

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC- SP**

Márcia Stochi Veiga

**Concepções de Álgebra em Teses
sobre Cursos de Licenciatura em
Matemática no Brasil**

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2016

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC- SP

Márcia Stochi Veiga

Concepções de Álgebra em Teses sobre Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil

*Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência para o exame parcial para a obtenção do título de **Doutora em Educação Matemática**, sob a orientação da **Professora Doutora Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão**.*

São Paulo

2016

Banca Examinadora

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e Data: _____

DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho à minha Mãe
Irene, pela sua força e coragem e
por ter sempre estendido a mão
quando eu precisava de apoio e
força para seguir o meu caminho!*

© presente estudo foi financiado pela PAZQS

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado a oportunidade de colaborar com a Educação, num país tão carente de conhecimento, pois contribuir com a formação de jovens que veem nos estudos um caminho para uma vida digna é uma benção que só Deus pode proporcionar!

À professora Doutora Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão por ter me orientado em minha trajetória como pesquisadora desde o mestrado. Pela dedicação, compreensão, amizade e pela sua valiosa contribuição para meu crescimento acadêmico e profissional.

Aos professores da banca examinadora: doutor Saddy Ag Almouloud, doutor Slydio Pereira de Sá e doutora Leila Sardo Ruga, ao doutor Geraldo Eustáquio pelas valiosas contribuições no exame de qualificação.

Aos professores que ministraram as disciplinas do doutorado, que proporcionaram momentos de discussões e de reflexões. Em especial ao Professor Dr. Saddy Ag Almouloud, pela indicação de referenciais da didática da matemática francesa e pelas discussões sobre o tema, que enriqueceram esta pesquisa.

Aos meus colegas de doutorado: Adriana, Adriano, Alexandre, Edronete e Lia que me acompanharam nessa trajetória e me incentivaram, cada um de seu modo, cada um num determinado momento!

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela concessão de bolsa de estudos durante este doutorado.

À Faculdade de Belas Artes de São Paulo por ter dado fomento para o término desta pesquisa, contribuindo para que eu pudesse finalizar este trabalho.

Aos meus filhos Alex e Verine e a minha nora Fernanda Marques Granato, pelo incentivo e compreensão de minha ausência, e por acreditarem na minha capacidade de vencer mais esta etapa.

À amiga Beatriz Santana pelas discussões sobre pesquisa e sobre a escrita de nossa língua materna, e pela amizade.

E, principalmente a minha Mãe, que tem sido em minha vida motivo de orgulho e inspiração, por estar ao meu lado, pelo amor e dedicação, mesmo sem entender muito o que faço, me dá apoio e força para seguir em frente.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é realizar um estudo sobre teses brasileiras em busca de concepções de álgebra e de sua relação com a prática docente, em cursos de Licenciatura em Matemática, por meio de uma revisão sistemática de pesquisas sobre a temática, com o intuito de produzir novos resultados. Para as análises, foram selecionadas oito teses que apresentavam a conjunção dos termos *Licenciatura em Matemática e Álgebra*. Foram elaboradas doze categorias para análises. Os referenciais teóricos utilizados foram: noções de concepção, prática docente e concepções de álgebra e de seu ensino. Após a realização das análises, constatou-se que a maioria das teses estudadas admite a influência das concepções docentes nas práticas profissionais e, também, que estas podem ser modificadas, mas que tais mudanças são difíceis de ocorrer. A concepção de álgebra mais frequente nas teses analisadas foi a linguístico-estilística, que considera a Álgebra como uma linguagem específica para expressar procedimentos de resolução de problemas e, a linguagem natural como um obstáculo. Os resultados indicam que a linguagem natural contribui para revelar concepções errôneas de alunos, contrariando essa concepção que considera a linguagem natural como um obstáculo a ser evitado. Outra concepção que foi mais marcante nas teses analisadas foi a linguístico-pragmática, que considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas por meio do treinamento de técnicas algébricas. As pesquisas indicam a influência dessa concepção na preparação e organização das aulas de matemática, tanto na Licenciatura em Matemática quanto na Educação Básica. As pesquisas destacaram ainda que o conhecimento do desenvolvimento histórico da álgebra é um fator que proporciona uma melhor percepção sobre a construção do conhecimento matemático e a identificação de dificuldades relacionadas ao ensino; que na relação entre a aritmética e a álgebra os alunos estão mais próximos da aritmética e que cometem generalizações numéricas abusivas, sendo esta uma prática comum na Educação Básica brasileira.

Palavras-chave: álgebra; concepções; formação inicial; formação docente; prática docente.

ABSTRACT

This research is aimed at conducting study of Brazilian theses in search of algebra concepts and their relation to teaching practice in undergraduate Mathematics courses through a systematic review of another research, in order to produce others. To perform the analyzes were selected eight theses presented in his work the conjunction of terms Degree in Mathematics and Algebra. For the analyzes were prepared for analysis of twelve categories of the theses. The theoretical references used were the notions of concepts, teaching practice concepts of algebra and his teaching. After the analyzes, it contacted that most theses analyzed admits the influence of teachers conceptions in professional practices and also that they can be modified, but these changes are difficult to occur. The concept of algebra frequently found in the analyzed thesis was the linguistic-stylistic, which considers the algebra as a specific language to express troubleshooting procedures, and natural language as an obstacle. The results indicate that the natural language contributes to reveal misconceptions students, against this conception of algebra that considers natural language as an obstacle to be avoided. The concept of algebra teaching found in the analyzed thesis was the linguistic and pragmatic to consider algebra as a tool for problem solving, through training of algebraic techniques. Research indicates the influence of this concept in the preparation and organization of math, both in Mathematics and in Basic Education. The researchers say that the most usual lecture format is given as follows: presentation of expository mode content, followed by a list of exercises focused on solving artificial in order to have the students directly apply the techniques taught. The research also highlighted that knowledge of the historical development of algebra is a factor that provides a better insight into the construction of mathematical knowledge and the identification of difficulties related to education; that the relationship between arithmetic and algebra students are closer to the arithmetic and committing abusive generalizations number, which is a common practice in the Brazilian Basic Education.

Keywords: algebra; views; Initial education teacher training; teaching practice.

RESUMÉ

L'objectif de cette recherche est de réaliser une étude sur les thèses du Brésil à la recherche des conceptions d'algèbre et de sa relation avec la pratique de l'enseignement en mathématiques au niveau de la formation inicial des enseignants de Mathématiques. Cette recherche consiste en un examen systématique de travaux de recherche sur le domaine, afin de produire de nouveaux résultats. Pour les analyses, huit thèses, présentant la conjonction des termes « *Licenciatura em Matemática* » et algèbre, ont été sélectionnées. On a préparé douze catégories pour l'analyse. Les références théoriques utilisées ont été : notions de conceptions, pratiques d'enseignants, conceptions d'algèbre et de son enseignement. Après nos analyse, il a été constaté que la majorité des thèses étudiées admet l'influence des conceptions des enseignants dans les pratiques professionnelles et, également, que ces dernières peuvent être modifiées, mais que ces changements sont difficiles à se produire. La conception d'algèbre qui se rapproche le plus du contenu des thèses est la linguistique-stylistique, qui considère l'algèbre comme un langage particulier pour exprimer les procédures de resolução de problèmes et le langage naturel comme un obstacle. Les résultats indiquent que le langage naturel permet de révéler les idées fausses des étudiants, résultat qui contredit la conception selon laquelle le langage naturel est un obstacle à éviter. La conception d'enseignement de l'algèbre qui se rapproche le plus du contenu des thèses est la conception pragmatique-linguistique, qui considère l'algèbre comme instrument pour résoudre les problèmes par l'apprentissage des techniques algébriques. L'analyse de ces recherches met en évidence l'influence de cette conception dans la préparation et organisation des cours au niveau de formation inicial des enseignants (*Licenciatura em Matemática*), mais aussi au niveau de l'enseignement de base. Ces recherches ont aussi mis en évidence que la connaissance de l'évolution historique de l'algèbre est un facteur qui fournit une meilleure perception sur la construction des connaissances mathématiques et d'identifier les difficultés liées à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ; et que par rapport à la relation entre arithmétique et algèbre, les élèves sont plus proches de l'arithmétique, et que ceux-ci font les généralisations numériques abusives, celles-ci étant une pratique courante dans l'enseignement de base brésilien.

Mots-clés: algèbre; vues; la formation initiale; la formation des enseignants; pratique de l'enseignement

LISTAS DE QUADROS

Quadro 1: : relação das sete teses encontradas com a conjunção dos termos Licenciatura em Matemática e Álgebra.....	33
Quadro 2: relação das quatro teses sugeridas pela banca de qualificação	34
Quadro 3: Dimensões do campo do conhecimento em álgebra	52
Quadro 4: rol de competências em álgebra do professor	55
Quadro 5: Resumo das categorias de análise	59
Quadro 6: Resumo das categorias de análise encontradas em Melo (2003).....	69
Quadro 7: Resumo das categorias de análise encontradas em Mariane (2006).....	77
Quadro 8: Resumo das categorias de análise encontradas em Figueiredo (2007).....	83
Quadro 9: Resumo das categorias de análise encontradas em Resende 2007.....	93
Quadro 10: Resumo das categorias de análise encontradas em Souza 2008.....	100
Quadro 11: Resumo das categorias de análise encontradas em Leivas 2009.....	105
Quadro 12: Resumo das categorias de análise encontradas em Pontes 2010.....	112
Quadro 13: Resumo das categorias de análise encontradas em Proença 2012.....	119
Quadro 14: Resumo sobre os itens destacados e o entendimento das concepções docentes nas pesquisas.....	123
Quadro 15: relação entre as 8 teses e as categorias encontradas em cada uma delas.....	125

LISTA DE SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.
CNE/CP	Conselho Nacional de Educação/ Conselho Pleno.
CNE/CES	Conselho Nacional de Educação/ Câmara de Educação Superior.
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais.
IES	Instituição de Ensino Superior.
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.
MEC	Ministério da Educação e Cultura.
PCNEF	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental.
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.
PCN+	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.
PNE	Plano Nacional de Educação.
PUC - SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
RS	Rio Grande do Sul.
UFMS	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul.
UFPR	Universidade Federal do Paraná.
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
UNIAN	Universidade Anhanguera.
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas.
VII EPEBEM	VII Encontro Paraibano de Educação Matemática.

SUMÁRIO

LISTA DE SIGLAS.....	13
CAPÍTULO I	16
O PROBLEMA DE PESQUISA.....	16
1.1. MOTIVAÇÕES PARA O ESTUDO	16
1.2. OS CAMINHOS PERCORRIDOS PELA PESQUISA	24
CAPÍTULO II	31
AS ESCOLHAS METODOLÓGICAS E OS REFERENCIAIS TEÓRICOS	31
2.1. <i>As Escolhas Metodológicas</i>	31
2.1.1. <i>Os procedimentos metodológicos</i>	32
<i>Nesse levantamento encontramos um total de noventa e três teses relacionadas à Licenciatura em Matemática e sete com a conjunção dos termos Licenciatura em Matemática e Álgebra.</i>	32
2.1.2. <i>A relação das teses selecionadas</i>	32
2.1.3. <i>A metodologia escolhida para elaboração das categorias de análise</i>	36
2.2. <i>Os Referenciais Teóricos</i>	38
<i>Finalmente, Artigue et al (2004) discute o ensino e a aprendizagem de álgebra e apresentam resultados de pesquisas que tratam da formação inicial de professores, observados em sua prática de ensino em álgebra. Consideramos o texto pertinente para nossas análises, pois trata de formação inicial de professores de matemática, com foco na prática docente em álgebra</i>	39
2.2.1. <i>O significado da palavra concepção nas pesquisas sobre ensino e aprendizagem</i>	39
2.2.2. <i>Características do saber docente</i>	42
2.2.3. <i>Desenvolvimento histórico do pensamento</i>	44
2.2.4. <i>Prática docente e o ensino de álgebra</i>	51
CAPÍTULO III	62
O RECORTE DO CONTEÚDO E SUAS CATEGORIAS DE ANÁLISE.....	62

1ª. TESE: Formação inicial e a iniciação científica: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar.....	63
2ª. TESE: Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo	73
3ª. TESE: Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um Curso de Licenciatura em Matemática	80
Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Figueiredo (2007).....	87
4ª. TESE: Ressignificando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura, apresenta no título as palavras, licenciatura e matemática	87
5ª. TESE: O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica.....	96
6ª. TESE: Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática.....	102
7ª. TESE: Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros.....	108
8ª. TESE: A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio supervisionado.....	114
CAPÍTULO IV.....	122
ANÁLISE DO CONTEÚDO.....	122
4.1. O Termo Concepções e os Significados a ele Atribuídos	122
4.2. Análise do Conteúdo Relacionado às Categorias de Análise	125
CAPÍTULO V.....	145
RESULTADOS ALCANÇADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	145
SINTETIZANDO AS RESPOSTAS SOBRE AS CONCEPÇÕES DOCENTES ENCONTRADAS NAS TESES ANALISADAS	147
SINTETIZANDO AS RESPOSTAS SOBRE AS CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E DE SEU ENSINO ENCONTRADAS NAS TESES ANALISADAS	148
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	156
ANEXO	160

Capítulo I

O PROBLEMA DE PESQUISA

1.1. Motivações para o Estudo

Em 1992 a pesquisadora iniciou sua carreira docente, lecionando matemática na Educação Básica. Em 2002, ao final do curso de mestrado ingressou em uma instituição de ensino superior e lecionou em diversos cursos de graduação. No ano de 2011, quando já atuava na coordenação do curso de *design*, participou da elaboração da matriz curricular de um Curso de Licenciatura em Matemática que foi ofertado por essa instituição, particular, paulistana. O curso só deu início em suas atividades em agosto de 2012, quando obteve um número de matrículas minimamente suficiente para sua implantação. Ainda em 2011, a autora ingressou no Doutorado em Educação Matemática com o intuito de pesquisar Cursos de Licenciatura em Matemática no cenário da Educação Superior Brasileira.

Nossa primeira inquietação se deu sobre os cursos de licenciatura em matemática, relacionada aos seguintes questionamentos: porque a procura por esse curso é baixa? Porque o número de concluintes tem decrescido se o número de alunos que ingressam na Educação Básica aumenta? Se o jovem está desmotivado com a profissão docente, porque o curso de pedagogia é o quinto com maior procura no país? De nossas perguntas tão abrangentes e genéricas, decidimos contribuir com o conhecimento sobre os cursos de licenciatura em matemática no Brasil.

Para melhor compreendermos como se apresentavam as Licenciaturas em Matemática em relação aos demais cursos de ensino Superior, buscamos por dados quantitativos relacionados a cursos de formação superior em diferentes

graus acadêmicos¹: bacharelado, licenciatura e tecnológico. Em seguida, buscamos por dados sobre as Licenciaturas em Matemática, que têm por objetivo formar professores para atuarem no ensino fundamental II e médio. A intenção era verificar se a baixa procura por curso de licenciatura em matemática se dava de modo local ou em âmbito nacional. Encontramos os dados procurados em sinopses relacionadas à Educação Superior², elaboradas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP. Este instituto elabora anualmente sinopses, e organiza os resultados no formato de tabelas, que apresentam dados quantitativos relacionados ao Ensino Superior no Brasil.

Dos dados apresentados nas sinopses de 2011 a 2014, destacamos o total de matrículas em cursos de graduação presencial e a distância por grau acadêmico: bacharelado, licenciatura e tecnológico, organizados na tabela 1.

Tabela 1: Evolução do Número de Matrículas na Graduação por grau acadêmico – Brasil – 2011 a 2014

Grau Acadêmico				
Ano	Total Geral	Bacharelado	Licenciatura	Tecnológico
2011	6739689	4495831	1356329	870534
2012	7037688	4703693	1366559	944904
2013	7305977	4912310	1374174	995746
2014	7828013	5309414	1466635	1029767

Fonte: Sinopses da Educação Superior do Inep de 2011 a 2014

¹ Bacharelado: Denominação para curso de graduação superior voltado para formação profissional. Licenciatura: Denominação para cursos de graduação superior que tem por objetivo principal a formação de professores. Tecnológico: Denominação para cursos de graduação superior voltado à formação técnica.

² Sinopses da Educação Superior: <<http://portal.inep.gov.br/superior-censosuperior-sinopse>> Acesso em 25 de março de 2016.

Na comparação do ano de 2014 em relação ao ano de 2011, verificamos que houve um aumento de 16,1% no número total de matrículas na graduação, sendo um aumento de 18,3% para os cursos tecnológicos, 15,3% para os bacharelados e 8,1% para as licenciaturas. Portanto, os cursos de licenciatura foram os que apresentaram o menor índice de crescimento em relação aos outros graus acadêmicos.

Em seguida, verificamos dados quantitativos relacionados às Licenciaturas em Matemática destacamos os dados dos cursos presenciais e a distância, observando o total de matrículas, o número de ingressantes e o de concluintes, organizados na tabela 2.

Tabela 2: Evolução do Número de Matrículas de Ingressantes e Concluintes, relacionados à formação de professor de matemática – Brasil – 2011 a 2014

Ano	Matrículas	Ingressantes	Concluintes
2011	82439	27717	11331
2012	81318	31043	9547
2013	80891	28211	8950
2014	84522	33620	9994

Fonte: Sinopses da Educação Superior do Inep de 2011 a 2014

Na comparação do ano de 2014 em relação ao ano de 2011, verificamos que na área de formação para professor de matemática houve um aumento de 2,5% no número total de matrículas, sendo um aumento de 2,1% no total de alunos ingressantes e um decréscimo de 11,8% no total de concluintes.

Os Cursos de Licenciatura em Matemática apresentaram um índice de crescimento de matrículas de 2,5%, abaixo do índice relacionado às matrículas das licenciaturas em geral de 8,1%. O índice de formandos se apresentou negativo (-11,8%), ou seja, houve um decréscimo no número de formandos nestes quatro anos.

Sobre a condição docente brasileira destacamos a obra *Professores do Brasil: impasses e desafios* de Gatti e Barreto (2009), as autoras apresentam ao leitor um contexto da Educação Brasileira. Nesse estudo, dentre outros aspectos, é apresentada a condição atual da profissão docente em diferentes níveis escolares. Já na apresentação da obra, o representante da UNESCO no Brasil Vincent Defourny afirma que “a fase atual da educação brasileira não é mais de denúncia de seus maus resultados, mas o delineamento de soluções possíveis e necessárias” (GATTI; BARRETO; 2009; p.8).

As autoras afirmam que com a expansão da oferta na educação básica procurou oferecer serviços educacionais a uma camada da população que até décadas atrás se achava excluída desse direito. Esse fato provocou um aumento de demanda por maior contingente de professores, em todos os níveis de processo de escolarização. Além disso, na metade do século XX passou-se a exigir formação em nível superior para professores dos diferentes componentes curriculares que atualmente equivalem ao Fundamental II e Ensino Médio.

Aspectos históricos relacionados a esse problema nos auxiliam na tarefa de compreender a situação atual, e a obra também faz essa abordagem destacando as principais mudanças. O texto coloca que até meados de 1930 o trabalho do professor especialista era exercido por profissionais liberais ou autodidatas. No começo do século XX com início industrialização surgiu a necessidade de uma maior escolarização da população provocando um aumento na demanda por professores. Nesta época, a formação de bacharéis, poderia ser complementada com um ano de disciplinas na área de educação para obtenção da licenciatura, com a finalidade de formar professores para o nível secundário. Esse tipo de formação passou a ser chamada de 3 + 1 (três anos de bacharelado e um com disciplinas de licenciatura). As autoras colocam que:

Qualquer inovação na estrutura de instituições e cursos formadores de professores esbarra nessa representação tradicional, e nos interesses instituídos, o que dificulta repensar essa formação de modo mais integrado e em novas bases, bem como a implementação de fato de um formato novo que poderia propiciar saltos qualitativos nessas formações, com reflexos nas escolas, como ocorreu em vários países nos últimos anos, por exemplo, em Cuba, na Coreia e na Irlanda (GATTI; BARRETO; 2009; p. 38).

Ainda sobre a formação de professores, nos anos 80, foram instauradas as licenciaturas curtas, nas quais o professor poderia exercer a docência tanto no fundamental I como no fundamental II. Com menos horas em sua formação do que as licenciaturas plenas e poderia se formar professores de ciências (Biologia, física e química) e de estudos sociais (História, Geografia e Sociologia). Essas licenciaturas foram extintas pela Lei de Diretrizes e Bases de 1996.

Em resposta a nova exigência legal houve um aumento de cursos superiores voltados para a licenciatura inclusive para professores especialistas, tendo um crescimento de 52,4%. Porém, o aumento nas matrículas não acompanhou o aumento de vagas, elas se expandiram, mas numa proporção menor. Para a área de matemática, as autoras afirmam que:

[...] o número de cursos de Matemática e a proporcionalmente escassa procura por eles não condiz com a extensa presença e a importância desse componente curricular na educação básica. Esse dado sugere que devem faltar professores de Matemática para atender as necessidades das redes escolares. Segundo os mencionados estudos do Inep realizados em 2006, haveria apenas em torno de 27% de professores de Matemática com formação específica na área (GATTI; BARRETO; 2009; p.76).

As autoras colocam que no Brasil, os profissionais da educação estão entre os mais volumosos e importantes grupos ocupacionais, tanto pelo seu número como pelo seu papel, sendo o setor público o que detém o maior número de docentes. Assim, ações de diversas naturezas em relação à profissionalização docente necessitariam evidenciar melhorias nas perspectivas de carreira e alterar o imaginário coletivo relativo a esta profissão, tanto na sociedade em geral, como entre os próprios professores.

Sobre a necessidade de se formar licenciados em matemática, destacamos o estudo realizado pelo INEP em 2015 apud CNE/CP nº2 de 2015; que “pretendia identificar a capacidade do sistema educacional de formar alunos nos cursos de licenciatura.” (CNE/CP nº2; 2015; p.15), nele afirma-se que a demanda para os Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil é de 33.560 professores. Nesse cenário, ressaltamos a necessidade de formar professores de matemática, de modo que esses profissionais sejam capacitados para atuarem na educação

brasileira. Diante dessas constatações, consideramos importante pesquisar questões relacionadas à formação inicial do professor de matemática.

Em busca de outros subsídios para uma melhor delimitação do problema, buscamos as legislações vigentes relacionadas à formação de professor, inclusive sobre a formação do professor de matemática.

Iniciamos nossa análise pelo Plano Nacional de Educação – PNE. Nesse documento, em 2014, foram apresentadas vinte metas para o decênio 2014 - 2024. Das metas relacionadas à formação docente, apresentamos a de número quinze que pretende:

[...] garantir, em regime de colaboração entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, no prazo de 1 (um) ano de vigência deste PNE, política nacional de formação dos profissionais da educação de que tratam os incisos I, II e III do caput do art. 61 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, assegurado que todos os professores e as professoras da educação básica possuam formação específica de nível superior, obtida em curso de licenciatura na área de conhecimento em que atuam. (PNE; 2014; p.48).

A meta apresentada demonstra a preocupação com a formação do docente da Educação Básica, podendo inclusive acarretar um aumento na procura por cursos de licenciatura, inclusive em matemática. Daí a necessidade de pesquisas que tragam subsídios para uma melhor compreensão de como se dá o ensino nas Licenciaturas em Matemática de modo que possam vir contribuir com a melhoria em seu ensino.

Em consonância com o PNE, o Ministério da Educação, em 2015, propôs alterações a serem incrementadas nos cursos de licenciatura, descritas no parecer CNE/CP nº2 de 9 de setembro de 2015. O referido documento apresenta dados sobre o nível de escolaridade dos docentes, colhidos nos anos de 2013, que atuam na Educação Básica no Brasil. Destes, 25,2% não possuem formação superior, e apenas 6,1% estão em processo de formação. Sobre a questão docente afirma-se que:

Para avançar, nesse contexto, e tendo em vista a aprovação do PNE, faz-se necessário consolidar políticas e normas nacionais fundamentais para garantir a formação inicial em cursos de licenciatura dos profissionais do magistério da educação básica, bem como a formação continuada. (CNE/CP nº2; 2015; p.13).

Objetivando a melhora da formação docente, o Parecer CNE/CP nº 2 de 9, de setembro de 2015, propõe algumas alterações sobre a estrutura dos cursos de licenciatura. Do qual destacamos a questão da prática docente.

Sobre a prática docente, o Parecer nº 2 de 2015, em consonância com o Decreto nº 6.755, considera que no processo de formação docente, deve haver articulação entre a teoria e a prática, fundamentada tanto nos conhecimentos científicos quanto nos didáticos, de modo que haja a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão. Entendemos que se almeja que a prática docente esteja relacionada às disciplinas teóricas, não só aquelas voltadas para os conhecimentos pedagógicos, mas também no seio das disciplinas de conteúdo específico.

Para escolha do tema de nossa pesquisa, nos debruçamos sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais - DCN para os Cursos de Licenciatura em Matemática, parecer nº CNE/CES 1.302/2001. Destacamos que os conteúdos específicos que devem ser distribuídos ao longo dos cursos são: Cálculo Diferencial e Integral; Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica. Diante desse documento, consideramos que a álgebra compõe a base dos conhecimentos necessários para se desenvolver esses componentes curriculares.

Em razão das Licenciaturas em Matemática terem por objetivo principal formar professores para atuarem na Educação Básica, isso nos levou a procurar por referências sobre a importância do ensino de álgebra nessa fase de estudo. O que provocou a necessidade de pesquisar as orientações fornecidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, tanto para o fundamental II (PCNEF) quanto para o ensino médio (PCNEM) .

O PCNEF de matemática para o Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental (do 6º ao 9º ano) considera a importância do conhecimento matemático, como forma de sistematizar as observações do cotidiano, estabelecendo conexões entre os conhecimentos da matemática com as diversas áreas de estudo para este nível de escolarização. O documento aborda a metodologia de resolução de problemas como uma forma de promover a busca

por estratégias de resolução e de possíveis resultados. Além disso, destaca a necessidade do desenvolvimento de diferentes formas de raciocínio e de processos; O que nos remete a álgebra como forma de organizar o pensamento e de comunicar ideias utilizando inclusive a sua linguagem.

Ainda sobre o documento, verificamos que há uma divisão de conteúdo, classificados em: números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas; tratamento da informação. Encontramos referências entre a álgebra e esses conteúdos na abordagem sobre as grandezas e medidas: “os conteúdos referentes a grandezas e medidas proporcionarão contexto para analisar a interdependência entre grandezas e expressá-la algebricamente.” (BRASIL; 1998; p.52). Sobre o tratamento da informação destaca-se que “Hoje em dia, com o uso cada vez mais comum das planilhas eletrônicas que calculam automaticamente a partir de fórmulas, a necessidade de escrever algebricamente uma sequência de cálculos é maior que tempos atrás.” (BRASIL; 1998; p.118).

No PCNEM, encontramos referência ao estudo dos números e da álgebra e de sua importância, defendendo que nessa fase deva-se:

[...] garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, a descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. (BRASIL, 2000, p.44)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio possuem um volume no qual são apresentadas orientações educacionais complementares (PCN+). Neste documento há referências sobre o ensino de álgebra nessa fase de estudo. Num tópico intitulado ‘temas estruturadores do ensino de matemática’ o primeiro a ser citado trata de: álgebra, números e funções. Sobre a importância desse primeiro tema estruturador, afirma-se que:

[...] Álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (BRASIL, 2002; p.120).

O documento atesta a importância do ensino da álgebra na Educação Básica. O que nos levou a optar por esse campo da matemática para empreendermos nossa pesquisa.

Após essas leituras, verificamos que há necessidade de se formar professores de matemática, em âmbito nacional, que precisam estar preparados para o ensinarem a álgebra na Educação Básica.

1.2. Os Caminhos Percorridos pela Pesquisa

Com a finalidade de problematizarmos o tema de nossa pesquisa, iniciamos uma busca por estudos que abordassem aspectos sobre a formação de professores de matemática relacionada à prática docente.

Com relação à formação de professores que ensinam matemática, o estudo de Fiorentini; Nacarato; Ferreira; Lopes; Freitas; Miskulin (2002) faz um balanço de pesquisas brasileiras sobre o tema. O trabalho analisa cento e doze pesquisas (dissertações e teses) do período de 1978 a 2002. O objeto do estudo voltou-se para a formação do professor ou o desenvolvimento profissional, excluindo pesquisas que procuraram investigar apenas aspectos relacionados à prática ou comportamento docente sem relacioná-las diretamente com a questão da formação ou desenvolvimento profissional.

Sobre a formação inicial do professor, os pesquisadores constataram que os problemas verificados na década de 70, ainda se repetiam até o início dos anos 2000. Dentre eles, que as disciplinas lecionadas na licenciatura estavam desconectadas com a prática profissional; e que na abordagem dada às disciplinas específicas predominavam a concepção de ensino técnico-formal. Enfim, os resultados apontaram que o campo de pesquisa ligado à formação havia sido pouco explorado, e afirma que “A sistematização de conhecimentos produzidos a partir da prática profissional pode trazer contribuições relevantes para uma formação inicial mais articulada com as realidades escolares.” (FIORENTINI et al, 2002, p.159).

Desse modo, acreditamos que seria importante verificar se a partir dos anos 2000 houve alguma alteração em relação ao ensino de matemática nas

licenciaturas, ou seja, se o ensino ainda se dá sob uma concepção técnico-formal. Em nosso caso, a observação deve recair mais especificamente sobre o ensino de álgebra. Outro aspecto relevante está relacionado à prática docente e sua conexão com as disciplinas específicas e pedagógicas. Destacamos do texto a consideração de que a sistematização de conhecimentos produzidos a partir da prática profissional pode contribuir para uma formação inicial mais articulada com as realidades escolares.

Também nessa direção encontramos Tardif (2006) que, em relação à formação docente, critica a ênfase sobre os saberes produzidos na universidade e ministrados de modo disciplinar em relação à prática pedagógica. Destaca ainda, a necessidade de se repensar a formação para o magistério, de modo que ela propicie uma visão da realidade do trabalho docente considerando também as tensões e dilemas que envolvem as práticas pedagógicas na escola.

Sobre aspectos relacionados à prática profissional, destacamos trabalhos que discutem a influência das concepções na prática docente. Iniciamos nossas leituras por Thompson (1997)³, por ser uma das pesquisas pioneiras sobre o assunto. A pesquisa tem por objetivo investigar concepções de matemática de professores que atuam na educação básica por meio da observação de sua prática. A investigação procura responder as seguintes questões: se o comportamento docente é influenciado por suas concepções e se crenças, pontos de vista e preferências professadas pelos professores a respeito da matemática e de seu ensino refletem em sua prática pedagógica. Em suas conclusões, Thompson (1997), destaca que para que se tenha uma melhora na qualidade do ensino de matemática, é preciso iniciar pela compreensão das concepções sustentadas pelos docentes, pois os pontos de vista, as crenças e as preferências sobre o conteúdo de ensino, influenciam suas práticas.

Clamando por outras pesquisas que abordem o tema, a pesquisadora afirma que:

³ O estudo de Thompson, sobre concepções docentes é do ano de 1984. Porém, estamos utilizando a tradução desse texto, publicada em 1997 pela revista Zetetikè, conforme descrito nas referências bibliográficas.

Quanto mais é aprendido sobre as concepções da matemática e do ensino de matemática do professor, mais se torna importante entender como estas concepções são formadas e modificadas. Somente então, as descobertas estarão disponíveis para aqueles envolvidos na preparação profissional de professores, tentando melhorar a qualidade da educação matemática em sala de aula. (THOMPSON; 1997; p.41).

A pesquisa afirma que as concepções influenciam a prática docente. Portanto, a compreensão de como essas concepções se constituem e se sustentam e se modificam são resultados importantes para aqueles que trabalham com a formação de professores, seja ela inicial ou continuada. Pelo exposto, entendemos que para a pesquisadora o termo concepções de professores, englobam os significados de visões, crenças e preferências docentes e desempenham um papel em sua prática que pode ser até inconsciente.

Ainda sobre as concepções docentes, destacamos o estudo de Ponte (1992) cujo objetivo era discutir concepções de matemática e suas relações com o conhecimento e com as crenças. Para o autor, as concepções são de natureza cognitiva e desempenham um papel fundamental nas ações de um indivíduo, pois orientam atitudes e escolhas, podendo até bloquear algumas percepções sobre novas realidades, limitando a capacidade de atuação e compreensão. Além disso, afirma que o processo de formação de nossas concepções ocorre simultaneamente de modo individual e social, pelas nossas experiências, e pela interação entre as experiências individuais com as dos outros.

O estudo aborda concepções de matemática e de seu ensino, e apresenta a questão da consistência entre as concepções e a prática docente. Ele considera que em um indivíduo, num determinado domínio, deve-se observar se esse sistema conceitual é consistente. Isso acontece quando concepções e práticas se inter-relacionam e interagem de modo a possibilitar que uma pessoa as modifique quando percebe uma incoerência. Desse modo, se existirem concepções e práticas contraditórias, elas serão consideradas isoladas entre si, mas se uma pessoa consegue modifica-las, tanto em pensamento quanto em ato, buscando evitar incoerências, considera-se que elas estejam integradas. O autor afirma que há casos tanto de consistência como de inconsistências entre as concepções e a prática. O equilíbrio para os casos de inconsistências pode ocorrer por reflexão, quando são necessárias uma reflexão e a intervenção de

elementos teóricos para que haja a mudança. Os processos de mudanças podem ocorrer por vivências pessoais intensas, ou com experiências em grupo como na participação de programas altamente motivadores.

Quanto à questão metodológica, Ponte (1992) afirma que devido à dificuldade das pessoas em expor seus pontos de vista e de expressar as suas concepções, é necessária uma abordagem especialmente imaginativa, propondo tarefas com situações e questões indiretas, mas que revelem concepções. É preciso ainda, uma análise documental, para cruzar cuidadosamente as informações obtidas.

Destacamos que para Ponte (1992), as concepções são de natureza cognitiva e se diferenciam de crenças, visões e preferências. Portanto, difere da compreensão de Thompson (1997). Além disso, o autor destaca que às concepções estão relacionadas com a prática docente e que pode haver incoerências entre elas.

Os estudos de Thompson (1997) e de Ponte (1992) indicam que as concepções docentes relacionadas à matemática, influenciam a sua prática, sendo que quanto mais conhecermos sobre concepções, como se constituem e se modificam, maior será a contribuição para a melhoria do ensino de matemática, portanto de acordo com o objetivo desta pesquisa.

Manrique e André (2008) apresentam uma investigação cujo objetivo foi acompanhar um processo de formação de professores, com a intenção de focalizar as situações vivenciadas pelos docentes. As autoras afirmam que há um grande número de pesquisas sobre formação inicial ou continuada de professores, mas que não há muitos trabalhos que relacionam a formação docente com os conhecimentos específicos de uma determinada área: “[...] mais raros ainda os que estudam as relações do docente com conhecimentos de sua área específica.” (idem; p.133). A pesquisa volta-se para as concepções docentes sobre a geometria. Nas considerações finais a pesquisadora salienta a importância das relações vividas no processo de ensino aprendizagem na formação inicial do professor. Destacamos que Manrique; André (2008) afirma que

há poucos estudos abordando áreas específicas da matemática, no tocante à formação docente.

Mondini e Bicudo (2010) tem por objetivo investigar “Como os professores dessa disciplina, nos cursos de Licenciatura em Matemática, concebem a presença da Álgebra na formação de professores de matemática?” (MONDINI; BICUDO; 2010; p.44). Para tanto, empreenderam uma pesquisa com professores de álgebra de cursos de Licenciatura em Matemática, na região de Porto Alegre – RS.

A pesquisa realizou uma entrevista com professores de álgebra que atuavam em cursos de Licenciatura em Matemática nessa região. A única pergunta formulada à priori era feita inicialmente, e indagava o seguinte: “Qual a relevância da álgebra para formação de professores de matemática?” (MONDINI; BICUDO; 2010; p.45). As autoras relataram que os professores ao responderem a pergunta abordaram aspectos relacionados às concepções de álgebra, focando dois aspectos “destacando a sua existência no curso de licenciatura e outra dizendo o que é a Álgebra e para que(m) serve.” (idem; p.46).

As pesquisadoras ressaltam que não tinham a intenção de abordar as concepções de álgebra quando estruturam as entrevistas. Porém, a partir da análise do sentido e do significado do material colhido nas entrevistas, o que fora dito apresentou-se “como concepções reveladoras do modo pelo qual os professores entendem a álgebra, bem como sua importância em cursos de Licenciatura em Matemática.” (MONDINI; BICUDO; 2010; p.47). As autoras revelaram que encontraram concepções, que foram classificadas segundo Lins e Gimenez (2006), como: *letristas* cuja atividade algébrica é descrita como fazer ou usar álgebra; *facilitadora* que defende a criação de atividades com o objetivo de amenizar os problemas encontrados no ensino da álgebra; *modelagem matemática* que trabalha com a resolução de problemas.

Nas considerações finais, as pesquisadoras sinalizam para a necessidade de outras investigações que busquem perspectivas relacionadas à formação docente e ao ensino da álgebra em Cursos de Licenciatura em Matemática.

Sobre as pesquisas relacionadas à álgebra e seu ensino, Artigue; Assude; Grugeon; Lefant (2004) ressaltam a importância desse conhecimento no desenvolvimento matemático de alunos da Educação Básica. Porém, alertam que para muitos a álgebra é um domínio de difícil compreensão e, em consequência dessas dificuldades, se tem investigado o problema de seu ensino e aprendizagem, em uma diversidade de abordagens e contextos. Ressaltam-se, ainda, que embora haja essa diversidade, essas pesquisas têm apresentado resultados coerentes entre si. Esse fato nos leva a crer que ao compararmos resultados de diferentes pesquisas sobre o ensino de álgebra encontraremos resultados consistentes.

Considerando o exposto até o momento, nosso objetivo foi realizar uma pesquisa, em teses brasileiras, buscando concepções de álgebra e sua relação com a prática docente, em cursos de Licenciatura em Matemática.

Algumas questões podem contribuir para uma melhor clareza de nosso objetivo de pesquisa. Interessa-nos observar:

- ✓ Quais concepções de álgebra e de seu ensino são apresentadas nessas teses?
- ✓ Quais aspectos da prática docente são abordados? Como eles se relacionam com o ensino da álgebra?

A pesquisa está inserida no *Grupo de Pesquisa Professor de Matemática: Formação, Profissão, Saberes e Trabalho Docente*, no projeto de *Pesquisas documentais relativas a articulações das matemáticas: conhecimentos do professor e influências na Educação Básica*. Acreditamos que a presente pesquisa pode colaborar com o grupo na qual se insere.

Para atingir nosso objetivo, no Capítulo 2, discorreremos sobre a escolha da metodologia de pesquisa, e descreveremos os procedimentos metodológicos. Em seguida apresentamos o nosso entendimento sobre a noção de concepção. Ainda neste capítulo apresentamos os referenciais teóricos, as categorias de análise formuladas a partir desse referencial.

No Capítulo 3, justificamos a inclusão de cada uma das pesquisas em nosso trabalho e, descrevemos cada uma delas para posteriormente realizarmos o emparelhamento entre os excertos retirados das pesquisas selecionadas e as nossas categorias de análise.

No Capítulo 4, retomamos as categorias formuladas e o conteúdo relacionado, segundo nossa interpretação, para cada uma delas.

No Capítulo 5, procuramos responder as questões formuladas para esta tese e apresentamos nossas considerações finais. Além disso, propomos questões para outras pesquisas, relacionadas às limitações de nosso trabalho.

Finalmente, relacionamos as referências bibliográficas nas quais nos embasamos.

Em anexo estão os fichamentos das pesquisas analisadas.

Capítulo II

AS ESCOLHAS METODOLÓGICAS E OS REFERENCIAIS TEÓRICOS

2.1. As Escolhas Metodológicas

A pesquisa é do tipo qualitativa e bibliográfica. Realizamos uma revisão sistemática de pesquisas relacionadas com nossa temática de investigação, com o intuito de produzir novos resultados. O intuito é produzir resultados, além dos destacados pelas próprias pesquisas analisadas, observando concepções sobre a álgebra, empregando referenciais teóricos com potencial para as análises.

Essa escolha se deu, considerando Ponte (1992) que ressalta a dificuldade de se captar as concepções docentes que não são expressas com facilidade. O estudo indica também que é necessária uma análise documental cuidadosa.

Destacamos a pesquisa de Maranhão (2009), que realiza um estudo sobre conhecimento de *relações de ordem no tempo*. A autora utilizou como fonte de pesquisa dissertações de mestrado no tema e as publicações relacionadas a elas. Nesta pesquisa, pretendia-se verificar como as ideias expostas em cada texto se relacionavam com posições gerais, evidenciadas em outras fontes. Segundo a autora:

Essa fase permitiu: situar as ideias dos autores em relação às orientações teóricas existentes; buscar a compreensão interpretativa dos pensamentos expostos, exibindo justificativas das posições de cada autor, tornando-as mais coerentes dentro de uma estrutura rigorosa e, também, permitiu associar ideias expostas nos textos, identificando as semelhantes, que eventualmente tenham recebido abordagem diversa. (MARANHÃO; 2009; p.256).

Nessa orientação metodológica, a identificação gera comparação entre ideias afins, que nesse estudo recaiu sobre os aspectos teóricos. Ela ressalta que devido à utilização crescente de abordagens investigativas esse tipo de estudo torna-se útil a pesquisadores e professores.

2.1.1. Os procedimentos metodológicos

Para perseguir o objetivo desta tese, realizamos uma busca no banco de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, utilizando a expressão *licenciatura em matemática* e, em seguida, refinamos a busca usando a conjunção dos termos *licenciatura em matemática* e *álgebra*. Buscamos as teses que apresentaram a conjunção desses dois termos em seus trabalhos, pois uma seleção por conteúdos seria inviável. Baseamos essa afirmação em Lins; Gimenez (2006) que abordam aspectos relacionados à álgebra. A obra inicia alertando que não há um consenso a respeito do que seja álgebra, pois “há um certo consenso a respeito do que são coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da álgebra?” (LINS; GIMENEZ; 2006; p.89). Ainda sobre a questão, os autores afirmam que se houvesse um consenso construído com base em conteúdos, isso deixaria na dúvida se há outros tópicos que deveriam figurar nesta lista dificultando também a organização de um currículo. Por esse motivo, decidimos incluir apenas as pesquisas que apresentavam, em seu texto, os termos que utilizamos em nossas buscas.

Iniciamos nossa busca no ano de 2000, embora nossa pesquisa tenha propósitos diferentes de Fiorentini et al (2000), observamos se o ensino de álgebra continua sob uma perspectiva técnico-formal, como afirma a pesquisa citada. Em uma primeira busca iniciamos pelo ano de 2000 até 2010. Após a atualização do *site* empreendemos uma segunda busca até 2013.

Nesse levantamento encontramos um total de noventa e três teses relacionadas à *Licenciatura em Matemática* e sete com a conjunção dos termos *Licenciatura em Matemática e Álgebra*.

2.1.2. A relação das teses selecionadas

Apresentamos no quadro 1 a relação das teses selecionadas para análise, após as buscas no banco de teses da Capes, com a conjunção dos termos *Licenciatura em Matemática* e *Álgebra*. Nesse quadro, informamos o ano de

defesa, o nome do autor, o título e a instituição de ensino superior que denominamos por IES. Organizamos essas pesquisas por ordem crescente pelo ano de defesa.

Quadro 1: : relação das sete teses encontradas com a conjunção dos termos Licenciatura em Matemática e Álgebra

Busca	Ano	Nome do autor	Título	IES
1º	2003	MELO, Gilberto Francisco Alves de	A formação inicial e a iniciação científica: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar.	UNICAMP
1º	2006	MARIANI, Rita de Cássia Pistoia	Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo.	PUC/SP
1º	2007	FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho	Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em matemática.	PUC/SP
1º	2007	RESENDE, Marilene Ribeiro	Re-significando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura.	PUC/SP
1º	2008	SOUSA, Vera Helena Giusti	O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica.	PUC/SP
1º	2009	LEIVAS, José Carlos Pinto	Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática.	UFPR
2º	2012	PROENÇA, Marcelo Carlos de	A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio supervisionado.	UNESP

Fonte: Banco de teses da CAPES

Após a primeira busca, realizamos análises preliminares nos resumos dessas pesquisas e apresentamos o resultado em um artigo no VII – Encontro Paraibano de Educação Matemática - EPEBEM, em 2012, intitulado *O Ensino da Álgebra na Licenciatura em Matemática: Análises preliminares de resultados de pesquisas*. Esses resultados, publicados por Veiga; Maranhão (2012) nos motivou a debruçar sobre as teses por completo, possibilitando uma investigação mais aprofundada, como exige nossa metodologia.

Após submetermos nossa pesquisa à banca de qualificação, foi sugerida a análise e possível inclusão de outras quatro teses de doutorado, que não encontramos na busca no repositório de teses da CAPES. O quadro 2 apresenta a relação das teses sugeridas.

Quadro 2: relação das quatro teses sugeridas pela banca de qualificação

Ano	Nome do autor	Título	IES
2006	SOUZA, Cristiane Fernandes de	Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos	UFRN
2010	PONTES, Mércia de Oliveira	Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros	UFRN
2011	JUNIOR, Dejahyr Lopes	Práticas pedagógicas desenvolvidas no ensino de função: uma abordagem antropológica	UFMS
2012	TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães	Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para exploração de problemas de contagem no ensino	UNIAM

Fonte: A Autora desta pesquisa

A primeira tese sugerida foi Souza (2006) que tem por objetivo desenvolver um estudo que aborda a escrita e manipulação algébrica de fórmulas para o cálculo do perímetro e da área de figuras geométricas. As atividades foram aplicadas em alunos da 8ª série do ensino fundamental. Decidimos por não incluir a

pesquisa, pois embora ela esteja relacionada à álgebra não fora aplicada em nenhum Curso de Licenciatura em Matemática.

A segunda tese sugerida foi Pontes (2010) que tem por objetivo central abordar as justificativas e abordagens relacionadas à multiplicação entre números inteiros. A pesquisa foi aplicada em três diferentes grupos de estudantes, sendo: 20 do ensino fundamental, 09 do ensino médio e 16 da graduação. A pesquisa está relacionada à aritmética, e nós, assim como Lins e Gimenez (2006), consideramos que a diferença entre a aritmética e a álgebra é apenas de tratamento. Procuramos então identificar os cursos de origem dos 16 estudantes da graduação. Na descrição da composição dos alunos de graduação que participaram da pesquisa, Pontes (2010) afirma que o grupo fora composto por alunos de 11 cursos diferentes, dentre os quais alunos da Licenciatura em Matemática. Assim, esse estudo está relacionado à Licenciatura em Matemática e a Álgebra, atendendo aos critérios da busca, portanto decidimos incluí-lo em nossas análises.

A terceira tese sugerida foi Junior (2011) que tem por objetivo realizar uma análise e a discussão sobre as práticas pedagógicas desenvolvidas por professores de matemática ao longo do processo de introdução do conceito de função. A pesquisa foi desenvolvida utilizando a metodologia de pesquisa em ação com professores com a troca de experiências entre docentes da rede pública de ensino de Campo Grande – MS. Decidimos por não incluir a pesquisa, pois embora ela esteja relacionada à álgebra não fora aplicada em alunos da Licenciatura em Matemática.

A quarta tese sugerida foi Teixeira (2012) que tem por objetivo investigar os conhecimentos necessários para que o professor possa desenvolver em suas aulas noções de problemas que envolvam contagem. Para perseguir seu objetivo ele observou um grupo de professores de matemática da Educação Básica, num curso de formação continuada. Embora a tese pudesse ser incluída em nossa pesquisa no tocante à temática, não iremos incluí-la por não ter sido aplicada na Licenciatura em Matemática, que é o primeiro quesito de nossa busca.

2.1.3. A metodologia escolhida para elaboração das categorias de análise

Primeiramente, realizamos a leitura e o fichamento⁴ das teses selecionadas, destacando os seguintes itens: título; autora ou autor; instituição; ano da defesa; número de páginas; orientadora ou orientador; palavras-chave; resumo; objetivo; metodologia e/ou procedimentos metodológicos; fundamentação teórica ou referencial teórico; conclusões; sugestões de ensino ou de pesquisa e referenciais bibliográficos. Após esse primeiro contato com as teses, procuramos por referenciais teóricos que fossem empáticos as pesquisas para procedermos com o recorte do conteúdo e criação de categorias de análise.

Para definição das categorias de análise e seleção do conteúdo a ser analisado nos baseamos em Laville; Dionne (1999). Os autores enfatizam que mesmo após a seleção do material a ser analisado ele continua bruto, impedindo de se perceber tendências e chegar a conclusões. Assim, devem-se realizar duas operações: elaboração de uma grade de categorias de análise e recorte do conteúdo. Segundo os autores, não há uma ordem fixa a ser seguida entre essas operações, de modo que:

as duas operações de escolha das categorias e de recorte dos conteúdos são conduzidas de maneira paralela e se enriquecem mutuamente; os conteúdos sugerem novas categorias, que levam, por sua vez, a uma leitura mais profunda do discurso. (LAVILLE; DIONNE; 1999; p.216).

A partir da operação de recorte de conteúdo, constituem-se os elementos de conteúdo, que ao serem organizados por sentido, que constituem as unidades de análise. O termo unidade está entendido aqui como unidade de sentido. Essas unidades foram comparadas por emparelhamento às categorias de análise.

As categorias de análise devem ser elaboradas de modo a organizar os elementos do conteúdo agrupados por sentido ou parentesco. A análise “consiste em desmontar a estrutura e os elementos do conteúdo para se esclarecer suas

⁴ Os fichamentos se encontram nos anexos.

diferentes características e extrair sua significação” (LAVILLE; DIONNE; 1999; p.214).

Consideramos como tema de interesse as concepções de álgebra e de seu ensino. Além disso, desejamos observar as relações entre essas concepções e à prática docente. Esse tema norteou o recorte do conteúdo e está em consonância com o nosso objetivo de pesquisa.

A elaboração das categorias de análise e o recorte de conteúdo pode se dar, segundo Laville e Dionne (1999), de três modos diferentes. O primeiro é denominado de *modelo aberto* no qual não se fixa as categorias a priori, mas sim no decorrer da análise. O segundo é o *modelo fechado* no qual as categorias são definidas à priori, apoiado em um ponto de vista teórico. O terceiro e último é o *modelo misto*, que se situa entre os dois primeiros. Utilizamos o modelo misto para elaboração de nossas categorias.

No modelo misto, a grade de categorias, deve ser definida a priori, porém, permite readequá-la no decorrer do processo. Procedemos agrupando inicialmente os elementos de conteúdo formando às unidades de conteúdo, relacionando-as às categorias pré-estabelecidas. Caso haja elementos que consideremos significativos, mas que não se encaixem nas categorias já definidas pode-se ampliar a grade de modo a não excluir elementos que sejam importantes para as análises. Podemos ainda, excluir alguma categoria que fora elaborada à priori, mas que se mostre irrelevante para o estudo após a atenta leitura do conteúdo. Desse modo, nos permitimos levar em consideração elementos que se mostrem significativos.

Realizamos uma análise qualitativa desse material, pois esse tipo de análise permite ao pesquisador conservar as peculiaridades dos dados, que poderiam ser perdidas se fossem tratados de modo quantitativo. Isso não significa que os procedimentos foram aleatórios e subjetivos, pelo contrário, a análise deu-se de modo estruturado, rigoroso e sistemático. Ressaltamos que:

[...] a objetividade se apresentará sempre como uma busca constante que tem a ver com a transparência do procedimento, o esforço de objetivação pelo qual são explicitadas e justificadas cada uma das etapas transpostas, cada uma das decisões tomadas. (LAVILLE; DIONE; 1998; P.227).

A análise foi realizada por emparelhamento, pois relacionamos os elementos de conteúdo, que são excertos das teses, com as categorias de análise. A seleção das teorias na qual apoiamos a análise são aspectos fundamentais para esse tipo de estudo. Desse modo, a comparação se tornou um instrumento de classificação e de interpretação dessas unidades.

As operações seguirão a seguinte ordem:

1. Fichamento das teses selecionadas;
2. Criação da grade de categorias de análise apoiada no referencial teórico;
3. Recorte do conteúdo e organização dos elementos em unidades de análise;
4. Emparelhamento entre os elementos e as categorias de análise;
5. Revisão das categorias de análise, que podem ser ampliadas ou suprimidas;
6. Reorganização dos elementos restantes em unidades de conteúdo;
7. Emparelhamento entre as unidades de conteúdo restantes e as novas categorias de análise;
8. Conclusão sobre os resultados apurados nas operações descritas.

O fichamento das teses realizados à priori proporcionou um sentido para criação inicial das categorias. Na revisão destas, algumas foram suprimidas e outras agrupadas. Dione e Laville (1999) afirmam que as categorias devem ser definidas de modo que se saiba claramente em qual delas uma unidade de análise deve ser alocada, de modo que as categorias sejam mutuamente exclusivas.

2.2. Os Referenciais Teóricos

Selecionamos como referenciais teóricos conceitos e reflexões contidos em obras relacionadas com a prática docente e concepções de álgebra, tendo como objetivo a formulação de categorias de análise.

Primeiramente, destacamos Artigue (1990) que discorre sobre concepções relacionadas à matemática, destacando seus aspectos globais e locais.

Em seguida, apresentamos algumas das reflexões de Fiorentini; Souza; Melo (1998) que abordam à formação e a prática docente, relacionada ao professor de matemática. Os autores tratam de questões sobre o conhecimento, os saberes e a prática docente.

Ainda, incluímos Fiorentini; Miorim; Miguel (1993) que discorrem sobre aspectos do desenvolvimento da Álgebra através dos tempos, questões relacionadas às concepções sobre a álgebra e de seu ensino.

Finalmente, Artigue et al (2004) discute o ensino e a aprendizagem de álgebra e apresentam resultados de pesquisas que tratam da formação inicial de professores, observados em sua prática de ensino em álgebra. Consideramos o texto pertinente para nossas análises, pois trata de formação inicial de professores de matemática, com foco na prática docente em álgebra.

2.2.1.O significado da palavra concepção nas pesquisas sobre ensino e aprendizagem

Nossa pesquisa pretendeu buscar, em teses brasileiras, concepções de álgebra e de seu ensino e sua relação com a prática docente, portanto devemos declarar qual o nosso entendimento sobre o termo *Concepções*.

Almouloud (2007) tem por objetivo discorrer sobre os fundamentos da didática da matemática baseado em pesquisas da escola francesa. O autor afirma que: “a palavra *concepção* foi utilizada por muitos anos nas pesquisas sobre aprendizagem e o ensino da matemática, mas nem sempre foi claramente definida.” (ALMOULOUD; 2007; P.153).

Em Thompson (1997) o foco principal recai sobre as concepções de matemática e de seu ensino, por meio da observação da prática de professores da Educação Básica. Sobre as concepções de ensino da matemática, ele afirma que:

Há uma forte razão para acreditar que em matemática, as concepções dos professores [suas crenças, visões e preferências] sobre o conteúdo e seu ensino desempenham um papel importante no que se refere à sua eficiência como mediadores primários entre o conteúdo e os alunos. Ainda muito pouco é conhecido sobre o papel que estas concepções

podem exercer na formação das características da prática pedagógica dos professores (THOMPSON; 1997; p.12).

Pelo exposto, entendemos que para a pesquisadora o termo concepções de professores, se assemelha ao de visões, crenças e preferências docentes que desempenham um papel em sua prática que pode ser até inconsciente. Para nós, assim como para Thompson (1997), as concepções influenciam a prática docente. Porém, diferentemente da autora, acreditamos que as concepções têm um caráter cognitivo enquanto que as visões, crenças e preferências são mais subjetivas.

Ponte (1992) também aborda a questão das concepções de professores de matemática em processos de formação. Considera que as concepções influenciam o pensamento e a ação docente em sua prática, agindo sobre a organização de seu conhecimento, a visão de mundo e suas formas de pensamento. Além disso, destaca que:

As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão. (PONTE; 1992; p.1).

Destacamos que concordamos com Ponte (1992) sobre as considerações de que as concepções influenciam a prática docente, são de natureza cognitiva e podem também ser um agente bloqueador sobre nossa compreensão e conseqüentemente sobre nossas ações.

Embora nos identifiquemos com Ponte (1992) nos aspectos destacados, para podermos empreender uma análise sobre as concepções nas teses selecionadas, sentimos a necessidade de buscar outros aspectos relacionados ao entendimento sobre o termo concepções. Para atender a essa necessidade, destacamos Artigue (1990) que aborda a noção de concepção, detalhando seu entendimento. A autora afirma que em Educação Matemática, na perspectiva do pesquisador, a noção de concepção contribui com os seguintes aspectos:

- ✓ Evidenciar a pluralidade dos pontos de vista sobre um mesmo objeto matemático, diferenciar as representações e os modos de tratamento que lhe são associadas, evidenciar a adequação para a resolução de uma ou de outra classe de problemas.
- ✓ Contribuir com o educador matemático a questionar a eficiência da comunicação didática veiculada pelos modelos empiristas da

aprendizagem, de modo a permitir diferenciar o saber que o professor quer transmitir dos conhecimentos que são efetivamente construídos pelo aluno.⁵ (ARTIGUE; 1990; P.265). (Tradução nossa)

Em seu trabalho Artigue (1990) atribui ao termo concepções, dois significados semânticos distintos: a 'concepção local' e a 'concepção global'. Em seu entendimento a concepção local está associada a um determinado objeto matemático e sua relação com as diferentes possibilidades na resolução de problemas que envolvem esse objeto. Essas concepções atuam como ferramenta para a análise do próprio saber e também para a análise do conhecimento do aluno sobre esse saber, pois ao professor o interesse recai sobre a articulação entre a concepção em uma determinada situação aprendizagem. Por outro lado, a concepção está relacionada ao sujeito e perde seu caráter local. Com efeito, a multiplicidade de concepções possíveis não aparece como um tratado de um saber específico, mas como a manifestação da multiplicidade de concepções possíveis de um mesmo sujeito no decorrer do tempo. Nesse tipo de situação a pesquisadora considera que a concepção apresenta um aspecto global, pois leva em conta a totalidade da estrutura do sujeito num dado momento, como o conceito leva em conta a totalidade do conhecimento sobre o objeto matemático.

Artigue (1990) alerta que para o pesquisador sobre o ensino aprendizagem em matemática, numa determinada situação didática é mais eficaz a análise das concepções locais de estudantes sobre um determinado saber matemático.

A luz das definições de Thompson (1997); Ponte (1992); Artigue (1990) refinamos a nossa compreensão sobre o termo concepções.

Consideramos que as concepções são de natureza cognitiva e diferem das crenças, visões e preferências que têm um caráter não racional. As concepções estão relacionadas à questão do conhecimento e influenciam o pensamento e a

⁵ - mettre en évidence la pluralité des points de vue possibles sur un même objet mathématique, différencier les représentations et modes de traitement qui lui sont associés, mettre en évidence leur adaptation plus ou moins bonne à la résolution de telle ou telle classe de problèmes,

- aider le didacticien à lutter contre l'illusion de transparence de la communication didactique véhiculée par les modèles empiristes de l'apprentissage, en lui permettant de différencier les effectivement construites par l'élève. (ARTIGUE; 1990; P.265).

prática docente de modo consciente ou não. Inferimos que elas podem ser modificadas por meio da reflexão motivadas por experiências individuais ou em grupo. Como pretendemos detectar concepções de álgebra e de seu ensino em teses brasileiras, observaremos concepções locais sobre determinados objetos matemáticos relacionados à álgebra. Essas concepções locais podem ser agrupadas para destacar concepções globais, pois nos interessa a pluralidade dos pontos de vista que foram abordados sobre um determinado objeto matemático e as questões relacionadas a seu ensino, desse modo entendemos ser pertinente desvelar concepções globais e locais sobre a prática docente; a álgebra e seu ensino.

2.2.2. Características do saber docente

Fiorentini, Souza e Melo (1998), têm por objetivo discutir características do saber docente e sua relação com a prática profissional. Para tanto, elaboram a seguinte questão: “Quais são os saberes docentes e como estes se caracterizam e podem ser apropriados/produzidos pelo professor através da prática pedagógica reflexiva e investigativa?” (FIORENTINI; SOUZA; MELO; 1998; p.309).

O texto diferencia o significado dos termos: *saber* e *conhecimento*. Porém, não atribui a essa diferenciação uma rigidez. Desse modo, a palavra *conhecimento* se aproxima mais da produção *científica sistematizada*. O termo *saber* tem uma significação mais dinâmica, articulando o conhecer e o saber, relacionados à prática não possuindo formas rígidas de validação, percebemos que o texto não se prende apenas aos aspectos científicos do conhecimento.

Os autores afirmam que existe uma situação de conflito relacionada ao papel atribuído ao professor da Educação Básica, oscilando entre mero técnico transmissor do conhecimento que é elaborado por especialistas, deixando-o a margem da produção do conhecimento, e por aquele que luta por autonomia intelectual e profissional, com atuação ativa e reflexiva na educação. Daí o texto defende a necessidade de espaço para os professores, de modo que eles sejam convidados a participar das discussões, inovações e elaborações curriculares. Afirma ainda, que o professor, ao não participar dessas discussões, se sente ameaçado pelos conhecimentos produzidos por especialistas e acabam

valorizando os saberes produzidos ao longo de sua prática educativa, tomando-os como referencial de competência.

Para os autores, o saber docente não reside em saber aplicar o conhecimento teórico, mas de transformá-lo em saber complexo, articulado em outro contexto em que ele é trabalhado e afirma que “o saber docente é plural, formado pelo amalgama, mais ou menos coerente, de saberes científicos – oriundos da formação profissional, dos saberes das disciplinas, dos currículos – saberes da experiência. ” (FIORENTINI et al, 1998, p.319). Daí, destacamos algumas de suas perspectivas sobre os saberes docentes e sua prática:

- ✓ Formação inicial de professores que não dissocie a teoria e a prática, a pesquisa e o ensino, o conteúdo específico e o didático. Eixos de formação teórica, que englobe tanto às disciplinas específicas quanto as pedagógicas. A criação de um eixo principal de formação profissional, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica;
- ✓ Professores formando grupos de estudo e pesquisa buscando coletivamente e reflexivamente a superação de suas práticas curriculares;
- ✓ Parcerias formadas por professores universitários que investigam a formação continuada com professores da educação básica, desenvolvendo projetos de pesquisa.

O texto finaliza afirmando que para que o professor possa vivenciar uma prática reflexiva e que deve atender a esses pressupostos.

Embasados em Fiorentini et al (1998), elaboramos duas categorias de análise.

A Categoria 1 (C1) está relacionada à formação teórica e prática do futuro professor de matemática. A ela, pretendemos associar os trechos que nos remeterem a uma defesa sobre o inter-relacionamento entre as disciplinas específicas e as pedagógicas, pois em muitos casos o que se ensina nas disciplinas pedagógicas não se aplica no ensino das disciplinas específicas. Além disso, deve ser apresentada uma intenção de que esse conhecimento seja

utilizado no momento da prática pedagógica, devendo ser incentivado e orientado o licenciando a por em prática esses conhecimentos. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção global. Resumidamente essa categoria:

C1. Defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica.

A Categoria 2 (C2) aborda a realização de pesquisas educacionais e a produção de conhecimento. A ela, pretendemos associar os trechos que evidenciam a intenção de uma aproximação entre o conhecimento produzido na Universidade com professores de todos os níveis de escolarização, de modo que o professor da Educação Básica não seja apenas objeto de estudo, mas possa opinar e ter uma participação efetiva na produção do conhecimento. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção global. Resumidamente essa categoria:

C2. Defende a aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar, com a participação de professores em pesquisas educacionais que considere os saberes docentes e a prática profissional.

2.2.3. Desenvolvimento histórico do pensamento

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) fazem um relato sobre as leituras mais frequentes do desenvolvimento histórico do pensamento matemático, apresentando os diferentes critérios para a análise do desenvolvimento da álgebra através dos tempos, encontrados em livros de história da matemática ou no trabalho de teóricos que estudam o tema. Dessas observações são apresentadas concepções de álgebra que se manifestaram ao longo do tempo para finalmente discorrer sobre concepções de ensino de álgebra situando-as em diferentes épocas, com seus diferentes enfoques. Essa narrativa pretende embasar o leitor sobre o ensino da álgebra no Brasil, com o objetivo de provocar uma reflexão sobre o tema.

Os autores apresentam então, cinco diferentes leituras para o desenvolvimento histórico da Álgebra, quatro diferentes concepções de álgebra e finalmente três diferentes concepções de ensino de álgebra. O texto não pretende fazer uma correspondência biunívoca entre essas concepções, mas evidenciar algumas relações entre elas.

Das cinco leituras históricas sobre o desenvolvimento da álgebra, a primeira considera como o início da álgebra a tomada de consciência das estruturas algébricas. Divide a álgebra em elementar ou clássica e a partir do estudo das estruturas classifica-a como álgebra moderna.

A segunda leitura considera as manifestações de álgebra ao longo da história, com a contribuição de diferentes povos, como: os egípcios, babilônicos, gregos, hindus, árabes e os demais povos ao longo do tempo.

A terceira considera as fases evolutivas da linguagem algébrica, distinguindo os diferentes tipos de linguagem sendo a primeira a retórica ou verbal quando os problemas eram escritos sem a utilização de qualquer símbolo, a segunda a sincopada quando se introduz a utilização de alguns símbolos na escrita matemática e finalmente a simbólica quando ela passa a ser escrita só por meio de símbolos.

A quarta leitura considera também a linguagem, mas voltando-se para a sua significação. Desse modo, diferencia dois períodos: um anterior e outro posterior a Viète, pois este foi o primeiro a utilizar essa diferenciação com letras de modo que representassem coeficientes numéricos, além das letras já utilizadas para representar variáveis.

E finalmente a quinta e última leitura, fundamentada no critério dos diferentes tipos de resolução de equações algébricas. Desse modo, classifica como intra-operacional o período no qual se procurava uma solução para cada tipo de equação, num processo praticamente empírico. O período interoperacional corresponde à busca de soluções de equações trocando uma equação cuja resolução não se conhecia por outra semelhante na qual se conhecia o processo

de resolução. O trans-operacional que corresponde à percepção de estruturas na resolução de equações.

Das quatro diferentes concepções de álgebra, a primeira concepção considerada foi nomeada como *processológica*. Essa concepção encara a álgebra como um conjunto de procedimentos específicos para abordar certos tipos de problemas. Esses procedimentos consistem em técnicas algorítmicas que se aplicam na resolução de problemas. Essa concepção não é especificamente linguística, pois não relaciona o pensamento algébrico a uma linguagem específica, portanto se assemelha a segunda leitura histórica do desenvolvimento da Álgebra que considera como tal os diferentes procedimentos de resolução como álgebra, incluindo a matemática egípcia, babilônica, grega, hindu, árabe, dentre outras.

A segunda concepção de álgebra considerada foi nomeada como *linguístico-estilística*, ela encara a Álgebra como uma linguagem específica, criada artificialmente com o propósito de expressar concisamente procedimentos específicos de resolução de problemas. Dessa maneira, cria uma distinção entre a forma de pensamento e a forma de expressão desse pensamento, pois considera a linguagem natural como um obstáculo, desejando uma ruptura com essa expressão primitiva utilizando-se de uma nova linguagem que permita desenvolver essa forma de pensamento, e, portanto se assemelha a terceira leitura histórica do desenvolvimento da álgebra que considera as fases evolutivas da linguagem a retórica (linguagem natural), a sincopada na qual já se utiliza símbolos para facilitar a escrita, e finalmente a simbólica que é o momento que as ideias passam a ser representadas apenas por meio de símbolos.

A terceira concepção de Álgebra foi nomeada como *linguístico-sintático-semântica*, assim como a segunda concepção ela também considera a álgebra como uma linguagem específica e concisa, mas vai além do domínio estilístico. Os autores afirmam que:

[...] a sutil e fundamental distinção entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, e o uso da letra para as genéricas, e o uso da letra para representar genericamente quantidades genéricas, que essa linguagem revela, isto é, sua capacidade de efetuar e expressar transformações

algébricas estritamente simbólicas. (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p.83).

Portanto, consideramos que essa terceira concepção de álgebra se assemelha a quarta leitura da história da matemática, na qual atrela o desenvolvimento da linguagem ao desenvolvimento da álgebra, mas dando importância não apenas a forma de linguagem, mas sim a sua significação.

A quarta concepção de álgebra considerada foi nomeada como *linguística-postulacional*, na qual se concebe a Álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu domínio para todos os campos da matemática, pois considera os símbolos como signos linguísticos o que lhe proporciona um alto grau de abstração e generalidade, como ainda não lhe fora atribuído. Portanto, consideramos que essa quarta concepção de álgebra se assemelha a quinta leitura da história da matemática, em seu período trans-operacional.

Como ressaltamos no início do texto, o autor não pretendeu fazer uma relação biunívoca entre as leituras do desenvolvimento histórico da álgebra com as concepções de álgebra, ou seja, consideramos que alguns entrelaçamentos podem existir entre essas classificações, portanto entendemos que também a primeira leitura histórica, aquela que considera a percepção das estruturas algébricas como marco do surgimento da álgebra próxima dessa quarta concepção.

Finalmente, o texto aborda as concepções de ensino de álgebra. A primeira considerada foi nomeada como *linguístico-pragmática*, na qual o papel pedagógico da álgebra seria o de instrumento para resolução de problemas. Nessa concepção acredita-se que aquisições de técnicas requeridas pelo transformismo algébrico, mesmo que mecanizadas, seriam necessárias e suficientes para que o aluno tivesse a competência de resolver problemas. Para tanto, se criava problemas artificiais para que os alunos utilizassem as técnicas ensinadas.

A segunda concepção considerada foi nomeada como *fundamentalista-estrutural*. Essa concepção é uma consequência da contraposição que o Movimento da Matemática Moderna faz à concepção linguístico-pragmática.

Nessa nova concepção acreditava-se que a partir de uma reorganização dos tópicos algébricos, de modo a anteceder o estudo das expressões algébricas, da fatoração dentre outros, fossem antecidos por tópicos fundamentadores como: conjuntos numéricos, propriedades estruturais e conceitos da Teoria dos Conjuntos, nesta concepção acredita-se que isso facilitaria a compreensão dos conteúdos citados. Esperava-se que o fato de conhecer e justificar as transformações algébricas levaria ao entendimento desses transformismos.

A terceira concepção considerada foi nomeada como *fundamentalista analógica*, que volta a vincular o papel da álgebra como instrumento para resolução de problemas e também a função linguístico-semântica-sintática, numa tentativa de efetuar uma síntese entre as concepções anteriores. Essa concepção defende que uma “álgebra-geométrica” seja superior as demais abordagens, por tornar visível certas identidades algébricas. Ainda, defende-se uma abordagem estruturalmente lógico-formal.

Assim, com a proposta de repensar o ensino de álgebra, os autores afirmam que: “A análise anterior nos coloca diante do fato que repensar o ensino de álgebra implica, de algum modo, repensar a relação que se estabelece entre pensamento e linguagem.” (FIORENTINI, MIGUEL, MIORIM, 1993, p.85). Eles afirmam que embora se tenha acreditado que o pensamento algébrico só se manifesta por meio de sua linguagem específica, que “a linguagem é, pelo menos em princípio, a expressão de um pensamento. Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética [...]” (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM; 1993; p. 85).

Desse modo, utilizamos as considerações de Fiorentini et al (1993) para a criação de categorias, mas acreditamos na necessidade de incluir outros aspectos relacionados às concepções de álgebra que extrapolem o aspecto da linguagem algébrica.

Com base no texto, organizamos cinco categorias para nossas análises.

A Categoria 3 (C3) aborda uma determinada concepção de álgebra denominada de linguístico-estilística. A ela, pretendemos associar os trechos que

relacionam a álgebra à linguagem algébrica em detrimento da forma como esse pensamento se manifesta. Ela considera como insuficiente a existência de um pensamento algébrico, defendendo uma ruptura com a linguagem natural, que considera como um obstáculo ao avanço da álgebra, o que a torna rigorosa. Nesse contexto, entendemos que o termo está sendo usado como um obstáculo que deve ser superado, portanto, o consideramos como um obstáculo didático. Classificamos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção global. Resumidamente essa categoria está relacionada à:

C3. Concepção linguístico-estilística da álgebra que considera a Álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.

A Categoria 4 (C4) aborda uma concepção de álgebra denominada de linguístico-sintático-semântica. A ela, pretendemos associar os trechos que relacionam a álgebra e sua linguagem específica e concisa, que considera a diferença semântica do uso das letras para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, o que lhe confere um poder instrumental. Os aspectos relacionados a essa categoria alistados como uma concepção global. Resumidamente essa categoria está relacionada à:

C4. Concepção linguístico-sintático-semântica da álgebra que considera a significação da linguagem algébrica relaciona o desenvolvimento da linguagem ao desenvolvimento da álgebra.

A Categoria 5 (C5) aborda a concepção de álgebra denominada de linguístico-postulacional. A ela, pretendemos associar os trechos que considerem a álgebra como linguagem simbólica com alto grau de generalização de modo que seus símbolos possam representar não só quantidades como outras entidades matemáticas, que não estão necessariamente relacionadas ao tratamento quantitativo, essa concepção faz com que a álgebra amplie seu campo para todos os ramos da matemática. Associamos os aspectos relacionados a essa categoria

a um tipo de concepção global. Resumidamente essa categoria está relacionada à:

C5. Concepção linguístico-postulacional da álgebra que considera a álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu campo para todos os ramos da matemática, com alto grau de abstração e generalidade.

A Categoria 6 (C6) aborda concepções linguístico-pragmática de ensino de álgebra. A ela, pretendemos associar os trechos que considerem que o aspecto principal do ensino de álgebra é ser utilizado como meio de resolução de problemas, de modo que o ensino de técnicas algébricas seria suficiente para que os alunos pudessem resolver problemas, em sua maioria artificial, criados com o objetivo de utilizar as regras ensinadas. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção global. Resumidamente essa categoria está relacionada à:

C6. Concepção linguístico-pragmática de ensino, considerada a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.

A Categoria 7 (C7) aborda concepções de ensino de álgebra fundamentalista estrutural. A ela, pretendemos associar os trechos que considerarem que o papel pedagógico da álgebra é o de fundamentar os vários campos de estudo da matemática escolar, de modo que seja dada ênfase as propriedades que estruturam as operações de modo a justificar logicamente as regras e técnicas algébricas. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção global. Resumidamente essa categoria está relacionada à:

C7. Concepção fundamentalista estrutural de ensino em que se defende a necessidade do estudo de tópicos fundamentadores antecedendo o estudo das expressões algébricas dentre outros.

A Categoria 8 (C8) aborda concepções de ensino de álgebra fundamentalista-analógica. A ela, pretendemos associar os trechos que

relacionarem o ensino da álgebra que considere novamente seu ensino com a função de resolução de problemas, mas cuja justificativa do transformismo algébrico utiliza recursos analógicos geométricos. Assim, a geometria teria o papel intermediário para que se possa atingir uma forma simbólica mais abstrata. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção global. Resumidamente essa categoria está relacionada à:


C8. Concepção fundamentalista analógica de ensino que concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma “álgebra-geométrica” e abordagem estruturalmente lógico-formal.

2.2.4. Prática docente e o ensino de álgebra

Em busca de outros aspectos relacionados às questões sobre a prática docente e ao ensino de álgebra selecionamos as pesquisas de Artigue, Assude, Grougeon e Lefant (2004). Essas autoras apresentam diferentes aspectos de investigações realizadas nos últimos dez anos pelo seu grupo de pesquisa, sobre o ensino e a aprendizagem em álgebra inclusive sobre a prática docente de professores em formação.

O artigo inicia afirmando que o campo de conhecimento em álgebra pode ser estruturado em torno de duas principais dimensões dependentes entre si: a ferramenta e o objeto. Na dimensão de ferramenta, a dimensão pode ser descrita por meio da capacidade de mobilizar ferramentas próprias da álgebra, a fim de resolver os diferentes tipos de problemas internos ou externos em relação à matemática. Na dimensão objeto, considera-se a estrutura, sendo: as propriedades específicas; as representações semióticas; os modos de tratamento. Daí decorre algumas dimensão e capacidades em lidar com esses objetos e sua interpretação. No quadro 3, essas autoras procuraram ilustrar essas dimensões.

Quadro 3: Dimensões do campo do conhecimento em álgebra

CONHECIMENTO	Dimensões da álgebra	Dimensão	Capacidades
	Objeto	Propriedades específicas; Representações semióticas; Modos de tratamento;	Capacidade de lidar com objetos e sua interpretação;
	Ferramenta	Resolução de problemas: - internos à Matemática; - externos à Matemática;	Capacidade de mobilizar ferramentas para resolver problemas.

Fonte: Artigue et al (2004)

Outro aspecto a ser destacado está relacionado à cultura institucional da álgebra. Segundo Artigue et al (2004), a complexidade da pesquisa neste domínio está ligada ao fato de que a compreensão dos processos de aprendizagem e de ensino em álgebra, mesmo que se restrinja à álgebra abordada na Educação Básica, não exige apenas o entendimento da aprendizagem dos processos cognitivos dos estudantes, mas inclui também a compreensão de como a evolução científica e tecnológica influencia os conhecimentos e a prática necessária para os dias de hoje. Essa cultura é influenciada pelas tradições e restrições locais e pelas necessidades sociais e profissionais, e sobre a cultura dos professores que ensinam a álgebra, que tem seus efeitos na prática docente e sobre a aprendizagem dos alunos.

Esta compreensão inclui o entendimento de como o currículo e os conteúdos programáticos se desenvolvem, o papel desempenhado pelos livros didáticos e por outros recursos didáticos, inclusive aqueles advindos dos recursos relacionados à tecnologia da informação. Para compreender a cultura de uma instituição, podem-se analisar vários materiais, como: currículos; livros nacionais; tarefas de avaliações regionais, análise de cadernos de estudantes de alunos e se for o caso, ferramentas tecnológicas. A cultura institucional permite comparar os tipos de problemas favorecidos por uma determinada instituição; avaliar quais competências em álgebra que são valorizadas no ambiente estudado.

O trabalho também apresenta resultados colhidos em pesquisas que tiveram como objetivo investigar a prática docente de professores em formação no campo da álgebra. Artigue et al (2004) acreditam que só haverá melhorias substanciais no ensino e aprendizagem de álgebra, se for considerada a dimensão do professor.

Acerca da dimensão docente, o trabalho apresenta uma lista de competências profissionais em álgebra elementar e procura descrever esse conhecimento. Para Artigue et al (2004), o desenvolvimento profissional na álgebra é composto por competências específicas para este domínio e de mais dimensões transversais que entrelaçam fortemente em práticas, desse modo elas consideram que a dimensão profissional tem que ser analisada em termos multidimensionais. As pesquisadoras supõem que essas competências influenciam os gestos de diferentes profissionais de uma forma não uniforme e que não pode ser necessariamente explicitada. Consideremos que estas competências profissionais, citadas pelas pesquisadoras, se aproximam do nosso entendimento sobre concepções docentes. Desse modo, consideramos que as competências específicas estão relacionadas à matemática, neste caso a álgebra, e que as competências transversais estão relacionadas aos saberes docentes. Esse trecho nos remete à citação que já fizemos de Fiorentini, Melo e Souza (1998) que afirmam que “o saber docente é plural, formado pelo amalgama, mais ou menos coerente, de saberes científicos – oriundos da formação profissional, dos saberes das disciplinas, dos currículos – saberes da experiência.” (FIORENTINI et al, 1998, p.319).

Artigue et al (2004) procuraram explorar a complexidade das relações entre o conhecimento e competências sobre a álgebra, objetivando pesquisar o conhecimento docente em álgebra e suas possíveis influências em outros determinantes do comportamento dos professores em formação, e evidenciar algumas regularidades que possam ajudar a compreender esse comportamento e melhorar as estratégias de formação. A lista foi estruturada em três dimensões dependentes: a epistemológica, a cognitiva e a didática.

Sobre a dimensão epistemológica, Artigue et al (2004) afirmam que o conhecimento em álgebra está estruturado em torno de algumas características: como de seu desenvolvimento histórico e as dimensões da álgebra como ferramenta ou objeto. Relacionado ao desenvolvimento histórico da álgebra destacam-se as dificuldades do desenvolvimento histórico de seu sistema simbólico; a extensão e a diversidade do domínio da álgebra. O conhecimento desses aspectos pode ajudar a compreender as dificuldades encontradas pelos atuais alunos. Além disso, tais visões epistemológicas sobre álgebra permitem compreender melhor a progressão no conhecimento algébrico organizado pelo currículo, dando condições para discutir a sua pertinência. Sobre a distinção da álgebra como ferramenta ou objeto, a primeira se caracteriza pela álgebra utilizada na resolução de problemas que podem ser internos ou externos à matemática; a segunda está relacionada às propriedades específicas, as representações semióticas e aos modos de tratamento.

A dimensão cognitiva lida com o potencial do conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra. Ela foi dividida em torno de quatro pontos principais ligados a resistentes dificuldades evidenciadas pela investigação didática de aprendizagem, são elas: as relações entre aritmética e álgebra; o sistema simbólico da álgebra; as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; à racionalidade algébrica. Esses pontos foram descritos por Grougeon (1997, apud JEAN, 2000). Desse modo temos que:

- ✓ As relações entre a aritmética e a álgebra esclarecem o significado dado pelo aluno numa determinada resolução seja ela algébrica ou aritmética, possibilitando localizar se este aluno está apoiado na álgebra ou na aritmética.
- ✓ O sistema simbólico da álgebra está relacionado ao modo como o aluno lida com as expressões algébricas, ou seja, observar inclusive se ele utiliza tratamentos incorretos e o modo como estes se apresentam, por exemplo, $x+8 = 8x$.
- ✓ As diferentes representações semióticas permitem identificar as formas que são privilegiadas no tratamento ou na conversão entre os diferentes registros de representação semiótica numa determinada

situação didática. Por exemplo, o aluno prefere utilizar a linguagem algébrica ou a natural ao apresentar a solução de um determinado problema. Destacamos alguns registros de representação semiótica como: o da língua natural; o da linguagem algébrica; as representações gráficas; as representações aritméticas dentre outras.

- ✓ A racionalidade algébrica se refere aos tipos de prova ou de justificativa que podem ser utilizadas em uma determinada situação didática. Por exemplo, se o aluno utiliza a álgebra ou a aritmética para sua justificativa ou prova.

Os conhecimentos relevantes para estas duas primeiras dimensões certamente influenciam a dimensão didática e a organização da matemática que os professores desenvolvem. Mas estes também são moldados pelo conhecimento didático, pelo conhecimento do currículo, das metas algébricas específicas de ensino em um determinado grau, das possibilidades de evolução nas atividades para o ensino de álgebra, das tarefas de avaliação adaptadas e o conhecimento dos recursos.

Assim, Artigue et al (2004) afirmam que o desenvolvimento profissional é considerado como um processo complexo e multidimensional, que envolve mudanças epistemológicas, cognitivas e didáticas.

O quadro 4, apresenta uma síntese desse rol de dimensões dos professores em álgebra elementar, que considera as dimensões epistemológica; cognitiva; didática; no qual são apresentados os principais aspectos relacionados a cada uma dessas dimensões.

Quadro 4: rol de competências em álgebra do professor

Rol de competências de	Dimensão epistemológica	Características do desenvolvimento histórico da álgebra;
		Extensão e diversidade do conhecimento algébrico;
		Distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto;
	Dimensão	As relações entre a aritmética e a álgebra;
		Racionalidade algébrica;

	cognitiva	Sistema simbólico da álgebra;
		Relações entre as representações semióticas;
	Dimensão didática	Conhecimento didático;
		Recursos educacionais;
		Metas algébricas específicas relacionadas ao grau de ensino;
		Possibilidades de evolução nas atividades de ensino;
		As tarefas de avaliação;

Fonte: Artigue et al (2004)

Artigue et al (2004) ressaltam brevemente alguns aspectos que acreditam que possam contribuir com as pesquisas sobre ensino e aprendizagem em álgebra. As autoras ressaltam a diversidade e multidimensionalidade do conhecimento algébrico e evidenciam a necessidade de conhecer o relacionamento pessoal que o estudante tem com a álgebra, detectar o funcionamento de seu pensamento e de suas práticas algébricas, de forma que se possa ajudá-lo a identificar dificuldades resistentes e superá-las, tendo em conta a sua especificidade e cultura. Fazem também uma alerta sobre as restrições curriculares e as relações com álgebra que podem subsistir em uma determinada instituição em um determinado grau. Entender essas restrições impõe ir além de suas características curriculares mais aparentes.

Outro resultado destacado por esse trabalho está relacionado à formação de professores que apresentam dificuldades em identificar os verdadeiros objetivos do ensino de uma pré-álgebra ou álgebra, no nível da série correspondente à sua classe. Além disso, apontam que sobre as dimensões "ferramenta e objeto", esses professores veem principalmente a álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas que podem ser modelados em termos de equações e tendem a enfatizar o trabalho em técnicas algébricas.

Sobre a complexidade das competências exigidas aos professores em álgebra. A pesquisa evidenciou como a epistemologia da álgebra, na cultura atual e até mesmo no sistema educacional, favorece a resistência à mudanças e ao desenvolvimento profissional. A álgebra elementar tende a ser restringida a um

conjunto estereotipado e limitado de problemas que não refletem os valores epistemológicos desse campo matemático. É negado o papel de racionalidade da álgebra, no desenvolvimento matemático dos alunos. Técnicas algébricas são na sua maioria reduzidas a sua parte sintática, transformando a álgebra em um mundo de regras.

Com base no texto, organizamos quatro categorias.

A Categoria 9 (C9) está voltada para as questões culturais relacionadas à álgebra e seu ensino. A ela, associamos as pesquisas que procurem conhecer e compreender o funcionamento de diferentes sistemas institucionais onde a álgebra é ensinada aprendida, de modo que se leve em conta as restrições, tradições e culturas; incluindo a compreensão da cultura dos professores em álgebra e seus efeitos na prática docente. Alguns materiais que podem auxiliar nessa tarefa são: currículos; livros nacionais; tarefas de avaliações regionais, análise de cadernos de estudantes de alunos e se for o caso, ferramentas tecnológicas. A cultura institucional permite comparar os tipos de problemas favorecidos por uma determinada instituição; avaliar quais as dimensões em álgebra é valorizada no ambiente estudado. Classificamos os aspectos relacionados a essa categoria na concepção local da álgebra. Resumidamente essa categoria:

C9. Considera as questões culturais relacionadas à álgebra e ao seu ensino: compara abordagem e tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.

A Categoria 10 (C10) está relacionada à dimensão epistemológica da álgebra. A ela, associamos as pesquisas que considerem características do desenvolvimento histórico da álgebra destacando as dificuldades de seu sistema simbólico e a extensão e diversidade do domínio da álgebra. Outro aspecto está relacionado com a abordagem da álgebra como ferramenta (na resolução de problemas) ou objeto (focando propriedades específicas, as representações semióticas e aos modos de tratamento). Consideremos os aspectos relacionados

a essa categoria como uma concepção local de ensino de álgebra. Resumidamente essa categoria:

C10. Considera a dimensão epistemológica sobre a competência do professor em álgebra, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado à extensão e diversidade do conhecimento algébrico; distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.

A Categoria 11 (C11) está relacionada à dimensão cognitiva do professor em álgebra. A ela, associamos as pesquisas que abordam o conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem nesse campo. Esta dimensão engloba: as relações entre a aritmética e a álgebra, possibilitando localizar se o aluno está apoiado na álgebra ou na aritmética; o sistema simbólico da álgebra que está relacionado ao modo como o aluno lida com as expressões algébricas, incluindo casos de tratamentos errôneos; as diferentes representações semióticas utilizadas numa determinada situação didática, como o da língua natural, o da linguagem algébrica, as representações gráficas, as representações aritméticas dentre outras; a racionalidade algébrica que se refere aos tipos de prova ou de justificativa que podem ser apresentadas em uma determinada situação didática, revelando os conhecimentos que o sujeito mobiliza uma determinada situação. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção local de ensino de álgebra. Resumidamente essa categoria:

C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.

A Categoria 12 (C12) está relacionada à dimensão didática do professor em álgebra. A ela associamos as pesquisas considerem o conhecimento didático; pelo conhecimento do currículo; das metas algébricas específicas de ensino em um determinado grau; das possibilidades de evolução nas atividades para o ensino de álgebra; das tarefas de avaliação; do conhecimento de recursos

didáticos incluindo diversos materiais como livros, softwares, dentre outros; da utilização de metodologias adequadas visando à melhora na aprendizagem. Consideremos os aspectos relacionados a essa categoria como uma concepção local de ensino de álgebra. Resumidamente essa categoria:

C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Resumo das categorias de análise

Apresentamos um resumo das categorias de análise, elaboradas de acordo com nosso quadro teórico. Elaboramos 12 categorias que estão de acordo com Fiorentini, Melo e Souza (1998) que destacamos em amarelo, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) que destacamos em azul e Artigue, Assude, Grougeon e Lefant que destacamos em verde. A utilização das cores para destacar a denominação das categorias na análise das teses tem por finalidade facilitar a síntese posterior.

Quadro 5: Resumo das categorias de análise

Fiorentini et al (1998)	C1.	Defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica.
	C2.	Defende a aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar, com a participação de professores em pesquisas educacionais que considere os saberes docentes e a prática profissional.
Fiorentini et al (1993)	C3.	Concepção linguístico-estilística da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.
	C4.	Concepção linguístico-sintático-semântica da álgebra: considera a

	<p>significação da linguagem algébrica, relaciona o desenvolvimento da linguagem ao desenvolvimento da álgebra.</p>
	<p>C5. Concepção linguístico-postulacional da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu campo para todos os ramos da matemática, com alto grau de abstração e generalidade.</p>
	<p>C6. Concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática: considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.</p>
	<p>C7. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista estrutural defende a necessidade do estudo de tópicos fundadores antecedendo o estudo das expressões algébricas dentre outros.</p>
	<p>C8. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica: concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma “álgebra-geométrica” e abordagem lógico-formal.</p>
<p>Artigue et al (2004)</p>	<p>C9. Considera as questões culturais relacionadas à álgebra e ao seu ensino: compara abordagem e tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.</p>
	<p>C10. Considera a dimensão epistemológica, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.</p>
	<p>C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.</p>

	C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.
--	---

Fonte: A Autora desta pesquisa

Embasados nessas categorias de análise, procederemos com o recorte do conteúdo nas teses selecionadas.

Capítulo III

O RECORTE DO CONTEÚDO E SUAS CATEGORIAS DE ANÁLISE

Apresentamos o recorte do conteúdo sendo: sete tese selecionadas pelo banco de teses da CAPES e uma por indicação da banca de qualificação, totalizando oito teses. Iniciamos descrevendo cada uma das oito teses, apresentando inicialmente os termos utilizados nas buscas: *licenciatura em matemática* e *álgebra*, nas palavras chave e no resumo das pesquisas, por uma questão de transparência nos critérios utilizados para seleção das teses.

Descrevemos, sucintamente, o objetivo a metodologia de cada trabalho. Destacamos os trechos dos estudos que consideramos relevantes, que são os elementos do conteúdo. Sempre que possível apresentamos o emparelhamento com as categorias elaboradas e os excertos das teses. Entre parênteses e em cores, colocamos os códigos das categorias, para facilitar a visualização para a síntese posterior.

Após o emparelhamento entre as categorias e os elementos do conteúdo, elaboramos um quadro síntese com a relação das categorias que atribuímos à respectiva pesquisa. Finalmente, discorreremos sobre a nossa interpretação das pesquisas em relação às categorias encontradas.

Em seguida, discorreremos sobre a utilização do termo concepção nas teses selecionadas. Elaboramos 9 itens que julgamos pertinentes investigar sobre o entendimento do termo concepções nessas pesquisas. Os itens destacados foram:

1. Utilizou o termo concepções?
2. Apresenta apenas indícios sobre seu entendimento ou apresenta uma definição explícita sobre o seu significado, seja ela própria ou baseada em outro autor?

3. No caso da resposta ao item 2 ter sido atribuído 'baseado em outro autor', qual autor teve maior influência sobre essa definição?
4. Faz a diferenciação entre concepções e crenças e preferências?
5. Considera as concepções docentes de natureza cognitiva?
6. Admite sua influência nas práticas docentes?
7. Acredita que as concepções podem ser modificadas?
8. Utiliza o termo concepções sob uma visão global, local ou ambas, segundo Artigue (1990)?
9. No caso de ter utilizado o termo para as concepções locais, a qual dimensão da álgebra se referiu (epistemológica; cognitiva; didática), segundo Artigue et al (2004) ?

Após discorrermos sobre o significado do termo concepção, elaboramos uma síntese das categorias encontradas em cada uma das oito teses.

1ª. TESE: Formação inicial e a iniciação científica: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar

Em Melo (2003), intitulada *A formação inicial e a iniciação científica: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar* a palavra *álgebra* já aparece no título. Quanto às palavras-chave elas são apresentadas apenas no portal da CAPES e não há nenhum dos dois termos usados nas buscas. O termo *licenciatura em matemática* consta apenas no corpo da tese. Encontramos no resumo *licencianda em matemática* apenas uma vez e cinco vezes a palavra *álgebra*. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ [...] uma *licencianda* do curso diurno de *Matemática* da Unicamp (Universidade Estadual de Campinas – SP – Brasil) [...];
- ✓ [...] mostram que a problematização da prática curricular em *álgebra* elementar tornou-se possível, [...];
- ✓ [...] cujas características incluíam o estudo de *álgebra* numa perspectiva que considera a dinâmica histórica do desenvolvimento [...];
- ✓ [...] um, o de compreender as dificuldades de seus alunos em *álgebra* elementar;

- ✓ [...] ressignificar a sua Formação Inicial, especificamente em *álgebra*, como professora iniciante no ensino de matemática;
- ✓ [...] construindo na sua Formação Inicial: a abordagem da *álgebra* na perspectiva histórico–conceitual, [...].

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análise.

A tese tem por objetivo investigar a formação inicial, em álgebra elementar, de uma licencianda, com a finalidade de revelar como ela “produz e se apropria de saberes docentes, nesse domínio específico.” (MELO; 2003; p.25). Para atingir seu objetivo, o pesquisador acompanhou as atividades desenvolvidas pela estudante Mari⁶, em um projeto de iniciação científica imerso em ambiente profissional.

Este estudo de caso considera várias atividades intelectuais da licencianda, em situações diversas, como: relato de suas discussões com o grupo de alunos com o qual atuou; disciplinas pedagógicas que colaboraram com a ampliação de suas reflexões; disciplinas que aprofundaram sua formação em álgebra.

Inferimos que a pesquisa defende uma formação teórica que associe as disciplinas específicas e pedagógicas como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da prática profissional, o que nos remeteu a categoria **(C1)** segundo Fiorentini, Melo e Souza (1998), pois ele pretendeu investigar a prática profissional e identificar os saberes adquiridos por ela nas disciplinas pedagógicas e nas teóricas que abordaram a álgebra.

Ao justificar a escolha do tema, o pesquisador faz uma crítica ao ensino da álgebra que ele afirma ocorrer na maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, que se dá do seguinte modo:

- 1) apresentação dos conceitos; 2) exemplificação com grande número de exercícios; 3) solução de grandes listas como aplicação do conceito e 4) avaliação da reprodução do conceito. São aspectos que configuram, em nosso entendimento, uma circularidade, expressando uma

⁶ O pesquisador se refere à licencianda que participou da pesquisa por Mari, vamos nos referir a ela como licencianda e sujeito de pesquisa.

concepção de matemática ahistórica, acrítica e metafísica, desconectada das práticas sociais. (MELO 2003; p.4).

O pesquisador critica o ensino da álgebra sob uma concepção linguístico-pragmática (C6), pois censura a ênfase no treino de habilidades e técnicas manipulativas, com uma visão sobre o ensino de álgebra voltado para a aquisição de técnicas que nesta concepção, são consideradas necessárias e suficientes para competência de resolver problemas, segundo Fiorentini et al (1993). E, finalmente, a valorização dos aspectos relacionados ao desenvolvimento da história da álgebra pela crítica que faz ao ensino a-histórico que remete à dimensão epistemológica que compõem as competências em álgebra do professor, segundo Artigue et al (2004) (C10).

Ao delimitar o problema de pesquisa, percebemos concepções sobre a questão de formação docente e do ensino-aprendizagem em álgebra. O pesquisador ressalta sua crença sobre a produção de saberes docente e apresenta aquilo que almeja:

[...] ultrapassar a visão limitada e estática da matemática/álgebra e passar a incluir o movimento da vida. [...] Não se trata, dessa maneira, de assinalar apenas que os saberes estão uns nos outros, se os professores continuarem mantendo com eles uma relação de exterioridade, sem participarem de sua produção. (MELO (2003); p.8).

Interpretamos o trecho como uma defesa da participação efetiva de professores em pesquisas, aproximando o conhecimento científico produzido na universidade e a atividade escolar de modo que os professores possam participar dessa produção, (C2), segundo Fiorentini et al (1998).

Ainda na delimitação do problema de pesquisa, o autor aborda sua própria formação profissional, destacando que ela mantinha as marcas do formalismo lógico, e que isso ainda se verificava na época de sua coleta de dados, o que ocorreu em 2001/2002. Para o autor o formalismo se sobressai pelo “uso exclusivo da linguagem formal algébrica; pelos cálculos algébricos e pela resolução de problemas, em detrimento da compreensão, por intermédio da construção dos conceitos em álgebra pelos alunos.” (MELO; 2003; p.9).

O autor afirma que o ensino desses conceitos se dá de forma mecânica na Licenciatura em Matemática, com ênfase na linguagem, utilizada com o intuito de fixar conceitos. Desse modo, coloca que:

[...] sobre o ensino de álgebra percebemos lacunas, as quais demandam o desenvolvimento de pesquisas, visando sua apreensão em profundidade, principalmente no contexto do ensino de álgebra na Formação Inicial, sob pena dos futuros professores continuarem com uma aprendizagem limitada aos processos mecânicos dos aspectos procedimentais (relativo ao conhecimento e uso das regras; propriedades e aplicação dos conceitos). (MELO; 2003; p.49).

Destacamos desses trechos, como uma crítica à concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática (C6), pois relacionamos os aspectos citados pelo autor com um ensino mecânico baseado em regras e tecnicista, de acordo com Fiorentini et al (1993).

O pesquisador continua a discorrer sobre sua visão com relação ao ensino de matemática em cursos de licenciatura no Brasil, colocando que a álgebra elementar é expressa em uma linguagem da lógica formal. Daí, afirma que:

O ensino de matemática/álgebra elementar, dado os conceitos de que trata serem expressos na linguagem da lógica formal, linguagem que dá funcionamento à máquina, foi o que mais se adaptou e continua se adaptando a um ensino mecânico. Destituído de ações pedagógicas de enfoque na dimensão criativa do conceito, desobrigou-se, no caso das disciplinas de conteúdos específicos, de integrar os licenciandos ao movimento do conceito como atividade que solicita a participação de todas as formas de pensamento. (MELO; 2003; p.19).

Assim, consideramos que nesse trecho há uma crítica ao ensino que se dá com ênfase no uso exclusivo da linguagem formal algébrica que recai sobre a concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica, que defende uma abordagem lógico formal (C8), de acordo com Fiorentini et al (1993).

Em seguida a crítica, o pesquisado apresenta sua concepção de ensino de álgebra, de modo que se busquem conexões entre o conceito e a atividade humana que inclua a dinâmica histórica.

Os saberes para produzirem sentido e prazer para os futuros professores necessitariam participar de um movimento de ensino que ao conceber a matemática como construção histórica e social, no processo de construção, possibilite a que aqueles integrem a linguagem à sua formação inicial, na qual percebam uma importante ferramenta de leitura do mundo e de trabalho docente. Visão que ocorre diametralmente oposta a que encontramos nas práticas curriculares atuais da licenciatura de matemática, onde subjaz uma matemática que nega o movimento histórico e cultural, enfatizando uma linguagem formal em seu estágio final de desenvolvimento. (MELO; 2003; p.49).

Consideramos como uma referência à dimensão epistemológica do professor de álgebra, pois dá importância à evolução histórica do desenvolvimento desse campo do conhecimento matemático. Além disso, o pesquisador destaca o aspecto da matemática como construção histórica e social, e se contrapõem a uma visão estática que enfatiza a linguagem formal. Interpretamos que o autor espera que no ensino de álgebra na Licenciatura em Matemática seja concebido de modo a considerar o movimento de construção da linguagem algébrica, portanto almeja um ensino que considere a dimensão epistemológica ressaltando a importância do desenvolvimento histórico da álgebra incluindo também, os aspectos históricos do desenvolvimento de sua linguagem simbólica, (C10), o que está de acordo com a dimensão epistemológica da álgebra, dimensão esta que deve compor as competências em álgebra do professor, segundo Artigue et al (2004).

Ao discorrer sobre a metodologia de pesquisa, o autor destaca que sua observação, para coleta dos dados, se dá sobre aspectos relacionados ao conhecimento sobre a álgebra da licencianda. Além disso, há uma preocupação em observar o conhecimento curricular em álgebra que a licencianda possui e de como este evolui no decorrer da pesquisa, que atrelamos à dimensão didática (C12), segundo Artigue et al (2004).

A pesquisa passa então a relatar as entrevistas realizadas com o sujeito de pesquisa e inicia abordando o estudo de referenciais teóricos. O autor relata que a leitura de Smith (1958 apud MELO, 2003) produziu na licencianda um estranhamento com relação a sua prática docente. Em entrevista a licencianda afirma que:

[...] o enfoque histórico na dinâmica da aula seria uma maneira de trabalhar com os conceitos desde o princípio da história da matemática (não necessariamente seguindo sua ordem cronológica, mas o raciocínio envolvido). Nesse enfoque, seria apresentado aos alunos o porquê da matemática ter surgido e como ela contribuiu para suprir as necessidades dos povos. (MELO; 2003; p. 129).

Daí, o pesquisador apresenta sua visão sobre aspectos históricos relacionados ao desenvolvimento da álgebra e sobre seu ensino, colocando que: “em relação aos tipos de linguagem: retórica, sincopada e formal que tem sido negligenciada na aprendizagem algébrica, e nos quais reside a origem das

dificuldades” (MELO; 2003; p. 137-138). Essas afirmações reforçam nossa interpretação de que a pesquisa dá importância à utilização dos aspectos históricos sobre o desenvolvimento da álgebra na elaboração das aulas, ou seja, destaca a importância do desenvolvimento da história da Álgebra que considera um dos aspectos do conhecimento epistemológico (C10) destacado por Artigue et al (2004).

O autor destaca a crítica que a licencianda faz ao ensino de álgebra na licenciatura afirmando que: “tanto para o professor quanto para a maioria dos livros didáticos, ensinar álgebra consiste fundamentalmente ensinar uma nova linguagem numérica.” (MELO 2003; p. 133). Interpretamos essa afirmação, como uma crítica à concepção linguístico-estilística que encara a álgebra como uma linguagem específica criada artificialmente (C3), de acordo com Fiorentini et al (1993). Ela então completa: “Algo totalmente novo que só se ensina na escola e que não tem nenhuma relação com a forma de resolver problemas numéricos da vida cotidiana.” (MELO; 2003; p. 133). Essa afirmação nos remete a um ensino que não relaciona os problemas cotidianos, o que parece constituir numa cultura escolar da álgebra que a licencianda deve ter vivenciado como aluna e como docente (C9), de Artigue et al (2004). Em seguida o pesquisador destaca a afirmação que a licencianda faz sobre os erros cometidos com os alunos, colocando que “A questão fundamental no ensino é que diante de um erro algébrico é ineficaz a repetição do acerto. É importante entender as raízes aritméticas do erro e de compreensão do movimento e variação numérica.” (MELO; 2003; p. 136). Essa afirmação nos remeteu a relação entre a aritmética e a álgebra, um dos aspectos considerados como dimensão cognitiva que compõem a competência do professor em álgebra (C11), segundo Artigue et al (2004).

Ainda nas entrevistas com o sujeito de pesquisa, o pesquisador detecta o pouco conhecimento que a licencianda possui sobre a questão curricular do conteúdo e faz uma crítica a sua formação, valorizando esse tipo de conhecimento e completa afirmando que: “O fato de manifestar um conhecimento superficial do projeto didático, do currículo e das novas tecnologias é indicador de lacunas na Formação Inicial” (MELO; 2003; p.145). Essa afirmação nos remeteu a

questão da valorização do conhecimento do currículo e de recursos didáticos, numa referência à dimensão didática (C12), que compõem as competências em álgebra do professor, segundo Artigue et al (2004).

Ao iniciar as considerações finais, o pesquisador exalta a importância da pesquisa de iniciação científica realizada pela licencianda contribuindo com sua formação, afirmando que ela própria “percebe mudanças em suas concepções, mas não na mesma proporção em sua prática. Além das mudanças virem estimulando o processo de reflexão [...]” (MELO; 2003; p.190). Daí, relacionamos a citação em defesa de uma formação teórica relacionada com a prática docente (C1), conforme Fiorentini et al (1998). Além disso, destaca que as mudanças ocorreram mediadas “por práticas curriculares, que tematizaram o aspecto histórico ligado à formação do pensamento algébrico de uma abordagem histórico–conceitual, a qual se fundamenta no construtivismo.” (MELO; 2003; p. 191). Ressalta a importância do ensino histórico-conceitual da álgebra que se refere à dimensão epistemológica, que compõem as competências em álgebra do professor, (C10), conforme Artigue et al (2004).

Ainda, reforça sua posição em relação a uma formação algébrica que “ultrapasse as limitações impostas pela perspectiva tradicional, assentada apenas no formalismo de linguagem e que possibilite uma formação conceitual algébrica integrando pensamento - linguagem [...]” (MELO (2003); p. 195-196). Fortalecendo nossa interpretação de que o autor possui uma posição crítica em relação concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica (C8) de acordo com Fiorentini et al (1993).

Do conteúdo destacado de Melo (2003), organizamos o quadro 6 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 6: Resumo das categorias de análise encontradas em Melo (2003)

<p>C1. Defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica.</p>
--

C2. Defende a aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar, com a participação de professores em pesquisas educacionais que considere os saberes docentes e a prática profissional.

C3. Concepção linguístico-estilística da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.

C6. Concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática: considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.

C8. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica: concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma “álgebra-geométrica” e abordagem lógico-formal.

C9. Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.

C10. Considera a dimensão epistemológica sobre a competência do professor em álgebra, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.

C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.

C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Fonte: A Autora desta pesquisa

O pesquisador utilizou o termo concepções sem propriamente defini-lo, mas dando-nos pistas de seu entendimento sobre ele. Ao descrever sobre sua prática, o autor afirma que: “objetivando a melhoria do ensino de matemática, mediada por nossas concepções e práticas [...]” (Melo; 2003; p.21). Dessa citação percebemos que o autor defende a ideia de que as concepções influenciam a prática docente e que a melhoria do ensino é influenciada pelas concepções de quem ensina. Mais adiante, ao discorrer sobre as concepções do sujeito de pesquisa, afirma que nem sempre as concepções se orientam de modo organizado e coerente, e que o simples contato com novas concepções não faz com que o professor altere as próprias. Assim, percebemos pela utilização do termo em Melo (2003), que o autor admite a influência das concepções na prática docente; apresenta indícios de que elas não são de caráter cognitivo, aproximando-as das crenças e preferências; considera que pode haver mudanças nas concepções de um determinado sujeito, mas que essas alterações não ocorrem facilmente. A utilização do termo, nessa tese, foi relacionada de modo mais frequente as concepções globais dos professores. Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, constatamos que o pesquisador utilizou sem defini-lo explicitamente. Interpretamos que em seu entendimento o significado de concepções, crenças e preferências são próximos, de modo que nos parece que ele não considera as concepções como de natureza cognitiva. Admite sua influência na prática docente e da possibilidade delas serem modificadas, porém não tão facilmente. Utiliza o termo sob uma visão global.

A partir de nossa análise, consideramos que em Melo (2003) defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, de modo que a prática pedagógica seja uma oportunidade para que o futuro professor de matemática associe esses conhecimentos, utilizando-os em sua atividade docente. Além disso, defende a concepção de que o professor também é responsável pela produção de conhecimento em seu ambiente de trabalho e almeja a aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar, com a participação efetiva de professores em pesquisas, conforme

Fiorentini et al (1998). Consideramos esses aspectos como concepções globais relacionadas à prática docente.

A pesquisa critica as concepções linguística-estilística de álgebra e a linguística-pragmática e a fundamentalista analógica de ensino de álgebra. Isso significa que ele solicita mudanças sobre os seguintes aspectos: ênfase na linguagem específica da álgebra considerando como algo pronto e acabado; a visão da linguagem natural como um obstáculo didático que deve ser evitado; a visão da álgebra como instrumento para resolução de problemas por meio de treinamento de técnicas algébricas; e a abordagem lógico-formal. O pesquisador afirma que essas concepções estavam presentes nas práticas de ensino dos cursos de Licenciatura em Matemática na época em que fora realizada a pesquisa (2003), conforme Fiorentini et al (1993). Consideram esses aspectos como concepções globais.

Faz uma crítica à cultura escolar de álgebra que aborda os conceitos de forma desconectada das atividades cotidianas do homem, afirmando que esse aspecto está inserido na cultura escolar da Educação Básica. Em relação à formação docente, a pesquisa destaca aspectos relacionados ao rol de competências descritos por Artigue et al (2004), abordando as três dimensões: a epistemológica; a cognitiva e a didática o conteúdo. Da dimensão epistemológica o conhecimento histórico é abordado em vários trechos, sempre ressaltando a importância do conhecimento do desenvolvimento da história da Álgebra e do desenvolvimento da linguagem simbólica e de sua inclusão nas atividades de ensino; defendendo que o futuro professor conheça as teorias sobre seu desenvolvimento histórico. Quanto à dimensão cognitiva, o pesquisador ressalta as relações entre a álgebra e a aritmética. Sobre a dimensão didática, ao detectar a falta de conhecimento curricular o autor lamenta o fato, destacando-o como uma falha na formação inicial da licencianda. Consideram esses aspectos como concepções locais.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Melo (2003).

2ª. TESE: Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo

Em Mariani (2006), intitulada *Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo*, não encontramos nem no título nem nas palavras-chave os termos usados em nossas buscas. O termo álgebra só foi encontrado no corpo da tese. No resumo encontramos os termos *licenciatura em matemática* e *algébrico*, apenas uma vez cada. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ [...] na análise dos protocolos produzidos pelos alunos de um Curso de *Licenciatura em Matemática* de uma Universidade Comunitária do Rio Grande Sul;
- ✓ [...] insistirem na busca da validação nos registros *algébrico* e numérico de resultados obtidos graficamente, [...].

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análise.

A pesquisa tem por objetivo analisar se uma abordagem relacionada ao ensino de funções, utilizando a coordenação de registros de representação semiótica podem contribuir para explicitação de conhecimentos, quando trabalham com questões relacionadas ao estudo de funções. Além disso, pretende-se observar as “argumentações expressas na representação da língua natural, investigando aspectos sobre o nível de rigor na linguagem”. (MARIANE; 2006; p.78).

A autora realizou uma pesquisa bibliográfica sobre o conceito e funções. Ela destaca um estudo no qual foi desenvolvido

um estudo qualitativo com professores de matemática do ensino médio sobre linguagem matemática ao tratarem do tema funções. Observaram que os professores expressam uma linguagem formal, aproximando-se do conceito de função de acordo com as definições de Bourbaki e Dirichlet. Entretanto, em sua prática pedagógica foram reveladas concepções próximas às de Euler. (MARIANE; 2006; p.78).

Desse interesse por estudos que abordassem a prática docente buscando subsídios históricos para essa prática, relacionamos a dimensão epistemológica, que compõem as competências em álgebra do professor (C10), de acordo com Artigue (2004).

A referida tese se debruçou nas análises realizadas sobre as produções elaboradas pelos alunos, “com o objetivo de investigar quais eram os conhecimentos que estavam sendo mobilizados “se” e “como” esses conhecimentos estavam sendo “relacionados” entre si”, (MARIANE; 2006; p.63). Interpretamos do objetivo da pesquisa como uma preocupação com a dimensão cognitiva do futuro professor (C11) de Artigue et al (2004), pois apresenta uma preocupação com o sistema simbólico da álgebra, pois pretende observar qual o nível de rigor da linguagem utilizada pelos alunos; com as relações entre as diferentes representações semióticas, pois utiliza a coordenação de registros e investiga como ela pode contribuir com a explicitação dos conhecimentos; sobre a racionalidade da álgebra, pois pretende observar a explicitação dos conhecimentos, ou seja, o que os alunos utilizam para justificar seus procedimentos e resultados.

A metodologia utilizada foi de estudo de caso. As atividades foram trabalhadas com duplas de alunos ingressantes na disciplina de cálculo, em um curso de Licenciatura em Matemática. Quanto ao procedimento metodológico, utilizado na elaboração das tarefas, optou-se por estruturar uma atividade inicial, e a partir dos resultados colhidos, sempre após análise dos protocolos da atividade anterior, preparar as próximas. Constatamos que as atividades solicitavam a conversão entre diferentes registros de representação semiótica, contendo: a escrita algébrica (inicial), a língua natural, gráfica e numérica. Portanto, considera a dimensão cognitiva um dos aspectos que compõem as competências em álgebra do professor, sobre os processos de aprendizagem em álgebra; nas relações entre diferentes registros de representação semiótica e o sistema simbólico da álgebra; (C11), conforme Artigue et al (2004).

A atividade inicial apresenta uma inequação de segundo grau escrita na linguagem algébrica, solicitando: o conjunto solução; que a solução fosse

expressa geometricamente (na reta numérica); a utilização da língua natural para explicitação da solução; verificar se pertencem ao conjunto solução os valores numéricos fornecidos. Consideramos como uma relação ao sistema simbólico, pois solicita a utilização da linguagem simbólica; relações entre aritmética e álgebra ao atribuir valores numéricos as inequações e pedir a verificação se pertencem ao conjunto solução, ambos os aspectos relacionados à dimensão cognitiva, um dos aspectos que compõem as competências em álgebra do professor, de acordo com (C11) Artigue et al (2004).

A autora afirma que o fato de muitas duplas buscarem descrever o modo que resolveram a inequação utilizando-se da língua natural “pode indicar que a articulação do registro da língua natural para os outros registros, pode ser uma ferramenta eficaz para revelar os conhecimentos e as dificuldades dos alunos ao se deparar com a resolução de um problema.” (MARIANE; 2006; p.70). Essa afirmação é antagônica à concepção linguístico-estilística da álgebra, pois ela encara a língua natural como um obstáculo didático, que deve ser evitado, e considera necessária a ruptura com esse tipo de expressão. Consideramos então, como uma crítica a (C3), concepção linguístico estilística de de Fiorentini et al (1993).

A partir das análises dos protocolos obtidos pela aplicação da primeira atividade a pesquisadora passou a preparar as próximas atividades com enfoque na abordagem gráfica com a intenção de estabelecer a coordenação com outros registros de representação semiótica e provocar a argumentação no registro da língua natural, objetivando investigar os conhecimentos mobilizados pelos alunos na busca por soluções dos referidos problemas. Esse procedimento nos remete a dimensão didática do professor, pois considera as possibilidades de evolução nas atividades de ensino, (C12), um dos aspectos que compõem as competências em álgebra do professor, conforme Artigue et al (2004).

Então, outra atividade foi elaborada utilizando um software como ferramenta para a análise de funções. Dadas duas funções distintas, e fornecidas suas representações gráficas, solicitava-se a resolução de uma inequação: no registro algébrico; numérico e da língua natural. Ao analisar os protocolos obtidos,

a pesquisadora observou que uma das duplas apresentou uma solução, em língua natural, equivocada, que refletia a solução encontrada na resolução algébrica, e que contrariava a resposta gráfica. Deste fato concluiu que “[...] o fato pode ser reflexo dos estudos da Educação Básica no qual o registro algébrico é o mais valorizado a ponto de determinar a exatidão das respostas, ao passo que pelo registro gráfico a dupla poderia ter chegado a uma resposta aproximada [...]” (MARIANE; 2006; p.100). Compreendemos tal destaque como uma crítica à concepção linguístico-estilística que concebe a álgebra como uma linguagem específica, criada com o propósito de expressar procedimentos de resolução (C3), segundo Fiorentini et al (1993) e que segundo a autora é a linguagem valorizada na escola. Daí, podemos também tomar como uma referência a um aspecto negativo da cultura escolar de álgebra no Brasil (C9), de Artigue et al (2004).

Ainda sobre a segunda tarefa, a autora faz uma crítica à incidência no uso abusivo de generalizações, afirmando que propriedades matemáticas, na Educação Básica, são apresentadas por meio de alguns exemplos numéricos, sem demonstrações e depois passam a ser utilizadas como verdadeiras. Ela comenta a resolução apresentada por uma dupla; “explicitou mais uma vez uma “generalização” baseada em alguns poucos exemplos numéricos.” (MARIANE; 2006; p.118). (Grifo do autor). Dessa observação, destacamos os seguintes aspectos: quanto às generalizações abusivas, atrelamos a questão da cultura escolar da álgebra (C9) e percebemos que neste caso o aluno está “ancorado” nos aspectos aritméticos. Além disso, interpretamos esse fato como uma referência à dimensão cognitiva relacionada à racionalidade da álgebra, pois considera o tipo de justificativa utilizada (C11), em ambos os casos inserida em categorias segundo de Artigue et al (2004).

A pesquisadora aborda novamente a utilização da linguagem natural e afirma que:

A língua natural é um registro multifuncional na representação discursiva que tem se mostrado uma potente ferramenta para trazer a tona conhecimentos dos alunos. Este registro revela, também, a dificuldade de estabelecer uma expressão rigorosa do saber matemático. (MARIANE; 2006; p.115).

Compreendemos esse trecho como uma crítica à concepção linguístico-estilística que concebe a álgebra como uma linguagem específica, criada com o propósito de expressar procedimentos de resolução e que considera a linguagem natural como um obstáculo à aprendizagem (C3), segundo Fiorentini et al (1993).

Nas conclusões finais, a autora reforça a importância do registro da língua natural afirmando que: “[...] por meio dele, foram reveladas muitas concepções que, geralmente, ficam “mascaradas” por algoritmos mecânicos e convencionais”, (MARIANE; 2006; p.202). Mais adiante completa, colocando que: “estes procedimentos algoritmizados não possibilitam as justificativas necessárias e, então, os alunos veem-se obrigados a estabelecer as verdadeiras relações.” (MARIANE; 2006; p.202). Encontramos, novamente, posicionamentos da referida autora que ressaltam a importância da língua natural, como uma crítica a concepção linguístico-estilística (C3), segundo Fiorentini et al (1993).

Do conteúdo destacado de Mariane (2006), organizamos o quadro 7 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 7: Resumo das categorias de análise encontradas em Mariane (2006)

C3. Concepção linguístico-estilística da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.
C9. Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.
C10. Considera a dimensão epistemológica sobre a competência do professor em álgebra, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.
C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em

relação à racionalidade algébrica.

C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Fonte: A Autora desta pesquisa

A pesquisadora utilizou o termo concepções, mas não encontramos nenhuma definição nem alguma referência teórica na qual ela se apoiasse. O termo foi relacionado, na maioria das vezes, às concepções locais de alunos sobre os conceitos de função e ao cálculo diferencial e integral, constatando que “os estudantes apresentavam uma concepção melhor de derivada na interpretação geométrica do que no registro analítico.” (MARIANE; 2006; p.37); mais adiante apresenta a sua interpretação sobre o conceito de limites “porque historicamente as concepções de limite tiveram sua origem em funções [...]” (Idem; p.39). Encontramos uma referência sobre concepções docentes na qual a autora descreve os resultados de uma pesquisa sobre o uso da linguagem algébrica, com professores de matemática do ensino médio relacionada ao conceito de funções, “Observaram que os professores expressam uma linguagem formal, [...]. Entretanto, em sua prática pedagógica foram reveladas concepções próximas às de Euler.” (Idem; p.49). Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, constatamos que a pesquisadora utilizou sem defini-lo e sem apresentar pistas de seu entendimento. Desse modo, não detectamos se ela faz diferenciação entre o significado de concepções, crenças e preferências, nem se considera as concepções como de natureza cognitiva. Porém, detectamos se ela admite sua influência na prática docente, mas não detectamos se considera que as concepções docentes possam ser modificadas. Utilizou o termo apenas com uma visão local sobre conceitos matemáticos relacionando-os com a dimensão epistemológica (histórica) e cognitiva (registros de representação, e sistema simbólico da álgebra).

Não encontramos na pesquisa trechos que remetessem à questão da formação docente conforme Fiorentini et al (1998).

Quanto às concepções de álgebra, a pesquisa destaca que a explicitação, em língua natural, mostrou ser uma ferramenta que proporciona a acomodação de conflitos, apresentando uma concepção contrária àquela que considera a língua natural como um obstáculo para o desenvolvimento da álgebra. Ainda em relação à explicitação das respostas em língua natural, encontramos uma afirmação de que na Educação Básica a representação mais valorizada é a algébrica e que a ênfase a esse tipo de resposta mostrou-se como um empecilho para que os alunos valorizassem também resultados encontrados por meio de outros tipos de representação. Ainda sobre as concepções de álgebra, a pesquisadora reforça a posição de que a explicitação da resolução na linguagem natural mostra-se uma potente ferramenta para que venham à tona as dificuldades dos alunos. Desse modo a pesquisadora apresentou uma concepção antagônica à Concepção linguístico-estilística da álgebra que considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas. Consideramos esses aspectos como concepções globais relacionadas à álgebra e seu ensino.

Com relação à cultura da álgebra, a autora alerta sobre o problema de generalizações abusivas, após a utilização de poucos exemplos numéricos de uma propriedade matemática. Desse modo, consideramos esse fato como um aspecto negativo da cultura da álgebra existente na Educação Básica brasileira, de acordo com Artigue et al (2004).

Encontramos referências às três dimensões que compõem às competências em álgebra do professor. Sobre a dimensão epistemológica, identificamos referências a um estudo que relaciona fatores históricos com a prática docente, considerando assim a relevância do desenvolvimento histórico da álgebra. Sobre a dimensão cognitiva, a preocupação central da pesquisa é trabalhar com as relações entre as diferentes representações semióticas que são exploradas nas tarefas propostas. Além disso, a pesquisa abordou o sistema simbólico da álgebra; as relações entre a aritmética e a álgebra, que no caso, a autora observa que alguns dos professores em formação encontram-se ainda “ancorados” na aritmética; a racionalidade da álgebra. Desse modo, em suas tarefas, foram abordados os quatro aspectos relacionados à dimensão cognitiva.

Sobre a dimensão didática a autora considera a possibilidade de evolução nas tarefas de ensino. Consideramos esses aspectos como concepções locais relacionadas à álgebra.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Mariane (2006).

3ª. TESE: Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um Curso de Licenciatura em Matemática

Em Figueiredo (2007), intitulada *Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um Curso de Licenciatura em Matemática*, encontramos no título da tese e entre as palavras-chave o termo *licenciatura em matemática*, um dentre os termos usados nas buscas.

No resumo, encontramos ambos os termos, sendo duas vezes *licenciatura em matemática* e três vezes o termo *álgebra*. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ [...] dificuldades que estudantes vivenciam com tópicos de *Álgebra* [...];
- ✓ Essas concepções são subjacentes a saberes de atores de cursos de *Licenciatura em Matemática*;
- ✓ [...] estão sendo mobilizados por atores de um curso de *Licenciatura em Matemática*;
- ✓ [...] Fundamentalista-estrutural (de Fiorentini et al.) e a de *Álgebra* como Linguagem (de Lee);
- ✓ [...] o repertório de seus saberes, ao mesmo tempo em que examinam concepções de *Álgebra* e de Educação Algébrica [...].

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análise.

A pesquisa tem por objetivo “detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estariam sendo mobilizadas por atores de um curso de Licenciatura em Matemática.” (FIGUEIREDO; 2007; p. 17).

Após realizar uma revisão bibliográfica, a pesquisadora afirma que há uma carência de estudos sobre formação docente inicial e com formadores de professores.

A metodologia escolhida foi qualitativa, do tipo estudo de caso de natureza etnográfica que “se caracteriza fundamentalmente por um contato direto do pesquisador com a situação pesquisada, permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência diária”. (FIGUEIREDO; 2007; p.31). O ambiente escolhido foi uma universidade com a qual a pesquisadora não tinha contato, pois “uma vez que esse tipo de pesquisa visa à descoberta da realidade, seria preferível, [...] **a ausência de conhecimento prévio do ambiente pesquisado**, de modo a evitar pré-julgamentos.” (FIGUEIREDO; 2007; p.32), (grifo do autor). A coleta de dados se deu por meio de análise de materiais como: parte do projeto didático institucional; planos de curso, avaliações e cadernos de alunos. Dessas afirmações ressaltamos que pela metodologia de pesquisa escolhida, percebe-se uma preocupação em conhecer a cultura de álgebra da instituição escolhida (C9), conforme Artigue et al (2004).

Além disso, foram realizadas entrevistas com alunos, professores e coordenador de um curso de licenciatura em matemática, pois a pesquisadora ressalta que as concepções, na maioria das vezes não são explicitadas, e que podem ser detectadas nas escolhas dos professores inseridos em sua prática. As entrevistas realizadas foram não estruturadas, pois “[...] busca contato mais íntimo entre entrevistador e entrevistado, favorecendo assim a exploração em profundidade dos saberes deste último, bem como de suas representações, crenças e valores.” (FIGUEIREDO; 2007; p.36). Consideramos essa afirmação como próxima a Ponte (1992) que observa que as concepções não são facilmente detectadas, e por esse motivo as pesquisas que pretendem investigar concepções de professores devem escolher uma abordagem especialmente imaginativa.

A pesquisadora destaca um trecho da entrevista com um dos alunos, sobre a álgebra ensinada na graduação.

Eu não posso, por exemplo, colocar números para mostrar a situação, porque já estou fugindo da regra geral da Álgebra. E no ensino fundamental, posso colocar os números para mostrar uma situação, apenas com eles. Parece que no superior tem que seguir regras fixas, tudo é sempre com regras. (FIGUEIREDO; 2007; p.133).

Esse trecho nos remete as generalizações a partir de alguns exemplos numéricos, que ocorrem na Educação Básica, como aponta Mariane (2006). Consideramos que esta citação nos indica que as generalizações a partir de poucos exemplos numéricos fazem parte da cultura da álgebra na Educação Básica (C9). Além disso, a pesquisadora destaca a relação entre a aritmética e a álgebra, (C11), que nesse caso o aluno parece se sentir mais próximo da aritmética. Ambas as categorias estão de acordo com Artigue et al (2004).

A pesquisadora relata uma entrevista com uma professora de uma disciplina sobre fundamentos de álgebra, afirmando que nessa conversa,

Embora essa professora considere a importância dessa disciplina como a de ser pré-requisito para outras disciplinas do curso, em nenhum momento da entrevista estabeleceu relações com a futura profissão de seus alunos: a de futuros professores do Ensino Fundamental e Médio. (FIGUEIREDO; 2007; p.210).

A autora lamenta esse fato, fazendo a hipótese de que ela não tenha conhecimento do currículo da educação básica, pois ainda não lecionou nessa etapa de ensino. Consideramos esse relato como uma preocupação com o conhecimento de currículo, relacionado à dimensão didática (C12), segundo Artigue et al (2004).

Da análise realizada em diferentes cadernos de alunos de uma mesma disciplina, a pesquisadora observou que a professora “adota em sala de aula um modelo em que teoria e prática estão separadas: primeiramente uma preleção, seguida de utilização de técnicas de problemas culminando na aplicação do conteúdo já exposto.” (FIGUEIREDO; 2007; p.171-172). A autora lamenta o ensino baseado em técnicas e afirma acreditar que o aluno já sabe qual conceito deve utilizar antes de resolver os exercícios. Consideramos esse trecho como uma crítica à concepção linguístico-pragmática de ensino de álgebra (C6) pela crítica que faz a ênfase no ensino por meio de treinamento de técnicas, conforme Fiorentini et al (1993).

Nas considerações finais, a pesquisadora afirma que da vivência da referida pesquisa de campo, os atores envolvidos tiveram a oportunidade de adquirir saberes durante sua prática docente. Então ela passa e descrever quais saberes acredita ter emergido de sua pesquisa, dos quais destacamos os seguintes:

- “valorizar respostas de questões expressas também na língua natural”; (FIGUEIREDO; 2007; p. 268). A valorização da resposta na língua natural se contrapõe à concepção linguístico-estilística da álgebra que considera a linguagem natural como um obstáculo à aprendizagem da álgebra (C3). Essa afirmação corrobora com Mariani (2006).
- “Criar situações que levam seus alunos que já atuam como professores da Educação Básica a refletir sobre sua prática;” (FIGUEIREDO; 2007; p. 268).
- “Reconhecer que precisam, como professores, dispor de conhecimento que vá além do âmbito técnico, ou seja, que não se restrinja ao conhecimento do conteúdo;” (FIGUEIREDO; 2007; p. 268).

Consideremos essas afirmações como uma defesa sobre a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica, (C1) conforme Fiorentini et al (1998).

Do conteúdo destacado de Figueiredo (2007), organizamos o quadro 8 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 8: Resumo das categorias de análise encontradas em Figueiredo (2007)

Quadro 8: Resumo das categorias de análise encontradas em Figueiredo (2007)

C1. Defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica.

C3. Concepção linguístico-estilística da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de

problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.
C6. Concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática: considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.
C9. Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.
C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.
C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Fonte: A Autora desta pesquisa

A pesquisadora utilizou o termo concepções, ele consta no título e nos objetivos. A busca por concepções de educação algébrica é a cerne dessa pesquisa. Portanto, o termo aparece em todo o trabalho e a pesquisadora cita vários estudos que são relacionados às concepções de álgebra. No resumo, ela apresenta de modo sucinto motivações para empreender sua pesquisa:

Pesquisas indicam que as dificuldades que estudantes vivenciam com tópicos de Álgebra, nos diversos segmentos de ensino, podem advir de determinadas concepções de Educação Algébrica, tanto próprias quanto de seus professores. Essas concepções são subjacentes a saberes de atores de cursos de Licenciatura em Matemática. (FIGUEIREDO; 2007; p.5).

Pelo exposto na citação, inferimos que a pesquisadora considera que as concepções influenciam a prática docente.

Ao discorrer sobre a metodologia de pesquisa, a autora apresenta alguns indícios de seu entendimento sobre concepções docentes:

Compreendemos que as concepções na maior parte das vezes não são simplesmente explicitadas, mas sim desveladas nas escolhas que os professores fazem ao exercer sua prática e seus saberes. Isso nos levou a ampliar nossa procura visando a identificação dessas concepções e também a observar quais saberes que os professores mobilizam em sua prática. (FIGUEIREDO; 2007; p.31).

A tese traz um item sobre concepções e saberes de professores, e defende que as concepções de professores abarcam as influências socioculturais que sofreram durante suas vidas. Ao afirmar as dificuldades de que as concepções sejam explicitadas, devendo ser desveladas, a autora apresenta uma posição próxima a de Ponte (1992), quando coloca as dificuldades de se conseguir captar as concepções sobre a matemática, o que faz com que as metodologias que devam ser utilizadas para esse fim, sejam especialmente imaginativas.

Ainda sobre as concepções de álgebra, destacamos um trecho no qual a pesquisadora apresenta outros aspectos de seu entendimento sobre concepções:

Segundo Cunha (2000), algumas das concepções dos professores o sobre ensino e aprendizagem da matemática decorrem da visão que partilham acerca da matemática, e estas parecem ter influência no modo como os professores ensinam. Concordando com essa afirmação e, particularizando-a, a estendemos também às concepções de Educação Algébrica que acreditamos ser possível detectar: no papel que estas desempenham ao intervirem no processo de ensino aprendizagem, nas estratégias que os professores aplicam, nos procedimentos matemáticos a que recorrem para ensinar, nos objetivos que consideram necessários ver alcançados por seus alunos, no papel que consideram caber aos alunos no processo de aprendizagem do aluno. São esses alguns dos componentes que julgamos oportuno enfatizar para podermos analisar as concepções de Educação Algébrica. (FIGUEIREDO, 2007, p. 22).

Dessa citação, destacamos os seguintes aspectos sobre as concepções: novamente encontramos uma afirmação que mostra que as concepções de álgebra dos docentes intervêm em sua prática, o que se aproxima do que consideramos como as concepções globais de álgebra; coloca também que as concepções intervêm também nos objetivos que os professores julgam necessário que seus alunos alcancem o que interpretamos como concepções locais. Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, constatamos que a pesquisadora utilizou a definição de Cunha (2000). Não detectamos se ela faz

diferenciação entre o significado de concepções, crenças e preferências, nem se considera as concepções como de natureza cognitiva. Porém, detectamos que ela admite sua influência na prática docente, mas não parece ter se posicionado sobre o fato de as concepções docentes possam ser modificadas. Utilizou o termo tanto com uma visão global como local, porém não conseguimos identificar as dimensões (epistemológica, didática e cognitiva) relacionadas. Inferimos que, devido ao foco da pesquisa estar relacionado à busca por concepções existentes, a pesquisadora não teria como foco o estudo das possíveis mudanças de concepções docentes.

A partir de nossa análise, consideramos que, em relação à formação docente, Figueiredo (2007) defende a posição de que os conteúdos teóricos, tanto específicos quanto os pedagógicos devam ser aplicados à prática docente, já no momento da realização do estágio supervisionado. Consideramos esses aspectos como concepções globais relacionadas à prática docente.

Quanto às concepções de álgebra, Figueiredo (2007) apresenta uma posição contrária a linguístico-estilística, pois considera a explicitação de conceitos na língua natural de modo positivo para aprendizagem e não como um obstáculo, como considera essa concepção. Além disso, a autora faz uma crítica a concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática que dá ênfase ao treinamento de técnicas algébricas. Consideramos esses aspectos como concepções globais relacionadas à álgebra e ao seu ensino.

A pesquisa de campo incluiu a análise de documentos institucionais, o que interpretamos como uma intenção de conhecer a cultura da instituição na qual se daria a pesquisa, revelando uma percepção sobre a necessidade de detectar as práticas algébricas vivenciadas nessa instituição, tendo em conta a sua especificidade e cultura devido ao caráter da diversidade e multidimensionalidade do conhecimento algébrico, segundo Artigue et al 2004.

A pesquisa apresenta uma situação na qual se constatava a utilização de generalizações abusivas, que neste caso um dos sujeitos de pesquisa afirmava que eram práticas válidas na educação básica. Isso corrobora com a afirmação de Mariani (2006), que afirma que essa situação é recorrente nessa fase de ensino, e

ressalta um aspecto pernicioso da cultura escolar da álgebra praticada na Educação Básica. Além disso, alerta sobre o problema de generalizações abusivas de uma propriedade matemática, após a exibição de poucos exemplos numéricos. Essas constatações remetem novamente a questão da cultura da álgebra, além da dimensão cognitiva sobre as relações entre a aritmética e a álgebra, apresentando, categorias embasadas em Artigue et al (2004). A leitura da pesquisa de Figueiredo evidencia ainda, a valorização da dimensão didática relacionada à competência em álgebra do professor, na qual a pesquisadora valorizava o conhecimento do currículo escolar do professor. Consideramos esses aspectos como concepções locais do ensino de álgebra.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Figueiredo (2007).

4ª. TESE: Resignificando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura, apresenta no título as palavras, licenciatura e matemática

Resende (2007), intitulada *Resignificando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura*, apresenta no título as palavras, *licenciatura* e *matemática*, na ordem inversa. Não encontramos nas palavras-chave nenhum dos dois termos usados nas buscas. No corpo do resumo encontramos *licenciatura em matemática* três vezes e uma vez o termo *álgebra*. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ [...] se insere dentro da problemática que questiona qual a *álgebra* deve ser ensinada nos diferentes níveis da escolaridade [...];
- ✓ Qual Teoria dos Números é ou poderia ser concebida como um saber a ensinar na *licenciatura em matemática*, [...];
- ✓ [...] e buscar elementos para re-significá-la na *licenciatura em matemática*.
- ✓ [...] as propostas curriculares das disciplinas que tratam de Teoria dos Números nos cursos de *licenciatura em matemática* de doze universidades brasileiras; [...].

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análise.

A pesquisa tem por objetivo realizar um estudo sobre o ensino-aprendizagem da Teoria dos Números na Licenciatura em Matemática, de modo a conceber esse objeto como um saber a ensinar, visando contribuir com a prática docente na Educação Básica. A questão geradora é: **“Qual Teoria dos Números é ou poderia ser concebida como um *saber a ensinar* na licenciatura em matemática, visando a prática docente na escola básica?”** (RESENDE; 2007; p.34), (grifo do autor). Do objetivo, destacamos que a pesquisa defende uma formação que inclua a prática docente aos saberes específicos (C1) de acordo com Fiorentini et al (1998).

Na apresentação do trabalho, a pesquisadora declara a linha de pesquisa na qual o trabalho se insere *Matemática na estrutura curricular e formação de professores*, a ser ensinada em diferentes níveis de escolaridade, especificamente sobre a Teoria dos Números. A pesquisadora se propõe a “verificar quais são as concepções de Teoria dos Números [...], voltado para formação do professor de matemática da escola básica, e buscar elementos que possam ressignificá-la neste contexto” (RESENDE; 2007; p.16). Interpretamos que a pesquisadora mostra uma preocupação com a dimensão didática que agrega as competências em álgebra do professor, a importância que atribui ao conhecimento do currículo e das metas específicas de ensino de álgebra numa determinada etapa, (C12), de acordo com Artigue et al (2004).

Ao descrever as motivações para seu estudo, a autora coloca alguns “questionamentos relacionados ao ensino-aprendizagem de números, tanto de natureza conceitual, epistemológica, como metodológica, considerando, principalmente a formação de professores na licenciatura.” (RESENDE; 2007; p.19). Essa preocupação nos remete à questão da dimensão epistemológica (C10), e a metodológica relacionada à dimensão didática (C12), ambas as dimensões compõem as competências em álgebra do professor, conforme Artigue et al (2004).

A pesquisa analisa os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNEF de matemática, e destaca o fato de que “o bloco Números inclui a álgebra a ser estudada no Ensino Fundamental, provavelmente com a intenção de não

fragmentação ou de descontinuidade entre a aritmética e a álgebra” (RESENDE; 2007; p.31). Em seguida, lamenta que o ensino nesse ciclo não proponha oportunidades para trabalhar a questão da racionalidade da álgebra “não são apontadas explicitamente as possibilidades que o estudo desses temas pode [...] em especial no desenvolvimento de habilidades de raciocínio matemático, com relação à prova e a demonstração, e não apenas para resolver problemas.” (RESENDE; 2007; p.31). Considerando dois aspectos da dimensão cognitiva, como as relações entre aritmética e álgebra e em relação à racionalidade da álgebra, (C11) conforme Artigue et al (2004).

A metodologia de pesquisa é qualitativa, com dados descritivos “a **ênfase está colocada nos significados** explícitos e implícitos atribuídos pelas pessoas ao objeto em estudo.” (RESENDE; 2007; p.36). (Grifo do autor). A coleta de dados inclui um estudo documental e também “um **estudo exploratório**, [...] um levantamento das propostas curriculares de disciplinas [...]. A pesquisa também realizou entrevistas com matemáticos e docentes. O objetivo dessa pesquisa documental aos currículos e aos livros era verificar qual teoria dos números está sendo ensinada no Brasil atualmente.” (RESENDE; 2007; p.37), (grifo do autor). Destacamos da coleta de dados, o objetivo de verificar qual a Teoria dos Números é ensinada no Brasil o que interpretamos como uma busca em detectar a cultura brasileira, da álgebra, praticada nos cursos de Licenciatura em Matemática, nesse domínio (C9), conforme Artigue et al (2004).

A partir dos resultados iniciais da pesquisa a autora destaca:

[...] a necessidade de clarear alguns aspectos referentes: ao papel da teoria dos números nos currículos; as relações entre a Álgebra, Aritmética e Teoria dos Números; e a necessidade de buscar elementos para re-significar o estudo da Teoria dos Números na licenciatura [...]. (RESENDE; 2007; p.38).

Dessa observação, percebemos uma preocupação com a dimensão didática, pelo interesse no conhecimento do currículo (C12), e também da dimensão cognitiva que considera as relações entre a álgebra e aritmética (C11), duas entre as três dimensões que compõem a competência em álgebra do professor de acordo com Artigue et al (2004).

A pesquisa apresenta uma sessão dedicada à análise de documentos relacionados às disciplinas que abordam a Teoria dos Números. Foram analisados Projetos pedagógicos de curso; planos de ensino de várias universidades e livros didáticos. Ao observar as metodologias, os objetivos e as bibliografias mencionadas nos planos de ensino ela lamenta que estas “apontam para um ensino tradicional em que são apresentados conceitos, as proposições e suas demonstrações, numa abordagem lógico-dedutiva.” (RESENDE; 2007; p.104). Interpretamos o fato como uma crítica a concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica que defende uma abordagem lógico-formal, (C8), de acordo com Fiorentini et al (1993). Sobre os livros didáticos ela afirma que sua análise pode ser reveladora em vários aspectos, pois “são objetos culturais, produzidos num tempo e num espaço, revelando: concepções de matemática e de seu ensino em diferentes níveis; paradigmas educacionais vigentes; trajetória histórica e também expectativas sociais em relação ao ensino.” (RESENDE; 2007; p.105). Pelos comentários feitos em relação aos livros, reforçamos nossa interpretação sobre a preocupação em detectar a cultura da álgebra em relação ao tema pesquisado (C9), conforme Artigue et al (2004).

Da análise dos livros, a pesquisadora conclui que:

[...] a abordagem é quase que exclusivamente lógico-formal-dedutiva, inclusive a maioria das tarefas propostas exige a demonstração de proposições apresentadas em uma linguagem simbólico-formal. Deste modo, estão ausentes as tarefas de investigação ou de exploração, que poderiam aproximar a tarefa do aluno da tarefa do matemático, permitindo uma visão construtiva de matemática em que a teoria e a prática dialoguem e que possam ser compreendidas como componentes indissociáveis da atividade matemática, [...]. (RESENDE; 2007; p. 133).

A autora apresenta nesse trecho uma crítica à abordagem lógico-formal-dedutiva, o que nos remete novamente à concepção fundamentalista analógica de ensino da álgebra (C8), conforme Fiorentini et al (1993). Não definimos uma categoria que pudéssemos associar com a visão de ensino que a autora deseja.

Em suas conclusões sobre os livros didáticos, num tom de lamento, a pesquisadora afirma que o ensino dessa disciplina está baseado “na tendência formalista clássica, em que a ênfase é colocada na forma e não no significado dos conteúdos tratados” (RESENDE; 2007; p. 134), consideramos que em relação às

nossas categorias, essa afirmação se aproxima da concepção de ensino de álgebra linguístico-postulacional (C5) que considera a álgebra como uma linguagem simbólica com alto grau de generalidade. Sobre os manuais relacionados à Teoria dos Números ela afirma que:

[...] podemos perceber também que alguns manuais, como seria de se esperar, principalmente nos de álgebra, a tendência formalista moderna ligada ao Movimento da Matemática Moderna. Essa tendência dá ênfase aos aspectos estruturais, enfatizando o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as estruturas algébricas. (RESENDE; 2007; p. 134-135).

Em nosso ponto de vista, a observação de Resende é próxima da concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica, que defende o ensino das estruturas algébricas (C7), conforme Fiorentini et al (1993). Ainda sobre os livros didáticos, ela afirma que estes não abordam os conteúdos de modo a contribuir com a formação de professores “constituindo num instrumento didático que contribui para o distanciamento entre a formação e a prática docente” (RESENDE; 2007; 136). Ela considera que a maioria dos livros analisados não faz uma conexão entre a teoria e prática, lamentando a falta de uma formação teórica que se associe à prática pedagógica, (C1), conforme Fiorentini et al (1998).

A autora então descreve a sua concepção sobre a disciplina:

[...] não pensamos a disciplina acadêmica apenas como um recorte de um campo científico para fins educacionais. Consideramos que é um construto social, fruto de uma negociação entre os pares no âmbito das instituições de ensino superior, considerando o perfil de profissional que se quer formar para um determinado tipo de sociedade. Assim, vamos conceber a disciplina acadêmica como constituída por um conjunto de conteúdos e práticas, frutos de uma transposição didática; de finalidades; de elementos pedagógicos, além de outros elementos do meio profissional de referência e da sociedade em geral, organizada de modo a manter uma unidade científica e didática. (RESENDE; 2007; p.191).

Pela exposição sobre o seu entendimento de disciplina acadêmica, e por nossa interpretação, relacionamos o trecho a várias categorias. Seu início nos remeteu a seguinte citação: “o saber docente é plural, formado pelo amalgama, mais ou menos coerente, de saberes científicos – oriundos da formação profissional, dos saberes das disciplinas, dos currículos – saberes da experiência.” (FIORENTINI et al; 1998; p.319), (C1).

A pesquisadora lamenta que os professores que ministram a disciplina, Teoria dos Números, nos cursos de Licenciatura em Matemática, demonstram ter uma concepção estruturalista da matemática, por explicitarem a organização axiomática para atender os requisitos lógicos, novamente com proximidade à concepção linguístico-postulacional (C5), Fiorentini et al(1993). Além disso, defende que a disciplina “é um campo propício para o desenvolvimento de atividades investigativas, pois a exploração de padrões de relações numéricas, o uso recursão [...] podem ser exploradas nas atividades escolares em qualquer nível.” (RESENDE 2007; p.209). Desse modo, a pesquisa dá importância à dimensão didática sugerindo uma abordagem no conteúdo com suas possibilidades de evolução nas diferentes séries escolares, ou seja, relacionada a dimensão didática (C12), que compõem a competência em álgebra, do professor, conforme Artigue et al (2004).

Nas considerações finais, Resende (2007) coloca que os livros que abordam a Teoria dos Números foram escritos a partir das notas de aula e, portanto, as reflete. Assim, ela afirma que:

[...] a abordagem dos conteúdos é também axiomática, numa linguagem predominantemente simbólico formal, com ênfase nas demonstrações, o que nos permite inferir, [...], que o ensino dessa disciplina pode ser enquadrado, de acordo com Fiorentini (1995), na Concepção formalista clássica em que a ênfase é colocada na forma e não no significado dos conteúdos tratados. (RESENDE; 2007; 222).

Consideramos esse trecho novamente como uma crítica a Concepção linguístico-postulacional (C5) de Fiorentini et al (1993). E continua afirmando que “A significação histórico-cultural, a investigação matemática, o conjecturar ficam relegados em segundo plano ou não aparecem” (RESENDE; 2007; p.222-223). A autora lamenta que não seja abordado o desenvolvimento histórico da matemática no ensino sobre a Teoria dos Números, (C10), o que relacionamos com a dimensão epistemológica que compõem a competência em álgebra do professor, conforme Artigue et al (2004).

Do conteúdo destacado de Resende (2007), organizamos o quadro 9 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 9: Resumo das categorias de análise encontradas em Resende 2007

C1. Defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica.
C5. Concepção linguístico-postulacional da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu campo para todos os ramos da matemática, com alto grau de abstração e generalidade.
C7. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista estrutural defende a necessidade do estudo de tópicos fundamentadores antecedendo o estudo das expressões algébricas dentre outros.
C8. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica: concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma “álgebra-geométrica” e abordagem lógico-formal.
C9. Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.
C10. Considera a dimensão epistemológica sobre a competência do professor em álgebra, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.
C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.
C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de

avaliação e dos recursos educacionais.
--

Fonte: A Autora desta pesquisa

A pesquisadora utilizou o termo concepções, e utiliza o termo na formulação de sua questão colocando que “nos propusemos verificar quais são as concepções de Teoria dos Números, enquanto saber a ensinar, voltado para formação do professor de matemática da escola básica,” (RESENDE; 2007; p.16). Desse trecho destacamos que se são concepções sobre a Teoria dos Números, são concepções locais de um determinado conteúdo, ao se referir ao saber ensinar, relacionamos às competências em álgebra do professor de modo geral, não sendo possível daqui considerar qual a dimensão que se refere, segundo Artigue et al (2004).

Não encontramos uma definição própria sobre o termo, mas a autora apresentou seu entendimento, considerando a concepção de natureza cognitiva, baseada em Morin (1999):

[...] a Concepção utiliza palavras, ideias, conceitos, teorias; recorre ao julgamento (avaliação); utiliza a imaginação e das diversas estratégias da inteligência; depende das teorias e dos paradigmas nos quais se inscreve e está sujeita a ser insuficiente, inadequada e errônea. (RESENDE; 2007; p.34).

Ainda sobre o entendimento sobre o termo concepções, a autora relaciona concepções históricas sobre a construção do conhecimento relacionado à teoria dos números, remetendo a dimensão epistemológica. Comenta sobre concepções errôneas de professores em relação às questões simbólicas afirmando que “a compreensão de números naturais de muitos professores se confunde com os símbolos utilizados,” (RESENDE; 2007; p.18), remetendo a questão à dimensão cognitiva. Aborda ainda concepções globais relacionadas ao ensino da matemática colocando que “as concepções de aprendizagem, com enfoque construtivista, interdisciplinar [...]” (Idem; p.20). Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, constatamos que a pesquisadora utilizou a definição de Morin (1999). Não detectamos se ela faz diferenciação entre o significado de concepções, crenças e preferências, mas ela considera as concepções como de natureza cognitiva, pois faz referência à questão da inteligência, e também admite

sua influência na prática docente, mas não disserta sobre a possível mudança de concepções docentes. Utilizou o termo tanto como uma visão global como local, sendo que para a visão local detectamos a dimensão epistemológica (histórica) e a cognitiva (símbolos utilizados).

Rezende (2007) considera a prática docente imersa num contexto social e defende uma formação que esteja vinculada à prática, de acordo com Fiorentini et al (1998) que consideramos esses aspectos como concepções globais relacionadas à prática docente.

Quanto às concepções de álgebra, inferimos que a autora se mostra contrária ao que constatou em sua pesquisa, ou seja, que o ensino sobre Teoria dos Números, nos Cursos de Licenciatura em Matemática se dá orientado pela lógica dedutiva, no qual predomina a utilização de uma linguagem simbólico formal. Ela completa afirmando que esse tipo de abordagem não condiz com as necessidades de ensino na educação básica, onde esses professores irão atuar.

A pesquisadora critica os aspectos relacionados à concepção formalista clássica e moderna, o que nos remeteu as concepções: linguístico-postulacional de álgebra e fundamentalista tanto analógica como estrutural de ensino de álgebra. A pesquisa almeja uma concepção de ensino de álgebra mais investigativa e voltada a aspectos histórico-culturais. Consideramos esses aspectos como concepções globais de álgebra.

Rezende (2007) buscou compreender o funcionamento de diferentes sistemas institucionais onde a Teoria dos Números era ensinada. Entrevistou professores, relatou quais as abordagens sobre álgebra eram valorizadas por esses docentes, considerando os efeitos de sua prática sobre a aprendizagem dos alunos. Investigou currículos; conteúdos programáticos; livros didáticos relacionados ao tema. Em vista desses aspectos citados, consideramos que a pesquisa apresenta uma preocupação em conhecer a cultura de ensino da Teoria dos números nos cursos de licenciatura em matemática, no Brasil.

Consideramos que o trabalho destaca as três dimensões que compõem a competência em álgebra do professor: a epistemológica; cognitiva e didática. Na

dimensão epistemológica a pesquisa lamenta a falta de uma abordagem de ensino sobre Teoria dos Números que considere o seu desenvolvimento histórico. Na dimensão cognitiva faz referência as relações entre a aritmética e a álgebra. Além disso, na busca pelos dados a pesquisadora defende um ensino investigativo em álgebra, que deva contemplar também as questões da funcionalidade da álgebra, e lamenta não haver indicações no PCN do ensino fundamental sobre oportunidades para desenvolver a aprendizagem sobre as demonstrações. Na dimensão didática dá importância ao conhecimento do currículo. Consideram esses aspectos como concepções locais da álgebra.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Resende (2007).

5ª. TESE: O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica

Em Souza (2008), intitulada *O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica*. Não encontramos nas palavras-chave nenhum dos termos usados nas buscas. O termo álgebra só foi encontrado no corpo da tese. No resumo encontramos o termo *licenciatura em matemática* apenas uma vez e três vezes e o termo *algébrica*. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ [...] resultados apresentados na resolução *algébrica* de inequações com uma incógnita real;
- ✓ [...] e um de alunos de primeiro ano de *licenciatura em Matemática*,
- ✓ [...] nenhum deles fez as conexões matemáticas entre a resolução funcional gráfica e a *algébrica*. Também não transferiram os novos conhecimentos para a resolução *algébrica*.

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análise.

O objetivo da pesquisa é estudar problemas ligados ao ensino e à aprendizagem de inequações com uma única incógnita real.

As questões propostas abordam a resolução de inequações utilizando diversos registros de representação semiótica. A sequência didática envolve o tratamento e a conversão entre os registros gráfico, algébrico e da língua natural. Desse modo, constatamos que a sequência propõe situações didáticas que contemplam a conversão entre registros de representação, abordando à questão da dimensão cognitiva, que compõem a competência em álgebra do professor (C11), conforme Artigue et al (2004).

A metodologia de pesquisa é qualitativa, “optamos por utilizar alguns passos da **Engenharia didática** [...]” (SOUZA; 2008; p.57). Ela foi desenvolvida em três etapas: análises preliminares; concepção; elaboração; análise didática; aplicação e observação de uma sequência de ensino; análise de protocolos.

A pesquisa foi aplicada em dois grupos de participantes: professores em formação inicial e professores em formação continuada.

Sobre os aspectos formais relacionados à matemática a pesquisadora apresenta seu entendimento:

Entendemos que o aspecto formal diz respeito a axiomas, definições, teoremas e demonstração e embora a maioria dos alunos da Educação Básica não vá necessariamente ser matemático, o que dizer que vai praticar a Matemática como atividade humana, as componentes formais precisam estar bem entendidas e ativas, para que seja desenvolvido um processo de raciocínio. Elas precisam ser inventadas ou aprendidas, organizadas, confrontadas e ativamente usadas pelo sujeito: entender o significado do rigor (o que não significa decorar demonstrações, mas sim preocupar-se com o rigor); desenvolver o sentimento de coerência e consistência (o que implica numa forma de expressão); caprichar na capacidade de pensar de forma encadeada, na presença ou não de restrições (o que quer dizer que é preciso ter uma ideia do todo). Acreditamos que as componentes formais fazem parte natural das potencialidades de todo ser humano, mas precisam ser lapidadas, por meio de um processo educacional adequado. (SOUZA 2008; 48).

Inferimos que a autora defende a necessidade do domínio do rigor baseado na exposição dos aspectos formais relacionados aos axiomas; o que se aproxima da concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica que defende uma abordagem lógico-formal (C8) segundo Fiorentini et al (1993).

A pesquisadora passa a relatar as suas escolhas sobre os sistemas de representação que guiaram as atividades: “o algébrico, porque é o mais usual e,

ao nosso entender, o mais eficiente; o gráfico, porque teve seu uso facilitado pela advinda dos softwares e das calculadoras gráficas [...]”, (SOUZA; 2008; p.54). Em nosso ponto de vista a pesquisadora se aproxima da concepção linguístico-estilística da álgebra, que dá importância a linguagem algébrica, de acordo com Fiorentini et al (1993). Além disso, suas atividades exploram diferentes registros de representações semiótica, preocupando-se com a dimensão cognitiva em álgebra do professor (C11), de acordo com Artigue et al (2004).

A autora relatou que os sujeitos de pesquisa afirmaram não conhecer nenhum método de resolução de inequações utilizando registros de representação gráfica. Por esse motivo ela realizou uma busca em livros didáticos, tanto do ensino fundamental como do médio, com o objetivo de verificar se havia em algum deles esse tipo de abordagem. Interpretamos que a preocupação em verificar os tipos de abordagens sobre o ensino de inequações em livros didáticos se relaciona a uma intenção de conhecer a cultura da álgebra, sobre esse conteúdo (C9), segundo Artigue et al (2004).

Para iniciar a coleta de dados, foi aplicado um teste diagnóstico com a finalidade de orientar a elaboração das próximas tarefas, buscando possibilidades de evolução nas atividades de ensino o que consideramos como uma preocupação com a dimensão didática, que compõem a competência em álgebra do professor (C12), conforme Artigue et al (2004). Ao apresentar o objetivo de cada questão a pesquisadora afirma que: “as letras constituem uma ferramenta importante na Matemática, permitindo que sejamos genéricos, não nos restringindo apenas a um número;” (SOUZA; 2008; p.101), relacionando a aritmética e a álgebra, sobre a dimensão cognitiva (C11), que compõe a competência em álgebra do professor, conforme Artigue et al (2004).

Ao relatar os resultados encontrados com aplicação das tarefas, a pesquisadora ressalta que: “Percebe-se que, entre os **alunos**, a resolução algébrica, anteriormente vista, inibi a nova aprendizagem, principalmente porque aparenta ter sido com uma grande ênfase nos procedimentos.” (SOUZA; 2008; p.222). (Grifo do autor). Interpretamos o relato como uma crítica à concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática, pois ela censura a ênfase nos

procedimentos para resolução de problemas (C6), conforme Fiorentini et al (1993).

Após a análise do protocolo das tarefas realizada por uma aluna, a pesquisadora faz uma hipótese, com relação à resolução apresentada “Talvez nunca tenha tido a oportunidade de ver esta definição, porque passou por uma formação bastante baseada nos aspectos intuitivos e algorítmicos da Matemática, sem ter sido estimulada a procurar entender os aspectos formais.” (SOUZA; 2008; p.242). Mais adiante ela conclui que: “Para provocar uma tal ruptura, o sujeito precisa ter o hábito de praticar todos os aspectos, principalmente os formais,” (SOUZA; 2008; p.245). Em nosso ponto de vista, a pesquisadora se aproxima da concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica pela ênfase e importância que dá a abordagem lógico-formal, (C8) conforme Fiorentini et al (1993).

A autora ressalta que tanto os alunos como os professores pesquisados apresentavam aspectos intuitivos que ela denominou como numéricos, que reside na “necessidade que o indivíduo sente de se referir a alguns valores numéricos específicos para desenvolver o raciocínio ou para verificar se é verdadeiro o que acaba de afirmar ou prever.” (SOUZA; 2008; p.247). Consideramos essa afirmação como uma referência à relação entre a aritmética e a álgebra, sendo que neste caso os alunos estão mais próximos da aritmética. Essa referência está relacionada a dimensão cognitiva, que compõe as competências em álgebra do professor, (C11) conforme Artigue et al (2004). Ainda sobre essa dimensão, Souza afirma que:

A prática de substituir uma variável ou uma incógnita por alguns valores numéricos, quando iniciamos a resolução de um problema, é perfeitamente *intuitiva*, entendível e aceitável, assim como quando queremos desenvolver um raciocínio indutivo ou desenvolver uma conjectura. O que consideramos perigoso e mesmo danoso é a aceitação de um resultado teórico com base em alguns casos particulares, (SOUZA 2008; p.248).

Essa afirmação nos remete às generalizações abusivas após a verificação de alguns casos particulares. O que já fora ressaltado por Mariane (2003) e Figueiredo (2007).

Do conteúdo destacado de Souza (2008), organizamos o quadro 10 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 10: Resumo das categorias de análise encontradas em Souza 2008

Quadro 10: Resumo das categorias de análise encontradas em Souza 2008

<p>C3. Concepção linguístico-estilística da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.</p>
<p>C6. Concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática: considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.</p>
<p>C8. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica: concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma “álgebra-geométrica” e abordagem lógico-formal.</p>
<p>C9. Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.</p>
<p>C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.</p>
<p>C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.</p>

Fonte: A Autora desta pesquisa

A pesquisadora utilizou o termo concepções na maioria das vezes relacionada às concepções locais de alunos sobre resoluções de inequações. Citou algumas observações de Linchevski e Sfart (1991), mas não apresentou uma definição sobre o significado da palavra. Fez ainda, referência às concepções globais sobre a álgebra, afirmando que: “Existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionam as diferentes concepções de álgebra.” (SOUZA; 2008; p.284). Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, a pesquisadora não apresenta nenhuma definição. Não identificamos se ela faz diferenciação entre o significado de concepções, crenças e preferências, mas detectamos que ela considera as concepções como de natureza cognitiva, pois às relaciona ao pensamento. Não encontramos nenhuma citação que relacionasse as concepções com a prática docente, nem sobre possíveis mudanças de concepção. Utilizou o termo tanto com uma visão global referindo-se a álgebra como local.

A pesquisa não aborda a relação da prática profissional com a formação teórica.

Inferimos que a autora se aproxima da concepção linguístico-estilística da álgebra, pois considera a escrita algébrica como a mais eficiente. Em relação às concepções de ensino de álgebra consideramos que ela apresenta a fundamentalista analógica e a linguístico-pragmática, pois dá ênfase aos aspectos formais e crítica ao ensino com ênfase no treinamento de técnicas algébricas respectivamente. Consideramos esses aspectos como concepções globais de álgebra.

Abordou aspectos relacionados à cultura da álgebra procurando verificar se os livros didáticos da Educação básica, apresentavam algum método de resolução de inequações que utilizasse o registro de representações gráficas, de acordo com Artigue et al (2004).

A pesquisa apresentou duas dentre as três dimensões que compõem as competências em álgebra do professor. Na dimensão cognitiva a pesquisa abordou a relação entre a aritmética e a álgebra ressaltando o aspecto da álgebra

como aritmética generalizada e alertando sobre as generalizações abusivas. Ainda sobre a dimensão cognitiva, ressaltou a eficiência do sistema simbólico da álgebra e a utilização de diferentes registros de representação semiótica nas atividades propostas. Na dimensão didática a pesquisadora apresentou uma preocupação com as possibilidades de evolução das tarefas, pois iniciou aplicando um teste diagnóstico. Consideramos esses aspectos como concepções locais de ensino de álgebra.

6ª. TESE: Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática

Leivas (2009), intitulada *Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática* apresenta já no título o termo Licenciatura em Matemática. Não achamos nenhum dos termos das buscas nas palavras-chave. No resumo encontramos o termo *licenciatura em matemática* três vezes e o termo *álgebra* duas vezes. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ [...] é possível ensinar conceitos geométricos em disciplinas de cursos de *Licenciatura em Matemática* [...];
- ✓ [...] com base em levantamento inicial, em oito currículos de *Licenciaturas em Matemática* [...];
- ✓ Propõem-se algumas formas de tratar conteúdos de diversas disciplinas da *Licenciatura em Matemática* [...];
- ✓ [...] Geometrias Não Euclidianas, Fractal, Diferencial e Topologia; Cálculo, *Álgebra*, *Álgebra Linear* e Análise;

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análise.

A pesquisa tem por objetivo “Apontar possibilidades do uso de abordagens geométricas que mobilizem imaginação, intuição e visualização no ensino de conceitos em disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática.” (LEIVAS;

2009; p.63). Além do objetivo geral o pesquisador apresenta os objetivos específicos:

1. Descrever e analisar experimentos geométricos realizados em disciplina do ensino superior.
2. Identificar na literatura, em especial na oriunda do campo da Psicologia da Educação Matemática, se há e como se caracterizam as pesquisas sobre o ensino de conceitos geométricos que mobilizam a imaginação, a intuição e a visualização.
3. Fornecer indicadores para uma proposta de currículo para cursos de Licenciatura em Matemática que contemple a imaginação, a intuição e a visualização. (LEIVAS 2009; p. 63-64).

O terceiro objetivo específico, demonstra uma preocupação com o currículo da licenciatura em matemática, o que relacionamos com a dimensão didática, que compõem a competência em álgebra do professor (C12), segundo Artigue et al (2004).

Quanto à metodologia de pesquisa trata-se de uma investigação naturalística, pois segundo o próprio autor houve pouca interferência do aplicador no processo. Para coleta de dados foram elaborados atividades de ensino e os diálogos foram gravados.

O autor descreve aspectos da geometria e faz considerações históricas sobre a geometria analítica e afirma que:

É o nascimento do estilo analítico, em que a intuição serve como fundamento para geometria, deslocando a intuição das figuras próprias do Estilo Euclidiano para a geometria um caráter métrico, que vai permitir ampliar os domínios da Geometria ao tratar com curvas de grau superior, por exemplo. A ênfase nesse estilo é no tratamento algébrico dos objetos se sobrepondo ao geométrico, o que parece continuar a prevalecer nas disciplinas da componente curricular denominada Geometria Analítica. (LEIVAS 2009; p.13-14).

O pesquisador afirma que o ensino da disciplina de geometria analítica tem dado ênfase ao tratamento algébrico. Em nosso ponto de vista, a afirmação é uma referência à extensão da Álgebra um dos ramos da matemática, desse modo relacionamos essa afirmação com a concepção linguístico-postulacional da álgebra (C5), segundo Fiorentini et al (1993). Ainda sobre a citação, o pesquisador afirma que o estilo algébrico se sobrepôs ao geométrico euclidiano, dessa afirmação ressaltamos que ele considera a extensão e diversidade do conhecimento algébrico, que neste caso está relacionado com a geometria, o que

relacionamos com a dimensão epistemológica (C10), que compõem as competências em álgebra do professor, segundo Artigue et al (2004).

Verificamos que um termo muito utilizado no texto da pesquisa é a palavra 'imaginação'. Nesse contexto Leivas (2009) afirma que:

A partir das considerações anteriores, nesta tese utilizarei o termo **imaginação** para expressar uma forma de concepção mental de um conceito matemático, o qual pode vir a ser representado por um símbolo ou esquema visual, algébrico, verbal ou uma combinação dos mesmos, com a finalidade de comunicar para o próprio indivíduo ou para outros tal conceito. (LEIVAS; 2009; p.20). (Grifo do próprio autor).

Compreendemos dessa afirmação, que o pesquisador concebe o termo como uma forma de pensamento de um conceito matemático que pode ser expresso por meio da utilização de diferentes registros de representação semiótica. Essa concepção sobre o termo 'imaginação', relacionamos com a dimensão cognitiva (C11), segundo Artigue et al (2004).

O autor aborda a relação entre a Geometria e a Álgebra. Inicia apresentando algumas de suas concepções "A partir de minhas concepções iniciais sobre imaginação, intuição e visualização e com base na literatura consultada, exemplifico uma possibilidade de geometrizar o tópico de grupos algébricos." (LEIVAS; 2009; p.24). Mais adiante ele afirma que "visualização pode ser útil não somente em tópicos visuais como Geometria e Trigonometria, mas também em Álgebra." (LEIVAS; 2009; p.51). Sobre o mesmo tema coloca que "uma interrelação entre conteúdos matemáticos, uma associação entre Álgebra e Geometria, em atividades para o Ensino Fundamental e Médio de Matemática tem sido apresentada em livros didáticos, artigos e dissertações." (LEIVAS; 2009; p.53). Então prossegue:

[...] que entre as habilidades a serem desenvolvidas no ensino de Álgebra estão a visualização de padrões e sua representação simbólica. No entanto, se partirmos de uma determinada representação, [...] a possibilidade de entender o processo será maior." (LEIVAS; 2009; p.55).

Inferimos a essas afirmações a concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica que defende uma 'álgebra geométrica' (C8), conforme Fiorentini et al (1993).

O autor afirma que: “preocupei-me [...], em proporcionar aos alunos uma exploração do software simultaneamente a um repensar aspectos da geometria.” (LEIVAS; 2009; p.109). Consideramos essa afirmação como relacionada à dimensão didática, pois considera a utilização dos recursos educacionais em suas tarefas, (C12), conforme Artigue et al (2004).

Nas considerações finais, o pesquisador afirma haver uma necessidade de reformulação dos currículos das licenciaturas em matemática e de uma interdisciplinaridade entre os conceitos matemáticos propondo que a geometria seja considerada um tema transversal afirmando que “ilustro o que caracterizo como elemento transversal interdisciplinar, integrado na construção do que estou chamando de componente curricular geométrica.” (LEIVAS; 2009; p. 243). Interpretamos essa afirmação como próxima à concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica que defende que a geometria possui um papel intermediário para que se possa atingir uma forma simbólica mais abstrata (C8), conforme Fiorentini et al (1993).

Do conteúdo destacado de Leivas (2009), organizamos o quadro 11 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 11: Resumo das categorias de análise encontradas em Leivas 2009

C5. Concepção linguístico-postulacional da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu campo para todos os ramos da matemática, com alto grau de abstração e generalidade.

C8. Concepção de ensino de álgebra fundamentalista analógica: concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma “álgebra-geométrica” e abordagem lógico-formal.

C10. Considera a dimensão epistemológica sobre a competência do professor em álgebra, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.

C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.

C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Fonte: A Autora desta pesquisa

O pesquisador utilizou o termo concepção relacionado ao termo imaginação no sentido de uma concepção mental:

[...] nesta tese utilizarei o termo **imaginação** para expressar uma forma de concepção mental de um conceito matemático, [...] com a finalidade de comunicar para o próprio indivíduo ou para outros tal conceito. (LEIVAS; 2009; p.20). (Grifo do autor).

O fato de utilizar a conjunção dos termos ‘concepção mental’ pode indicar que para o autor o termo concepção não tem um caráter cognitivo. O texto não apresenta nenhuma teoria que estude diretamente a questão das concepções docentes. Embora ele tenha utilizado a palavra ‘concepções’ muitas vezes, não encontramos uma definição, nem própria nem de outro autor. Destacamos alguns trechos que nos dão indícios de seu entendimento. Sobre o conhecimento geométrico afirma que: “está centrado em algumas disciplinas que abordam Geometria Plana e Espacial, numa concepção dita euclidiana,” (LEIVAS; 2009; p.15). Desse trecho relacionamos o termo a uma concepção global de geometria. Mais adiante afirma que: “A concepção de construcionismo foi utilizada para a construção de conceitos geométricos, em particular [...]” (Idem; p.93), relacionamos esse excerto a uma concepção global relacionada a uma ideologia de ensino. Sobre a prática docente ele coloca que:

Se mudanças demasiadamente radicais são feitas, dificilmente elas são colocadas em prática pelos professores. Dessa forma, tais mudanças precisam ser feitas de acordo com reformulações nas concepções dos professores sobre a forma como abordam suas disciplinas,

estabelecendo conexões interdisciplinares, como definido antes, entre as diversas disciplinas. (LEIVAS; 2009; p.232).

Inferimos que de acordo com este pesquisador, as concepções influenciam a prática docente e que essas podem ser modificadas, e alerta que as “Mudanças de concepção da formação do professor são difíceis de ocorrer, pois vencer a inércia do que está posto é bastante difícil e amedrontador.” (LEIVAS; 2009; p.134). Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, o pesquisador não apresenta nenhuma definição formal. Não detectamos se ele faz diferenciação entre o significado de concepções, crenças e preferências, nem podemos afirmar que ele considera as concepções como de natureza cognitiva, pois se refere a ‘concepção mental’. Interpretamos que ele considera que as concepções influenciam a prática docente, e que podem ser modificadas, embora alerte que as mudanças são difíceis de ocorrer. Utilizou do termo tanto com uma visão global, referindo-se a geometria, como local.

A partir de nossa análise, sobre uma aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar com a participação docente em pesquisas, Leivas (2009) defende que deve haver uma aproximação entre o conhecimento gerado na Universidade, inclusive em relação às pesquisas sobre educação, porém com o professor se apropriando do conhecimento e não com uma participação do professor da escola básica na produção desse conhecimento, o que não corresponde ao proposto por Fiorentini et al (1998).

Das concepções sobre a Álgebra e seu ensino, interpretamos que o pesquisador concebe a álgebra como uma linguagem simbólica, cujo domínio se estende para todos os campos da matemática, pelo seu alto grau de generalidade e abstração. Das concepções sobre ensino de álgebra Leivas (2009) se aproxima da fundamentalista analógica, pois defende uma ‘álgebra geométrica’, segundo Fiorentini et al (1993). Consideram esses aspectos como concepções locais de álgebra.

Atribuímos à pesquisa as três dimensões que compõem as competências em álgebra do professor. A pesquisa relaciona a álgebra com a geometria analítica portanto à dimensão epistemológica considerando a extensão e diversidade do conhecimento algébrico. Além disso, o Leivas (2009) menciona

diferentes registros de representação semiótica relacionada a dimensão cognitiva. Considera a dimensão didática do professor, pois a pesquisa se preocupa com o conhecimento curricular, e com as possibilidades de utilização de recursos educacionais, segundo Artigue (2004). Consideramos esses aspectos como concepções locais da álgebra.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Leivas (2009).

7ª. TESE: Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros

Pontes (2010), intitulada *Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros*, não apresenta os termos Licenciatura em Matemática e Álgebra nem no título, nem nas palavras-chave, nem no resumo. No resumo encontra-se apenas o termo algébrico. Apresentamos a seguir o excerto do resumo com o respectivo termo:

- ✓ No trabalho de campo identificou-se, dentre as abordagens – aritmética, geométrica, *algébrica* e axiomática. (grifo nosso).

A inclusão dessa tese em nossa pesquisa se deu por sugestão da banca de qualificação. A partir daí, verificamos que a ela fora aplicada com alunos do Ensino Fundamental, Médio e da Graduação, e que dentre os alunos da graduação havia alunos da licenciatura em matemática. Quanto ao conteúdo abordado, os Números Inteiros, consideramos o tema como pertinente, pois admitimos a relação entre a Aritmética e a Álgebra. Desse modo, a pesquisa foi incluída no rol de teses para as análises.

A pesquisa tem por objetivo investigar questões relacionadas às operações entre números inteiros, mais especificamente a multiplicação. O foco é observar qual das abordagens sobre as possíveis justificativas relacionadas a multiplicação entre números inteiros que apresenta melhor compreensão, por parte dos alunos. Além disso, pretende verificar que elementos que estão presentes nessas

justificativas, que “contribuem para a superação dos obstáculos epistemológicos nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros.” (PONTES; 2010; p.6). Relacionamos esse objetivo com a dimensão cognitiva, que compõe as competências em álgebra do professor, pois considera os processos de aprendizagem (C11), segundo Artigue et al 2004.

Quanto aos procedimentos metodológicos a pesquisa aplicou atividades com alunos do ensino fundamental, médio e da graduação. Além disso, realizou uma revisão bibliográfica sobre pesquisas que abordavam o desenvolvimento histórico acerca dos números inteiros e sua relação com o ensino e a aprendizagem.

No início do capítulo 2, sobre a História dos Números Inteiros, a pesquisadora afirma que:

[...] a História da Matemática possibilita a percepção do caráter humano, presente na construção do conhecimento matemático, pois a identificação dos conflitos existentes, que, de certa forma ecoam nos processos de ensino e de aprendizagem escolar atual. (PONTES; 2010; p.39).

Desse modo, consideramos que a pesquisa destaca a importância do conhecimento do desenvolvimento histórico da matemática, neste caso a álgebra, reforçando a preocupação com a dimensão epistemológica, uma das características das competências em álgebra do professor, (C10), segundo Artigue et al (2004).

A aproximação com a escola se deu por meio do contato “com a professora de Matemática do Ensino Fundamental durante o encontro para planejamento das atividades [...]. A professora demonstrou total receptividade, manifestando a satisfação pela parceria com a UFRN.” (PONTES; 2010; p.69). Embora tenha havido reuniões de planejamento para a aplicação das atividades envolvendo questões relacionadas à pesquisa, não podemos afirmar com certeza se a professora da escola fora “ouvida” para a elaboração das questões, mas o termo planejamento das atividades pode indicar que os encontros não foram apenas para marcar datas. Porém, como não encontramos outros detalhes sobre o fato preferimos não atribuir a nenhuma categoria.

Ao descrever os resultados de uma atividade que solicitava a diferenciação dos termos: “não negativo” e “positivo”, a autora apresenta uma frase de um aluno que diz: “[...] porque se tiver dois números negativos o sinal é positivo” (PONTES; 2010; p.80), e faz a sua interpretação sobre a resposta: “ficou evidente a interferência do ensino das operações fundamentada em regras, que são transferidas para outras situações, mesmo que não façam nenhum sentido [...]” (idem; p.80). Mais adiante, a pesquisa aponta que em uma operação de adição com números inteiros os alunos utilizaram a regra de sinais da multiplicação e apresentaram o sinal como negativo, enquanto que o correto era o positivo. Sobre esse fato, a pesquisadora afirma que: “Aqui houve uma sobregeneralização da regra da multiplicação de números inteiros. Esse fato decorre do equívoco de pautar o ensino das operações com números inteiros apenas em regras” (PONTES; 2010; p.88).

Ao descrever os resultados sobre as questões que envolviam a adição algébrica com números inteiros a pesquisadora coloca que: “o ensino das operações com números inteiros, pautado em regras, provoca problemas pela desvinculação dos significados atribuídos a essas operações.” (PONTES; 2010; p.95). Consideramos essas afirmações como uma crítica à concepção linguístico-pragmática que dá ênfase ao treinamento de técnicas algébricas (C6), conforme Fiorentini et al (1993).

No capítulo no qual a pesquisadora aborda a questão dos obstáculos epistemológicos encontrados pelos alunos, na compreensão do conceito dos números negativos, ela faz uma conexão com as dificuldades históricas que envolveram a aceitação desse conjunto, afirmando que:

Portanto, assim, como ocorre, no processo histórico de construção do conceito de números negativos e de suas operações nos processos de ensino aprendizagem, o avanço em direção à compreensão dos números inteiros e de suas operações é gradativo e repleto de dificuldades e obstáculos. (PONTES; 2010; p.108-109).

Atribuimos a essa afirmação uma referência ao conhecimento histórico que envolve o desenvolvimento da compreensão sobre os números negativos, pois tal conhecimento ajudaria o professor a compreender as dificuldades encontradas pelos atuais alunos. Nossa interpretação é que a pesquisadora ressalta o desenvolvimento histórico da álgebra, que se relaciona a dimensão

epistemológica (C10) que compõe as competências em álgebra do professor, conforme Artigue et al (2004).

A autora faz uma crítica às abordagens didáticas que provocam a estagnação dos alunos no estágio das operações concretas, e apresenta sua interpretação para o fato:

[...] pode ser identificada pelas abordagens oferecidas por alguns livros didáticos ao trabalharem a adição, a subtração e ainda alguns casos de multiplicação, através de contextos metafóricos tais como: movimentação bancária, variação de temperatura, saldo de gols e altitudes de cidades. Devido às escolhas feitas pelos autores de diversos livros didáticos que são seguidos pelos professores, a estagnação no estado das operações concretas constitui-se também um obstáculo didático, (PONTES; 2010; p.115).

Dessa citação, entendemos que Pontes (2010) alerta que um ensino de álgebra utilizando apenas exemplos do cotidiano pode provocar uma estagnação do aluno no estágio concreto das operações, não atingindo o necessário estágio de abstração. Essa interpretação nos remete a Artigue et al (2004) que afirmam que a formação docente não permite internalizar meios operacionais para a análise das dificuldades dos alunos, o que faz com que os professores não consigam elaborar meios de neutralizar esses conhecimentos equivocados. Assim, destacamos que a autora considera o ensino de álgebra tanto na dimensão de ferramenta como de objeto, (C10), de acordo com Artigue et al (2004).

A autora ressalta que alguns professores dão preferência ao ensino de regras. Neste sentido, ela afirma que “A utilização insistente de regras pré-estabelecidas nos remete à prática dos professores.” (PONTES; 2010; p.118). Entendemos essa afirmação como uma crítica ao ensino tecnicista que se baseia em regras, segundo Fiorentini et al (1993), (C6).

A pesquisadora apresentou diferentes justificativas, aos alunos, sobre a regra de sinais da multiplicação entre números inteiros, com o objetivo de verificar qual delas eles consideravam mais fácil de compreender. Ela firma que a justificativa que utilizava argumentos algébricos, com suporte axiomático de Hankel, foi a que apresentou o menor índice de indicação por parte dos alunos e completa: “até mesmo alunos do ensino médio e superior, dos quais se espera um nível mais elevado de abstração, têm seus processos de compreensão ainda

muito ligados à aritmética.” (PONTES; 2010; p.122). O que relacionamos com a dimensão cognitiva, sobre as relações entre a aritmética e a álgebra, sendo que os alunos demonstravam estar mais próximos da aritmética, **C11**, conforme Artigue et al (2004).

Ainda com relação à apresentação das justificativas sobre a multiplicação de números inteiros a autora ressalta a importância da abordagem histórica com preocupação pedagógica, quando ela afirma que “[...] proporcionar a utilização de procedimentos diferentes dos que possuem considerável hegemonia no ensino de Matemática e debater aspectos internos à matemática existente na construção do conhecimento.” (PONTES; 2010; p.122). Inferimos que ela sugere uma revisão de procedimentos que costumam ser utilizado no ensino de modo a acrítico, aspecto relacionado à cultura da álgebra **C9**, conforme Artigue et al (2004), pois segundo a autora esses procedimentos são hegemônicos.

Ainda sobre a questão histórica a autora afirma que: “as justificativas das regras de sinais para multiplicação, que foram eficazes na superação dos obstáculos impostos historicamente aos matemáticos do passado, também o foram no presente.” (PONTES; 2010; p.128). Essa afirmação nos à dimensão epistemológica **C10**, conforme Artigue et al (2004).

Do conteúdo destacado de Pontes (2010), organizamos o quadro 12 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 12: Resumo das categorias de análise encontradas em Pontes 2010

C6. Concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática: considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.

C9. Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição.

C10. Considera a dimensão epistemológica sobre a competência do professor em álgebra, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra relacionado; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto.

C11. Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica.

C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Fonte: A Autora desta pesquisa

A pesquisadora utilizou o termo concepções algumas vezes, sem defini-lo. Destacamos alguns trechos, para esclarecer em que sentido a palavra concepções foi utilizada : “em uma analogia, muitas vezes, não se consegue semelhança total entre os domínios comparados e as divergências incutem concepções equivocadas nos alunos.” (PONTES; 2010; p.20); “Fibonacci além de aceitar os números negativos, decide considera-los como raízes de uma equação. [...] Essas concepções se aproximam daquelas apresentadas por Diofanto.” (Idem; p.48). Sobre concepções docentes, ela afirma que: “sejam identificadas, modificadas e ampliadas às concepções dos professores em relação aos números inteiros”. (Idem; p.31). Portanto, sobre o entendimento da palavra concepções, detectamos que ela admite que as concepções possam ser modificadas e se referiu à concepção local relacionada aos números inteiros, sobre a dimensão epistemológica (histórica) e didática (na escolha das atividades de álgebra).

A pesquisa indica uma parceria com os professores da educação básica, no que tange o planejamento das atividades, o que pode ser um indício de algum tipo de participação da professora da Educação Básica na elaboração das atividades aplicadas aos sujeitos de pesquisa. Desse modo, inferimos que embora não haja uma defesa clara sobre essa concepção, há indícios de uma intenção de que esses professores participem de pesquisas educacionais que

levem em conta seus saberes e sua prática. Consideramos esse aspecto como uma concepção global sobre a prática docente.

Das concepções de álgebra encontramos referências ao ensino por meio de treinamento de técnicas algébricas sempre de um modo crítico, de Fiorentini et al (1993). Consideramos esse aspecto como uma concepção global sobre à álgebra.

Sobre a questão da cultura da álgebra a pesquisadora faz uma crítica aos métodos que são hegemônicos no ensino, e que estes não abordam aspectos internos à matemática existente na construção do conhecimento, segundo Artigue et al (2004).

Encontramos aspectos relacionados às três dimensões que compõem as competências em álgebra do professor. As atividades abordaram o ensino de operações entre números inteiros, principalmente sobre a multiplicação, e focou o conhecimento do desenvolvimento histórico da álgebra, esta é a cerne da pesquisa, que se relaciona à dimensão epistemológica do professor e está de acordo com Artigue et al (2004). Sobre a dimensão cognitiva em álgebra, a pesquisa destaca as relações entre a aritmética e a álgebra. Em relação à dimensão didática, a pesquisa destaca o conhecimento profissional sobre processos de aprendizagem em álgebra. Consideramos esses aspectos como concepções locais de álgebra.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Pontes (2010).

8ª. TESE: A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio supervisionado

Proença (2012), intitulada *A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio supervisionado* apresenta o termo *Licenciatura em Matemática*, já no título. Nas palavras-chave aparece novamente o termo *Licenciatura em Matemática*. No

resumo encontramos os termos *Licenciatura em Matemática e álgebra* uma vez cada. Apresentamos a seguir os excertos do resumo com os respectivos termos:

- ✓ Os sujeitos da pesquisa foram quatro *licenciandos em Matemática* que cursavam o último ano do curso.
- ✓ [...] três conteúdos: um de aritmética, um de *álgebra* e um de geometria; (grifo nosso).

Desse modo, a pesquisa obedece nossos critérios de busca e foi incluída no rol de teses para análises.

A pesquisa tem por objetivo investigar se:

Uma intervenção, baseada em um Curso sobre Resolução de Problemas e em regências de aula, favorece a formação do futuro professor de Matemática para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar por meio da resolução de problemas? Quais as possibilidades e limites para a implementação do trabalho com a resolução de problemas nas regências de aula do estágio curricular supervisionado pelos futuros professores de Matemática? (PROENÇA; 2012; p.76).

Foram elencados os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar e descrever os conhecimentos dos licenciandos em Matemática sobre a temática da resolução de problemas, segundo a formação adquirida;
2. Analisar a participação desses alunos em um Curso sobre Resolução de Problemas (1ª etapa da intervenção) na aquisição de conhecimentos sobre resolução de problemas;
3. Analisar as dificuldades e as possibilidades decorrentes do trabalho com a resolução de problemas, durante as regências de aula (2ª etapa da intervenção), na escola básica;
4. Identificar e analisar quais conhecimentos foram (re)constituídos acerca da resolução de problemas como um caminho para se ensinar e aprender Matemática na escola básica. (PROENÇA; 2012; p.76).

Dos objetivos, destacamos que a proposta ensinar a Resolução de Problemas, para professores em formação, de modo que estes possam utilizar essa metodologia em sua prática docente, nas regências de aula, durante a realização do estágio supervisionado. Interpretamos que Proença (2012) defende uma formação teórica que se associe à prática docente ao conhecimento pedagógico, (C1), conforme Fiorentini et al (1998). Dos objetivos específicos destacamos a preocupação com a dimensão didática que compõem as

competências em álgebra do professor, relacionada ao conhecimento profissional sobre processos de aprendizagem em álgebra (C12) conforme Artigue et al (2004).

A metodologia de pesquisa foi qualitativa. Para coleta de dados foram elaboradas uma entrevista inicial, um roteiro de avaliação de regências de aula e uma entrevista final. O pesquisador valeu-se de transcrições de entrevistas, vídeos e notas de campo.

As regências de aula se deram na escola básica, na qual os sujeitos de pesquisa deveriam utilizar a Resolução de Problemas, na preparação e aplicação de suas aulas, nas seguintes áreas: aritmética, álgebra e geometria. Essa proposta pretendia **“tornar possível a coleta de dados que evidenciassem as possibilidades e as dificuldades desses sujeitos no trabalho com a resolução de problemas nas aulas de Matemática.”** (PROENÇA; 2012; p. 79). (Grifo do autor). Interpretamos que a decisão de coletar dados no ambiente de trabalho desses licenciandos, como uma intenção de associar conhecimentos específicos com o pedagógico, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, relacionada a formação teórica, (C1), conforme Fiorentini et al (1998).

Segundo Proença, o motivo que o levou a empreender o estudo foi o fato de ter observado o modo como os licenciandos preparavam o seu material, para utilizar nas regências de aula, no momento do estágio supervisionado. Ele afirma que teve “a oportunidade de constatar que muitos estagiários elaboravam sequências didáticas voltadas simplesmente para a exposição primeira do conteúdo, de definições e de fórmulas e em seguida trabalhar com atividades em que esse conhecimento era aplicado diretamente.” (PROENÇA; 2012; p. 12). Mais adiante ele coloca que “O que se observou foi que os professores ainda exercem um ensino padronizado, oriundo de exercícios baseados em um único caminho de resolução e que os alunos refletem o aprendizado a esse modo.” (PROENÇA; 2012; p. 29). Mais a diante ele afirma que esses “licenciandos apresentaram dificuldades na resolução de problemas. Ainda é baixa a habilidade para articular conceitos, princípios e procedimentos e se distanciar da busca de um

procedimento algorítmico único.” (PROENÇA; 2012; p. 36). Em nosso ponto de vista Proença tece uma crítica à concepção linguístico-pragmática de ensino de álgebra que considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio de treinamento de técnicas algébricas, (C6), conforme Fiorentini et al (1993).

O autor afirma que é necessário conhecer os diferentes tipos de saberes docente “porque a construção de tais tipologias evidencia que os saberes docentes são oriundos de uma formação de saberes da formação inicial como dos conhecimentos que os futuros professores trazem de suas vivências na escola básica.” (PROENÇA; 2012; p.42). Mais adiante, completa afirmando que:

É nesse sentido que as diferentes tipologias dos saberes docentes, anteriormente apresentadas, podem contribuir para tal formação, uma vez que foram constituídos por meio dos saberes anteriores à formação inicial, da própria formação inicial e com enfoque da prática profissional dos professores na utilização desses saberes. (PROENÇA; 2012; p.50).

Essas afirmações, aliadas ao ambiente escolhido para obtenção dos dados, que inclui as regências de aula de futuros professores, no momento de seu estágio supervisionado, nos levaram novamente a interpretar que a pesquisa defende uma formação que inclua a prática docente imersa num ambiente escolar, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica (C1), conforme Fiorentini et al (1998).

Além dos aspectos que relacionam a formação docente, a pesquisa destaca que as “Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, deve, entre outras coisas, favorecer o preparo para o ensino visando à aprendizagem do aluno e o uso de metodologias e estratégias inovadoras.” (PROENÇA; 2012; p.37). Mais adiante, o autor destaca aspectos que delimitam a Resolução de Problemas:

Os aspectos que a delimitam seriam os seguintes: a definição de problema, enquanto uma situação que demanda o alcance de um objetivo; a necessidade de conhecimentos específicos de uma determinada área como, por exemplo, o conhecimento matemático; a busca de estratégias de resolução baseadas nesses conhecimentos específicos; o fato de que a resolução de um problema segue fases, as quais, se realizadas adequadamente, permitem que a pessoa tenha

sucesso no processo de resolução de problemas. (PROENÇA; 2012; p.57).

Daí, relacionamos a abordagem sobre a resolução de problemas como uma preocupação que se relaciona à dimensão didática, no que se refere às possibilidades de evolução nas atividades de ensino (C12), conforme Artigue et al (2004).

Na primeira etapa da pesquisa, Proença ministrou um curso sobre a metodologia de Resolução de Problemas, para que os sujeitos de pesquisa pudessem utilizá-la em suas regências de aula, sobre três campos da matemática. Nesse contexto ele afirma que:

Na segunda etapa, esses estudantes elaboraram sequências didáticas, envolvendo conteúdos de aritmética, álgebra e geometria, buscando implementar o conhecimento adquirido nesse curso nas regências de aula, durante a disciplina de Estágio Curricular Supervisionado II. (PROENÇA; 2012; p.81).

Sobre o uso da metodologia de Resolução de Problemas, o autor destaca que ela “permite aos professores explorar tanto conceitos como as formas de pensamento relacionadas aos domínios da aritmética, álgebra e geometria.” (PROENÇA; 2012; p.18).

Após a leitura desses trechos levantamos a possibilidade de que o autor considera a aritmética e a álgebra como campos distintos dentro da matemática. Na busca por mais subsídios, destacamos os seguintes trechos: “foi solicitado que elaborassem três sequências didáticas, envolvendo um conteúdo de aritmética, um de álgebra e um de geometria, situação que correspondeu à terceira etapa da pesquisa.” (PROENÇA; 2012; p.87); “As dificuldades desses estudantes foram os de encontrar professores da escola básica que estivessem trabalhando conteúdos ligados à última área que lhes faltavam, o de aritmética,” (Idem; p.90). Mais adiante ele apresenta trechos das entrevistas com os alunos:

S4: É isso que eu estou achando estranho. Vou entrar no trabalho do professor. Porque se ele está dando equação ou outra coisa, vou dar aritmética? Pesquisador: Por isso que você deve conversar com o professor. Para ver o que ele está dando de conteúdo para os alunos e para você poder se encaixar nisso. (PROENÇA; 2012; p.115).

Pesquisador: Você pode propor para eles (alunos) tentarem resolver assim (graficamente) e discutir o conteúdo (geometria analítica), quando for trata-lo em sala de aula. Pode analisar quando há intersecção,

quando é vazia a intersecção etc. Quando vocês forem trabalhar, o que vale é a discussão. Essa estratégia eu vou chamar de “construir um gráfico”. (PROENÇA; 2012; p.119).

Posteriormente, o sujeito S4 perguntou se daria para fazer algebricamente. O pesquisador respondeu:

Pesquisador: Para isso eu preciso estabelecer uma equação. O que eu sei do problema? Eu tenho moedas de 25, 10 e 5 centavos. Mas o que “amarra” esses valores?

S1: A quantidade de moedas.

Pesquisador: E tem que dar 160! Eu consigo montar uma equação com essas informações? (PROENÇA; 2012; p.124).

Da primeira discussão, ressaltamos que o referido pesquisador considera a construção de retas em um plano cartesiano como geometria analítica, e denomina a estratégia por “construir um gráfico”, o que nos remeteu a Lins; Gimenez (2006) que formulam a questão de que se formos conceber a álgebra por conteúdos, os gráficos fariam parte ou não da álgebra? Da segunda discussão destacamos o trecho no qual o sujeito S4 pergunta se era possível resolver algebricamente, e o pesquisador responde que para isso precisa estabelecer uma equação. Destacamos que o pesquisador considera que se utilizarem um gráfico, então estaria na disciplina de geometria analítica, e para que a resolução seja algébrica é preciso estabelecer uma equação. Dessas citações, a nosso ver, o pesquisador relaciona a álgebra à linguagem algébrica em detrimento da forma como esse pensamento se manifesta (C3), segundo Fiorentini et al (1993), e também não considera as relações entre aritmética e álgebra.

Do conteúdo destacado de Proença (2012), organizamos o quadro 13 apresentando as categorias encontradas nessa pesquisa.

Quadro 13: Resumo das categorias de análise encontradas em Proença 2012

C1. Defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica.

C3. Concepção linguístico-estilística da álgebra: considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo.

C6. Concepção de ensino de álgebra linguístico-pragmática: considera a

álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas.

C12. Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais.

Fonte: A Autora desta pesquisa

Proença (2012) utilizou o termo concepções, citou vários autores, porém não apresentou seu entendimento sobre o termo, apenas indícios. Ele procura observar crenças, concepções e atitudes de professores em formação inicial, focando as mudanças de concepções sobre a questão da resolução de problemas. Mais adiante acrescenta que:

O fato de o saber ser plural é uma característica que envolve, além do que já foi descrito, muitas teorias, concepções e técnicas as quais, segundo Tardif (2007), são utilizadas pelos professores no seu trabalho na escola, apesar de parecerem incoerentes. (PROENÇA; 2012; p.41).

Portanto, sobre o entendimento do termo concepções, não podemos afirmar se ele diferencia as concepções das crenças, nem se considera as concepções de natureza cognitiva. Inferimos que ele considera que as concepções influenciam a prática docente, e que considera que elas podem ser modificadas. Utilizou o termo tanto para concepção global, referindo-se a geometria, quanto para local aproximando-se da dimensão didática.

A partir de nossa análise, consideramos que Proença (2012) defende uma formação teórica associada à prática pedagógica como instância de exploração dos conteúdos da formação teórica, conforme Fiorentini et al (1998). Consideramos esse aspecto como sendo uma concepção global relacionada à prática docente.

Sobre as concepções de álgebra interpretamos que o autor se aproxima da concepção linguístico-estilística de álgebra, porque ele atrela a resolução algébrica à elaboração de uma equação. Destacamos que o foco principal dessa pesquisa é apresentar aos licenciandos, uma opção de metodologia diferente da

utilizada por eles que seguem sempre a sequência: inicia com uma exposição teórica do conteúdo, incluindo apresentação de definições e fórmulas, seguidas por atividades em que o conteúdo deverá ser aplicado diretamente. Embora as referências à álgebra sejam mais genéricas, ao nosso ver, o autor faz uma crítica ao ensino da álgebra sob uma concepção linguístico-pragmática de Fiorentini et al (1993). Consideramos esses aspectos como concepções globais sobre a álgebra.

O pesquisador considera a dimensão didática que compõe as competências em álgebra do professor, abordando as possibilidades de evolução nas atividades de ensino, conforme Artigue et al (2004). Consideramos esse aspecto como uma concepção local em álgebra.

Quanto à relação entre a aritmética e a álgebra há fortes indícios de que ele as considera como campos autônomos da matemática, não estabelecendo relação entre elas.

Essa é a nossa interpretação sobre a contribuição para o ensino de álgebra que encontramos na pesquisa de Proença (2012).

Capítulo IV

ANÁLISE DO CONTEÚDO

Neste capítulo, apresentamos inicialmente uma síntese sobre os significados encontrados nas oito teses analisadas, relacionados à palavra concepções. Em seguida, passamos a discorrer sobre as doze categorias de análise e o conteúdo destacados das teses que atribuímos a essas categorias.

4.1. O Termo Concepções e os Significados a ele Atribuídos

Lembramos que esta pesquisa tem por objetivo buscar concepções de álgebra e sua relação com a prática docente, em teses brasileiras sobre cursos de licenciatura em matemática. Apresentamos o que fora encontrado nessas teses sobre os significados atribuídos à palavra concepções. Reapresentamos os itens que constituímos para orientar nossa busca sobre a utilização do termo. Organizamos também as respostas com a finalidade de elaborar um quadro resumo para facilitar a análise dos resultados. Os itens destacados, e suas possíveis respostas são:

1. Utilizou o termo concepções? *Respostas: sim ou não.*
2. Apresenta apenas indícios sobre seu entendimento; apresenta uma definição explícita sobre o seu significado? *Respostas: Apenas indícios; definição baseada em outro autor; definição própria.*
3. No caso da resposta ao item 2 ter sido 'baseado em outro autor', qual autor teve maior influência sobre essa definição? *Resposta livre.*
4. Faz a diferenciação entre concepções e crenças, visões e preferências? *Respostas: sim; não; não detectamos (ND).*
5. Considera as concepções docentes de natureza cognitiva? *Respostas: sim; não; não detectamos (ND).*
6. Aditem sua influência nas práticas docentes? *Respostas: sim; não; não detectamos (ND).*

7. Acreditam que as concepções podem ser modificadas? *Respostas: sim; não; não detectamos (ND).*
8. Utiliza o termo concepções sob uma visão global, local ou ambas, segundo Artigue (1990)? *Respostas: global, local ou ambas.*
9. No caso de ter utilizado o termo para as concepções locais, qual dimensão nos destacamos, segundo Artigue (1990)? *Respostas: dimensão epistemológica (a); cognitiva (b); didática (c); não se aplica (NA); não detectamos (ND).*

Quadro 14: Resumo sobre os itens destacados e o entendimento das concepções docentes nas pesquisas

	Melo (2003)	Mariane (2006)	Figueiredo (2007)	Rezende (2007)	Souza (2008)	Leivas (2009)	Pontes (2010)	Proença (2012)
1	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
2	Apenas indícios	Apenas indícios	Baseada em outro autor	Baseada em outro autor	Apenas indícios	Apenas indícios	Apenas indícios	Apenas indícios
3	Nenhum	Nenhum	Cunha (2000)	Morin (1999)	Nenhum	Nenhum	Nenhum	Nenhum
4	Não	ND	ND	ND	ND	ND	ND	ND
5	Não	ND	ND	Sim	Sim	ND	ND	ND
6	Sim	Sim	Sim	Sim	ND	Sim	ND	Sim
7	Sim	ND	ND	ND	ND	Sim	Sim	Sim
8	Global	Local	Ambas	Ambas	Ambas	Ambas	Local	ND
9	NA	(a); (b)	(b); (c)	(a); (b)	ND	ND	(a); (c)	NA

Fonte: A Autora desta pesquisa

A partir da observação do quadro 14, destacamos tendências sobre a utilização da palavra, encontradas nessas teses.

Todas as oito teses utilizaram a palavra concepções (concepção), sendo que em nenhuma delas foi apresentada uma definição própria. Uma pesquisa se baseou em Cury (2000) e a outra em Morin (1999), sendo que nas demais apenas colhemos indícios sobre o significado que lhe fora atribuído, o que corrobora com a seguinte afirmação: “a palavra *concepção* foi utilizada por muitos anos nas pesquisas sobre aprendizagem e o ensino da matemática, mas nem sempre foi claramente definida.” (ALMOULOU; 2007; P.153).

Em apenas uma das teses conseguimos inferir que ela não faz uma diferenciação entre concepções e crenças, visões e preferências, não detectamos o entendimento das demais sobre esse aspecto.

Interpretamos que duas das oito teses consideram as concepções de natureza cognitiva, uma não considera e não conseguimos detectar o entendimento das demais sobre esse item.

Seis dentre as oito teses admitem a influência das concepções docentes em suas práticas, sendo que não detectamos a opinião das duas restantes.

Quatro pesquisas acreditam que as concepções podem ser modificadas, porém afirmam que os processos de mudança não são imediatos, nem ocorrem facilmente.

Quatro teses apresentaram aspectos que relacionam a palavra tanto às concepções globais quanto as locais; uma apresentou apenas a concepção global e duas somente à concepção local. Sobre as dimensões relacionadas às competências em álgebra do professor, três pesquisas se referiram à dimensão epistemológica; três a dimensão cognitiva e duas à dimensão didática segundo Artigue et al (2004).

4.2. Análise do Conteúdo Relacionado às Categorias de Análise

Elaboramos o quadro 15 com a finalidade observar quais categorias foram utilizadas, de modo geral. Em seguida, apresentamos resumidamente os trechos atribuídos a cada uma delas, para que possamos sintetizar os aspectos que foram destacados.

Quadro 15: relação entre as 8 teses e as categorias encontradas em cada uma delas

Teses	Melo	Mariane	Figueiredo	Resende	Souza	Leivas	Pontes	Proença	Totais
Categorias	(2003)	(2006)	(2007)	(2007)	(2008)	(2009)	(2010)	(2012)	
C1	X		X	X				X	4
C2	X								2
C3	X	X	X		X			X	5
C4									0
C5				X		X			2
C6	X		X		X		X	X	5
C7				X					1
C8	X			X	X	X			4
C9	X	X	X	X	X		X		6
C10	X	X		X		X	X		5
C11	X	X	X	X	X	X	X		7
C12	X	X	X	X	X	X		X	7
Totais	9	5	6	8	6	5	5	4	48

Fonte: A Autora desta pesquisa

A partir da observação do quadro 15, constatamos que das 12 categorias elaboradas 11 foram relacionadas ao conteúdo recortado das teses. A categoria C4 que se refere à concepção linguístico-sintático-semântica de álgebra não foi relacionada a nenhuma pesquisa. A C7, que se refere à concepção fundamentalista estrutural de ensino de álgebra, foi relacionada apenas a uma tese. As categorias com maior número de incidência foram: C11 relacionada à dimensão cognitiva e C12 relacionada à dimensão didática, ambas compõem as

competências em álgebra do professor. Passamos a descrever os aspectos gerais encontrados sobre cada uma dessas categorias.

A Categoria 1

A categoria 1 foi atribuída aos trechos que entendemos que o pesquisador(a): *defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica*, segundo Fiorentini, Souza e Melo (1998).

Quatro dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Considerou várias atividades intelectuais do sujeito de pesquisa, em situações diversas, como: relato de suas discussões com alunos; disciplinas pedagógicas que colaboraram com a ampliação de suas reflexões; disciplinas que aprofundaram sua formação em álgebra.
- ✓ Ressaltou que o trabalho realizado pelo sujeito de pesquisa contribuiu com sua formação, de modo que o próprio percebe mudanças em suas concepções, estimuladas pelo processo de reflexão.

De Figueiredo (2007) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Afirmou que os formadores de professores precisam criar situações que levem seus alunos a refletir sobre sua prática.
- ✓ Considerou que os professores em formação precisam dispor de conhecimento que vá além do âmbito técnico, ou seja, que não se restrinja ao conhecimento do conteúdo.

De Resende (2007) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Pretendeu investigar qual Teoria dos Números poderia ser concebida como um *saber a ensinar* focando a prática docente na escola básica.

- ✓ Afirmou que Teoria dos Números apresentada nos livros não prepara os professores para o ensino desse tema de acordo com as necessidades da Educação Básica.
- ✓ Concebeu a disciplina acadêmica como um conjunto de conteúdos e práticas, frutos de uma transposição didática; de elementos pedagógicos, de elementos do meio profissional, organizada de modo a manter uma unidade científica e didática.

De Proença (2012) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Relacionou o ensino sobre a metodologia de Resolução de Problemas para ser utilizada na prática docente, em regências de aula, na realização do estágio supervisionado.
- ✓ Buscou compreender as possibilidades e dificuldades dos alunos, ocorridas em regências de aula nas quais utilizaram a resolução de problemas como metodologia.
- ✓ Afirmou que os diferentes tipos de saber docente podem contribuir para formação, uma vez que foram constituídos por: saberes anteriores à formação inicial, da própria formação inicial, da prática profissional dos professores na utilização desses saberes.

Do conjunto dessas afirmações destacamos que o entendimento é de que as disciplinas que abordam os conteúdos específicos, em nosso caso a álgebra, devam estar relacionadas com as disciplinas pedagógicas. Além disso, ressalta-se que a prática profissional, em qualquer situação de regência de aula, constitui também num momento de aquisição de saberes de diversos tipos. Dessa maneira, a álgebra ensinada na licenciatura em matemática deve embasar o professor em formação inicial, não só visando os conhecimentos específicos, mas ter como foco as necessidades da Educação Básica, já que a finalidade principal da Licenciatura em Matemática é formar professores para essa instância de ensino.

A Categoria 2

A categoria 2 que foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa: *Defende a aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar, com a participação de professores em pesquisas educacionais que considere os saberes docentes e a prática profissional*, segundo Fiorentini, Souza e Melo (1998).

Uma dentre as oito pesquisas analisadas apresentou afirmações relacionadas a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que não basta ressaltar que os saberes estão uns nos outros, se os professores não participarem da produção desses saberes.
- ✓ aos alunos.

Apenas uma dentre as oito pesquisas apresentou trechos que se relacionassem com essa categoria. A pesquisa se refere à necessidade de incluir os docentes nas pesquisas sobre educação, mas não encontramos referências sobre a participação efetiva de professores da Educação Básica, nessa pesquisa.

Não encontramos trechos que defendessem essa posição nas outras pesquisas analisadas.

A Categoria 3

A categoria 3 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa destaca a: *Concepção linguístico-estilística da álgebra que considera a Álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a linguagem natural um obstáculo*, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Cinco dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Destacou que sujeito de pesquisa criticou alguns livros didáticos que apresentam o ensino de álgebra fundamentalmente como o ensino de uma nova linguagem numérica.

De Mariane (2006) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Destacou que muitas duplas buscaram descrever na linguagem natural a resolução da inequação e que essa representação articulada a outras, foi uma ferramenta eficaz para revelar conhecimentos e dificuldades de alunos sobre a resolução desses problemas.
- ✓ Considerou a linguagem natural como um registro multifuncional na representação discursiva, considerando-o como uma potente ferramenta para trazer a tona conhecimentos dos alunos, revelando dificuldades em se estabelecer uma expressão rigorosa do saber matemático.
- ✓ Reforçou a importância da representação na linguagem natural, pois por meio dessa representação foram reveladas muitas concepções que, geralmente, não são identificadas por algoritmos.
- ✓ Afirmou que a representação algébrica é a mais valorizada na Educação Básica, inclusive pelos alunos.

De Figueiredo (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que devem ser valorizadas as respostas de questões expressas também em linguagem natural.

De Souza (2008) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Escolheu o sistema de representação algébrico para apresentar as resoluções das inequações porque é o mais usual e, em sua opinião, o mais eficiente.

De Proença (2012) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Ateleu à resolução algébrica a necessidade de elaboração de uma equação.

Do conjunto dessas afirmações encontramos dois aspectos relacionados à concepção linguístico-estilística de álgebra, o primeiro sobre a utilização de registros na linguagem natural e o segundo sobre a linguagem específica da álgebra.

Sobre a utilização da linguagem natural para expressar resoluções e/ou soluções de problemas, as afirmações contrariam essa concepção que considera a linguagem natural como um obstáculo. As afirmações encontradas valorizam a linguagem natural para a explicitação de resoluções, pois contribui para revelar as dificuldades que os alunos possuem, e que ficam 'mascaradas' pela linguagem algébrica e pelos algoritmos.

Destacamos que a linguagem específica da álgebra foi considerada como a mais valorizada na Educação Básica e que esse fato, em alguns casos pode ser um obstáculo para que os alunos percebam um erro que poderia ser identificado em outro tipo representação. Uma pesquisa atrelou a resolução algébrica com a necessidade de elaborar equações.

A Categoria 4

A categoria 4 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa destaca a: *Concepção linguístico-sintático-semântica da álgebra que considera a significação da linguagem algébrica, relaciona o desenvolvimento da linguagem ao desenvolvimento da álgebra*, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Não atrelamos nenhum trecho a essa categoria.

A Categoria 5

A categoria 5 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa destaca a: *Concepção linguístico-postulacional da álgebra que considera a álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu campo para todos os ramos da matemática, com alto grau de abstração e generalidade*, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Duas dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Resende (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que a abordagem encontrada nos livros sobre Teoria dos Números é quase que exclusivamente lógico-formal-dedutiva, cujas tarefas propostas exigem a demonstração de proposições apresentadas em uma linguagem simbólico-formal.

De Leivas (2009) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que na disciplina de geometria analítica a ênfase é dada ao estilo analítico e ao tratamento algébrico dos objetos que se sobrepõe ao geométrico, o que parece continuar a prevalecer nas disciplinas da componente curricular denominada Geometria Analítica.

Dessas afirmações compreendemos que os pesquisadores alertam que nessas disciplinas o tratamento algébrico têm se sobreposto às outras possibilidades de tratamento e representações que poderiam ser exploradas. Além disso, ressaltamos que a crítica é sobre o domínio do tratamento algébrico em certas disciplinas da Licenciatura em Matemática e não sobre a inclusão desse tratamento.

A Categoria 6

A categoria 6 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa destaca a: *Concepção linguístico-pragmática de ensino que considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas*, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Cinco dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Relatou que o ensino de álgebra que prevalece na licenciatura se dá numa concepção a-histórica da matemática, num processo circular com apresentação dos conceitos; exemplificação com grande número de

exercícios; solução de grandes listas com a aplicação do conceito; avaliação da reprodução do conceito, nesta ordem.

- ✓ Alertou sobre lacunas no ensino de álgebra nas licenciaturas em matemática, afirmando que seu ensino se limita aos processos mecânicos e aspectos procedimentais, ou seja, relativos ao uso de regras; apresentação de propriedades e aplicação dos conceitos.

De Figueiredo (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Relatou que um dentre seus sujeitos de pesquisa (docente), adotava em sala de aula um modelo em que teoria e prática eram dissociadas, sendo que primeiramente apresenta-se o conteúdo e técnicas para resolução de problemas culminando na aplicação do conteúdo já exposto.

De Souza (2008) apresenta o seguinte aspecto:

- ✓ Relatou que os resultados encontrados com aplicação das tarefas demonstraram que os alunos insistem na resolução algébrica, em detrimento de outros tipos de resolução, em virtude de um ensino anterior baseado em procedimentos.

De Pontes (2010) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Descreveu resultados encontrados em questões que envolviam a adição algébrica com números inteiros e afirmou que o ensino das operações pautado em regras, provoca uma desvinculação dos significados atribuídos a essas operações.
- ✓ Ressaltou que os professores da escola básica dão preferência ao ensino com regras, no que tange as operações entre números inteiros, em detrimento de exemplos que contextualize essas operações.

De Proença (2012) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Relatou que os sujeitos de pesquisa preparavam o seu material, para utilizar nas regências de aula do seguinte modo: exposição do conteúdo,

de definições e de fórmulas e em seguida atividades em que esse conhecimento era aplicado diretamente.

- ✓ Observou que os professores ainda exercem um ensino padronizado, oriundo de exercícios baseados em um único caminho de resolução e que os alunos refletem o aprendizado dessa mesma maneira.
- ✓ Afirmou que os sujeitos de pesquisa apresentaram dificuldades na resolução de problemas, devido à falta de habilidade na articulação entre diferentes conceitos.

Do exposto pelas pesquisas destacamos dois aspectos que de certa forma se inter-relacionam. O primeiro é sobre a preparação e organização de aulas e o segundo sobre o ensino pautado em regras.

Quanto à preparação e organização das aulas que foram descritas nessas pesquisas, percebemos que são em sua maioria preparadas de modo que o conteúdo fosse apresentado expositivamente, seguido de lista de exercícios nos quais o foco principal da álgebra ensinada é para resolução de problemas artificiais com a finalidade de que os alunos apliquem as técnicas ensinadas.

Os pesquisadores alertam ainda que o ensino da álgebra é baseado em regras e na aquisição de técnicas tratadas de modo mecanizado, acreditando-se que esse treino seja suficiente para que os alunos consigam resolver problemas internos da álgebra.

A Categoria 7

A categoria 7 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa destaca a: *Concepção fundamentalista estrutural de ensino que defende a necessidade do estudo de tópicos fundamentadores antecedendo o estudo das expressões algébricas dentre outros*, de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Uma dentre as oito pesquisas analisadas apresentou aspectos relacionados a essa categoria.

De Resende (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Percebeu uma tendência em alguns manuais de álgebra, influência de concepções do Movimento da Matemática Moderna, com ênfase aos aspectos estruturais; ao uso preciso da linguagem matemática e do rigor; das estruturas algébricas.

Do exposto pela pesquisa percebemos que ainda há livros sobre Teoria dos Números que apresentam uma concepção de ensino de acordo com o modelo concebido pela Matemática Moderna nos livros de álgebra.

A Categoria 8

A categoria 8 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa destaca a: *Concepção fundamentalista analógica de ensino que concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e a função linguístico-semântica-sintática. Defende uma 'álgebra-geométrica' e abordagem estruturalmente lógico-formal*, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Quatro dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que em relação ao ensino de matemática em cursos de licenciatura no Brasil, a álgebra elementar é expressa em uma linguagem da lógica formal. Considerou o ensino de álgebra repetitivo, via uso da linguagem formal, desvinculado do pensamento.

De Resende (2007) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Analisou projetos pedagógicos e planos de ensino de disciplinas relacionadas à Teoria dos Números, em cursos de Licenciatura em Matemática, e afirmou que esses documentos apontam para um ensino em que são apresentados conceitos proposições e demonstrações, numa abordagem lógico-dedutiva.
- ✓ Investigou o conteúdo de livros que tratavam da Teoria dos Números e concluiu que a abordagem é quase que exclusivamente lógico-formal-

dedutiva, sendo que a maioria das tarefas propostas exige a demonstração de proposições apresentadas em uma linguagem simbólico-formal.

De Souza (2008) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Afirmou que o aspecto formal diz respeito a axiomas, definições, teoremas e demonstrações e que embora a maioria dos alunos da Educação Básica não vá necessariamente ser um matemático, a pesquisadora defende que as componentes formais precisam estar bem entendidas e ativas, para que seja desenvolvido um processo de raciocínio, para que se entenda o significado do rigor; desenvolva o sentimento de coerência, de consistência; e a capacidade de pensar de forma encadeada.
- ✓ Defendeu que as componentes formais fazem parte natural das potencialidades de todo ser humano, mas precisam ser lapidadas, por meio de um processo educacional adequado.
- ✓ Afirmou que dificuldades sobre determinadas definições, podem ser reflexo de uma formação baseada nos aspectos intuitivos e algorítmicos da matemática, e da ausência de estímulo e prática principalmente sobre a compreensão dos aspectos formais.

De Leivas (2009) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Lamentou que após o nascimento do estilo analítico, a intuição deixou de servir como fundamento para geometria, deslocando a intuição das figuras próprias do estilo Euclidiano para a geometria num caráter métrico.
- ✓ Afirmou que entre as habilidades a serem desenvolvidas no ensino de Álgebra estão à visualização de padrões e sua representação simbólica. Completou afirmando que partir de uma representação geométrica a possibilidade de entender o processo seria maior.
- ✓ Propôs que a geometria seja um elemento transversal interdisciplinar, integrado na construção do que chamou de componente curricular geométrica.

Do conteúdo analisado nas pesquisas destacamos dois aspectos que se relacionam com essa categoria que são: o ensino com ênfase na abordagem

lógico-formal e a concepção de ensino sob a perspectiva de uma ‘álgebra geométrica’.

Duas pesquisas apontam que a abordagem mais usual em disciplinas ministradas na licenciatura em matemática é a lógico-formal-dedutiva. Afirmam que nessa perspectiva de ensino a linguagem formal é desvinculada do pensamento e que a maioria das tarefas propostas exige demonstração de proposições apresentadas em uma linguagem simbólico-formal. Fazem uma crítica a esse tipo de abordagem e colocam a necessidade de mudanças. Porém, uma das pesquisas defende esse tipo de abordagem afirmando que o ensino da matemática deve considerar vários aspectos, mas principalmente os formais, inclusive na Educação Básica.

Outra pesquisa propõe que a geometria seja considerada na licenciatura em matemática como um tema transversal, pois os recursos geométricos podem tornar visíveis certas identidades algébricas. Desse modo, defende que uma ‘álgebra-geométrica’ seria superior a qualquer abordagem que considerasse apenas os aspectos lógicos e simbólicos.

A Categoria 9

A categoria 9 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa: *Considera a questão da cultura da álgebra: compara abordagem e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição*, segundo Artigue, Assude, Grougeon e Lefant (2004).

Seis dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Relatou que o sujeito de pesquisa afirma que a álgebra ensinada na escola não tem nenhuma relação com a forma de resolver problemas numéricos da vida cotidiana.

De Mariane (2006) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Afirmou que o registro algébrico é o mais valorizado na Educação Básica a ponto e determinar a exatidão das respostas.
- ✓ Afirmou que o uso de uma generalização baseada em alguns poucos exemplos numéricos, é uma prática usual na Educação Básica brasileira.

De Figueiredo (2007) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Coletou dados de materiais institucionais como: projeto didático institucional; planos de curso, avaliações e cadernos de alunos.
- ✓ Relatou um trecho de uma entrevista, na qual o entrevistado (aluno) afirmou que no ensino superior não podia utilizar apenas exemplos numéricos para mostrar uma situação, mas, segundo ele, isso era permitido na Educação Básica.

De Resende (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Realizou um estudo documental que incluiu levantamento de currículos de cursos de Licenciatura em Matemática; propostas curriculares de disciplinas relacionadas à Teoria dos Números; livros sobre esse conteúdo. Além desses materiais entrevistou professores que lecionavam o conteúdo de interesse.

De Souza (2008) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Pesquisou livros didáticos do ensino fundamental e médio para verificar se havia em algum deles a abordagem funcional gráfica para resolução de inequações.

De Pontes (2010) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que existe uma considerável hegemonia no ensino de Matemática no que tange as operações entre números inteiros, que normalmente é pautado por regras.

O conteúdo que atrelamos a essa categoria trata da busca por conhecer e compreender a cultura da álgebra de uma determinada instituição e suas possíveis abordagens. Porém, sobre esse entendimento destacamos dois

aspectos distintos: um deles sobre a busca pela identificação da cultura de uma determinada instituição, e a outra sobre aspectos culturais detectados pela pesquisa.

Três teses realizaram uma pesquisa documental e por entrevistas com a finalidade de detectar a abordagem sobre o ensino de álgebra. A primeira pretendeu conhecer a cultura da álgebra da instituição onde realizou a pesquisa. A segunda buscava os aspectos culturais brasileiros sobre o ensino de uma determinada disciplina e a última pretendeu detectar se uma determinada abordagem de ensino constava em livros de matemática da Educação Básica.

Cinco teses levantaram problemas de ensino de álgebra relacionados à Educação Básica, são eles:

- ✓ Ensino desconectado do cotidiano do aluno;
- ✓ A valorização do registro algébrico em detrimento de outros;
- ✓ Generalizações abusivas, pela utilização de exemplos numéricos;
- ✓ Ensino baseado em regras e técnicas.

A Categoria 10

A categoria 10 foi atribuída à pesquisa: “*Considera a dimensão epistemológica, pois aborda o desenvolvimento histórico da álgebra; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto*”. segundo Artigue, Assude, Grougeon e Lefant (2004).

Cinco dentre as oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Afirmou que para os saberes produzirem sentido e prazer aos futuros professores é necessário participar de um movimento de ensino que conceba a matemática como construção histórica e social. O enfoque histórico na dinâmica da aula seria uma maneira de trabalhar com os

conceitos, apresentando aos alunos o porquê de a matemática ter surgido e como ela contribuiu para suprir as necessidades dos povos.

- ✓ Valorizou os diferentes tipos de linguagem algébrica: retórica, sincopada e formal, e afirmou que o ensino desses diferentes tipos de linguagem tem sido negligenciado na aprendizagem da álgebra gerando dificuldades sobre seu entendimento.
- ✓ Destacou que os saberes para produzirem sentido e prazer para os futuros professores necessitariam participar de um movimento de ensino que conceba a matemática como construção histórica e social.

De Mariane (2006) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Destacou um estudo que relacionava a linguagem algébrica de professores à concepções de matemáticos que colaboraram com o desenvolvimento dessa linguagem, buscando subsídios históricos .

De Resende (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Lamentou que a significação histórico-cultural a investigação matemática e o conjecturar ficam relegados em segundo plano ou não aparecem nas aulas sobre Teoria dos Números na Licenciatura em Matemática.

De Leivas (2009) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Considerou a relação entre a álgebra e a geometria analítica afirmando que o estilo analítico permitiu ampliar os domínios da Geometria ao tratar com curvas de grau superior, por exemplo. Defendeu o ensino de uma álgebra-geométrica.

De Pontes (2010) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que a abordagem histórica da matemática possibilitou a percepção do caráter humano, presente na construção desse conhecimento, pois a identificação dos conflitos históricos ecoa nos processos de ensino e de aprendizagem escolar atual.

Essa categoria destaca à dimensão epistemológica que compõem as competências em álgebra do professor. Dessa dimensão três pesquisas destacaram a importância dos aspectos relacionados ao desenvolvimento histórico da álgebra, como fator que proporciona uma melhor percepção sobre a construção do conhecimento matemático e a identificação de dificuldades relacionadas ao ensino, no nosso caso, de álgebra.

Uma pesquisa abordou o aspecto sobre a diversidade do conhecimento algébrico e sua relação com a geometria.

A Categoria 11

A categoria 11 foi atribuída aos trechos os quais entendemos que a pesquisa: *Considera a dimensão cognitiva do professor em álgebra, de seu conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem em álgebra, as relações entre aritmética e álgebra; no sistema simbólico da álgebra; nas relações entre as diferentes representações semióticas usadas em álgebra; em relação à racionalidade algébrica*, segundo Artigue, Assude, Grougeon e Lefant (2004).

Sete pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Relatou a observação feita pelo sujeito de pesquisa que afirma que a questão fundamental no ensino é que diante de um erro algébrico é ineficaz apenas a correção, sendo necessária a compreensão das raízes aritméticas do erro.

De Mariane (2006) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Aplicou tarefas que solicitava a conversão entre os diferentes tipos de registros de representação semiótica.
- ✓ Comentou a resolução de uma dupla que apresentou uma generalização baseada em alguns poucos exemplos numéricos.

De Figueiredo (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Relatou entrevista com um sujeito de pesquisa (aluno) destacando que generalizações de propriedades após a utilização alguns exemplos numéricos são permitidas na Educação Básica.

De Resende (2007) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Considerou que no PCN do ensino fundamental, a parte denominada Números inclui a álgebra a ser estudada no Ensino Fundamental, provavelmente com a intenção de não fragmentação ou de descontinuidade entre a aritmética e a álgebra.
- ✓ Lamentou que o PCN do Ensino Fundamental não indica explicitamente possibilidades de ensino relacionadas à prova e a demonstração.

De Souza (2008) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Abordou a resolução de inequações utilizando diversos registros de representação semiótica, considerando inclusive o tratamento e a conversão entre os registros: gráfico, algébrico e da língua natural.
- ✓ Ressaltou que as letras constituem uma ferramenta importante na Matemática, permitindo que sejamos genéricos, não nos restringindo apenas ao número.
- ✓ Relatou a necessidade que o indivíduo sente de se referir a alguns valores numéricos específicos para desenvolver o raciocínio e para verificar seus resultados.

De Leivas (2009) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Utilizou o termo imaginação para expressar uma forma de concepção mental de um conceito matemático, o qual pode vir a ser representado por um símbolo ou esquema visual, algébrico, verbal ou uma combinação dos mesmos.

De Pontes (2010) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Constatou que a maioria dos sujeitos de pesquisa dos três diferentes níveis de ensino (fundamental, médio e superior) preferiram a justificativa

aritmética, sobre a regra de sinais da multiplicação entre números inteiros, e destacou que esses alunos têm seus processos de compreensão ainda muito ligados à aritmética.

Das análises realizadas detectamos quatro aspectos diferentes relacionados à dimensão cognitiva.

Sobre a relação entre a aritmética e a álgebra encontramos referências em seis teses analisadas, sendo que na maioria dos casos a relação se dava sobre generalizações numéricas abusivas, que culminavam na constatação de que os alunos estão mais próximos da aritmética do que da álgebra.

Em relação ao sistema simbólico uma tese ressaltou que as letras constituem numa ferramenta importante da matemática.

A referência e utilização de diferentes registros de representação semiótica foram abordadas em três diferentes teses, sendo que em duas, os diferentes tipos de representação semiótica embasaram a elaboração das tarefas aplicadas aos sujeitos de pesquisa.

Sobre a racionalidade da álgebra encontramos duas referências, uma relacionada à demonstração e prova e outra ressaltando os aspectos positivos das justificativas nas tarefas de álgebra.

A Categoria 12

A categoria 12 foi atribuída à pesquisa: “*Considera a dimensão didática do professor em álgebra, pelo conhecimento de currículo, das metas específicas de ensino numa determinada etapa, das possibilidades de evolução nas atividades de ensino, das tarefas de avaliação e dos recursos educacionais,*” segundo Artigue, Assude, Grougeon e Lefant (2004).

As oito pesquisas analisadas apresentaram aspectos relacionados a essa categoria.

De Melo (2003) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Demonstrou preocupação em observar o conhecimento curricular em álgebra que o sujeito de pesquisa possui e de como este evolui no decorrer da pesquisa.

De Mariane (2006) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Preparou as tarefas sempre após a análise dos protocolos da tarefa aplicada anteriormente.

De Figueiredo (2007)

- ✓ Lamentou o pouco conhecimento do currículo de matemática da Educação Básica de uma professora da licenciatura em matemática.

De Resende (2007) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Afirmou que a Teoria dos Números é um campo propício para o desenvolvimento de atividades investigativas, que podem ser exploradas nas atividades escolares em qualquer nível.

De Souza (2008) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Coletou os dados iniciando com a aplicação de um teste diagnóstico para orientar a elaboração das próximas tarefas.

De Leivas (2009) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Pretendeu elaborar proposta de currículo para cursos de Licenciatura em Matemática que contemplassem a imaginação, a intuição e a visualização.

De Pontes (2010) apresentamos o seguinte aspecto:

- ✓ Criticou as abordagens didáticas que não permitem internalizar meios operacionais para a análise das dificuldades dos alunos sobre os obstáculos encontrados na compreensão dos números inteiros, fazendo referências a professores de apresentam dificuldades em elaborar meios de neutralizar esses conhecimentos equivocados.

De Proença (2012) apresentamos os seguintes aspectos:

- ✓ Apresentou proposta de uma determinada metodologia, resolução de problemas, com o objetivo que os sujeitos a pesquisa utilizassem na elaboração de atividades.

Das análises realizadas detectamos quatro aspectos diferentes relacionados à dimensão didática que compõem as competências em álgebra do professor. Encontramos mais referências sobre o currículo, tanto no tange a propostas de reformulação, como sobre a necessidade do conhecimento do currículo por parte dos docentes.

Em seguida, aparecem as referências às tarefas e as possibilidades de evolução da mesma, ora com uma preocupação de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos, ora sobre a adequação as atividades em suas diferentes etapas de ensino.

Finalmente encontramos a preocupação em apresentar metodologias de ensino diversificadas, com a finalidade de romper com o uso exclusivo de metodologias tradicionais.

Capítulo V

RESULTADOS ALCANÇADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo retomamos nosso objetivo de pesquisa e apresentamos os resultados encontrados.

O foco dessa pesquisa se deu sobre concepções de álgebra e sua relação com a prática docente. Para atingi-lo elaboramos doze categorias de acordo com Laville e Dione (1999), e procedemos com o recorte do conteúdo; o que possibilitou encontrar características comuns entre as pesquisas e extrair sua significação. Além disso, algumas divergências também foram encontradas. Os procedimentos metodológicos utilizados no emparelhamento entre as categorias e os elementos do conteúdo fora elaborado pela própria pesquisadora, com o objetivo de facilitar a síntese posterior. Então prosseguimos com os seguintes procedimentos:

- ✓ Após o emparelhamento entre o conteúdo e a categoria selecionada, ressaltávamos, entre parênteses e em cores, a sigla da categoria escolhida. Esse simples procedimento nos permitiu verificar quais categorias eram atribuídas para cada uma das teses, o que nos permitiu elaborar um quadro resumo com o conjunto das categorias utilizadas. Cabe destacar que o uso de cores permitiu uma localização rápida dos tópicos que relacionamos a uma determinada categoria.
- ✓ O quadro resumo facilitou a descrição de nossa interpretação para cada uma das teses. Destacamos o entendimento atribuído à palavra “concepções”; as referências sobre a prática docente; concepções de álgebra e seu ensino; as competências em álgebra do professor.

- ✓ A partir da descrição das características de cada uma das teses, foi possível elaborar o capítulo IV e apresentar as convergências e/ou divergências percebidas.

Salientamos que esse procedimento metodológico nos possibilitou uma maior clareza e agilidade da organização dos resultados, sem que para isso tivéssemos que utilizar métodos quantitativos. Deixamos como sugestão a utilização desse método para realização de outras pesquisas, sobre outros temas de Educação Matemática, de modo a produzir novos resultados. Segundo Artigue et al (2004), embora se tenha realizado pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de álgebra com abordagens diferentes, os resultados encontrados têm sido coerentes entre si, o que nos encorajou na busca de aspectos convergentes sobre o ensino e aprendizagem em álgebra.

Para elaboração das categorias de análise, nós apoiamos em referenciais teóricos cuja temática abordava concepções; prática docente; concepções de álgebra e a inter-relação entre esses temas.

Ponte (1992) e Artigue (1990) enriqueceram o nosso conhecimento sobre concepções docentes. Fiorentini, Melo e Souza (1998) ampliaram nossa visão sobre questões que abordavam a prática profissional com foco nos professores de matemática. Esses referenciais provocaram reflexões sobre os seguintes temas: o docente e o saber; o docente e seu trabalho; as relações entre professores de diferentes níveis de escolarização e a produção do conhecimento.

Com relação às concepções de álgebra e de seu ensino, consideramos Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). A clareza na organização desse texto foi um dos aspectos fundamentais que nos levaram a escolhê-lo como referencial para elaboração das categorias, em detrimento de outros que abordavam o mesmo tema. Essa clareza e organização facilitaram a elaboração de categorias objetivas, sendo esse um dos aspectos fundamentais para a nossa pesquisa. Além disso, o artigo aborda o desenvolvimento histórico da álgebra; as diferentes concepções de álgebra e concepções de seu ensino, fornecendo uma visão global sobre concepções de álgebra.

Incluimos Artigue, Assude, Grugeon e Lefant (2004), que nos proporcionaram uma visão sobre concepções de ensino de álgebra, em diferentes dimensões: a epistemológica; a cognitiva; a didática; que compõem as competências em álgebra do professor, fornecendo uma visão local sobre as concepções de álgebra.

O conjunto desses referenciais nos proporcionou uma compreensão maior sobre a necessidade de se desenvolver essas competências em álgebra no professor em formação. Esta é uma contribuição ao ensino de álgebra nos cursos de licenciatura em matemática, pois recomendamos que esses aspectos sejam discutidos durante as aulas, de modo que os professores em formação tenham conhecimento da necessidade de desenvolvimento dessas competências em álgebra, proporcionando uma melhoria no ensino desse tema.

Sintetizando as respostas sobre as concepções docentes encontradas nas teses analisadas

Primeiramente, iremos discorrer sobre o que encontramos nas teses em relação ao significado da palavra concepções.

Todas as teses utilizaram em seu texto a palavra concepções, o que nos indica a importância de se pesquisar temas relacionados às concepções docentes. Não encontramos uma definição própria nessas teses. Apenas um quarto das pesquisas explicitou definições, sobre seu significado, definido por outros autores. Desse modo, prevalece a observação de Almouloud (2007), pois essa palavra continua sendo utilizada em pesquisas sobre a educação matemática, sem ser, necessariamente, definida.

Embora, não tenhamos encontrado definições explícitas na maioria dos casos foi possível detectar alguns consensos sobre o termo. Destacamos então o fato de que na maioria dos trabalhos ficou evidente que se admite a influência das concepções docentes nas práticas profissionais. Parte desses trabalhos apresenta a opinião de que elas podem ser modificadas, mas algumas advertem que essas mudanças são difíceis de ocorrer.

Nenhuma das pesquisas apresentou a classificação de concepções globais e locais, como em Artigue (1990), porém alguns trabalhos utilizaram a palavra em ambos os sentidos. Metade dos trabalhos analisados utilizou a palavra ora no sentido global ora no sentido local, uma delas utilizou apenas no sentido global e duas apenas no sentido local e em uma delas não conseguimos detectar esse aspecto. Esse fato nos permite inferir que os dois sentidos, global e local, fazem parte do entendimento sobre a palavra, e inferimos que alguns pesquisadores não sintam necessidade e m diferenciar esses aspectos.

Recomendamos que sejam realizadas discussões sobre concepções de matemática, com os alunos dos cursos de licenciatura, pois ao pesquisar as concepções docentes e sua influência na prática profissional, a própria pesquisadora modificou algumas de suas concepções. Esse fato nos remete a Mondini e Bicudo (2010), que iniciaram sua pesquisa sem a intenção de abordar concepções sobre álgebra, mas após as entrevistas realizadas com os professores, elas afirmaram que se tornaram imprescindíveis a análise sobre as concepções de álgebra.

Sintetizando as respostas sobre as concepções de álgebra e de seu ensino encontradas nas teses analisadas

Retomamos o nosso objetivo de pesquisa, que pretendeu buscar em teses brasileiras, concepções de álgebra e sua relação com a prática docente, em cursos de licenciatura em matemática.

A primeira questão elaborada foi: Quais concepções de álgebra e de seu ensino são apresentadas nessas teses?

Para responder a essa questão, nos embasamos em Fiorentini et al (1993), atribuindo as teses analisadas cinco concepções diferentes, sendo duas relacionadas à álgebra e três ao ensino de álgebra.

Mais da metade das teses apresentou algum aspecto relacionado à Concepção linguístico-estilística que considera a álgebra como uma linguagem específica, para expressar procedimentos de resolução de problemas, sendo a

linguagem natural um obstáculo. Encontramos dois aspectos distintos relacionados a essa concepção o primeiro é sobre a utilização de registros na linguagem natural e o segundo é sobre a linguagem específica da álgebra. Sobre a linguagem natural para expressar resoluções e/ou soluções de problemas matemáticos, os resultados contrariam esta concepção que defende que esse tipo de linguagem constitui um obstáculo ao seu desenvolvimento. As afirmações encontradas nas teses valorizam a linguagem natural para a explicitação de resoluções e resultados, por evidenciar as dificuldades dos alunos. Porém, a supervalorização da linguagem algébrica ainda ocorre, pois encontramos algumas afirmações nesse sentido, como: 'o sistema de representação algébrica é o mais usual e a nosso ver o mais correto', ou ainda pela crença de que a resolução só é algébrica se for escrita uma equação que a represente. Desse resultado, a nossa análise é de que não há carência de estudos que discutam esses aspectos sobre a álgebra, mas há a necessidade da divulgação desses resultados.

Um quarto das pesquisas apresentou aspectos relacionados à Concepção linguístico-postulacional que considera a álgebra como uma linguagem simbólica, estendendo o seu campo para todos os ramos da matemática, com alto grau de abstração e generalidade. O tom crítico a essa concepção está relacionado às disciplinas da licenciatura em matemática que ressaltam os aspectos simbólicos da álgebra em detrimento de outros.

Mais da metade das teses apresentou algum aspecto relacionado à concepção linguístico-pragmática de ensino, que considera a álgebra como instrumento para resolução de problemas, por meio do treinamento de técnicas algébricas. As pesquisas indicam que as aulas são organizadas e ministradas, em sua maioria, de modo que o conteúdo é apresentado expositivamente, seguido de lista de exercícios, que envolvem a resolução de problemas artificiais com a finalidade de que os alunos apliquem as técnicas ensinadas. Além disso, ressaltam que o ensino da álgebra é baseado em regras com ênfase em algoritmos matemáticos em detrimento dos significados.

Apenas uma pesquisa fez referências a concepção fundamentalista estrutural de ensino que defende a necessidade do estudo de tópicos

fundamentadores antecedendo o estudo das expressões algébricas dentre outros.

Essa referência se deu sobre alguns livros de álgebra, que apresentam uma tendência ligada ao Movimento da Matemática Moderna, com ênfase nos aspectos estruturais; na linguagem matemática; no rigor; nas estruturas algébricas. Do exposto pela pesquisa percebemos que ainda há livros que apresentam uma concepção de ensino de acordo com esse modelo, de modo que esta concepção ainda está presente, nas licenciaturas em matemática.

A metade das pesquisas apresentou aspectos sobre a Concepção fundamentalista analógica de ensino que concebe a álgebra como instrumento para resolução de problemas e defende uma 'álgebra-geométrica' e uma abordagem estruturalmente lógico-formal. Desses resultados destacamos dois aspectos que se relacionam com essa categoria. Duas pesquisas apontam que a abordagem mais usual em disciplinas ministradas na licenciatura em matemática é a lógico-formal-dedutiva. Afirmam que nessa perspectiva de ensino a linguagem formal é desvinculada do pensamento e que a maioria das tarefas propostas exige a demonstração de proposições apresentadas em uma linguagem simbólico-formal. Apresentam uma crítica a esse tipo de abordagem e fazem a defesa de mudanças. Porém, uma das pesquisas defende esse tipo de abordagem afirmando que o ensino da matemática deve considerar vários aspectos, mas principalmente os formais, inclusive na Educação Básica. Uma pesquisa propõe que a geometria seja considerada na licenciatura em matemática como um tema transversal, pois os recursos geométricos podem tornar visíveis certas identidades algébricas. Desse modo, defende que uma 'álgebra-geométrica' seja superior a qualquer abordagem que considere apenas os aspectos lógicos e simbólicos.

A segunda questão elaborada foi: Quais aspectos da prática docente são abordados? Como eles se relacionam com o ensino da álgebra?

Para responder a essa questão, nos embasamos em Fiorentini et al (1998) e Artigue et al (2004).

Metade das pesquisas defende uma formação teórica que associe às disciplinas específicas com as pedagógicas, tendo a prática pedagógica como

instância de problematização, significação e exploração dos conteúdos da formação teórica. Do conjunto dessas afirmações destacamos que o entendimento é de que as disciplinas que abordam os conteúdos específicos, em nosso caso a álgebra, devam estar relacionadas com as disciplinas pedagógicas. Além disso, ressalta-se que a prática profissional, em qualquer situação de regência de aula, constitui também num momento de aquisição de saberes, sendo um espaço para aplicar os saberes teóricos e os pedagógicos, e também uma oportunidade para experimentar novas metodologias. Dessa maneira, a álgebra ensinada na licenciatura em matemática deve embasar o professor em formação inicial, não só visando os conhecimentos específicos, mas ter como foco as necessidades da Educação Básica, já que a finalidade principal desse curso é formar professores para essa instância de ensino. Porém, para que haja um processo de reflexão sobre a prática é preciso haver discussões sobre essa prática, o que pode até provocar mudanças nas concepções dos professores envolvidos.

Apenas um quarto das pesquisas defende a aproximação entre o saber produzido na universidade e a atividade escolar, com participação de professores em pesquisas educacionais que considere os saberes docentes e a prática profissional. Não encontramos em nenhuma dessas teses uma coparticipação efetiva nesse sentido. Desse modo, a defesa de uma parceria entre a universidade e os professores da Educação Básica na realização de pesquisas educacionais nos pareceu bastante tímida.

Mais da metade das pesquisas apresentou aspectos demonstrando que consideram a questão da cultura da álgebra que compara abordagens e os tipos de problemas de álgebra favorecidos por uma determinada instituição. Algumas teses realizaram uma pesquisa documental para detectar essa cultura numa determinada instituição. As pesquisas relatam dois aspectos sobre o ensino praticado na Educação Básica, o que consideramos como aspectos culturais, são eles: generalizações abusivas, a partir de exemplos numéricos; valorização do registro algébrico em detrimento de outros; de um ensino desconectado do cotidiano do aluno e baseado em regras.

Mais da metade das pesquisas considerou a dimensão epistemológica, abordando: o desenvolvimento histórico da álgebra; a extensão e diversidade do conhecimento algébrico; a distinção entre a álgebra como ferramenta e como objeto. Desses aspectos destacaram a importância do desenvolvimento histórico da álgebra, como fator que proporciona uma melhor percepção sobre a construção do conhecimento matemático e a identificação de dificuldades relacionadas ao ensino. Além disso, destacaram o aspecto sobre a diversidade do conhecimento algébrico e sua relação com a geometria. Ainda houve uma pesquisa que destacasse a relação entre as dimensões da álgebra como ferramenta e como objeto.

A maioria das pesquisas considerara a dimensão cognitiva que compõem as competências em álgebra do professor, que inclui o conhecimento profissional sobre os processos de aprendizagem. Sobre a relação entre a aritmética e a álgebra encontramos referências na maioria das teses, referentes às generalizações numéricas abusivas, o que nos faz deduzir que os alunos estão mais próximos da aritmética do que da álgebra. Um quarto das pesquisas utilizaram diferentes registros de representação semiótica. A menor incidência se deu relação ao sistema simbólico, ressaltando que as letras constituem numa ferramenta importante da matemática. Um quarto das teses abordou a racionalidade da álgebra, relacionada à demonstração e prova e ressaltando os aspectos positivos das justificativas nas tarefas de álgebra.

Todas as pesquisas consideraram a dimensão didática que compõem as competências em álgebra do professor, sendo que a maior incidência se deu sobre o currículo, tanto no tange a propostas de reformulação, como sobre a necessidade do conhecimento do currículo por parte dos docentes. Em seguida aparecem as referências às tarefas e as possibilidades de evolução da mesma, ora com uma preocupação de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos, ora sobre a adequação das atividades em suas diferentes etapas de ensino. Finalmente encontramos a preocupação em apresentar metodologias de ensino diversificadas, com a finalidade de romper com o uso exclusivo de metodologias tradicionais.

Destacamos os pontos de convergência que nossas categorias permitiram revelar sobre as pesquisas analisadas:

- ✓ A álgebra ensinada na licenciatura em matemática deve estar relacionada às disciplinas pedagógicas e à prática profissional, sendo que o momento do estágio supervisionado seja uma instância de aplicação desses saberes.
- ✓ A utilização da linguagem natural para expressar resoluções e/ou soluções de problemas contribuem para revelar dificuldades que os alunos possuem sobre álgebra.
- ✓ O tratamento algébrico tem se sobreposto em relação a outros registros de representação semiótica no ensino de objetos matemáticos. Sendo que a crítica não é sobre a utilização desse tratamento, mas sim a sua hegemonia.
- ✓ A organização e preparo das aulas, em sua maioria, seguem o seguinte roteiro: conteúdo apresentado expositivamente, seguido de lista de exercícios com foco na álgebra ensinada e resolução de problemas artificiais com a finalidade de que os alunos apliquem as técnicas ensinadas.
- ✓ Com relação à dimensão epistemológica sobre as competências em álgebra, o aspecto mais utilizado pelas teses está relacionado ao desenvolvimento histórico da álgebra, como fator que proporciona uma melhor percepção sobre a construção do conhecimento matemático e a identificação de dificuldades relacionadas ao ensino, considerando que esse conhecimento possa contribuir para que o professor tenha condições de elaborar estratégias de ensino que amenize as dificuldades que os alunos apresentam.
- ✓ Sobre a relação entre a aritmética e a álgebra, destacamos as generalizações numéricas abusivas, e a constatação de que os alunos costumam estar mais próximos da aritmética do que da álgebra.

Destacamos os pontos de divergência que nossas categorias permitiram revelar sobre as pesquisas analisadas:

- ✓ A linguagem específica da álgebra foi considerada como a mais valorizada na Educação Básica, porém encontramos vertentes que demonstraram estar de acordo com essa concepção e outros que não se mostraram favoráveis a esse aspecto cultural existente na Educação Básica.
- ✓ Encontramos críticas sobre a utilização lógico-formal-dedutiva quando a maioria das tarefas propostas exige demonstração de proposições apresentadas em uma linguagem simbólico-formal. Porém, há também a defesa sobre esse tipo de abordagem considerando-a como a principal em detrimento das demais. Cabe ressaltar que a primeira vertente não descarta a necessidade desse tipo de abordagem, sendo que a crítica recai sobre sua hegemonia.

Principais contribuições e perspectivas

A contribuição científica desta pesquisa para as licenciaturas em matemática foi apresentar uma síntese de aspectos convergentes relacionados ao ensino de álgebra de modo que se possa considera-los na prática docente, o que pode até acarretar uma melhoria na formação inicial em álgebra de nossos professores. Destacamos que a contribuição desta pesquisa inclui a contribuição das oito teses analisadas.

Os procedimentos metodológicos criados e utilizados por esta tese se mostraram eficientes para da análise de estudos que apresentavam um tema comum, o que permitiu a realização de uma síntese sobre os resultados encontrados. Por esse motivo, sugerimos que sejam realizadas outras pesquisas que reúnam estudos sobre um determinado tema, com o objetivo de analisa-los conjuntamente. Esse tipo de investigação permite comparar os resultados encontrados, destacando convergências e divergências. Essas convergências podem embasar a criação de teorias, e as divergências podem provocar o interesse pela investigação de outros temas. Assim, esperamos que ele seja utilizado em outras investigações com a finalidade de produzir resultados relevantes à Educação Matemática.

A realização dessa pesquisa nos proporcionou um enriquecimento pessoal, não só sobre as questões relacionadas à álgebra e seu ensino, mas também sobre as condições da profissão de professor de matemática inclusive de sua formação inicial. Esses aspectos nos levam a sugerir novas pesquisas.

Lembramos que nosso objeto de pesquisa se deu sobre as licenciaturas de matemática no Brasil. Esperamos ter contribuído com a formação daqueles que se propõem a estudar a matemática, com o objetivo de tornarem-se produtores e transmissores desse conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. **Épistemologie et didatique**. Recherches en Didatique des Mathematiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.9.3, p.281-308, 1990.

ARTIGUE, Michèle; ASSUDE, Teresa; GROUGEON, Brigitte; LEFANT, Agnès. **Theaching and learning álgebra: approaching complexity through complementary perspectives**. In The Future of theaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study, 2004.

BRASIL. **Decreto nº 6.775 de 29 de janeiro de 2009**. Institui a Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica, disciplina a atuação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES no fomento a programas de formação inicial e continuada, e dá outras providências.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CES Nº: 1302/2001, de 06 de novembro de 2015**. Brasília, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CP Nº: 2/2015, de 09 de junho de 2015**. Brasília, 2015.
<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=17625-parecer-cne-cp-2-2015-aprovado-9-junho-2015&category_slug=junho-2015-pdf&Itemid=30192> Acesso em 06 de março de 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação – PNE. Planejando a próxima década – Conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação**. Brasília: Sase, 2014.
<http://pne.mec.gov.br/images/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf> Acesso em 15 de outubro de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais+: Ensino Médio**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares

Nacionais; Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Sinopse da Educação Superior**. Brasília: DF, INEP, 2011. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/superior-censosuperior-sinopse>> Acesso em 25.mar.2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Sinopse da Educação Superior**. Brasília: DF, INEP, 2012. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/superior-censosuperior-sinopse>> Acesso em 25.mar.2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Sinopse da Educação Superior**. Brasília: DF, INEP, 2013. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/superior-censosuperior-sinopse>> Acesso em 25.mar.2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Sinopse da Educação Superior**. Brasília: DF, INEP, 2014. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/superior-censosuperior-sinopse>> Acesso em 25.mar.2016.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. **Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em matemática**. 2007. 290f. (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**. Campinas: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina; LOPES, Celi Espasandin; FREITAS, Maria Teresa Menezes de; MISKULIN, Rosana Giarretta Sguerra. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. Belo Horizonte: UFMG, **Educação em Revista** – nº36, p.137-160, 2002.

FIORENTINI, D., SOUZA JR., A.J, MELO, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In **Cartografia do trabalho docente** (Org.) Corinta M. G. Geraldj; Dario Fiorentini e Elisabeth Pereira – Mercado das Letras: Campinas/SP,1998.

FORENTINI, Dario; MIGUEL, Antônio, e MIORIM, Maria Ângela. **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-posições**, vol. 4 nº1, março de 1993.

GATTI, Bernardete A.; BARRETO, Elba S.. **Professores do Brasil: impasses e desafios**. BRASÍLIA: UNESCO, 2009. Disponível em <<http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001846/184682por.pdf>> Acesso em 29.mai.2016.

JEAN, Stéphanie. **PÉPITE: um système d'assistance audiagnostic de competences**. Thèse (doctorat), Université Paris VII, 2000. Disponível em <liris.cnra.fr/Stephanie.jean-daubis/these_HTML/0.html> Acesso em 15 de dezembro de 2015.

JUNIOR, Dejahyr Lopes. **Práticas pedagógicas desenvolvidas no ensino de função: uma abordagem antropológica**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campina Grande, 2011.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A Construção do Saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Belo Horizonte: Artmed, 1999.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática**. 2009. 294f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LINS, Rômulo Campus; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, (2006).

MANRIQUE, Ana Lúcia e ANDRÉ, Marli. **Relações com o saberes na formação de professores**. In: NACARATO, Adair Mendes e PAIVA, Maria A. V. (Orgs.) A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MARANHÃO, Maria C. S. A. et al. **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio**. São Paulo: Musa, 2009.

MARIANI, Rita de Cássia Pistoia. **Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo**. São Paulo, PUC, 2006.

MELO, Gilberto Francisco Alves de. **A formação inicial e a iniciação científica: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar**. 2003. 253f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MONDINI, Fabiane e BICUDO, Maria Aparecida V. **A presença da Álgebra nos cursos de Licenciatura em Matemática no Estado do Rio Grande do Sul**. Canoas:Acta Scientiae, v. 12, nº 2, p. 43-54, jul./dez, 2010.

PONTE, João Pedro da. **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação**. Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros.** 2010. 157f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Natal, Natal, 2010.

PROENÇA, Marcelo. **A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio supervisionado.** 2012. 210f. Tese (Doutorado em Educação para Ciência) – Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2012.

RESENDE, Marilene Ribeiro. **Re-significando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura.** 2007. 329f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SOUZA, Cristiane Fernandes de. **Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos.** 2006. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

SOUSA, Vera Helena Giusti. **O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica.** 2008. 307f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** Petrópolis: Vozes, 2006.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para exploração de problemas de contagem no ensino fundamental.** 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirantes Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2012.

THOMPSON, Alba Gonzales. **A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica.** Tradução: Melo, Gilberto et al. Campinas: Zetetiké – CEMPEM – v.5 – nº8 – jul/dez de 1997.

VEIGA, Márcia Stochi e MARANHÃO, Maria C. S. A.. **O Ensino da Álgebra na Licenciatura em Matemática: Análises preliminares de resultados de pesquisas.** Paraíba: Realize Editora, Anais do Encontro Paraibano de Educação Matemática (2012) - Volume 1, Número 1, ISSN 2317-0042, 2012.

ANEXO

Fichamento das oito teses de doutorado selecionadas para análises

Apresentamos, em ordem cronológica, o fichamento das oito teses de doutorado, selecionadas a partir de busca no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, com as palavras-chave *Licenciatura em Matemática e Álgebra*. Lembramos que a sétima tese foi incluída por sugestão da banca de qualificação.

Fornecemos os seguintes itens: título; autora ou autor; instituição; ano da defesa; número de páginas; orientadora ou orientador; palavras-chave; resumo; objetivo; metodologia ou procedimentos metodológicos; principais referenciais teóricos utilizados; resultados e/ou sugestões relacionadas à formação inicial de professores e ao ensino-aprendizagem de álgebra, além dos referenciais bibliográficos citados no fichamento.

Com o intuito de trazer transparência e rigor metodológico, diferenciamos os excertos das respectivas teses de nossos comentários. As partes escritas com fonte Times New Roman tamanho 11, entre linhas simples, são os excertos, aquelas com fonte Arial 12 entre linhas 1,5 são nossas observações. Assim, podemos diferenciar rapidamente o que foi copiado literalmente dos trabalhos daquilo que é de nossa autoria. Por esse motivo no anexo não poderemos cumprir rigorosamente com as normas da ABNT para textos científicos.

1ª TESE

Título: A formação inicial e a iniciação científica: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar

Autor: Gilberto Francisco Alves de Melo

Instituição: UNICAMP/SP

Ano da defesa: 2003

Número total de páginas: 253

Orientadora: Prof^a Dr^a Anna Regina Lanner de Moura

Palavras-chave: Formação Inicial; Professores de Matemática; Iniciação Científica

Destacamos que as palavras-chave não constam da tese, são apresentadas apenas no portal da CAPES.

Resumo:

O objetivo deste estudo foi descrever o processo de construção da Formação Inicial de Mari, uma licencianda do curso diurno de Matemática da Unicamp (Universidade Estadual de Campinas – SP – Brasil) no período de 1999 a 2001. A pesquisa focalizou a produção e a apropriação de saberes docentes, mediante a utilização de material empírico oriundo dos seguintes procedimentos: entrevistas semi-estruturadas; questionário aberto; relatório final da Iniciação Científica e sua respectiva apresentação em Congresso; relatório de estágio; pesquisa documental e diário de campo do pesquisador. Os dados analisados, junto ao referencial teórico da relação com o saber de Charlot (2000), mostram que a problematização da prática curricular em álgebra elementar tornou-se possível, por meio da formulação e do desenvolvimento de um projeto de I.C., cujas características incluíam o estudo de álgebra numa perspectiva que considera a dinâmica histórica do desenvolvimento da linguagem algébrica e uma dinâmica coletiva de estudos e orientação sobre o tema do projeto. A presente investigação também propiciou a mobilização de Mari em dois níveis de formação: um, o de compreender as dificuldades de seus alunos em álgebra elementar; outro, o de revisar e ressignificar a sua Formação Inicial, especificamente em álgebra, como professora iniciante no ensino de matemática. Nesses dois níveis distinguiram-se os vários sentidos que Mari deu aos saberes que veio construindo na sua Formação Inicial: a abordagem da álgebra na perspectiva histórico-conceitual, como uma forma de considerar a participação do aluno na construção da aprendizagem; a promoção de uma aprendizagem aliada à importância de olhar para as dificuldades dos alunos e de buscar a origem de tais limitações; a compreensão dos percalços do ingresso na carreira profissional, bem como a adequação a tal obstáculo; e a percepção da importância da pesquisa para formação do professor de matemática.

Objetivo:

O pesquisador, primeiramente, formula perguntas para em seguida delimitar seu objetivo.

1^a) Que formação a futura professora de matemática obtém ao cursar a Licenciatura e como é construída ao longo de sua trajetória de vida pessoal e iniciação profissional? (p.21)

Ao considerar esta questão, nosso objetivo será identificar e descrever a formação: em álgebra elementar; na investigação e na prática construídas ao longo da trajetória de vida circunscrita às instâncias da Formação e da Prática Pedagógica Iniciais. (p.21)

2ª) Qual a origem e natureza dos saberes docentes implícitos nessas formações? Lidar com esta questão levará a identificar os saberes apropriados e construídos pela licencianda durante o processo de formação. (p.21)

3ª) Como os saberes foram produzidos e/ou apropriados pela licencianda e sob que condições materiais e históricas? A resposta a esta questão propiciará descrever os modos de produção e apropriação dos saberes e as condições materiais e históricas em que foram produzidos. (p.21)

A partir destas questões, podemos delimitar uma questão central de pesquisa: *Como a licencianda que reflete e investiga sua primeira prática em álgebra elementar, produz e se apropria de saberes docentes em sua formação inicial?* (p.21)

Como objetivo geral, nos propomos a identificar, descrever e analisar a Formação Inicial de uma licencianda que cursa Licenciatura em Matemática-Unicamp e ao investigar sua prática inicial em álgebra elementar, no âmbito de sua inserção profissional produz e se apropria de saberes docentes neste domínio específico. (p.21)

Em suma, tecemos considerações a cerca de nossas relações com a problemática da formação e saberes docentes que vimos vivenciando, ao longo de nossa trajetória profissional, evidenciadas em momentos de nosso processo de formação (inicial e continuada), [...]. (p.21)

Fundamentação Teórica:

A defesa desta tese se apoia em dois pressupostos ancorados na perspectiva da Educação Conceitual, os quais encontram-se fundamentados na Teoria do Conhecimento de Kopnin (1978), no âmbito da Educação Matemática, em Caraça (1978); Lima (1992); Moura(2000) e Moura, A. R. L de et al (2003). Ampliamos esta abordagem teórica para um terceiro pressuposto fundamentado nos saberes discutidos por Charlot (2000) em vista da análise das informações sobre Mari que construímos ao longo do trabalho de campo. O primeiro pressuposto consiste na compreensão de que o desenvolvimento conceitual é considerado como perspectiva epistemológica e didático-metodológica de superação dos processos mecânicos, presentes no processo de formação dos professores em geral e, de matemática em particular, pela possibilidade de ocorrer processos criativos. Na nossa compreensão, os problemas de ensino e aprendizagem em matemática, a exemplo de outros campos do conhecimento, não se limitam a questões metodológicas. Ao contrário exigem igualmente, uma análise do processo de construção histórico-conceitual do conhecimento, onde a licencianda não se limita a olhar a fragmentação do conhecimento com naturalidade. Ao contrário, mediante a reflexão crítica do ensino e das aprendizagens mecânicas, hegemônicas no Curso de Licenciatura, a licencianda se veja em sua dimensão de sujeito integral e questione as limitações do processo de ensino e aprendizagem engendrados pelo Curso. Com isto, ao se inserir em atividades de ensino, se veja mobilizada e, assim, produza saberes com prazer e sentido por estar imerso em um processo criativo. (p.16)

Nesta direção é pertinente a proposta de construção de conhecimento algébrico que fundamentada em Caraça (1978) pressupõe que um conhecimento algébrico que tem por base a estaticidade e permanência das coisas e das idéias não é um pensamento algebricamente

completo e complexo. Para esta incompletude a álgebra é um conjunto de fórmulas e cálculos aplicáveis a situações isoladas e estáticas e não como uma forma de pensar a vida em movimento. (p.50).

Metodologia ou Procedimentos Metodológicos:

O pesquisador apresenta a fundamentação teórica que norteia sua metodologia e seus procedimentos metodológicos. Ele é o orientador da iniciação científica na qual colheu os dados de pesquisa.

As disciplinas de Fundamentos da Metodologia de Ensino da Matemática I e II de cunho histórico são ministradas por docentes ligados ao Grupo HIFEM. Grupo do qual emergem as concepções que vem orientando as práticas curriculares destes formadores. Práticas estas informadas pela “necessidade de se estabelecer interações entre ensino e pesquisa” (Miorim e Miguel; 2003; p.130).

Diferentemente de Caldeira, Fiorentini, Souza Jr e Melo (1998:p.332) sustentam que o enfrentamento das dicotomias no âmbito da Formação Inicial pressupõe o desenvolvimento dos futuros professores, com a prática investigativa [...]. (p.36).

Investigar essa realidade, na perspectiva do referencial básico de análise, a relação com o saber, no nível profundo e multilateral a que nos propomos exigiu o emprego de métodos e instrumentos adequados à construção do material empírico, para posteriormente empregarmos as ferramentas e conceitos teóricos apropriados, visando descobrir as relações essenciais desta investigação, cujo objeto é historicizado. Tal empreendimento se faz necessário, de um lado, pelo sujeito ser concebido como singular e histórico-social e, por outro, para que desenvolvamos uma análise do real com categorias devidamente historicizadas e reconstituídas em razão das particularidades deste estudo de caso. (p.101)

[...] Tais considerações nos remetem, a busca de respostas à questão de investigação cuja eficiência e consolidação, depende da análise de uma série de dados de natureza qualitativa, proporcionados por instrumentos construídos para esse fim e configurados em: entrevistas semi-estruturadas; questionário aberto; relatório de Iniciação Científica; produção de Mari no Curso, como texto sobre pensamento algébrico; observações do pesquisador e dados oriundos de pesquisa documental, como: ementas das disciplinas de álgebra do Currículo de Formação; proposta de resolução de problemas; resumos de relatórios de Iniciação Científica em Matemática e Educação Matemática, e proposta de Reformulação em Curso da Licenciatura. Julgamos oportuno, explicitar e justificar o Estudo de Caso, como opção teórico-metodológica. (p.103)

Considerações Finais:

O autor apresenta as respostas às perguntas propostas no início da pesquisa. Apresentamos os trechos que nos pareceu mais relevantes para o nosso foco de pesquisa.

1) Como Mari produz e se apropria dos saberes docentes?

[...] O aprendizado decorrente da Formação Inicial de Mari, dado o envolvimento da licencianda, denota que as relações com os diversos tipos de saberes configuraram-se em sentido, dado o prazer da busca pela ampliação e o aprofundamento de sua Formação Algébrica, motivando-a a investigar, mediante uma I.C., uma questão que a inquietava em sua prática inicial. Embora desde o início Mari já refletisse sobre seu desempenho como professora, ela considera que suas condições de trabalho ainda não lhe possibilitaram o desenvolvimento de uma prática compatível com a concepção histórico-conceitual que vem construindo graças a sua formação científica, da qual a matemática algébrica é uma das dimensões. (p.189)

[...] mostra, pelo seu movimento, a necessidade de investigar o ensino de álgebra, com vistas a ampliar a sua compreensão, quanto à sua concepção, para daí repensar o ensino e a aprendizagem que vem tentando convergir para uma prática construtivista com abordagem histórico - conceitual, apesar das condições de trabalho não serem ainda as ideais. E, ainda, Mari percebe mudanças em suas concepções, mas não na mesma proporção em sua prática. Além das mudanças virem estimulando o processo de reflexão (possibilitado pela pesquisa de I.C.) e questionamento. Mostrou-se um fator determinante na formação inicial, para o caso de Mari, a busca de uma nova abordagem de ensino da álgebra elementar, diferenciada da que foi vivenciada ao longo de sua formação escolar, por estabelecer uma nova relação do sujeito investigado com esse conteúdo. Isto podemos denotar das palavras de Mari ao explicar que a partir dessa abordagem os demais colegas na Disciplina de Didática estavam revendo toda a sua formação em álgebra, inclusive como era ensinada no curso de Licenciatura, cujo currículo define-se como tendo uma abordagem formalista e mecânica. (p.190)

Neste processo de Formação Inicial marcado por conflitos, contradições e descontinuidades vivido por Mari, a Iniciação Científica foi uma estratégia importante. Trouxe contribuições teórico-práticas para a formação de Mari, ainda que limitadas à perspectiva da racionalidade técnica. (p.190)

Dentre os projetos que visavam a preparar teórico-metodologicamente Mari para uma mudança de currículo de sua futura prática profissional, destacamos a Iniciação Científica de um lado. De outro, a Licenciatura trouxe algumas contribuições didático metodológicas significativas obtidas por Mari naquelas disciplinas que procuraram relacionar os conteúdos pedagógicos com os específicos, caso das de Educação Matemática. Dessas, obteve contribuições em termos de aprofundamento de sua formação algébrica, mediada por práticas curriculares, que tematizaram o aspecto histórico ligado à formação do pensamento algébrico e a abordagem de aprendizagem histórico-conceitual, a qual se fundamenta no construtivismo. Referência que Mari relacionou no momento em que refletia sobre o problema de sua prática inicial, estabelecendo uma relação de compreensão, em que a aprendizagem algébrica pressupunha a participação ativa do aluno na construção do conhecimento. [...] Essa mudança implicou a busca de um melhor domínio da matemática, em especial de álgebra elementar, possibilitando, sobretudo, um novo modo de vê-la. Ou seja, de uma visão de matemática fortemente formalista, isto é, exata, a-histórica e essencialmente lógica, ao nível do discurso, para uma visão de matemática histórica, construtiva e conceitual. (p.191)

Os saberes vividos por Mari durante o seu processo de Formação Inicial, à primeira vista, parecem ter sido pouco significativos. [...] embora esses tenham a marca de uma formação matemática ainda lógico-formal, à qual vem tentando contrapor uma concepção e práticas que se alinhem à perspectiva histórico-conceitual. (p.193)

2- Os Processos e Políticas de Mudança Curricular na Licenciatura de Matemática

Em decorrência da resposta à questão de investigação, temos que as ações a serem implementadas em relação a melhoria dos processos e políticas de Formação Inicial de Professores de Matemática se configuram, ainda que não se esgotem, nas seguintes possibilidades:

- A conceituação de Formação Inicial que defendemos está sustentada na perspectiva da Educação Conceitual e sua relação com a formação de saberes profissionais, no momento se estabelece essencialmente na busca de conexões entre os saberes profissionais que se desenvolvem pela constituição do caso em estudo: saberes da Licenciatura, do desenvolvimento do projeto, da busca da inserção profissional, da investigação da prática, do saber ensinar álgebra. Conceito que configura-se como possibilidade de engendrar princípios que trabalhem na Formação Inicial, a relação mecânico-criativo como uma unidade dinâmica de formação dos conceitos, constituintes dos conteúdos da formação integrados aos conteúdos escolares. (p.193)

- Os formadores perceberem que ensinar precisa de uma visão mais ampla, em que a perspectiva da formação de saberes seja vista de forma articulada e ampliada, [...] onde percebam os limites da formação frente aos aspectos do conceito, em termos de: forma e conteúdo, lógico e histórico, pensamento e linguagem e, assim, venham a desenvolver uma abordagem conceitual. (p.194)

- Na Formação Inicial, os licenciandos desenvolvam a I.C como possibilidade para potencializar a conexão entre pensar o conteúdo e a prática mecânica da matemática e, deste modo, os licenciandos ampliaram as possibilidades de produção e apropriação de saberes com prazer e sentido. E, desta forma, produziram um rompimento com o paradigma da Racionalidade Técnica, o qual informa um modelo de prática pedagógica, mediante a capacitação do futuro professor com um rol de habilidades e competências, sendo em ambos os casos, exteriores aos docentes. Sobretudo, se considerarmos que a construção de saberes se dá por uma transformação permanente do sujeito e do objeto de forma dialética, visto que habilidades e competências são formas técnicas e estáticas de um determinado saber que tendem a enrijecer esse processo de transformação do indivíduo – universal (Kopnin,1978).

- Uma Formação Algébrica mais ampla que ultrapasse as limitações impostas pela perspectiva tradicional, assentada apenas no formalismo de linguagem e que possibilite uma formação conceitual algébrica integrando pensamento - linguagem e afetividade como defende a perspectiva da Educação Conceitual. (p.195)

- Os Processos e Políticas de Mudança Curricular na Licenciatura de Matemática considerem como objeto de estudo ao longo das disciplinas formativas e não apenas da Prática de Ensino e Estágio Supervisionado, [...].

- As formas de inserção profissional buscadas pelos licenciandos sejam, ao lado da Prática de Ensino e Estágio Supervisionado consideradas como possibilidades legítimas de desenvolvimento de estágio, por ser possibilitadora de reflexão da prática e de apropriação e produção de saberes.

- Apesar do programa da Licenciatura em Matemática – Diurno da Unicamp ainda guardar vícios da Racionalidade Técnica, de outro, existe, no seu interior, iniciativas por parte dos docentes da área de Educação Matemática, visando a uma articulação entre conteúdos específicos e pedagógicos. (p.196)

Sugestões para outras Pesquisas:

[...] ao refletir sobre o próprio processo de investigação realizado, indicamos questões para continuidade de pesquisas: i) como os futuros professores de matemática vem incorporando em sua prática, os saberes oriundos da iniciação científica em matemática e educação matemática; ii) quais as implicações para a formação inicial em matemática frente ao envolvimento de futuros professores em investigação, ao buscarem sua inserção profissional; iii) como se estabelecem as relações com o saber de futuros professores que desenvolvem ou não uma iniciação científica; iv) como constituir um projeto de formação inicial na perspectiva da educação conceitual e v) quais as mudanças nas condições de trabalho dos professores que a perspectiva da educação conceitual engendra.

Referências Bibliográficas:

Apresentamos as referências bibliográficas nas quais o autor faz referência direta ou naquelas que nos remeteu aos textos que apresentados.

FIORENTINI, D., SOUZA JR., A.J, MELO, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In Cartografia do trabalho docente (Org.) Corinta M. G. Geraldi; Dario Fiorentini e Elisabeth Pereira – Mercado das Letras: Campinas/SP,1998.

FIORENTINI, D et al. Formação de Professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. In: Educação em Revista – Dossiê: A Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. N.36- Dez / 2002, Faculdade de Educação da UFMG. Belo Horizonte/MG.

2ª TESE

Título: Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo.

Autora: Rita de Cassia Pistóia Mariani

Instituição: PUC/SP

Ano da defesa: 2006

Número total de páginas: 233

Orientador: Benedito Antônio da Silva

Palavras-chave: Transição da Educação Básica para o Ensino Superior.

Resumo:

O presente estudo teve como objetivo investigar como a coordenação de registros contribui para a explicitação dos conhecimentos mobilizados por alunos ingressantes no Curso de Cálculo, frente a tarefas organizadas com base no conceito de função. A pesquisa fundamentou-se na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, destacando o papel da identificação das variáveis visuais pertinentes, no traçado de gráficos, nos tratamentos, nas conversões e argumentações na língua natural. Baseou-se também no Contrato Didático de Guy Brousseau, sobretudo, no que se refere a seus efeitos. O método utilizado foi a pesquisa qualitativa com design de estudo de caso na organização e desenvolvimento de tarefas orientadas pelos aspectos ligados ao funcionamento cognitivo, enfatizando conversões, iniciando pelo registro gráfico em direção ao demais, especialmente, o da língua natural. Os dados foram obtidos com base nas observações e gravações em áudio, bem como, na análise dos protocolos produzidos pelos alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Comunitária do Rio Grande Sul no desenvolvimento de tais tarefas. Estas análises permitiram concluir que as tarefas propiciaram não só a coordenação de registros do objeto função, como também das diversas representações, envolvendo limite e derivada. Observou-se que a identificação das variáveis visuais pertinentes permitiu uma evolução em relação à interpretação global dos problemas propostos. O fato contribuiu para a explicitação dos conhecimentos mobilizados pelos sujeitos da pesquisa. O registro da língua natural, em particular, mostrou-se adequado, pois, por meio dele foram revelados conhecimentos que, geralmente, ficam “mascarados” por algoritmos mecânicos e convencionais. Pautado neste registro, pôde-se perceber ainda que os alunos apresentam muitas dificuldades ao expressarem-se com rigor, em geral, não atribuem significado aos símbolos utilizados. Em relação ao objeto função, constatou-se que nem sempre o inter-relacionamento entre as variáveis foi percebido de modo claro para alguns alunos, em distintos registros. Além disso, a notação (x, f) foi desprovida de seu real significado, revelando certo sentido quando a variável x perde este status e assume um número previamente fixado. Baseado no Contrato Didático percebeu-se evidências da utilização de generalizações abusivas. Identificamos, também, muitos tratamentos de localização por seleção de pontos expressos no registro da língua natural, mesmo tendo sido realizada anteriormente uma interpretação global pelos alunos. O fato pôde ser comprovado em razão de os alunos insistirem na busca da validação nos registros algébrico e numérico de resultados obtidos graficamente, como enfatiza uma das cláusulas do Contrato Didático de Brousseau. Por outro lado, o mesmo fato pôde ser interpretado por Duval, uma vez que o tratamento pontual exige menor complexidade se comparado ao de interpretação global, o que torna mais fácil a elaboração das argumentações. Desse modo, foi possível concluir que as teorias que fundamentaram esta pesquisa completaram-se na apresentação dos resultados.

Objetivo:

O propósito desta pesquisa é investigar como a coordenação de registros de representação contribui para explicitação dos conhecimentos mobilizados por alunos ingressantes no curso de Cálculo frente a tarefas organizadas baseadas no conceito de função. (p.55)

Para responder a questão proposta à pesquisadora elaborou três perguntas, das quais duas delas estão relacionadas com escopo de nosso estudo. São elas:

Como a conversão de registros de representação, partindo-se do gráfico favorece a explicitação dos conhecimentos dos alunos quando estes são ‘instigados’ a fazer argumentações expressas no registro da língua natural?

- Como a mobilização do objeto função caracterizado, sobretudo, pelo inter-relacionamento de variáveis e sua identificação por meio de diferentes representações presentes nas noções que compõem um curso de Cálculo, interfere na exteriorização de diferentes conhecimentos matemáticos dos alunos? (p.56)

Fundamentação Teórica:

Assim, optamos por um referencial teórico que contemplasse os Registros de Representação Semiótica de Duval (1988, 1990, 1992, 1993, 1996, 1999, 2003), em especial, no que se refere à coordenação de registros, enfocando aspectos relacionados à identificação das variáveis visuais pertinentes e interpretação local ou global, por meio da análise dos procedimentos de traçados de gráficos, tratamentos, conversões e argumentações no registro da língua natural. Além disso, enfocamos aspectos ligados ao contrato didático de Brousseau (1986, 1988, 1996), especialmente no que se refere a seus efeitos. (p.5)

A respeito do referencial teórico do pensamento matemático avançado, selecionamos dois trabalhos que apresentam alguns aspectos relacionados ao uso de representações no ensino do Cálculo: Artigue (1991) e Dubinsky & Tall (1991). (p.34)

Metodologia ou Procedimentos Metodológicos:

A pesquisa foi qualitativa, naturalista, pois se deu em seu ambiente natural. Considerou-se como do tipo estudo de caso. Além disso, destacamos os seguintes trechos que consideramos esclarecedores quanto aos aspectos metodológicos:

[...] revelam a preocupação com uma compreensão descritiva e detalhada das ações tomadas pelo grupo específico [...] que compõem o curso de Cálculo nesta graduação o que configura em uma pesquisa qualitativa. (p.57).

Os dados desse trabalho foram obtidos baseados no desenvolvimento de tarefas que promoveram discussões coletivas entre duplas e trios de alunos e destes com a professora/pesquisadora [...], esse tipo de ação enquadra-se em uma pesquisa qualitativa na forma de um estudo de caso. (p.57).

Em função de os estudos qualitativos serem, obrigatoriamente, realizados no ambiente em que ocorrem, estes também podem ser denominados de naturalísticos. (p.58).

[...] o ambiente natural como fonte dos dados e o pesquisador como seu principal instrumento; os dados são predominantemente descritivos; os interesses são maiores pelos processos do que pelos resultados; as análises dos dados tendem a ocorrer de forma intuitiva, não se preocupando em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas previamente e finalmente, a importância vital é atribuída aos significados. (p.58).

[...] focamos nossas análises nas produções elaboradas pelos alunos, não com o intuito de verificar se tais questões estavam corretas ou erradas, mas sim, com o objetivo de investigar

quais eram os conhecimentos que estavam sendo mobilizados “se” e “como” esses conhecimentos estavam sendo “relacionados” entre si, demonstrando, assim, nosso interesse com os significados que os alunos atribuíram aos conceitos que estavam sendo trabalhados (DEZIN & LINCOLN, 1994), bem como pelo fato de estarmos mais interessados com o processo do que o produto (BOGDAN &BIKLEN, 1994). (p.63).

Considerações Finais:

Apresentamos a seguir alguns trechos das conclusões da pesquisa que são de interesse de nosso estudo. Assim como o apresentado na tese.

- Como a conversão de registros de representação, partindo-se do gráfico favorece a explicitação dos conhecimentos dos alunos quando estes são ‘instigados’ a fazer argumentações expressas no registro da língua natural?

A conversão de registros de representação, partindo-se do gráfico em direção aos demais, sobretudo, o da língua natural, favoreceu a explicitação dos conhecimentos dos alunos na medida em que foram analisadas a identificação das variáveis visuais pertinentes, presentes nos valores visuais das representações gráficas e nos valores escalares das representações algébricas, que foram explicitadas nas argumentações no registro da língua natural.

O registro da língua natural, em específico, mostrou-se extremamente adequado para uma pesquisa que vise identificar os conhecimentos dos alunos, pois, por meio dele, foram reveladas muitas concepções que, geralmente, ficam “mascaradas” por algoritmos mecânicos e convencionais, que “transmitem” ao aluno a impressão de que “estão sabendo” o que estão fazendo.

No momento de elaboração das argumentações, estes procedimentos algoritmizados não possibilitaram as justificações necessárias e, então, os alunos vêm-se obrigados a estabelecer as verdadeiras relações. Observamos este fato, durante a determinação do coeficiente angular das retas secantes propostas na Questão 5, da Tarefa 3.

O registro na língua natural ainda nos permitiu constatar que os alunos possuem muitas dificuldades em relação ao rigor na elaboração das argumentações apresentadas e, algumas vezes, não atribuem o real significado às simbologias expressas nas argumentações, mesmo nos protocolos apresentados na tarefa 3. (p.202)

Nesta mesma tarefa, também percebemos que os alunos atribuíram grande valor ao registro gráfico, se comparado com o algébrico. No momento da realização das análises dos intervalos solução das equações, uma vez que, apesar de obterem respostas diferentes nos registros de representação algébrico e gráfico optaram, na maioria das vezes, por citar a solução gráfica como a “verdadeira”.

No entanto, nas argumentações apresentadas, observamos uma grande influência de ações de tratamento local, visto que, estes alunos, geralmente, realizaram poucas substituições de valores pontuais na representação algébrica das duas funções e, assim, “comprovavam” a veracidade dos intervalos previamente determinados. Este tratamento no registro algébrico é, provavelmente, uma consequência de um tratamento de localização por seleção de pontos executados

anteriormente no registro gráfico e pode ser caracterizado, de acordo com Brousseau (1986) como uma generalização abusiva. (p.204)

- Como a mobilização do objeto função caracterizado, sobretudo, pelo inter-relacionamento de variáveis e sua identificação por meio de diferentes representações presentes nas noções que compõem um curso de Cálculo, interfere na exteriorização de diferentes conhecimentos matemáticos dos alunos?

Além disso, foi possível perceber que a notação $f(x)$, muitas vezes, é desprovida de significado, uma vez que muitas afirmações dos alunos revelaram que ela só tem sentido quando a variável x perde esse status e passa a ser considerado um número previamente fixado. (p.206)

Sugestões para outras Pesquisas:

Entre as sugestões para futuros trabalhos destacamos a necessidade da realização de pesquisas envolvendo a questão da transição da Educação Básica para o ensino Superior, tanto no eixo do cálculo como na Álgebra. (p.208)

Referência Bibliográfica:

FIorentini, D., SOUZA JR., A.J, MELO, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In Cartografia do trabalho docente (Org.) Corinta M. G. Geraldi; Dario Fiorentini e Elisabeth Pereira – Mercado das Letras: Campinas/SP,1998.

3ª TESE

Título: Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em matemática.

Autor: Auriluci de Carvalho Figueiredo

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Ano da defesa: 2007

Número total de páginas: 290

Orientadora: Prof^a Dr^a Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão

Palavras-chave: Educação algébrica; tópicos elementares de álgebra; Licenciatura em Matemática; Concepções e saberes.

Resumo:

Pesquisas indicam que as dificuldades que estudantes vivenciam com tópicos de Álgebra, nos diversos segmentos de ensino, podem advir de determinadas concepções de Educação Algébrica, tanto próprias quanto de seus professores. Essas concepções são subjacentes a saberes de atores de cursos de Licenciatura em Matemática. Pela relevância de tal entrecruzamento, este estudo teve como objetivo detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por atores de um curso de Licenciatura em Matemática. Para tanto realizamos um estudo de caso de natureza etnográfica em uma universidade localizada no estado de São Paulo. Para identificar as concepções dos atores desse curso, tomamos como principais referenciais teóricos as categorizações elaboradas por Lee e por Fiorentini et al. Os saberes docentes foram analisados a partir de dois enfoques: sob a ótica de Tardif, segundo a qual a noção de saber tem um sentido amplo que engloba, entre outros aspectos, as atitudes dos profissionais, e sob a ótica de Shulman, que permite identificar um repertório de conhecimento do professor ligado ao conteúdo matemático, no qual destacamos os tópicos algébricos elementares. As informações necessárias à investigação foram obtidas da análise de documentos selecionados e entrevistando-se três alunos de 1.º ano, cinco de 2.º e quatro professores, um dos quais era também o coordenador do curso. As concepções predominantes entre os professores entrevistados foram a Fundamentalista-estrutural (de Fiorentini et al.) e a de Álgebra como Linguagem (de Lee). Entre os alunos, predominaram as concepções Lingüístico-pragmática (de Fiorentini et al.) e de Aritmética Generalizada (de Lee). Esta investigação permitiu-nos vislumbrar a possibilidade de ampliação de saberes relativos ao ensino de tópicos algébricos elementares, que se vinculam a concepções de Educação Algébrica. Por sequer possuírem saberes relacionados aos conhecimentos pedagógicos, curriculares e de conteúdo (de Shulman) necessários à docência de tópicos elementares nos diversos segmentos de ensino, os atores do curso investigado geram algumas das dificuldades experimentadas. Para que esses atores ultrapassem essa condição, precisam, no mínimo, ampliar o repertório de seus saberes, ao mesmo tempo em que examinam concepções de Álgebra e de Educação Algébrica — as da literatura e as próprias. Cremos que estudos envolvendo a comunidade escolar desenvolvidos pelo impulso de um projeto institucional possam concretizar tal proposta de investigação futura. Nesse sentido, o presente estudo pode oferecer sua contribuição.

Objetivo:

O objetivo da pesquisa é detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por atores de um curso de Licenciatura em Matemática.

Iniciou com pesquisa bibliográfica, em busca de pesquisas que indicassem propostas de melhoria no processo ensino-aprendizagem em tópicos da álgebra. Para tanto, realizou um estudo de caso, em uma universidade de São Paulo, com professores e alunos do curso em questão.

Compreendemos que as concepções na maior parte das vezes não são simplesmente explicitadas, mas sim desveladas nas escolhas que os professores fazem ao exercer sua prática de seus saberes. Isso nos levou a ampliar nossa procura visando a identificação dessas concepções e também a observar quais os saberes que esses professores mobilizam em sua prática. (p.31)

Fundamentação Teórica:

Na parte inicial de seu trabalho, a pesquisadora destaca que nas Leis de Diretrizes e Bases, para as Licenciaturas em Matemática, um dos conteúdos dentre os que devem ser contemplados em todos os cursos dessa licenciatura está “Fundamentos de Álgebra” incluindo conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de álgebra, geometria e análise.

Para embasar sua investigação a autora citou Jamal (2004) que analisou questões de vestibulares e do Enem de 2001 e 2003 e constatou que no período estudado as questões envolvendo Álgebra sofreu um aumento considerável. Recomendou então, mais estudos sobre o ensino da álgebra a fim de que o ensino dessa disciplina esteja mais próximo das demandas sociais. Outra pesquisa citada foi a de Fiorentini et al. (2003) que detectou que nos estudos realizados em educação matemática nos últimos 25 anos, pouco se investigou o modo como ocorre no Brasil a passagem do aluno de matemática para o professor de matemática.

A autora adotou Fiorentini et Al. (1993, 2005) e Lee (2001) como fundamentação teórica principal para as questões de pesquisa relacionadas às concepções de Educação Algébrica.

Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos:

Destacamos os trechos nos quais as escolhas metodológicas declaradas pela autora são de interesse de análise em nossa pesquisa:

Com o objetivo de detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por alunos e professores de um curso de Licenciatura em matemática, realizamos um estudo de caso de natureza etnográfica em uma universidade localizada em uma cidade do estado de São Paulo. Essa metodologia de pesquisa, segundo André (1995, p. 41) “se caracteriza fundamentalmente por um contato direto do pesquisador com a situação pesquisada, permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência diária”. (p.31).

Escolhemos uma universidade na qual não considerando que, uma vez que esse tipo de pesquisa visa a descoberta da realidade, seria preferível, [...] a ausência de conhecimento prévio do ambiente pesquisado, de modo a evitar pré-julgamentos. (p.32).

Começamos a coletar informações:

- Conversas ou entrevistas com professores, alunos e coordenador do curso;

- Atividades e avaliações propostas pelos professores;
- Cadernos de alunos. (p.34).

As entrevistas foram não-estruturadas [...] busca contato mais íntimo entre entrevistador e entrevistado, favorecendo assim a exploração em profundidade dos saberes deste último, bem como de suas representações, crenças e valores. (p.36).

Considerações e resultados

Num primeiro levantamento sobre as características do perfil dos alunos dessa instituição destacou-se que 35% eram oriundos de cursos supletivos e de magistério, segmentos que não privilegiam muito tópicos de Matemática se comparados com alunos advindos do ensino médio, esses alunos poderiam apresentar defasagem em relação aos demais. Outra característica ressaltada no estudo é que 72% dos alunos afirmaram terem feito essa opção por vocação para o magistério ou gosto pela matemática. Houve ainda, alunos que afirmaram terem feito tal opção por acreditarem que a área de matemática oferece boas oportunidades de trabalho, fato confirmado pela instituição que afirma que os alunos encontram emprego como docentes na região antes da conclusão do curso.

A pesquisadora apontou em seu estudo as características relacionadas às Concepções de Educação Algébrica, identificadas na prática dos quatro professores entrevistados tanto segundo Fiorentini et al. (1993) quanto por Lee (2001). Utilizando a classificação de Fiorentini ela identificou que: os quatro professores apresentaram a fundamentalista-estrutural; três apresentaram a fundamentalista-analógica e apenas um a linguístico-pragmática. Quanto a classificação realizada segundo as Concepções apresentadas por Lee a autora encontrou três relacionando a Ferramenta; dois a linguagem; e um como aritmética generalizada e caminho do pensamento.

O estudo apontou características relacionadas as Concepções de Educação Algébrica, tanto segundo Fiorentini et al. (1993) quanto por Lee (2001), identificadas nas entrevistas realizadas com os oito alunos, (3 do primeiro ano e 2 do segundo). Utilizando a classificação de Fiorentini ela identificou que: em um aluno do 1º ano não se identificou nenhum tipo de concepção; em seis a linguístico-pragmática e os cinco alunos do 2º ano apresentaram a fundamentalista-estrutural. Quanto à classificação realizada segundo as Concepções apresentadas por Lee a autora identificou seis como

aritmética generalizada; cinco a Linguagem; quatro relacionando a Ferramenta; dois a atividade e um como e caminho do pensamento.

Por meio dos dados fornecidos pela instituição, relativos aos anos de 1998 a 2003, aproximadamente 30% dos ingressantes conseguiu terminar o curso.

Na conclusão a pesquisadora apresentou as várias dificuldades que os professores apontaram de seus alunos sobre em tópicos de álgebra elementar.

Referências Bibliográficas:

FIORENTINI, D., SOUZA JR., A.J, MELO, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In Cartografia do trabalho docente (Org.) Geraldí; Fiorentini; Pereira. Campinas/SP: Mercado das Letras,1998.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Campinas: Zetetiké, v.3, nº4, p.1-37, nov. 1995.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MIGUEL, Antônio, FORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-posições, vol. 4 nº1, março de 1993.

PONTE, J. P. da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: BROWN, M.; FERNANDES, D.; MATOS, J. F. ; PONTE, J. P. Educação Matemática Temas de investigação. Lisboa: IIE, 1992. P. 185-293.

4ª TESE

Título: Re-significando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura.

Autora: Marilene Ribeiro Resende

Instituição: PUC/SP

Ano da defesa: 2007

Número total de páginas: 329

Orientadora: Sílvia Dias Alcântara Machado

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação de Professores

Resumo:

Este trabalho se insere dentro da problemática que questiona qual a álgebra deve ser ensinada nos diferentes níveis da escolaridade, em especial na formação de professores de matemática da escola básica. Neste contexto, este estudo foi orientado pela questão: Qual Teoria dos Números é ou poderia ser concebida como um saber a ensinar na licenciatura em matemática, visando à prática docente na escola básica? O objetivo é compreender a Teoria dos Números, enquanto saber a ensinar, e buscar elementos para re-significá-la na licenciatura em matemática. Os referenciais teóricos foram buscados em Chevallard, Chervel, Tardif, Macedo e Lopes, para discutir o saber científico e o saber a ensinar; em Shulman, para discutir os saberes dos professores; e em Campbell & Zazkis, para tratar a Teoria dos Números no ensino. Numa abordagem qualitativa de pesquisa, foram analisadas as propostas curriculares das disciplinas que tratam de Teoria dos Números nos cursos de licenciatura em matemática de doze universidades brasileiras; foram analisados dez livros didáticos, escolhidos dentre os mais citados nos programas das disciplinas pesquisadas; e foram realizadas sete entrevistas semi-estruturadas com professores e pesquisadores em Teoria dos Números ou em Educação Matemática. Para o tratamento dos dados, utilizou-se a análise de conteúdo, conforme descrita por Lüdke & André, Laville & Dionne e Bardin. Foi possível concluir que a Teoria dos Números tratada na maioria das universidades pesquisadas não tem a preocupação com a formação do professor da escola básica, pois a abordagem dos conteúdos é axiomática, numa linguagem predominantemente simbólico-formal, com ênfase nas demonstrações, o que permite enquadrar o seu ensino na tendência formalista clássica. Por outro lado, puderam ser identificados elementos e possibilidades para re-significá-la, considerando que: tópicos de Teoria dos Números estão presentes na educação básica, sendo que os números naturais e os inteiros ocupam grande parte dos currículos de matemática nesse nível e o seu ensino tem questões próprias que não podem ser desconsideradas na formação do professor; a Teoria dos Números é um espaço propício para o desenvolvimento de idéias matemáticas relevantes relativas aos números naturais e algumas também estendidas aos inteiros, presentes na matemática escolar, como a recorrência, a indução matemática, a divisibilidade; a Teoria dos Números é um campo propício para uma abordagem mais ampla da prova, porque oferece ricas oportunidades para a exploração dos diferentes tipos de provas, permitindo ao licenciando perceber que a prova tem diferentes funções e que, no ensino, não deve ser compreendida da mesma forma que na pesquisa em matemática; a Teoria dos Números é um campo propício para a investigação matemática, porque permite a exploração de padrões e relações numéricas, o uso da recursão e da indução matemática, oportunizando o desenvolvimento das habilidades de conjecturar, generalizar, testar e validar as conjecturas. Essas potencialidades sustentam a concepção de uma disciplina, que está sendo denominada Teoria Elementar dos Números, que tem como fonte o saber científico, mas também os saberes escolares e as demandas que o seu ensino apresenta ao professor. Constituem tópicos essenciais a serem abordados: os números inteiros em seus aspectos históricos, epistemológicos e procedimentais; a divisibilidade, números primos e equações diofantinas lineares. Seus objetivos e abordagens devem considerar que o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico

do conteúdo, a teoria e a prática devem estar presentes na sua constituição, como elementos indissociáveis e imprescindíveis.

Objetivo:

O objetivo é compreender a Teoria dos Números, enquanto saber a ensinar, e buscar elementos para re-significá-la na licenciatura em matemática.

Tomamos como objeto de estudo o ensino-aprendizagem da Teoria dos números nos cursos de licenciatura em matemática, orientando-nos pela seguinte questão, geradora deste estudo: **Qual Teoria dos Números é ou poderia ser concebida como um *saber a ensinar* na licenciatura em matemática, visando a prática docente na escola básica?** (p.34)

Fundamentação Teórica:

Utilizou a Teoria da transposição didática Chevalar 1985: para o autor o objeto da didática da matemática é o sistema didático e mais amplamente o sistema de ensino.

O sistema didático é constituído por três elementos: o professor, os alunos, um saber matemático e as relações entre eles. O sistema de ensino é o que engloba um conjunto de sistemas didáticos, em que estão presentes meios estruturais diversificados que garantem o funcionamento didático. (p.34)

Para Chervel: No contexto da história das disciplinas escolares como campo de pesquisa, considera que elas não são meras simplificações de um conhecimento produzido fora da escola, quer pela ciência ou pela sociedade. (p.47)

Para Tardif: ...um saber que é adquirido, modelado, mobilizado na prática, na interação entre professor e os demais atores educativos; é um saber sincrético e plural, pois advém de várias fontes de conhecimento; é um saber complexo, pois impregnado dos comportamentos, regras, concepções do ator; é personalizado; é temporal, evolutivo e dinâmico. (p.67)

Metodologia ou Procedimentos Metodológicos:

É um estudo que tem características de uma abordagem qualitativa, pois tem o pesquisador como seu principal instrumento, os dados são predominantemente descritivos, a ênfase está colocada nos significados explícitos e implícitos atribuídos pelas pessoas ao objeto em estudo. (Lüdke e André 1986). (p.36).

Quanto ao processo de coleta de dados, envolve um estudo documental e pesquisa de campo. Inicialmente, buscando delimitar o objeto de estudo, ao lado de leituras sobre o tema [...]. (p.36).

Ainda como parte de um estudo exploratório, realizamos um levantamento das propostas curriculares de disciplinas [...]. O objetivo dessa pesquisa documental aos currículos e aos livros era verificar qual teoria dos números está sendo ensinada no Brasil atualmente. (p.37).

A partir dos resultados da investigação exploratória inicial, detectamos a necessidade de clarear alguns aspectos referentes: ao papel da teoria dos números nos currículos; as relações entre a Álgebra, Aritmética e Teoria dos Números; e a necessidade de buscar elementos para re-significar o estudo da Teoria dos Números na licenciatura [...]. Optamos, então, por realizar uma entrevista semi-estruturada com pesquisadores em Teoria dos Números, com educadores envolvidos na Educação Algébrica e com professores da disciplina. (p.38).

Considerações Finais:

A pesquisadora organizou suas considerações finais destacando os questionamentos do início da pesquisa e apresentando suas respostas a essas questões.

Qual Teoria dos Números tem sido ensinada, no Brasil, atualmente?

... nos permite concluir que a concepção de Teoria dos Números, subjacente, é, com algumas exceções, formalista, isto é, os conhecimentos matemáticos são construídos de forma lógica dedutiva, a partir de alguns conceitos primitivos e de algumas proposições consideradas verdadeiras (axiomas). Consequentemente a abordagem dos conteúdos é também axiomática, numa linguagem predominantemente simbólico-formal, com ênfase nas demonstrações, o que nos permite inferir, com base nos objetivos e nos conteúdos propostos e nos livros didáticos, que são notas de aulas, que o ensino desta disciplina pode ser enquadrado, de acordo com Fiorentini (1995), na *tendência formalista clássica*, em que a ênfase é colocada na forma e não no significado dos conteúdos tratados. Deste modo, o ensino tende a ser expositivo, livresco, centrado no professor, sendo a aprendizagem resultante da repetição de inúmeros exercícios, no caso demonstrações de proposições que, já se sabe, são verdadeiras. A significação histórico-cultural, a investigação matemática, o conjecturar ficam relegados em segundo plano ou não aparecem. (p.222)

[...] percebe-se que não há uma ponte entre o conhecimento “novo” trabalhado na disciplina acadêmica e o conhecimento “antigo”, trabalhado na escola básica, e, como consequência, o distanciamento entre a formação e a prática docente. (p.223)

Concluindo, podemos afirmar que as disciplinas que tratam de Teoria dos Números ensinadas na licenciatura em matemática no Brasil, atualmente, abordam os conteúdos e práticas na perspectiva da matemática acadêmica, carecendo de um trabalho de transposição didática que vise à formação do professor de matemática da escola básica e de um tratamento pedagógico do conteúdo que permita que o seu potencial na formação do professor possa ser explorado. (p.224)

Como professores e pesquisadores em Teoria dos Números e em Educação matemática concebem a Teoria dos números e o seu ensino?

No que diz respeito ao ensino da aritmética e da álgebra na escola básica, alguns pesquisadores destacam a importância de não separar a educação aritmética da educação algébrica, compreendendo-as com imbricadas, de um modo mais amplo, que não se reduz ao pensamento e linguagem. (p.226)

Sugestões para outras Pesquisas:

Pensamos que as conclusões deste trabalho possam ser enriquecidas com pesquisas, que acompanhem o trabalho desenvolvido em cursos de Teoria dos Números, e com os professores da escola básica que vivenciaram esses cursos, buscando detectar como eles vêem sua formação com relação ao estudo dos números inteiros, dificuldades encontradas com as abordagens, principalmente no que se refere à abordagem axiomática, relações com a prática docente, etc. (p.229)

Referências Bibliográficas:

FIorentini, D., Souza JR., A.J, MeLo, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In Cartografia do trabalho docente (Org.) Geraldini; Fiorentini; Pereira. Campinas/SP: Mercado das Letras,1998.

FIorentini, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Campinas: Zetetiké, v.3, nº4, p.1-37, nov. 1995.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MIGUEL, Antônio, FIorentini, Dario e MIORIM, Maria Ângela. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-posições, vol. 4 nº1, março de 1993.

5ª TESE

Título: O uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem funcional gráfica.

Autor: Vera Helena Giusti Souza

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Ano da defesa: 2008

Número total de páginas: 307

Orientador: Prof. Dr. Saddo Agmouloud

Palavras-chave: Função, gráfico, representação e inequação.

Resumo:

Insatisfeitos com os resultados apresentados na resolução algébrica de inequações com uma incógnita real, pela maioria de nossos alunos do Ensino Superior, decidimos investigar se poderíamos contribuir para o ensino e a aprendizagem da resolução algébrica de inequações com uma incógnita real, por meio de uma abordagem funcional gráfica. Em conversa com alguns professores de Matemática, percebemos que não conheciam tal abordagem. Escolhemos, então, discuti-la com dois grupos, um de professores de Matemática da rede pública estadual e um de alunos de primeiro ano de licenciatura em Matemática, por meio de uma seqüência de atividades, concebidas à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Utilizamos três sistemas de representação e orientamos nossa pesquisa para responder, essencialmente, a seguinte questão “Uma abordagem envolvendo o tratamento e a conversão de registros, no caso da resolução de equações e/ou inequações com uma incógnita real, pode desencadear a discussão global sobre esta resolução?”. Optamos por uma pesquisa qualitativa, que foi desenvolvida em três etapas, todas inspiradas pela Engenharia Didática, quais sejam análises preliminares; concepção, elaboração, análise didática, aplicação e observação de uma seqüência de atividades; análise de protocolos. Para a análise de protocolos, apoiamos-nos nos argumentos de Efraim Fischbein (1993) de que, para haver aprendizagem, em Matemática, é preciso dominar e interrelacionar aspectos formais, algorítmicos e intuitivos do assunto em estudo. Nossa análise mostrou a ausência de aspectos formais lógicos em todos os protocolos dos dois grupos pesquisados e a presença quase coerciva, às vezes mascarada, de aspectos intuitivos numéricos. Em razão disto, embora a maioria destes sujeitos tenha conseguido fazer as conversões necessárias para resolver graficamente as inequações propostas, nenhum deles fez as conexões matemáticas entre a resolução funcional gráfica e a algébrica. Também não transferiram os novos conhecimentos para a resolução algébrica.

Objetivo:

No início do capítulo 1, página 1 já na “introdução” a pesquisadora declara seu objetivo geral:

O objetivo deste trabalho é estudar problemas ligados ao ensino e à aprendizagem de inequações com uma incógnita real. (p.1)

No decorrer do estudo ela declara os objetivos parciais de cada etapa do estudo.

Objetivo do teste diagnóstico:

Colocamos, como objetivo principal deste diagnóstico, fazer uma análise quantitativa de algumas questões que consideramos fundamentais para um entendimento, por parte dos alunos, do que seja uma resolução funcional gráfica de inequações com uma incógnita real. (p.98)

Os objetivos das atividades são apresentados separadamente. Eles estão relacionados a: localização de pontos, regiões e equações afim no eixo cartesiano; interpretação dessas regiões utilizando-se para as respostas a linguagem natural ou algébrica; resolução gráfica de inequações; comparação relação entre os gráficos de $\sqrt{x^2}$ e de $|x|$.

Fundamentação Teórica:

No capítulo III (página 38), apresentam-se as duas principais teorias que foram utilizadas para compor as atividades e realizar as análises. Essas teorias foram selecionadas após uma análise das pesquisas que também abordaram o tema de inequações. A autora destacou os seguintes trabalhos: Registros de Representação Semiótica de Duval (1995, 1999 e 2000) e Aspectos formais, algorítmicos e intuitivos de Fischbein (1993).

Destacamos do texto os seguintes trechos sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica. A pesquisadora coloca:

A partir das considerações de Duval, com as quais concordamos, colocamos como pressuposto de nossa pesquisa que são necessários vários sistemas semióticos de representação, ligados à dualidade linguagem/imagem, para desenvolver o pensamento matemático e que esses sistemas semióticos precisam ser organizados e integrados à arquitetura cognitiva do sujeito, para que ele aprenda Matemática.

Na verdade, acreditamos que a maioria de nós passa pelo registro da língua natural, mesmo que não explicitamente, quando precisa fazer uma conversão de registros. Assim, para um sujeito utilizar uma ferramenta como os gráficos de função, ele precisa ser capaz de converter o registro gráfico no da língua natural e, para realizar as conversões, ele precisa da *visualização*. É ela que vai permitir, no caso de usar, qual inequações pelo menos, que o sujeito escolha as funções reais que vai [...]. (p.22)

Mais adiante a pesquisadora apresenta sua posição sobre os aspectos formais da matemática, como segue:

No nosso entender, podemos dizer que a matemática precisa ser mostrada, não só como um encadeamento lógico de definições, axiomas, proposições e teoremas, mas principalmente como um processo de tentativas, erros, correções, refinamentos, com espaço para produzir conjecturas, elaborar justificativas, avaliar formalmente e intuitivamente uma afirmação matemática.

[...] levar em conta três aspectos básicos, que estão presentes em toda atividade matemática: o formal, o algorítmico e o intuitivo.

Entendemos que o aspecto formal diz respeito a axiomas, definições, teoremas e demonstrações e embora a maioria dos alunos da Educação básica não vá necessariamente ser matemático [...] as componentes formais precisam estar bem entendidas e ativas, para que seja desenvolvido um processo de raciocínio. Elas precisam ser inventadas ou aprendidas, organizadas, confrontadas e ativamente usadas pelo sujeito: entender o significado do rigor [...] (p.48)

Sobre as notações encontramos um trecho no qual a autora lamenta a cobrança excessiva sobre as notações científicas:

Gostaríamos de incluir aqui, de modo especial e com vistas às representações, as notações, porque nos parece que muitos dos problemas dos aprendizes residem na falta de leitura correta das notações científicas, já aceitas pela comunidade. Não acreditamos que elas são essenciais para a aprendizagem inicial, pois os alunos poderiam usar, por exemplo, um texto corrido em língua natural; no entanto parece existir, tanto nos livros didáticos como por parte dos professores, uma cobrança muito grande do uso “correto” e imediato dessas notações [...]. (p.49)

Na descrição dos aspectos que foram considerados na elaboração das atividades destacamos a repetição das palavras: compor, transformá-la, converter e visualização.

Metodologia ou Procedimentos Metodológicos:

A pesquisa foi do tipo qualitativa, desenvolvida em três etapas, todas inspiradas pela Engenharia Didática, ou seja, concepção, elaboração, análise didática, aplicação e observação de uma sequência de atividades; análise de protocolos. A pesquisa foi aplicada em dois grupos distintos: professores da rede estadual e alunos do primeiro ano de um curso de licenciatura em matemática.

A pesquisadora descreveu sua metodologia do seguinte modo:

Como metodologia de pesquisa, optamos por utilizar alguns passos da Engenharia didática [...]. (p.57)

O caminho dessa engenharia, conforme a pesquisadora foi delineado com duas vias, a de uma produção de estratégias e abordagens para o ensino e a de uma metodologia de investigação.

Identificamo-nos com essa segunda, por tê-la interpretado como uma metodologia de pesquisa que não tem um fim em si mesma, isto é, que não se restringe à elaboração de um relatório para divulgar os resultados observados, seja de forma quantitativa, seja de forma qualitativa. Com o desenvolvimento dos passos de nossa engenharia didática, acreditamos ter feito uma intervenção nos grupos pesquisados, os quais, a longo prazo, irão realizar algo semelhante junto a outros grupos, usufruindo assim dos resultados provenientes da sequência elaborada, testada e avaliada.

Os procedimentos adotados neste trabalho são: análises preliminares; concepção; elaboração; análise didática; aplicação e observação de uma sequência de ensino; análise de protocolos. (p.57).

Resultados ou conclusões relacionadas ao ensino-aprendizagem de álgebra:

Na elaboração da sequência destaca-se a análise dos livros didáticos dos quais se faz a seguinte consideração:

Nossa avaliação é que a abordagem funcional da resolução de inequações não existe nos livros didáticos analisados. Só aparece o tratamento do registro algébrico, sem fazer as reais conexões com a função que pode ser vista numa expressão algébrica dada. (p.93)

No capítulo das considerações finais a pesquisadora declara:

Queríamos estimular uma discussão sobre a resolução de inequações com uma incógnita real, com o objetivo de mostrar a possibilidade de desenvolvermos uma abordagem não estritamente algébrica, com a utilização de três sistemas de representação, o algébrico, o gráfico e o da língua natural, para promover a inter-relação entre os aspectos intuitivos, formais e algorítmicos do assunto, na Educação Básica.

O aspecto algorítmico, relativo ao tratamento algébrico, não foi modificado, nem entre os professores, nem entre os alunos. Ao final da seqüência, todos ainda estavam agindo intuitivamente sobre as inequações dadas, aplicando procedimentos próprios de equações, mesmo quando o discurso dizia de outra forma. (p.256)

Resultados ou conclusões relacionadas à formação inicial de professores:

A pesquisadora expõe as perguntas de pesquisa e as observações que realizou ao aplicar as atividades. Assim seguem seus comentários apresentados:

Uma seqüência didática envolvendo o tratamento e a conversão de registros pode fornecer aos alunos condições de inter-relacionarem os aspectos formais, algorítmicos e intuitivos envolvidos na resolução de inequações com uma incógnita real?

Para que o aluno faça a inter-relação entre os aspectos formais, intuitivos e algorítmicos de qualquer assunto em Matemática, é preciso, antes de tudo, que esteja habituado a dar importância a esses aspectos, o que depende muito de como é desenvolvida a Matemática nas salas de aula da Educação Básica. [...] percebemos que a formação anterior não os incentivou a trabalhar os aspectos formais e, ainda mais, deixou passar a impressão de que só os aspectos intuitivos, principalmente os numéricos, são suficientes para a aprendizagem em Matemática. [...] o sujeito precisa ter o hábito de praticar todos os aspectos, principalmente os formais, que irão ajudá-lo a superar as dificuldades advindas de uma aprendizagem autônoma [...].(p.246)

E finalizando a resposta à primeira questão de nossa pesquisa afirmando que estes sujeitos não inter-relacionaram os aspectos formais, algorítmicos e intuitivos não porque a abordagem foi feita com base no tratamento e na conversão de registros, mas porque a maioria deles não domina aspectos formais que chama os de lógicos e têm, com bastante ênfase, aspectos intuitivos numéricos. (p.251)

Sugestões para outras Pesquisas:

A pesquisadora apresenta suas sugestões para novas pesquisas na forma de perguntas. Destacamos algumas delas:

“De que forma trabalhar o zero, na educação básica, para que alunos não tenham tantas dificuldades com o entendimento de algumas operações [...]?” “De que formas (e desde que ano) trabalhar os números reais, para que estes números não fiquem apenas nos aspectos intuitivos e também não seja necessário fazer uma construção formal?” (p.269)

A autora também lança questões sobre funções, relacionadas à quando devem se iniciar esse conceito, relativas às representações inclusive a gráfica e como fazer com que o aluno não confunda o objeto com sua representação.

Referências Bibliográficas:

DUVAL, Reymond. Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizages intelectuales. 2.. ed. Cali, Colombia: Universidad Del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, 2004. Grupo de Educación Matemática.

_____. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st century: an ICMI study. Dordrecht: Kluwer, 1998.

FISCHBEIN, Efraim. Intuition in science and mathematics: an educational approach. Dordrecht: Reidel, 1987.

6ª TESE

Título: Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura em matemática.

Autor: José Carlos Pinto Leivas

Instituição: Universidade Federal do Paraná

Ano da defesa: 2009

Número total de páginas: 294

Orientador: Profa. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares

Palavras-chave: Educação Matemática. Imaginação. Intuição. Visualização. Pensamento Geométrico Avançado

Resumo:

Esta tese surge da seguinte indagação: é possível ensinar conceitos geométricos em disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática a partir de abordagens que envolvam imaginação, intuição e visualização? O problema de pesquisa foi elaborado com base em levantamento inicial, em oito currículos de Licenciaturas em Matemática do Estado do Rio Grande do Sul, ao buscar nas disciplinas da área de Geometria a existência de tópicos de Geometrias Não Euclidianas, Geometria Fractal, Topologia e Geometria Diferencial e a existência de abordagens inovadoras utilizando recursos didático-tecnológicos. Tem como objetivo apontar possibilidades de uso de abordagens que mobilizem imaginação, intuição e visualização no ensino de conceitos geométricos nas disciplinas mencionadas. A descrição e análise de experimentos de ensino de conceitos geométricos, realizados em duas disciplinas do ensino superior, cumprem o primeiro objetivo desta pesquisa e situam práticas educativas possíveis. É a partir destes dois experimentos, que buscou-se a literatura e, especialmente naquela fornecida pelo campo da Psicologia da Educação Matemática, foram encontradas pesquisas que destacam os três aspectos – imaginação, intuição e visualização no ensino de Matemática. Percebeu-se nessas pesquisas que há tendências em se tratar determinados conteúdos matemáticos de forma interdisciplinar, utilizando esses três aspectos, porém em sua maioria voltados à escola básica. Propõem-se algumas formas de tratar conteúdos de diversas disciplinas da Licenciatura em Matemática utilizando a riqueza de possibilidades oferecidas pela imaginação, intuição e visualização. Por fim, incluem-se ao longo da tese exemplos de como, com essas possibilidades, podem ser criados espaços ambiente nos quais entes geométricos podem ser imaginados, intuídos e visualizados e até mesmo sendo representados, como por exemplo, em tópicos específicos de disciplinas como Cálculo, Álgebra, Álgebra Linear e Análise.

Objetivo: O autor inicia a pesquisa com um objetivo que é reescrito posteriormente na forma de pergunta, e é a partir dessa pergunta expõe seu objetivo geral e específico, que segue:

É possível ensinar conceitos geométricos em disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática a partir de abordagens que envolvam imaginação, intuição e visualização?

Assim, esta tese é elaborada com o seguinte **objetivo geral**:

Apontar possibilidades do uso de abordagens geométricas que mobilizem imaginação, intuição e visualização no ensino de conceitos em disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática.

Os seguintes **objetivos específicos** foram traçados:

1. Descrever e analisar experimentos geométricos realizados em disciplina do ensino superior.
2. Identificar na literatura, em especial na oriunda do campo da Psicologia da Educação Matemática, se há e como se caracterizam as pesquisas sobre o ensino de conceitos geométricos que mobilizam a imaginação, a intuição e a visualização.

3. Fornecer indicadores para uma proposta de currículo para cursos de Licenciatura em Matemática que contemple a imaginação, a intuição e a visualização. (p.63-64)

Principais campos teóricos utilizados e seus respectivos autores:

Em toda a tese não há um capítulo dedicado à fundamentação teórica utilizada. Ela está distribuída entre os capítulos do trabalho. Assim, selecionamos trechos que nos pareceram fazer referências à fundamentação teórica. Omitimos as citações nas quais as situações não nos pareceram embasar a pesquisa. Focamos em compreender o que o autor entende por imaginação, intuição e visualização. Nesta busca, encontramos referências à álgebra, que é um dos nossos objetivos de pesquisa.

A seguir descrevo e analiso os experimentos por mim realizados tendo como referência teórica estudos de Piaget e Inhelder (1993) e Araújo (1994), Papert (1994), Brasil (1998), Borba e Villarreal (2005), Valente (2000) e Sancho (2006), anteriores ao inventário que pude realizar sobre propostas para o ensino de Geometria nos diferentes níveis de ensino nas fontes do PME. (p.67)

No decorrer da tese o pesquisador fez vinte e seis referências à Piaget e Inhelder (1993), que foi o trabalho mais citado. Em segundo lugar temos Valente (2000) com um total de oito referências; a seguir temos Borba e Villarreal (2005) e Papert (1994) ambos com cinco e com apenas uma referência Araújo (1994) e Sancho (2006).

Os termos imaginação intuição e visualização ocupam um lugar de destaque nessa pesquisa, portanto apresentamos as referências e citações que estão no trabalho. Iniciamos com as referências e citações ao termo imaginação.

Pesquisas apontam um ensino dessa disciplina na escola básica que se limita ao uso de fórmulas, não privilegiando outras dimensões consideradas essenciais para o desenvolvimento de um pensamento geométrico, apoiado, por exemplo, no tripé imaginação, intuição e visualização[...]. (p.18)

[...] aborda pensamento verbal e pensamento visual como classes de imaginação e estabelece relação entre as duas classes. (p.19)

Discorre sobre a intuição:

Sendo a percepção também uma forma de conhecimento, para Fischbein (1987) ela difere da intuição, pois intuição vai além dos fatos perceptíveis, necessitando uma extrapolação das informações advindas desses fatos. As representações intuitivas, embora de aparente auto-evidência, são absolutas e imutáveis e sendo assim, a utilização da percepção de atividades com folhas de papel creio permitirem aos estudantes buscarem propriedades de quadriláteros. Tais propriedades, em se mantendo invariantes e podendo ser abstraídas na ausência do material

observável, creio possibilitar que a intuição conduza à classificação de quadriláteros. Além disso, com base nos autores consultados, creio poder afirmar que a passagem para a visualização, por meio dos materiais concretos observáveis, permite a construção de estruturas mentais, em direção ao conceito. (p.71)

Referência sobre o termo Visualização:

O pesquisador aborda a representação do espaço na criança, pois utiliza essa obra como referencial para elaboração do experimento 1 sobre quadriláteros.

Nos estudos de Piaget e Inhelder (1993) sobre a representação do espaço na criança, tem-se que a percepção do espaço não implica sua representação. Ou seja, o fato de as crianças perceberem sensivelmente o espaço não garante que elas o saibam representar. No entendimento desses autores: A percepção é o conhecimento dos objetos resultante de um contato direto com eles. A representação consiste, ao contrário, - seja ao evocar objetos em sua ausência, seja quando duplica a percepção em sua presença -, em completar seu conhecimento perceptivo referindo-se a outros objetos não atualmente percebidos (PIAGET; INHELDER, 1993, p. 32). Para Piaget e Inhelder (1993), a representação do espaço não é dada de antemão, ela é construída. Eles constataram que a criança constrói a representação de espaço de modo inverso ao que geralmente é apresentado na escola. Na Matemática escolar, costuma-se apresentar primeiramente noções de Geometria Euclidiana (idéias de ponto, de reta e de plano) para, somente depois, se tratar de Geometria Projetiva (representação de sólidos por meio de perspectivas) e, em último caso, já na Matemática superior, é que é apresentada a topologia (relações de vizinhança, separação, ordem, envolvimento e continuidade). Entretanto, Piaget e Inhelder (1993) constataram que a primeira representação de espaço na criança é de natureza topológica. (p.73)

Apresenta os referenciais teóricos que utilizou para formular o experimento 2 que utiliza recursos de informática.

Segundo Borba e Villarreal (2005), existe na comunidade de educadores matemáticos um interesse em aspectos experimentais de Matemática. “Assim como no caso de matemática, diferentes perspectivas sobre a noção de experimentação também coexistem na comunidade de educação matemática.” (p. 71).

Dessa forma, os autores afirmam que se pode dizer que uma abordagem experimental em educação matemática implica:

- o emprego de tentativa de procedimentos e de julgamentos que suportem a geração de conjecturas matemáticas;
- a descoberta de resultados matemáticos previamente desconhecidos para experimentar;
- a possibilidade de testar maneiras alternativas de gerar um resultado;
- a chance de propor novos experimentos;
- uma maneira diferente de aprender matemática. (BORBA e VILLARREAL, 2005, p. 75).

[...] Segundo Borba e Villarreal (2005, p.75), o tratamento experimental ganha

força ao se utilizar tecnologias, pois ele proporciona:

- a possibilidade de testar uma conjectura usando um número maior de exemplos e de oportunidades de repetir o experimento, devido ao rápido *feedback* proporcionado pelo computador;
- a oportunidade de fornecer diferentes tipos de representações de uma dada situação mais facilmente;
- uma maneira de aprender matemática que se alinha com modelagem e tratamento pedagógico.

[...] Para Borba e Villarreal (2005), visualização é um tema considerado em Educação Matemática como sendo uma forma de raciocínio matemático e pesquisas nessa área têm sido abundantes, embora apresentem vantagens e desvantagens. [...] A partir dessas concepções de uso de tecnologias e da necessidade de mudança na forma de conduzir os processos de ensino e de aprendizagem na escola básica, incorporando o uso do computador na construção de um pensamento geométrico, planejei o trabalho, segundo a concepção construcionista, visando levar os participantes à construção do conceito de altura de triângulo. (p.94-95)

Metodologia ou Procedimentos Metodológicos:

No Capítulo 3 *Descrição e análise de experimentos em sala de aula* o autor inicia o relato dos experimentos realizados.

Em relação ao objetivo específico 1, realizei experimentos, cujos dados foram coletados a partir da aplicação de instrumentos por mim elaborados no formato de experimentos de ensino, envolvendo conteúdos de Geometria, a estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, em aulas da disciplina Estágio em Matemática I, e a estudantes do curso de pós-graduação da linha de Educação Matemática, na disciplina de Recursos Tecnológicos e Educação Matemática. (p.63)

Na realização dos experimentos, coletei dados em duas situações diversas por meio de experimentos de ensino específicos a cada uma delas. Procuro pouco interferir no processo de modo a esclarecer dúvidas e questionar os participantes para levantarem novas hipóteses e tentarem comprová-las ou rejeitá-las, o que entendo caracterizar uma investigação naturalística, que, segundo Alves-Mazzotti(2002), “é aquela em que a intervenção do pesquisador no contexto observado é reduzida ao mínimo”. (p. 67).

Resultados ou considerações finais:

No início do capítulo “considerações finais” o autor coloca:

Parece-me estar clara a idéia de que uma renovação ou inovação dos currículos da formação de professores de Matemática é urgente e há de se cogitar da utilização de uma interdisciplinaridade dos saberes que permeiam as diversas disciplinas que compõem as grades curriculares dos cursos. Não estou pensando aqui na interdisciplinaridade como aquela realizada entre áreas do conhecimento distintas como Física – Química – Matemática, por exemplo. Trata-se de explicitar uma interdisciplinaridade, entre disciplinas matemáticas. (p.239)

É possível ensinar conceitos geométricos em disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática a partir de abordagens que envolvam imaginação, intuição e visualização?

Dentro de minhas concepções, expressas no decorrer da tese, de interdisciplinaridade, interligação entre saberes e conexões entre conteúdos abordados na Licenciatura em Matemática e aqueles a serem tratados na escola básica, a saber, um estudo de polígonos, mostrou ser viável de ser implantado na formação inicial do professor com o auxílio de propriedades topológicas. De forma similar, a função logarítmica, usualmente desenvolvida na formação do professor sem grandes significados para os alunos, na maioria das vezes, pode estar em conexão com o assunto fractal, o qual ainda não consta da maioria dos cursos investigados, conforme levantamento feito nesta tese em cursos do RS. de como conexões entre os dois temas podem ser feitos são sugeridos em Leivas (2007b) e em Leivas e Cury (2008). (p.240-241)

Concluindo deve ser reforçada a ideia de que a imaginação, a intuição e a visualização, contempladas em um currículo de um curso de Licenciatura em Matemática possibilita uma cobertura muito mais ampla de uma gama de disciplinas de Matemática, propiciando ainda, aos alunos, aprenderem novas maneiras de pensar e de fazer sua própria Matemática. (p. 249)

Sugestões para outras Pesquisas:

A partir disso, poderão ser feitas investigações sobre esses indicativos no que diz respeito ao desenvolvimento de um pensamento geométrico junto aos futuros professores que acompanho em seus estágios supervisionados no Curso de Licenciatura em Matemática, uma vez que atuo também como supervisor de tais estágios. Assim, entendo que poderei observar se houve desenvolvimento de uma cultura geométrica. Entendo que uma formação não pode ser puramente técnica, deve ir além, e para tal o conhecimento, por exemplo, de Geometrias Não Euclidianas ou de Geometria Fractal poderá permitir a leitura e compreensão de mundo de forma mais atual. (p. 241)

Referências Bibliográficas:

FIORENTINI, D., SOUZA JR., A.J, MELO, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In Cartografia do trabalho docente (Org.) Geraldi; Fiorentini; Pereira. Campinas/SP: Mercado das Letras,1998.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Campinas: Zetetiké, v.3, nº4, p.1-37, nov. 1995.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MIGUEL, Antônio, FORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-posições, vol. 4 n°1, março de 1993.

PONTE, J. P. da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: BROWN, M.; FERNANDES, D.; MATOS, J. F. ; PONTE, J. P. Educação Matemática Temas de investigação. Lisboa: IIE, 1992. P. 185-293.

7ª TESE

Título: Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros

Autor: Mércia de Oliveira Pontes

Instituição: Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Ano da defesa: 2010

Número total de páginas: 157

Orientador: Prof. Dr. John Andrew Fossa

Palavras-chave: Números inteiros; Regra de sinais; Obstáculos epistemológicos.

Resumo:

Na literatura especializada na área de Matemática, existem registros que ressaltam as dificuldades enfrentadas no processo de ensino/aprendizagem de números inteiros. Tais dificuldades, vivenciadas e superadas pelos matemáticos do passado por um longo período, tronam-se obstáculos epistemológicos que se impõem a alunos e professores na atualidade. Este trabalho contém os resultados de uma pesquisa desenvolvida na cidade de Natal (RN) no decorrer do primeiro semestre de 2010, em uma escola pública estadual de educação básica e em uma universidade pública federal e envolveu 45 alunos assim discriminados: 20 do ensino fundamental, 9 do ensino médio e 16 do ensino superior. Teve-se como objetivo central identificar, de um lado, a abordagem da justificativa da multiplicação entre números inteiros que é mais bem compreendida pelos alunos e de outro, os elementos presentes nas justificativas que contribuem para a superação dos obstáculos epistemológicos nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros. Pra tanto, procurou-se determinar em que medida os obstáculos epistemológicos enfrentados pelos alunos na aprendizagem de números inteiros aproximavam-se das dificuldades vivenciadas pelos matemáticos ao longo da história da humanidade. Em decorrência da natureza do objeto de pesquisa buscaram-se, no referencial teórico, os estudos relativos ao cotidiano do ensino de Matemática e os teóricos que se dedicam aos processos de construção do conhecimento. Foram elaborados dois instrumentos de pesquisa

com a finalidade de apreender as seguintes informações sobre os sujeitos pesquisados: vida estudantil; diagnóstico dos conhecimentos de números inteiros e suas operações, em especial da multiplicação de dois números inteiros negativos; compreensão de quatro justificativas diferentes – elaboradas pelos matemáticos – para a regra dos sinais da multiplicação. No trabalho de campo identificou-se, dentre as abordagens – aritmética, geométrica, algébrica e axiomática – dadas ao produto de dois negativos, que os alunos compreendiam melhor a que usava argumentos aritméticos. Os resultados obtidos indicam que a justificativa para a regra de sinais que é considerada de mais fácil compreensão pela maioria dos alunos dos ensinos fundamental, médio e superior pode ser usada para facilitar a compreensão da unificação da reta numérica, um obstáculo amplamente identificado no processo de ensino/aprendizagem na atualidade.

Objetivo: Na introdução a pesquisadora apresenta o seu objetivo:

[...] identificar se o tipo de abordagem para justificativa da multiplicação entre números inteiros é mais bem compreendida pelos alunos e se essas justificativas contém elementos de superação dos obstáculos epistemológicos, nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros. Além disso, tentamos apreender de que forma as justificativas contribuíram para superação dos obstáculos.

Para operacionalizar nosso objetivo central, formulamos as seguintes questões:

- Quais justificativas são eficazes para superação dos obstáculos, que foram enfrentados pelos matemáticos ao longo da história da humanidade?
- Existe correlação entre as justificativas para as regras dos sinais e os obstáculos enfrentados pelos alunos no processo de aprendizagem dos números inteiros? (p.15-16)

Metodologia/Procedimentos Metodológicos: A autora realizou uma pesquisa qualitativa, de modo que:

O resgate da História da Matemática e os conceitos de obstáculo epistemológico e obstáculo didático, [...], embasam a análise dos dados em uma abordagem qualitativa que constituirão o Capítulo 4 desta tese. Convém ressaltar que esta fundamentação teórica permeia o Capítulo 3 que contempla o percurso metodológico e *locus* da pesquisa. (p.67)

A pesquisadora optou por trabalhar com uma diversidade de sujeitos de pesquisa em vários níveis de escolarização, sendo: ensino fundamental, médio e superior. Por esse motivo, a pesquisa de campo foi realizada em duas instituições de ensino. Além disso, realizou uma pesquisa documental sobre pesquisas que abordam o desenvolvimento histórico sobre os números inteiros e sua relação com o ensino aprendizagem.

Resultados ou considerações finais:

O cruzamento dos dados coletados pelos dois instrumentos de investigação possibilitou perceber que a maior parte dos alunos que enfrentaram os quatro obstáculos identificados na aprendizagem dos números inteiros, escolheu a justificativa com argumento aritmético apresentada no caderno do NCTM como a mais compreensível. Esse índice ultrapassou a metade

em relação ao obstáculo *dificuldades em dar sentido a quantidades negativas isoladas*, o que nos leva a considerar essa abordagem como a mais adequada para ser trabalhada no primeiro contato com as regras de sinais. Contudo, vislumbramos nas três justificativas históricas para essa regra, apresentadas por Simon Stevin, Colin MacLaurian e Hermann Hankel, a possibilidade de utilização para superação dos obstáculos enfrentados por alguns alunos, na medida em que esses alunos mostraram-se mais propensos às abordagens geométrica e algébrica. (p.132)

Sugestões para outras Pesquisas:

Possíveis desdobramentos giram em torno da identificação do tipo de atividade que possa ser utilizada para proporcionar uma familiaridade dos alunos com a abordagem axiomática e, de quais elementos presentes nas diversas abordagens utilizadas nas quatro justificativas podem possibilitar a superação dos obstáculos enfrentados pelos alunos no processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros. (p.133)

Referências Bibliográficas:

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 4^a ed. Campinas, SP: Papyrus, 1997.

8ª TESE

Título: A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio supervisionado

Autor: Marcelo Carlos de Proença

Instituição: UNESP de Bauru

Ano da defesa: 2012

Número total de páginas: 210

Orientador: Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola

Palavras-chave: Licenciatura em Matemática; Resolução de Problemas; Formação inicial; Estágio Curricular Supervisionado; Ensino-aprendizagem da Matemática.

Resumo:

O objetivo da presente pesquisa de doutorado foi o de investigar questões relacionadas à formação inicial do futuro professor de Matemática sobre a resolução de problemas. Para isso, buscamos responder aos seguintes problemas de pesquisa: Uma intervenção, baseada em um Curso sobre Resolução de Problemas e em regências de aula, favorece a formação do futuro professor de Matemática para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar por meio da resolução de problemas? Quais as possibilidades e limites para a implementação do trabalho com a resolução de problemas nas regências de aula do estágio curricular supervisionado pelos futuros professores de Matemática? O embasamento teórico se deu por meio de autores ligados à teoria dos saberes docentes – Shulman (1986, 1987), Gauthier et al. (1998), Tardif (2007) – e à formação inicial de professores e, sobretudo, à teoria da resolução de problemas – Echeverría e Pozo (1998), Schroeder e Lester (1989) entre outros. Os sujeitos da pesquisa foram quatro licenciandos em Matemática que cursavam o último ano do curso. Os dados foram coletados por meio: (1) de entrevistas iniciais; (2) da participação em um processo de intervenção que envolveu um Curso sobre Resolução de Problemas e a atuação em regências de aula que buscavam implementar os conhecimentos aprendidos nesse curso para o ensino aprendizagem de três conteúdos: um de aritmética, um de álgebra e um de geometria; e (3) de entrevistas finais que avaliaram o trabalho desenvolvido. A análise dos dados mostrou que, antes da intervenção, os sujeitos tinham pouco conhecimento sobre os aspectos que caracterizavam a resolução de problemas no ensino. Nas regências de aula, esses sujeitos tiveram dificuldades em desenvolver uma discussão das estratégias de resolução dos alunos. Isso se relacionou às dificuldades dos sujeitos em propor problemas com mais de uma estratégia e à falta de conhecimentos básicos de matemática dos alunos, associada à cultura escolar atual que tem baseado o ensino de Matemática em definições, fórmulas e exercícios. De modo geral, apesar da formação favorecida pelo curso e considerando os limites encontrados nas regências de aula, o sujeito S4 não evidenciou os aspectos principais da abordagem da resolução de problemas no ensino. Ao contrário disso, os sujeitos S1, S2 e S3 mostraram ter condições para ensinar Matemática por meio da resolução de problemas.

Objetivo: Proença teve por objetivo realizar uma pesquisa na qual pretendia apresentar a metodologia sobre resolução de problemas para que os licenciandos de um curso de licenciatura em matemática a aplicassem em suas regências de aula enquanto realizavam o estágio supervisionado obrigatório. Assim, destacamos que:

Para ajudar a responder a esse problema de pesquisa, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar e descrever os conhecimentos dos licenciandos em Matemática sobre a temática da resolução de problemas, segundo a formação adquirida;
2. Analisar a participação desses alunos em um Curso sobre Resolução de Problemas (1ª etapa da intervenção) na aquisição de conhecimentos sobre resolução de problemas;
3. Analisar as dificuldades e as possibilidades decorrentes do trabalho com a resolução de problemas, durante as regências de aula (2ª etapa da intervenção), na escola básica;
4. Identificar e analisar quais conhecimentos foram (re)constituídos acerca da resolução de problemas como um caminho para se ensinar e aprender Matemática na escola básica. (p.17)

O objetivo desta presente pesquisa está relacionado à investigação das seguintes questões: **Uma intervenção, baseada em um Curso sobre Resolução de Problemas e em regências de aula, favorece a formação do futuro professor de Matemática para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar por meio da resolução de problemas? Quais as possibilidades e limites para a implementação do trabalho com a resolução de problemas nas regências de aula do estágio curricular supervisionado pelos futuros professores de Matemática?** (p.76)

Principais campos teóricos utilizados e seus respectivos autores:

As referências relacionadas à resolução de problemas e mais citadas no estudo, foram: Schroeder e Lester (1989); Echeverria e Pozo (1998), declarados no resumo. Dos demais, destacamos: Schoenfeld (1985) e Thompson (1989), pelas colocações apresentadas no texto e de interesse para nossas análises.

Schroeder e Lester (1989) foram utilizados em todo o trabalho e citados dez vezes.

Dentre suas colocações destacamos:

[...] compreender Matemática corresponderia à ideia de relacionar. Assim, a compreensão de um aluno aumenta quando: (1) esse aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos; (2) esse aluno relaciona um determinado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele; (3) esse aluno constrói relações entre as várias ideias matemáticas expressas em um problema. (p.61)

[...] quando um aluno resolve um problema matemático, temos condições de ter pistas de como ele compreende ou mal entende ou mesmo não entende uma ideia matemática. (p.61-62)

Echeverria e Pozo (1998) foram citados seis vezes e utilizado em todo o trabalho.

Destacamos dele o seguinte trecho, no qual é possível observar um aspecto concepção de matemática do pesquisador:

[...] concordamos com as ideias apresentadas de que um problema é uma situação em que há um obstáculo a ser superado no alcance da solução. Entende-se que a abordagem de problemas, além do trabalho com exercícios, faz-se necessária como parte do trabalho a ser realizado em sala de aula na escola. Nesse sentido, apresenta-se, na próxima seção, a importância da resolução de problemas no ensino de Matemática. (p.61)

Schoenfeld (1985) foi citado cinco vezes na exposição inicial, mas não foi citado na elaboração das tarefas nem nas conclusões finais. Dessa pesquisa, Proença (2012) destaca a estrutura pela qual a pesquisa foi realizada, criando quatro dimensões: recursos, heurísticas, controle e sistemas de crenças. Ele descreveu a pesquisa do seguinte modo:

[...] realizou em estudo para verificar o que as pessoas sabem e fazem quando resolvem problemas matemáticos. Ele descreveu uma estrutura baseada em quatro dimensões: recursos, heurísticas, controle e sistema de crenças. Tal estrutura, descrita em seu livro *Mathematical Problem Solving*, sustentou-se na ideia de que o sucesso na resolução de problemas de Matemática significa ter compreensão da matemática envolvida. [...] Mostraram ainda que esses alunos tinham pouca consciência de heurísticas matemáticas ou mesmo pouca habilidade para usá-las. Além disso, a seleção e aplicação dos recursos disponíveis eram pouco plenas e críticas, ou seja, apresentavam um controle fraco das situações relacionadas sobre planejamento, monitoramento e avaliação, metacognição e tomada de decisão. [...] Para o referido autor, a compreensão se coloca como um fator importante, relacionado à resolução de problemas de matemática. (p.30)

Thompson (1989) foi citada duas vezes na exposição inicial, mas não foi citado como apoio nas conclusões finais. Dessa pesquisa, Proença (2012) destaca a conclusão do estudo, levantando o problema da afetividade interferindo no ensino por meio da resolução de problemas, no qual se constitui em um obstáculo, pois está relacionada a concepções docentes e pode nos ser importante, devido ao interesse de nossa pesquisa:

Thompson (1989) realizou uma pesquisa cujo objetivo foi o de documentar as mudanças nas concepções sobre resolução de problemas matemáticos de 16 professores do Ensino Fundamental. (p. 26)

[...] o curso de verão, mostraram que seis professores dentre os 14 que estiveram à disposição da pesquisadora ensinaram resolução de problemas de forma contínua para seus alunos, aproximando-se mais do que era esperado. Os outros oito professores ensinavam resolução de problemas apenas duas ou três vezes por semana e até mesmo deixando várias semanas sem trabalhar o assunto. Esse fato parece ter sido decorrente da questão afetiva que se originou devido suas dificuldades em tratar de estratégias e de fazer discussões com os alunos, ou seja, esses professores se sentiram pouco confortáveis para tratar da resolução de problemas nas suas aulas. Para a autora, essa situação se configurou como o maior obstáculo para compreender a natureza da resolução de problemas. (p. 27)

Sobre a prática docente destacamos as seguintes colocações:

Além disso, Gauthier et al. (1998, p. 14) destacaram que a reflexão acerca da formação de professores e da prática docente deve considerar as dificuldades em se caracterizar “[...] o conjunto dos conhecimentos, competências e habilidades que servem de alicerce à prática concreta do magistério e que poderão, eventualmente, ser incorporados em programas de formação de professores”.

Para Gauthier et al. (1998), o desafio da profissionalização do ensino estaria em considerar a atividade docente como um *ofício feito de saberes*, entendido como um “reservatório de saberes” de onde os professores mobilizam vários deles para a atuação concreta em sala de aula, a saber:

(a) o saber disciplinar; (b) o saber curricular; (c) o saber das ciências da educação; (d) o saber da tradição pedagógica; (e) o saber experiencial; e (f) o saber da ação pedagógica. (p.39)

[...] analisou os saberes docentes, tendo em vista a questão do movimento da profissionalização do ensino e da problemática da formação de professores. O estudo realizado por esse autor teve como objetivo analisar as situações reais de trabalho do professor o que possibilitou elencar e apresentar uma tipologia de saberes.

Segundo esse autor, os saberes profissionais dos professores apresentam como características o fato de serem temporais, plurais e heterogêneos e também personalizados e situados. São temporais no sentido de que são adquiridos através do tempo, desde quando eram alunos da educação básica e se desenvolvendo ao longo de uma carreira profissional.

São plurais e heterogêneos porque se originam de diversas fontes como a própria história de vida, conhecimentos da formação profissional na universidade e de conhecimentos curriculares e das experiências advindas no trabalho escolar. São personalizados e situados no sentido de que são próprios de sua cultura e do contexto em que está inserido e também porque são construídos em função de situações de trabalho particular. (p.40)

Conforme essa caracterização dos saberes profissionais dos professores, para autor (2007, p. 36), “pode-se definir o saber docente como um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experiências.” (p.40-41).

[...] o *conhecimento do assunto da matéria* envolve o conhecimento e entendimento da estrutura do conteúdo a ser ensinado, dos princípios de organização conceitual e dos princípios de investigação que ajudam a compreender questões relacionadas ao seu campo histórico e filosófico. O *Conhecimento pedagógico do conteúdo* corresponde ao ensino de um tópico de uma área específica de conteúdo por meio do uso de formas de representação de ideias, de analogias, ilustrações, exemplos, demonstrações e explanações, buscando favorecer a aprendizagem. Por fim, o *conhecimento curricular* envolve o conhecimento dos materiais e programas que se destinam a tópicos específicos de um conteúdo, os quais servem como “ferramentas de ofício” dos professores.

Metodologia e Procedimentos metodológicos:

A pesquisa foi qualitativa, com entrevista individual e observação participante. O ambiente envolveu um curso sobre resoluções de problemas no contexto do Estágio Curricular supervisionado.

“A abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito.” (CHIZZOTTI, 2001, p. 79). (p.77)

A pesquisa utilizou os seguintes registros:

Para coletar os dados, foram elaborados os seguintes instrumentos: uma entrevista inicial, um roteiro de avaliação de regências de aula e uma entrevista final. A seguir, a descrição e objetivo de cada um.

Entrevista Inicial. Este instrumento teve como objetivo coletar dados referentes aos conhecimentos que os licenciandos possuíam a respeito da resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática.

Roteiro de avaliação de regências de aula. Este instrumento foi elaborado para analisar as regências de aula dos sujeitos, na escola básica, durante a tentativa de implementação da resolução de problemas no ensino de três conteúdos, distribuídos nas seguintes áreas: aritmética, álgebra e geometria. O objetivo de levar os licenciandos a realizarem as regências de aula nessas áreas foi o de tornar possível a coleta de dados que evidenciassem as possibilidades e as dificuldades desses sujeitos no trabalho com a resolução de problemas nas aulas de Matemática. Tal instrumento foi formado de 10 itens que buscavam verificar situações, tais como: se a introdução do conteúdo foi feita por meio de uma situação-problema; se, principalmente, os alunos da escola básica tiveram a oportunidade de encontrar estratégias de resolução próprias, bem como se houve a tentativa de apresentação de outras estratégias a eles pelo estagiário; se os problemas admitiam mais de uma resposta e se os alunos se sentiram motivados com o trabalho desenvolvido. (APÊNDICE B).

Entrevista Final. De modo geral, o objetivo deste instrumento foi o de coletar dados sobre o reflexo da intervenção que os sujeitos participaram para ensinar e aprender Matemática por meio da abordagem da resolução de problemas. Este instrumento foi composto de 13 questões e teve como objetivo verificar os conhecimentos adquiridos pelos sujeitos, tendo como base a discussão do que realmente foi possível implementar nas regências de aula, durante o estágio, nos conteúdos de aritmética, álgebra e geometria. O “Roteiro de avaliação de regências de aula”, citado anteriormente, foi utilizado como apoio a essa entrevista. (APÊNDICE C).

Resultados ou conclusões relacionadas ao ensino-aprendizagem de álgebra:

O pesquisador faz as seguintes considerações sobre as ocorrências na aplicação da pesquisa.

De acordo com os relatos dos sujeitos S1, S2 e S3, pode-se evidenciar que uma das dificuldades para se discutir as estratégias de resolução dos alunos foi por conta da falta de iniciativa destes em querer apresentar em lousa ou verbalmente o que haviam feito. Isso pode estar relacionado à falta de cultura de, em sala de aula, solicitar que os alunos apresentem o que fizeram para resolver as atividades e que, assim, sejam levadas em consideração as diferentes formas utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas.

[...] Outra dificuldade a ser destacada foi a falta de iniciativa por parte dos sujeitos em direcionar os alunos a utilizarem diferentes estratégias, dando dicas para tal. Esperava-se que esta situação fosse realizada por parte desses sujeitos, uma vez que diversas estratégias de resolução foram discutidas no Curso sobre Resolução de Problemas. Pode-se afirmar que essa situação é resultado das dificuldades que tiveram para encontrar problemas que fossem resolvidos por outras estratégias, conforme se constata no Quadro 13 a respeito das dificuldades

de elaboração das atividades. Desse modo, acabaram utilizando apenas a estratégia (fórmulas e regras) do próprio conteúdo trabalhado nas regências de aula. (p.171)

O pesquisador apresenta sua justificativa a respeito dos alunos não terem atingido todos os objetivos propostos:

Assim, esses sujeitos não permitiram que os alunos potencializassem, entre outras coisas, a construção de relações entre as várias ideias matemática expressas nos problemas propostos (SCHROEDER; LESTER; 1989). Além disso, também não contribuíram para que os alunos verificassem que várias estratégias podem ser utilizadas e que isso mostra que não há somente um único caminho de resolução (CHARLES, 1985), o que poderia ajudar a mudar a crença, criticada por várias pesquisas, de que para obter a resposta é necessário o uso direto de fórmulas e técnicas prontas e acabadas. (p.172)

[...] Todos os sujeitos destacaram a falta de conhecimentos matemáticos básicos dos alunos para resolver os problemas, o que pode estar relacionado ao pouco domínio sobre os **conhecimentos linguístico, semântico e procedimental** (MAYER, 1992). Assim, esses alunos tiveram dificuldades em utilizar e combinar conceitos, procedimentos e princípios, aprendidos anteriormente, para tentar encontrar uma solução para os problemas que foram propostos (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977; BRITO, 2006). A falta de domínio de conhecimentos básicos de Matemática dos alunos é uma realidade e é consequência, entre outros fatores, de uma cultura escolar que ainda tem priorizado o ensino por meio de definições, regras e fórmulas para serem aplicados em exercícios que visam à memorização. (p.172)

Aponta-se, novamente, a questão do saber docente:

Como pode ser verificado nos relatos dos sujeitos S1, S2, S3 e S4, apesar de terem discutido sobre a temática da resolução de problemas no curso de Licenciatura em Matemática, foi por meio da intervenção que puderam ampliar suas compreensões acerca da resolução de problemas, desenvolvendo saberes docentes (GAUTHIER et al., 1998; TARDIF, 2007). Destaca-se que o sujeito S4 foi o único que não considerou o trabalho com as regências de aula. Além disso, esse sujeito apontou não ter visto nenhuma novidade na intervenção: *na verdade, as ideias são as mesmas. O essencial é o mesmo, então... acho que equivalente ao que já vi ((sorriu))*. (p.181)

Afirma-se os aspectos positivos de uma abordagem por meio da resolução de problemas e suas limitações.

Desse modo, o Curso sobre Resolução de Problemas, na medida em que favoreceu aos sujeitos contato com a resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática, permitiu que tivessem condições de elaborar sequências didáticas nessa perspectiva. No entanto, destaca-se que essa elaboração, na pesquisa, ocorreu sem a interferência do pesquisador, justamente porque a elaboração de sequências didáticas já tinha sido foco anterior na disciplina de Didática da Matemática.

Os dados mostraram que os sujeitos tiveram dificuldades para encontrar problemas com várias estratégias para serem trabalhados nas regências de aula. Talvez, uma situação que o curso

ministrado não favoreceu foi o de não discutir e analisar a elaboração de suas sequências didáticas antes de implementarem-nas nas atividades de estágio. Desse modo, pesquisas poderiam ser feitas, levando-se em consideração esse favorecimento. Outra situação que poderia ser repensada seria o formato do Curso sobre Resolução de Problemas. Poder-se-ia trabalhar com menos problemas. Poder-se-ia problematizar os aspectos teóricos discutidos.

Resultados ou conclusões relacionadas à formação inicial de professores:

A pesquisa apresenta de modo detalhado o que os sujeitos da pesquisa conseguiram aplicar aos seus alunos, em sua regência de aula, como mostra o trecho da página 164:

Os alunos já haviam iniciado o estudo do conteúdo. Além disso, observa-se que a continuidade ao trabalho dada por esse sujeito não levou em consideração os outros aspectos da resolução de problemas como, por exemplo, proporcionar um ambiente de discussão das estratégias de resolução dos alunos.

Nas páginas 176 e 177, aponta-se a questão do saber docente:

De acordo com o Quadro 19, pode-se apontar, de modo geral, que somente os sujeitos S1, S2 e S3 apresentaram uma compreensão da forma como poderia ser conduzido um ensino por meio da abordagem da resolução de problemas, evidenciando um desenvolvimento desse conhecimento pedagógico – **saber da formação profissional** (TARDIF, 2007).

Na página 183, verificou-se o problema do distanciamento entre universidade e escola.

Nas regências de aula, verificou-se que somente o sujeito S3 conseguiu abordar um problema antes de introduzir cada um dos conteúdos trabalhados. As dificuldades dos outros participantes estiveram relacionadas ao fato de que os professores da escola já tinham iniciado o estudo dos conteúdos. Essa dificuldade tem relação com a falta de parceria entre escola e universidade. Tal parceria implica a participação dos professores da escola na formação dos futuros professores. Caso essa parceria existisse, possivelmente os professores das escolas onde foram realizados os estágios teriam concedido o espaço necessário de suas aulas aos sujeitos que teriam contemplado a introdução de um problema antes de tratar dos conteúdos onde isso não ocorreu.

Sobre os aspectos positivos de uma abordagem por meio da resolução de problemas e suas limitações.

Contudo, de forma geral, a intervenção favoreceu a formação dos sujeitos para ensinar Matemática por meio da abordagem da resolução de problemas ao permitir o contato com os aspectos dessa abordagem e que vivenciassem seus limites nas regências de aula no estágio. (p.186)

[...] Em termos da constituição de saberes docentes, possibilitou-lhes condições para mobilizá-la, no ensino da Matemática, como um **saber da formação profissional** (TARDIF, 2007), uma vez que se trata de conhecimento pedagógico para o ensino. (p.187)

[...] Diante dessa situação, é importante que os cursos de Licenciatura em Matemática favoreçam uma formação à abordagem da resolução de problemas aos futuros professores para que possam trabalhar suas aulas de forma adequada nessa abordagem. Essa forma deveria levar em consideração o **ensinar via resolução de problemas**, articulando ao ensinar **para e sobre resolução de problemas**. Com isso, poder-se-ia ter professores que ingressam nas escolas com essa formação, o que poderia ajudar a reverter o quadro de ensino que envolve essa cultura escolar atual. (p.188)

Sugestões para outras Pesquisas:

Não encontramos sugestões para outras pesquisas. Apenas recomendações para a inserção de situações que considerem a resolução de problemas em seus cursos.

Referências Bibliográficas:

FIorentini, D., SOUZA JR., A.J, MELO, G.F.A de. Saberes Docentes: Um Desafio para Acadêmicos e Práticos. In Cartografia do trabalho docente (Org.) Geraldi; Fiorentini; Pereira. Campinas/SP: Mercado das Letras,1998.