIQUE LOPES DOS SANTOS DIAS**

**Mapeamento das pesquisas produzidas em São Paulo acerca de números  
fracionários, entre os anos de 2000 e 2016**

**MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**São Paulo**

**2018**

**MONIQUE LOPES DOS SANTOS DIAS**

**Mapeamento das pesquisas produzidas em São Paulo acerca de números fracionários, entre os anos de 2000 e 2016**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA sob a orientação da Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva.

**PUC-SP**

**2018**

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação de Mestrado por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

Email: moniquemlsd@hotmail.com

Santos, Monique Lopes dos  
Mapeamento das pesquisas produzidas em São Paulo acerca de números fracionários, entre os anos de 2000 e 2016 / Monique Lopes dos Santos Dias. -- São Paulo: [s.n.], 2018. 162 p.

Orientador: Maria José Ferreira da Silva. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 2018.

1. Mapeamento. 2. Números fracionários. 3. Ensino e aprendizagem. 4. Saberes docentes. I. Silva, Maria José Ferreira da. II. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. III. Título.

**MONIQUE LOPES DOS SANTOS DIAS**

**Mapeamento das pesquisas produzidas em São Paulo acerca de números  
fracionários, entre os anos de 2000 e 2016**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.

Aprovado em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Profª Drª Maria José Ferreira da Silva- PUC-SP**

---

**Prof. Dr. Gabriel Loureiro de Lima- PUC-SP**

---

**Prof. Dr. Alecio Damico- FSA**

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio do financiamento oferecido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- CAPES.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por me conceder o dom da vida e me sustentar nos momentos em que tive minha fé abalada nessa caminhada. Mais uma vez fui prova de seu amor incondicional, diante da superação de tantos obstáculos!

Agradeço infinitamente ao meu melhor presente: João Gabriel! Meu filho, mesmo dentro do meu ventre, você foi a maior inspiração para que eu concluísse mais esse projeto em minha vida. A partir de agora, aguardo ansiosamente para pôr em prática o projeto “Ser Mãe”! Não pretendo ser a melhor mãe do mundo, mas farei todo o possível para ser a melhor mãe para você! Amo você sublimemente!

Como parte fundamental desse projeto, não posso deixar de mencionar meu marido, melhor amigo e companheiro Igor da Rocha Dias. As palavras se tornam repetitivas e ínfimas diante de tamanha gratidão e reconhecimento por ti. Igor, sem você eu não teria conseguido chegar até aqui! Obrigada por ser meu porto seguro, pai do meu filho, minha família! Amo você infinitamente!

Em especial, deixo meus sinceros agradecimentos à minha mãe Rosângela, que é meu anjo, escolhido por Deus, para me acompanhar na Terra. Aos meus pais e às minhas irmãs, não posso deixar de registrar minha gratidão por estarem sempre ao meu lado, dando apoio incondicional, simplesmente, pelo fato de existirem. Luiz, Rosângela, Michele e Milena, meus pais e minhas irmãs, amo vocês e os levo sempre em meu coração!

Agradeço, também, aos meus sogros, familiares e amigos, que souberam entender minhas ausências em momentos tão importantes e me apoiaram, direta e indiretamente, muitas vezes, sem saber.

À amiga de todas as horas, Sandra Siciliano, que sempre ouviu minhas angústias, me dando força e, principalmente, uma palavra de apoio nos momentos de desespero! Obrigada! Você é a irmã que a vida me deu!

Aos companheiros dessa trajetória, Aline Tafarelo, José Ronaldo Araujo, Rafael Dielle, Suzana Nobre, e tantos outros que fizeram parte desse percurso, deixo o meu “muito obrigada” pelas contribuições e constante ajuda. Vocês foram essenciais nessa etapa!

À grande amiga Fernanda Leite Lopes Beyer: obrigada pelos momentos de estudo, alegria, ajuda, companheirismo e cumplicidade! Formamos uma bela dupla! Tenho enorme admiração e torço muito por você!

Meus agradecimentos ao grupo de pesquisa “Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática- PEAMAT”, pelas inúmeras reflexões e estudos realizados, bem como aos Professores do Curso de Mestrado Acadêmico, em Educação Matemática da PUC-SP, que foram primordiais para meu crescimento profissional: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Lúcia Manrique, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Barbara Bianchini, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Celina Abar, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cileda Coutinho, Prof. Dr. Gabriel Loureiro, Prof. Dr. Gerson Pastre, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria José da Silva, Prof. Dr. Saddo Almouloud e Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sonia Iglori.

Em especial, deixo meus sinceros agradecimentos à Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva, pela confiança depositada e pelas incontáveis orientações, contribuições e críticas, realizadas nesse trabalho, e fundamentais para o meu crescimento profissional e pessoal. Agradeço pela amizade e pela condução dessa pesquisa com tamanha sabedoria. Sou extremamente grata!

Não posso deixar de mencionar os Professores Doutores Gabriel Loureiro de Lima e Alecio Damico, integrantes da Banca Examinadora, que me auxiliaram com importantes aportes, colaborando para a melhoria desse estudo.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos, que permitiu financiamento para o desenvolvimento dessa pesquisa científica.

## RESUMO

Este estudo tem o objetivo de apresentar o mapeamento de dissertações e teses produzidas por universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, em relação ao tema *números fracionários*. Para a constituição de nosso *corpus* de pesquisa foram selecionados 39 trabalhos acadêmicos, produzidos pelas respectivas universidades: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP); Universidade Federal de São Carlos (UFSCar); Universidade Federal do ABC (UFABC); Universidade Estadual de Campinas (Unicamp); Universidade Bandeirante de São Paulo (Anhanguera) e Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Na busca de respostas para a seguinte questão de pesquisa “*Quais as principais contribuições das pesquisas realizadas por universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, no que diz respeito aos números fracionários? Que possíveis lacunas e desafios ainda são apresentados quanto ao tema?*”, dividimos os trabalhos que compõem nosso *corpus* em três categorias distintas de análise: abordagem dos números fracionários em documentos oficiais ou em materiais didáticos; saberes docentes, formação inicial e formação continuada; e ensino e aprendizagem dos números fracionários e de suas operações. Como resultados, apontamos avanços quanto à abordagem dos números fracionários por meio de suas diferentes concepções (*parte-todo*, medida, quociente, operador e razão), em todos os aspectos observados em nosso mapeamento. Concernentes às lacunas e desafios nesse campo de estudo, destacamos a ênfase exagerada à concepção *parte-todo*, ainda que com todas as críticas imbuídas a ela, além da insuficiência de estudos correlatos ao Ensino Médio, ao Ensino Superior, à Educação de Jovens e Adultos e à Educação Inclusiva. Sugerimos que novas pesquisas sanem essas lacunas, a fim de ampliar as contribuições no âmbito da Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Mapeamento. Números fracionários. Materiais didáticos. Saberes docentes. Ensino e aprendizagem.

## ABSTRACT

This study aims to present the mapping of dissertations and theses produced by universities in the state of São Paulo between 2000 and 2016, related to the issue of *fractional numbers*. For the constitution of our *corpus* of research, we have selected 39 academic papers produced by the following universities: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); Paulista State University "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP); Federal University of São Carlos (UFSCar); Federal University of ABC (UFABC); State University of Campinas (Unicamp); Universidade Bandeirante de São Paulo (Anhanguera) and Cruzeiro do Sul University (UNICSUL). In the search for answers to the following research question "*What are the main contributions of researches carried out by universities in the state of São Paulo, between the years 2000 and 2016, regarding the fractional numbers? What possible gaps and challenges are still presented on the subject?*", we split the papers that compose our *corpus* into three distinct categories of analysis: approach of fractional numbers in official documents or in didactic materials; teacher's training, initial training and continuing education; and teaching and learning of fractional numbers and their operations. As a result, we point out advances in the approach of fractional numbers through their different conceptions (part-whole, measure, quotient, operator and ratio), in all aspects observed in our mapping. Concerning the gaps and challenges in this field of study, we stress the exaggerated emphasis on the part-whole conception, albeit with all the criticisms imbued with it, besides the insufficiency of studies related to High School, Higher, Youth, Adult and Inclusive Education. We suggest that new research fill these gaps in order to broaden the contributions in the field of Mathematics Education.

**Keywords:** Mapping. Fractional numbers. Teaching materials. Teacher's knowledge. Teaching and learning.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Significado parte-todo .....	31
Figura 2- Significado medida (probabilidade) .....	32
Figura 3- Significado medida (quantidade intensiva).....	32
Figura 4: Significado quociente .....	33
Figura 5: Significado operador multiplicativo .....	33
Figura 6: Personalidade quociente.....	36
Figura 7: Personalidade fração (relação da parte com o todo).....	37
Figura 8: Representação figural da personalidade fração .....	39
Figura 9: Personalidade operador .....	40
Figura 10: Personalidade razão (“adição de razões” por meio de vetores) .....	41
Figura 11: Personalidade ponto racional.....	43
Figura 12: Conceção parte-todo (representações geométrica e simbólica) .....	45
Figura 13: Conceção parte-todo: tarefa de reconstituição do inteiro .....	46
Figura 14: Exemplo de resposta para tarefa de reconstituição do inteiro.....	47
Figura 15: Conceção de medida: tarefa .....	48
Figura 16: Conceção de quociente: resolução de tarefa de natureza contínua .....	49
Figura 17: Conceção de razão: tarefas do tipo parte-parte .....	50
Figura 18: Conceção de operador: resolução de tarefa de natureza contínua.....	51
Figura 19: Conceção de operador: tarefa (dois operadores fracionários) .....	51
Figura 20: Conceção de operador (comparar estados iniciais e finais).....	52
Figura 21: Conceção de operador: tarefa (porcentagem de uma quantidade) .....	52

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Quantidade de pesquisas produzidas nas instituições .....	57
Quadro 2: Pesquisas que trataram dos números fracionários em documentos .....	60
Quadro 3: Pesquisas que trataram de saberes docentes .....	61
Quadro 4: Pesquisas que trataram do ensino e da aprendizagem.....	63
Quadro 5: Dissertações e Teses .....	111

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2. PROBLEMÁTICA.....</b>	<b>15</b>
2.1 JUSTIFICATIVA.....	15
2.2 QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS.....	21
2.3 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS .....	23
<b>3. PONTOS DE VISTA DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS.....</b>	<b>29</b>
3.1 SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES.....	29
3.2 PERSONALIDADES DOS NÚMEROS RACIONAIS .....	35
3.3 CONCEPÇÕES DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS .....	44
3.4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES .....	53
<b>4. MAPEAMENTO DAS PESQUISAS .....</b>	<b>55</b>
4.1 SELEÇÃO DAS PESQUISAS.....	55
4.2 ORGANIZANDO OS DADOS .....	57
4.3 ANÁLISES POR CATEGORIAS .....	65
4.3.1 CATEGORIA 1- ABORDAGEM DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS EM DOCUMENTOS OFICIAIS OU EM MATERIAIS DIDÁTICOS.....	65
4.3.2 CATEGORIA 2- SABERES DOCENTES, FORMAÇÃO INICIAL E FORMAÇÃO CONTINUADA.....	69
4.3.3 CATEGORIA 3- ENSINO E APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS E DE SUAS OPERAÇÕES .....	78
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>95</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE A- Pesquisas do Mapeamento.....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE B- Pesquisas da Categoria 1 .....</b>	<b>115</b>
<b>APÊNDICE C- Pesquisas da Categoria 2 .....</b>	<b>121</b>
<b>APÊNCIDE D- Pesquisas da Categoria 3 .....</b>	<b>137</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Embora o conceito de *números racionais* seja bastante explorado pela comunidade científica, é notória a necessidade de constantes pesquisas, visto que o mesmo ainda é fonte de dificuldades e incompreensões para alunos e docentes, como comprovado pelo baixo desempenho dos estudantes em avaliações internas e externas, em relação às questões que abordam direta, ou indiretamente, esse objeto matemático.

Corroborando nossas impressões, destacamos os estudos de Valera (2003) que abordou o uso social e escolar (em documentos oficiais e em materiais didáticos) dos números racionais, em suas diferentes representações, destacando, entre outros aspectos, as dificuldades detectadas pela Secretaria Estadual de Educação (SEE) do estado de São Paulo, por meio dos resultados do SARESP<sup>1</sup>. No que diz respeito à resolução das questões que envolviam números racionais (especialmente na prova aplicada para a 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental), observou-se a facilidade de resolução das questões que abordavam números naturais, em detrimento daquelas que abordavam números racionais.

Consoante aos estudos de Valera (2003), em nossa experiência docente, deparamo-nos com situações rotineiras em que os alunos tendem a vislumbrar os números fracionários como dois números naturais separados por um “traço”, seterem a compreensão de um novo conjunto numérico: o conjunto dos números racionais

Por essas inquietudes e observações, optamos por dar continuidade à nossa primeira pesquisa (no curso de Especialização em Educação Matemática), que investigou como os livros didáticos de 4º ano do Ensino Fundamental abordavam os *números fracionários*<sup>2</sup> e como era proposta a mobilização dos registros de representação semiótica (de Raymond Duval), para sua introdução. Decidimos, na época, por tal investigação por cremos que os livros eram (e ainda são) o principal instrumento utilizado por muitos professores em sala de aula, senão, o único, servindo, inclusive, como um material de formação para tais professores.

---

<sup>1</sup> SARESP: Sistema de Avaliação e Rendimento do Estado de São Paulo.

<sup>2</sup> Explicaremos, no capítulo 2, o que entendemos por *números fracionários*.

Dessa forma, com os resultados das análises apresentadas na pesquisa de Santos (2013), concluímos que os números fracionários são abordados por estudiosos, pesquisadores e por materiais didáticos, a partir de diferentes óticas, o que nos apresentou indícios para a necessidade de novas pesquisas, de modo a compreendermos essas perspectivas, correlacionando aspectos comuns e ressaltando divergências.

Evidenciou-se, no trabalho de Santos (2013), que há a predileção, por parte dos materiais didáticos, pela concepção *parte-todo* para a introdução dos números fracionários, embora tal abordagem seja alvo de críticas por pesquisadores do tema, visto que, apesar de auxiliar o sujeito a dar respostas corretas em determinadas situações, em outras, essa concepção se tornará inadequada por favorecer o desenvolvimento de um modelo mental inapropriado, enfatizando a dupla contagem.

No que concerne à mobilização dos registros de representação semiótica, os livros didáticos, analisados pela autora, mostraram-se satisfatórios quanto à articulação de representações em diferentes registros para a introdução dos números fracionários, privilegiando, principalmente, os registros em língua natural, o numérico e o figural. Vale ressaltar, porém, que nem todos os livros didáticos analisados apresentaram o tratamento de representações em cada registro (nem na introdução dos números, nem nos exercícios propostos), apesar de todos eles terem apresentado conversões de representações de registros.

Nesse sentido, percebemos que, apesar de o livro didático estar presente no dia a dia de alunos e de professores, é notória a necessidade de novas pesquisas com o intuito de arraigar o que ainda é insuficiente, inclusive em materiais didáticos.

Diante dessa observação acerca dos livros didáticos, nossa pretensão era realizar uma pesquisa que propusesse a aplicação de uma sequência didática que favorecesse a construção das regras operatórias dos números fracionários (adição, subtração, multiplicação e divisão), por alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. Conforme pesquisávamos o que já havia sido produzido a respeito, percebíamos que muitos eram os estudos e que as “novidades” eram poucas: os resultados, em sua significativa maioria, convergiam para as dificuldades apresentadas por docentes e discentes quanto à utilização da representação numérica para o conjunto dos números racionais.

Na medida em que aprofundávamos nossa revisão na literatura, percebíamos que os estudos acerca do ensino e da aprendizagem dos números fracionários eram densos e estendiam-se por vários países do mundo, o que comprovava a complexidade envolvida nos números racionais. Com relação a esses estudos, Damico (2007, p. 18) destacou que:

Behr, Harel, Post e Lesh (1992) afirmam que entre os pesquisadores e educadores matemáticos existe uma grande concordância de que aprender as noções envolvendo os números racionais continua sendo um sério obstáculo no aprendizado matemático de alunos. Este consenso é manifestado na semelhança das conclusões de investigações recentes sobre a construção da ideia de número racional pelos alunos (Freudenthal, 1983; Ohlsson, 1987, 1988; Bigelow, Davis e Hunting, 1989; Kieren, 1989). Estas constatações nos mostram que os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem dos números racionais são extremamente amplos e devem ser atacados por diversos ângulos; um deles é a formação de professores.

Ainda em relação a essas investigações, ressaltamos a importância do projeto de cooperação internacional entre a Oxford Brookes University, coordenado pela Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Terezinha Nunes, e algumas universidades brasileiras como a PUC-SP e a Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA), que deu origem a várias pesquisas, no Brasil, correlatas ao ensino e à aprendizagem da representação fracionária dos números racionais.

Diante dessa infinidade de estudos, sentimos falta de uma pesquisa que compilasse os resultados oriundos das pesquisas científicas brasileiras, nos últimos anos, a fim de facilitar a compreensão do estado atual desse conhecimento e, sobretudo, de um trabalho que apontasse o que ainda não foi estudado nesse cenário. Decidimos, então, mudar o foco de nossa investigação para a realização desse estudo documental.

Devido ao tempo de execução de nosso mestrado, foram necessários ajustes ao nosso projeto inicial, já que tínhamos a pretensão de mapear os estudos produzidos pelas universidades das cinco regiões brasileiras, o que acabou se tornando inviável. Optamos por restringir nossa busca à região sudeste, o que ainda foi infactível, devido à grande quantidade de material encontrado, em nossa observação superficial.

Em virtude desses entraves, adotamos como objetivo geral de nossa pesquisa, a realização de um mapeamento das dissertações e teses produzidas, entre os anos de 2000 e 2016, pelas seguintes universidades do estado de São

Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (17 trabalhos); Universidade Bandeirante de São Paulo: Anhanguera (13 trabalhos); Universidade Cruzeiro do Sul (1 trabalhos); Universidade Estadual de Campinas (1 trabalho); Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (4 trabalhos); Universidade Federal de São Carlos (1 trabalho) e Universidade Federal do ABC (2 trabalhos).

Mediante os ajustes necessários, delineamos nossa questão de pesquisa: *Quais as principais contribuições das pesquisas realizadas por universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, no que diz respeito aos números fracionários? Que possíveis lacunas e desafios ainda são apresentados quanto ao tema?*

Dessa forma, após o mapeamento, catalogação e análises das pesquisas acadêmicas selecionadas, pretendemos apontar semelhanças, diferenças e contribuições emergentes desses trabalhos, a fim de que nossos resultados possam embasar futuras pesquisas em Educação Matemática, propiciando uma visão mais aprofundada e crítica do que já foi produzido e do que ainda é deficiente nesse campo de estudo. A seguir, apresentaremos uma breve descrição de nossa dissertação.

No capítulo 2 detalharemos a problemática do trabalho, constituída de justificativa; questão de pesquisa e objetivos; além da metodologia e procedimentos utilizados.

Já no capítulo 3 exploraremos os números fracionários (objeto matemático das pesquisas de nosso mapeamento) a partir das perspectivas de pesquisadoras bastante referenciadas no cenário brasileiro: Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA 2007), Onuchic e Allevato (2008) e Silva (2005), a fim de subsidiar nossas análises.

O capítulo 4 será destinado à apresentação do mapeamento das dissertações e teses. Nele constará a coleta de dados, bem como as análises via objetivos específicos, realizadas com base nos fichamentos e resenhas das pesquisas de nosso *corpus de estudo*<sup>3</sup> (presentes nos apêndices), além da apresentação de categorias, oriundas dessas observações.

No último capítulo, faremos nossas considerações finais.

---

<sup>3</sup> Explicaremos, no capítulo 2, o que é *corpus de estudo*, segundo Bardin (1977).

## 2. PROBLEMÁTICA

Este capítulo tem o objetivo de apresentar a justificativa para a escolha do objeto matemático em estudo, além de pressupostos que fundamentaram e permitiram nossa investigação. Exibiremos a delimitação da questão de pesquisa e dos objetivos, além da metodologia e dos procedimentos metodológicos que favoreceram o delineamento e a realização de nossa dissertação.

### 2.1 JUSTIFICATIVA

Diante de recordações de experiências escolares como aluna, um conteúdo, em específico, causava-me certo incômodo, pela maneira como era ensinado pela maioria dos meus professores: os *números racionais em sua representação fracionária*. Não compreendia, naquela época, como era possível considerar um “*número maior que outro*”, para a fração “*dez nonos*” ( $\frac{10}{9}$ ), por exemplo. Questionava-me como era praticável dividir algo em nove partes, de mesma medida, e considerar dez partes oriundas dessa divisão. Essas inquietações foram sendo esquecidas à medida que outros conteúdos iam sendo apresentados.

Durante minha formação acadêmica no Curso Normal (como professora de Educação Infantil à antiga 4ª série) e na licenciatura, em Matemática, esse incômodo voltou à tona e comecei a perceber como os processos de ensino e de aprendizagem desses números necessitavam de questionamentos e pesquisas.

Essas percepções foram primordiais para minha decisão de arraigar os estudos acerca do ensino e da aprendizagem de Matemática, do papel de professores e de alunos, além do estudo dos elementos que cercam esse processo. Foi a partir daí que decidi ingressar na Educação Matemática, cursando a Especialização, na PUC-SP, em 2012, quando iniciei minha trajetória de pesquisadora, com as orientações dos professores do curso e, em especial, da Profª Drª Maria José Ferreira da Silva, que acompanhou diretamente esse processo.

Sendo assim, para embasar nossa primeira pesquisa, utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval e, basicamente, os estudos e contribuições de Silva (1997) e Silva (2005), que tratam das concepções dos números fracionários, conforme a categorização de Behr e outros (1983 apud

SILVA, 1997). Diante das observações dessa pesquisa, ficou evidente que ainda há a predileção pela introdução desses números por meio da concepção *parte-todo*, embora alguns trabalhos apontem questionamentos e críticas quanto a essa concepção. Segundo Vergnaud (1983 apud SILVA, 2005, p. 29) um modelo mais poderoso para iniciar a abordagem dos números fracionários seria o de *medida*, já que realiza uma *comparação com a unidade*, em detrimento à consideração de *partes de um inteiro*, como ocorre com o modelo *parte-todo*.

Ao analisarmos alguns comportamentos de alunos de 6º e 7º anos, por meio de nossa prática docente, observamos que as dificuldades, que antes eram referentes às concepções<sup>4</sup> dos números fracionários, agora, eram estendidas às operações, especialmente, pelo fato de os alunos esperarem uma “receita” para realizá-las, e não perceberem que tais operações são facilitadas quando há a utilização de frações equivalentes.

Corroborando tal observação, nos deparamos, em nossa revisão de literatura, com estudos que apresentam opiniões divergentes de estudiosos do tema, inclusive quanto à proposta de exclusão desse conceito matemático, do currículo escolar, conforme aponta Valera (2003), em sua pesquisa acerca do uso social e escolar dos números racionais, destacando a dicotomia entre suas utilizações.

Arraigando tais discussões, Valera (2003) utiliza as contribuições de D'Ambrosio, apresentadas na Revista Nova Escola, quando o pesquisador discursa acerca do ensino de frações e de suas operações:

D'Ambrosio fala da ênfase excessiva dada aos algoritmos e às técnicas das operações, e cita, por exemplo, a importância do estudo de frações. Ressalta, porém, que em alguns anos isso estará fora dos sistemas escolares. Chega mesmo a afirmar que se deve abolir o ensino das operações com frações nas escolas: “Um exemplo chocante de um troço sem serventia alguma: operações com frações. Leva-se tempo enorme no ensino do mínimo múltiplo comum... Quando se precisou somar  $\frac{3}{5}$  com  $\frac{7}{8}$ ? Só pode ter sido na escola<sup>5</sup>.” (Ibid, p.93 apud VALERA (2003), p. 59).

Com relação ao ensino do mínimo múltiplo comum, concordamos com D'Ambrosio quanto ao excessivo tempo investido no ensino dessa técnica, em detrimento ao trabalho com frações equivalentes. Discordamos, porém, que o ensino das operações com números fracionários deva ser banido do ambiente escolar,

<sup>4</sup> Referimo-nos às concepções defendidas por Silva (2005), que serão explicadas no capítulo 3 deste trabalho.

<sup>5</sup> D'AMBROSIO. Revista Nova Escola (1993), n. 68, p. 93.

baseando-nos nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), quando destacam que:

Ao abordar os racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem muito mais na forma decimal do que na forma fracionária. Embora o contato com a forma fracionária seja bem menos frequente nas situações do cotidiano seu estudo se justifica entre outras razões por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculos algébricos). Também nas situações que envolvem cálculos com dízimas periódicas, a forma fracionária favorece a obtenção dos resultados com maior precisão, uma vez que na forma decimal é preciso fazer aproximações. (BRASIL, 1998, p. 103).

Ainda no que concerne ao ensino de equivalência de frações, ressaltamos que:

O conceito de equivalência assim como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números. (BRASIL, 1998, p. 103).

Quanto ao estudo escolar dos números fracionários, recorreremos às orientações dos PCN (BRASIL, 1998) quando apontam a necessidade de rupturas do conjunto dos números naturais, que, em algum momento, devem apresentar-se insuficientes para atender às atividades propostas aos alunos, em sala de aula.

Ainda no que concerne aos números naturais, SILVA (1997) assinala que o conhecimento dos números naturais é um obstáculo para o aluno:

O conhecimento dos números naturais constitui em si mesmo um obstáculo ao aprendizado dos números fracionários. A maioria das crianças passa pelo mesmo processo dos matemáticos da história, pois também para ela só os números naturais têm o status de número. Como todo o seu conhecimento numérico está relacionado ao conjunto dos naturais, as crianças ao iniciarem o trabalho com frações tentam aplicar os conhecimentos que já possuem, tratando as frações como dois números naturais, que estão escritos um em cima do outro. (Ibid, p. 29).

Diante do exposto, defendemos o ensino dos números fracionários, e de suas operações, no ambiente escolar. Além disso, segundo os PCN, é importante deixar claro que, embora a representação decimal para os números racionais esteja mais presente no dia a dia do aluno, a representação fracionária assume diversas interpretações, dependendo da situação em que está inserida, sendo fundamental, portanto, o estudo articulado dessas interpretações, de modo que o aluno consiga consolidá-las e utilizá-las, da melhor maneira possível, diante de distintos problemas.

Dessa forma, perante as incompreensões, de alunos e de professores, quanto às regras operatórias com números fracionários, justificávamos a realização de uma pesquisa que propusesse uma sequência didática, para o 6º ano do Ensino Fundamental, de modo a favorecer a construção dessas regras, pelos próprios estudantes, inclusive, na tentativa de facilitar o entendimento de seus algoritmos.

Todavia, conforme pesquisávamos na literatura, encontrávamos várias pesquisas com cunho semelhante às nossas inquietações e objetivos de investigação, apontando resultados já previstos.

Por conseguinte, diante desse primeiro contato com essas pesquisas, constatávamos o quanto os números racionais eram estudados, em seus diversos enfoques, e a partir de perspectivas e abordagens distintas. Tal fato nos impulsionou a reformular nossa investigação, pois nesse momento, tínhamos a certeza de que conhecíamos apenas uma parte desse campo de estudo. Assim, seria necessária uma compilação do que havia sido produzido, em determinado período, para que aprofundássemos nosso conhecimento acerca dos números fracionários. Delineamos, então, nossa investigação em torno de uma pesquisa bibliográfica, que nos fornecesse essa visão mais crítica desse cenário acadêmico.

Contudo, em virtude das diferentes interpretações atribuídas à representação fracionária dos números racionais (inclusive pelas diferentes nomenclaturas que recebe), pautamos nossa escolha pelo termo *números fracionários*, recorrendo a Silva (2005) quando apresenta que, segundo Hernstein (1970, p. 122-123):

**O Corpo de Frações de um Anel de Integridade:** Recordemos que todo anel de integridade é um anel comutativo  $D$  com a propriedade adicional de não possuir divisores de zero, isto é, se  $ab=0$  para certos  $a, b \in R$ , então pelo menos  $a$  ou  $b$  é necessariamente zero. O anel dos inteiros é, evidentemente, um exemplo padrão de um anel de integridade. O anel dos inteiros possui a característica atraente de que podemos estendê-lo para o conjunto dos racionais, que é um corpo. Podemos efetuar uma construção semelhante para anel de integridade?

Respondendo tal indagação, Hernstein (1970) utilizou a demonstração do seguinte teorema:

*Todo anel de integridade pode ser imerso num corpo. Demonstração.* Antes de proceder formalmente com os detalhes da demonstração, tomemos um ponto de vista informal do problema. Seja  $D$  nosso anel de integridade; em termos não rigorosos, o corpo que procuramos deve ser constituído de todas as frações  $\frac{a}{b}$  onde  $a, b \in D$  e  $b \neq 0$ . Evidentemente, em  $D$ ,  $\frac{a}{b}$  pode muito bem não ter sentido. O que devemos exigir destes símbolos  $\frac{a}{b}$ ? Evidentemente, precisamos ter uma resposta às três perguntas seguintes:

(1) Quando é  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ? (2) O que é  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ? (3) O que é  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ ? Para responder (1), nada mais natural do que afirmar que  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  se, e somente se,  $a \cdot d = b \cdot c$ . Quanto a (2) e (3), por que não deixar óbvio, isto é, definir  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$  e  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ ? De fato, no que se segue faremos destas considerações nosso guia. Portanto, deixemos de heurística e entremos no domínio da matemática, com definições precisas e deduções rigorosas. (Ibid, p. 124).

Em continuidade, se  $F$  é um corpo de frações e  $D$  é um anel de integridade, Hernstein (1970, p. 125) conclui que “ $F$  é usualmente denominado o corpo de frações de  $D$ . No caso particular em que  $D$  é o anel dos inteiros, o  $F$  assim construído é, evidentemente, o corpo dos números racionais”.

Considerando a demonstração apresentada por Hernstein (1970), se todo corpo é um anel de integridade, então os conjuntos numéricos  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{C}$  são corpos e, por isso, também podemos construir o corpo das frações desses anéis, o que nos permite afirmar que podemos relacionar frações aos números *racionais*, aos *reais* e aos *complexos*, como é o caso, da  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , por exemplo. Esse tipo de fração (não racional) esbarra na crença de muitos professores que afirmam, categoricamente, que o conjunto dos racionais é o conjunto das frações, o que é equivocado.

Dessa maneira, optamos por não utilizar o termo *fração* para denominarmos nosso objeto de estudo, embora muitos pesquisadores utilizem esse termo. Em consequência dos percalços em relação a esses números, concordamos com Silva (2005, p. 55) quando destaca que:

Assim, no intuito de distinguir o objeto de suas representações e, de adotar um termo que não deixe dúvidas e que seja, suficientemente, abrangente, utilizaremos o termo número fracionário para indicar aquele que pode ser representado por uma classe de frações,  $\frac{a}{b}$ , com  $b \neq 0$  e  $a$  e  $b$  pertencentes a um anel de integridade. Como, neste trabalho, estamos interessados no Ensino Fundamental,  $a$  e  $b$  podem ser números reais ou polinômios.

Por meio dessa breve explanação, enfatizamos que em nosso trabalho, utilizaremos o termo *números fracionários*, conforme Silva (2005).

Diante da complexidade e multiplicidade de entendimentos circundando a representação fracionária dos números racionais, iniciamos nossas indagações sobre o que já foi produzido no cenário brasileiro, acerca desses números, que contribuições emergiram desses trabalhos e o que ainda não foi estudado nesse campo de pesquisa.

Em nosso estudo, de caráter bibliográfico, tínhamos a pretensão inicial de selecionar pesquisas produzidas nas cinco regiões brasileiras, o que não foi possível devido à quantidade de trabalhos e ao tempo necessário para o desenvolvimento e conclusão de nossa dissertação. Optamos, então, por realizar um levantamento das pesquisas realizadas por algumas universidades do estado de São Paulo, em um período específico, especialmente pela quantidade significativa de trabalhos e impossibilidade de abarcar todos eles.

Sendo assim, devido ao limite de tempo para a conclusão de nosso curso, escolhemos o ano 2000, quando iniciamos nosso contato com a docência (no curso normal de formação de professores), estendendo ao ano que começamos nossa dissertação, em 2016.

Justificamos nossa escolha pelas universidades já mencionadas nesse trabalho, a partir das considerações expostas no seminário apresentado no dia 03 de outubro de 2016, pelo Prof. Dr. Dario Fiorentini, ao Programa de Pós-Graduação da PUC-SP, em que o pesquisador evidenciou a superior quantidade de pesquisas acadêmicas produzidas pelas universidades do estado de São Paulo, em detrimento às outras regiões brasileiras. Tal fato pode ser comprovado pelos resultados obtidos no projeto “*Mapeamento e estado da arte da pesquisa Brasileira sobre o professor que ensina matemática*”, desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (GEPFPM), com sede na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/ Unicamp).

E, ainda que tenhamos um objeto de estudo diferente daquele investigado por esse projeto, acreditamos que o estado de São Paulo também abarque grande parte das pesquisas acadêmicas que tratam dos números fracionários, pela observação que fizemos a partir de nossa fase de coleta de dados.

Reiteramos que a seleção pelo período especificado não desmerece, de forma alguma, a contribuição dos trabalhos realizados nos anos anteriores a 2000. Apenas precisávamos delimitar um período que permitisse a realização de nosso estudo.

Além dessas escolhas, optamos, também, pela exclusão das pesquisas que se relacionavam ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), proposto pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), por

entendermos que não espelham adequadamente as pesquisas da Educação Matemática, refutando, inclusive, aspectos formais de uma pesquisa acadêmica.

Fundamentando nossa opção pela exclusão dessas pesquisas, destacamos as colaborações de Fiorentini et al (2016), no que diz respeito às pesquisas realizadas pelo programa, diante do projeto “*Mapeamento e estado da arte da pesquisa Brasileira sobre o professor que ensina matemática*”:

As razões dessa exclusão são as seguintes: (1ª) por tratar-se de um programa que pertence a uma Área da CAPES (Matemática/ Probabilidade e Estatística) que não estabelece interlocução ou vínculo com o ensino e a educação; (2ª) por priorizar apenas a formação matemática formal do professor, excluindo uma formação especializada, didático-pedagógica e curricular relativa ao ensino da matemática na educação básica; (3ª) por não exigir, como trabalho final, uma dissertação de mestrado baseada em um trabalho de investigação. (Ibid, p. 18).

Consideramos, portanto, que nossas inquietudes em torno desses números são pertinentes para o nosso crescimento profissional e, pela exigência de rigor ao ensiná-los e investigá-los, é justificável a continuidade de pesquisas científicas que tratem do tema, inclusive, com a necessidade de uma catalogação desses trabalhos a fim de observarmos se, de fato, há um avanço, nas questões investigadas por esses estudos, no que concerne aos números fracionários, nesse universo acadêmico.

## 2.2 QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS

Perante a pluralidade encontrada em nosso contato inicial com a literatura, detectamos uma quantidade imensa de artigos, monografias, dissertações e teses que tratam de números fracionários. Em nossa *leitura flutuante*<sup>6</sup>, sentimos a necessidade de aprofundarmos nosso estudo, a fim de conhecermos o que ainda não sabíamos acerca do tema.

Nesse intuito, procuramos uma *pesquisa bibliográfica* que pudesse facilitar nosso entendimento, no período pretendido. Não obtivemos sucesso.

Tal motivo (além de outros) nos impulsionou a produzir esse trabalho com a finalidade de contribuir com interessados e pesquisadores da área, de modo a facilitar a compreensão e o conhecimento quanto ao objeto matemático,

---

<sup>6</sup> Explicaremos, no subtítulo *metodologia e procedimentos*, do que trata a leitura flutuante.

apresentando de maneira sistêmica e catalogada, as obras selecionadas em nosso mapeamento.

Realizando os estudos preliminares essenciais às nossas análises, delineamos nossa questão de investigação: ***“Quais as principais contribuições das pesquisas realizadas no estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, no que diz respeito aos números fracionários? Que possíveis lacunas ainda são apresentadas?”***

Nossa dissertação, portanto, tem o objetivo geral de realizar um mapeamento das dissertações e teses produzidas por sete universidades do estado de São Paulo, entre o período de 2000 e 2016, de modo a categorizá-las, facilitando, assim, o acesso a tais obras e possibilitando o aprofundamento dos entendimentos, as tendências quanto a esse objeto matemático e, principalmente, possíveis desafios que ainda cerquem o ensino e a aprendizagem dos números fracionários.

Para nortear nossa investigação, destacamos objetivos específicos, que embasaram os fichamentos e as resenhas das pesquisas de nosso *corpus* de estudo, a fim de fomentar nossa averiguação e facilitar as posteriores análises. São eles:

- *Identificar os objetivos das pesquisas selecionadas;*
- *Explicitar as teorias ou referenciais teóricos mais utilizados;*
- *Evidenciar as metodologias e procedimentos mais utilizados;*
- *Identificar os sujeitos das pesquisas;*
- *Assinalar quais linhas de concepções<sup>7</sup> de números fracionários são utilizadas nessas pesquisas;*
- *Evidenciar os resultados apresentados nas pesquisas;*

As concepções auxiliam na construção de significados para as representações fracionárias na constituição de um registro de representação semiótica, a partir do estudo dos números racionais. Tal fato justifica nosso anseio pela análise das concepções utilizadas na abordagem desses números.

---

<sup>7</sup> O termo concepção será utilizado em nossa pesquisa segundo a definição de Artigue (1990 apud ALMOULOU, 2007), como “um ponto de vista local sobre um dado objeto”, auxiliando os estudos da didática da matemática, conforme descreve Almouloud (Ibid, p. 154).

Cabe ressaltar que nosso estudo não pretende avaliar a qualidade dos trabalhos selecionados nem, muito menos, expor juízo de caráter favorável ou desfavorável. Visamos, principalmente, apontar as perspectivas e desafios futuros para as pesquisas que dizem respeito aos números fracionários.

Apresentada a questão norteadora de nossa pesquisa, bem como o objetivo geral e os objetivos específicos, a seguir detalharemos a metodologia utilizada e os procedimentos metodológicos que subsidiaram nosso estudo.

## 2.3 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

Quanto à metodologia de nossa pesquisa, ressaltamos a definição de Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 70 e 71), a respeito das pesquisas de caráter bibliográfico:

A pesquisa (histórico-) bibliográfica ou de revisão é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. Essa modalidade de estudo compreende tanto os estudos tipicamente teóricos ou estudos analítico- descritivos de documentos ou produções culturais, quanto os do tipo “pesquisa do estado da arte”, sobretudo quando “procura inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento”.

Buscando respaldos para nossa justificativa, em relação à nossa escolha metodológica, destacamos Romanowski e Ens (2006, p. 39) quando enfatizam a importância desse tipo de pesquisa:

Os objetivos favorecem compreender como se dá a produção do conhecimento em uma determinada área de conhecimento em teses de doutorado, dissertações de mestrado, artigos de periódicos e publicações. Essas análises possibilitam examinar as ênfases e temas abordados nas pesquisas; os referenciais teóricos que subsidiaram as investigações; a relação entre o pesquisador e a prática pedagógica; as sugestões e proposições apresentadas pelos pesquisadores; as contribuições da pesquisa para mudança e inovações da prática pedagógica; a contribuição dos professores/pesquisadores na definição de tendências.

Desse modo, sabemos que por ser um trabalho categorizado como um estudo histórico-bibliográfico, nossa pesquisa encontra-se no patamar de “inacabada”, visto que a cada ano novas pesquisas são produzidas em todo o país o que, inclusive, fez com que criemos critérios para selecionarmos nosso *corpus* de estudo, tendo a convicção de que até a publicação de nossa dissertação, outros

trabalhos científicos agregarão à área do conhecimento estudado e que, por isso, necessitarão de novas análises nesse marco histórico.

Em virtude dos vários tipos de pesquisas histórico-bibliográficas, elegemos a pesquisa do tipo *mapeamento*, devido ao seu fundamento conceitual satisfazer nossos objetivos.

Destacamos as contribuições de Fiorentini et al (2016), quando ressaltam seu entendimento pela pesquisa do tipo *mapeamento*, diferenciando-a de outras metodologias e apresentando suas características peculiares:

Em síntese, entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos. (Ibid, p. 18).

Ainda que a pesquisa do tipo *mapeamento* não esteja focada na apresentação de análises quanto aos resultados dos trabalhos, consideramos que essas análises são fundamentais na busca de respostas para nossa questão de pesquisa. Buscamos, então, organizar, de maneira sistemática, as etapas que foram primordiais para a realização do nosso mapeamento.

Para organizarmos tais etapas, optamos pela utilização de pressupostos da *análise de conteúdos*, proposta por Bardin (1977), por entendermos que elucidam nosso intuito. Uma análise de conteúdos é:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/ recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens. (Ibid, p. 42)

Entendendo que as pesquisas acadêmicas a serem selecionadas apresentam uma comunicação no campo da Educação Matemática, utilizaremos as seguintes fases constitutivas da análise de conteúdos: a pré-análise; a exploração do material; e o tratamento dos resultados.

A fase de pré-análise é a da organização dos dados e é composta por três diretrizes, que não necessitam seguir uma ordem cronológica, mas estão intimamente relacionadas entre si: a escolha dos documentos que serão analisados (fase de coleta de dados); a formulação de hipóteses e objetivos (conforme

explicitamos no subtítulo “questão de pesquisa e objetivos”); e a elaboração de indicadores que fundamentarão a interpretação final (que, em nosso caso, será realizada por meio das categorias de análises, oriundas dos fichamentos e das resenhas das pesquisas que comporão nosso *corpus* de estudo).

É na fase de pré-análise que ocorre a *leitura flutuante*, ou seja, primeira atividade a ser realizada, que põe o leitor em contato com os documentos a serem analisados, conduzido por impressões e ideias acerca do assunto. Segundo Bardin (1977, p. 96), “*pouco a pouco, a leitura vai-se tornando mais precisa, em função de hipóteses emergentes, da projeção de teorias adaptadas sobre o material e da possível aplicação de técnicas utilizadas sobre materiais análogos*”.

Conforme descrevemos anteriormente, nesse trabalho, pretendíamos analisar as pesquisas das cinco regiões brasileiras, que foi restringida, posteriormente, à região sudeste, por meio da nossa leitura flutuante.

Ao passo que realizávamos a leitura flutuante das pesquisas, realizadas na região sudeste, percebíamos que ainda havia uma infinidade de produções acadêmicas como monografias, teses, dissertações, artigos, periódicos, revistas, entre outras, que tratavam do tema números fracionários. Tal fato nos impulsionou a restringir, ainda mais, nossa busca, de modo a compor um *corpus* de estudo, para tornar nossa pesquisa factível.

Bardin (1977, p. 96) destaca que “o corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos. A sua constituição implica, muitas vezes, escolhas, seleções e regras”. Entre essas regras, destacamos a da *homogeneidade*, por entendermos que espelha a seleção das pesquisas de nosso *corpus*.

De acordo com a regra da homogeneidade, “os documentos retidos devem ser homogêneos, quer dizer, devem obedecer a critérios de escolha e não apresentar demasiada singularidade fora desses critérios de escolha” (BARDIN, 1997, p. 98).

A partir daí, justificamos nossa busca por dissertações e teses por entendermos que esse tipo de produção científica obedece (ou deveria) a pressupostos teóricos e metodológicos mais rigorosos, necessários a uma investigação. Corroboramos nossa escolha nas considerações de Fiorentini et al

(2016), apresentadas no projeto “*Mapeamento e estado da arte da pesquisa Brasileira sobre o professor que ensina matemática*”, em relação às dissertações e teses:

A exclusão, neste momento, de outros tipos de relatos de pesquisa que têm o professor que ensina Matemática como foco de estudo, deve-se, primeiramente, à necessidade de revisão sistemática da produção de conhecimento em dissertações e teses. As teses e dissertações fazem parte da *literatura cinzenta* porque não são “controladas por editores científicos ou comerciais”, conforme definição da Quarta Conferência Internacional sobre Literatura Cinzenta (GL’99) realizada em Washington, DC, em 1999, e da qual nem sempre resultam subprodutos em forma de artigos publicados em periódicos científicos ou de livros e capítulos de livros. (Ibid, p. 19)

Diante do exposto, ressaltamos que não menosprezamos a importância de artigos, periódicos, monografias, entre outros trabalhos, para a área da Educação Matemática. Apenas precisávamos justificar um dos nossos critérios de seleção.

Outro critério adotado foi o de priorizar os trabalhos produzidos por sete universidades do estado de São Paulo (visto que eram muitas as instituições de Ensino Superior na região sudeste e que o estado mencionado foi o que mais produziu pesquisas, conforme já destacamos na justificativa desse trabalho), que oferecessem cursos de pós-graduação voltados para a Educação Matemática, ou ainda, programas que se relacionassem às preocupações com a aprendizagem da Matemática ou com elementos que venham a interferir nela.

Sendo assim, para termos acesso às pesquisas acadêmicas e iniciarmos nosso mapeamento, utilizaremos o portal eletrônico da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o site de busca “Google Acadêmico”, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), além de repositórios e bibliotecas virtuais das próprias instituições de interesse.

Com relação às palavras-chave, destacaremos algumas que favorecerão nossas buscas: *frações, números fracionários, números racionais e operações com frações*. Utilizaremos, também, filtros de busca para facilitar nossa seleção, como por exemplo, o de ano (restringindo ao período especificado) e o de área de concentração, como *ensino, matemática, educação*, entre outros.

Realizados esses ajustes, ressaltamos que, com as respostas oriundas das buscas, conseguiremos selecionar os trabalhos que trataram dos números fracionários em seus diversos aspectos: conceito de números fracionários; operações com tais números; saberes docentes e discentes (em relação a esses

números); estudo desses números em documentos oficiais; e abordagem dos números fracionários em materiais didáticos.

É importante enfatizar que após a inclusão dos descritores (palavras-chave), nos acessos virtuais, realizaremos a leitura dos resumos e das introduções das pesquisas, de modo a constituir nosso *corpus* de estudo, de acordo com os títulos selecionados, para a posterior realização dos fichamentos e de breves resenhas, a fim de explorar o material.

E, embora algumas pesquisas sejam destacadas nessas buscas, descartaremos algumas pelos seguintes motivos: por tratarem dos números racionais na representação decimal; por abordarem os números fracionários, de maneira indireta, ou seja, sem que esses números fossem o objeto principal da investigação; ou ainda, por abordarem aspectos da Matemática Pura e Aplicada, como, por exemplo, as pesquisas do Profmat, conforme já citamos nesse trabalho.

Ainda que a modalidade de pesquisa do tipo *mapeamento* evidencie aspectos físicos, apresentados, em sua maioria, nos resumos dos trabalhos, acreditamos que tais resumos podem se tornar parciais, a partir do momento em que é preciso respeitar uma norma, limitando-se a um número máximo de palavras, o que pode restringir a totalidade de informações, obtidas com base dos estudos.

Se comprovarmos nossa suspeita, diante da realização dos fichamentos das pesquisas que compõem nosso *corpus* de estudo, e nos depararmos com resumos que, de fato, não contemplem todas as informações, optaremos pela leitura dos relatórios das dissertações e teses, focalizando em nossos objetivos específicos, explicitados no início do capítulo 2 de nossa pesquisa.

Com relação aos fichamentos dos trabalhos, evidenciaremos seus aspectos constitutivos: *título do trabalho; instituição; nome do autor; orientador; titulação; ano da defesa; sujeitos da pesquisa; metodologia utilizada; quadro teórico; referenciais teóricos; e concepções de números fracionários.*

Além do fichamento, redigiremos breves resenhas a fim de evidenciarmos os objetivos de cada pesquisa, bem como a questão norteadora e os resultados oriundos de cada estudo, o que complementarará nossas análises, a fim de atingirmos o objetivo geral de nossa dissertação.

Como pretendemos assinalar quais linhas de concepções dos números fracionários são abordadas nas pesquisas que compõem nosso mapeamento, no que segue, explicaremos os diferentes pontos de vista dos números fracionários, de acordo com os entendimentos de Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA, 2007), Onuchic e Allevato (2008) e Silva (2005).

### 3. PONTOS DE VISTA DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Apresentaremos neste capítulo, os números fracionários por meio de diferentes “categorizações” (que denominados por *concepções*, conforme expusemos no capítulo 2) segundo os pontos de vista<sup>8</sup> de importantes pesquisadoras, referenciadas na literatura brasileira: Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA, 2007), Onuchic e Allevato (2008) e Silva (2005).

#### 3.1 SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES

Sabemos que os números racionais podem ser expressos tanto na representação decimal, quanto na fracionária. Conforme explicitamos, muitas são as visões de pesquisadores do tema, quanto à utilização da representação fracionária desses números, dependendo do “sentido” que eles assumem.

Aliás, anterior à discussão das diferentes óticas atreladas a esses números, destaca-se a tentativa complexa de pesquisadores do tema, em definir *fração*, *número fracionário* e *número racional*, a fim de diferenciá-los.

Um exemplo disso refere-se às considerações de Nunes e Bryant (1997):

Esses estudos servem como uma advertência dos perigos que existem por trás da complexidade e da diversidade dos conceitos envolvidos em frações e números racionais. (Usaremos a expressão “números racionais” de uma forma mais geral e frações quando nos referirmos a problemas parte-todo) (Ibid, p. 193).

No entanto, veremos ao longo deste capítulo, que Nunes atrela a expressão *fração* a outros significados, como *quociente* e *medida*, por exemplo, não utilizando o termo exclusivamente para problemas parte-todo.

Arraigando esses estudos, Nunes e Bryant (1997) também enfatizam as dificuldades quanto ao ensino das frações:

Com as frações, as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que

---

<sup>8</sup> A expressão *pontos de vista* foi empregada segundo as contribuições de Almouloud (2007, p. 81): “A expressão ‘pontos de vista’ deve ser entendida como uma maneira de definir ou caracterizar um objeto matemático e/ou suas propriedades. Pontos de vista diferentes, para um objeto matemático, são maneiras diferentes de olhá-lo, de fazê-lo funcionar e, eventualmente, de defini-lo.”

é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (Ibid, p.191).

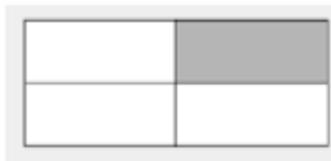
Ainda em 1997, Nunes (1997, p. 212 apud SILVA, 2007, p. 81) criticou a ênfase exagerada atribuída ao ensino de frações pelo significado *parte-todo*, o que prejudica a compreensão, para o aluno, de que o conjunto dos números racionais é a extensão do conjunto dos números naturais. Segunda a autora, para que o aluno tenha a compreensão desse novo conjunto numérico, é necessário que vivencie situações nas quais a ideia da divisão seja ampliada.

Anos mais tarde, dando continuidade a seus estudos sobre frações, com base nos aportes de Kieren (1988 apud SILVA, 2007) e na Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1983 apud SILVA, 2007), a pesquisadora afirma que *“uma aprendizagem do conceito de fração poderá ser obtida com maior êxito quando esse conceito é trabalhado a partir de cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo”* (NUNES, 2003 apud CAMPOS et al, 2006, p. 127). A seguir, apresentaremos essa classificação, conforme a autora.

O **significado fração como relação parte-todo**, é destacado por Nunes (2003 apud SILVA, 2007) como a ideia de partição de um todo em  $n$  “partes iguais” (termo utilizado pela autora). Ou seja, cada parte do inteiro pode ser representada por  $\frac{1}{n}$ . Nesse significado, para se atingir uma representação correta da fração, basta o sujeito realizar uma dupla contagem, considerando o total de partes em que o todo foi dividido e quantas “partes iguais” estão sendo consideradas, desse total.

Assim, se uma figura foi dividida em 6 “partes iguais” e quatro dessas partes foram pintadas, acima do “traço” escreve-se o número de partes pintadas e, abaixo dele, o número total de partes da figura. Não há ênfase na nomenclatura *numerador* e *denominador*, por parte da autora, e nem o que considera como “igualdade das partes”.

Um exemplo dado por Nunes (2005, p. 10 apud SILVA, 2007) para ilustrar esse significado foi: *“Por exemplo - um todo cortado em 4 partes [iguais], toma-se uma parte:  $\frac{1}{4}$ . 1 e 4 representam partes”*, conforme mostra a **Figura 1**:

**Figura 1: Significado parte-todo**

Fonte: NUNES, 2005, p. 10 apud SILVA, 2007, p. 82

Ainda no que diz respeito ao significado parte-todo, a autora salienta que sua utilização, para o ensino de frações no Brasil, favorece a compreensão equivocada do aluno, já que o induz a acreditar que o entendimento de frações se dá, exclusivamente, pela percepção em analisar o número de partes pintadas sobre o número total de partes em que o inteiro foi repartido, ou ainda, pela percepção em analisar a equivalência e a ordem, em detrimento das relações lógicas existentes na abordagem com frações.

Outro significado que a fração assume, segundo Nunes (2003 apud SILVA, 2007), é o **significado medida**, que é atrelado às situações em que as medidas envolvem frações, relacionando-se às quantidades intensivas<sup>9</sup>, ou seja, cada quantidade é medida por meio da relação entre duas variáveis. Por exemplo, em situações que envolvem o cálculo de probabilidade, além das situações de medições, em si. A autora destaca que a probabilidade de um evento é medida pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o de casos possíveis, variando, entre 0 e 1, e expressa por números fracionários.

Para elucidar esse significado, a autora apresenta o seguinte exemplo: *“Uma relação: o valor do todo não influencia a quantidade intensiva - Uma quantidade intensiva (a probabilidade de retirar uma bolinha branca é  $\frac{1}{4}$ ).”* (NUNES, 2005, p. 13 apud SILVA, 2007, p. 84), conforme ilustrado na **Figura 2**:

<sup>9</sup> Em estudos anteriores, Nunes atrelava o significado medida às quantidades extensiva (medida de quantidade de mesma natureza) e intensiva (medida de quantidade de naturezas distintas). Porém, em estudos mais recentes, como o de 2005, a autora relaciona o significado medida à quantidade intensiva, conforme destaca Silva (2007, p. 83).

**Figura 2- Significado medida (probabilidade)**



Fonte: NUNES, 2005, p. 13 apud SILVA, 2007, p. 84

Já a **Figura 3** refere-se ao segundo exemplo proposto pela autora: “*Uma quantidade intensiva ( $\frac{1}{4}$  polpa,  $\frac{3}{4}$  água).*” (NUNES, 2005, p. 13 apud SILVA, 2007, p. 84):

**Figura 3- Significado medida (quantidade intensiva)**



Fonte: NUNES, 2005, p. 13 apud SILVA, 2007, p. 84

Outra classificação para as frações, segundo a autora, diz respeito ao **significado quociente**, que expressa a ideia de uma divisão e seu resultado. Nesse significado, a fração representa o quociente (divisão) entre duas variáveis.

A autora enfatiza que esse significado relaciona-se à ideia de uma pizza que será repartida igualmente para cinco crianças. Para representar a quantidade recebida por cada uma das crianças, o numerador corresponde a uma variável, nesse caso, *pizza*, e o denominador à outra variável, no caso, *crianças*. Sendo assim, a fração  $\frac{1}{5}$  representaria a divisão de 1 pizza para 5 crianças, ou seja,  $1 \div 5$ .

Exemplificando o significado quociente, Nunes (2005, p.11 apud SILVA, 2007, p. 83) destaca: “*Uma torta repartida entre 4 crianças: 1 dividido por 4 é  $\frac{1}{4}$ . 1*

representa o número de tortas e 4 representa o número de meninas;  $\frac{1}{4}$  é a quantidade que cada menina recebe”, conforme vemos na **Figura 4**:

**Figura 4: Significado quociente**

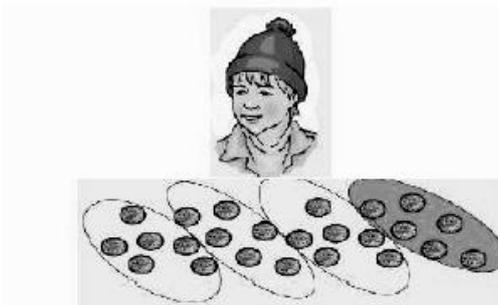


Fonte: NUNES, 2005, p. 11 apud SILVA, 2007, p. 83

Outro significado a ser explicitado é o **significado operador multiplicativo**, em que a fração pode ser vista como o valor escalar a ser aplicado a uma quantidade. A pesquisadora evidencia que da mesma maneira que podemos dizer 2 balas para o caso dos números inteiros, poderíamos, dizer, também,  $\frac{3}{4}$  de um conjunto de balas.

Reiterando, apresentamos o exemplo exposto pela autora, ilustrado na **Figura 5**: “Situações em que os números são operadores ( $\frac{1}{4}$  de 24 ): dividir 24 em grupos de 4, tomar 1 grupo. João perdeu  $\frac{1}{4}$  de suas bolinhas de gude.” (NUNES, 2005, apud SILVA, 2007, p. 85).

**Figura 5: Significado operador multiplicativo**



Fonte: NUNES, 2005, p. 13 apud SILVA, 2007, p. 85

O último significado a ser apresentado é o **significado fração como número**, que se refere às frações que não estão atreladas a quantidades específicas. Nunes (2003) destaca como exemplo desse significado, o seguinte exercício: “represente o número  $\frac{1}{2}$  na forma decimal” (Ibid, apud CAMPOS et al, 2006, p. 128).

Diante de todos os significados propostos por Nunes, o significado *fração como número* é, sem dúvida, o mais questionável. Ao mesmo tempo em que compreendemos que Nunes utiliza *números racionais* para situações mais amplas e *fração* (conforme a própria pesquisadora afirma), para problemas parte-todo, deparamo-nos com uma contradição quando a autora propõe o significado *fração como número*. De fato, fração refere-se a problemas parte-todo ou a um número racional? Ressaltamos que em todos os significados explorados até o momento, foi associada uma fração para representar um número racional. Dessa forma, caso fração se refira a um número, é incoerente afirmar que fração se refere a problemas parte-todo, assim como o contrário também se aplica.

Voltando ao *significado parte-todo*, a própria pesquisadora é bastante crítica quanto ao seu uso excessivo, enfatizando a importância de articular todos os significados para a construção do conceito de fração. Nunes destaca, ainda que as situações que envolvem o *significado quociente* privilegiam o raciocínio lógico, auxiliando no desenvolvimento do invariante de ordenação: quanto mais crianças tiverem para comerem um bolo, menores os pedaços ficam. Outro aspecto salientado pela autora, quanto ao significado quociente, diz respeito à utilização da ideia de **razão**, presente nesse significado. Dada uma mesma razão entre crianças e bolos, independente da quantidade de dois, ou de mais grupos, a fração correspondente permanece equivalente em todos os grupos.

Corroborando os estudos de Nunes, quanto à importância da mobilização do significado quociente para o ensino de frações, Campos e Magina (2005) reiteram que:

A razão também poderia ser usada em situações nas quais as frações são descritores de quantidades intensivas: se duas misturas de tinta foram feitas com a mesma razão de tinta vermelha para tinta branca, a cor será a mesma e as frações serão equivalentes, mesmo que a quantidade total de tinta seja diferente (Ibid, apud CAMPOS et al, 2006, p. 128 e 129).

Ressaltamos que a pesquisadora não trata a razão como um dos significados, segundo sua classificação, ainda que assinala a importância de articular tal ideia, respaldando-se no significado quociente.

Após a breve explanação da ótica de Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA, 2007), passemos ao entendimento de Onuchic e Allevato (2008) quanto a esses números.

### 3.2 PERSONALIDADES DOS NÚMEROS RACIONAIS

Inspiradas nos estudos de Ohlsson (1991 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008) acerca das dificuldades associadas aos números racionais, de natureza semântica (oriundas das várias ideias associadas a esses números), Onuchic e Allevato (2008) apresentam as *diferentes personalidades dos números racionais*.

Dentre as dificuldades em relação a esses números, as autoras destacam: “*como os significados de 2 e 3, combinados, podem dar origem ao significado  $\frac{2}{3}$ ?*” (OHLSSON, 1991 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 81). A partir dessa pluralidade de significados<sup>10</sup> que os números racionais podem assumir, as pesquisadoras justificam a utilização do termo “*diferentes personalidades*” para referenciá-los.

Discordamos do termo *personalidades dos números racionais*, proposto por Onuchic e Allevato (2008), especialmente pelo significado atribuído à palavra. De acordo com o dicionário Mini Aurélio, personalidade é “*sf. 1. Caráter ou qualidade do que é pessoal. 2. O que determina a individualidade duma pessoa moral; o que a distingue de outra. 3. V. personagem (1).*” (FERREIRA, 2002, p. 530). Em virtude disso, criticamos a utilização de uma palavra que acarreta uma série de significados pessoais para referenciar números.

Com relação ao ensino dos números racionais, Onuchic e Allevato (2008) salientam que para compreender o significado desses números e as personalidades que eles assumem é necessário considerar a teoria matemática a que estão

---

<sup>10</sup> Os significados que os números racionais podem assumir, referenciados por Onuchic e Allevato (2008), diferem-se dos *significados* propostos por Nunes. Para Onuchic e Allevato (2008), trata-se de significação, ou seja, no sentido da palavra, o que esses números querem representar. Em contrapartida, Nunes utiliza o termo *significados* para elucidar as ideias atreladas às frações.

submetidos, às situações do mundo em que aplicamos tais números, bem como as relações entre elas.

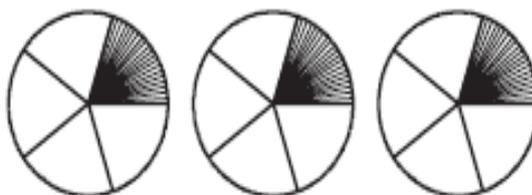
Considerando, então, que a realidade tem grande influência na construção de conceitos matemáticos, pelo sujeito, e que muitas situações do mundo exigem o conhecimento dos números racionais (como medir um pedaço de tecido ou medir a quantidade de farinha para fazer um bolo, por exemplo), as pesquisadoras defendem que a abordagem desses números se dê por meio da resolução de problemas geradores das diferentes *personalidades dos números racionais*.

Segundo Onuchic e Allevato (2008), a **personalidade quociente** é aquela percebida quando há uma repartição igual (termo utilizado pelas pesquisadoras) de um número de objetos, entre um número de grupos. As autoras salientam que essa personalidade aparece com mais frequência do que as outras, em situações do dia a dia.

Dessa forma, atrelam tal personalidade a uma situação de divisão e utilizam o seguinte problema gerador para exemplificá-la: *“Três pizzas devem ser divididas igualmente entre cinco pessoas. Quanto de pizza cada pessoa comerá? Neste caso,  $\frac{a}{b} = a \div b$ , com  $a, b \in \mathbb{Z}$  e  $b \neq 0$ . De fato,  $\frac{a}{b} = \frac{a \div b}{b \div b} = \frac{a \div b}{1} = \frac{a}{b}$ . Então,  $\frac{3 \text{ pizzas}}{5 \text{ pessoas}}$  significa  $3 \text{ pizzas} \div 5 \text{ pessoas} = \frac{3}{5}$ .”* (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 88).

Com relação a esse problema, as autoras apresentam, ainda, a representação geométrica (que preferimos denominar por *figural*), para a resolução do problema gerador, conforme destacamos na **Figura 6**:

**Figura 6: Personalidade quociente**



Fonte: ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 88

Ainda no que diz respeito à personalidade quociente, as pesquisadoras destacam que a mesma está submetida à teoria da função quociente e que, neste

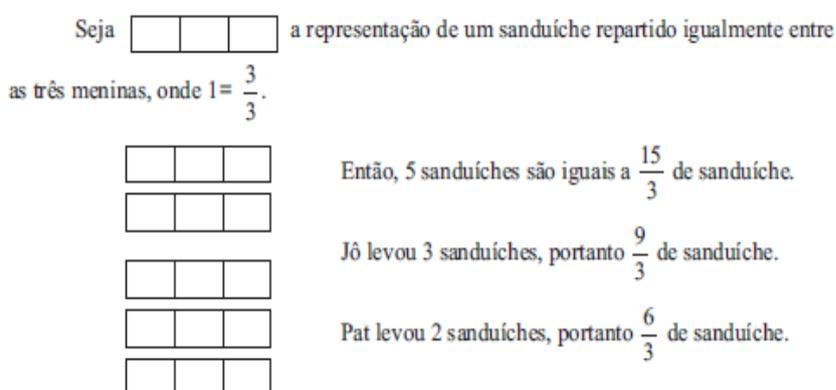
caso, a barra fracionária representa um símbolo para esta função, comumente escrito como  $x \div y$ , quando na verdade seria  $\frac{x}{y} \equiv \text{quociente}(x, y)$ .

Para explorar a **personalidade fração** do número racional, Onuchic e Allevalo (2008) apresentam 3 problemas geradores, que abordam diferentes ideias, a depender da situação empregada, todas relacionadas a essa personalidade.

O primeiro problema diz respeito a uma situação que ocorre em um piquenique. Três amigas combinam de levar sanduíches para o almoço, sendo que uma leva 2 sanduíches, a outra, leva 3, e a terceira, esquece do combinado, não levando nenhum sanduíche. Nesse momento, as amigas decidem dividir os 5 sanduíches, igualmente, entre elas, porém cobram R\$ 5,00 da amiga que não levou nenhum. A indagação do problema gira em torno da “parte” dos R\$ 5,00, recebida por cada uma das duas amigas que levaram os sanduíches.

Na explicação, as autoras expõem uma representação pictórica (termo utilizado pelas pesquisadoras), em que há a relação da parte com o todo, intrínseca nesse problema gerador. A **Figura 7** apresenta tal representação pictórica:

**Figura 7: Personalidade fração (relação da parte com o todo)**



Fonte: ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 89

Dessa forma, cada amiga comeu  $\frac{5}{3}$  dos sanduíches. Explicando a representação, as pesquisadoras evidenciam que a amiga que levou 3 sanduíches ofereceu  $\frac{4}{3}$  à amiga que não levou. A amiga que levou 2 sanduíches, ofereceu  $\frac{1}{3}$  à amiga que não levou. Considerando que a menina pagou R\$ 5,00, concluímos que

ela pagou R\$ 1,00 por  $\frac{1}{3}$  de sanduíche. Logo, a pessoa que levou 3 sanduíches receberia R\$ 4,00, e a outra, que levou 2 sanduíches, receberia R\$ 1,00.

Onuchic e Allevato (2008) destacam que no momento em que se repartem os sanduíches entre as amigas, a **personalidade quociente** fica evidente. Analogamente ao exemplo dados pelas autoras para a situação da repartição de três pizzas entre cinco crianças, na medida em que cinco sanduíches serão repartidos para três amigas, teremos a fração  $\frac{5}{3}$ .

Porém, olhando o todo, quando um sanduíche é repartido em três “partes iguais” (conforme as autoras referenciam), é evidenciada outra personalidade, a **personalidade fração** como **relação da parte com o todo**. As autoras destacam que, quando observada dessa ótica, na fração  $\frac{5}{3}$ , o número 3 é o *denominador*. Ele indica que o todo foi dividido em três “partes iguais” e é ele que dá nome a essa parte, que nesse caso, ficaria *um terço* ( $\frac{1}{3}$ ). Já o número 5 seria o numerador, que indica que cinco dessas “partes iguais” foram tomadas. Dessa maneira, o número racional  $\frac{5}{3}$  é lido como *cinco terços*.

O segundo problema que as autoras utilizaram para expor a personalidade fração foi: “Do meu salário gastei  $\frac{2}{5}$  com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda sobra coloquei  $\frac{1}{3}$  na Poupança. Restaram-me R\$ 300,00. Qual é o valor do meu salário?” (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 90).

Diferentemente do problema anterior, nessa proposta, as pesquisadoras explicitam que cada parte relaciona-se com um todo diferente, que seria a sobra de cada gasto. Para ilustrar a personalidade fração, imbuída nessa situação, as autoras fazem uso da “representação geométrica”, que preferimos denominar por representação figural, conforme destacamos na **Figura 8**:

Figura 8: Representação figural da personalidade fração



Fonte: Baseado em ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 90

Por fim, o terceiro exemplo concernente à personalidade fração diz que uma pessoa possui 15 metros de tecido e quer cortá-lo em pedaços de 3 metros e em 5 partes de mesma medida.

Ao dividir o tecido em cortes de 3 metros, o resultado se refere à *quota*. Reflete a *personalidade fração* como **relação parte de um todo**. Por outro lado, ao dividir o tecido em 5 partes iguais, a divisão, neste caso, é *partitiva*. Assim, a *personalidade fração* passa a refletir uma situação de **medida**.

Em virtude disso, podemos afirmar que, para Onuchic e Allevato (2008), as personalidades **relação da parte com o todo**, **quociente** e **medida** podem estar intrínsecas na **personalidade fração dos números racionais**, não necessitando serem tratadas separadamente. Questionamos, então, se não seria redundante nomear uma personalidade como *fração*, visto que ao nosso entendimento, tal nomenclatura caberia em todas as personalidades abordadas até o momento.

No que segue, a **personalidade operador** é usada para “*simbolizar uma classe particular de funções compostas definida por  $\frac{a}{b} \times x = a \times (x \div b) = (a \times x) \div b$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes e  $x$  é uma expressão numérica para alguma quantidade*” (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 93 e 94).

Segundo as autoras, considerando que os alunos apresentam dificuldades quando esbarram no multiplicador sendo um número racional,  $\frac{3}{5} \times 15$  deveria ser interpretado da seguinte maneira: “ $\frac{3}{5} \times 15 = 3 \times (15 \div 5) = (3 \times 15) \div 5 = 45 \div 5 = 9$ ”. (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 94). Nesse caso, a barra fracionária não

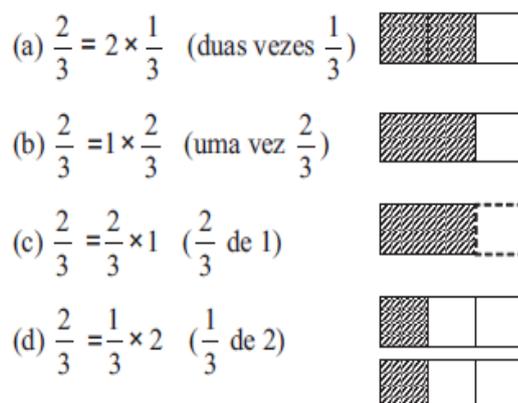
desempenha papel de símbolo funcional ou de limitador, mas de um símbolo para a operação de composição de funções, conforme reiteram as pesquisadoras.

As autoras ainda enfatizam que a *personalidade operador* é semelhante à ação de “encolher” ou “esticar”, “reduzir” ou “ampliar” a quantidade (multiplicando) em que está agindo o multiplicador. Um exemplo dado por elas para explicitar essas ações, foi a multiplicação  $2 \times \frac{1}{3}$ , em que o multiplicador 2 amplia o multiplicando  $\frac{1}{3}$ , transformando-o em  $\frac{2}{3}$ .

O problema gerador da personalidade operador, proposto pelas pesquisadoras foi: “Representar geometricamente  $\frac{2}{3}$  de quatro maneiras diferentes.” (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 94).

A **Figura 9** apresenta a resolução para esse problema:

**Figura 9: Personalidade operador**



Fonte: ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 94

Quanto à *personalidade razão*, Onuchic e Allevato (2008, p. 95) propõem o seguinte problema: duas jarras contêm misturas de álcool e água, às razões de  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{3}{7}$ , respectivamente. Deve-se determinar a razão entre o álcool e a água resultante da junção do conteúdo das duas jarras, sabendo que as duas comportam quantidades iguais, ou seja, o volume da primeira jarra é o mesmo do volume da segunda jarra.

Para apresentar a resolução, as autoras atribuíram um volume de 8 litros (destacaram que poderiam supor qualquer quantidade), por sugestão da primeira

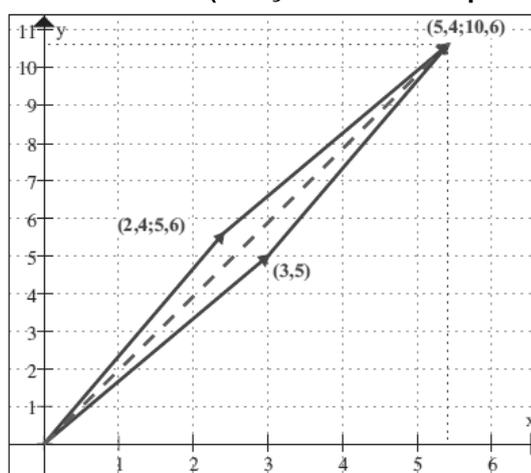
razão:  $\frac{3}{5}$ . Dessa maneira, a segunda jarra, que apresenta a razão  $\frac{3}{7}$  para a mistura de álcool e água, passaria a ter 2,4 litros de álcool ( $3 \times 0,8 l$ ), bem como 5,6 litros de água ( $7 \times 0,8 l$ ). Assim, a razão da mistura da segunda jarra seria representada por  $\frac{2,4 l \text{ de álcool}}{5,6 l \text{ de água}}$ .

Considerando que os volumes das duas jarras adicionadas resultariam em 16 litros, teríamos 5,4 litros de álcool ( $3 l \text{ da jarra 1} + 2,4 l \text{ da jarra 2}$ ) e 10,6 litros de água ( $5 l \text{ da jarra 1} + 5,6 l \text{ da jarra 2}$ ). Então, a razão entre o álcool e a água, na mistura final, seria de  $\frac{5,4}{10,6} = \frac{54}{106} = \frac{27}{53}$ , ou com outra notação para a razão: **27:53**.

Após a explicitação dessa razão como resultado do problema, as autoras ainda apresentam as contribuições de Ohlsson (1991 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 95), quando afirma que: “a multiplicação, concebida como um produto cartesiano, mostra a razão como uma declividade vetorial e, assim, como vetores binários, razões podem ser adicionadas como pares ordenados:  $(3;5) + (2,4; 5,6) = (5,4; 10,6)$ ”.

A **Figura 10** apresenta a “adição das razões”, consideradas como vetores  $(3;5)$  e  $(2,4; 5,6)$ , no plano cartesiano, em que a resultante, obtida pela identidade do paralelogramo, é a razão  $(5,4; 10,6)$ :

**Figura 10: Personalidade razão (“adição de razões” por meio de vetores)**



Fonte: ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 96

Ainda com base nos aportes de Ohlsson (1991 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008), as pesquisadoras enfatizam a observação que é feita pelo autor com relação à adição das razões, que, quando representada por meio da barra fracionária, seria semelhante à adição de frações. Porém, o pesquisador reitera que tais operações são distintas, o que justifica a não utilização da igualdade dos denominadores para adicionar tais “frações”.

A partir desse problema, Onuchic e Allevato (2008) apresentam alguns questionamentos de Botta (1997 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008), a partir dos estudos de Behr, Harel, Post e Lesh (1992 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008), com relação à razão. Dentre esses questionamentos destacam-se: *se razões são números, onde os localizamos na reta numérica, conforme fazemos com os outros números estudados? Que operações podem ser realizadas com as razões?*

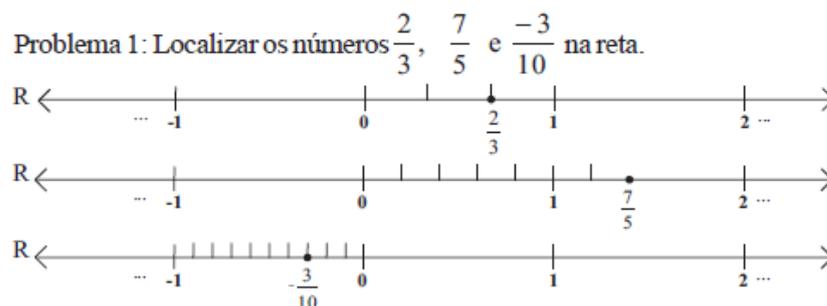
Diante de distintos entendimentos e questionamentos, as pesquisadoras assinalam que *“razão é uma comparação multiplicativa entre duas grandezas, denotada por  $\frac{a}{b} = a : b$  ( $a$  está para  $b$ ), em que  $a$  é denominado antecedente e  $b$  é denominado conseqüente”* (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 96 e 97). Dessa maneira, as propriedades da razão são essencialmente diferentes das da fração.

Embora não haja um único entendimento entre os pesquisadores do tema, quanto à personalidade razão, segundo as autoras, um aspecto é consensual entre esses pesquisadores: para todos eles, a razão é essencial para o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, relacionando vários ramos da Matemática, como álgebra, geometria, estatística, aritmética, entre outros. O fato dos distintos entendimentos com relação à razão torna-se um indício da necessidade de novos estudos que venham sanar as divergências quanto a esse objeto de estudo.

A última personalidade dos números racionais a ser abordada é a **personalidade ponto racional**. Onuchic e Allevato (2008) destacam que *“todo número racional  $\frac{a}{b}$  ocupa um ponto bem definido na reta e, reciprocamente, a todo ponto racional da reta corresponde um número racional”* (Ibid, p. 87).

As pesquisadoras elucidam tal personalidade a partir do seguinte problema gerador, proposto na **Figura 11**:

**Figura 11: Personalidade ponto racional**



Fonte: ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 87

Um aspecto observável com relação a essa personalidade refere-se à definição dada pelas próprias autoras, que incluiria grande parte das personalidades apresentada até aqui. Dessa maneira, seria correto afirmar que todas as outras personalidades, que resultam em uma notação fracionária, podem ser entendidas, também, como *personalidade ponto racional*, o que acaba se tornando redundante, assim como a personalidade fração. Novamente, discordamos dessa nomenclatura.

Falemos, então, do **conceito de proporcionalidade**. Para Onuchic e Allevalo (2008), essa ideia refere-se a problemas que exigem a comparação multiplicativa entre duas grandezas. As autoras chamam a atenção para a comparação aditiva, realizada, constantemente, por várias pessoas, no dia a dia, descaracterizando a proporcionalidade.

O problema gerador, proposto pelas pesquisadoras, para abordar a comparação entre duas grandezas foi: “Se com 3 dólares podiam-se comprar duas libras esterlinas, quantas libras se poderiam adquirir, com 21 dólares?” (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008, p. 97).

As autoras salientam, ainda, que para resolver esse tipo de problema, é legítimo escrever “ $\frac{2}{3} = \frac{x}{21}$ ”. Vale, então, o produto cruzado e  $2 \times 21 = 3x \Rightarrow 42 = 3x \Rightarrow x = 14$ .” (ONUCHIC E ALLEVATO, p. 98). Questionamos, porém, se o que é legítimo é o melhor caminho. Ressaltamos, ainda, que o “produto cruzado” não existe na Matemática, já que produto é um número resultante de uma multiplicação, o que não cabe relacionar às situações de proporcionalidade.

Corroborando seus estudos acerca da proporcionalidade, as pesquisadoras utilizam os aportes de Post, Behr e Lesh (1994 apud ONUCHIC E ALLEVATO, 2008)

que salientam que muitos aspectos do mundo operam com regras proporcionais, o que torna extremamente útil, a habilidade do raciocínio proporcional. No entanto, tal raciocínio apresenta-se insatisfatório em grande parte da população, tendo casos, inclusive, de pessoas que nunca o desenvolvem, o que aponta para a necessidade de pesquisas que tratem do assunto, a fim de saná-los.

Após a exploração dos entendimentos de Onuchic e Allevato (2008), passemos à apresentação do entendimento de Silva (2005) quanto às concepções de números fracionários.

### 3.3 CONCEPÇÕES DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS

As concepções dos números fracionários, defendidas por Silva (2005), foram adotadas a partir do termo **concepção**, segundo Artigue (1990, p. 274): “*como um objeto local, estreitamente associado ao saber em jogo e aos diferentes problemas em cuja resolução intervém*” (apud SILVA, 2005, p. 15).

Silva (2005) utilizou, também, os aportes de Kieran (1988 apud SILVA, 2005) e as contribuições de Post, Behr e Lesh (1982 apud SILVA, 2005), em seus estudos acerca dos números fracionários, ressaltando que:

Por várias razões os conceitos de números racionais estão entre os mais importantes conceitos que a criança experienciará durante seus anos pré-secundário. [...] Sob uma perspectiva psicológica a compreensão de número racional proporciona um solo rico no qual as crianças podem desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias para continuar seu desenvolvimento intelectual. De um ponto de vista matemático, a compreensão de um número racional é a fundação sobre a qual as operações algébricas básicas apoiar-se-ão mais tarde. (SILVA, 2005, p. 102, 103).

Em consequência desses estudos, Silva (2005) defende, em sua tese, cinco concepções para a abordagem dos números fracionários: *parte-todo*, *medida*, *quociente*, *razão* e *operador*.

Iniciamos pela **concepção parte-todo** já que, segundo a autora, é a que geralmente é usada para iniciar a abordagem desses números ou privilegiada nas tarefas propostas pela maioria dos materiais didáticos, conforme já explicitamos nesse trabalho, por meio dos resultados da pesquisa de Santos (2013).

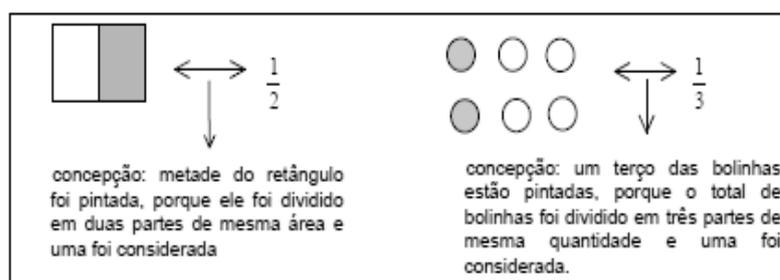
Essa concepção consiste em dividir grandezas contínuas (comprimento, área, etc.) em parte equivalentes, ou dividir grandezas discretas (coleções de

objetos) em partes iguais em quantidades de objetos. Por exemplo, um retângulo que foi dividido em duas áreas, de medidas igualitárias, em que uma delas foi pintada.

Geralmente são utilizados dois tipos de *objetos ostensivos*<sup>11</sup> na mobilização da concepção parte-todo: o *registro da escrita simbólica* e o *registro figural*. Quando escrevemos  $\frac{a}{b}$ , e associamos tal escrita a regiões ou a conjunto de figuras (que representam elementos discretos), que aparecem divididos em partes igualitárias, manipulamos esses dois tipos de *ostensivos*.

Dessa maneira, na concepção parte-todo, o indivíduo deve criar relações pertinentes entre os registros e as figuras. A autora explicita tais relações, conforme a **Figura 12**:

**Figura 12: Concepção parte-todo (representações geométrica e simbólica)**



Fonte: SILVA, 2005, p. 106

Diante dessas relações, segundo Silva (2005) há de se entender que o todo recebe o nome de inteiro e que a escrita simbólica  $\frac{a}{b}$  representa uma partição, em que o número  $b$  descreve a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido, igualmente. Assim, o número  $a$  é chamado de *numerador*, já que ele representa o número de partes que está sendo considerado após a partição desse inteiro, e o número  $b$ , *denominador*, que nomeará cada uma das partes igualitárias, oriundas da partição.

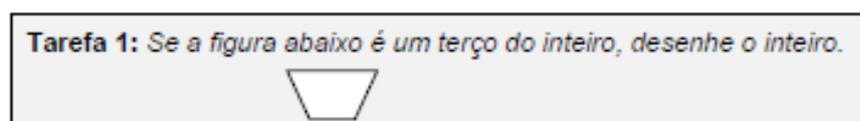
<sup>11</sup> Os objetos ostensivos se referem àqueles definidos por Bosch e Chevallard (1999). Para esses pesquisadores há dois tipos de objetos: os *ostensivos*, aqueles perceptíveis aos sentidos humanos e que não podem ser manipulados: sons, grafismos e gestos; e os *não-ostensivos*, aqueles que não podem ser vistos, ditos, percebidos ou entendidos, a não ser pela manipulação dos objetos ostensivos. (Ibid, 1999 apud SILVA, 2005, p. 104).

A autora também ressalta que como o inteiro é dividido em  $b$  partes igualitárias, é correto afirmar que  $a$  não poderá exceder  $b$ , já que, nesse caso, o número fracionário  $\frac{a}{b}$  deverá ser, no máximo, igual a um. E propõe a indagação: “como entender que posso considerar oito partes, se o inteiro foi dividido em cinco? Se para tratar dessa questão acrescentarmos outro inteiro, a criança poderá pensar que passou a ter dez partes e não mais cinco” (SILVA, 2005, p. 111).

Em virtude disso, a técnica de dupla contagem das partes, empregada para cumprir tarefas que solicitem a quantificação ou a identificação de partes de um inteiro, apresenta limitações. Daí a crítica quanto à introdução dos números fracionários a partir dessa concepção, ou ainda, ao privilégio dado a ela, em tarefas presentes nos materiais didáticos.

Após apresentar algumas tarefas que envolvem grandezas contínuas e discretas, bastante usuais na abordagem desses números, Silva (2005) chama a atenção para duas tarefas, pouco usuais, que se referem à *reconstrução do inteiro*, em que o aluno aprofundará seu entendimento acerca da concepção parte-todo, ao passo que precisará mobilizar a reversibilidade da dupla contagem, ou seja, deverá realizar o “caminho contrário”, de modo a obter o inteiro. A **Figura 13** apresenta a tarefa proposta pela pesquisadora:

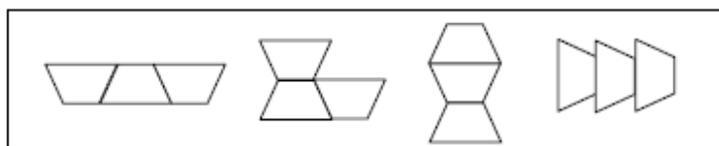
**Figura 13: Concepção parte-todo: tarefa de reconstituição do inteiro**



Fonte: SILVA, 2005, p. 116

Com relação à resolução da tarefa (de natureza contínua), é importante salientar que várias são as possibilidades de respostas, sendo algumas delas, explicitadas na **Figura 14**:

**Figura 14: Exemplo de resposta para tarefa de reconstituição do inteiro**



Fonte: SILVA, 2005, p. 116

Além da tarefa que mobiliza a reversibilidade da dupla contagem, com grandezas contínuas, a autora também apresenta a seguinte tarefa, em contexto discreto: “Se  $\frac{2}{7}$  das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?” (SILVA, 2005, p. 116).

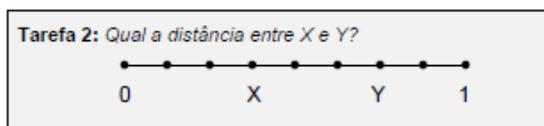
Assim, no que diz respeito à concepção parte-todo, Silva (2005) ressalta que os tipos de tarefas que associam grandezas contínuas e discretas podem possibilitar o desenvolvimento de várias técnicas, dependendo do uso dos ostensivos adequados, na concepção parte-todo.

A **concepção de medida**, segundo a autora, reflete as tarefas de medições, em que há a manipulação de um padrão, chamado de unidade de medida, que dependerá da grandeza em questão, podendo ser contínua ou discreta. Essa concepção é bastante adequada para abordar a insuficiência do conjunto numérico dos números naturais, a fim de desenvolver a construção de “novos” números, que venham satisfazer essas situações, que envolvam medições.

Em geral, na concepção de medida, as tarefas mobilizam três *ostensivos*: a figura da reta numérica (ou outro esquema de medida); o número  $\frac{1}{b}$ , como representação de uma subunidade, ou seja, a unidade foi dividida em  $b$  partes; e o número fracionário  $\frac{a}{b}$  que representará a medição realizada.

Vale ressaltar que quando é realizada a divisão da unidade escolhida, a concepção parte-todo é relacionada à de medida para possibilitar essa divisão, ou seja, o número  $\frac{a}{b}$  corresponde à compreensão de que a subunidade  $\frac{1}{b}$  foi utilizada  $a$  vezes nessa medição. Vejamos um exemplo de tarefa, proposto pela autora, em destaque na **Figura 15**:

**Figura 15: Concepção de medida: tarefa**



Fonte: SILVA, 2005, p. 118

Ainda com relação à concepção de medida, Silva (2005) também propõe tarefas em que os segmentos não estão divididos em partes de mesma medida e de reconstituição da unidade, semelhante à apresentada na concepção parte-todo.

A autora defende que as situações que mobilizam a concepção de medida são ideais para abordar os números fracionários maiores que um (em detrimento da concepção parte-todo), além de favorecer o entendimento da notação mista, da compreensão da adição de dois fracionários que possuem mesmo denominador, e da equivalência entre fracionários, em função de novas divisões da unidade.

Já a **concepção de quociente** é geralmente associada às situações de distribuição de grandezas, ou de dividir  $a$  em  $b$  partes iguais, o que associa  $\frac{a}{b}$  à operação  $a \div b$ .

O *ostensivo*  $\frac{a}{b}$  representa, nessa concepção, o resultado de uma distribuição. Sendo assim, assumindo que  $a$  foi dividido em um número  $b$  de partes iguais,  $a$  pode ser menor, maior ou igual a  $b$ , diferentemente da concepção parte-todo.

Se consideradas situações de natureza discreta, essa distribuição relaciona-se à divisão de números naturais. Em situações de grandezas contínuas, a divisão se torna mais complexa, dependendo da distribuição pedida.

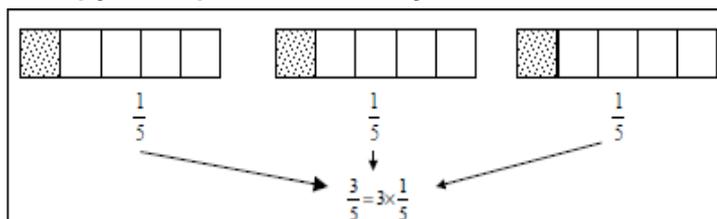
Tanto na divisão de grandezas discretas quanto na de contínuas, a técnica de resolução das tarefas poderá ser *partitiva* ou por *cotas*. Elucidando, a divisão partitiva refere-se às situações em que são dados a quantidade de inteiros e o número de partes em que se quer dividir essa quantidade. O que se pede é que seja determinado o valor de cada parte.

Já a divisão por cotas refere-se àquelas situações em que a quantidade de inteiros e o valor de cada parte são dados, e o que é pedido é a determinação de quantas partes são possíveis.

Exemplificando, a autora apresenta a seguinte tarefa, de aspecto partitivo, de natureza contínua: “Quanto chocolate cada criança irá receber se distribuirmos igualmente três barras de chocolate entre cinco crianças?” (SILVA, 2005, p. 122).

Como representação para essa tarefa, destacamos a **Figura 16**:

**Figura 16: Concepção de quociente: resolução de tarefa de natureza contínua**



Fonte: SILVA, 2005, p. 123

No que concerne à natureza discreta, em seu aspecto de cotas, evidenciamos tarefas em que há uma cota a ser considerada. Por exemplo, se 105 bolinhas forem distribuídas para crianças, de modo que cada uma receba 15 bolinhas, quantas crianças poderão receber bolinhas?. Nessa tarefa, a técnica se dá por meio da divisão do número que representa o total de bolinhas, pelo número de bolinhas que representa cada cota (15).

Em continuidade, apresentamos a **concepção de razão**, ressaltando que as situações que mobilizam tal concepção, geralmente, não permitem a ideia de partição, mas sim, de comparação entre medidas de duas grandezas, como nas situações de proporcionalidade, por exemplo.

Nesse sentido, a representação  $\frac{a}{b}$  não se associa à divisão, nem necessariamente à ideia de número, o que justifica a utilização da leitura “a para b”, para essa representação. “O entendimento da razão como ‘x para y’ encaminhada, naturalmente, para a equivalência de razões e para o raciocínio proporcional, que por sua vez, solicita uma representação:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .” (SILVA, 2005, p. 125).

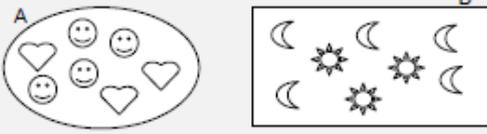
Na concepção de razão também há a comparação de grandezas contínuas e discretas, de mesma natureza, ou não, podendo associar-se às situações do tipo: parte-todo; todo-todo (quando se comparam as quantidades de dois inteiros); e

parte-parte (quando se comparam as quantidades de duas partes de um inteiro, ou ainda, partes de dois inteiros).

Destacamos a **Figura 17**, como exemplo de tarefa proposto pela autora:

**Figura 17: Concepção de razão: tarefas do tipo parte-parte**

**Tarefa 8:** Determine a razão entre a quantidade de figuras de coração do conjunto A e a quantidade de figuras de lua do conjunto B.



**Tarefa 9:** Determine a razão entre a quantidade de bolinhas pintadas e a quantidade de bolinhas brancas da figura abaixo:



Fonte: SILVA, 2005, p. 128

Silva (2005) ainda apresenta outras tarefas que abordam os sentidos parte-todo, todo-todo, e ainda, expõe situações em que há um valor desconhecido a ser determinado, como: “Se um carro percorre um trajeto de 3 km em 5 minutos, quanto demorará para percorrer um trajeto de 9 km?” (Ibid, p. 131).

A pesquisadora embasa a importância da concepção razão, com base em Kieren (1993 apud SILVA, 2005, p. 134), afirmando que “os números racionais são quocientes que devem sua existência à ideia de frações unitárias  $\frac{1}{b}$  que, no entanto, agem como razões quando em igualdade ou equivalência”.

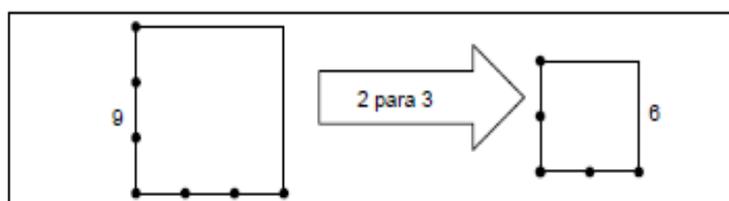
Dessa forma, para a compreensão dos números racionais é essencial compreender situações que abordem, ao mesmo tempo, razões e quocientes, em seus vários aspectos.

Enfim, apresentamos a **concepção de operador**. Segundo Silva (2005), as situações em que há a mobilização da concepção de operador, o número fracionário  $\frac{a}{b}$  atua como algo que modifica uma quantidade, ou seja, exerce uma função sobre ela, de modo a produzir uma nova quantidade. Esse número, portanto, modifica o estado inicial e produz um estado final.

Por serem nela manipulados como números, essa concepção favorece a compreensão da operação de multiplicação entre números fracionários. Para elucidar tal concepção, a autora apresenta vários tipos de tarefas em que a mesma é mobilizada. Dentre esses tipos, destacamos: transformar grandezas pela ação de um operador fracionário; transformar grandezas pela ação de dois operadores fracionários; comparar estados iniciais e finais; e determinar a porcentagem de uma quantidade.

Na primeira delas, o operador fracionário age sobre uma grandeza contínua, conforme propõe a autora: “Construir um quadrado cujo lado tenha  $\frac{2}{3}$  da medida do lado do quadrado dado” (SILVA, 2005, p. 134). A **Figura 18** apresenta tal resolução:

**Figura 18: Concepção de operador: resolução de tarefa de natureza contínua**

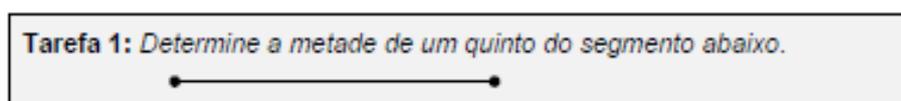


Fonte: SILVA, 2005, p. 134

Nesse tipo de tarefa, o indivíduo deve ter a clareza que o operador  $\frac{a}{b}$  age numa grandeza contínua. Dessa maneira, se  $a < b$ , a medida inicial é reduzida, conforme a Figura 18. Mas, se  $a > b$ , logo, há uma ampliação da medida.

Para ilustrar a transformação de grandezas pela ação de dois operadores fracionários, destacamos a **Figura 19**, com a seguinte tarefa, proposta por Silva (2005):

**Figura 19: Concepção de operador: tarefa (dois operadores fracionários)**



Fonte: SILVA, 2005, p. 136

Para a resolução dessa tarefa, é necessário associar a concepção parte-todo à medida, ao passo que é necessário dividir o segmento em cinco partes iguais, e, depois, dividir uma dessas partes, em dois, concluindo que cada correspondente a essa nova divisão, representa  $\frac{1}{10}$  do segmento. Podemos, então, relacionar essa técnica à operação de multiplicação:  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ .

Com relação à comparação de estados iniciais e finais, Silva (2005, p. 138) apresenta um quadro, em que o operador  $\frac{2}{3}$  age sobre os estados iniciais 12, 15 e 24, produzindo os estados finais 8, 10 e 16, levando-nos a constatar a equivalência:  $\frac{12}{8} \sim \frac{15}{10} \sim \frac{24}{16} \sim \frac{3}{2}$ , como mostra a **Figura 20**:

**Figura 20: Concepção de operador (comparar estados iniciais e finais)**

Estado Inicial	Operador	Estado final
12	$\frac{2}{3}$	8
15	$\frac{2}{3}$	10
24	$\frac{2}{3}$	16

Fonte: SILVA, 2005, p. 138

E, ainda que a pesquisadora tenha abordado a concepção de operador por meio de outras tarefas (além das expostas por nós), destacamos a tarefa proposta para determinar a porcentagem de uma quantidade, por meio da concepção de operador, conforme destaca a **Figura 21**:

**Figura 21: Concepção de operador: tarefa (porcentagem de uma quantidade)**

*Tarefa: Quantos alunos, de uma classe com 50 alunos, jogam vôlei se sabemos que 10% dos alunos da classe praticam esse esporte?*

Fonte: SILVA, 2005, p. 140

Para responder a essa questão, pode-se usar a equivalência de razões e a determinação do valor desconhecido. Dessa forma, tendo a razão “10 para 100”,

encontramos uma razão equivalente a essa, com denominador 50. Obtemos, assim:

$\frac{10}{100} = \frac{5}{50}$ . Logo, concluímos que 5 alunos jogam vôlei, ou podemos dizer também que

“10% de 50 é igual a 5 pois  $\frac{10}{100} \times 50 = 5$ ” (SILVA, 2005, p. 140).

Explicitadas as linhas de concepções dos números fracionários, de acordo com a ótica de Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA, 2007), Onuchic e Allevato (2008) e Silva (2005), compreendemos a complexidade envolvida nesses números e apontaremos algumas ponderações acerca dos pontos de vista apresentados.

### 3.4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Embora todos os entendimentos das pesquisadoras tenham se apresentado por meio de especificidades diferenciadas, conjecturamos algumas hipóteses com relação a esses entendimentos.

O fato de Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA, 2007) e de Silva (2005) terem embasado suas pesquisas nas contribuições de Kieren, torna os *significados* (termo utilizado por Nunes) e as *concepções* (termo utilizado por Silva), perspectivas mais convergentes, em detrimento às *personalidades*, defendidas por Onuchic e Allevato (2008), o que não quer dizer que as interpretações feitas por Nunes e por Silva, quanto aos aportes de Kieren, tenham sido as mesmas.

Um questionamento com relação às contribuições de Nunes (1997) refere-se à distinção que a pesquisadora apresenta para a utilização do termo *números racionais* e *fração*, conforme já sinalizamos nesse trabalho. A justificativa para essa distinção demonstra a complexidade envolvida nesses números e a incompreensão em abordar os vários “conceitos” (termo referido pela pesquisadora) intrínsecos a eles.

Ainda que a tentativa da autora de distinguir tais termos, seja uma questão de terminologia, alguns cuidados devem ser tomados para que não haja uma contradição no que é exposto.

Por esse motivo, para evitar contradições, ainda que por questões de terminologia, Silva (2005) defende a utilização do termo *números fracionários*, para não confundir com as frações não racionais, conforme expusemos no capítulo 2 desse trabalho.

No decorrer do capítulo 3, também ressaltamos nossa discordância quanto ao termo *personalidade* para indicar números, conforme os entendimentos de Onuchic e Allevato (2008).

E, embora tenhamos criticado o significado *fração como número* e as *personalidades fração e ponto racional*, destacamos que um fator é consensual entre as pesquisadoras: todas elas evidenciam a importância da *concepção quociente* (ou *significado e personalidade*, conforme cada pesquisadora defende), para a abordagem dos números fracionários.

Nunes (2005 apud SILVA, 2007) destaca que o *significado quociente* favorece o desenvolvimento das relações lógicas imbuídas na abordagem dessas situações, auxiliando no desenvolvimento do invariante de ordenação.

Em consonância, Silva (2005) reitera que a *concepção quociente* não privilegia a dupla contagem (como ocorre na concepção parte-todo), não restringindo, portanto as situações em que os numeradores são maiores que os denominadores.

Complementando, Onuchic e Allevato (2008) sinalizam que a *personalidade quociente* é a mais presente em situações cotidianas, já que se refere às situações da divisão, em si. As pesquisadoras salientam, porém, que tal personalidade pode estar intrínseca em outras personalidades, como na *personalidade fração*.

Após as considerações realizadas acerca dos entendimentos das pesquisadoras, no capítulo subsequente, trataremos do mapeamento de nossa pesquisa.

## 4. MAPEAMENTO DAS PESQUISAS

Este capítulo objetivará a apresentação dos procedimentos que permitiram nosso mapeamento. Dessa forma, detalharemos a seleção das pesquisas, a organização dos dados, bem como as análises por categorias, com base nos fichamentos e nas resenhas das pesquisas que compõem nosso *corpus* de estudo.

### 4.1 SELEÇÃO DAS PESQUISAS

A coleta de dados de nossa pesquisa se deu, exclusivamente, pelo acesso aos meios virtuais. A primeira coleta de dados ocorreu no mês de setembro de 2016, quando incluímos os descritores ***frações, números fracionários, números racionais e operações com frações***, no site Google Acadêmico, já que pretendíamos abarcar as pesquisas acadêmicas das cinco regiões brasileiras, no período especificado.

Com os resultados oriundos das palavras-chave, percebemos que tínhamos que refinar nossas buscas, devido à grande quantidade de estudos e pelo site abranger monografias, dissertações, teses, artigos, livros, entre outros materiais. A partir daí, tentamos, em vão, abarcar os trabalhos produzidos pela região sudeste. O volume de obras ainda era bastante significativo.

Em virtude disso, optamos pela seleção de dissertações e teses (conforme expusemos no capítulo 2), o que já facilitou nossa busca, inclusive, ampliando a outros endereços eletrônicos, como o portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), o que não tornava, ainda, nossa pesquisa factível.

Para exemplificar, destacamos uma das dificuldades que encontramos em nossa busca. Ao digitarmos, por exemplo, o termo *números fracionários* no Banco de Teses e Dissertações da Capes, encontramos um total de *7481 resultados*, originários de pesquisas acadêmicas produzidas no Brasil. Destacamos, porém, que esses resultados referem-se a trabalhos da área da Matemática, da Educação, da Educação Matemática, Ciências, Medicina, entre outras áreas. Daí a necessidade de utilizarmos os filtros de busca, restringindo por ano, instituição e área de conhecimento. Além disso, ao lermos o título e alguns resumos dos trabalhos,

verificamos que o termo *números fracionários* aparecia nas pesquisas, indiretamente ou por meio do viés da Matemática Pura e Aplicada, o que não é nosso objeto de investigação.

Em consequência desses obstáculos, decidimos restringir nossas buscas às pesquisas realizadas pelas universidades do estado de São Paulo, que ofereciam cursos de pós-graduação em Educação Matemática ou cursos e programas que se relacionassem com o estudo do ensino e da aprendizagem da Matemática, limitando nossa seleção.

À medida que aprofundávamos nossas averiguações, ampliávamos nosso *corpus* de estudo, mas, ao mesmo tempo, as pesquisas iam se tornando repetitivas, conforme acessávamos os diferentes meios virtuais. Tal procedimento ainda não garante que nosso mapeamento tenha abrangido todas as pesquisas de todas as instituições do estado. Temos a consciência de que alguma (ou algumas) delas pode (m) ter passado despercebida (s) diante de tantos resultados em nossas buscas.

Referente a isso, ressaltamos que uma das pesquisas, intitulada “A importância da representação simbólica no ensino aprendizagem da noção intuitiva de números racionais”, da autora Maria Jesus Martinez Viel, produzida em 2008, pela Universidade Cruzeiro do Sul, havia sido selecionada para compor nosso *corpus* de estudo. Porém, não conseguimos acesso à versão eletrônica do trabalho na íntegra. Apenas ao seu resumo. Dessa forma, entramos em contato com a instituição para termos acesso à versão encadernada, mas por duas vezes, a única versão disponível na universidade estava emprestada, o que impossibilitou nossa leitura ao trabalho.

Além disso, tentamos contato com a própria pesquisadora para verificar a possibilidade de acesso à versão eletrônica. Não obtivemos sucesso. Em virtude desses entraves, optamos por descartar tal pesquisa, mesmo sabendo que, possivelmente, ela atenderia aos critérios de nossa seleção e às nossas análises.

Diante desse cenário, selecionamos 39 pesquisas, de sete instituições de ensino superior, apresentadas no capítulo 1 dessa dissertação. Todas as pesquisas selecionadas atendem aos pressupostos das etapas de seleção e constituição do *corpus* de estudo, conforme as contribuições de Bardin (1977), mencionadas no

capítulo 2. Enfatizamos que nossa última busca aos meios eletrônicos ocorreu no mês de julho de 2017 e iniciamos, a partir daí, a organização de nossos dados.

## 4.2 ORGANIZANDO OS DADOS

Com todas as pesquisas selecionadas, decidimos organizar nosso *corpus* de estudo, o que nos levou à criação do Apêndice A. Nele é possível consultar o título de todas as pesquisas, o autor responsável pela produção, o ano e a instituição em que a pesquisa foi produzida.

Salientamos que os dados do Apêndice A estão dispostos em ordem cronológica (de 2000 a 2016) e seguem a ordem alfabética dos sobrenomes dos pesquisadores.

Com a organização de nosso *corpus*, criamos o **Quadro 1**, de modo a agruparmos as pesquisas de acordo com as instituições e a quantidade de dissertações e teses, produzidas pelas respectivas universidades, a cada ano.

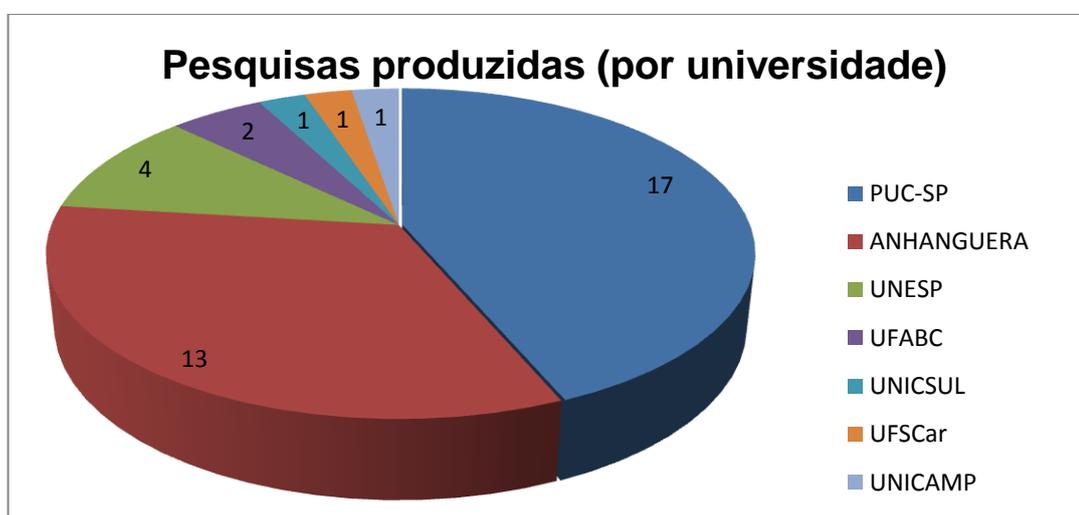
**Quadro 1: Quantidade de pesquisas produzidas nas instituições**

INSTITUIÇÃO	DISSERTAÇÕES	TESES
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP	<b>13 dissertações</b> 1 (2000); 1 (2001); 4 (2005); 1 (2006); 1 (2007); 2 (2008); 2 (2011); 1 (2014).	<b>4 teses</b> 1 (2005); 2 (2007); 1 (2015).
Universidade Bandeirante de São Paulo- ANHANGUERA	<b>11 dissertações</b> 3 (2010); 3 (2011); 1 (2013); 2 (2014); 1 (2015); 1 (2016)	<b>2 teses</b> 1 (2013); 1 (2016).
Universidade Estadual “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP	<b>4 dissertações</b> 1 (2003); 1 (2004); 1 (2009); 1 (2010).	Nenhuma tese.
Universidade Federal do ABC- UFABC	<b>2 dissertações</b> 2 (2015).	Nenhuma tese.
Universidade Cruzeiro do Sul- UNICSUL	<b>1 dissertação</b> 1 (2007).	Nenhuma tese.
Universidade Federal de São Carlos- UFSCar	<b>1 dissertação</b> 1 (2014).	Nenhuma tese.
Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP	<b>1 dissertação</b> 1 (2002).	Nenhuma tese.

Fonte: produção da autora.

Com base no Quadro 1, pudemos verificar que grande parte dos trabalhos são dissertações, correspondendo a 33 dos 39 trabalhos produzidos, ao passo que foram produzidas apenas 6 teses.

Ainda com relação ao Quadro 1, destacamos que dentre as 39 pesquisas realizadas nesse período, 17 delas foram produzidas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Em seguida, destaca-se a Universidade Bandeirante de São Paulo, responsável pela produção de 13 trabalhos, seguida da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, com 4 trabalhos; a Universidade Federal do ABC produziu 2 trabalhos. Por fim, a Universidade Cruzeiro do Sul, a Universidade Estadual de Campinas e a Universidade Federal de São Carlos, produziu 1 trabalho, cada, no período estudado. A seguir, apresentamos um gráfico a fim de evidenciar essas informações:



Concernente às produções realizadas pela PUC-SP, levantamos hipóteses que explicam a quantidade de pesquisas produzidas pela instituição, em especial, entre os anos de 2005 e 2008. Tal fato, possivelmente, seja resultado do programa de cooperação entre a Oxford Brookes University e o Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC-SP, que favoreceu o desenvolvimento de várias pesquisas correlatas ao estudo dos números fracionários, conforme expusemos na introdução desse trabalho. Dentre as pesquisas, destacamos os trabalhos de: Merlini (2005), Moutinho (2005), Rodrigues (2005), Santos (2005), Canova (2006), Silva (2007), Damico (2007), Malaspina (2007) e Teixeira (2008).

Outro aspecto observado, em relação às produções das instituições, expostas no Quadro 1, foi com relação à implantação do Profmat em algumas universidades, como a UNESP, a UFSCar e a UFABC, que para o nosso estudo não

foi favorável, já que desconsideramos esse tipo de trabalho, como justificamos no capítulo 2 dessa dissertação.

Após a seleção das pesquisas, iniciamos os fichamentos das dissertações e teses (ver apêndices B, C e D), com base nos objetivos específicos, descritos no capítulo 2. Por meio dos fichamentos pudemos iniciar algumas análises quanto aos dados fornecidos pelos resultados das pesquisas.

Conforme já mencionamos, cada fichamento é composto por: título; instituição; autor; orientador; titulação; ano da defesa; sujeitos da pesquisa; metodologia de pesquisa; quadro teórico; referenciais teóricos e concepções de números fracionários.

Uma vez que tínhamos os fichamentos à disposição, iniciamos breves resenhas a fim de elucidar nosso interesse, em cada pesquisa. Destacamos, então, o objetivo de cada trabalho, bem como a questão de pesquisa e os resultados oriundos dessas investigações.

A partir daí, conforme complementávamos os fichamentos, com as resenhas, sentimos a necessidade de separar as pesquisas em categorias distintas de análises, já que iniciávamos análises prévias por meio de nossas observações superficiais.

Definimos, portanto, três categorias de análises, que receberam as seguintes denominações: categoria 1: “*abordagem dos números fracionários em documentos oficiais ou em materiais didáticos*”; categoria 2: “*saberes docentes, formação inicial e formação continuada*”; e categoria 3: “*ensino e aprendizagem dos números fracionários e de suas operações*”.

Com base nessas categorizações, destacamos que nosso mapeamento é composto por:

- cinco pesquisas que tratam da abordagem dos números em documentos ou em materiais didáticos (categoria 1);
- treze pesquisas que tratam de aspectos relacionados a saberes docentes (categoria 2);
- vinte e uma pesquisas que tratam de aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem dos números fracionários (categoria 3).

Dessa forma, com relação aos objetivos das pesquisas de nosso *corpus* de estudo, observamos que grande parte delas tem o enfoque na investigação de aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem dos números fracionários, seguidos de objetivos que se relacionavam aos saberes docentes. Por fim, a abordagem dos números fracionários em documentos oficiais, materiais didáticos, guias curriculares, entre outros, foi a categoria que apresentou menos estudos entre 2000 e 2016.

A classificação das pesquisas nos levou à confecção de quadros, com o intuito de evidenciarmos os trabalhos referentes a cada categoria de análise, sinalizando aspectos quantitativos.

**Quadro 2: Pesquisas que trataram dos números fracionários em documentos**

<b>INSTITUIÇÃO E ANO</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>AUTOR</b>
PUC-SP, 2000	<i>Registros de Representação Semiótica e o Número Racional: Uma abordagem nos livros didáticos</i>	Glória Garrido Catto
UNESP - Marília, 2003	<i>Uso Social e Escolar dos Números Racionais: Representação Fracionária e Decimal</i>	Alcir Rojas Valera
PUC-SP, 2008	<i>Reta Graduada: Um registro de representação dos números racionais</i>	Marcelo Cordeiro da Silva
PUC-SP, 2011	<i>Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo estado de São Paulo após a nova proposta curricular</i>	Diana Mazo Malheiro
ANHANGUERA, 2016	<i>Equivalência de Números Racionais na Representação Fracionária: um olhar para livros didáticos à luz da Teoria dos Três Mundos da Matemática</i>	Sidney Silva Santos

Fonte: produção da autora.

No Quadro 2, destacamos que todas as pesquisas que trataram da abordagem dos números fracionários em materiais didáticos e em documentos oficiais foram dissertações, não sendo produzida nenhuma tese, no período observado, sob essa categoria.

Salientamos que, embora grande parte das pesquisas com enfoque nos saberes docentes e no processo de ensino e aprendizagem, tenha recorrido a documentos oficiais para explorar o objeto de estudo *números fracionários*, as pesquisas do Quadro 2 limitaram-se a estudos bibliográficos e documentais.

Destacamos, novamente, a PUC-SP como a instituição que mais produziu pesquisas (três das cinco) que investigaram como os materiais didáticos, guias curriculares e documentos oficiais orientam para a abordagem dos números fracionários em sala de aula, nos diversos níveis de ensino.

Dando continuidade, confeccionamos o **Quadro 3** para ilustrar as pesquisas que trataram de algum aspecto relacionado à docência, sendo diretamente relacionado aos saberes docentes, à formação inicial ou, ainda, à formação continuada.

**Quadro 3: Pesquisas que trataram de saberes docentes**

<b>INSTITUIÇÃO E ANO</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>AUTOR</b>
PUC-SP, 2005	<i>O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental</i>	Aparecido dos Santos
PUC-SP, 2005	<i>Investigando saberes docentes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série</i>	Maria José Ferreira da Silva
PUC-SP, 2006	<i>Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração</i>	Raquel Factori Canova
PUC-SP, 2007	<i>Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental</i>	Alecio Damico
PUC-SP, 2007	<i>O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem de frações</i>	Angélica da Fontoura Garcia Silva
UNICSUL, 2007	<i>Os significados dos números racionais desenvolvidos por professores a autores de livros</i>	Everaldo José da Silva

	<i>didáticos na EJA</i>	
PUC, SP, 2008	<i>O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo</i>	Alexis Martins Teixeira
ANHANGUERA, 2010	<i>Uma formação continuada sobre as frações</i>	Patrícia de Barros Monteiro Cervantes
PUC-SP, 2011	<i>Concepções e competências de professores especialistas em matemática em relação ao conceito de fração em seus diferentes significados</i>	Fabio Meneses Costa
ANHANGUERA, 2011	<i>Concepções de professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no ensino fundamental</i>	Dario Vieira de Oliveira Filho
ANHANGUERA, 2014	<i>Formação de professores nos anos iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração</i>	Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro
ANHANGUERA, 2015	<i>Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores</i>	Francisco José da Silva Júnior
UFABC, 2015	<i>A formação do professor de matemática: um estudo sobre o conhecimento pedagógico dos números racionais</i>	Debora da Silva Souza

Fonte: produção da autora.

Nas pesquisas apresentadas no Quadro 3, observamos que encontram-se, nessa categoria, três das seis teses que compõem nosso mapeamento, o que pode ser um indício de que a preocupação da comunidade científica é grande com relação à formação docente.

A PUC-SP foi a instituição responsável por sete das treze pesquisas acadêmicas que tratam dessa categoria, seguida da Anhanguera, que produziu quatro pesquisas. As duas pesquisas restantes foram produzidas pelas instituições UNICSUL e UFABC, sendo cada uma delas responsável por uma pesquisa.

No que segue, apresentaremos o Quadro 4, a fim de evidenciarmos as pesquisas que trataram de algum aspecto relacionado ao ensino e à aprendizagem dos números fracionários.

Enfatizamos que entendemos que o ensino e a aprendizagem são processos distintos, porém optamos por unir as pesquisas que trataram desses processos em uma mesma categoria, devido à dificuldade que teríamos em separá-las, já que

muitas das pesquisas abarcaram esses dois processos em um mesmo trabalho acadêmico.

**Quadro 4: Pesquisas que trataram do ensino e da aprendizagem**

<b>INTUIÇÃO E ANO</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>AUTOR</b>
PUC-SP, 2001	<i>Introdução do Conceito de Número Fracionário e de suas Representações: Uma abordagem criativa para a sala de aula</i>	Francisco José Brabo Bezerra
UNICAMP, 2002	<i>A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração</i>	Érica Toledo Catalani
UNESP – Rio Claro, 2004	<i>O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas no 3º ciclo do ensino fundamental</i>	Mariângela Pereira
PUC-SP, 2005	<i>O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental</i>	Vera Lucia Merlini
PUC-SP, 2005	<i>Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental</i>	Leonel Valpereiro Moutinho
PUC-SP, 2005	<i>Números Racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal</i>	Wilson Roberto Rodrigues
PUC-SP, 2007	<i>O início do ensino de fração: uma intervenção com alunos da 2ª série do ensino fundamental</i>	Maria da Conceição de Oliveira Malaspina
UNESP – Bauru, 2009	<i>Um estudo sobre as relações entre atitude, gênero e desempenho de alunos do ensino médio em atividades envolvendo frações</i>	Andresa Maria Justulin
UNESP – Rio Claro, 2010	<i>Representações dos Números Racionais e a Medição de Segmentos: Possibilidades com Tecnologias Informáticas</i>	Claudio Woerle Lima
ANHANGUERA, 2010	<i>O papel da percepção sonora na atribuição de significados matemáticos para números racionais por pessoas cegas e pessoas com baixa visão</i>	Elen Graciele Martins
ANHANGUERA, 2010	<i>Explorações de frações equivalentes por alunos surdos: uma investigação das contribuições da musicalcolorida</i>	Franklin Rodrigues de Souza
ANHANGUERA, 2011	<i>Conhecimentos de alunos do programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) relativos aos números racionais</i>	Laíde Ceragioli

	<i>na forma fracionária</i>	
ANHANGUERA, 2011	<i>Uma jornada por diferentes mundos da matemática investigando os números racionais na forma fracionária</i>	Paulo César Freire
ANHANGUERA, 2013	<i>Explorando a ideia do número racional na sua representação fracionária em libras</i>	Claudio de Assis
ANHANGUERA, 2013	<i>Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração</i>	Raquel Factori Canova
PUC-SP, 2014	Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos	Edinalva Rodrigues Ferreira
UFSCar, 2014	<i>O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos do 7º ano do ensino fundamental</i>	Renata Cláudia Gois
ANHANGUERA, 2014	<i>Luz, câmera, ação: adaptando uma teleaula de frações para o público surdo</i>	Elizabete Leopoldina da Silva
PUC-SP, 2015	<i>Uma engenharia didática para o ensino de operações com números racionais por meio de calculadora para o quinto ano do ensino fundamental</i>	Antonio Sergio dos Santos Oliveira
UFABC, 2015	<i>O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas</i>	Liliane Giglio Canelhas de Abreu Segeti
ANHANGUERA, 2016	<i>Rendimentos e estratégias de estudantes concluintes do ensino fundamental na resolução de itens de avaliações externas</i>	Rosivaldo Severino dos Santos

Fonte: produção da autora.

Reiterando, nosso mapeamento é composto por vinte e uma pesquisas que trataram de aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem de números fracionários, sendo esta a categoria que recebeu maior quantidade de trabalhos.

Entre as instituições que mais produziram pesquisas nessa categoria, destacamos a Anhanguera, responsável pela produção de seis dissertações e duas teses, nesse período. Em seguida, a PUC-SP produziu seis dissertações e uma tese. A UNESP produziu três dissertações, enquanto as três pesquisas restantes

dessa categoria foram produzidas pelas instituições Unicamp, UFSCar e UFABC, cada uma sendo responsável por uma delas.

Após a organização desses dados, apresentaremos nossas análises por categorias.

### **4.3 ANÁLISES POR CATEGORIAS**

Conforme explicitamos no capítulo 2, o objetivo geral e os objetivos específicos de nossa dissertação nos levaram a criar fichas e pequenas resenhas das dissertações e teses, de modo a nos auxiliar na catalogação e posteriores análises quanto às pesquisas que compõem nosso mapeamento.

Iniciaremos nossas análises pelas pesquisas que compõem a Categoria 1- *“Abordagem dos números fracionários em documentos oficiais ou em materiais didáticos”*, seguida das análises da Categoria 2- *“Saberes docentes, formação inicial e formação continuada”* e, por fim, analisaremos os trabalhos da Categoria 3- *“Ensino e aprendizagem dos números fracionários e de suas operações”*.

#### **4.3.1 CATEGORIA 1- ABORDAGEM DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS EM DOCUMENTOS OFICIAIS OU EM MATERIAIS DIDÁTICOS**

Entendemos que as trinta e nove pesquisas, constituintes do nosso mapeamento, representam uma amostra pequena quando comparadas às produções realizadas pelas instituições brasileiras. Porém, acreditamos ser possível realizarmos conjecturas que se aproximem das demais produções, a partir dos resultados apresentados. No que segue, apresentaremos tais conjecturas, por meio de nossas considerações.

Iniciando as análises das pesquisas que compõem a categoria 1, destacamos que das cinco que a constituem, somente a pesquisa de Valera (2003) foi destinada à investigação do uso social e escolar dos números racionais (tanto por meio da representação fracionária quanto da decimal) em documentos oficiais distintos (nacionais e estaduais), traçando um panorama das mudanças curriculares para a Matemática, nas últimas décadas.

Além disso, o pesquisador buscou analisar o desempenho de alunos em avaliações externas, como o SARESP e o SAEB<sup>12</sup>, por exemplo, a fim de verificar se as mudanças curriculares estão, de fato, sendo refletidas, no sistema de ensino, por meio desses resultados.

Os documentos analisados nessa dissertação foram: Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática; Guias Curriculares de Matemática, propostos para as matérias do Núcleo Comum do Ensino do 1º Grau; Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no Ensino do 1º Grau; Subsídios para a Implementação do Guia Curricular de Matemática, entre outros materiais presentes no âmbito educacional do estado de São Paulo.

Após traçar essa “retrospectiva curricular”, Valera (2003) apresenta mudanças evidentes a partir do movimento da Matemática Moderna, nos currículos mais recentes. Porém, ainda enfatiza equívocos que são cometidos no âmbito educacional até os dias atuais, embora os currículos busquem sempre atualizações e estratégias para o ensino dos conteúdos, com base em discussões e pesquisas realizadas pela comunidade científica.

Um dos fatos que o pesquisador sinalizou, em seu estudo, refere-se à obrigatoriedade do ensino dos números fracionários no 6º ano do Ensino Fundamental, com todos os aspectos intrínsecos nesse conteúdo, formando uma espécie de “pacote”, conforme denominação do próprio Valera (2003). Para o autor, é impossível pensar na aprendizagem de Matemática como algo linear, conforme vemos até nos currículos mais atuais. Para ele, esse é um dos principais equívocos ainda apresentados nos modelos curriculares de Matemática.

Embora a pesquisa de Valera (2003) tenha observado diversos materiais, de diferentes âmbitos, utilizados para planejar a abordagem dos números racionais, pudemos observar que as quatro pesquisas restantes dessa categoria, destinaram seus estudos a análises de materiais específicos, ainda que tenham recorrido a algum documento oficial para fundamentar suas observações, como os PCN, por exemplo, presente em todas as pesquisas dessa categoria.

Com relação ao quadro teórico mais adotado pelos pesquisadores que trataram da abordagem dos números fracionários em materiais didáticos, destacam-

---

<sup>12</sup> SAEB: Sistema de Avaliação da Educação Básica.

se os aportes de Raymond Duval, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, estando presente em três das cinco pesquisas da categoria 1: no estudo de Catto (2000), no de Silva (2008) e na pesquisa de Malheiro (2011).

Os Três Mundos da Matemática, classificação teórica proposta por Tall, em 2013, foi explorada pela pesquisa de Silva Santos (2016), também para subsidiar análises de quatro livros didáticos, para o 6º ano, aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2014.

Com relação aos materiais utilizados nos estudos mencionados, destacamos que todos se referem ao Ensino Fundamental, o que apresenta indícios de que a construção desse novo campo numérico deva ocorrer nesta fase de escolaridade, o que nem sempre é apontado pelas pesquisas, conforme veremos nas análises da categoria 3 desse estudo, por meio das investigações que trataram dos saberes discentes (dos alunos).

No que concerne às concepções dos números fracionários (abordadas em documentos e em materiais didáticos), todas as pesquisas salientam que houve mudanças significativas no que diz respeito à constituição desses materiais, inclusive, com aportes de resultados oriundos de pesquisas da Educação Matemática. Dessa maneira, tais materiais apresentaram mais abordagens desses números utilizando as concepções *parte-todo*, *medida*, *quociente*, *operador* e *razão*, quando comparados com materiais mais antigos.

No entanto, é unânime entre todas as pesquisas, que ainda há a predileção pela concepção *parte-todo*, embora esse modelo seja bastante criticado pela comunidade científica, conforme expusemos no capítulo 3 dessa dissertação.

De modo a elucidar essas constatações, destacamos aspectos comuns evidenciados pelas pesquisas de Catto (2000), Silva (2008) e Silva Santos (2016), que analisaram os números fracionários em diferentes livros didáticos, de séries distintas do Ensino Fundamental. A concepção *parte-todo* teve destaque nos resultados dessas pesquisas como àquela concepção privilegiada por todos os materiais analisados, seja para introduzir a noção de números fracionários, ou para propor tarefas relacionadas a eles.

Ainda em relação a essa concepção, Silva (2008) e Valera (2003) também destacaram em suas pesquisas, o percentual de acertos dos alunos nos resultados

apresentados pelo SARESP, em detrimento às questões que envolviam as demais concepções dos números fracionários, o que indica a forte presença da concepção *parte-todo* no cotidiano dos alunos, influenciando, assim, sua postura frente a resolução dessas questões.

De maneira semelhante, ao analisar a organização didática proposta pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE/SP), presente nos cadernos do professor e do aluno, para a abordagem dos números fracionários nas 5ª e 6ª séries (atuais 6º e 7º anos do Ensino Fundamental), Malheiro (2010) ressaltou que, embora o material aborde todos os significados dos números fracionários (*parte-todo, medida, operador, quociente e razão*), as atividades não parecem elaboradas com o intuito de levar o aluno a construir significado a esses números.

A pesquisadora ainda critica as questões que envolvem o significado *parte-todo* (conforme denominação da pesquisadora), por privilegiarem a dupla contagem, podendo levar à constituição de um obstáculo didático, no processo de aprendizagem.

Complementando, as pesquisas de Catto (2000), Valera (2003) e Silva (2008) apresentaram avanços (por parte de livros, materiais didáticos e de documentos oficiais) no que diz respeito à tentativa de articular as diferentes concepções dos números fracionários, tanto na abordagem, quanto nas atividades, a fim de levar o aluno a constituir um novo conjunto numérico: o conjunto dos números racionais.

Em contrapartida, apesar desse progresso, Silva Santos (2016) apontou desafios que ainda cercam a elaboração desses materiais. Dos quatro livros, de 6º ano do Ensino Fundamental, analisados em sua pesquisa, o subconstruto *quociente* (segundo o autor) não foi evidenciado em nenhuma obra, mesmo tendo sido aprovados pelo PNLD de 2014.

O autor reitera as contribuições de pesquisadores do tema quando afirmam que a abordagem dos números fracionários deva ser iniciada por esse subconstruto, o que mostra a importância de mobilizá-lo. Questiona, ainda, o porquê das abordagens, em alguns materiais, permanecerem semelhantes às realizadas na década de 90, mesmo diante de tantas pesquisas e contribuições acadêmicas, ao longo de mais de duas décadas de estudos.

Diante do exposto, é inegável que os avanços são evidentes, com relação à abordagem das concepções dos números fracionários por livros, materiais didáticos e documentos oficiais, conforme comprovaram os estudos dessa categoria.

Todavia, acreditamos que as pesquisas científicas ainda devam ser consideradas com mais afinco, por editoras e órgãos governamentais, no desenvolvimento desses materiais (inclusive pelos critérios de aprovação do PNLD), visto que ainda apresentam grande influência no cotidiano (e até na formação) docente, podendo influenciar os processos de ensino e de aprendizagem, conforme veremos nas análises das próximas categorias. Segundo a recente pesquisa de Silva Santos (2016), alguns materiais ainda estão aquém do desejado, e a concepção *parte-todo* ainda tem forte destaque nesses materiais, como destacaram todos os pesquisadores.

Perante essas considerações, constatamos que, se por um lado as pesquisas que trataram da abordagem dos números fracionários em materiais, e em documentos oficiais, apresentaram uma mudança significativa, ao propor a relação das diferentes concepções desses números, por outro, fica nítida que a concepção *parte-todo* ainda parece enraizada na abordagem desse conteúdo matemático.

E, considerando que nosso mapeamento é composto por trinta e nove trabalhos, entendemos que as cinco pesquisas da categoria 1 representam uma quantidade inferior, especialmente pela influência que esses materiais e orientações implicam (ou deveriam) no processo de ensino e de aprendizagem dos números fracionários. Dessa forma, acreditamos que a necessidade constante de estudos que tratem das mudanças curriculares e da análise de livros e materiais didáticos é evidente, nesse campo acadêmico.

#### **4.3.2 CATEGORIA 2- SABERES DOCENTES, FORMAÇÃO INICIAL E FORMAÇÃO CONTINUADA**

Apresentaremos nossas observações das pesquisas referentes aos aspectos relacionados aos saberes docentes, tendo por base o objetivo geral e os específicos que delimitamos em nossa dissertação.

Quanto à metodologia de pesquisa mais utilizada pelos trabalhos dessa categoria, destacamos que todos eles são de caráter qualitativo, ainda que alguns

dos trabalhos utilizem o termo “quanti-qualitativo”, por indicar aspectos numéricos (quantitativos) para evidenciar resultados das investigações.

Seis, das treze pesquisas dessa categoria, apontaram o estudo diagnóstico como procedimento metodológico para suas investigações, sendo elas: Santos (2005), Canova (2006), Silva (2007), Teixeira (2008), Costa (2011) e Pinheiro (2014). O trabalho de Silva (2005) apontou a pesquisa-ação como metodologia e a pesquisa de Filho (2011) descreveu sua pesquisa como documental e bibliográfica. Ressaltamos que as demais pesquisas enfatizaram o caráter qualitativo de sua investigação, sem nomearem uma metodologia específica.

Com relação ao quadro teórico, destacamos as contribuições de Gérard Vergnaud, na Teoria dos Campos Conceituais, presente em nove das treze pesquisas que compõem essa categoria: Santos (2005), Canova (2006), Silva (2007), Teixeira (2008), Cervantes (2010), Costa (2011), Filho (2011), Pinheiro (2014) e Silva Júnior (2015).

A Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard, foi utilizada somente por Silva (2005) em sua investigação. Os estudos de Shulman, Tardif, Tall, Pontes, dentre outros autores da Educação, da Psicologia e da Educação Matemática, também foram referenciados, especialmente no que se refere aos aspectos relacionados aos conhecimentos do professor, como nas pesquisas de Damico (2007), Silva (2007) e Souza (2015), por exemplo.

Em relação a essas observações, conjecturamos algumas hipóteses em virtude da significativa quantidade de trabalhos que tiveram embasamento teórico na Teoria dos Campos Conceituais. Ao considerarmos as concepções de números fracionários, abordadas nessas pesquisas, entendemos que os estudos de Nunes também se fazem presentes, especialmente pela relação existente entre tais estudos e a teoria, já que a pesquisadora se apoia em contribuições da psicologia, inclusive para fundamentar sua classificação dos números fracionários, por meio dos significados que eles assumem.

Confirmamos nossa suspeita por meio dos oito trabalhos que utilizaram os aportes de Nunes e de seus colaboradores, quanto às concepções de números fracionários: Santos (2005), Canova (2006), Silva (2007), José da Silva (2007), Teixeira (2008), Cervantes (2010), Costa (2011) e Pinheiro (2014).

Ainda com relação às concepções desses números, em grande parte dos trabalhos, o nome do pesquisador Kieran é evidenciado como o pioneiro dos estudos dos números racionais, em sua representação fracionária, que originou em construtos e subconstrutos dos números racionais. Tais subconstrutos foram interpretados a partir de diferentes óticas, por pesquisadores de todo o mundo.

Além de Nunes e Kieran, outros estudiosos da área também foram bastante mencionados nas pesquisas dessa categoria, como: Bezerra (2001), Merlini (2005), Moutinho (2005), Santos (2005), Silva (2005), Canova (2006), Damico (2007), Magina e Campos (2008), entre outros.

Com relação aos sujeitos investigados pelas pesquisas da categoria 2, identificamos que apenas o estudo de Damico (2007) investigou futuros professores, ou seja, teve enfoque na licenciatura em Matemática, no que diz respeito aos números fracionários. Essa investigação foi, portanto, a *única* que tratou da formação inicial do professor de Matemática, no que concerne ao ensino e à aprendizagem dos números fracionários. Tal fato já demonstra um desafio nesse campo acadêmico, visto que há fragilidade na formação inicial dos professores e, portanto, necessidade de novos estudos correlatos à licenciatura.

Outro aspecto observado é quanto à falta de pesquisas na licenciatura em Pedagogia, com relação a esses números. Não observamos, nas pesquisas que compõem nosso mapeamento, nenhum estudo que tivesse como sujeito esses estudantes. Reiteramos a importância desse tipo de estudo, em virtude de ser o pedagogo, o profissional responsável por colocar os alunos do Ensino Fundamental I em contato inicial com os números fracionários.

Também não foi evidenciada, nessa categoria, uma pesquisa com enfoque na postura docente no Ensino Médio, com relação aos números fracionários, ainda que alguns trabalhos tenham como sujeitos, professores que também lecionam para turmas desse nível de escolaridade.

No que diz respeito aos sujeitos das doze pesquisas restantes, algumas trataram da observação da prática docente, enquanto outras propuseram projetos de formação continuada. Dessa forma, em ambos os casos, os sujeitos eram professores que já lecionavam Matemática, nos diferentes ciclos do Ensino

Fundamental e no Ensino Médio (mesmo que esse nível de ensino não tenha sido o foco de nenhuma investigação, conforme salientamos anteriormente).

A partir dos resultados oriundos das pesquisas que trataram de aspectos docentes, fica evidente a fragilidade dos cursos de formação de professores, conforme destacaram as investigações de Silva (2005), Silva (2007) e Pinheiro (2014), por exemplo, diante de programas de formação continuada, propostos por essas pesquisas. Alguns conhecimentos apresentados pelos professores, durante as formações, mostraram-se insuficientes.

Sendo assim, em virtude da frágil formação, da necessidade constante de reflexões a respeito da prática docente e, sobretudo, da importância de apropriação de novas abordagens de ensino (pelos professores), focadas em pesquisas científicas, concordamos com as pesquisadoras quando afirmam que os programas de formação continuada são fundamentais para a formação profissional docente.

Com relação à investigação de saberes docentes de professores que atuam na Educação de Jovens e Adultos (EJA), destacamos que das treze pesquisas da categoria 2, *somente* a pesquisa de José da Silva (2007) investigou a prática desses sujeitos, o que também apresenta um desafio, em relação a esse público diferenciado, que necessita de abordagem específica para a apreensão de conceitos, frente à formação deficitária dos professores, conforme apontaram os resultados de muitas pesquisas dessa categoria.

A partir das observações superficiais realizadas até o momento, passemos às considerações de aspectos congruentes, de acordo com os resultados apontados pelos pesquisadores da categoria 2.

Em sua pesquisa, Santos (2005) investigou o desempenho de professores polivalentes e o de especialistas, frente à elaboração de atividades referentes ao conceito de fração, não conseguindo perceber, em seus resultados, uma diferença significativa entre esses profissionais, o que demonstrou, para o autor, um indício das influências das concepções desenvolvidas por esses sujeitos, na Educação Básica.

O pesquisador também ressaltou que nenhum dos dois grupos apresentou resultados iguais quanto aos significados das frações, sendo *operador*

*multiplicativo* e *parte-todo*, os significados mais utilizados pelos professores, na elaboração de questões, respectivamente.

Em consonância, no que concerne à influência exercida pelas concepções desenvolvidas na Educação Básica, Damico (2007) destacou que as crenças e concepções trazidas por esse nível de escolarização exercem papel fundamental na postura dos futuros professores, em virtude da visão algoritmizada apresentada pelos sujeitos de seu estudo. Os subconstrutos *operador* e *parte-todo*, dos números racionais, foram os mais utilizados pelos professores na elaboração de um dos instrumentos de sua pesquisa, seguidos de *divisão indicada*, *medida* e *coordenada linear*, respectivamente.

Ainda que cada pesquisador tenha utilizado uma nomenclatura diferente para referenciar as concepções dos números fracionários, ambos chegaram a resultados iguais quanto à utilização da concepção de *operador* e *parte-todo*, por parte dos sujeitos dessas pesquisas.

Complementando os aportes de Damico (2007), Souza (2015) enfatizou a importância de relacionar os conteúdos estudados na licenciatura em Matemática aos da Educação Básica, já que os professores analisados em seu trabalho demonstraram grandes dificuldades em articulá-los, ao promoverem atividades que abordassem os números racionais para posterior aplicação em sala de aula. Diante disso, a pesquisadora reiterou a necessidade de novas pesquisas que estudem a licenciatura.

Sendo assim, com base nas considerações de Damico (2007) e de Souza (2015) reforçamos que os estudos dos números fracionários, nos cursos de licenciatura em Matemática, representam um desafio no cenário acadêmico, visto que das trinta e nove pesquisas do nosso mapeamento, apenas uma teve enfoque nessa investigação, ocorrida há mais de uma década.

Se a formação inicial foi pouco explorada pelas pesquisas de nosso mapeamento, a proposta da formação continuada esteve presente em, pelo menos, cinco pesquisas da categoria 2: Silva (2005), Silva (2007), Cervantes (2010), Pinheiro (2014) e Silva Júnior (2015), além de ser referenciada como fundamental por outros pesquisadores, nas considerações de seus estudos.

Silva (2005) detectou em seu estudo (único de nosso mapeamento que teve embasamento teórico na Teoria Antropológica do Didático), que a concepção *parte-todo* foi a mais utilizada na construção de Organizações Matemáticas, ao passo que a concepção de *razão* foi a menos utilizada pelos professores participantes de sua pesquisa.

Após a formação, a pesquisadora enfatizou que os professores apresentaram mudanças referentes, dentre outros aspectos, à postura docente e à visão que tinham de seus alunos, ainda que de forma particular em cada um dos sujeitos. E salientou que, tão importante quanto tratar dos “não saberes” dos professores, é tratar de seus saberes.

Analogamente, Silva (2007) também analisou um grupo de professores durante uma formação continuada e verificou que as dificuldades relativas aos significados da representação fracionária do número racional (*parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e localização na reta numérica*) são fatores que podem influenciar no desenvolvimento profissional, reafirmando a importância de constantes programas de formação continuada e de espaços de reflexão das experiências vividas.

Complementando as duas pesquisas relacionadas aos programas de formação continuada, Cervantes (2010), Pinheiro (2014) e Silva Júnior (2015) ressaltaram que, após o programa de formação, proposto aos professores por essas pesquisas, os sujeitos conseguiram (re)significar o conceito de fração (conforme denominaram os pesquisadores), repensando suas práticas docentes, a fim de explorar todos os significados das frações, ainda que esses professores tenham apresentado resultados semelhantes aos encontrados por Silva (2005) e Silva (2007): a não equidade de articulação das concepções dos números fracionários.

Para exemplificar as mudanças provocadas pela formação continuada, Cervantes (2010) destacou que as professoras participantes de tal formação modificaram sua abordagem usual e concluíram que o significado *quociente* é bastante adequado para iniciar o estudo das frações, já que as crianças, nessa faixa etária, possuem a ideia da divisão constituída, consoante às contribuições de Vergnaud.

Outro fato que comprovou a importância dos programas de formação continuada quanto à postura docente, refere-se à análise da prática docente de professores participantes das pesquisas, em anos subsequentes aos da formação, conforme destacaram Pinheiro (2014) e Silva Júnior (2015), em seus estudos. A mudança, de fato, foi real, na vida profissional desses docentes, segundo as observações desses pesquisadores.

Concernentes às crenças, concepções e competências de professores, destacamos as pesquisas de Canova (2006), Teixeira (2008), Costa (2011) e Filho (2011), cada qual investigando sujeitos dos diferentes níveis do Ensino Fundamental. Reiteramos que nenhuma pesquisa analisou a postura docente no Ensino Médio, ainda que alguns professores também trabalhassem com turmas desse nível de ensino.

Ao analisar professores que atuam nos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, Canova (2006) sinalizou que as concepções desses profissionais sofrem forte influência da prática docente, visto que os professores do 1º ciclo apresentaram uma predileção pelo significado *parte-todo*, enquanto os do 2º ciclo, exploraram mais significados, semelhantes aqueles apresentados pelos livros didáticos utilizados por eles, ao ministrarem suas aulas. Tal situação reforça nossa preocupação quanto à necessidade de constantes análises dos materiais didáticos, conforme expusemos anteriormente, ao discutir as pesquisas da categoria 1.

Quanto às competências dos professores, também foi revelado, na pesquisa de Canova (2006), que não houve um desempenho equitativo em relação aos cinco significados da fração (*número, parte-todo, medida, quociente e operador*), ficando, novamente, evidenciado o bom desempenho desses profissionais frente às situações que abordam o modelo *parte-todo*.

Dois anos após a pesquisa de Canova (2006), Teixeira (2008) também investigou as concepções e competências de professores do 2º ciclo do Ensino Fundamental quanto ao conceito de fração e ao seu ensino. E os resultados foram muito semelhantes: os professores continuaram privilegiando os significados *parte-todo*, além do significado *operador multiplicativo*. O autor salientou que esses profissionais precisam ampliar seu conhecimento, em virtude do baixo rendimento apresentado por eles, em sua pesquisa, na resolução de cinco problemas que

abordavam frações, além da dificuldade em utilizar esses significados na elaboração de questões destinadas aos alunos.

Complementando os estudos acerca das concepções e competências dos professores, destacamos a pesquisa de Costa (2011) que teve como sujeitos, professores de Matemática do 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. Como prevíamos, os resultados não foram muito diferentes dos encontrados por Canova (2006) e Teixeira (2008), ainda que esses professores tenham contato com as séries finais do Ensino Fundamental.

Com relação às concepções, os significados *parte-todo* e *operador multiplicativo* foram privilegiados na abordagem feita pelos professores dos dois ciclos, ao passo que os professores do 4º ciclo abordaram, de maneira mais eficiente, os outros significados da fração, especialmente, o significado *razão*. Mais um indício de que a prática docente, os materiais didáticos e as concepções trazidas pela Educação Básica podem influenciar na postura docente desses profissionais.

Por fim, destacamos que a pesquisa de Filho (2011) também chamou a atenção para o início do trabalho com frações, pautado no significado *parte-todo*, realizado por professores de 6º e 7º anos, sujeitos de sua pesquisa. Apesar de explorarem os outros significados (*medida, operador, razão e quociente*), foi nítida a predileção pelo modelo *parte-todo*, e o quase abandono do significado *quociente*, por esses profissionais, por meio de sua investigação.

Diante dos resultados das pesquisas que trataram das crenças, concepções e competências de professores, salientamos que todos os pesquisadores afirmam que há necessidade de reflexões e mudanças na formação inicial e na formação continuada, sobretudo, para sanar as fragilidades apresentadas por muitos professores, quanto ao conteúdo matemático *números fracionários*, em virtude de uma série de elementos que podem influenciar essa postura profissional, que perpassam desde experiências escolares, vivenciadas na Educação Básica, até a utilização de materiais didáticos empregados como instrumento de apoio (ou, de formação, como pudemos verificar).

No que segue, a pesquisa de José da Silva (2007) foi a única a investigar a postura docente de quatro professores, frente a uma turma de 5ª série do EJA, em nosso mapeamento. Em suas considerações, o pesquisador enfatizou a urgência na

formação de professores que trabalham com esse público, visto que seus resultados não foram nada satisfatórios. Os significados de fração como *quociente*, *medida* e *número* não foram abordados por nenhum dos professores analisados no estudo, enquanto o significado *parte-todo* foi abordado por todos eles. Apenas um dos professores integrou ao modelo *parte-todo*, o significado *operador multiplicativo*.

Além da análise da postura docente, José da Silva (2007) advertiu para os materiais utilizados por esses professores da EJA, que também se limitaram à utilização dos significados *parte-todo* e *operador multiplicativo*. Tal fato se aproxima das constatações feitas até o momento, de que os materiais didáticos influenciam na postura docente e, conseqüentemente, nos processos de ensino e de aprendizagem desses números. E, reforçando os estudos de outros pesquisadores já citados, a prática docente pode influenciar as concepções e crenças dos professores, conforme salienta o autor.

Finalizando as pesquisas da categoria 2, observamos que, embora alguns resultados tenham sido divergentes, em alguns aspectos, foi bastante evidenciado o uso exacerbado da concepção *parte-todo*, pelos professores, seja para o introduzir o conteúdo, para resolver questões, ou ainda, para elaborá-las, mesmo que tal concepção seja alvo de tantas críticas, pela comunidade científica e estudiosos do tema.

Constatamos que, em décadas de estudos, o modelo ainda parece fundido nas práticas docentes, o que demonstra que as experiências escolares, vividas pelos professores, podem acarretar influências tão presentes, capazes de interferências em sua prática profissional, mesmo diante de tantas evidências acadêmicas, apresentadas pelas pesquisas científicas.

De fato, fazer com que os professores compreendam as concepções dos números fracionários, e a importância de abordá-las, na constituição do conjunto dos números racionais, caracteriza um desafio para a Educação Matemática.

Outro desafio para esse campo de estudo refere-se aos estudos da EJA, que por si só, já necessitam de cuidados específicos diante das necessidades desse público. Há de se pensar uma forma de melhorar a formação desses profissionais que receberão tal responsabilidade. Não pretendemos desmerecer os professores que atuam em outros níveis de ensino. Mas, diante do que foi destacado na

pesquisa de José da Silva (2007), os dados são alarmantes quanto ao ensino dos números fracionários na EJA. Considerando que desde 2007 não foi realizada mais nenhuma pesquisa que tratasse desse assunto, fica nosso questionamento de como tem sido o ensino, nesse cenário, na última década.

Salientamos que nenhuma pesquisa de nosso mapeamento investigou a prática docente de professores que lidam com alunos com Necessidades Educacionais Especiais (NEE), apresentando mais um desafio no âmbito da Educação Inclusiva. Sugerimos pesquisas que tratem desse aspecto, em virtude da necessidade de uma formação diferenciada para esses profissionais.

Dessa forma, entendendo que os professores são os responsáveis pela mobilização de conhecimentos (para que os conceitos sejam construídos pelos alunos) e acreditando que os processos de ensino e de aprendizagem sofrem forte influência da postura docente, reiteramos a importância da formação continuada para tratar dos saberes e dos “não saberes”, conforme destacou Silva (2005), a fim de que esses profissionais estejam conscientes do que ensinam a seus alunos, inclusive, aproximando seus saberes às novas tendências.

Também são necessárias reflexões mais aprofundadas em relação à formação inicial. O futuro professor deve ser preparado a ensinar e não estudar um conteúdo específico somente quando apresentar dúvidas, ou quando precisar ensiná-lo, como apontou um dos sujeitos da pesquisa de Damico (2007).

Por fim, após analisarmos as pesquisas que trataram dos números fracionários em documentos oficiais (e em livros ou materiais didáticos) e dos aspectos relacionados à docência, passemos às análises das pesquisas que compõem a categoria 3, voltadas a aspectos do ensino e da aprendizagem dos números fracionários, reforçando que entendemos que são processos distintos, mas que optamos por agrupá-las em uma única categoria, conforme já mencionamos nesse trabalho.

#### **4.3.3 CATEGORIA 3- ENSINO E APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS E DE SUAS OPERAÇÕES**

Dando continuidade à apresentação de nossas análises, elucidaremos nossas observações das pesquisas que compõem a categoria 3 de nosso mapeamento.

Quanto à metodologia empregada nessas pesquisas, destacamos que nem todas evidenciaram uma metodologia específica, embora todas possuam caráter qualitativo, ainda que algumas tenham realizado uma análise quantitativa dos dados, como por exemplo, as pesquisas que realizaram um estudo intervencionista ou diagnóstico. Tais pesquisas foram: Catalani (2002); Merlini (2005); Moutinho (2005); Rodrigues (2005); Malaspina (2007); Justulin (2009); Canova (2013); e Santos (2016).

Dentre as treze pesquisas restantes dessa categoria, apenas a pesquisa de Oliveira (2015) utilizou a Engenharia Didática, proposta por Artigue, como metodologia de pesquisa. A pesquisa de Segeti (2015) utilizou os pressupostos da pesquisa-ação, conforme destacou a própria autora. E o Design Experiments foi o modelo metodológico utilizado pelas pesquisas de Martins (2010) e de Souza (2010). Destacamos que os outros nove trabalhos não nomearam uma metodologia específica de pesquisa.

Com relação ao quadro teórico das pesquisas da categoria 3, destacamos que sete delas utilizaram os aportes da Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud, sendo a teoria mais utilizada pelas pesquisas dessa categoria, em consonância com os trabalhos da categoria 2. Nesse sentido, apresentamos as pesquisas de: Bezerra (2001); Merlini (2005); Moutinho (2005); Rodrigues (2005); Malaspina (2007); Canova (2013); e Santos (2016).

A Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau, foi utilizada pelas pesquisas de Ferreira (2014) e de Oliveira (2015). Salientamos que a pesquisa de Oliveira (2015) também utilizou as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, para compor a díade teórica de seu estudo acadêmico.

A pesquisa de Martins (2010) embasou-se na Teoria da Objetificação do Conhecimento Matemático, proposta por Radford, enquanto a pesquisa de Freire (2011) utilizou os aportes teóricos da Teoria dos Três Mundos da Matemática, de

Tall. Por fim, destacamos a pesquisa de Segeti (2015), que teve embasamento teórico na Teoria das Inteligências Múltiplas, proposta por Howard Gardner.

Ressaltamos que as nove pesquisas restantes da categoria 3 não evidenciaram nenhuma teoria específica. Apenas utilizaram os estudos de pesquisadores do tema, no âmbito da Educação Matemática, da Psicologia, da Educação, da Pedagogia, bem como de outras áreas de conhecimento, como referencial para suas análises.

Sentimos falta de pesquisas que abarcassem algumas teorias e contribuições da Educação Matemática, relacionadas a aspectos dos processos de ensino e de aprendizagem, como por exemplo, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard; a Dialética Ferramenta-Objeto, de Douady; a noção de quadros e jogos de quadros, entre outras. Tal situação demonstra uma limitação quanto à utilização de algumas teorias em estudos científicos, concernentes aos números fracionários, apresentando uma lacuna nesse campo de estudo.

No que segue, assim como ocorreu na categoria 2, os estudos de Nunes, quanto aos significados das frações, foram os mais referenciados pelos estudos da categoria 3 de nosso mapeamento, sendo apontados por oito pesquisas, confirmando nossa hipótese inicial, já que grande parte das pesquisas teve embasamento na Teoria dos Campos Conceituais. Com relação aos significados das frações, propostos por Nunes, destacam-se os trabalhos de: Merlini (2005); Moutinho (2005); Rodrigues (2005); Malaspina (2005); Justulin (2009); Ceragioli (2011); Assis (2013); e Canova (2013).

Já as concepções de números fracionários, propostas por Silva (1997; 2005), foram evidenciadas nas pesquisas de Bezerra (2001), Ferreira (2014), Gois (2014) e Oliveira (2015). As demais pesquisas dessa categoria referenciaram os estudos de Kieren, Behr, Romanatto, entre outros.

No que concerne aos sujeitos das pesquisas, salientamos que grande parte delas investigou alunos do Ensino Fundamental I, mais especificamente, a partir do 3º ano (antiga 2ª série) estendendo-se ao 9º ano (antiga 8ª série), o que indica a preocupação da comunidade científica, quanto aos números fracionários, nesse nível de escolaridade.

Quatro pesquisas (Rodrigues (2005); Justulin (2009); Ceragioli (2011); e Ferreira (2014), sendo essas duas últimas referentes à EJA) investigaram alunos do Ensino Médio, nas três séries que o compõem. Reforçamos, a partir desses estudos, a necessidade de pesquisas que investiguem a prática docente no Ensino Médio, visto que não detectamos, em nosso mapeamento, nenhuma pesquisa que tratasse desse nível de ensino, como expusemos anteriormente.

Além de pesquisar estudantes do Ensino Médio, Rodrigues (2005) investigou, concomitantemente, estudantes do Ensino Superior, na área de exatas, a respeito de números fracionários, sendo a *única* pesquisa, da categoria 3, destinada ao Ensino Superior. Essa situação espelha a deficiência de estudos concernentes ao Ensino Médio e ao Ensino Superior, semelhante ao que foi apresentado nas análises da categoria 2, embora nesse nível de ensino os alunos não deveriam ter dificuldades com esses números.

No âmbito da educação inclusiva, enfatizamos as contribuições das pesquisas de Martins (2010), Souza (2010), Assis (2013) e Silva (2014), sendo esses estudos responsáveis por investigações com alunos portadores de Necessidades Educacionais Especiais (NEE). A pesquisa de Martins (2010) investigou sujeitos cegos ou com baixa visão. As demais pesquisas tiveram como sujeitos alunos surdos ou com limitação auditiva. Ressaltamos que todas as pesquisas foram produzidas pela Universidade Bandeirante de São Paulo (Anhanguera).

Diante dessas observações, enfatizamos a necessidade de novas pesquisas referentes à educação inclusiva (estendendo-se às outras instituições de ensino), a fim de arraigar os estudos perante esses sujeitos que necessitam de constantes adaptações dos conteúdos curriculares.

Outro desafio, observado em nossas análises, diz respeito à Educação de Jovens e Adultos (EJA). Dentre as vinte e uma pesquisas da categoria 3, apenas os estudos de Ceragioli (2011) e de Ferreira (2014) tiveram enfoque nesse público, o que demonstra a falta de pesquisas nesse cenário, conforme evidenciamos, também, na categoria 2.

Considerando os processos de ensino e de aprendizagem e todos os elementos que os sustentam (o currículo, as normas institucionais, os materiais

adotados, os professores, entre outros), podemos prever alguns resultados diante das considerações realizadas acerca das categorias anteriores e da complexidade envolvida nesses processos. Apresentaremos, a seguir, elementos comuns, bem como divergências reveladas nesses trabalhos.

De modo a aproximarmos os resultados das pesquisas da categoria 3, destacaremos, primeiramente, os trabalhos que tiveram enfoque nos alunos do Ensino Fundamental, nos diferentes ciclos, iniciando pelas séries iniciais.

Em seu estudo intervencionista, Malaspina (2007) investigou alunos da 2ª série (atual 3º ano) quanto à introdução do conceito de fração, sendo uma parte deles, constituinte de um Grupo Experimental e outra parte, de um Grupo Controle. Para tal, os alunos do Grupo Experimental foram expostos a atividades que abordavam os seguintes significados das frações: *parte-todo*, *quociente*, *operador multiplicativo* e *medida*.

Com os resultados apresentados pelo Grupo Experimental, a autora concluiu que os significados *operador multiplicativo* e *quociente* mostraram-se mais apropriados para a introdução do conceito de fração, para alunos desse nível de escolaridade. Ainda que o significado *parte-todo* tenha sido revelado como o que apresentou maior índice de acertos no pré-teste, com índices superiores a 70%, no pós-teste foi verificada uma mudança bastante significativa, nos índices referentes às situações que abordavam os significados *operador multiplicativo* e *quociente*, após a intervenção realizada no Grupo Experimental. Tal fato justificou a conclusão da autora.

Abordando aspectos semelhantes, Bezerra (2001) investigou alunos da 3ª série (atual 4º ano), no que diz respeito à apropriação do conceito de números fracionários, por meio de uma sequência de ensino que, segundo o pesquisador, colocaria os alunos em contato inicial com esses números, por meio das concepções *parte-todo* e *quociente*.

Subsequente à aplicação dessa sequência, foi evidenciado que os alunos do Grupo Experimental conseguiram compreender bem as duas concepções, quando comparados aos do Grupo Controle. O autor também salienta que a abordagem inicial dos números fracionários, nesse estudo, se deu por meio da concepção *quociente*, conforme propõe Vergnaud. E realiza críticas quanto à utilização

excessiva do modelo *parte-todo* por privilegiar a dupla contagem, podendo dificultar a aprendizagem desses números.

Em contrapartida, em sua tese, Canova (2013) afirmou que os problemas elaborados a partir de situações *parte-todo* favoreceram a construção do conceito de fração, por parte dos alunos de 4º ano, constituinte de um Grupo Experimental, quando comparados com os demais sujeitos da pesquisa (alunos de 5º e 6º anos).

Por outro lado, a autora enfatizou que o significado *quociente* foi bem trabalhado por todos os alunos dos grupos experimentais, nas três séries observadas. Tal fato caracteriza que a intervenção por meio dos significados *parte-todo* e *quociente*, favoreceram o desempenho desses alunos, conforme destacou a pesquisadora.

Ressaltamos que questionamos as pesquisas que utilizam grupos experimentais e grupos controle, como as de Bezerra (2001), Malaspina (2007) e Canova (2013), por entendermos que, por menor que sejam as intervenções realizadas no grupo experimental, os resultados sempre se mostrarão melhores, se comparados aos do grupo controle, já que tal grupo não sofreu nenhum tipo de intervenção.

Ainda no que concerne aos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, tais sujeitos também foram alvo da pesquisa de Catalani (2002) que os investigou, frente ao conceito de fração, por meio de atividades que abordaram o enfoque da dialética *forma* e *conteúdo*. Para tal conceito, a pesquisadora relacionou *forma* aos momentos de sistematização numérica e *conteúdo* às ações de medir, oriundas das necessidades práticas de quantificar aspectos contínuos de objetos, conferindo mudanças na *forma*.

Exemplificando, a autora destacou que ao realizar uma medição, a *forma numérica (número natural)* é modificada para *fração* com o intuito de representar a correlação entre a unidade de medida e a extensão do objeto medido. Diante disso, Catalani (2002) ressaltou que as atividades problematizadas em seu estudo permitiram que os alunos refletissem sobre suas experiências, utilizando conhecimentos prévios, bem como a linguagem, na elaboração conceitual da fração, diante de ações de medir e quantificar aspectos contínuos e discretos. Ou seja, ao

relacionar *forma* e *conteúdo*, o sujeito é capaz de apreender o conceito de fração, segundo a pesquisadora.

Dando prosseguimento, Moutinho (2005), Oliveira (2015) e Segeti (2015) realizaram pesquisas que tiveram como enfoque os alunos do 5º ano (antiga 4ª série), além de Canova (2013), como já citamos. Reforçamos que alguns pesquisadores investigaram, em sua pesquisa, sujeitos de vários níveis de ensino.

Em seus resultados, após um estudo diagnóstico, Moutinho (2005) destacou a acentuada utilização da concepção *parte-todo*, evidenciada, tanto por alunos do 5º ano, quanto por alunos do 9º ano (antiga 8ª série), na resolução de situações que abordavam os diferentes significados das frações: *parte-todo*, *número*, *medida*, *quociente* e *operador multiplicativo*. O significado *parte-todo* foi o que apresentou melhores resultados, nas duas séries, embora os alunos do 5º ano tenham revelado desempenho melhor do que os do 9º ano, em relação à articulação dos demais significados.

Ainda que os níveis de escolaridade sejam distintos, os alunos do 9º ano tentaram realizar todas as atividades que envolviam os outros significados das frações, porém, apresentaram resultados bastante frustrantes. Tal situação pode ser indício de que a abordagem das frações esteja mais presente nas séries iniciais do 3º ciclo ou de que a complexidade envolvida no ensino e na aprendizagem desses números, a partir de certo momento, independa do nível de escolaridade.

Complementando os estudos acerca dos significados das frações, no 5º ano, Segeti (2015) realizou uma investigação, com base na Teoria das Inteligências Múltiplas (sendo a *única* pesquisa a utilizar tal teoria em nosso mapeamento), abordando problemas elaborados conforme as orientações dos PCN. Para tal, a pesquisadora utilizou o significado *parte-todo*, além de situações de ordenação, representação da fração na reta numérica, equivalência de frações, entre outras, ainda que tenha destacado que os significados *quociente* e *razão* devessem ser frutos de novas pesquisas, a fim de completar o estudo no quinto ano, como apontam os PCN.

Embora a pesquisadora tenha utilizado apenas um dos significados propostos pelos PCN, a mesma evidenciou que o projeto sugerido por sua pesquisa alcançou todos os objetivos pretendidos para o ensino das frações, apoiando-se na

teoria de Gardner, servindo de modelo para interessados no tema. Segundo a autora, a abordagem utilizada nas atividades forneceu, aos alunos, a possibilidade de desenvolverem suas inteligências, além de servir como ponto de partida para reflexões acerca da postura docente e do próprio olhar do professor para seus alunos.

Questionamos o porquê da limitação do significado *parte-todo*, na elaboração dos problemas do projeto, já que a pesquisadora tinha consciência da importância de articulá-los nesse nível de escolarização, conforme ela mesma apontou.

Perpassando por um viés diferente das pesquisas apresentadas anteriormente, Oliveira (2015) investigou alunos de 5º ano, por meio de uma sequência de ensino, a fim de que, com o auxílio de uma calculadora científica, eles fossem levados a construir as regras operatórias para os números fracionários. O pesquisador destacou que, embora os PCN não proponham o estudo das operações com tais números, nesse nível de escolaridade, os livros e materiais didáticos destinados a essa série, continuam por fazê-lo, parcial ou integralmente, o que justificaria seu estudo.

Considerando as contribuições de Silva (1997) quanto aos números naturais se constituírem um obstáculo epistemológico para a aprendizagem dos números fracionários (e que isso seria um dos motivos para os alunos adicionarem numeradores e denominadores), o autor salientou que com a sequência de ensino aplicada, utilizando a calculadora como ferramenta, em nenhum momento foi observado esse equívoco, por parte dos alunos observados em sua pesquisa.

Finalizando suas observações, Oliveira (2015) destacou que a calculadora se mostrou aliada no ensino das operações com números fracionários, porém, pela simplificação apresentada para alguns resultados, os alunos não conseguiram sistematizar as regras de todas as operações. O pesquisador reforçou a importância do ensino dessas regras nessa faixa etária, evidenciando a lacuna observada, nos dias atuais, devido a esse ensino ocorrer de forma tardia.

Com relação ao 6º ano, Pereira (2004) destinou sua pesquisa à investigação desses alunos (correspondentes ao 3º ciclo, conforme destacou a autora), em meio à utilização da Metodologia de Romberg, pautada na resolução de problemas,

quanto ao tema *divisibilidade e números racionais (e de suas operações)*. Com relação a essa pesquisa, limitaremos nossas observações aos números racionais, objeto de nosso estudo.

Na busca por resultados, a pesquisadora desenvolveu atividades em torno das seguintes personalidades dos números racionais: *relação parte-todo, fração e quociente*, embora ela mesma tenha ressaltado que poderiam ser trabalhadas as personalidades *operador e número racional como um ponto na reta numerada*.

Ainda que o objetivo da pesquisadora tenha sido o de verificar as contribuições da Metodologia de Romberg, frente ao ensino de conteúdos específicos, a autora salientou que é importante que os professores, ao trabalharem com os números racionais no 3º ciclo, auxiliem seus alunos, de modo a propor atividades que os levem a perceber as diferentes personalidades que esses números podem assumir.

Em continuidade, Freire (2011) investigou quais mudanças ocorrem com o estudo dos números fracionários, no 6º ano, a partir de um questionário elaborado com base nos seis subconstrutos da fração (*parte-todo, quociente, operador, medida, razão e probabilidade*) e na Teoria dos Três Mundos da Matemática, de Tall.

Consoante à pesquisa de Moutinho (2005), o subconstruto *parte-todo* foi o que apresentou maior índice de acertos entre os sujeitos e os piores índices, foram o subconstruto *operador*, juntamente com o subconstruto *medida*. O pesquisador também enfatizou a ideia de que os alunos precisam articular esses diferentes subconstrutos a fim de constituir significado aos números fracionários.

Dando prosseguimento, Merlini (2005) aplicou um instrumento diagnóstico a alunos de 6º e 7º anos (antigas 5ª e 6ª séries), com o intuito de observar o desempenho deles diante de atividades que abordassem os diferentes significados da fração: *número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo*. Por meio desses resultados, foi possível verificar que houve uma homogeneidade quanto ao desempenho dos alunos, nas duas séries. O significado *parte-todo* foi o que apresentou maior índice de acertos, para as ambas as séries, semelhante aos resultados apresentados pelas pesquisas de Moutinho (2005) e de Freire (2011). Já o significado *número*, foi o que apresentou os piores índices, para as duas séries.

No entanto, se comparados os desempenhos, com relação aos outros significados, essa homogeneidade é perdida. O significado *medida* foi o segundo melhor para os alunos do 7º ano, ao passo que, para os alunos do 6º, o segundo melhor resultado referiu-se ao significado *quociente*. Segundo o estudo, tal fato leva a crer que o significado *quociente* é o mais apropriado para introduzir o conceito de fração nas séries iniciais.

Concernente à concepção de *medida*, Lima (2010) investigou as contribuições de um programa dinâmico de geometria (Régua e Compasso), em relação à compreensão de fração, de números decimais e de outras representações para os números racionais, a partir da exploração dos números racionais como medidas de segmentos, para alunos de 7º ano.

Em suas considerações, o pesquisador evidenciou que a utilização desse recurso tecnológico favoreceu a aprendizagem das várias representações (fracionária, decimal, figural, etc.) dos números racionais, bem como, as operações de adição e subtração, por meio das atividades aplicadas na pesquisa, mostrando-se um aliado no processo de aprendizagem, conforme destacou o próprio autor.

Dando continuidade às pesquisas com alunos de 7º ano, destacamos o trabalho de Gois (2014) que apresentou uma proposta de ensino para o conteúdo *fração*, por meio da utilização do Modelo de Barras da Matemática de Singapura e do Estojo das Frações, a fim de que os alunos compreendessem as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir do significado *parte-todo*. Voltamos ao nosso questionamento quanto à necessidade de exclusividade do modelo *parte-todo*, em virtude das várias críticas feitas quanto ao seu uso.

Por meio dos resultados apresentados pelos alunos, a pesquisadora evidenciou que a proposta mostrou-se adequada já que, a partir de representações pictóricas que mobilizaram o modelo *parte-todo*, os alunos foram capazes de realizar conjecturas quanto às operações com frações, abandonando, inclusive, o estojo das frações, ao longo da realização das atividades da pesquisa, conforme apontou a autora.

A pesquisa de Rodrigues (2005) investigou alunos do 9º ano (antiga 8ª série), do 3º ano do Ensino Médio e do curso superior na área de Exatas (em Licenciatura em Matemática e em outros dois cursos), quanto a identificar quais

aspectos relativos aos significados *parte-todo* e *quociente*, abordados no conceito de fração, permanecem inapropriados por esses alunos. Para tal, foi elaborado um instrumento com 48 questões, abordando os significados citados, em três níveis distintos de complexidade.

Embora os níveis de escolaridade sejam bastante diferentes, as atividades que envolveram o modelo *parte-todo* foram respondidas, por quase todos os sujeitos, corretamente. Já com relação às atividades que abordaram o significado *quociente*, o pesquisador ressaltou que as diferenças foram poucas, se comparados os três níveis de ensino, sendo detectados apenas nas atividades que envolveram grandezas discretas. Diante disso, o autor evidenciou que tal fato pode ser indício da ênfase exagerada dada nas séries iniciais para o uso do modelo *parte-todo*, conforme apontaram Silva (1997) e Santos (2005).

Com base nos aportes de Silva (1997), o pesquisador salientou a importância de utilizar todos os significados na construção inicial do conceito de fração, principalmente, os significados *parte-todo*, *quociente* e *medida*, que parecem ser mais apropriados para levar à compreensão da fração como um novo tipo de número. O autor também sugeriu que fosse retomado o conceito de divisão, já que foram observadas dificuldades inerentes à cardinalidade, como também apontou Bezerra (2001).

Ao relacionarmos os resultados das pesquisas de Moutinho (2005) e os de Rodrigues (2005), observamos que, mesmo diante da diferença entre os níveis de escolaridade, observados pelas duas pesquisas, as dificuldades e os índices de acertos foram bem próximos, quando comparados entre si, o que demonstra que, independente do nível de escolarização, as concepções acarretadas no ensino desses números permanecem enraizadas no decorrer dos anos.

Ressaltamos que em nosso mapeamento nenhuma pesquisa foi destinada à investigação dos processos de ensino e aprendizagem dos números fracionários, por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa de Santos (2016) investigou o rendimento e as estratégias de alunos concluintes do Ensino Fundamental, quanto às questões propostas por avaliações externas, como o SARESP e o SAEB, por exemplo. Para tal, foi aplicado um pré-teste e um pós-teste para três turmas participantes da pesquisa. Após a

análise das estratégias utilizadas por esses alunos, os mesmos participaram de uma intervenção, com base nos aportes de Nunes, em Canova (2013) e em algumas questões das avaliações externas. Como principal estratégia apresentada pela maioria dos alunos, o pesquisador evidenciou a dupla contagem *parte de um todo*.

Em suas contribuições, Santos (2016) afirmou que a intervenção pós-teste, abordando os diversos significados das frações, favoreceu o rendimento dos alunos, em relação às atividades inerentes ao conceito de fração.

Criticamos esse tipo de intervenção por entendermos que o rendimento dos alunos será sempre superior, quando comparados o pós-teste, em detrimento do pré-teste, visto que as questões foram exatamente as mesmas (conforme apontou o pesquisador), o que já nos indica subsídios do resultado final.

Optamos por agrupar as pesquisas que trataram de alunos portadores de necessidades educacionais especiais (NEE), ainda que elas tenham investigado diferentes séries de ensino.

Martins (2010) investigou a aprendizagem matemática de alunos cegos e com baixa visão, por meio da Teoria da Objetificação do Conhecimento Matemático (*única* pesquisa que utilizou essa teoria em nosso mapeamento), proposta por Radford, e da ferramenta MusiCALcolorida, em relação aos números fracionários. Para tal, a pesquisadora utilizou os aportes de Kieren, quanto aos subconstrutos dos números racionais e de Nunes e Bryant (1997) quanto aos significados das frações.

Após os resultados com os oito sujeitos, sendo que seis deles cursavam as séries finais do Ensino Fundamental e dois deles eram adultos que ficaram cegos após formados na escola (e fazem parte de uma ONG para pessoas cegas ou com baixa visão), a pesquisadora evidenciou que a calculadora musical possibilitou que os sujeitos identificassem as diversas representações para os números racionais, a partir da audição.

Em suas considerações, a autora afirmou que o público cego, ou com baixa visão, consegue explorar seus conhecimentos a partir de outros sentidos, além do tátil, como geralmente é pensado. Ela sugeriu que novas pesquisas fossem pensadas, a fim de que esses outros sentidos sejam investigados.

Já as pesquisas de Souza (2010), Assis (2013) e Silva (2014) tiveram como sujeitos alunos surdos ou com limitação auditiva. Souza (2010) também utilizou a

ferramenta MusiCALcolorida, utilizando “pinturas” realizadas pela calculadora, como norteadora para a construção das ideias acerca de frações equivalentes.

Já Assis (2013) observou como ocorre a comunicação entre a Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) e o conceito de número racional, por meio dos diferentes significados das frações, propostos por Nunes e Bryant (1997).

Por fim, Silva (2014) adaptou uma Teleaula do programa Telecurso 2000, que aborda o conceito de fração, com o objetivo de viabilizar o acesso a esse material, para alunos que utilizam a LIBRAS.

Percebemos que, embora os sujeitos possuíssem características semelhantes, nas três pesquisas, cada autor utilizou um viés diferente para trabalhar com esse público alvo: a visão, enquanto parte constitutiva da ferramenta MusiCALcolorida, a linguagem específica para esses sujeitos (LIBRAS) e a articulação dessa linguagem a um programa de televisão, ou seja, relação entre a linguagem e a visão. Diante disso, destacamos o quanto é complexo, e necessário, mais pesquisas que ampliem as possibilidades de ensino e de aprendizagem para os sujeitos portadores de necessidades educacionais especiais, bem como para os professores que ministram essas aulas.

Com relação aos resultados dessas pesquisas, foi unânime, por parte dos pesquisadores, que as dificuldades apresentadas pelos sujeitos desses estudos são semelhantes aos apresentados pelos alunos que não possuem nenhuma limitação, referindo-se, na maioria das vezes à abordagem das diferentes concepções dos números fracionários.

Outro desafio exposto pelos pesquisadores referiu-se à linguagem dos sinais que, segundo eles, apresentam mais de um significado para o mesmo sinal, o que por vezes, atrapalhou o entendimento dos sujeitos frente a algumas atividades das pesquisas.

Além dos alunos com NEE, outro público que merece atenção especial são os alunos da EJA, que recebeu investigação por parte de duas pesquisas nessa categoria: a de Ceragioli (2011) e a de Ferreira (2014). Enquanto Ceragioli (2011) investigou esses alunos, em diferentes níveis de ensino (6<sup>o</sup>, 7<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> anos do Ensino Fundamental e 1<sup>o</sup>, 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> do Ensino Médio), a pesquisa de Ferreira (2014) teve enfoque nos alunos do 2<sup>o</sup> ano do Ensino Médio.

Para as investigações, as autoras abordaram os números fracionários por meio de diferentes concepções. Ceragioli (2011) utilizou os significados *parte-todo* e *quociente*, ao passo que Ferreira (2014) embasou as atividades de sua sequência didática nas concepções *parte-todo* e *operador*.

Em suas considerações, Ceragioli (2011) ressalta que grande parte dos alunos demonstrou conhecimento acerca dos significados *parte-todo* e *quociente*, a partir da resolução das atividades propostas. Um fato que a pesquisadora salientou refere-se à necessidade de incluir, na EJA, os números fracionários no 6º ano da Educação Básica. Ou ainda, que fosse criada uma avaliação que contemplasse os diversos significados dos números fracionários, aplicada aos ingressantes dessa modalidade de estudo, de modo a favorecer a prática pedagógica, diante das escolhas realizadas pelos professores, oriundas dos resultados dessa avaliação.

Em contrapartida, Ferreira (2014) afirmou que, por meio da sequência didática aplicada, foi possível evidenciar obstáculos didáticos e epistemológicos, quanto às concepções *parte-todo* e *operador*, concluindo que, por mais que esses sujeitos tivessem contato cotidiano com situações que abordassem as frações e suas representações, não conseguem compreender, de fato, seu conceito, apresentando inúmeras dificuldades.

Por fim, apresentamos a pesquisa de Justulin (2009), referente aos processos de ensino e aprendizagem dos números fracionários, nos 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio, que investigou o desempenho de alunos dessas séries, frente à resolução de problemas envolvendo as frações, em seus diferentes significados, relacionando-o a algumas variáveis afetivas.

Após a aplicação das atividades, a pesquisadora destacou que os alunos apresentaram dificuldades, especialmente no que concerne à abordagem dos significados das frações, ainda que consigam responder o que significa o conceito de fração, inclusive, dando exemplos. O desempenho dos alunos foi discretamente melhor conforme foi aumentando a série, especialmente, nas questões padronizadas, evidenciando, assim, como a Matemática tem sido ensinada de forma mecanizada, conforme destacou a autora.

A pesquisadora ressaltou que um dos indícios para essas dificuldades pode ser o fato de o conteúdo ser pouco explorado no Ensino Médio, se comparado a

outros, restando, muitas vezes, as lembranças do Ensino Fundamental, para esse conteúdo.

Com relação ao gênero, Justulin (2009) acrescenta que não foram observadas diferenças entre os sexos feminino e masculino, diante do desempenho dos alunos na pesquisa, conforme os próprios sujeitos indicavam que poderiam ter.

Diante do exposto, prevíamos que a categoria 3 seria a mais difícil de ser analisada, em virtude da quantidade de aspectos que cercam o ensino e a aprendizagem dos números fracionários e que foram abordados por essas pesquisas. Sendo assim, exploraremos, resumidamente, tais aspectos, diante de nossas impressões.

A abordagem das concepções de números fracionários (independente da nomenclatura que cada pesquisador utilizou em seu estudo) foi uma das maiores preocupações evidenciada por grande parte das pesquisas dessa categoria. E, previsivelmente, a concepção *parte-todo* ainda é muito presente na vida escolar dos alunos, conforme apontaram as pesquisas.

Essa situação reflete a influência da abordagem desses números tanto por livros e materiais didáticos, quanto por professores, ao ministrarem suas aulas. Ainda que com alguns avanços observados quanto às mudanças dessas abordagens, concernentes às concepções dos números fracionários, são necessários novos estudos que continuem verificando a incidência do uso da concepção *parte-todo*, para a introdução dos números fracionários, a fim de que sejam feitas reflexões constantes acerca de seu uso exagerado, já que, conforme alguns pesquisadores apontaram, tal concepção pode se constituir um obstáculo didático.

Observamos que o Ensino Fundamental foi bastante investigado pelas pesquisas da categoria 3, o que é um ponto favorável, visto que o ensino desses números ocorre nesse nível de escolarização. Pesquisadores como Santos (2005), Damico (2007) e Justulin (2009), por exemplo, ressaltam a importância dos conteúdos estudados na Educação Básica, que perduram por toda a fase de escolarização dos sujeitos, o que reforça a necessidade de mudanças em prol de um ensino mais contundente, em relação a alguns conteúdos, como é o caso dos números fracionários.

Por outro lado, os estudos destinados ao Ensino Médio foram poucos, considerando que os números fracionários levam o aluno à compreensão do conjunto dos números racionais, bastante utilizado por essa faixa etária. Apenas as pesquisas de Rodrigues (2005) e de Justulin (2009) tiveram enfoque nesse nível de ensino.

Ainda que as pesquisas de Ceragioli (2011) e de Ferreira (2014) também tenham investigado alunos do Ensino Médio, na EJA, consideramos que essa modalidade de ensino mereça um estudo mais aprofundado, visto que são inúmeros os desafios presentes nesse nível de escolarização, sobretudo pelo público exigir materiais, postura docente e abordagem dos conteúdos, de maneira diferenciada e específica.

Destacamos que, por meio dessas observações, acreditamos que as pesquisas que trataram do Ensino Médio e da Educação de Jovens e Adultos devam ser ampliadas, representando uma amostra muito pequena, quando comparadas com as demais dessa categoria, em consonância com o que apresentamos na categoria que trata de aspectos da docência.

Outro fato percebido a partir dos resultados das pesquisas da categoria 3, foi que, semelhante ao ocorrido na categoria 2, os estudos referentes ao Ensino Superior foram quase desconsiderados. Nenhuma pesquisa estudou apenas esses sujeitos. Rodrigues (2005) foi o único pesquisador a investigar estudantes da Licenciatura em Matemática (além de outros dois cursos na área de exatas), bem como alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio.

Consoante às contribuições de Damico (2007), a pesquisa de Rodrigues (2005) evidencia que a postura dos alunos do Ensino Superior, diante de situações que envolvem a articulação das várias concepções dos números fracionários, é de insegurança, demonstrando, inclusive, dúvidas e dificuldades semelhantes às aquelas apresentadas pelos alunos dos outros níveis de ensino, como mostraram os resultados dessas pesquisas.

Com isso, ressaltamos que duas, dentre as trinta e nove pesquisas de nosso mapeamento, representam uma proporção muito pequena, especialmente quanto à importância desses estudos, em virtude de ser o licenciando em Matemática, o futuro professor que ensinará o conhecimento matemático a seus alunos.

Ainda com relação aos desafios observados por essa categoria, enfatizamos que os alunos com NEE foram alvo de quatro pesquisas, produzidas pela Universidade Anhanguera, o que espelha a insuficiência de estudos correlatos aos números fracionários, diante desse público que exige especificidades, em vários aspectos, no processo de ensino e de aprendizagem.

Acreditamos na necessidade de ampliação de programas de pesquisas em outras instituições, que estudem esses alunos, ou até mesmo, de pesquisadores interessados no tema, a fim de subsidiar a prática pedagógica de professores que lidam com esse tipo de público, cada vez mais presente nas instituições escolares.

Perante as considerações apontadas pelos resultados das pesquisas, temos a certeza de que é imenso o grau de complexidade envolvido no estudo dos números fracionários, bem como em seu ensino, em todos os seus aspectos. Porém, há de se considerar que todas as reflexões apresentadas, por meio desses resultados, representam enormes contribuições quanto aos avanços e detecção de lacunas e desafios, nesse campo de estudo.

A seguir, realizaremos nossas considerações finais.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo tem o intuito de revisitar cada etapa dessa dissertação, que permitiu que respondêssemos nossa questão de pesquisa. Esperamos que com essas respostas apresentemos contribuições à área da Educação Matemática, no que diz respeito ao estudo dos números fracionários. Retomemos tais etapas.

Na introdução de nosso estudo, no primeiro capítulo, destacamos aspectos relacionados aos números racionais, observados a partir de resultados de avaliações realizadas no Brasil, de estudos concernentes às dificuldades apresentadas por alunos e professores (no Brasil e no mundo), de como tem sido realizada a abordagem desses números em materiais didáticos, dentre outros aspectos.

Além disso, delineamos o percurso que nos levou à execução desse trabalho, partindo de experiências profissionais e pessoais, em busca de uma compreensão mais ampla e crítica em relação aos *números fracionários*. Com base nas buscas realizadas, percebemos que não existia uma pesquisa que compilasse os resultados oriundos desses trabalhos acadêmicos, o que nos motivou (dentre outras inquietações) a produzir esse tipo de estudo.

Diante dessa breve explicação, ainda na introdução, apresentamos a questão de pesquisa que norteou nossa investigação: ***Quais as principais contribuições das pesquisas realizadas por universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, no que diz respeito aos números fracionários? Que possíveis lacunas e desafios ainda são apresentados quanto ao tema?***

Em vista disso, nossa pesquisa teve o objetivo geral de realizar um mapeamento das dissertações e teses produzidas por sete universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, no que diz respeito aos *números fracionários* (em seus diversos aspectos), a fim de categorizá-las e facilitar o acesso a tais obras, possibilitando o aprofundamento de entendimentos, a apresentação de tendências e a detecção de possíveis desafios e lacunas que envolvam esses números.

Além do objetivo geral, definimos objetivos específicos que facilitaram nossas análises, em busca das respostas para nossa questão de pesquisa. Foram eles: identificar os objetivos das pesquisas selecionadas, assim como as teorias e metodologias mais utilizadas; evidenciar os sujeitos dessas pesquisas; salientar quais linhas de concepções dos números fracionários foram mais utilizadas; e, por fim, evidenciar os resultados oriundos das investigações, a fim de que pudéssemos agregar aspectos comuns e ressaltar as divergências derivadas dessas pesquisas.

Para iniciarmos nosso mapeamento, precisávamos organizar as etapas de nosso estudo e definirmos critérios que permitissem seu desenvolvimento. Por esse motivo, optamos pela utilização de pressupostos da *análise de conteúdos*, de Bardin (1977). Assim, descrevemos, no capítulo 2, a justificativa de nosso trabalho, bem como a questão de pesquisa e os procedimentos metodológicos utilizados em nosso mapeamento.

Com o intuito de compararmos as diferentes perspectivas de estudiosos do tema, realizamos, no capítulo 3, um estudo comparativo dos entendimentos de três renomadas pesquisadoras no cenário brasileiro: os significados das frações, propostos por Nunes (1997; 2003; 2005 apud SILVA, 2007); as concepções de números fracionários, conforme Silva (2005); e as personalidades dos números racionais, denominadas por Onuchic e Allevato (2008).

Após a explanação dessas linhas de concepções, descrevemos o capítulo 4, destinado ao nosso mapeamento em si. Nele constam a seleção dos trabalhos, a organização dos dados, as análises das pesquisas, por categorias, além de nossas considerações acerca das análises dos resultados das pesquisas, que permitiram que moldássemos respostas para nossa questão de pesquisa.

Ressaltamos que as trinta e nove pesquisas de nosso mapeamento foram divididas em três categorias de análises. Foram elas:

- Categoria 1: “*abordagem dos números fracionários em documentos oficiais ou em materiais didáticos*”, composta por cinco pesquisas;
- Categoria 2: “*saberes docentes, formação inicial e formação continuada*”, composta por treze pesquisas;
- Categoria 3: “*ensino e aprendizagem dos números fracionários e de suas operações*”, composta por vinte e uma pesquisas.

Diante dessas análises, respondemos nossa questão de pesquisa quanto às contribuições trazidas pelas pesquisas produzidas por universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, com relação aos números fracionários.

Dentre essas contribuições, destacamos as preocupações dos pesquisadores quanto às análises de currículos e de materiais didáticos, fundamentais no âmbito escolar tanto para professores quanto para alunos, nos processos de ensino e de aprendizagem.

O currículo, em especial, apresenta (ou deveria) as diretrizes para o desenvolvimento de um bom trabalho, conferido por alunos, diante da abordagem dos conteúdos por seus professores. Em função disso, é fundamental que esses profissionais tenham conhecimento das orientações curriculares, nos âmbitos nacional, estadual e municipal, para que possam refletir a respeito dessas orientações e de suas práticas.

No que concerne ao currículo de Matemática no Brasil, Valera (2003) apontou avanços com relação aos currículos observados na época de sua pesquisa (há mais de uma década), em detrimento aos currículos mais antigos, também analisados por ele. A abordagem dos números racionais (em suas diferentes representações) tem sido realizada com base em resultados de pesquisas acadêmicas. No caso dos números fracionários, há a orientação de se articular as várias concepções que esses números apresentam (parte-todo, quociente, medida, operador e razão), ainda que em alguns momentos, a concepção parte-todo ainda seja bastante privilegiada.

É claro que evidenciaremos, como um dos desafios, a necessidade de novas pesquisas desse cunho, visando a importância que têm para as discussões da implementação de novas práticas e abordagens nas salas de aula, sem desmerecermos as contribuições dessa retrospectiva curricular, apontada por Valera (2003).

Não menosprezamos, também, as demais pesquisas que analisaram os números fracionários em diversos materiais didáticos, sendo livros ou cadernos de apoio (desenvolvidos e implementados pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE/SP), especificamente, em 2008).

Assim como no currículo, também foram detectados avanços nos materiais didáticos analisados pelas pesquisas da categoria 1. Ainda que os pesquisadores tenham evidenciado a constante utilização da concepção *parte-todo*, por esses materiais, é notória a tentativa de articular as demais concepções (*quociente, medida, operador e razão*) na abordagem dos números fracionários, seja para introduzi-los ou para propor atividades relacionadas a eles.

Aliás, acreditamos que esse avanço seja reflexo da preocupação de editoras de livros e de materiais didáticos, que têm demonstrado maior interesse pelos resultados de estudos acadêmicos, quanto ao tema.

No que concerne às contribuições das pesquisas com relação aos saberes docentes, em seus diversos âmbitos, sinalizamos a quantidade bem superior (treze), em relação àquelas que analisaram livros, materiais didáticos e documento oficiais (cinco). Essa diferença de interesses demonstra uma preocupação maior com elementos que circundam a docência, apresentando um ponto positivo, ao se refletir sobre a importância desse profissional na esfera escolar.

Estudos que consideram os saberes docentes e a formação dos professores, considerando todos os aspectos que o constituem (como profissional e ser humano), são cada vez mais importantes na busca por melhorias nos cursos de formação de professores, bem como nos programas de formação continuada.

Aliás, o interesse e a disponibilidade de professores que participaram de programas de formação continuada, revelando suas angústias e dificuldades quanto ao ensino dos números fracionários, espelham um novo modelo de professor, empenhado em sanar suas dúvidas, em prol de mudanças em sua prática pedagógica. Tais mudanças, de fato ocorreram, conforme foi evidenciado por pesquisadores que propuseram programas de formação continuada, em suas pesquisas, constituindo um avanço na formação desses profissionais.

Outro aspecto positivo a ser destacado é com relação à conscientização dos professores quanto à necessidade de abordagem dos números fracionários, a partir das diferentes concepções. Muitos chegaram a criticar o modelo *parte-todo*, ainda que o privilegiem, de certa forma, em sua prática docente. Outros foram além e modificaram a abordagem que era comum em sua prática, passando a utilizar as

concepções de *quociente* e *medida* para iniciarem o estudo desses números, com seus alunos.

Compreendendo que a abordagem dos números fracionários deva ocorrer nas séries iniciais do Ensino Fundamental, a quantidade de pesquisas que estudou esse público foi bastante significativa, tanto em relação aos aspectos docentes quanto em relação aos discentes, nos processos de ensino e de aprendizagem.

Destacamos que a importância dada aos estudos no Ensino Fundamental, não exclui a relevância de investigações referentes aos outros níveis de ensino, como o Médio, o Superior e a Educação de Jovens e Adultos.

Em relação às contribuições das pesquisas da categoria 3, as investigações apontaram um progresso quanto à utilização das diferentes concepções dos números fracionários, pelos alunos, diante de resolução de problemas, ainda que a concepção *parte-todo* esteja bastante intrínseca no âmbito escolar.

Outra contribuição refere-se ao desempenho de alguns alunos frente à compreensão dos números fracionários e de suas concepções, diante de intervenções que propuseram sequências de ensino ou a utilização de ferramentas e recursos tecnológicos, quando comparados com os métodos convencionais de ensino. Muitos pesquisadores evidenciaram que tais ferramentas, recursos e sequências mostraram-se aliados na apreensão desse conteúdo matemático.

No que segue, diante da realidade de uma escola cada vez mais diversificada, com muitos alunos que possuem Necessidades Educacionais Especiais (NEE), as quatro pesquisas que trataram desse público refletem a importância de se pensar em propostas que satisfaçam essa demanda. Consideramos que tais pesquisas são essenciais para a discussão quanto ao tema, especialmente, por auxiliarem os professores quanto às estratégias a serem tomadas de modo a sanarem as necessidades expostas por esses alunos.

Ainda que as contribuições dessas pesquisas tenham sido importantes para a área da Educação Matemática, as lacunas e os desafios que cercam os estudos com números fracionários são significativos.

Quanto às análises dos materiais, livros e documentos oficiais, acreditamos que, pela importância refletida por eles nos processos de ensino e aprendizagem, bem como na postura docente, o número de pesquisas correlatas ao tema deve ser

ampliado, visto que foi a categoria que abarcou menor quantidade de pesquisas, em nosso mapeamento. Essa quantidade não condiz com a relevância de estudos e a constante necessidade de análises e reformulações desses materiais.

Justificando, reforçamos as considerações de Silva Santos (2016), que apresentou resultados aquém do desejado ao analisar quatro didáticos de 6º ano do Ensino Fundamental, mesmo tendo sido aprovados pelo PNLD 2014.

Outro desafio com relação a esses materiais refere-se ao vocabulário empregado para a exploração dos números racionais, conforme destacou Catto (2000). Consoante às nossas considerações, expostas no capítulo 3 desse trabalho, quanto à utilização de terminologias inadequadas para representar conceitos matemáticos, a pesquisadora critica a utilização exagerada de termos que podem levar a incompreensões, por parte dos alunos, ou até mesmo, a se constituir um obstáculo didático.

Para exemplificar, Catto (2000) questiona a utilização da terminologia *par ordenado* para explicar a forma de uma fração para turmas de 5º ano, assim como o uso exacerbado das terminologias *frações próprias*, *frações impróprias*, *números com vírgulas*, entre outros termos.

Novamente, reforçamos que, por mais que sejam aspectos relacionados à terminologia, o cuidado com esses termos deve ser fundamental para que não causem obstáculos e contradições, quanto ao aprendizado desses conteúdos matemáticos.

No que se refere às pesquisas que trataram da postura docente (categoria 2), algumas lacunas foram bem destacadas, conforme expusemos em nossas considerações quanto aos resultados das pesquisas.

Conforme prevíamos, as concepções dos números fracionários ainda são empecilhos na prática de muitos professores. Semelhante ao observado na categoria 1, a concepção *parte-todo* ainda é a mais utilizada por esses profissionais, seja para introduzir a noção de números fracionários, para resolver questões ou, ainda, para elaborá-las e propô-las a seus alunos.

Outro desafio nessa categoria foi a falta de pesquisas que abordasse a postura docente no Ensino Médio.

Também salientamos que há necessidade de se ampliar os estudos referentes ao Ensino Superior e à Educação de Jovens e Adultos, visto que apenas *uma* pesquisa foi destinada à licenciatura em Matemática e *outra* destinada à postura docente na EJA. Tais pesquisas foram a de Damico (2007) e a de José da Silva (2007), respectivamente.

Ressaltamos que nenhuma pesquisa investigou a postura docente diante de alunos com NEE. Sugerimos pesquisas que investiguem esses sujeitos.

Dando prosseguimento, apresentamos os desafios elencados por nós, diante dos resultados das pesquisas da categoria 3, que trataram do ensino e aprendizagem dos números fracionários, estando mais relacionadas aos alunos.

Conforme expusemos, a quantidade de pesquisas que trataram desses processos no Ensino Médio, em relação ao Ensino Fundamental, quanto aos números fracionários, é discrepante: quatro pesquisas, em um total de vinte e uma (sendo que duas delas referiram-se ao Ensino Médio na EJA). As pesquisas de Rodrigues (2005) e Justulin(2009) apontam para dificuldades semelhantes aos apresentados por alunos do Ensino Fundamental.

Além disso, com relação a variáveis afetivas, somente a pesquisa de Justulin (2009) abordou esse aspecto, evidenciando a falta de estudos desse cunho. Ressaltamos que com os resultados dessa pesquisa, foi possível desmistificar que os meninos possuem melhor desempenho na Matemática, quando comparados às meninas.

Ainda com relação à EJA, sugerimos novas pesquisas que tratem desse público, visto que apenas duas pesquisas dessa categoria (Ceragioli (2011) e Ferreira (2014)) investigaram esses sujeitos, chegando a resultados divergentes, em alguns aspectos. Por exemplo, enquanto uma das pesquisas demonstrou que os sujeitos compreendiam bem o conceito de fração, a outra pesquisa evidenciou essa incompreensão, diante de seus resultados. Dessa forma, são necessários novos estudos a fim de que tais resultados possam ser comparados.

Salientamos que não observamos nenhuma pesquisa relacionada ao 8º ano do Ensino Fundamental. Será que esses alunos não estudam esses números? Fica nosso questionamento.

Por fim, destacamos a importância de aprofundar as investigações com alunos portadores de Necessidades Educacionais Especiais, a fim de que possamos compará-las com os resultados apresentados pelas quatro pesquisas produzidas por pesquisadores da Universidade Anhanguera, entre 2000 e 2016.

Diante do exposto, fazendo uma analogia entre os processos de ensino e de aprendizagem (bem como os elementos que o circundam), e uma engrenagem, onde todas as peças devem estar perfeitamente encaixadas para um bom funcionamento do sistema, não podemos deixar de explicitar que compreendemos que os desafios e lacunas são resultados de uma série de fatores que se iniciam no currículo (que já sofre modificações por meio da transposição de conhecimentos matemáticos), perpassando pela frágil formação dos professores, nos dias atuais, até chegar aos comportamentos observados por nossos alunos, diante de desempenhos preocupantes, como observamos em nossa prática docente e em resultados de avaliações internas e externas.

Esperamos que as contribuições, lacunas, desafios e sugestões, indicadas nessa pesquisa, sejam consideradas como reflexões e como ponto de partida para novos estudos que possam abarcar aspectos relacionados aos *números fracionários* que não conseguimos investigar.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Edição atualizada. Curitiba : Ed. UFPR, 2007.

ASSIS, Cláudio de. **Explorando a ideia do número racional na sua representação fracionária em libras**. 2013. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2013. Disponível em: <<file:///C:/Users/user/Downloads/Claudio%20de%20Assis.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdos**. Tradução: Luís Antero Reto & Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BEZERRA, Francisco José Brabo. **Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula**. 2001. 220 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2001. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18487>>. Acesso em 09 nov 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries), Matemática**, v.3, Brasília, 1998.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra Maria Pinto; NUNES, Terezinha. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.8, n.1, p. 126-136, jan./jun. 2006.

CANOVA, Raquel Factori. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração**. 2006. 222 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2006. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11093>>. Acesso em 16 jun 2017.

\_\_\_\_\_. **Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração**. 2013. 196 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2013. Disponível em: <[file:///C:/Users/user/Downloads/Raquel%20Factori%20Canova%20\(6\).pdf](file:///C:/Users/user/Downloads/Raquel%20Factori%20Canova%20(6).pdf)>. Acesso em 04 jul 2017.

CATALANI, Érica Maria Todelo. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração**. 2002. 216 f. Dissertação (Mestrado em Educação) UNICAMP - Campinas, São Paulo, 2002. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000266074>>. Acesso em 08 dez 2016.

CATTO, Glória Garrido. **REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E O NÚMERO RACIONAL : Uma abordagem nos livros didáticos**. 2000. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2000. Disponível em: <[HTTP://tede2.pucsp.br/handle/handle/18489](http://tede2.pucsp.br/handle/handle/18489)>. Acesso em 09 nov 2016.

CERAGIOLI, Laíde. **Conhecimentos de alunos do programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) relativos aos números racionais na forma fracionária**. 2011. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2011. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/fb5d5b06a46721b20402fbd9e1bf2444.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

CERVANTES, Patrícia de Barros Monteiro. **Uma formação continuada sobre as frações**. 2010. 86 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2010. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/c8d18e7b046381c3e52017879c97ea21.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

COSTA, Fabio Meneses. **Concepções e competências de Professores Especialistas em Matemática em relação ao Conceito de Fração em seus diferentes significados**. 2011. 176 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2011. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10898>>. Acesso em 09 dez 2016.

DAMICO, Alecio. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. 2007. 316 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11245>>. Acesso em 09 nov 2016.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Mini-Aurélio Século XXI Escolar : O minidicionário da língua portuguesa**. 4ª edição. Rio de Janeiro : Nova Fronteira, 2002.

FERREIRA, Edinalva Rodrigues. **Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos : obstáculos didáticos e epistemológicos**. 2014. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2014. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11016>> . Acesso em 09 dez 2016.

FILHO, Dario Vieira Oliveira. **Concepções de professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no ensino fundamental**. 2011. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2011. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/aaf73943fb25cc820c605b7d624461d7.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática** : Percursos teóricos e metodológicos. 3ª edição. Campinas – SP : Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, Dario et al. O PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA COMO CAMPO DE ESTUDO : Uma introdução ao Estado da Arte da Pesquisa. In : Fiorentini, Passos & Lima. **Mapeamento e estado da arte da pesquisa Brasileira sobre o professor que ensina matemática**, FE/ Unicamp, 2016.

FREIRE, Paulo César. **Uma jornada por diferentes mundos da matemática investigando os números racionais na forma fracionária**. 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2011. Disponível em: <[HTTP://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/d38291e998f8cdb25d99e3104c12d20.pdf](http://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/d38291e998f8cdb25d99e3104c12d20.pdf)>. Acesso em 02 mar 2017.

GOIS, Renata Cláudia. **O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos do 7º ano do ensino fundamental**. 2014. 99 f. Dissertação (Mestrado) UFSCar – São Carlos, São Paulo, 2014. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4472>>. Acesso em 15 jun 2017.

HERNSTEIN, Israel Nathan. **Tópicos de álgebra**. Tradução: Adalberto P. Bergamasco & L. H. Jacy Monteiro. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo: Polígono, 1970.

JOSÉ DA SILVA, Everaldo. **Os Significados dos Números Racionais Desenvolvidos por Professores e autores de Livros Didáticos na EJA**. 2007. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) UNICSUL, São Paulo, 2007. Disponível em: <[http://sites.cruzeirodosulvirtual.com.br/pos\\_graduacao/trabs\\_programas\\_pos/trabalhos/Mestrado\\_Ensino\\_de\\_Ciencias\\_e\\_Matematica/MESTRADOEveraldo%20Jos%E9%20da%20Silva\\_65.PDF](http://sites.cruzeirodosulvirtual.com.br/pos_graduacao/trabs_programas_pos/trabalhos/Mestrado_Ensino_de_Ciencias_e_Matematica/MESTRADOEveraldo%20Jos%E9%20da%20Silva_65.PDF)>. Acesso em 03 mar 2017.

JUSTULIN, Andresa Maria. **Um estudo sobre as relações entre atitude, gênero e desempenho de alunos do ensino médio em atividades envolvendo frações**. 2009. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) UNESP – Bauru, São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/90983>>. Acesso em 08 dez 2016.

LIMA, Claudio Woerle. **Representações dos números racionais e a medição de segmentos : possibilidades de com tecnologias informáticas**. 2010. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) UNESP – Rio Claro, São Paulo, 2010. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91103>>. Acesso em 07 dez 2016.

MALASPINA, Maria da Conceição de Oliveira. **O início do ensino de fração : uma intervenção com alunos da 2ª série do ensino fundamental**. 2007. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2007.

Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11274>> . Acesso em 09 dez 2016.

MALHEIRO, Diana Mazo. **Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo Estado de São Paulo após a Nova Proposta Curricular.** 2011. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2011. Disponível em : <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10868>>. Acesso em 07 dez 2016.

MARTINS, Elen Graciele. **O papel da percepção sonora na atribuição de significados matemáticos para números racionais por pessoas cegas e pessoas com baixa visão.** 2010. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2010. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/f0d5c32f97603f781e289078bbf9446e.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados : um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental.** 2005. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111>>. Acesso em 09 nov 2016.

MOUTINHO, Leonel Valpereiro. **Fração e seus diferentes significados : um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental.** 2005. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11112>>. Acesso em 09 nov 2016.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas. 1997.

OLIVEIRA, Antonio Sérgio dos Santos. **Uma engenharia didática para o ensino das operações com números racionais por meio de calculadora para o quinto ano do ensino fundamental.** 2015. 125 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2015. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11026>>. Acesso em 07 dez 2016.

ONUCHIC, Lurdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. As Diferentes 'Personalidades' do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, Brasil, v. 21, n. 31, p. 79-102, 2008.

PEREIRA, Mariângela. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas no 3º ciclo do ensino fundamental.** 2004. 263 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) UNESP – Rio Claro, São Paulo, 2004. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91071>>. Acesso em 09 dez 2016.

PINHEIRO, Maria Gracilene de Carvalho. **Formação de professores dos anos iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração**. 2014. 204 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2014. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/137e7d4364d6ec95593ec643e206e460.pdf>>. Acesso em 27 jul 2017.

RODRIGUES, Wilson Roberto. **Números racionais : um estudo das concepções de alunos após o estudo formal**. 2005. 247 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11114>>. Acesso em 09 nov 2016.

ROMANOWSK, Joana; ENS, Romilda. As pesquisas denominadas do tipo 'Estado da Arte' em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v.6, n 19, p. 37 - 50, set./dez. 2006.

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados : um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental**. 2005. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11116>>. Acesso em 09 nov 2016.

SANTOS, Monique Lopes dos. **Os números fracionários em livros didáticos de 4º ano e os registros de representações semióticas**. 2013. 79 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2013.

SANTOS, Rosivaldo Severino dos. **Rendimento e estratégias de estudantes concluintes do ensino fundamental na resolução de itens em avaliações externas**. 2016. 206 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2016. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=3817301](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3817301)>. Acesso em 02 mar 2017.

SEGETI, Liliane Giglio Canelhas de Abreu. **O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas**. 2015. 164 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) UFABC – Santo André, São Paulo, 2015. Disponível em: <[http://www.biblioteca.ufabc.edu.br/index.php?codigo\\_sophia=76737&midiaext=69940](http://www.biblioteca.ufabc.edu.br/index.php?codigo_sophia=76737&midiaext=69940)>. Acesso em 08 dez 2016.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito do número fracionário**. 1997. 245 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 1997. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11516>>. Acesso em: 09 nov 2016.

\_\_\_\_\_. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série.** 2005. 302 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10923>>. Acesso em 09 nov 2016.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. **O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem de frações.** 2007. 308 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11276>>. Acesso em 07 dez 2016.

SILVA, Marcelo Cordeiro da. **RETA GRADUADA : Um registro de representação dos números racionais.** 2008. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2008. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11353>>. Acesso em 07 dez 2016.

SILVA, Elizabete Leopoldina da. **Luz, câmera, ação : adaptando uma teleaula de frações para o público surdo.** 2014. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2014. Disponível em: <<file:///C:/Users/user/Downloads/Elizabete%20Leopoldina%20da%20Silva.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

SILVA JUNIOR, Francisco José da. **Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores.** 2015. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2015. Disponível em: <[file:///C:/Users/user/Downloads/Francisco%20Jose%20da%20Silva%20Junior%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/user/Downloads/Francisco%20Jose%20da%20Silva%20Junior%20(1).pdf)>. Acesso em 04 jul 2017.

SILVA SANTOS, Sidney. **Equivalência de números racionais na representação fracionária : um olhar para os livros didáticos à luz dos três mundos da matemática.** 2016. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2016. Disponível em: <[file:///C:/Users/user/Downloads/229.%20Sidney%20Silva%20Santos%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/user/Downloads/229.%20Sidney%20Silva%20Santos%20(1).pdf)> . Acesso em 04 jul 2017.

SOUZA, Franklin Rodrigues de. **Explorações de frações equivalentes por alunos surdos : uma investigação das contribuições da musica/colorida.** 2010. 209 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) ANHANGUERA, São Paulo, 2010. Disponível em : <<https://s3.amazonaws.com/pgsskrotondissertacoes/d02659177e51b9ced479f19dbea7f67c.pdf>>. Acesso em 02 mar 2017.

SOUZA, Debora da Silva. **A formação do professor de Matemática : um estudo sobre o conhecimento pedagógico dos números racionais.** 2015. 149 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) UFABC – Santo André, São Paulo, 2015. Disponível em:

<[HTTP://biblioteca.ufabc.edu.br/index.php?codigosophia=77563&midiaext=71019](http://biblioteca.ufabc.edu.br/index.php?codigosophia=77563&midiaext=71019)> .  
Acesso em 07 dez 2016.

TEIXEIRA, Alexis Martins. **O professor, o ensino de fração e o livro didático : um estudo investigativo**. 2008. 195 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2008. Disponível em:  
<<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11288>>. Acesso em 09 dez 2016.

VALERA, Alcir Rojas. **USO SOCIAL E ESCOLAR DOS NÚMEROS RACIONAIS : Representação Fracionária e Decimal**. 2003. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação) UNESP - Marília, São Paulo, 2003. Disponível em:  
<[HTTP://hdl.handle.net/11449/90210](http://hdl.handle.net/11449/90210)>. Acesso em 07 dez 2016.



## APÊNDICE A- PESQUISAS DO MAPEAMENTO

Quadro 5: Dissertações e Teses

Título da Pesquisa	Autor, ano e instituição
Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos	CATTO, G. G. (2000); PUC-SP
Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para sala de aula	BEZERRA, F. J. B. (2001); PUC-SP
A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração	CATALANI, E. M. T. (2002); UNICAMP
Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal	VALERA, A. R. (2003); UNESP
O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas no 3º ciclo do ensino fundamental	PEREIRA, M. (2004); UNESP
O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental	MERLINI, V. L. (2005); PUC-SP
Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª a 8ª séries do ensino fundamental	MOUTINHO, L. V. (2005), PUC-SP
Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal	RODRIGUES, W. R. (2005); PUC-SP
O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental	SANTOS, A. (2005); PUC-SP
Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série	SILVA, M. J. F. (2005); PUC-SP
Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclo do Ensino Fundamental com relação à fração	CANOVA, R. F. (2006), PUC-SP
Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental	DAMICO, A. (2007); PUC-SP
O início do ensino de fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do ensino fundamental	MALASPINA, M. C. O. (2007); PUC-SP
O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise de formação continuada de um grupo de professoras das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações	SILVA, A. F. G. (2007); PUC-SP
Os Significados dos Números Racionais Desenvolvidos por Professores e autores de Livros Didáticos na EJA	JOSÉ DA SILVA, E. (2007); UNICSUL
Reta graduada: um registro de representação dos números racionais	SILVA, M. C. (2008); PUC-

	SP
O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo	TEIXEIRA, A. M. (2008); PUC-SP
Um estudo sobre as relações entre atitudes, gênero e desempenho de alunos do ensino médio em atividades envolvendo frações	JUSTULIN, A. M. (2009); UNESP
Uma formação continuada sobre as frações	CERVANTES, P. B. M. (2010); ANHANGUERA
Representações dos números racionais e a medição de segmentos: possibilidades com tecnologias informáticas	LIMA, C. W. (2010); UNESP
O papel da percepção sonora na atribuição de significados matemáticos para números racionais por pessoas cegas e pessoas com baixa visão	MARTINS, E. G. (2010); ANHANGUERA
Explorações de frações equivalentes por alunos surdos: uma investigação das contribuições da música/colorida	SOUZA, F. R. (2010); ANHANGUERA
Conhecimentos de alunos do Programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) relativos aos números racionais na forma fracionária	CERAGIOLI, L. (2011); ANHANGUERA
Concepções e competências de professores especialistas em matemática em relação ao conceito de fração em seus diferentes significados	COSTA, F. M. (2011); PUC-SP
Concepções de professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no Ensino Fundamental	FILHO, D. V. O. (2011); ANHANGUERA
Uma jornada por diferentes mundos da matemática investigando os números racionais na forma fracionária	FREIRE, P. C. (2011); ANHANGUERA
Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo estado de São Paulo após a nova proposta curricular	MALHEIRO, D. M. (2011); PUC-SP
Explorando a ideia do número racional na sua representação fracionária em libras	ASSIS, C. (2013); ANHANGUERA
Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração	CANOVA, R. F. (2013); ANHANGUERA
Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos	FERREIRA, E. R. (2014); PUC-SP
O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental	GOIS, R. C. (2014); UFSCAR
Formação de professores dos anos iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração	PINHEIRO, M. G. C. (2014); ANHANGUERA
Luz, câmera, ação: adaptando uma teleaula de frações para o público surdo	SILVA, E. L. (2014); ANHANGUERA
Uma engenharia didática para o ensino das operações com números racionais por meio de calculadora para o quinto ano do ensino	OLIVEIRA, A. S. S. (2015);

fundamental	PUC-SP
O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas	SEGETI, L. G. C. A. (2015); UFABC
Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores	SILVA JUNIOR, F. J. (2015); ANHANGUERA
A formação do professor de matemática: um estudo sobre o conhecimento pedagógico dos números racionais	SOUZA, D. S. (2015); UFABC
Equivalência de números racionais na representação fracionária: um olhar para livros didáticos à luz dos três mundos da matemática	SILVA SANTOS, S. (2016); ANHANGUERA
Rendimentos e Estratégias de Estudantes Concluintes do Ensino Fundamental na Resolução de Itens de Avaliações Externas	SANTOS, R. S. (2016); ANHANGUERA

Fonte: produção da autora.



## APÊNDICE B- PESQUISAS DA CATEGORIA 1

### 1. REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E O NÚMERO RACIONAL- Uma abordagem nos livros didáticos

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Glória Garrido Catto

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sonia Barbosa Camargo Iglori

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2000

**Sujeitos da pesquisa:** não existem (trata-se de análise de materiais didáticos);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** Teoria dos Registros de Representação, de Raymond Duval (1992; 1998);

**Referenciais teóricos:** Iglori (1999); Iglori e Silva (1998); Kalliopi Pavlopoulou (1993);

**Concepções de números fracionários:** recorreu à heurística (História da Matemática);

#### **Resenha:**

A dissertação desenvolvida por Catto (2000), teve o objetivo de analisar duas coleções de livros didáticos, no que concerne à apresentação do conceito de números racionais, em suas diferentes representações, de modo a investigar como os registros de representação eram abordados por esses materiais. Tais coleções foram: “*A conquista da Matemática*”, de José Rui Giovanni e José Rui Giovanni Jr., da Editora Moderna; e “*Novo Caminho - Matemática*” (1<sup>a</sup> à 4<sup>a</sup> séries) e “*Matemática*” (5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries, do Ensino Fundamental), dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, da Editora Scipione.

Para nortear sua investigação, a pesquisadora utilizou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, em que foram analisados os seguintes registros: figural, simbólico e língua natural. Vale ressaltar que a autora sinaliza que, nesse estudo, o registro figural admite como sub-registros: o registro numérico e o algébrico. Ainda no registro numérico, segundo Catto, há o registro fracionário, o decimal exato, o decimal não exato (dígitas periódicas), as potências de base 10 e as notações científicas.

Com base em estudos preliminares, a autora apresenta sua questão de pesquisa: “*Como os diversos registros de racionais são trabalhados nos livros didáticos? Como nos livros são introduzidos os números racionais, seja na representação fracionária ou na decimal, e especialmente, que tratamentos são realizados? As conversões<sup>13</sup>, articulações que ocorrem entre os registros, são trabalhadas?*”.

---

<sup>13</sup> Embora faça parte da questão de pesquisa da autora, discordamos que ocorra a conversão entre registros. Entendemos que há a conversão de representações entre registros.

Na tentativa de responder suas questão de pesquisa, após as análises realizadas nas duas coleções de livros, a autora pondera, em suas conclusões, que ambas as coleções utilizam todos os registros que pretendiam ser analisados (figural, simbólico e língua natural), distinguindo, porém, entre as maneiras de como cada coleção propõe o tratamento e a conversão dessas representações de registros. Catto (2000) destaca, ainda, que, enquanto a segunda coleção prioriza a conversão das representações de registros, especialmente do figural para o numérico, a primeira coleção privilegia o tratamento no registro numérico, enfatizando os algoritmos.

## **2. USO SOCIAL E ESCOLAR DOS NÚMEROS RACIONAIS: Representação Fracionária e Decimal**

**Instituição:** Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP-Campus de Marília)

**Autor (a):** Alcir Rojas Valera

**Orientador:** Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos

**Titulação:** Mestrado em Educação

**Ano da Defesa:** 2003

**Sujeitos da pesquisa:** não existem (estudo baseado em documentos oficiais, propostas pedagógicas e curriculares);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa histórico- bibliográfica, estudo documental;

**Quadro teórico:** Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel (1980);

**Referenciais teóricos:** Llinares (1992); Llinares e Sanches (1998); Moysés (1997); Polya (1978); D’Ambrosio (1993; 1998); Centeno (1988); Bachelard (1975); Brousseau (1976; 1983); Maranhão e Imenes (1985); Santaló (1996); Boyer (1974); Struik (1997); Labegalini (1999); Ifrah (1992);

**Concepções de números fracionários:** diferentes significados de frações, conforme Llinares (1992): relação parte-todo: pontos de uma reta numérica, interpretação de medida e de comparação de proporcionalidade; fração como quociente; fração como razão: fração no estudo das probabilidades, escala e porcentagem; fração como operador;

### **Resenha:**

Em sua dissertação de mestrado, Valera (2003) buscou analisar a dicotomia entre a utilização dos números racionais no cotidiano (uso social) e seu ensino na escola (uso escolar), sendo, para o autor, uma das possíveis fontes de dificuldades de aprendizagem desses números. Se por um lado, o uso social abusa dos números racionais, em sua representação decimal, por outro, a utilização escolar privilegia a representação fracionária desses números, causando uma separação drástica quanto a essas representações.

Sendo assim, o autor objetivou investigar como os documentos oficiais, curriculares, etc. abordam os Números Racionais, focando no uso escolar e social, de modo a comparar com o rendimentos dos alunos em avaliações externas, por meio dos resultados obtidos no SARESP, SAEB, Prova Brasil, entre outras avaliações.

E ainda que a articulação entre o uso social e o uso escolar dos números racionais não se dê de forma efetiva, as orientações contidas nos documentos oficiais analisados (“Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática”, do MEC (nacional); “Guias Curriculares propostos para as matérias do Núcleo Comum do Ensino do 1º Grau” da SEE/SP (estadual); “Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no Ensino de 1º Grau”, da SEE/SP (estadual); entre outros) permitem explicitar o conteúdo matemático, em suas diversas concepções, além de expor alguns problemas existentes no ensino desses números, o que pode justificar o prejuízo da aprendizagem, por parte dos alunos.

Embora não tenha apresentado uma questão norteadora de pesquisa, em suas considerações finais, o pesquisador destaca a importância da experiência social para o favorecimento do entendimento lógico-matemático, facilitando a aprendizagem. Nas análises realizadas no currículo, quanto ao ensino dos números racionais, a linearidade de ensino desses números é um tópico bastante preocupante. Ou seja, o ensino de frações, por exemplo, deve ser introduzido na 5ª série, contemplando todos os elementos que as cercam, como algo linear, e não como uma construção gradativa, o que empobrece esse processo de aprendizagem.

### **3. RETA GRADUADA: Um registro de representação dos números racionais**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Marcelo Cordeiro da Silva

**Orientador:** Profª Drª Sonia Barbosa Camargo Iglioni

**Titulação:** Mestre Profissional em Ensino de Matemática

**Ano da Defesa:** 2008

**Sujeitos da pesquisa:** não existem (trata-se de análise de livros didáticos);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval (1993, 1995, 2005);

**Referenciais teóricos:** Adjiage e Pluvinage (2000); Kieren (1976, 1988, 1993); Ohlsson (1988); Lins e Gimenez (1997); Lima (1997); Iglioni (2002); Boyer (2001); Ifrah (1997); Caraça (1951); Fonseca (2005); Gimenez e Bairral (2005); Ohlsson (1988); Behr (1983); Machado (2005);

**Concepções de números fracionários:** parte-todo, quociente, razão e operador, conforme orientações dos PCN (1988);

#### **Resenha:**

A pesquisa de Silva (2008) objetivou estudar a introdução do conceito de número racional, no Ensino Fundamental, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, em materiais didáticos, com base nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do ciclo II e do ciclo III, respectivas 3ª e 4ª séries e 5ª e 6ª séries. Os materiais analisados foram o Projeto Pitanguá, da 3ª e 4ª séries, da autora Juliane Matsubara Barroso (Editora Moderna); e Matemática em movimento, do autor Adilson Longen, das 5ª e 6ª séries (Editora do Brasil).

Para conduzir seu estudo, o pesquisador salienta as duas questões que nortearam sua investigação acerca da abordagem semiótica do ensino: “A introdução da reta graduada como um registro semiótico para os racionais de fato amplia a possibilidade de enfrentamento das dificuldades consagradas na aprendizagem dos racionais?”; “Vai se configurar como um elemento de auxílio para o ensino brasileiro?”.

Após as análises realizadas nos livros destacados, Silva (2008) concluiu que o registro da reta graduada tem potencialidades que podem favorecer a aprendizagem, visto que a ferramenta se configura em um verdadeiro registro semiótico, rico em signos, ainda que essa abordagem não seja recomendada nos PCN e nem nos materiais analisados.

Dessa maneira, em suas considerações finais, o pesquisador salienta que se essa abordagem for inferida por professores e pesquisadores da área, pode se configurar como um elemento auxiliar para o ensino do conteúdo dos números racionais (em sua representação fracionária), no Brasil.

#### **4. SUGESTÕES COMPLEMENTARES PARA O ENSINO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS TENDO POR BASE A ORGANIZAÇÃO PROPOSTA PELO ESTADO DE SÃO PAULO APÓS A NOVA PROPOSTA CURRICULAR**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Diana Mazo Malheiro

**Orientador:** Prof. Dr. Fumikazu Saito

**Titulação:** Mestre Profissional em Ensino de Matemática

**Ano da Defesa:** 2011

**Sujeitos da pesquisa:** não existem (trata-se de análise de material didático);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval (2003);

**Referenciais teóricos:** Silva (1997, 2005); Silva (2007); Moutinho (2005); Canova (2006); Kieren (1983, 1988); Behr (1983); Behr et al. (1988) Rodrigues (2005); Santos (2005); Damico (2007); Nunes (1997); Nunes et al. (2005); Caraça (1951); Campos e Magina (2008); Valera (2003); Teixeira (2008); Worle (1999); Catto (2000); Bezerra (2001); Fonseca (2006);

**Concepções de números fracionários:** significados dos números fracionários, conforme Behr et al. (1988, *apud* Silva, 2007): parte-todo, medida, quociente, razão e operador;

**Resenha:**

A dissertação de Malheiro (2011) teve o objetivo de analisar o material sugerido para professores da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo, no que concerne ao ensino de números fracionários. Para tal estudo foram analisados a organização do caderno do professor e do caderno do aluno, do ciclo II do Ensino Fundamental, atuais 6º e 7º anos. Ressalta-se que esse material vinha sendo utilizado desde o ano de 2008.

A questão que norteou sua investigação foi: *“Essa organização proposta para a 5ª e 6ª série do Ensino Fundamental, ciclo II, percorre quais significados dos números fracionários?”*; *“As atividades propostas favorecem a ocorrência de conversões<sup>14</sup> entre os Registros de Representações Semióticas?”*.

Para respondê-la, a autora utilizou os aportes de pesquisadores da Educação Matemática, como Damico (2007), Silva (2005), Catto (2000), entre outros, além dos aportes de Duval, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Após as análises do material, em suas considerações finais, a pesquisadora sinaliza que a organização didática sugerida pelo material proposto pela SEE/SP (Secretaria de Educação do Estado de São Paulo) não integra os significados dos números fracionários, ainda que aborde atividades que percorram tais significados. Ou seja, por mais que os significados sejam abordados por atividades contidas no material, tais atividades não apresentam-se elaboradas a fim de que a criança dê significados a esses novos números.

Em virtude desses entraves, a pesquisadora reitera o cuidado que o professor deve ter ao elaborar seu planejamento, pautando-se nas atividades propostas pelo material, evitando que o ensino desse conteúdo seja prejudicado por escolhas mal feitas, na condução das atividades.

Uma sugestão feita pela pesquisadora, em suas considerações finais, diz respeito à reflexão acerca da necessidade de estudos intervencionistas com professores de matemática da rede estadual, na perspectiva de uma pesquisa colaborativa.

## **5. EQUIVALÊNCIA DE NÚMEROS RACIONAIS NA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA: UM OLHAR PARA LIVROS DIDÁTICOS À LUZ DA TEORIA DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Sidney Silva Santos

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rosana Nogueira de Lima

**Titulação:** Mestrado em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2016

**Sujeitos da pesquisa:** não existem (trata-se de análises de livros didáticos);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa documental;

**Quadro teórico:** Teoria dos Três Mundos da Matemática (2013), de David Tall (2013);

**Referenciais teóricos:** Kieren (1976; 1980); Behr, Richard, Post e Silver (1983); Jahn et al (1995); Maciel da Silva (2006); Merlini (2005); Carrilho (2013); Merlini (2005); Rodrigues (2005); Moutinho (2005); Freire (2011); Bezerra (2001); Garcia Silva et al. (2013); Lins e Silva (2007);

---

<sup>14</sup> Novamente, salientamos que não ocorre a conversão entre registros de representações, mas sim, a conversão das representações entre registros.

**Concepções de números fracionários:** cinco subconstrutos, conforme Behr et al: parte-todo, medida, quociente, razão e operador.

**Resenha:**

A dissertação de Silva Santos (2016) objetivou analisar a abordagem do conceito de equivalência entre números fracionários em quatro livros didáticos, recomendados pelo PNLD de 2014, para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Para tal análise, o pesquisador utilizou a Teoria dos Três Mundos da Matemática, desenvolvida por Tall (2013). Com base nessa teoria, o autor verificou se a abordagem que esses livros propõem permite que o aluno vivencie experiências do Mundo Conceitual Corporificado (exemplos com figuras e coleções de objetos para representar números fracionários), do Mundo Formal Simbólico (explorar a linguagem matemática, a notação e os procedimentos) e do Mundo Formal Axiomático (explorar ideias que encaminhem para a definição de equivalência).

Para nortear sua investigação, o autor delineou as seguintes questões de pesquisa: *“Quais subconstrutos dos números racionais os autores de livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental, recomendados pelo PNLD de 2014, utilizam ao introduzirem a ideia de equivalência entre os números fracionários?”* e *“Quais características dos Mundos Corporificado, Simbólico e Formal estão presentes nessa abordagem?”*.

Após suas análises, o pesquisador concluiu que os quatro livros analisados apresentam a equivalência de frações por meio do subconstruto parte-todo, o que acontece desde a década de 90. Quanto aos subconstrutos operador, medida e razão, em quantidades contínuas e discretas, são abordados em atividades que complementam a formação do conceito de equivalência. Porém, o subconstruto quociente não foi identificado em nenhum livro, nem na introdução do conceito, nem em atividades. O subconstuto razão também não é evidenciado na introdução do conceito, apenas nas atividades, ainda que algumas delas ampliem a ideia do conceito.

Complementando suas considerações, o pesquisador também afirma que todos os livros apresentam a abordagem, as atividades e os procedimentos para cálculos com números fracionários equivalentes, por meio de figuras geométricas, linguagem, notação e definição de equivalência, permitindo que o aluno inicie a jornada pelos Três Mundos da Matemática. Entretanto, não fazem relações explícitas entre os mundos, ou seja, as atividades propostas favorecem a abordagem dos mundos de forma separada. Por exemplo, a introdução do conceito de equivalência dos números fracionários se dá por meio de características corporificadas, ao passo que nas atividades, tais características são esquecidas, prevalecendo somente as características do mundo simbólico.

## APÊNDICE C- PESQUISAS DA CATEGORIA 2

### 1. O CONCEITO DE FRAÇÃO EM SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO JUNTO A PROFESSORES QUE ATUAM NO ENSINO FUNDAMENTAL

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Aparecido dos Santos

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2005

**Sujeitos da pesquisa:** 67 professores do Ensino Fundamental (polivalentes e especialistas), de sete escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1988; 1990; 1993; 1998, 1999);

**Referenciais teóricos:** Behr et al. (1983; 1992); Nunes; Bryant (1997); Nunes et al. (2001); Nunes (2003); Bezerra (201); Silva (1997); Campos (1999); Nóvoa (1992); Shulman (1986; 1992) e Perrenoud (1999); Kieran (1988; 1994);

**Concepções de números fracionários:** cinco significados das frações, conforme Nunes et al. (2003): número; parte-todo; medida (com quantidades intensivas e extensivas); quociente (uma divisão); e operador multiplicativo;

#### **Resenha:**

A pesquisa de Santos (2005) objetivou compreender o estado (concepções) em que se encontra o conceito de fração para professores que atuam no Ensino Fundamental. Tal pesquisa se deu por meio de um estudo diagnóstico, aplicado a 67 professores, sendo 46 deles, professores polivalentes dos ciclos I e II, respectivas 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> séries (21 professores) e 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries (25 professores); e os outros 21, sendo professores especialistas do ciclo III, 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries.

Sua investigação buscou responder a seguinte questão de pesquisa: *“É possível reconhecer as concepções dos professores que atuam nos 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> ciclos (polivalentes) e no 3<sup>o</sup> ciclo (especialistas) do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de fração?”*; *“Se sim, quais são?”*; *“Se não, por quê?”*.

O pesquisador evidenciou, por meio dos resultados oriundos do estudo, que há uma tendência na valorização do conceito de fração como operador multiplicativo (tanto nos professores polivalentes quanto nos especialistas) ao elaborarem os problemas.

Já no que concerne à resolução de problemas que abordam o conceito de fração, o resultado convergiu para uma predileção de aspectos procedimentais na realização de tais problemas, ou seja, há a aplicação de um conjunto de regras e técnicas pela maioria dos professores observados.

Com base nessas evidências, Santos (2005) concluiu que não há diferença significativa entre a concepção de professores polivalentes e a de especialistas, no

que diz respeito ao conceito de fração. Tal fato sugere que esses professores carregam fortes influências quanto às concepções, construídas por eles, possivelmente, na Educação Básica.

Dessa maneira, como sugestão para novos estudos, o pesquisador evidencia a necessidade de uma análise de como esse conceito vem sendo trabalhado nos cursos de formação de professores.

## 2. INVESTIGANDO SABERES DOCENTES DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL COM ENFOQUE EM NÚMEROS FRACIONÁRIOS PARA A QUINTA SÉRIE

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Maria José Ferreira da Silva

**Orientador:** Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

**Titulação:** Doutor em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2005

**Sujeitos da pesquisa:** professores de Matemática que atuam no Ensino Médio e nos ciclos finais do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino, de uma escola localizada no centro do município de Arujá, em São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa-ação (investigação colaborativa);

**Quadro teórico:** Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (1992; 1999; 2002);

**Referenciais teóricos:** Silva (1997); Manrique, Silva e Almouloud (2002); Garcia (2003); Sallán (2001); Godino e outros (2003); Ponte (1992); Bosh e Gascón (2001); Bosch, Fonseca e Gascón (2004); Behr e outros (1992); Post, Behr e Lesh (1982); Adjage e Pluinage (2000); Kieren (1988); Godino e Batanero (2002); Moreira (1999); Moreira e David (2005); Silva e Campos (2001); Brousseau (1983); Lipman (2001); Santos (2004);

**Concepções de números fracionários:** concepção parte-todo, concepção de medida, concepção de quociente, concepção de razão e concepção de operador, segundo Behr e outros (1992);

### Resenha:

A tese de Silva (2005) tratou das concepções de um grupo de professores de Matemática e da aprendizagem de alunos de quinta série do Ensino Fundamental, relativas aos números fracionários, abordando a autonomia, as dificuldades e as mudanças que podem surgir por meio de uma formação continuada.

As questões de investigação da pesquisadora foram: *“Que Organização Didática os professores constroem para o ensino de números fracionários para a quinta série do Ensino Fundamental durante a formação?”*; *“É possível encaminhar professores de matemática a reflexões que possibilitem mudanças nas concepções que têm de seus alunos, proporcionando-lhes um novo lugar na instituição escolar?”*; *“É possível em uma formação continuada, promover ações que permitam aos*

*professores alguma mudança em sua prática de ensino de números fracionários para uma quinta série?”.*

Durante a formação, a autora destaca que foram observadas construções de Organizações Matemáticas para os números fracionários, a serem trabalhadas na quinta série, pautadas principalmente, na concepção parte-todo, privilegiando, assim, a dupla contagem. Já com relação à concepção que apresentou menor incidência nessas Organizações, destaca-se a concepção de razão.

Após a aplicação de uma Organização Matemática, para uma classe de quinta série, houve mudança no discurso dos professores no que diz respeito à aprendizagem e à maneira de como a ação dos alunos foi observada. Houve indícios, também, de modificações nas concepções dos professores quanto à prática de ensino.

A pesquisadora enfatiza que a formação evidenciou a necessidade do desenvolvimento de autonomia e de reflexão nos docentes, quanto aos conteúdos que ensinam, e como ensinam, ou seja, como esses conteúdos são abordados nas práticas docentes.

### **3. CRENÇA, CONCEPÇÃO E COMPETÊNCIA DOS PROFESSORES DO 1º E 2º CICLOS DO ENSINO FUNDAMENTAL COM RELAÇÃO À FRAÇÃO**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Raquel Factori Canova

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2006

**Sujeitos da pesquisa:** 51 professores de 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, de escolas da Rede Municipal de Osasco, no estado de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1987; 1988, 1989, 1990, 1993, 1996, 2001);

**Referenciais teóricos:** Vygotsky (1987); Nunes (1997); Nunes e Bryant (1997); Nunes et al. (2003); Kieren (1976, 1988, 1994); Behr et al. (1983); Nóvoa (2001); Ponte (1992, 1994; 1995); Santos (2005); Merlini (2005); Silva (1997); Bezerra (2001); Moutinho (2005); Magina et al. (2001);

**Concepções de números fracionários:** cinco diferentes significados das frações, conforme Nunes et al. (2003): parte-todo; quociente; medida; número; operador multiplicativo;

**Resenha:**

A pesquisa de Canova (2006) buscou identificar e analisar as crenças, concepções e competências de 51 professores, que atuam nos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, em relação ao conceito de fração. Para coletar seus dados, a autora aplicou um instrumento investigativo composto por 29 questões que abordavam o perfil, as crenças, as concepções e as competências que os professores traziam no que concerne ao conceito de fração.

O instrumento teve embasamento nos aportes de Nunes et al. (2003) quanto às variáveis de quantidade (contínua e discreta), à representação (icônica ou não) e aos invariantes do conceito (ordem e equivalência).

Esse instrumento diagnóstico foi criado para responder à seguinte questão: *“Qual é o entendimento que os professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental apresentam em relação ao conceito de fração?”*.

Com os resultados oriundos da aplicação do instrumento, Canova (2006) assinalou que as crenças dos professores não são influenciadas pela sua prática docente, ao passo que o mesmo não ocorre com as concepções. Os professores do 1º ciclo apresentaram uma predileção pelo significado parte-todo em quantidade contínua não icônica. Já os professores do 2º ciclo exploraram mais variáveis, sendo tais variáveis muito semelhantes àquelas apresentadas nos livros didáticos, o que apresenta indícios da influência da prática para esses profissionais.

Com relação às competências, a pesquisadora constatou que não houve desempenho igualitário entre os cinco significados da fração e os invariantes. Tal fato evidenciou a necessidade de se ampliar o campo conceitual dos professores do 1º e 2º ciclos, quanto ao objeto fração.

#### **4. UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Alecio Damico

**Orientador:** Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina/ **Co-orientador:** Prof. Dr. João Pedro da Ponte

**Titulação:** Doutor em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2007

**Sujeitos da pesquisa:** 346 estudantes para professores de Matemática, sendo 189 iniciantes e 157 concluintes, além de 41 formadores de professores de duas universidades do ABC Paulista;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa (naturalista interpretativa);

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica;

**Referenciais teóricos:** Walker (1973), citado por Sacristán (2000); Shulman (1986, 1987); Ball (1988); Schön (2000); Freitas (2004); Llinares (1996); Ponte e Chapman (2006); Guimarães (2005); Ponte (1995); Bellochio, Terrazan e Tomazetti (2004); Moreira e David (2005); Schnetzler (1998); Ponte e Oliveira (2002); Climent (2002); Elbaz (1983); Bromme e Tillema (1985); Gimeno e Perez (1993); Behr, Lesh, Post e Silver (1983); Behr, Harel, Post e Lesh (1992); Ohlsson (1987, 1988); Kieren (1976, 1989); entre outros;

**Concepções de números fracionários:** cinco subconstrutos (ou significados) das frações: parte-todo; operador; quociente (ou divisão indicada); medida e coordenada linear, conforme Behr, Lesh, Post e Silver (1983);

**Resenha:**

A tese de Damico (2007) teve por objetivo investigar a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos números racionais, no Ensino Fundamental. Para tal, os sujeitos foram postos em contato com cinco instrumentos de coleta de dados.

O primeiro instrumento foi destinado à criação de oito problemas que envolviam frações, com o intuito de avaliar alunos do Ensino Fundamental. Os responsáveis por essa criação e, posteriormente, pela resolução de tais problemas (instrumento 2) foram os alunos concluintes do curso de licenciatura em Matemática. Já o instrumento 3 foi destinado a todos os alunos, concluintes e iniciantes, e era composto por vinte questões que abordavam os números racionais. O quarto instrumento tratava-se de uma entrevista interativa realizada com 10% dos alunos concluintes e, por fim, o quinto instrumento também foi uma entrevista interativa, porém, com os 41 professores iniciantes.

Com esses instrumentos, o pesquisador buscou responder a seguinte questão de pesquisa: *“Os alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática estão saindo das Universidades pesquisadas com uma formação que os capacite para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental?”*.

Com base nos resultados obtidos por meio dos instrumentos, Damico (2007) enfatiza que o professor é o principal responsável por colocar em prática o currículo da Matemática. Por outro lado, o pesquisador assinala a necessidade de reflexão dos conteúdos de Matemática Pura e Aplicada, de nível superior, em detrimento aos conteúdos da Matemática “elementar” da Educação Básica, já que as respostas dos professores diante dos instrumentos, convergiram para o despreparo dos futuros professores quanto ao ensino do conteúdo abordado nos instrumentos, o que apresenta indícios para a ineficácia do modelo atual de formação.

Entretanto, o pesquisador afirma que há uma incerteza de que esse despreparo ocorra somente com esse conteúdo e sugere que outras pesquisas verifiquem se tal fato pode ocorrer com todos os conteúdos abordados nas instituições de nível superior.

Damico (2007) ainda salienta que, por meio desses indícios, há a necessidade de um redirecionamento metodológico de como os conteúdos da Educação Básica são retomados em um curso de licenciatura, já que vem demonstrando um rememoração teórica e não uma abordagem epistemológica que contemple aspectos ao seu ensino.

Como resposta para sua pesquisa, o pesquisador destaca que os estudantes para professorres estão terminando o curso de licenciatura, nas instituições pesquisadas, com uma visão sincrética dos números racionais. Ou seja, o conhecimento dos futuros professores em como o conceito dos números racionais deve ser constituído está aquém da visão que se tem hoje para o ensino de tais números, para os alunos do Ensino Fundamental.

O pesquisador salienta que as crenças e concepções acarretadas na Escolarização Básica, por esses futuros professores, exercem importante papel na postura desempenhada por eles. Porém, as mudanças, tanto no currículo, quanto na prática desses profissionais são possíveis, ainda que por meio de um lento processo.

## 5. O DESAFIO DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE: ANÁLISE DA FORMAÇÃO CONTINUADA DE UM GRUPO DE PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL, TENDO COMO OBJETO DE DISCUSSÃO O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Angélica da Fontoura Garcia Silva

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina/ Co-orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Tânia Maria Mendonça Campos

**Titulação:** Doutor em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2007

**Sujeitos da pesquisa:** 15 professores de 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries, de uma escola pública estadual, localizada no município de Franco da Rocha, periferia da grande São Paulo.

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico (pesquisa qualitativa);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1983; 1990);

**Referenciais teóricos:** Nunes (2003); Kieren (1988); Ohlsson (1987); Schön (1983); Shulman (1986; 1987); Tardif (2000); Ponte (1992; 1997; 1998; 2002); Serrazina (1999; 2004); Sacristan (1988); Saviani (1996); Silva (2000); Geraldi et al. (1998); Silva (2002); Perrenoud (1993); Nóvoa (1992; 2001); Alarcão (1998; 2003); Pimenta (2000; 2005); André (1999; 2001) Lüdke (1986; 2003); Fiorentini et al. (2002); Behr et al. (1992); Silva (1997); Bezerra (2001); Moutinho (2005); Merlini (2005); Santos (2005); Canova (2006);

**Concepções de números fracionários:** classificação dos significados de fração, segundo Nunes (2003): fração como relação parte-todo; fração como quociente; fração como medida; fração como operador multiplicativo;

### Resenha:

A tese de Silva (2007) buscou analisar fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando fazem parte de um projeto de formação continuada. A finalidade dessa formação foi a de discutir questões relacionadas à abordagem dos números racionais, em sua representação fracionária, e seus diferentes significados.

De modo a nortear sua investigação, a autora delineou a seguinte questão de pesquisa: *“Que fatores influenciam no desenvolvimento profissional de professores do Ensino Fundamental num processo de formação na própria escola onde lhe sejam garantidos espaços para estudar e refletir sobre conhecimentos historicamente produzidos e sobre sua prática?”*.

Por meio de um estudo diagnóstico, Silva (2007) ressalta que é necessário que o professor tenha conhecimento específico do conteúdo e, além disso, reflita sobre a importância de propiciar aos alunos, a vivência de situações diversas que abordem os diferentes significados dos números racionais, na representação fracionária, para uma construção do conceito desses números.

Como resultado de suas análises, a pesquisadora salientou alguns fatores que podem influenciar no processo de desenvolvimento profissional dos docentes,

sendo um deles inerente às dificuldades relativas ao conhecimento matemático, mais especificamente, no que concerne aos significados da representação fracionária dos números racionais, no que tange à formação inicial e à formação continuada.

## 6. OS SIGNIFICADOS DOS NÚMEROS RACIONAIS DESENVOLVIDOS POR PROFESSORES E AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS NA EJA

**Instituição:** Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL)

**Autor (a):** Everaldo José da Silva

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Edda Curi

**Titulação:** Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática

**Ano da Defesa:** 2007

**Sujeitos da pesquisa:** quatro professores da 5<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, da EJA, de três escolas públicas de Suzano e de uma escola pública de Itaquaquecetuba;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Nunes e Bryant (1997; 2003); Kieren (1976; 1988; 1994); Romão (2006); Pinto (2000); Gadotti e Romão (2006); Fonseca (2005); Freire (1975); Neves (1996); Haddad e Di Pierro (1994); Caraça (1951); Lima (2003); Boyer (1974); Porto (1963); D'Augustine (1976); Castelnuovo (1970); Aguiar (1983); Lowell (1986); Dienes (1971); Oliveira (1996); Campbell e Stanley (1979); Silva (1997); Campos e Magina (2004); Santos (2005); Canova (2006);

**Concepções de números fracionários:** cinco diferentes significados de fração, conforme Nunes e Bryant (2003): parte-todo; quociente; medida; número e operador multiplicativo;

### Resenha:

A dissertação de José da Silva (2007) objetivou analisar o ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos (EJA), por meio da abordagem de quatro professores de Matemática da 5<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, de quatro diferentes escolas da região do Alto Tietê, quanto aos diferentes significados atribuídos às frações, além de analisar como os autores de livros didáticos da EJA abordam esse conteúdo nesses materiais.

A questão de pesquisa que norteou sua investigação foi: “*Quais os significados das frações que são utilizados por alguns professores da 5<sup>a</sup> série da EJA?*”; “*Qual o significado mais abordado por professores da 5<sup>a</sup> série da EJA?*”; “*Quais são os significados das frações abordados por autores de livros didáticos utilizados por esses professores da EJA?*”.

Após a realização de entrevistas, questionários e observações feitas nas salas de aula, o pesquisador concluiu que nenhum dos quatro professores pesquisados abordaram fração como quociente, medida e número. Os quatro professores abordaram o significado parte-todo e apenas um deles abordou o significado operador multiplicativo.

De maneira semelhante, nos livros didáticos analisados, foram observadas apenas os significados parte-todo e operador multiplicativo, em detrimento dos demais significados.

Em suas considerações, o pesquisador aponta a urgência para a formação de professores que trabalhem com o segmento da EJA, de modo a aprimorar o trabalho com essa clientela que possui características específicas, tendo um material que subsidie essa formação, de modo a interferir, posteriormente, na prática docente.

## 7. O PROFESSOR, O ENSINO DE FRAÇÃO E O LIVRO DIDÁTICO: UM ESTUDO INVESTIGATIVO

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Alexis Martins Teixeira

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina/ Co-orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Irene Mauricio Carzola

**Titulação:** Mestre Profissional em Ensino de Matemática

**Ano da Defesa:** 2008

**Sujeitos da pesquisa:** 52 professores, de 15 escolas do município de Itabuna, na Bahia;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1982, 1987, 1990; 2001);

**Referenciais teóricos:** Behr et al. (1983); Kieren (1976; 1988; 1993; 1994); Nunes (2003); Nunes et al. (2003); Ponte (1992; 2001); Shulman (1986; 1992); Nóvoa (2001); Moreira e David (2004; 2005); Ponte e Chapmam (1996); Garbi (1997); Caraça (1998); Boyer (1974); Ifrah (1997); Ávila (1999); Santos (2005); Malaspina (2007); Campos et al. (2006); Magina et al. (2001); Mack (1993); Damico (2007); D'Ambrosio (2005); Perrenoud (2000);

**Concepções de números fracionários:** cinco significados de fração, conforme Nunes et al. (2003): fração como número; como relação parte-todo; como medida; como operador multiplicativo e fração como quociente;

### Resenha:

A pesquisa de Teixeira (2008) buscou traçar um diagnóstico das competências e das concepções<sup>15</sup> de 52 professores do 2º ciclo do Ensino Fundamental, acerca do conceito de fração, que atuavam em 15 escolas do município de Itabuna, na Bahia.

<sup>15</sup> Com base nas contribuições de Vergnaud (1987), o pesquisador afirma que “as competências são desenvolvidas com base nas ações do sujeito, em uma dada situação. Já as concepções são traçadas nas expressões simbólicas do sujeito e revelam-se na escrita ou nos gestos.” (TEIXEIRA, 2008, p. 94 e 95). Dessa forma, as *concepções* e *competências* dos professores influenciam, diretamente, no processo de ensino e de aprendizagem, conforme destacou o autor.

A questão investigativa que norteou seu estudo foi: “*Quais as concepções e competências apresentadas por professores que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental, sobre o conceito de fração e seu ensino?*”.

Na tentativa de responder sua questão de pesquisa, Teixeira (2008) aplicou um instrumento investigativo, composto de 33 questões que abordavam o perfil do professor (10 questões), as concepções que esses professores traziam (18 questões) e, por fim, as competências, verificadas por meio de cinco situações-problema, envolvendo um dos significados das frações, propostos por Nunes.

Com os resultados obtidos, o pesquisador salientou que, no que diz respeito ao perfil dos professores, a maioria tem entre 6 e 25 anos de carreira. Já com relação às concepções, houve indícios de que os professores valorizam a fração por meio dos significados parte-todo e operador multiplicativo.

Já no que concerne às competências, o pesquisador evidenciou que estão intimamente ligadas ao significado parte-todo, medida e quociente, embora de um modo geral, os professores tenham apresentado baixo desempenho na resolução dos cinco problemas que abordavam fração.

Com base nessa evidência, Teixeira (2008) conclui que é necessário ampliar o conhecimento matemático dos docentes, no que se refere ao conceito de fração, realizando trabalhos em que os professores possam expandir suas concepções, por meio de estudos intervencionistas, de caráter colaborativo, ou seja, que tais estudos aconteçam nas salas de aula desses profissionais.

## 8. UMA FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE AS FRAÇÕES

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Patrícia de Barros Monteiro Cervantes

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Angélica da Fontoura Garcia Silva

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2010

**Sujeitos da pesquisa:** 20 professores que atuam nos anos iniciais (ciclo I) do Ensino Fundamental;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa de caráter qualitativo;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990, 2010);

**Referenciais teóricos:** Schön (1983; 1992); Shulman (1986); Tardif (2000); Nunes (2003, 2009); Nunes et al. (2005); Streefland (1991, 1997); Mamede (2007); Kieren (1976); Behr et al. (1983); Ponte (1992); Alarcão (1996); Silva (2007); Canova (2006); Merlini (2005); Santos (2005); Cardoso e Mamede (2009); Damico (2007); Campos (2010); Magina e Campos (2005); Rodrigues (2005); Garcia Silva (2007);

**Concepções de números fracionários:** classificação proposta por Nunes et al. (2005) para o significado quociente de fração;

**Resenha:**

A pesquisa de Cervantes (2010) buscou identificar e analisar o conhecimento profissional de professores que ensinam matemática, para os anos

iniciais do Ensino Fundamental, a respeito do processo de ensino e aprendizagem de frações, quando participaram de um processo de formação continuada, no âmbito do Observatório de Educação da Uniban. Ressalta-se que a pesquisa fez parte de um projeto de cooperação entre a Uniban e a Oxford University, sob a coordenação da professora Terezinha Nunes.

Para nortear sua investigação, a pesquisadora delineou a seguinte questão de pesquisa: *“Como os professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental podem aprender pela prática, na prática e a partir da prática da sala de aula por meio de discussões sobre situações problema envolvendo frações em um curso de formação?”*.

Após as sessões de intervenções, a pesquisadora concluiu que as professoras (re)significaram o conceito de fração e desenvolveram a compreensão de que os alunos já trazem consigo a ideia da divisão, o que permite que o ensino de frações se inicie por meio do significado quociente, tornando-se um recurso potencialmente rico, já que a criança amplia a ideia da divisão dos números naturais.

Outro aspecto salientado por Cervantes (2010) foi com relação à reflexão apresentada pelas professoras, por meio das entrevistas, quanto à necessidade de conhecer o conteúdo matemático e, não somente, as metodologias para ensinar esses conteúdos.

## **9. CONCEPÇÕES E COMPETÊNCIAS DE PROFESSORES ESPECIALISTAS EM MATEMÁTICA EM RELAÇÃO AO CONCEITO DE FRAÇÃO EM SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Fabio Meneses Costa

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre Profissional em Ensino de Matemática

**Ano da Defesa:** 2011

**Sujeitos da pesquisa:** 21 professores, que atuam no 3<sup>o</sup> e 4<sup>o</sup> ciclo, de seis escolas da Rede Pública Estadual, do município de Mauá, em São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1987, 1988; 1990, 1993);

**Referenciais teóricos:** Magina (2008); Kieren (1988; 1994); Nunes e Bryant (1997); Nunes (2003); Nunes et al. (2003); Behr et al. (1983); Ponte (1998); Moutinho (2005); Merlini (2005); Rodrigues (2005); Bezerra (2001); Malaspina (2007); Magina e Campos (2007); Santos (2005); Canova (2006); Teixeira (2008);

**Concepções de números fracionários:** diferentes significados de fração, conforme Nunes et al. (2003): significado parte-todo; significado quociente; significado medida; significado número; significado operador multiplicativo;

**Resenha:**

A dissertação de Costa (2011) objetivou identificar e analisar as concepções<sup>16</sup> e competências<sup>17</sup> de professores especialistas em Matemática, que atuam no 3º ou 4º ciclos do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de fração.

A questão de pesquisa delineada pelo pesquisador foi: “*Quais as concepções e competências apresentadas por professores especialistas em Matemática que atuam no 3º ou 4º ciclo do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração em seus diferentes significados?*”.

Na tentativa de responder sua questão, foi elaborado um instrumento diagnóstico composto por quatro unidades: perfil dos professores; elaboração de problemas; respostas de problemas que envolviam os significados de frações; e competências apresentadas pelos professores. Tal instrumento foi aplicado a 11 professores que atuavam nos 6º e 7º anos e a 10 professores que atuavam nos 8º e 9º anos, do Ensino Fundamental, de seis escolas distintas de Mauá.

Com relação às concepções, ambos os grupos de professores demonstraram entendimento restrito com relação à fração, privilegiando dois significados: parte-todo e operador multiplicativo, e ainda, enfatizando os algoritmos.

No que concerne às competências, o grupo de professores que atua no 4º ciclo apresentou-se mais competente ao abordar todos os significados da fração, em relação ao outro grupo, especialmente no que diz respeito ao significado razão. Tal fato evidencia a necessidade constante de formações continuadas para os professores que atuam nesses ciclos.

## 10. CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DA REDE PÚBLICA ESTADUAL DE SÃO PAULO ACERCA DO ENSINO DAS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Dario Vieira de Oliveira Filho

**Orientador:** Profª Drª Angélica da Fontoura Garcia Silva

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2011

**Sujeitos da pesquisa:** seis professores participantes do Projeto Observatório de Educação, da Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa (documental e bibliográfica);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990; 1991; 2010);

<sup>16</sup> O pesquisador utiliza as ideias de Vergnaud (1987) acerca das *concepções*. Destaca que: “as concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva, sendo mantidas pelas convicções que são consensuais e têm procedimentos para valorizar sua validade. Na visão de Vergnaud (1987), as concepções, na maioria das vezes, são traçadas nas expressões simbólicas”. (COSTA, 2011, p. 51).

<sup>17</sup> Ainda com base em Vergnaud (1987), em relação às *competências*, o autor afirma que “as competências são traçadas pela ação do sujeito, são conhecimentos e conceitos implícitos, analisados como combinação de esquemas, ou seja, as competências se fazem por meio de ações julgadas adequadas para tratar uma situação”. (COSTA, 2011, p. 51).

**Referenciais teóricos:** Shön (1983; 1987); Zeichner (2003); Shulman (1986); Tardif (2000); Pietropaolo (2002); Kieran (1988); Ponte (1992; 1994); Nunes (2003); Caraça (1951); Silva (1997; 2005); Santos (2005); Canova (2006); Garcia Silva (2007); Damico (2007); Bezerra (2001); Merlini (2005); Moutinho (2005);

**Concepções de números fracionários:** situações de aprendizagem, contidas no Caderno do Professor, da 5ª série, do Estado de São Paulo (2009): “Na medida certa: dos números naturais às frações” (evidenciando os significados parte-todo e medida); “Equivalência e operações com frações” (evidenciando os significados da fração como relação parte-todo e denominando fração de um número);

**Resenha:**

A dissertação de Filho (2010) teve o objetivo de analisar as concepções de professores de matemática que lecionam no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, acerca do ensino dos números racionais na representação fracionária. Esses professores fazem parte do Projeto Observatório de Educação, da Uniban. Além disso, o estudo analisou o atual currículo de matemática no Estado de São Paulo (na época da pesquisa) e os PCN, para verificar quais inovações eram propostas para o ensino da representação fracionária dos números racionais, nos 6º e 7º anos.

Sua investigação buscou responder a seguinte questão de pesquisa: *“Como professores de matemática, participantes do Projeto Observatório da Educação, que lecionam no sexto ano do Ensino Fundamental, analisam o conceito de frações apresentado no Caderno do Professor?”*.

Após as discussões, aplicação de questionários, realização de uma sequência didática, posteriores análises (juntamente com os professores), além das análises dos materiais documentais, o pesquisador concluiu que as orientações contidas nos materiais analisados apontam para resultados de pesquisas, que sugerem a introdução do tema, indicando que, culturalmente, o professor inicia seu trabalho pelo significado parte-todo. Sugere, também, a exploração de ideias de medida, operador, razão, parte-todo e, com menor ênfase, a ideia de quociente.

Com relação à prática docente, os resultados obtidos indicam a fragilidade no conhecimento profissional docente, no que diz respeito ao tema fração. Tais indícios mostraram a necessidade de rediscutir a formação inicial e continuada desses professores. O autor finaliza esclarecendo que seu estudo não abarcou o currículo na sala de aula, necessitando, portanto, de novas pesquisas.

## **11. FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE AO EXPLORAR A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro

**Orientador:** Profª Drª Angélica da Fontoura Garcia Silva

**Titulação:** Mestrado em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2014

**Sujeitos da pesquisa:** três professoras da rede estadual de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico (pesquisa qualitativa);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud (1990, 1993; 2009);

**Referenciais teóricos:** Nunes et al (1997, 2003, 2005, 2009); Ponte (1992); Shulman (1986; 1987); Ball et al. (2008); Serrazina (1999, 2010); Cardoso (2009); Campos (2011); Campos et al. (1995); Canova (2006; 2013); Garcia Silva (2007); Teixeira (2008); Cervantes (2010); Costa (2011); Streefland (1991); Tardif (2000); Behr et al. (1983); Bertoni (2009); Rodrigues (2005); Damico (2007); Muniz (2008);

**Concepções de números fracionários:** significados das frações, conforme Nunes et al (2003): parte-todo, quociente, operador, fração como número e razão.

### **Resenha:**

A dissertação de Pinheiro (2014) objetivou analisar as mudanças de concepções<sup>18</sup> relativas aos processos de ensino e de aprendizagem de frações, de professores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, da rede estadual de São Paulo. Para analisar tais mudanças, os professores observados foram inseridos em uma formação continuada, desenvolvida no contexto do Projeto Observatório de Educação, da Anhanguera, financiado pela Capes.

Para nortear seu estudo, a pesquisadora delimitou a seguinte questão de pesquisa: *“Quais são as mudanças de concepções dos professores participantes de um processo de formação continuada que buscou ampliar os conhecimentos necessários ao ensino de fração?”*.

Em suas considerações, a autora afirma que o processo de formação continuada, de maneira geral, contribuiu para a (re)construção dos conhecimentos das professoras acerca dos significados das frações, bem como fizeram-nas (re)pensar suas práticas docentes. Tal fato pode ser observado no ano seguinte, quando as professoras estavam atuando em sala de aula.

Dessa forma, a pesquisadora sugere que as escolas invistam sempre em grupos de estudo que favoreçam a ampliação do conhecimento profissional dos professores, a fim de que possam influenciar na postura docente.

## **12. INTERVENÇÕES DIDÁTICAS NO ENSINO DE FRAÇÕES E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Francisco José da Silva Júnior

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Angélica da Fontoura Garcia Silva

**Titulação:** Mestrado em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2015

**Sujeitos da pesquisa:** duas professoras do 4<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, de uma escola privada de Fortaleza;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

---

<sup>18</sup> A expressão *concepções* foi empregada pela autora, conforme Ponte (1992, p. 185): “as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros).” (apud PINHEIRO, 2014, p. 25).

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990; 1996; 2010);

**Referenciais teóricos:** Bishop (1988); Micotti (1999); Ponte (2004); Burigo (1989); Pires (2000; 2002); Fiorentini (1995); Nóvoa (1999; 2009); Fiorentini e Nacarato (2005); Roldão (2007); Kieren (1976; 1988, 1993); Behr et al (1983; 1992); Lesh, Post e Behr (1988); Romanatto (1997; 1999); Nunes e Bryant (1997); Nunes et al (2003, 2004); Lamon (2005; 2012); Mamede (2010); Shulman(1986); Ball (2008); Damico (2007); Silva (1997); Bezerra (2001); Moutinho (2005); Santos (2005); Canova (2006); Magina e Campos (2008); Damico (2007); Serrazina (1999);

**Concepções de números fracionários:** perspectivas parte-todo, quociente e operador;

### **Resenha:**

A pesquisa de Silva Júnior (2015) objetivou analisar como uma formação continuada pode contribuir para o desenvolvimento profissional de professores do 4º ano do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao ensino de frações. Tal formação se deu por meio da reflexão sobre a prática de duas professoras, numa instituição privada de Fortaleza.

Para nortear sua investigação, o autor destaca sua questão de pesquisa: *“Como a formação continuada, desenvolvida na própria escola, por intermédio da reflexão sobre a prática, pode contribuir para o desenvolvimento profissional das professoras participantes?”*.

Tal investigação ocorreu por meio de três etapas. A primeira delas foi destinada ao contato e à observação de aulas, ministradas, anteriormente, pelas próprias professoras, para ensinar o conceito de fração (disponibilizadas pelo colégio por meio de gravações). Após essas observações, houve a elaboração e a execução de uma formação que buscou refletir os aspectos conceituais das frações. Foram consideradas três perspectivas apresentadas pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ema Mamede, para o conceito de fração, para a elaboração da formação: parte-todo, quociente e operador.

A segunda etapa consistiu na execução da formação. Semanalmente (num período de 10 semanas), as professoras se reuniam com o pesquisador, em sessões de 50 minutos, no período de aula, para a discussão acerca de fração, com base na Teoria dos Campos Conceituais e nos saberes docentes necessários ao ensino desse conteúdo. Ressalta-se que na ausência das professoras, a coordenadora da escola ministrava as aulas, assumindo a classe.

Por fim, a terceira etapa da investigação pode ser denominada reconstrução, já que as professoras produziram um novo plano de aula, para o ensino de frações e puderam executá-lo com alunos da mesma idade e mesmo nível cognitivo daqueles gravados nos anos anteriores.

Em suas considerações finais, o pesquisador destaca que a reflexão de sua prática mostra-se uma ferramenta para que o professor avalie e aperfeiçoe seu trabalho, sem ter o receio de mostrar que não sabe, ainda que isso seja um paradigma em sua profissão. A segurança sentida pelas professoras nessa formação, dentro da escola, fez com que ambas (re)significassem o conceito de fração, clarificando suas estratégias de ensino, ainda que a questão ainda proporcione muitos aspectos que podem ser considerados, em futuras pesquisas, conforme salienta o próprio pesquisador.

### 13.A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE O CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DOS NÚMEROS RACIONAIS

**Instituição:** Universidade Federal do ABC (UFABC)

**Autor (a):** Debora da Silva Souza

**Orientador:** Prof. Dr. Francisco José Brabo Bezerra

**Titulação:** Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática

**Ano da Defesa:** 2015

**Sujeitos da pesquisa:** três professores de 7<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, sendo dois deles professores do município de Santo André e, o outro, do município de São Bernardo do Campo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Shulman (1986; 1987); Ball, Thames e Phelps (2008); Kieren (1988, 1993); Thompson (1997); Santos (2005); Damico (2007); Bezerra (2001); Merlini (2005); Magina e Campos (2008); Bezerra, Magina e Spinillo (2002; 2009); Costa (2011); Tavares (2012); Tavares (2012); Thompson (1997); Fiorentini e Lorenzato (2009); Alves e Gomes (2007);

**Concepções de números fracionários:** subconstrutos de fração, conforme Kieren (1993): quociente, razão, medida e operador;

#### **Resenha:**

A dissertação de Souza (2015) objetivou investigar aspectos relacionados ao conhecimento matemático para o ensino de professores da Educação Básica, em particular, do conteúdo números racionais. Tal estudo ocorreu em parceria com o projeto OBEDUC (sob a coordenação do Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro), inserido na UFABC.

Para nortear sua investigação, a pesquisadora delineou a seguinte questão de pesquisa: *“Como se apresenta o conhecimento pedagógico do conteúdo dos números racionais com professores de matemática durante a sua prática?”*.

Após as sessões em que os professores puderam refletir acerca de seu conhecimento e de sua prática, por meio da análise de erros de alunos e criação de atividades com o intuito de abordar os números racionais, a pesquisadora salientou que o conhecimento pedagógico do conteúdo se aperfeiçoa durante a prática do professor, desde o planejamento de sua aula até às possíveis falhas que são corrigidas durante o processo de ensino.

Souza (2015) concluiu que os professores conseguem identificar as principais dificuldades dos alunos e, até mesmo, prevê-las, enfrentando nessa prática docente, percalços que não dependem de seu conhecimento, como a desatenção por parte dos estudantes, a falta de interesse de alguns deles, dificuldades inerentes aos padrões e regras da instituição que leciona, entre outras.

Em suas considerações, a pesquisadora enfatiza a necessidade de um estudo acerca dos conhecimentos da Matemática Universitária, juntamente com a matemática elementar da Educação Básica, já que, por vezes, o professor apresenta

dificuldades em não relacionar os conteúdos aprendidos no Ensino Superior à sua atuação em sala de aula.

## APÊNCIDE D- PESQUISAS DA CATEGORIA 3

### 1. INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO E DE SUAS REPRESENTAÇÕES: Uma abordagem criativa para a sala de aula

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Francisco José Brabo Bezerra

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2001

**Sujeitos da pesquisa:** duas classes de 3<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, compostas por 19 alunos, no grupo experimental (GE) e por 20 alunos, no grupo controle (GC);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa (apesar do autor realizar uma análise quantitativa);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud (1988, 1990, 1993, 1994; 1998);

**Referenciais teóricos:** Brousseau (1986); Glasersfeld (1997); Vygostky (1984); Nunes e Bryant (1997); Nunes (1992; 1993; 1996; 1997; 1998); Spinillo (1994; 1995); Correa (2000); Silva (1997); Bianchini (2001); Kerlake (1986); Zabala (1996); Lima (1997); Ciscar (1988);

**Concepções de números fracionários:** concepções quociente e parte-todo, segundo Campos (1999) e Silva (1997);

#### **Resenha:**

O trabalho de Bezerra (2001) objetivou investigar como ocorre a apropriação do conceito de números fracionários, propondo a aplicação de uma sequência de ensino, aplicada para duas classes de 3<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, sendo uma, um grupo experimental (GE) e a outra, um grupo controle (GC), considerando que fosse o primeiro contato dos alunos com esse campo numérico, nessa faixa etária.

O pesquisador delimitou a seguinte questão de pesquisa para nortear seu estudo: *“Como abordar os conteúdos relacionados ao número fracionário de forma que o aluno compreenda o seu conceito e estabeleça a relação entre o número e sua representação?”*

Após a aplicação da sequência de ensino, em suas conclusões, o autor destaca que a abordagem por meio de uma sequência de ensino, que privilegia a participação do aluno como co-autor de seu conhecimento, de fato, influencia na formação do conceito de números fracionários, já que os resultados apresentados pelas crianças foram bastante satisfatórios, especialmente por terem encontrado significado para a sua aprendizagem.

Concordando com Silva (1997), o pesquisador enfatiza a importância da inclusão das quantidades contínuas e discretas para a exploração do conceito de números fracionários, ressaltando, porém, que a sequência de ensino proposta por sua dissertação não é, de forma alguma, a única maneira de favorecer a formação da ideia de números fracionários.

## 2. A INTER-RELAÇÃO FORMA E CONTEÚDO NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DA FRAÇÃO

**Instituição:** Universidade Estadual de Campinas- FE (UNICAMP/ Faculdade de Educação)

**Autor (a):** Érica Maria Toledo Catalani

**Orientador:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Anna Regina Lanner de Moura

**Titulação:** Mestre em Educação

**Ano da Defesa:** 2002

**Sujeitos da pesquisa:** alunos do 4<sup>o</sup> ano, do ciclo I (Ensino Fundamental), de uma escola municipal da periferia de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa, de caráter intervencionista de ações expressas em episódios de ensino;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Kopnin (1978); Davýdov (1982); Lima e Moisés (1998); Llinares e Sançhèz (1988); Smith (1995); Morris (1995); Fuller (1996); Thompson e Walker (1996); Gimenes, Llinares e Sançhèz (1996); Lima (1996); Pitkethly e Hunting (1996); Romanatto (1999);

**Concepções de números fracionários:** personalidades dos números racionais, conforme Romanatto (1999): medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e número;

### Resenha:

O trabalho de Catalani (2002) objetivou analisar as ações de alunos de 4<sup>o</sup> ano, do ciclo I, diante de atividades que problematizam o aspecto contínuo de grandezas quanto à enumeração, com o intuito de responder a seguinte questão de pesquisa: *“Como suas elaborações sobre o conceito de fração estão relacionadas à proposta do desenvolvimento conceitual tratado sob o enfoque da dialética forma e conteúdo?”*

Após traçar um panorama das pesquisas realizadas na Unicamp, nos anos anteriores ao seu trabalho, de modo a aproximar os resultados oriundos de tais pesquisas à sua investigação, a pesquisadora evidencia quatro enfoques relacionados ao tema fração, nesses estudos: ênfase no uso de materiais manipulativos; pesquisas experimentais; sequências de ensino; e formação de professores.

Subsequente às explanações teóricas, a pesquisadora propôs atividades (sob o enfoque dialético do conceito de fração), a uma classe do 4<sup>o</sup> ano, do ciclo I, de uma escola municipal, localizada na periferia de São Paulo. Essas atividades induziam a participação do aluno na elaboração da formação do conceito de fração, ou seja, o pensar conceitual no desenvolvimento desse conceito, conforme destaca a autora.

As atividades foram elaboradas em torno de três unidades didáticas: a primeira delas restringindo-se à limitação do uso dos *números naturais* para a resolução das tarefas; a segunda unidade referindo-se à problemática de *grandezas*,

para a criação de *unidades de medida*; e, por fim, a terceira unidade, que apresentou atividades que dizem respeito às medições de comprimento para a criação da elaboração do conceito de *fração*, enquanto registro numérico da comparação entre unidade de medida e a grandeza a ser medida.

Em suas considerações finais, a autora destaca o entendimento da aprendizagem de fração, como um movimento amplo e dinâmico, estabelecendo-se a partir da ampliação da unidade natural, possibilitando a quantificação do aspecto contínuo, por meio da unidade artificial, até a transição e mudança da forma numérica diante do novo conteúdo contínuo, envolvido na contagem. Esse movimento imprime uma separação entre aspectos discretos e contínuos. Segundo a pesquisadora, as atividades propostas em seu estudo, relacionam *forma* (momentos de síntese e sistematização numérica) e *conteúdo* (ações de medir por meio da necessidade prática de quantificar os aspectos contínuos de objetos e fenômenos) para a apreensão do conceito de fração, pelo sujeito.

### 3. O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO 3º CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**Instituição:** Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP)-Campus de Rio Claro

**Autor (a):** Mariângela Pereira

**Orientador:** Profª Drª Lourdes de la Rosa Onuchic

**Titulação:** Mestrado em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2004

**Sujeitos da pesquisa:** alunos do 3º ciclo do Ensino Fundamental;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa (Modelo de Romberg);

**Quadro teórico:** não foi evidenciada, na pesquisa, uma teoria específica;

**Referenciais teóricos:** Onuchic (1999); Schroeder & Lester (1989); Mendonça (1999); Pereira (2002); Viktor (2002); Van de Walle (2001); Polya (1994); Pironel (2002); Onuchic & Botta (1997); Mendonça (1999);

**Concepções de números fracionários:** personalidades do números racional, conforme Onuchic: número racional como quociente de uma divisão; número racional como fração (relação parte - todo); número racional como operador; e número racional como um ponto na reta numerada;

#### Resenha:

A pesquisa de Pereira (2004) teve o objetivo de verificar a contribuição da Metodologia de Thomas A. Romberg (Metodologia de Ensino - Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas) para a formalização de novas ideias matemáticas com relação à Divisibilidade e aos Números Racionais, para turmas do 3º ciclo do Ensino Fundamental.

Para nortear sua investigação, a pesquisadora delimitou a seguinte questão de pesquisa: “Qual é a contribuição da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas para a disciplina Matemática, no 3º

*ciclo do Ensino Fundamental, a partir de problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos?”*

Após explanar os três blocos definidos a partir da Metodologia de Romberg, que propõe dez atividades, a autora evidencia o primeiro bloco como àquele destinado à identificação do problema. Já o segundo bloco, tem o objetivo de criar e selecionar estratégias de pesquisas e seus procedimentos correspondentes, necessários para a condução do trabalho. E o último bloco, é o da ação. É nesse bloco que há a aplicação do procedimento central, para coletar evidências, interpretá-las e relatar os resultados oriundos das interpretações.

Com relação às atividades que abordaram os Números Racionais, além de a pesquisadora propor tarefas que tratassem das diferentes personalidades desses números, também foram propostas tarefas que abordassem as operações com tais números: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Após a aplicação das atividades, a autora enfatiza as evidências relevantes, as evidências irrelevantes e, até mesmo, as incompreensíveis, diante das informações coletadas por meio do desempenho dos alunos. Dentre essas evidências, destacam-se: a dificuldade apresentada pelos alunos frente às diversas personalidades dos Números Racionais; a resistência pela metodologia de ensino diferenciada, focada no trabalho em grupo e na resolução de problemas; dificuldades enfrentadas no colégio, que acabaram atrasando o início da pesquisa, dentre outras.

Com base na interpretação dessas evidências, Pereira (2004) aponta sugestões para o trabalho com essas unidades temáticas (Divisibilidade e Números Racionais), porém, responde com segurança: a contribuição da metodologia de Thomas Romberg, a partir de problemas geradores de novos conceitos e de novos conteúdos matemáticos, mostrou-se bastante relevante.

#### **4. O CONCEITO DE FRAÇÃO EM SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO COM ALUNOS DE 5ª E 6ª SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Vera Lucia Merlini

**Orientador:** Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2005

**Sujeitos da pesquisa:** 120 alunos, sendo 60 de 5ª série e 60 de 6ª série, do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas estaduais da zona leste de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico (análises quantitativas e qualitativas);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud (1988; 1990; 1993; 1995);

**Referenciais teóricos:** Nunes et al. (2003); Silva (1997); Nunes e Bryant (1996); Nunes et al. (2003); Behr et al (1983; 1992); Silva (1997); Bezerra (2001); Santos (2005); Moutinho (2005); Kieren (1976; 1988); Brousseau (1986); Magina et al.

(2001); Boyer (1974); Caraça (1998); Struik (1987); Ávila (1999); Mack (1993); Kerslake (1986); Pothier e Sawada (1990); D'Ambrosio (1989); Bianchini (2001);

**Concepções de números fracionários:** diferentes significados do conceito de fração, segundo Nunes et al. (2003): fração como parte – todo; fração como número; como quociente; fração como medida e como operador multiplicativo;

### **Resenha:**

A pesquisa de Merlini (2005) buscou diagnosticar e reconhecer estratégias de resolução apresentadas pelos alunos frente às situações que envolvem o conceito de fração, no que diz respeito aos seus cinco significados: parte – todo; número; quociente; medida e operador multiplicativo.

A questão de pesquisa delimitada pela pesquisadora para nortear sua investigação foi: *“Quais estratégias de resolução alunos de 5ª e 6ª séries utilizam frente a problemas que abordam o conceito de fração, no que diz respeito aos cinco diferentes significados da fração: número, parte – todo, quociente, medida e operador multiplicativo?”*

Essa pesquisa fez parte do projeto de cooperação entre a Oxford Brookers University e o Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC-SP, que tinha o objetivo de estudar os processos de ensino e de aprendizagem da fração.

Para realizar sua pesquisa, a autora realizou entrevistas clínicas, do tipo semi-estruturadas (com 12% de sua amostra), além de um estudo-piloto, com 49 alunos de uma escola da Rede Pública Estadual do estado de São Paulo, que permitiu a depuração do instrumento diagnóstico para a definição do estudo principal. O estudo principal foi aplicado para 60 alunos de uma escola, denominada A, e para 60 alunos de outra, a escola B, sendo 30 de 5ª série e 30 de 6ª série, de ambas as escolas, por meio de um caderno que continha 19 questões (que, ao todo, somavam 30 itens) que referiam-se às frações, em seus cinco significados (parte – todo; número; quociente; medida e operador multiplicativo), e que contemplavam as variáveis discretas e contínuas.

Com relação à análise qualitativa, o sucesso no desempenho dos alunos, das quatro turmas, foi muito baixo. Com base nas análises que se referem aos significados da fração, as turmas de 5ª série obtiveram maior sucesso nas questões que abordam o significado parte-todo, o que se torna um forte indício de que a abordagem geralmente se inicia por tal significado. Por outro lado, o significado número foi o que apresentou índices mais baixos para os alunos da 5ª série, chegando a índices próximos de zero.

Os dados obtidos pelas turmas da 6ª série foram bastante semelhantes: apresentaram maior facilidade nas questões que abordavam o significado parte-todo, em detrimento das que abordavam o significado número, embora tenha-se percebido um aumento significativo da quantidade de questões acertadas.

Após suas análises, a pesquisadora destaca suas conclusões, indicando a homogeneidade das duas séries ao realizarem o questionário, quanto aos significados que apresentaram melhor e pior desempenho: o de parte-todo e o de número, respectivamente. Já com relação ao significado medida, as turmas de 6ª série apresentaram um desempenho mais favorável (com relação aos alunos de 5ª série), sendo o 2º melhor desempenho para esses alunos. No que concerne ao

segundo melhor desempenho, dos alunos da 5ª série, destacou-se o significado quociente.

A autora ainda ressalta um fato preocupante observado: a não equidade apresentada pelos alunos ao se depararem com tarefas que propunham os cinco significados de frações, o que demonstra, segundo Vergnaud, que não houve um conhecimento conceitual amplo. Diante do exposto, a pesquisadora sugere novas pesquisas que tratem do estudo das frações em turmas de 3ª série e de 5ª série, além de investigações com professores do 2º ciclo, entendendo que eles precisam ter a clareza dos significados da fração para propô-los a seus alunos, desde as séries iniciais.

## **5. FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: UM ESTUDO COM ALUNOS DAS 4ª E 8ª SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Leonel Valpereiro Moutinho

**Orientador:** Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2005

**Sujeitos da pesquisa:** 65 alunos de 4ª série, de uma escola que atua nas séries iniciais do Ensino Fundamental, e 58 alunos de 8ª série, de outra escola que atua nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio;

**Metodologia de pesquisa:** estudo diagnóstico quanti-qualitativo;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983; 1988; 1990; 1993; 1994);

**Referenciais teóricos:** Nunes e Bryant (1997); Nunes (2003); Nunes et al. (2003); Kieren (1976; 1988; 1994); Ohlsson (1989); Behr et al. (1983); Mack (1993); Ciscar e Garcia (1988); Kerslake (1986); Campos (1989; 1995); Pothier e Sawada (1990); Tinoco e Lopes (1994); D'Ambrosio (1989); Silva (1997); Bezerra (2001); Bianchini (2001); Merini et al. (2005);

**Concepções de números fracionários:** diferentes significados do conceito de fração, segundo Nunes & Bryant. (2003): fração como parte – todo; fração como número; como quociente; fração como medida e como operador multiplicativo;

### **Resenha:**

A pesquisa de Moutinho (2005) buscou identificar as concepções utilizadas por alunos de 4ª e de 8ª séries do Ensino Fundamental, diante de problemas que abordam o conceito de Fração, vista como o Número Racional na forma  $\frac{a}{b}$ , onde a e b são números inteiros e b deve ser não nulo, ou seja,  $b \neq 0$ . O autor justifica sua escolha pelo tema, a partir de seu ingresso no programa de cooperação entre a Oxford Brookers University e o Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC-SP, que tinha por objetivo, estudar o processo de ensino e aprendizagem da fração.

Para nortear sua investigação, o pesquisador delineou a seguinte questão de pesquisa: *“Quais as concepções que são possíveis identificar com relação aos cinco diferentes significados da Fração (Número, Parte – todo, Quociente, Medida e*

*Operador Multiplicativo), a partir da aplicação de um estudo diagnóstico, com alunos de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental?”*

Subsequente às explicações de estudiosos do tema e enfatizando as contribuições de Vergnaud (1993), de Nunes, Bryant (1997) e de Nunes et al. (2003), o autor apresenta uma breve reflexão acerca de razão, porcentagem e probabilidade, indicando que muitas pessoas interpretam tais situações como novos significados para fração, o que, para o pesquisador, evidencia um equívoco, já que considera que essas situações referem-se aos significados *medida* e *operador*.

Para a realização de sua pesquisa, o autor realizou um estudo principal (após o estudo piloto), que se deu por meio de um instrumento diagnóstico, de 23 itens, aplicado a duas turmas de 4ª série, totalizando 65 alunos, da escola A (séries iniciais à 4ª série do Ensino Fundamental) e a 58 alunos, da escola B (5ª série ao Ensino Médio), também de duas turmas de 8ª série. Ambas as escolas se localizavam na região central de São Paulo.

Com relação às análises quantitativa e qualitativa dos resultados, em ambas as séries, os índices de acertos (considerando todos os itens), não ultrapassaram os 31%. Porém, em relação ao significado número, os alunos da 8ª série obtiveram um desempenho melhor, em comparação aos da 4ª. Nos outros significados, os índices ficaram muito próximos, apesar de as estratégias de resolução serem distintas.

Em suas considerações, o autor destaca a homogeneidade dos resultados quantitativos entre as turmas de 4ª e 8ª séries, embora as estratégias apresentem mudanças. Nas duas séries a utilização da concepção parte-todo, foi bastante acentuada, nas situações que abordavam os significados *parte-todo*, *medida* e *quociente*. Já na 8ª série, foi ressaltada a busca pela concepção *operador multiplicativo*, em algumas situações, ainda que, com resultados frustrantes.

Diante dessas análises, o pesquisador sugere que sejam trabalhadas, nas séries iniciais do Ensino Fundamental, situações que abordem os significados *parte-todo*, *medida* e *quociente* e, a partir da 5ª série, que sejam incluídos os significados *número* e *operador multiplicativo*.

## 6. NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO DAS CONCEPÇÕES DE ALUNOS APÓS O ESTUDO FORMAL

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Wilson Roberto Rodrigues

**Orientador:** Profª Drª Tânia Maria Mendonça de Campos

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2005

**Sujeitos da pesquisa:** 13 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, de uma escola particular de Campinas; 31 alunos do 3ª ano do Ensino Médio de uma escola profissionalizante de Campinas; e 29 alunos do Ensino Superior, na área de exatas, de duas universidades, sendo uma delas em São Paulo e, a outra, em Campinas;

**Metodologia de pesquisa:** estudo causal comparativo, de caráter diagnóstico (pesquisa descritiva);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1993; 1998);

**Referenciais teóricos:** Caraça (1952); Kieren (1981; 1988; 1993); Vygotsky (1987); Campos e Cols (1995); Behr (1983); Nunes (1997 e 2003); Mack (1990 e 1995); Escolano e Gairín (2005); Silva (1997); Bezerra (2001); Santos (2005); Balacheff (1994); Moutinho (2005); Merlini (2005); Moreira (2004); Brousseau (1998);

**Concepções de números fracionários:** parte-todo e quociente, seguindo a classificação de Nunes (2003);

### **Resenha:**

A pesquisa de Rodrigues (2005) objetivou identificar aspectos do conceito de fração, referentes aos significados parte-todo e quociente, que permanecem inapropriados por alunos após a fase de escolarização desses números. Ressalta-se que esse estudo faz parte do programa de cooperação entre a Oxford Brookers University e o Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC-SP, que tinha por objetivo, estudar o processo de ensino e aprendizagem da fração.

Por meio dessa investigação, o pesquisador pretende responder a seguinte questão de pesquisa: *“Que aspectos do conceito de fração nos significados parte-todo e quociente permanecem sem ser apropriados por alunos de oitava série do Ensino Fundamental, terceira série do Ensino Médio e Ensino Superior na área de exatas?”*; *“Que ligações existem entre essas dificuldades e as deficiências, já apontadas por outras pesquisas, da prática pedagógica?”*

Para realizar seu estudo, o autor aplicou um instrumento composto por 48 questões que envolviam o conceito de fração, por meio dos significados parte-todo e quociente, divididos em três níveis de complexidade, para escolaridades diferentes: 13 alunos de 8ª série (atual 9º ano), 31 alunos do 3º ano do Ensino Médio e 29 alunos do Ensino Superior, sendo 24 na Licenciatura em Matemática e 5, de outros cursos da área de exatas.

Os resultados, oriundos das análises do pesquisador, constataram que em todos os níveis de escolaridade, os alunos demonstraram dificuldades quanto a três aspectos observados: em relação à compreensão do papel da unidade em situações que envolviam as frações; quanto às peculiaridades das situações envolvendo grandezas discretas; e no que concerne a elementos mais abstratos da construção dos números racionais, como por exemplo, a inclusão dos inteiros no conjunto dos números racionais e a explicitação da solução de situações por meio de operações com frações.

Em suas considerações, o pesquisador ressalta as pesquisas de Silva (1997) e Santos (2005), que indicam que os professores tendem a privilegiar o modelo parte-todo, nas fases iniciais do estudo, partindo rapidamente para tarefas que envolvem a algoritmização, envolvendo operações com frações. Tal fato, segundo o pesquisador, pode ser indício para as dificuldades apresentadas pelos sujeitos da pesquisa. O autor reitera as considerações das pesquisas de Silva (1997) e Santos (2005) quanto à necessidade de abordar os diferentes significados das frações nessa fase de escolarização.

Os outros aspectos considerados pelo pesquisador referem-se à cardinalidade, em que o autor propõe as contribuições de Bezerra (2001) quanto à retomada do conceito de divisão para a construção do conceito de fração, além da inobservância, pelo sujeito, de que as frações são entes numéricos. Há uma dificuldade de aceitação de que o conjunto dos números naturais se incorpora ao dos números racionais, que, segundo Caraça (1952) é o *princípio da extensão*.

Diante do exposto, o autor ressalta que um trabalho pouco consistente com frações, na fase que é proposta pelas grades curriculares, poderá ser fator fundamental na perda de oportunidade de desenvolvimento de estruturas de pensamento mais sofisticadas, sendo de difícil reparação nos anos escolares posteriores, conforme apontado pelos resultados de sua pesquisa. O pesquisador ainda salienta a necessidade de novas pesquisas a fim de ampliar esse diagnóstico.

## 7. O INÍCIO DO ENSINO DE FRAÇÃO: UMA INTERVENÇÃO COM ALUNOS DA 2ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Maria da Conceição de Oliveira Malaspina

**Orientador:** Profª Drª Sandra Maria Pinto Magina

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2007

**Sujeitos da pesquisa:** 61 alunos da 2ª série do Ensino Fundamental, de duas turmas de uma escola pública estadual da região de Santo André, no estado de São Paulo, sendo 31 alunos do Grupo Controle e 31 do Grupo Experimental;

**Metodologia de pesquisa:** estudo intervencionista;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1988; 1990; 1991; 1993; 1994; 1996; 2001);

**Referenciais teóricos:** Kieren (1988; 1993); Nunes (1997); Nunes e Bryant (1997); Nunes et al. (2003); Silva (1997); Bezerra (2001); Merlini (2005); Moutinho (2005); Rodrigues (2005); Santos (2005); Canova (2006); Campos e cols (1995); Kerslake (1986); Mack (1993); Behr et al. (1983); Romanatto (1997);

**Concepções de números fracionários:** diferentes significados de fração: parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida, conforme classificação de Nunes et al. (2003);

### Resenha:

O trabalho de Malaspina (2007) objetivou realizar um estudo intervencionista para a introdução do conceito de fração, com 61 alunos da 2ª série do Ensino Fundamental, sendo uma parte deles constituinte de um Grupo Controle e a outra parte, de um Grupo Experimental.

Ressalta-se que esse trabalho fez parte do projeto de cooperação entre a Oxford University e o Programa de Educação Matemática da PUC-SP, intitulado “*A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração*”, sob a coordenação das professoras Tânia Campos e Sandra Magina, com o objetivo de investigar a formação e o desenvolvimento do conceito de fração nos diversos níveis de escolaridade, do ponto de vista do ensino e da aprendizagem.

Para nortear seu estudo, a pesquisadora formulou a seguinte questão de pesquisa: “*Quais os efeitos que cada um dos quatro significados para fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida) traz para a aprendizagem inicial dos alunos do 1º ciclo (2ª série) do Ensino Fundamental sobre esse conceito?*”

Com os resultados oriundos dos testes diagnósticos e da fase de intervenção, a pesquisadora observou que cada um dos significados desempenhou papel fundamental na construção do conceito de fração, comprovados pelos resultados apresentados pelo Grupo Experimental, conforme destaca a autora.

Diante desse estudo, em suas considerações finais, a pesquisadora ressalta que a abordagem dos significados de fração trazem contribuições para a apropriação, por parte dos alunos, do conceito de fração, revelando, inclusive, efeitos distintos, de acordo com o significado utilizado na abordagem desse conceito. Em virtude disso, foi evidenciado, na pesquisa de Malaspina (2007), que os significados operador multiplicativo e quociente mostraram-se mais adequados para a introdução do conceitos de fração para as crianças de faixa etária de 8 anos.

## 8. UM ESTUDO SOBRE AS RELAÇÕES ENTRE ATITUDE, GÊNERO E DESEMPENHO DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM ATIVIDADES ENVOLVENDO FRAÇÕES

**Instituição:** Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP)-Campus de Bauru

**Autor (a):** Andresa Maria Justulin

**Orientador:** Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola

**Titulação:** Mestrado em Educação para a Ciência

**Ano da Defesa:** 2009

**Sujeitos da pesquisa:** 95 estudantes do Ensino Médio (1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> séries), de uma escola pública pertencente à Diretoria de Ensino de Jaú, no estado de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa quanti-qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Pirola (1995; 2000); Alves (1999); Dobarro (2007); Brito (1996; 2001; 2006); Justulin e Pirola (2005); Mayer (1992); Pozo (1998); Krutetskii (1976); Klausmeier (1977); Coll (1998); McLeod e Adams (1989); Catalani e Moura (2004); Prado (2000); Caraça (1951); Boyer (1979); Kieren (1976, 1981); Nunes e Bryant (1997); Nunes et al. (2003); Polya (1986); Araújo (1999); Oliveira (1996); Lima (1996); Bezerra (2001); Catalani (2002); Rodrigues (2005); Merlini (2005);

**Concepções de números fracionários:** diferentes significados de fração, conforme Kieren (1976, 1981) e Nunes et al. (2003): fração como número; fração como medida; fração como parte-todo; fração como quociente; fração como razão; fração como operador multiplicativo;

### Resenha:

A pesquisa de Justulin (2009) objetivou investigar as relações entre o desempenho de 95 estudantes do Ensino Médio, de uma escola pública pertencente à Diretoria de Ensino de Jaú, em São Paulo, na solução de problemas e exercícios sobre frações e algumas variáveis afetivas: as atitudes em relação à Matemática, as atitudes em relação a frações, o gênero e a série.

Para nortear sua pesquisa, a pesquisadora formulou a seguinte questão de pesquisa: “*Quais as relações entre as atitudes, o gênero, o desempenho e os*

*procedimentos utilizados por alunos do ensino médio em atividades envolvendo frações?”*

Os instrumentos constitutivos da coleta de dados foram: escala de atitudes em relação à Matemática, prova de Matemática (composta de algoritmo), prova de Matemática conceitual e, por fim, prova envolvendo problemas e escala de atitudes em relação a frações, tendo sido aplicada a 373 estudantes do Ensino Médio que, após sua resolução, foi testada e validada.

Subsequente às análises estatísticas dos dados, por meio do software SPSS (Statistical Package for the Social Sciences), a pesquisadora observou que as correlações foram mais fortes em relação às notas na prova de algoritmo e dos problemas. Em seguida, destacaram-se as escalas de atitudes em relação à Matemática e em relação à fração. E as correlações menos fortes foram em relação às notas dos problemas e a escala de frações.

No que concerne ao gênero, não foram observadas diferenças, ou seja, Matemática não é uma disciplina específica do sexo masculino, como muitos estudantes afirmaram durante a pesquisa. Com relação ao desempenho dos alunos, a pesquisadora observou que tal desempenho tende a ser melhor conforme a série vai aumentando, diferentemente do que acontece com as atitudes em relação à Matemática.

A análise qualitativa dos protocolos indicou que os estudantes demonstraram maior facilidade na resolução de exercícios padronizados, em detrimento à solução de problemas, o que aponta indícios de como a Matemática tem sido ensinada de maneira mecanizada.

Em suas considerações, a autora ainda sugere novas pesquisas que tratem das práticas pedagógicas, a fim de que sejam investigadas novas possibilidades de ensino para as frações, especialmente em busca de melhorias quanto à solução de problemas que envolvam esse conceito matemático.

## **9. REPRESENTAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS E A MEDIÇÃO DE SEGMENTOS: Possibilidades com Tecnologias Informáticas**

**Instituição:** Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP)-Campus de Rio Claro

**Autor (a):** Claudio Woerle Lima

**Orientador:** Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi

**Titulação:** Mestrado em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2010

**Sujeitos da pesquisa:** dez alunos de 7<sup>o</sup> ano de uma escola pública estadual do interior de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada, na pesquisa, uma teoria específica;

**Referenciais teóricos:** Davydov (1975); Morris (2000); Lesh, Post e Behr (1987); Romanatto (1998); Woerle (1999); Valera (2003); Behr et al. (1983; 1987); Silva (1997); Bezerra (2001); Papert (1980); Maltempi (2005); Baroni e Nascimento

(2005); Pasquini (2007); Catto (2000); Moreira e David (2004); Papert (1980); Rosa (2004); Benedetti (2003);

**Concepções de números fracionários:** concepção de fração como medida, conforme Behr et al. (1983);

### Resenha:

A pesquisa de Lima (2010) buscou investigar as contribuições que a exploração dos números racionais como medidas de segmentos, em um programa de geometria dinâmica<sup>19</sup>, o software “Compasso e Régua”, podem trazer ao entendimento de frações, decimais e da reta numérica, além de outras representações dos racionais. Para coletar seus dados, utilizando a metodologia baseada em *experimento de ensino*, o pesquisador utilizou dois grupos de alunos de 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública, localizada em Iracemápolis, interior de São Paulo.

Para nortear suas investigação, o pesquisador formulou a seguinte questão de pesquisa: *“Como a exploração de frações como medida e o processo de medição de segmentos, explorados via software de geometria dinâmica, contribui para o entendimento dos números racionais em suas representações múltiplas?”*

Com os resultados oriundos das observações do pesquisador, por meio de registros escritos, vídeos, gravações e outros elementos, destacaram-se as dificuldades que os alunos apresentaram em geometria, o que dificultou o entendimento do objetivo em algumas atividades. Outro aspecto observável pelo autor foi com relação à visualização e experimentação de algumas propriedades das frações, bem como das operações de adição e subtração, por meio, inclusive, da visualização, o que permitiu a criação de conjecturas e a verificação delas.

Em suas considerações, o pesquisador ressalta que, embora o programa tenha contribuído para o ensino e a aprendizagem dos números racionais, alguns elementos podem prejudicar esses processos. O fato de o programa facilitar algumas passagens, não deixa evidências de que os alunos entenderam-nas. Por exemplo, ao serem abordados, alguns alunos respondiam, imediatamente, que a conversão entre as representações de registros era feita da seguinte maneira:  $\frac{3}{4} = 3,4$ . Porém, quando questionados, faziam corretamente essa conversão.

Um aspecto satisfatório do uso do programa diz respeito à precisão das representações construídas, principalmente, quanto às dízimas periódicas, e à utilização concomitante das representações, a fim de evidenciar a importância das frações, como uma representação exata e mais simples de ser obtida, quando comparada com a representação decimal. Tal fato levou o autor a concluir que as frações não devem ser relegadas no currículo e, sim, exploradas juntamente com as representações decimal e figural (nesse caso, a utilização de segmentos). O autor sugere que a exploração da medição de segmentos seja explorada por novas pesquisas, em outras faixas de ensino, em diferentes contextos, e discutidas, também, por professores, com o intuito de ampliarem sua compreensão acerca desses números.

---

<sup>19</sup> Criticamos a utilização do termo *geometria dinâmica*. Entendemos que o software é dinâmico e não a geometria em si.

## 10. O PAPEL DA PERCEPÇÃO SONORA NA ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS PARA NÚMEROS RACIONAIS POR PESSOAS CEGAS E PESSOAS COM BAIXA VISÃO

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Elen Graciele Martins

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Siobhan Victoria Healy

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2010

**Sujeitos da pesquisa:** 8 estudantes do Ensino Fundamental II, que possuíam cegueira ou baixa visão, sendo 6 deles participantes somente da 1<sup>a</sup> fase da pesquisa (realizada no instituto de Cegos Padre Chico, localizado no bairro do Ipiranga, em São Paulo) e 2 deles, somente da 2<sup>a</sup> fase (realizada na Associação de deficientes visuais de Guarulhos, em Guarulhos, São Paulo);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa (*Design Experiment*);

**Quadro teórico:** Teoria da Objetificação do Conhecimento Matemático, de Radford (2006, 2008);

**Referenciais teóricos:** Papert (1985); Healy e Sinclair (2007); Kieren (1976, 1988, 1994); Nunes e Bryant (2003); Calore (2008); Andrezzo (2005); Fernandes (2004; 2008); Lima (2008); Rodrigues (2005); Cobb et al. (2003);

**Concepções de números fracionários:** subconstruto quociente (divisão entre dois números inteiros), proposto por Kieren (1988);

### Resenha:

O estudo de Martins (2010) teve o objetivo de investigar sobre a aprendizagem matemática de pessoas cegas e com baixa visão, especificamente, a aprendizagem de números racionais, em suas diferentes representações, por meio do som emitido pela ferramenta Micromundo MusiCALcolorida. Para tal estudo, a autora utilizou a *Teoria da Objetificação*, criada por Luis Radford (2006; 2008), em que afirma que o pensamento é uma prática social, ou seja, pensar é uma reflexão mediada do mundo, de acordo com o modo de atividade de cada indivíduo.

Dessa maneira, para nortear sua investigação, a pesquisadora delimitou a seguinte questão de pesquisa: “*Quais propriedades dos números racionais são destacadas por esta ferramenta?*”; “*Existe relação entre conhecimento matemático e percepção sonora na atribuição de significados Matemáticos a Números Racionais por estes aprendizes?*”

Com os resultados oriundos dos instrumentos aplicados nas duas instituições onde o estudo se desenvolveu, a pesquisadora observou que os dados analisados apresentaram indícios de que os sujeitos, apenas pelo som emitido pela calculadora musical, conseguiram identificar as diferentes representações dos números racionais: decimal exato, periódico simples ou periódico composto. Tal fato, segundo a Teoria da Objetificação, leva o sujeito a incorporar o som como símbolo do objeto matemático estudado.

A autora ainda destaca que, diferente do que comumente é pensado, o sujeito com cegueira ou com baixa visão pode utilizar todo o corpo, ultrapassando a barreira do tato, apenas. Diante dessa colocação, a pesquisadora sugere novas

pesquisas com esse público que explore, além da percepção tátil e audível, outros sentidos, na busca da construção de conhecimento por esses aprendizes com necessidades especiais.

## 11. EXPLORAÇÕES DE FRAÇÕES EQUIVALENTES POR ALUNOS SURDOS: UMA INVESTIGAÇÃO DAS CONTRIBUIÇÕES DA MUSICALCOLORIDA

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Franklin Rodrigues de Souza

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Siobhan Victoria Healy

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2010

**Sujeitos da pesquisa:** oito alunos ouvintes, com idades entre 12 e 14 anos e duas alunas surdas, com idades de 19 e 20 anos, que participaram do primeiro ciclo do *design experiment*; e onze alunos, com idades entre 13 e 20 anos, matriculados na 7<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental, de uma escola da prefeitura de São Paulo, destinada a alunos com limitações auditivas, que participaram do segundo ciclo do experimento;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa (*Design Experiment*);

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Moran (2006); Papert (1980, 1994); Valente (2009); Confrey e Smith (1995); Hoyles, Noss e Adamson (2002); Chalarambous (2007); Fernandes e Healy (2007); Mazzota (2001); Skiliar (2001); Goldfeld (2002); Goes (2002); Titus (1995); Nunes e Moreno (2002); Coll et al. (2003);

**Concepções de números fracionários:** subconstrutos da fração, conforme o estudo de Chalarambous (2007): parte-todo, razão, operador, quociente e medida;

### Resenha:

A pesquisa de Souza (2010) objetivou investigar as interações de alunos com limitações auditivas, em situações de aprendizagem, relacionadas ao conceito de número racional, de modo a contribuir para a compreensão dos processos de aprendizagem de alunos surdos. Para tal, o autor utilizou a perspectiva construcionista, no contexto de “pinturas” de frações, por meio da ferramenta MusiCALcolorida, como norteadora para a construção, reconstrução e organização de ideias acerca de frações equivalentes.

A questão de pesquisa formulada pelo pesquisador foi: “Qual o papel das diferentes representações das frações, digitais ou não, na identificação e compreensão da equivalência entre frações?”; “Quais estratégias emergem durante as tentativas de gerar e identificar frações equivalentes?”

Para realizar as análises dos resultados das atividades, desenvolvidas nos aportes de Papert (1980), o pesquisador utilizou as contribuições de Confrey (1995), concernentes à diferenciação entre o mundo da *contagem* e o mundo de *equipartição*. As análises também envolveram a identificação de modelos matemáticos expressos nas atividades dos alunos, bem como seu desenvolvimento durante a execução das tarefas.

Após essas análises, em suas considerações finais, o pesquisador destaca que os resultados mostraram-se semelhantes aos estudos de Nunes e Moreno (2002), que revelam que a surdez deve ser considerada fator de risco para as dificuldades de aprendizagem matemática, mas não a sua causa. Na execução das atividades, todos os sujeitos apresentaram modelos matemáticos pessoais, diante da construção do conhecimento, ainda que os modelos construídos pelos aprendizes ouvintes tenham se apoiado em elementos do mundo da *equipartição*, em detrimento aos modelos contruídos pelos surdos, que são marcados por elementos do mundo da *contagem*. Foi ressaltado a importância da utilização da ferramenta MusiCALcolorida no desempenho desses sujeitos.

Diante do exposto, o pesquisador propõe outras pesquisas que tratem desse campo pouco explorado (alunos surdos), investigando quais condições facilitam o desenvolvimento de procedimentos abstratos por aprendizes surdos, além de investigar se o modelo de inclusão existente no Brasil é adequado para a aprendizagem matemática dos surdos, destacando a importância da Língua Brasileira de Sinais (Libras) nesse processo de aprendizagem.

## 12. CONHECIMENTOS DE ALUNOS DO PROGRAMA DE EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA) RELATIVOS AOS NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Laíde Ceragioli

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Nielce Meneguelo Lobo da Costa

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2011

**Sujeitos da pesquisa:** 114 alunos de 6<sup>o</sup>, 7<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> anos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio (1<sup>o</sup>, 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> anos), de um programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) de uma instituição particular localizada na cidade de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Silva (2007); Salvador (1999); Pantoja e Silva (2007); Menezes (2002); Nunes (1996; 1997, 2003; 2005, 2007) ; Kieren (1976, 1988); Behr, Lesh, Post e Silver (1983); Damico (2007); Nunes e Bryant (2005); Canova (2006); Silva (2005); Magina (2004); Machado (2004); Campos (2004); Silva (2005); Canova (2006);

**Concepções de números fracionários:** quatro significados de fração, conforme Nunes (2007): parte-todo; quociente; operador multiplicativo e quantidade intensiva; invariantes de equivalência e de ordem;

**Resenha:**

A pesquisa de Ceragioli (2011) buscou investigar os saberes construídos por alunos de um Programa de Jovens e Adultos (EJA), de diferentes séries, sobre os números racionais, na forma fracionária, mais especificamente quanto aos significados parte-todo e quociente, considerando, inclusive, os invariantes de equivalência e ordem.

Para nortear seu estudo, a pesquisadora desenvolveu a seguinte questão de pesquisa: *“Quais são os saberes que os alunos de um Programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) construíram a respeito de números racionais na forma fracionária – em particular em relação aos significados parte-todo e quociente, e aos invariantes de equivalência e ordem?”*

Concernente aos resultados apresentados pelos alunos do Programa, a pesquisadora destacou que mais da metade demonstraram ter conhecimento da representação dos significados parte-todo e quociente, porém, indicaram dificuldades quanto ao conceito de denominador, quando a questão focava unicamente nos invariantes.

Outro aspecto observado nesses resultados, diz respeito à necessidade de inclusão dos *“números fracionários”* na grade curricular, a partir do sexto ano da Educação Básica, na EJA, a fim de favorecer o aprendizado de forma a relacioná-lo com situações do cotidiano.

Por meio desses resultados, em suas considerações, a pesquisadora sugere a criação de uma avaliação diagnóstica para os alunos ingressantes na EJA, que aborde conteúdos relativos à representação fracionária dos números racionais, por meio dos diversos significados atribuídos a essa representação. Essa avaliação poderia fornecer informações acerca do conhecimento prévio de cada aluno, subsidiando os professores da EJA, auxiliando-os na definição de conteúdos, a depender da série, a fim de favorecer a prática pedagógica desses profissionais.

### **13. UMA JORNADA POR DIFERENTES MUNDOS DA MATEMÁTICA INVESTIGANDO OS NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Paulo César Freire

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rosana Nogueira de Lima

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2011

**Sujeitos da pesquisa:** 41 alunos, de duas turmas de 5<sup>a</sup> série, de uma escola pública estadual, localizada na Zona Sul de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** Teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall (2004);

**Referenciais teóricos:** Tall e Vinner (1981); Lima (2007); Kieren (1976, 1988); Behr et al. (1983); Nunes et al. (2003; 2008); Romanatto (1997); Silva (2007); Merlini (2005); Moutinho (2005); Damico (2007); Charalambous e Pitta-Pantazi (2005);

**Concepções de números fracionários:** subconstrutos de fração, conforme Behr et al. (1983) e Romanatto (1997): parte-todo; quociente; operador; medida; razão e probabilidade;

**Resenha:**

A pesquisa de Freire (2011) objetivou verificar quais mudanças de raciocínio de alunos de 5<sup>a</sup> série, sobre números racionais na forma fracionária, foram acarretadas pelo estudo desse conteúdo. Para tal estudo, o autor aplicou um

questionário para 41 alunos, de duas turmas de 5ª série de uma escola pública, localizada na Zona Sul de São Paulo. O questionário era composto por treze questões que envolviam os seis subconstrutos dos números racionais, além de considerar o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, desenvolvido por David Tall (2004): Mundo Conceitual Corporificado, Mundo “Proceitual” Simbólico e Mundo Formal Axiomático.

Para nortear sua investigação, o pesquisador delimitou a seguinte questão de pesquisa: *“Quais mudanças de raciocínio de alunos de 5ª série sobre números racionais na forma fracionária foram acarretadas pelo estudo desse conteúdo nessa série?”*

De acordo com os resultados oriundos das observações, segundo o autor, o subconstruto parte-todo foi o que apresentou maior índice de acertos, em consonância a outras pesquisas correlatas ao tema. Em contrapartida, os subconstrutos operador e medida tiveram índices baixíssimos de acertos, revelando que grande parte dos alunos trataram o número racional na forma fracionária como se fosse um número do conjunto dos números naturais, o que explica a dificuldade no subconstruto operador. Com relação ao subconstruto medida, os alunos não conseguiram enxergar o número racional na forma fracionária, presente na questão, como um número pertencente à reta real. Os demais subconstrutos tiveram índices variados de acertos e dificuldades pontuais, por parte dos alunos.

Em suas considerações, o pesquisador sugere que uma próxima pesquisa verifique as características que alunos, de 6ª série e do Ensino Médio, utilizam para a resolução de questões que envolvam os subconstrutos e as características dos Três Mundos da Matemática. O autor também salienta a necessidade de novas pesquisas que tratem do subconstruto medida, de modo a aprofundar a apreensão do mesmo como um número, assim como ocorre com os números naturais.

#### **14. EXPLORANDO A IDEIA DO NÚMERO RACIONAL NA SUA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA EM LIBRAS**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Claudio de Assis

**Orientador:** Profª Drª Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2013

**Sujeitos da pesquisa:** dez adultos surdos, usuários da Língua Brasileira de Sinais(Libras);

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica, na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Souza (2010); Niven (1984); Vygotsky (1997); Nunes e Bryant (1997); Goldfeld (2002); Sacks (1998); Santana (2007); Skliar (2005); Gesser (2009);Quadros e Karnopp (2004); Pizzio et al. (2009); Silva (2008); Damico (2007); Malaspina (2007); Araújo (2010); Rodrigues (2010); Souza (2010);

**Concepções de números fracionários:** cinco subconstrutos de fração, de acordo com a revisão de Malaspina (2007), segundo Nunes e Bryant (1997): subconstruto

parte-todo (grandezas contínua e discreta), subconstruto quociente; subconstruto medida; subconstruto operador; subconstruto coordenada linear;

#### **Resenha:**

O trabalho de Assis (2013) objetivou investigar a relação entre as formas de comunicação em Língua Brasileira de Sinais e o conceito de número racional, na sua representação fracionária, realizando um estudo com dez adultos surdos, usuários da Libras. Para esse estudo, o pesquisador utilizou a perspectiva de Vygotsky (1997), além das contribuições de Nunes e Bryant (1997) acerca dos diferentes significados da representação fracionária dos números racionais, presentes em sete problemas propostos aos sujeitos da pesquisa.

Para tal, o autor formulou a seguinte questão de pesquisa: *“Em que medida a Língua Brasileira de Sinais favorece a comunicação dos significados que integram os números racionais, na forma fracionária  $\frac{a}{b}$  ?”*

Por meio dos resultados, o pesquisador percebeu que não existe um único sinal que possa representar todos os significados associados à fração, a depender do subconstruto abordado nas questões, ainda que em dois dos principais dicionários de Libras apareça um sinal para o termo “Fração”. Verificou-se que, em relação à comunicação feita pelos sujeitos, ora ela era feita como *divisão*, ora como *partição*, ora como *distribuição* ou, ainda, como *segmentação*.

Em suas considerações, o autor destaca que a pluralidade de sinais para representar os significados da representação fracionária dos números racionais não é indício de que os surdos possuem dificuldades de construção do conceito em virtude disso. Pelo contrário, para o pesquisador, as particularidades apresentadas na Libras a torna um instrumento rico em possibilidades para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Um aspecto que seria dificultoso refere-se à tradução realizada ao “pé da letra” por alguns tradutores e professores, para situações-problema, por exemplo, conforme destacaram os próprios sujeitos participantes da pesquisa.

Em suas conclusões, o pesquisador afirma que as dificuldades demonstradas pelos alunos surdos não diferem dos resultados apresentados na literatura em relação aos alunos ouvintes.

### **15. UM ESTUDO DAS SITUAÇÕES PARTE-TODO E QUOCIENTE NO ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FRAÇÃO**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo- ANHANGUERA

**Autor (a):** Raquel Factori Canova

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Tânia Maria Mendonça Campos/ Co-orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Terezinha Nunes

**Titulação:** Doutorado em Educação Matemática

**Ano de Defesa:** 2013

**Sujeitos da pesquisa:** 378 alunos do 4<sup>o</sup>, 5<sup>o</sup> e 6<sup>o</sup> anos do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas da cidade de São Paulo.

**Metodologia de pesquisa:** estudo intervencionista (de caráter diagnóstico);

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990; 1997; 1998; 2001; 2009);

**Referenciais teóricos:** Nunes et al. (2004); Nunes e Bryant (2009); Lesh, Post e Silver (1983); Kieren (1976); Caraça (1970); Ponte e Serrazina (2000); Streefland (1984); Kerlake (1986); Kieren, (1988); Nunes, Bryant, Pretzlik, & Hurry (2003); Mamede (2007); Rodrigues (2005); Canova (2006); Merline (2005); Garcia Silva (2007); Damico (2007); Malaspina (2007); Campos, Garcia Silva, Pietropaolo (2009); Cervantes (2010);

**Concepções de números fracionários:** significados parte-todo e quociente, conforme Nunes et al. (2004);

### **Resenha:**

A pesquisa de Canova (2013) objetivou investigar se o ensino de fração por meio de determinados problemas, elaborados na situação parte-todo ou quociente, pode favorecer a construção desse conhecimento pelos alunos do 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental.

Para nortear sua investigação, a pesquisadora formulou a seguinte questão de pesquisa: *“Que contribuições o ensino, a partir das situações parte-todo ou quociente, pode favorecer à aprendizagem dos alunos do 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental, com vistas a um melhor desempenho na resolução de problemas envolvendo fração?”*

Após a aplicação de um pré-teste, para todos os alunos, os mesmos foram divididos, aleatoriamente, em grupos experimentais (264 alunos) e em grupos controles (114 alunos), a fim de que todos eles passassem por intervenções de ensino, embora somente os alunos dos grupos experimentais tenham tido contato com situações que abordavam frações.

Ainda considerando os alunos dos grupos experimentais, uma parte deles teve contato com situações que abordavam o significado parte-todo, enquanto os alunos da outra parte tiveram contato com situações que abordavam o significado quociente.

Com os resultados oriundos dos testes, foi evidenciado, pela pesquisadora, que o grupo que teve contato com o significado quociente se beneficiou mais, em relação às questões de raciocínio. Já o grupo que teve contato com o significado parte-todo, apresentou benefícios com relação à nomeação de frações.

Com relação à aprendizagem, por fase de escolarização, a intervenção por meio do modelo parte-todo, favoreceu mais os alunos do 4º ano, em relação aos do 5º e 6º anos.

Em suas considerações, a autora ressalta que a intervenção, por meio dos dois significados trabalhados (parte-todo e quociente), favoreceu o desempenho dos dois grupos experimentais, na resolução de problemas, ainda que o número de estudantes seja considerado pequeno para generalizações, conforme aponta a própria pesquisadora.

## **16. ENSINO DE FRAÇÕES NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: OBSTÁCULOS DIDÁTICOS E EPISTEMOLÓGICOS**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Edinalva Rodrigues Ferreira

**Orientador:** Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira

**Titulação:** Mestre Profissional em Ensino de Matemática

**Ano da Defesa:** 2014

**Sujeitos da pesquisa:** 4 alunos do 2ª ano do Ensino Médio, da Educação de Jovens e Adultos (EJA), de uma escola da rede pública estadual;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1983, 1996, 2008, 2013);

**Referenciais teóricos:** Silva (1997, 2005); Campos e Magina (2006, 2010); Santos (2005); Lopes (2008); Silva (2007); Dantas (2005); Caraça (1998); Vasconcelos (2007); Cavalcanti e Guimarães (2007); Merini (2005); Piconez (2013); Almouloud (2007);

**Concepções de números fracionários:** concepções de números fracionários, segundo Silva (2005): parte-todo, medida, quociente, razão e operador;

**Resenha:**

A pesquisa de Ferreira (2014) buscou investigar obstáculos à aprendizagem, revelados no estudo de números fracionários, por alunos da EJA, observados por meio de uma sequência didática, composta por três atividades, aplicada para 4 alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede pública estadual, localizada em um bairro de periferia, no município de Mauá, região do ABC paulista. A sequência se deu por meio das contribuições da Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1983).

Para nortear sua investigação, a autora formulou a seguinte questão de pesquisa: *“Em que medida uma sequência didática, cuja elaboração leva em conta as especificidades dos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), contribui para o diagnóstico de obstáculos à aprendizagem das concepções parte-todo e operadores, referentes a frações?”*

Com os resultados obtidos por meio das atividades, desenvolvidas em seis sessões, a pesquisadora observou que a sequência contribuiu para o diagnóstico de obstáculos didáticos e de obstáculos epistemológicos, referentes ao estudo das frações, em relação às concepções parte-todo e operadores.

Em suas conclusões, a autora destaca que, por mais que os alunos tenham contato, em sua vivência, com as frações e as suas representações, reconhecendo-as, inclusive, eles não compreendem o conceito, a representação e as suas concepções.

A autora sugere que as atividades contidas nessa pesquisa, sirvam de apoio para futuras intervenções didáticas, a serem feitas por professores que atuam na Educação de Jovens e Adultos, nos diferentes níveis de ensino.

## 17. O EFEITO DO MATERIAL CONCRETO E DO MODELO DE BARRAS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONTEÚDO

## CURRICULAR DE FRAÇÕES PELOS ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**Instituição:** Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

**Autor (a):** Renata Cláudia Gois

**Orientador:** Profª Drª Yuriko Yamamoto Baldin

**Titulação:** Mestre

**Ano da Defesa:** 2014

**Sujeitos da pesquisa:** três turmas de 7º ano do Ensino Fundamental II (com 20 alunos, em média, em cada turma), de uma escola privada, na cidade de Bauru, em São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada, na pesquisa, uma teoria específica;

**Referenciais teóricos:** Baldin e Malagutti (2006); Baldin (2010; 2013); Ball (1990); Caraça (1991); Brolezzi (1996); Patrono (2011); Romanatto e Passos (2012); Almouloud e Silva (2008); Ferreira (2010);

**Concepções de números fracionários:** significados de fração, conforme Almouloud e Silva (2008): parte-todo, quociente, razão e operador;

### Resenha:

A pesquisa de Gois (2014) teve o objetivo de apresentar os resultados da aplicação de uma proposta de ensino, do conteúdo de frações, para três turmas de 7º ano, do Colégio Fênix,- Anglo, localizado na cidade de Bauru, em São Paulo. Para tal estudo, a pesquisadora utilizou um material concreto denominado “Estojo das frações” e o Modelo de Barras da Matemática de Singapura, com o intuito de centrar as atividades na consolidação do conceito de fração e de suas operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Não foi evidenciada uma questão de pesquisa no trabalho de Gois (2014).

Na investigação da pesquisadora, foram aplicadas duas avaliações, sendo que uma delas tentou medir a compreensão dos alunos a respeito do significado parte-todo, de frações equivalentes, de comparação de frações e das operações de adição e subtração de frações. A outra avaliação tentou medir a compreensão dos alunos, por meio da abordagem do significado parte-todo, em relação às operações de multiplicação e divisão de frações.

Para executar as atividades propostas nas avaliações, os alunos utilizavam o estojo das frações e representações pictóricas, o que contribuiu para a compreensão do significado parte-todo, bem como das operações básicas com frações, segundo aponta a autora.

O abandono gradativo do estojo, bem como as conclusões apresentadas pelos alunos, em situações propostas durante o ano letivo (semelhantes às aquelas das avaliações), foi uma forte evidência da compreensão desses alunos, em relação ao conteúdo. A autora afirma, em suas considerações, que seu estudo precisa de melhorias, mas também sabe que sua pesquisa servirá como ponto de partida para outros professores que queiram aprofundar tal estudo.

## 18. LUZ, CÂMERA, AÇÃO: ADAPTANDO UMA TELEAULA DE FRAÇÕES PARA O PÚBLICO SURDO

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Elizabete Leopoldina da Silva

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes

**Titulação:** Mestre em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2014

**Sujeitos da pesquisa:** sete surdos, sendo três deles, moradores da região metropolitana de São Paulo e quatro deles, moradores da cidade de Rio Claro, no estado de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa qualitativa;

**Quadro teórico:** não foi evidenciada uma teoria específica na pesquisa;

**Referenciais teóricos:** Vygotsky (1997); Sacks (1997; 2010); Nunes (2012); Veer e Valsiner (1996); Fernandes (2008); Sales (2008); Quadros (1997); Gesser (2009); Rodrigues (2010); Damico (2007); Oliveira (1993); Campos (2011); Mamede (2008); Nunes e Bryant (2008); Okuma e Ardenghi (2011); Araújo (2010);

**Concepções de números fracionários:** não evidenciadas;

**Resenha:**

O trabalho de Silva (2014) objetivou avaliar a acessibilidade de um material de ensino bastante disseminado no Brasil (Telecurso 2000) e, posteriormente, adaptar uma Teleaula do programa, que aborda o conceito de frações, para alunos surdos que utilizam a Libras, a fim de viabilizar o acesso deste público a esse meio de ensino.

A questão de pesquisa formulada pela pesquisadora foi: *“Quais adaptações são necessárias para que a Teleaula se torne mais acessível?”*; *“Quais adaptações em relação ao conteúdo são necessárias para que haja indicativos de melhoria no desempenho dos sujeitos surdos?”*; *“A construção de um sinal pela comunidade surda facilita na compreensão do conteúdo matemático?”*

Após as três etapas da pesquisa (aplicação do formato original da teleaula do Telecurso 2000 a três surdos da região metropolitana de São Paulo; adaptações da teleaula; e, por fim, a submissão da teleaula adaptada a quatro surdos residentes de Rio Claro, São Paulo) foi detectado que a interpretação da língua ainda é um dos principais fatores que podem dificultar a compreensão de conteúdos, especialmente, nos materiais impressos. Os outros fatores que interferem referem-se à apresentação e à seleção dos conteúdos.

Em suas considerações, a pesquisadora afirma que houve indícios de melhora do material, ainda que as adaptações não tenham sido suficientes para que os surdos realizassem todos os exercícios propostos na teleaula e na apostila. Para a autora, seria importante que o conteúdo fosse transmitido de maneira contextualizada, ou seja, que os surdos tivessem acesso às outras teleaulas, de maneira adaptada.

Dessa forma, a pesquisadora sugere, para futuras pesquisas, que outras teleaulas sejam adaptadas, até mesmo por um intérprete que fosse surdo e

professor de matemática, a fim de que esses conteúdos fossem trabalhos integralmente.

### **19. UMA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS POR MEIO DE CALCULADORA PARA O QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Instituição:** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

**Autor (a):** Antonio Sergio dos Santos Oliveira

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria José Ferreira da Silva

**Titulação:** Doutor em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2015

**Sujeitos da pesquisa:** quatro alunos de uma escola pública, localizada na periferia de Belém, no estado do Pará;

**Metodologia de pesquisa:** Engenharia Didática, de Artigue (1996);

**Quadro teórico:** Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1996); Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (1993; 2009);

**Referenciais teóricos:** Silva (1997, 2005, 2009); Mercado (1999); Mocrosky (1997); Moreira (2010); Jucá (2008); Melo (2008); Guinther (2009); Perrenoud (2000); Riccetti (2001); Romanatto (1997); Magina e Campos (2008); Artigue (1996); Pais (2002); Almouloud (2007); Bianchini (2001);

**Concepções de números fracionários:** concepções de frações, segundo Silva (2009): parte-todo, medida, operador, quociente e razão;

#### **Resenha:**

A pesquisa de Oliveira (2015) teve o objetivo de levar um grupo de estudantes do 5º ano, do Ensino Fundamental, a construir significado para as regras operatórias fundamentais com números fracionários, a partir da utilização de calculadoras científicas, com representação fracionária, por meio de uma sequência didática aplicada a quatro alunos de uma escola pública localizada na periferia de Belém, no Pará. Tais atividades foram elaboradas de acordo com a Teoria das Situações Didáticas (1996), atendendo as orientações de Duval (1993; 2009) quanto aos registros de representação semiótica.

Para nortear sua investigação, o pesquisador delineou a seguinte questão de pesquisa: *“Qual seria a contribuição de uma sequência didática que envolve uma calculadora científica com representação fracionária para os processos de ensino e de aprendizagem das operações com números fracionários para alunos do 5º ano do ensino fundamental?”*

Com os resultados, foi possível verificar que os alunos conseguiram, após a utilização da calculadora, verbalizar e escrever as regras para algumas operações com números fracionários: adição e subtração com mesmo denominador; multiplicação de quaisquer números fracionários; e divisão de números fracionários que apresentavam os numeradores e os denominadores múltiplos. Porém, os alunos não conseguiram perceber as regras operatórias para a adição e divisão com quaisquer denominadores, apenas com o auxílio da calculadora.

Em suas considerações, o pesquisador evidenciou que a calculadora levou os alunos a criarem relações, sem tratarem os números fracionários como se fossem dois números naturais. Apesar dessa contribuição, somente o uso dela não permitiu que os alunos observassem a regra da adição e da divisão de quaisquer números fracionários. Tal fato se deu à elaboração das atividades que não previu que a calculadora simplificava as respostas, impedindo a observação dos alunos. Dessa forma, o autor sugere que sejam realizadas novas pesquisas que utilizem outros recursos e escolhas para verificar se os alunos podem construir as regras operatórias com números fracionários no quinto ano do Ensino Fundamental.

O pesquisador ainda salienta que o ensino das operações com números fracionários, nas séries seguintes, acaba fazendo com que os alunos trabalhem por um período maior de tempo, com os números naturais, o que os torna um obstáculo à aprendizagem dos números fracionários, conforme ressalta Silva (1997).

## 20. O ENSINO DE FRAÇÕES POR UMA ABORDAGEM INSPIRADA NOS PRESSUPOSTOS EDUCACIONAIS DA TEORIA DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS

**Instituição:** Universidade Federal do ABC (UFABC)

**Autor (a):** Liliane Giglio Canelhas de Abreu Segeti

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Virgínia Cardia Cardoso

**Titulação:** Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática

**Ano da Defesa:** 2015

**Sujeitos da pesquisa:** uma turma de 5<sup>o</sup> ano do ensino fundamental, composta de 35 alunos, de uma escola pública municipal, do estado de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa-ação;

**Quadro teórico:** Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner (1979; 1994; 1995);

**Referenciais teóricos:** Zago (2006); Luckesi (1991); D'Ambrosio (2002, 2005); Machado (2005); Antunes (2002); Smole (2000); Bezerra (2001); Magina, Bezerra e Spinillo (2009); Lopes (2008); Machado (2005); Campos e Magina (2008);

**Concepções de números fracionários:** significado parte-todo, quociente e fração como um número, segundo a revisão de Bezerra (2001);

**Resenha:**

A pesquisa de Segeti (2015) objetivou analisar os resultados de um projeto, para o ensino de frações, aplicado a uma turma de 5<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal, por meio de pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner.

Para nortear sua investigação, a pesquisadora formulou a seguinte questão de pesquisa: *“Quais contribuições um projeto elaborado para o ensino de frações, a partir dos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner, são verificáveis para a compreensão deste tema quando desenvolvido em uma turma de quinto ano do ensino fundamental?”*

Para desenvolver seu estudo, a autora desenvolveu as atividades da pesquisa em quatorze encontros, sendo, em média, três encontros semanais, com uma hora e meia de duração, no período das aulas habituais. Nesses encontros houve a aplicação de uma avaliação diagnóstica inicial, aplicação de atividades com ênfase no trabalho dos cinco pontos de entrada para o conhecimento (com base na Teoria de Gardner), resolução de situações-problema e, por fim, a avaliação diagnóstica final.

Por meio dos resultados oriundos dessas atividades e avaliações, foi possível identificar que a abordagem utilizada possibilitou avanços na aprendizagem dos alunos, em um contexto propício ao estímulo e ao desenvolvimento de suas inteligências, trazendo reflexões sobre a prática docente, o olhar diferenciado para os alunos, bem como para os próprios professores, como seres humanos em processo constante de formação.

Como sugestão para futuras pesquisas, a pesquisadora destaca que as atividades que os alunos apresentaram mais erros, sejam replicadas para turmas com quantidade menor de alunos, a fim de evidenciar possíveis causas para esses erros. Outra sugestão se refere a pesquisas que explorem situações-problema, abordando os significados quociente e razão, complementando o trabalho com frações no quinto ano do Ensino Fundamental, e que não foram investigados por esse estudo.

## **21. RENDIMENTOS E ESTRATÉGIAS DE ESTUDANTES CONCLUINTE DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE ITENS DE AVALIAÇÕES EXTERNAS**

**Instituição:** Universidade Bandeirante de São Paulo (ANHANGUERA)

**Autor (a):** Rosivaldo Severino dos Santos

**Orientador:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Angélica da Fontoura Garcia Silva/ Co-orientadores: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Tânia Maria Mendonça Campos e Prof. Dr. João Pedro Mendes da Ponte

**Titulação:** Doutor em Educação Matemática

**Ano da Defesa:** 2016

**Sujeitos da pesquisa:** 56 estudantes de uma escola pública da cidade de São Paulo;

**Metodologia de pesquisa:** pesquisa quali-quantitativa, do tipo pesquisa de campo;

**Quadro teórico:** Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1983, 1990, 1991);

**Referenciais teóricos:** Nunes et al. (2004); Canova (2013); Merlini (2005); Nunes e Bryant (1997); Silva (2009); Alves (1992); Gomes (2006); Magina e Campos (2008); Spinillo e Cruz (2014); Feteira (2012); Tavares (2012); Silva e Almouloud (2008);

**Concepções de números fracionários:** habilidades previstas na matriz de referência para avaliação do SARESP: fração na ideia parte de um todo, representação dos racionais na reta numérica e equivalência de frações;

**Resenha:**

O trabalho de Santos (2016) objetivou identificar e analisar o rendimento e as estratégias utilizadas por 56 estudantes, concluintes do Ensino Fundamental, de

uma escola pública (localizada na zona norte de São Paulo), ao resolverem itens sobre números racionais de avaliações externas antes e depois de uma intervenção.

Para nortear sua investigação, o pesquisador delimitou as seguintes questões de pesquisas: *“Que estratégias estudantes concluintes do Ensino Fundamental utilizam ao resolverem itens sobre números racionais de avaliações externas?”*; *“A realização de uma intervenção em sala de aula sobre números racionais na representação fracionária e decimal, envolvendo diversos significados de fração e considerando estratégias sobre os números racionais em sua representação fracionária, presentes no pré-teste dessa amostra, pode contribuir para melhorar o rendimento dos estudantes na resolução de itens sobre esse componente curricular?”*

Para tal estudo, inicialmente foi aplicado um pré-teste composto por itens de avaliações externas. A intervenção se deu por meio de adaptações dos materiais de Nunes et al. (2004), de Canova (2013), bem como de itens de avaliações externas. Após essa intervenção, os alunos fizeram um pós-teste, com os itens idênticos aos do pré-teste.

Os resultados indicaram que após a intervenção, houve uma melhoria do rendimento dos alunos na resolução dos itens que continham aspectos desse conteúdo curricular de 90%, quando comparados o pré-teste e o pós-teste.

Em suas considerações, Santos (2016) destacou que os resultados indicaram que uma quantidade considerável dos estudantes participantes da pesquisa não dominava o conceito de fração, apresentando, também, dificuldades quanto aos invariantes de ordem e equivalência. Tais dificuldades são intensificadas pela deficiência em operar o algoritmo da divisão.

Uma dúvida que o próprio pesquisador levantou refere-se ao aproveitamento dos alunos em questões que considerem outros significados da fração, já que os itens das avaliações externas abordaram, em sua maioria, somente o significado parte-todo. Uma sugestão, segundo o autor, é que futuras pesquisas verifiquem a intervenção, nos moldes em que ela foi proposta nesse trabalho, por um período maior de tempo, sendo realizada de maneira colaborativa com o professor da turma, a fim de que ela venha interferir, também, na prática profissional docente.