

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

Ana Paula Fernandes Leite

**Estimativa de Medidas de Tendência Central: uma
intervenção de ensino**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**São Paulo
2010**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

Ana Paula Fernandes Leite

**Estimativa de Medidas de Tendência Central: uma
intervenção de ensino**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,
como exigência parcial para obtenção do título de
**MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE
MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora
Doutora Sandra Maria Pinto Magina**.*

**São Paulo
2010**

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

'Conhecimento real é saber a extensão da própria ignorância.'

Confúcio

*A meu esposo e companheiro de todas as horas **Robson,**
a meus amados filhos **Giovanni e Gabriela,**
a minha querida mãe **Tereza.***

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me concedeu forças, coragem e sabedoria para concluir esse trabalho.

A minha orientadora Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina, pelo empenho, dedicação, apoio e incentivo, e por não ter me permitido desistir nos momentos mais difíceis. Meu muito obrigada pelas valiosas orientações e pelo carinho com que conduziu nossas reuniões.

À Profa. Dra. Maria Inêz Rodrigues Miguel, pelas contribuições e orientações que permitiram o crescimento e a qualidade desse trabalho.

À Profa. Dra. Irene Mauricio Cazorla, que carinhosamente se fez presente em inúmeros momentos, sempre com valiosas contribuições, que auxiliaram durante todo o trabalho.

Aos colegas do Grupo REPARÉ: Aida, Ana Perovanni, Aparecido, Cláudio, Corina, Eduardo, Eurivalda, Fabio, Franciana, Madeline, Otávio, Paulo, Rogério, Romeu, Silvana e Vera, Obrigada pelos "pitacos", pelo apoio e incentivo.

Em especial à minha grande amiga Maria Adriana Pagan, a quem admiro profundamente. Não tenho palavras para agradecer toda sua amizade, dedicação, carinho, paciência, Só eu sei o quanto sua amizade foi valiosa nesse período. Espero um dia poder lhe retribuir à altura. (Adri_Ana).

Aos Professores Doutores do programa com que tive o privilégio de assistir às aulas e que muito contribuíram para minha formação: Ana Paula Jahn, Antonio Carlos Brolezzi, Benedito Antonio da Silva, Celia Maria Carolino Pires, Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, Saddy Ag Almouloud, Maria José Ferreira da Silva, Sandra Maria Pinto Magina, Sônia Pitta Coelho e Vincenzo Bongiovanni.

A todos os colegas do mestrado, com quem tive o prazer de cursar as diversas disciplinas durante esses anos.

A minha mãe Tereza, pelo esforço e dedicação incondicional. A meu pai Francisco e meus irmãos Simone e Fábio pelo carinho e apoio. A meus sobrinhos Felipe e Vitória, pela compreensão e alegria radiante. A meus sogros Oscar e Aparecida pelas orações e amparo. Obrigada a todos pelo empenho para que eu tivesse forças para terminar esse trabalho.

À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, pelo auxílio concedido por meio da Bolsa Mestrado.

À Diretora Rosemeire Peron Velicu, aos demais colegas do corpo administrativo e do corpo docente da EE Presidente Tancredo Neves, pela compreensão e pelo apoio nesse trabalho, e aos alunos pela colaboração e participação.

MUITO OBRIGADA

RESUMO

O objetivo deste estudo foi investigar as contribuições de uma intervenção de ensino, pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, com base na da leitura de gráficos e tabelas. A fim de atingir o objetivo proposto, elaborou-se um estudo de caráter do tipo quase-experimental que contou com dois grupos distintos de uma escola da rede pública estadual da cidade de São Paulo. O primeiro grupo, denominado Grupo Experimental, composto por 30 alunos que sofreu uma intervenção de ensino diferenciada, baseada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, e o segundo grupo, denominado Grupo de Controle, composto por 27 alunos, que teve suas aulas rotineiras. Foram aplicados a ambos os grupos um pré-teste, a fim de diagnosticar o nível de conhecimento prévio dos alunos envolvidos, e um pós-teste, após as intervenções de ensino, visando a diagnosticar os efeitos dessas intervenções. O quadro teórico do estudo contou com a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1982; 1990; 1993; 1996; 1997 e 1998). Contamos ainda com alguns estudos correlatos de autores como Batanero et al. (1997), Cazorla (2003), Echeveste et al. (2006), Araujo (2007), Meyén et al. (2007), Silva (2008), Pagan (2009) e Magina et al. (no prelo). O estudo propôs-se a responder à seguinte questão: **“Em termos de aprendizagem, quais as contribuições que uma intervenção de ensino pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central traz aos alunos do Ensino Médio?”**. Para tal, tomou-se por base a análise quantitativa dos resultados obtidos nos testes estatísticos aplicados aos dois grupos envolvidos no estudo. As análises apontaram um ganho significativo com as intervenções de ensino nos dois grupos GE e GC, no que diz respeito à apreensão de conceitos básicos sobre Média, Moda e Mediana, contudo um desempenho significativamente superior foi apresentado pelos alunos do grupo experimental, após a intervenção de ensino. O resultado permitiu inferir que o processo de aprendizagem de conteúdos de Estatística, pautado na significação e estimativa, mostrou-se eficaz quanto ao ganho cognitivo por parte dos alunos em informações apresentadas na forma de gráficos e tabelas, e, também, quanto ao ganho adquirido no que diz respeito ao conhecimento dos elementos estatísticos estudados, mais especificamente, Média, Moda e Mediana.

Palavras-chave: Medidas de tendência Central, Estimativa, Gráficos e Tabelas

ABSTRACT

The objective of this study was to investigate the contributions of an educational intervention, based on the significance and estimate measures of central tendency, from reading charts and tables. In order to achieve this purpose, we elaborated a character study of quasi-experimental design which included two distinct groups of a public school in the state of São Paulo. The first group, called the experimental group (GE), composed of 30 students who underwent a differentiated education based on the significance and estimate measures of central tendency, and the second group, called the control group (GC), composed of 27 students who had their classes routine. Were applied to both groups a pre-test to diagnose the level of prior knowledge of students involved, and a post-test after the teaching interventions, to diagnose the effects of these interventions. The theoretical framework of the study included the Theory of Conceptual Fields of Gérard Vergnaud (1982, 1990, 1993, 1996, 1997 and 1998). We also have some related studies by authors such as Batanero et al. (1997), Cazorla (2003), Echeveste et al. (2006), Araujo (2007), Meyen et al. (2007), Silva (2008), Pagan (2009) and Magina et al. (in press). The study aimed to answer the following question: "What contributions in terms of learning, a teaching intervention guided the significance and estimate measures of central tendency, brings high school students?". To this end, has become based on quantitative analysis of the results obtained in the statistical tests applied to two groups involved in the study. The analysis showed a significant gain with the teaching interventions in both GE and CG, as regards the seizure of the basic concepts of mean, mode and median, but a significantly higher performance was presented by students in the experimental group after intervention education. The result showed that the learning process of statistical content, guided by the significance and estimation proved to be effective on the cognitive gain by students on information presented as graphs and tables, and also how to gain strength in regarding knowledge of the statistical study, more specifically, Mean, Mode and Median.

Keywords: Measures of central tendency, Estimation, Charts and Tables

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO	17
1.1 INTRODUÇÃO.....	17
1.2 JUSTIFICATIVA	19
1.3 PROBLEMÁTICA.....	22
1.4 OBJETIVO E QUESTÃO DE PESQUISA.....	24
1.5 DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	25
 CAPÍTULO 2 - MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL, GRÁFICOS E TABELAS: ORIENTAÇÕES CURRICULARES E PESQUISAS.....	 27
2.1 MÉDIA, MODA E MEDIANA NO SISTEMA EDUCACIONAL.....	27
2.1.1 Os documentos PCN, PCNEM e PCN+	29
2.1.2 A Proposta Curricular do Estado de São Paulo	35
2.2 A ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	39
2.2.1 Representações Gráficas e Tabulares	40
2.2.1.1 Tabelas	41
2.2.1.2 Gráficos.....	43
2.2.2 A Estatística na visão dos 'experts' da área.....	48
2.2.2.1 Conceito das Medidas de Tendência Central.....	49
2.3 ESTUDOS CORRELATOS	51
 CAPÍTULO 3 – CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS QUE DÃO SUPORTE A NOSSO ESTUDO.....	 59
3.1 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A FORMAÇÃO DO CONCEITO	59
3.1.1 O Campo Conceitual do Tratamento da Informação.....	65
 CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA	 71
4.1 APRESENTAÇÃO TEÓRICO METODOLÓGICA DO ESTUDO.....	71
4.2 DESCRIÇÃO DOS SUJEITOS PARTICIPANTES	74
4.3 DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO DE PESQUISA.....	75
4.3.1 Descrição do questionário	75
4.3.2 Da aplicação do Instrumento diagnóstico.....	88
4.4 DESCRIÇÃO DA INTERVENÇÃO DE ENSINO.....	88
4.4.1 Descrição do ensino realizado com o Grupo Experimental	89
4.4.2 Descrição do ensino realizado com o Grupo de Controle.....	96
4.5 Descrição do pós-teste	99

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS	101
5.1 CRITÉRIOS UTILIZADOS PARA AVALIAÇÃO DOS DESEMPENHOS DOS ESTUDANTES NAS ATIVIDADES DOS INSTRUMENTOS DIAGNÓSTICOS.....	101
5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS	104
5.2.1 ANÁLISE INTERGRUPOS	106
5.2.1.1 Comparação do desempenho geral dos grupos	106
5.2.1.2 Comparação do desempenho dos grupos no pós-teste de acordo com a medida estudada	112
5.2.1.3 Comparação do desempenho dos grupos no pós-teste de acordo com a representação simbólica	117
5.2.2. Análise intra-grupo dos resultados do GE no pós-teste.....	120
5.2.2.1 Análise das questões de acordo com a Medida estudada.....	120
5.2.2.2 Análise das questões do pós-teste de acordo com o tipo de Representação utilizado e com a Medida questionada.....	126
CONSIDERAÇÕES FINAIS	135
REFERÊNCIAS	141
ANEXOS.....	145

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1.1. Desempenho dos alunos por ano de estudo e tipo de questão	18
Gráfico 5.1. Resultado do pós-teste por medida de Tendência Central estudadas nos grupos GE e GC	113
Gráfico 5.2. Resultado do pós-teste nos grupos GE e GC, conforme o tipo de representação	117
Gráfico 5.3. Resultado por medidas, por representação	121

LISTA DE ESQUEMAS

Esquema 3.1. Campo Conceitual: Tratamento da Informação	67
Esquema 4.1. Classificação das variáveis estatísticas	92
Esquema 5.1. Estrutura da análise quantitativa dos dados	104
Esquema 5.2. Análise dos resultados	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1. Organização dos conteúdos distribuídos por série do EM ...	35
Quadro 2.2. Conteúdos referentes Tratamento da Informação	38
Quadro 4.1. Alunos participantes do estudo	74
Quadro 4.2. Descrição das questões	76
Quadro 4.3. Relação das questões apresentadas no pré e pós-teste	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1. Comparação das médias por grupo	108
Tabela 5.2. Análise dos itens que solicitava a Média Aritmética	113
Tabela 5.3. Análise dos itens que solicitava a Moda	115
Tabela 5.4. Análise dos itens que solicitava a Mediana	115

Tabela 5.5. Análise da questão com dados apresentados em rol	118
Tabela 5.6. Análise da questão com dados apresentados em tabelas	118
Tabela 5.7. Análise da questão com dados apresentados em gráficos ...	119
Tabela 5.8. Análise das questões de Média	121
Tabela 5.9. Análise das questões de Moda	122
Tabela 5.10. Análise das questões de Mediana	123

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Exemplo de tabela apresentado pelo IBGE	42
Figura 2.2. Exemplos de gráficos de setores	45
Figura 2.3. Exemplos de gráficos de barras	46
Figura 2.4. Exemplos de histogramas	46
Figura 2.5. Exemplos de gráficos de linhas	47
Figura 4.1. Questão 1	77
Figura 4.2. Questão 2	79
Figura 4.3. Questão 4	81
Figura 4.4. Questão 5	82
Figura 4.5. Questão 6	84
Figura 4.6. Questão 7	85
Figura 4.7. Questão 8	87
Figura 4.8. Exemplos de gráficos e tabela utilizados na intervenção de ensino no encontro 2	91
Figura 4.9. Exemplos de gráficos e tabela utilizados na intervenção de ensino no encontro 6	96
Figura 5.1. Protocolo do aluno GE18	102
Figura 5.2. Protocolo do aluno GE30	103
Figura 5.3. Protocolo do aluno GE22	103
Figura 5.4. Análise estatística dos resultados do pré e pós-teste, por grupo	107
Figura 5.5. Análise de regressão linear dos grupos	111
Figura 5.6. Análise da questão 1	126

Figura 5.7. Protocolo do aluno GE07	127
Figura 5.8. Análise da questão 2	127
Figura 5.9. Protocolo do aluno GE27	128
Figura 5.10. Análise da questão 4	129
Figura 5.11. Protocolo do aluno GE08	129
Figura 5.12. Protocolo do aluno GE22	129
Figura 5.13. Análise da questão 5	130
Figura 5.14. Protocolo do aluno GE24	130
Figura 5.15. Análise da questão 6	131
Figura 5.16. Protocolo do aluno GE27	132
Figura 5.17. Análise da questão 7	132
Figura 5.18. Protocolo do aluno GE06	133
Figura 5.19. Análise da questão 8	133
Figura 5.20. Protocolo do aluno GE22	134

CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Desde a infância interesse-me por problemas matemáticos. A formação superior em Licenciatura em Matemática foi apenas uma consequência de minhas aptidões e, lecionar tornou-se uma paixão. Desde, então, passei a ensinar, sempre com muito comprometimento e dedicação.

Havia, contudo, uma vontade de continuar estudando, pesquisar, aprender mais e mais. Lecionando Matemática, há cerca de 15 anos, sentia que a sala de aula não me bastava, não satisfazia plenamente minhas necessidades de saber e aprender, sentia-me limitada. Além disso, ficava inquieta com o aproveitamento dos alunos, apesar de todo o esforço de ambas as partes no processo ensino-aprendizagem.

Considerando minhas inquietações no sentido de melhor compreender as situações de sala de aula e a vontade de estudar e, ainda, contando com o apoio de meus familiares, fui em busca de meu sonho. Procurei um curso que respondesse às minhas indagações e satisfizesse meu âmagô. Surgiu, então, uma oportunidade, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo lançou o Programa Bolsa Mestrado. Assim, em janeiro de 2007, ingressei no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na PUC-SP.

Durante o primeiro semestre do curso, na disciplina de Aspectos Cognitivos, fui incentivada pela professora Doutora Sandra Magina a realizar uma pesquisa com nossos alunos. O tema selecionado pelo grupo foi o estudo do Tratamento da Informação com alunos do Ensino Fundamental e Médio. Ao analisar os resultados tive grande surpresa pelo baixo desempenho dos alunos, que deixava explícito suas dificuldades de leitura e interpretação de gráficos e tabelas.

De posse dos resultados da pesquisa, em parceria com minha colega de mestrado, Adriana Pagan e com as professoras Sandra Magina e Irene Cazorla elaboramos o artigo intitulado “Uma Análise sobre o Estudo de Questões Pontuais e Intervalos no Ensino Básico Brasileiro”, que foi apresentado no Encontro Latino-Americano de Educação Estatística (ELEE) em 2008, cujo objetivo era comparar o desempenho de alunos com níveis de escolarização diferentes, no que diz respeito à leitura de dados pontuais e globais. Os resultados mostraram que o desempenho dos estudantes melhorava, segundo o nível de escolarização. Mas, independente do ano de escolaridade e do tipo de representação (tabela ou gráfico), os alunos obtiveram um aproveitamento inferior ao esperado, sobretudo quanto às questões globais, nas quais se verifica a variabilidade dos dados apresentados. O Gráfico 1.1 mostra os resultados obtidos na pesquisa em questão.

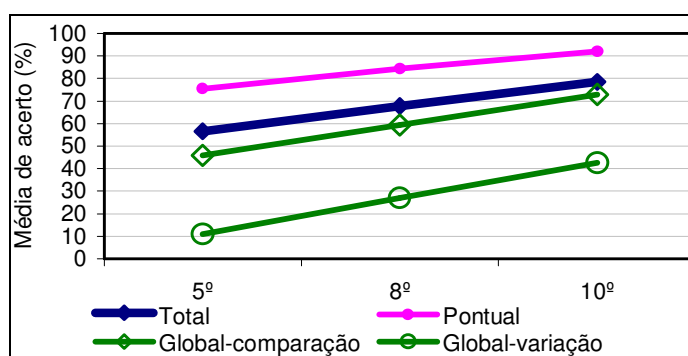


Gráfico 1.1 Desempenho dos alunos por ano de estudo e tipo de questão.

Mais uma vez os resultados da pesquisa surpreenderam-me, o que fez com que me interessasse ainda mais pelo tema. O artigo foi o início de uma série de outros dedicados ao tema, publicados e apresentados em congressos, tal fato foi decisivo para me direcionar quanto à linha de pesquisa que pretendia seguir.

À luz destas considerações iniciais, decidi realizar um estudo sistematizado com o objetivo de investigar as contribuições de uma intervenção de ensino elaborada com base na leitura de dados advindos a partir da exploração de gráficos e tabelas, visando à estimativa de Medidas de Tendência Central (Moda, Média e Mediana) e, conseqüentemente, uma significação para tais medidas, com os alunos do 3º ano do Ensino Médio. Desse modo, partimos do pressuposto que tais conhecimentos contribuirão para formação da cidadania desses alunos, uma vez que muitas informações são veiculadas pela mídia, em especial, as apresentadas por meio de gráficos e tabelas e, portanto, a apropriação desses

conceitos permitirá que os alunos possam entender e melhor avaliar essas informações.

Assim, preocupada com a hipótese de que essas informações poderiam não ser compreendidas por esses jovens, procurei, por meio de uma intervenção de ensino, oferecer-lhes condições que possibilitassem uma melhor leitura do mundo que, de certa forma, é o ponto culminante de um desejo interno que me acompanha há muito tempo.

1.2 JUSTIFICATIVA

O ensino de Matemática pode ser visto como um veículo para o desenvolvimento de uma série de ideias fundamentais, tais como: calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente (PCNEM, 1999). Dessa forma, ao aprender tais conceitos, o aluno instrumentaliza-se para lidar com questões econômicas e sociais, locais, nacionais e mundiais. Assim, podemos entender que a função da escola, pelo menos, no que se refere ao Tratamento da Informação (conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN), na disciplina Matemática tem duplo papel na formação do aluno: desenvolver a cidadania e o pensamento científico.

No primeiro caso, a formação do cidadão é voltada para a vida em sociedade, tendo em vista que o aluno do Ensino Médio já possui maior consciência de suas responsabilidades e direitos, estando mais integrado à vida comunitária, possibilitando, portanto, o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos que correspondam a uma cultura geral e sua inserção em um mundo de mudanças (PCNEM, 1999).

Já a função da formação do pensamento científico volta-se para o desenvolvimento do raciocínio, do saber matemático, científico e tecnológico proporcionados pela disciplina:

Trata-se, isso sim, de se prover os alunos de condições para desenvolver uma visão de mundo atualizada, o que inclui uma compreensão mínima das técnicas e dos princípios científicos em que se baseiam.

A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem, portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes (PCNEM, 1999, p.9).

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 1999), a Matemática, por meio de seus procedimentos, proporciona ao aluno o desenvolvimento de competências essenciais para sua formação, pois favorece a capacidade de abstração, o desenvolvimento do raciocínio, a resolução de problemas, a investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade.

Segundo Cazorla e Santana (2005), hoje, a Matemática toma um lugar decisivo na contribuição para a formação de cidadãos, bem como para sua formação científica e profissional.

A Matemática, diante dos avanços tecnológicos, se torna cada vez mais essencial na formação básica dos cidadãos... Percebe-se a preocupação com o desenvolvimento do espírito científico e da formação para a cidadania, fazendo da Matemática um instrumento privilegiado para alcançar esses objetivos (CAZORLA; SANTANA, 2005, p. 2).

Dentre os conteúdos previstos no Ensino de Matemática, o estudo da Estatística surge de forma emergente nos últimos anos. Por sua vez, é esperado como um componente necessário do conhecimento matemático dos adultos em geral.

Do ponto de vista da escola, cabe à disciplina de Matemática abordar os conceitos e noções estatísticas, tais como média, moda, mediana, entre outros, a fim de que se desenvolva no aluno o processo de alfabetização estatística¹.

Atualmente é enfatizada a importância de que se formem cidadãos capazes de atuarem de forma eficiente em uma sociedade saturada de informações. Informações essas, veiculadas pela mídia e com frequência apresentadas na forma de gráficos e tabelas (CAZORLA e SANTANA, 2005, entre outros).

¹ Alfabetização Estatística: para efeitos de nosso estudo, consideramos como pensando no modelo proposto por Gal (2002), no que se refere ao letramento estatístico. O autor propõe um modelo composto por uma série de elementos cognitivos, como a capacidade de ler informações textuais em gráficos e tabelas e a capacidade de elaborar questões críticas, responsáveis pela competência das pessoas de compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas.

No Brasil, estas preocupações estão contempladas nas diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Observamos que o estudo de Estatística (no bloco “Tratamento da Informação”) faz parte do currículo de Matemática, desde as séries iniciais.

A importância e interesse alcançados pelo Tratamento da Informação nos dias de hoje, tanto nos aspectos voltados para uma cultura básica quanto para a atividade profissional, se deve à abundância de informações e às formas particulares de apresentação dos dados com que se convive cotidianamente (PCN, 1998, p.134).

Provavelmente na atualidade, a Estatística seja uma das ferramentas mais utilizadas pelas diferentes ciências. Por meio dela, descrevem-se dados observados e desenvolve-se uma metodologia para que, diante da incerteza, haja uma tomada de decisão com base em evidências disponíveis. Por isso, conhecimentos básicos estatísticos são fundamentais, para que se possa interpretar e avaliar criticamente um conjunto de dados.

Por essa razão, muito se tem cobrado dos alunos, sobretudo no Ensino Médio, sobre a leitura e interpretação de informações representadas por meio de gráficos e tabelas, tendo em vista que tais informações são importantes em praticamente todas as disciplinas escolares.

Portanto, esperamos que os alunos sejam preparados para compreender e tratar a informação estatística presente no mundo onde vivem, participando ativamente da sociedade em que estão inseridos. Para tal, é necessário ler e interpretar representações gráficas e tabulares que são constantemente expostas pela mídia.

No Brasil, o ensino da Estatística aparece nas propostas curriculares, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, recebendo o nome de bloco de Conteúdos Tratamento da Informação que prossegue até o Ensino Médio. A recomendação dos PCN é que se inicie, desde cedo, o desenvolvimento da alfabetização estatística, tornando o aluno um cidadão crítico e ativo na sociedade onde vive.

Este desenvolvimento parece ganhar impulso quando se valoriza a análise exploratória, dando maior importância a uma atitude investigativa que às técnicas.

Segundo Batanero (2000), a análise exploratória inclui-se como objeto de estudo no ensino secundário², pois possui, além de outros aspectos, características que possibilitam gerar situações de aprendizagem referentes a temas de interesse dos alunos.

Russell y Mokros (1991 *apud* BATANERO et al, 1994) sinalizam a necessidade de usar diferentes contextos e representações no ensino de um conceito matemático. Os resultados dos estudos de Batanero et al. (1994), por exemplo, mostram que o conhecimento das regras de cálculo por parte dos alunos não implica necessariamente a compreensão real dos conceitos subjacentes.

Por acreditar na importância de aprender a pensar valendo-se dos conceitos estatísticos, e com vistas a desenvolver a habilidade interpretativa e a alfabetização estatística com alunos do Ensino Médio, pretendemos, a partir de nossa intervenção de ensino, introduzir noções e alguns conceitos de medidas de tendência central (Média, Moda e Mediana), pautadas na leitura e interpretação de dados pontuais e globais, advindos da exploração de gráficos e tabelas.

A necessidade de priorizar o conhecimento dos conceitos estatísticos, e não só o pensamento matemático, estimulou que desenvolvêssemos uma intervenção de ensino apoiada a princípio em atividades de estimativas, sem a preocupação, em um primeiro momento, com cálculos matemáticos. Assim sendo, os alunos foram questionados a localizar média, moda e mediana, diretamente na observação e/ou na leitura de tabelas e gráficos.

Em nosso trabalho, estabelecemos que o uso de regras, técnicas de cálculo ou algoritmos devem fazer parte dos esquemas³ internos, desenvolvidos pelo aluno, como um meio de validação dos conceitos apreendidos.

1.3 PROBLEMÁTICA

² O Ensino Secundário a que Batanero se refere, consiste no 10º 11º e 12º anos de ensino, o que para nós representa alunos com faixa etária entre 15 e 17 anos, ou seja, aqueles que estão cursando o Ensino Médio.

³ Estamos utilizando o termo “esquemas” segundo a visão de Vergnaud (1998), que considera que esquemas são conjuntos de invariantes do comportamento para determinada classe de situações, em que são investigados os elementos cognitivos que permitem verificar a ação do sujeito.

Este estudo foi desenvolvido, tomando como premissa o fato de que muitos cidadãos adultos, ao lerem informações veiculadas pela mídia, não efetuam cálculos (mais precisamente a resolução de fórmulas) que proporcionem a verificação ou validação dos dados apresentados, sejam estes em forma de gráficos ou tabelas. Na verdade, esse cidadão tem uma visão global da informação que lhe permite estimar valores, que representam uma estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, em uma perspectiva de leitura que possibilite a compreensão das informações ali contidas.

Soma-se a esse fato, a inquietação de que o simples uso de um algoritmo preestabelecido, como a apresentação de fórmulas e técnicas de cálculo que determinam certas medidas (Média, Moda e Mediana) não são suficientes para garantir que o aluno compreenda o verdadeiro significado de tais medidas, sobretudo no que se refere a uma leitura significativa de informações apresentadas em gráficos ou tabelas.

Apoiados em nossas experiências em sala de aula, muitas vezes, percebemos a dificuldade dos alunos na interpretação de resultados e acreditamos que tais dificuldades sinalizem uma aprendizagem voltada para cálculos e fórmulas, o que, de certa forma, parece desfavorecer a apropriação de conceitos. Notamos que em alguns casos, o aluno só consegue resolver cálculos de determinadas medidas baseado em questões preestabelecidas pelo professor, encontrando dificuldades para analisar e interpretar dados reais.

Inflamados por essas querelas, decidimos desenvolver nosso trabalho no sentido de explorar conceitos estatísticos, partindo da noção intuitiva e desenvolvendo, gradativamente, estimativas de média, moda e mediana diretamente em gráficos e tabelas.

Julgamos importante salientar que não defendemos em momento algum que o desenvolvimento de técnicas e o uso de algoritmos sejam desnecessários, mas, sim, insuficientes para uma verdadeira compreensão das informações estatísticas contidas em representações simbólicas, como gráficos e tabelas. Destacamos a necessidade dessas técnicas, como um meio de validação dos conceitos apreendidos anteriormente e não como simples algoritmo para cálculo de medidas sem significado.

Segundo Vergnaud (1998), os algoritmos são esquemas eficientes quando contam com conceitos e teoremas que permitem explicá-los.

Um algoritmo é uma regra eficiente ou um conjunto de regras eficientes para resolver uma certa classe de problemas. Este conjunto de regras torna possível encontrar uma solução para qualquer classe de problemas em um número finito de passos, se tal solução existe ou para mostrar que não existe solução (VERGNAUD, 1998, p.171, tradução nossa⁴).

Vergnaud (1998, p.171), ainda enfatiza que *“esta definição, em termos de regras, esconde o fato de que a eficiência é devido às relações entre as características dos problemas e aquele conjunto de regras”*, para este autor, a eficácia dos algoritmos conta com conceitos e teoremas.

Concordamos com Vergnaud que o uso do algoritmo só tem validade quando associado à apreensão de conceitos, podendo assim, ser usado como uma técnica de validação desses conceitos.

Por acreditar na importância da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, sobretudo por sua relação com o saber matemático e o ensino escolar buscamos nessa teoria, elementos que pudessem apoiar e fundamentar nosso estudo, além de validar a análise dos resultados obtidos em nosso estudo.

A partir das reflexões acima, elaboramos nosso estudo, cujo objetivo e questão de pesquisa encontram-se descritos na seção a seguir.

1.4 OBJETIVO E QUESTÃO DE PESQUISA

Este trabalho teve como principal objetivo investigar as contribuições de uma intervenção de ensino, pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, a partir da leitura de gráficos e tabelas, voltada para estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

Tal intervenção está voltada especificamente na compreensão e significação dos conceitos de Média, Moda e Mediana, com base na leitura e interpretação de dados advindos da exploração de gráficos e tabelas, em especial, por meio da estimativa de tais medidas.

A fim de nortear nossa pesquisa estabelecemos a seguinte questão:

⁴ An algorithm is an effective set of rules to solve a certain class of problems. This set of rules makes it possible to find a solution to any problem of the class in a finite number of steps, IF such a solution exists, or to show that there is no solution.

Em termos de aprendizagem, quais as contribuições que uma intervenção de ensino pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central traz aos alunos do Ensino Médio?

Estabelecemos ainda outras questões mais específicas nas quais acreditamos que, ao serem respondidas, oferecerão subsídios para responder nossa questão principal. São elas:

- **Que tipo de representação, gráfico ou tabela oferece maior facilidade na interpretação e estimativa de medidas centrais?**
- **Qual das medidas exploradas neste estudo, o aluno tem maior facilidade de identificar e estimar?**

Para alcançar nosso objetivo e responder à questão de pesquisa, este estudo está estruturado em seis capítulos, descritos a seguir:

1.5 DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO

No presente capítulo, fizemos uma breve apresentação de nosso trabalho, descrevemos a justificativa, o objetivo, a problemática e nossa questão de pesquisa.

No capítulo 2, apresentaremos uma visão dos documentos Oficiais: PCN (1998) e Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), quanto ao ensino da Estatística, mais especificamente, no que se refere às medidas de Tendência Central. Este mesmo capítulo ainda será dedicado ao estudo dos conceitos de Medidas de Tendências Central e de representações gráficas e tabulares, acompanhado de alguns estudos correlatos que consideramos pertinentes no que concerne ao Ensino de Estatística da Escola Básica, sobretudo os que investigam a leitura de gráficos e tabelas e o cálculo das Medidas de Tendência Central.

No capítulo 3, abordaremos o referencial teórico que dará suporte à nossa pesquisa. Para tal, utilizaremos a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Vergnaud que tem apoiado inúmeros estudos na área de Educação Matemática, inclusive, alguns dentro da Educação Estatística que também servirão de suporte para a análise dos resultados apresentados.

No capítulo 4, descreveremos a metodologia de pesquisa, na qual apresentaremos nosso estudo, os sujeitos envolvidos, bem como o desenvolvimento da intervenção de ensino adotada. Além disso, apresentaremos, também, nosso instrumento diagnóstico.

No capítulo 5, apresentaremos os resultados obtidos; faremos uma análise desses resultados, procurando estabelecer a interação com a teoria utilizada, além de compararmos nossos resultados com os obtidos em pesquisas correlatas.

Nas considerações finais, iremos retomar nossa questão de pesquisa e procuraremos respondê-la, mediante os resultados apresentados. Com base nessas considerações, faremos algumas reflexões, sugerindo questões suscitadas, porém não respondidas pela nossa pesquisa, para futuras investigações.

CAPÍTULO 2 - MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL, GRÁFICOS E TABELAS: ORIENTAÇÕES CURRICULARES E PESQUISAS

Neste capítulo, discutiremos os conceitos da Estatística sob três pontos de vista. Vale salientar que os conceitos a que nos referimos, são os de Medidas de Tendência Central e a construção e interpretação de gráficos e tabelas.

O primeiro ponto de vista a ser abordado tratará da Estatística, considerando os ditames dos Sistemas Educacionais Brasileiros (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM, 1999) e Paulista (Proposta Curricular do Estado de São Paulo, 2008).

O segundo ponto de vista será o da Educação Matemática. Aqui, buscaremos apresentar, de maneira formal, a utilização adequada de gráficos e tabelas, já que estes são instrumentos utilizados em nosso estudo para obtenção das medidas centrais. Ainda nesta seção, apresentaremos a Estatística, mais especificamente das Medidas de Tendência Central na visão dos ‘*experts*’ da área.

E, por fim, apresentaremos a Estatística do ponto de vista da pesquisa, quando discutiremos alguns estudos que contribuíram de forma significativa para nossa pesquisa que consideramos pertinentes no que concerne ao Ensino de Estatística da Escola Básica.

2.1 MÉDIA, MODA E MEDIANA NO SISTEMA EDUCACIONAL

A partir da Reforma do Ensino Fundamental e da criação da lei 5.692/71 Diretrizes e Bases (LDB) para o Ensino de 1º e 2º Graus (1971), constituiu-se um ponto de partida na tarefa de revisão do currículo, configurando uma escola endereçada à formação integral da criança e do adolescente. Na busca de uma educação preocupada com a integração do homem na sociedade, no sentido de

lhe possibilitar atingir a plena realização da sua humanidade, propôs-se o ensino de Estatística que estaria presente no currículo de Matemática.

No sistema de Ensino Público do Estado de São Paulo, os Guias Curriculares de Matemática para o 2º grau de (1978) já traziam entre os conteúdos da disciplina de Matemática, o ensino de Estatística.

A Proposta Curricular para o ensino de Matemática dos 1º e 2º Graus (1986) do Estado de São Paulo foi organizada em torno de três eixos: números, medidas e geometria. As noções de Estatística apareciam no eixo dos números.

Em 1997, com o intuito de unificar o Ensino Básico em todo Território Nacional, foi elaborada pelo Ministério da Educação e do Desporto com a Secretaria de Educação a Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1998, os PCN e, em 1999, os PCNEM.

No que diz respeito à disciplina de Matemática, os PCN agrupam os conteúdos em quatro grandes blocos: Números e Operações; Grandezas e Medidas; Espaço e Forma e Tratamento da Informação.

A nova proposta curricular para o Estado de São Paulo foi implantada na Rede Pública Estadual, em 2008 traz uma reformulação dos conteúdos sugeridos pelos PCN, adaptando-os à realidade educacional do Estado.

Nesta seção, procuramos discutir como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (1999) e a nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) que propõem o estudo da Estatística, como parte do currículo de Matemática (dando maior destaque às Medidas de Tendência Central – Média, Moda e Mediana) no Ensino Médio. Mas, para melhor situar os PCNEM, faremos uma breve apresentação dos PCN para as séries finais do Ensino Fundamental (dos 6º ao 9º ano), uma vez que, por meio deste documento, é possível termos uma ideia do que seria esperado que o aluno tenha estudado nos anos que antecederam seu ingresso no Ensino Médio. Discutiremos, também, as novas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+, 2002), que se apresentam, como um complemento dos PCNEM, visando a facilitar a organização do trabalho pedagógico e da organização dos currículos.

2.1.1 Os documentos PCN, PCNEM e PCN+

Diante da demanda de informações presentes na sociedade moderna e com a finalidade de evidenciar a importância dos conhecimentos estatísticos, os PCN (1998) destacam esse tema em um bloco específico, no currículo de Matemática, denominado Tratamento da Informação, que conta com estudos relativos às noções de Estatística e de Probabilidade e problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo.

Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão .tratar. as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória (PCN, 1998, p.49).

Os PCN (1998) evidenciam que não há a pretensão que se desenvolva um trabalho baseado na definição de termos ou fórmulas envolvendo tais assuntos.

Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos (PCN, 1998, p.52).

O documento ressalta, ainda, que o estudo desse bloco de conteúdos favorece o desenvolvimento de atitudes como fazer previsões, ter postura crítica além da tomada de decisão frente às informações (PCN, 1998).

Concordamos com os PCN (1998) quando assinalam que assuntos como economia, política, esportes, educação, saúde, meteorologia, entre outros, despertam o interesse dos alunos, e a realização de pesquisas pelos próprios alunos é uma forma interessante de explorar os conteúdos do Tratamento da Informação.

Concordamos também que a realização de pesquisas que tenham interesse para os alunos, como o desenvolvimento físico (peso, altura, idade) dos jovens constituem-se em uma forma interessante de explorar os conteúdos do Tratamento da Informação.

Outro aspecto destacado pelos PCN (1998) refere-se à escolha adequada dos recursos visuais utilizados, permitindo uma apresentação global da informação que favoreça uma leitura rápida, cujo objetivo principal é comunicar os

resultados da pesquisa, utilizando para tal, representações gráficas, como por exemplo, tabelas e gráficos.

No que se refere especificamente aos conteúdos abordados em nosso estudo, os PCN (1998) destacam ser fundamental que os alunos compreendam o significado e a importância das Medidas de Tendência Central de uma pesquisa, ou seja, a média, a moda e a mediana.

Os PCN (1998) alertam para o fato de que, ler e interpretar gráficos, seja essencial para que os alunos habituem-se a observar alguns aspectos que lhes permitam confiar ou não nos resultados apresentados. Sendo assim, é preciso oferecer ao aluno condições de reconhecer informações que sejam confiáveis.

Costuma ser frequente nos resumos estatísticos a manipulação dos dados, que são apresentados em gráficos inadequados, o que leva a erros de julgamento. Esses erros também poderão ser evitados se os alunos forem habituados, em seus trabalhos de pesquisa, a identificar informações que não foram levantadas, bem como informações complementares, a comprovar erros que são cometidos ao recolher os dados, a verificar informações para chegar a uma conclusão (PCN, 1998, p.137).

Acreditamos que uma tomada de decisão, quanto à confiabilidade ou não de determinados resultados possa ser favorecida se o aluno for capaz de fazer previsões e estimativas.

Estas preocupações trazidas pelos PCN do Ensino Fundamental (1998) continuem sendo abordadas no Ensino Médio. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 1999) afirmam que a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos são necessárias, tanto para tirar conclusões e fazer argumentações como para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente (PCNEM, 1999, p.41).

Os PCNEM (1999) ressaltam que a Matemática no Ensino Médio exerce um papel formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, além do papel instrumental, já que é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno (PCNEM, 1999, p.40).

De acordo com os PCNEM (1999), é preciso, portanto, que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras úteis na compreensão de fenômenos em universos finitos. Mais do que isso, que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos tenham a função de construir novos conceitos e estruturas com base em outros que sirvam para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

Concordamos que o simples uso de códigos e regras, sem a efetiva construção de conceitos para uma verdadeira validação do uso de técnicas, torne-se uma realização mecânica e sistemática de operações desprovidas de conhecimento.

Segundo os PCNEM (1999), aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados; a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer e pensar matemático.

Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento (PCNEM, 1999, p.42).

Tendo em vista a proposta dos PCNEM (1999), buscamos em nosso estudo iniciar esse processo pela estimativa, pois acreditamos que dessa forma, a generalização e a busca de regularidades tornem-se ainda mais importantes, já

que não há um comprometimento do tempo com a realização de dispendiosos cálculos.

Feitas as considerações sobre a importância do Tratamento da Informação, pretendemos agora estabelecer os objetivos, os conteúdos propostos, bem como os conceitos e procedimentos envolvidos no Bloco tratamento da Informação, apresentados pelos PCNEM (1999).

Antes de delinear os conteúdos envolvidos no Ensino Médio, retomaremos o que está previsto nos PCN (1998) para o Ensino Fundamental, a fim de termos uma visão da continuidade dada aos assuntos de interesse de nosso estudo, por esses documentos.

No Terceiro Ciclo do Ensino Fundamental (6º e 7º anos), os PCN (1998) traçam como objetivos do bloco Tratamento da Informação, o raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem, visando à exploração de ideias básicas de estatística e ampliando as noções de coleta e organização de dados em tabelas e gráficos, bem como a utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos), visando a que o aluno seja capaz de estabelecer relações entre acontecimentos e fazer algumas previsões, aprendendo, também, a formular questões, elaborar conjecturas e comunicar informações de modo convincente. Ainda nesse ciclo, os PCN preveem uma introdução do uso de medidas, como a média aritmética que possibilitará uma interpretação mais aperfeiçoada dos dados.

No Quarto Ciclo do Ensino Fundamental (8º e 9º anos), os PCN (1998) traçam como objetivos do bloco tratamento da Informação o raciocínio estatístico e probabilístico por meio da exploração de situações de aprendizagem, no desenvolvimento de pesquisas sobre sua própria realidade, utilizando-se de diferentes recursos, como gráficos, tabelas de frequência e algumas medidas estatísticas que envolvam contextos em que os conceitos e procedimentos estatísticos ganhem significados para o aluno. Além disso, a resolução de situações-problema envolvendo estatística favorece a construção de estratégias, estimulando as alunos a testar suas hipóteses e interpretar resultados, levando o aluno a elaborar inferências e conclusões com base na leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos. Ainda nesse ciclo, os PCN propõem a obtenção das Medidas de Tendência Central de uma

pesquisa (média, moda e mediana), bem como a compreensão de seus significados para fazer inferências.

Durante os Terceiro e Quarto Ciclos, observamos que se explora um maior aprofundamento dos conceitos estatísticos e a resolução de situações-problemas que estimulem a interpretação desses conceitos.

No que se refere ao Ensino Médio, os PCNEM (1999) trazem algumas orientações a respeito das competências e habilidades gerais a serem desenvolvidas na disciplina de Matemática. Quanto aos conteúdos propostos e habilidades específicas, estes estão delineados em documento complementar, os PCN+ (2002), que iremos discutir mais adiante.

Quanto às competências e habilidades gerais, apresentadas nos PCNEM (1999) a serem desenvolvidas na disciplina de Matemática, sobretudo no que se refere aos conteúdos Estatísticos, estão:

- no contexto da representação e comunicação:

- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação. (PCNEM, 1999; p.46)

- no contexto da investigação e compreensão:

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes. (PCNEM, 1999, p.46)

- no contexto sócio cultural:

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (PCNEM, 1999, p.46).

Como foi referido, esse documento não traz em seu corpo, sugestões de conteúdos, dessa forma, buscamos as Orientações Complementares, a fim de comparar e verificar, em termos de conteúdo, em que esse documento dá continuidade ao que foi proposto pelos PCN (1998) para o Ensino Fundamental.

Visando a complementar as orientações trazidas pelos PCNEM (1999), foram criadas, em 2002, as novas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+, 2002), com o propósito de facilitar a organização do trabalho pedagógico, por área de conhecimento. Os PCN+ (2002) trazem em seu contexto um conjunto de sugestões de práticas educativas e de organização dos currículos que estabelecem os temas estruturadores do ensino disciplinar na área. Apresenta, ainda, as competências gerais que se deseja promover com os conhecimentos disciplinares.

Com a preocupação com o que vinha sendo ensinado no Ensino Médio, os PCN+ (2002) estabelecem um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almejadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos. Esses temas estruturadores encontram-se sistematizado nos três seguintes eixos a serem desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio:

1. Álgebra: números e funções
2. Geometria e medidas
3. Análise de dados

No entanto, iremos nos ater apenas ao tema Análise de dados que se encontra subdividido em três unidades temáticas, a saber: Estatística, Contagem e Probabilidade.

Os PCN+ (2002) sugerem que os temas referentes à Análise de Dados sejam distribuídos nas três séries do Ensino Médio. Uma organização das unidades referentes a esse tema é apresentada nos dados do Quadro 2.1.

Quadro 2.1. Organização dos conteúdos distribuídos por série do Ensino Médio.

1ª série	2ª série	3ª série
Estatística: descrição de dados; representações gráficas.	Estatística: análise de dados. Contagem	Probabilidade

Fonte: Adaptado dos PCN+ (2002, p.128).

Quanto aos conteúdos e habilidades propostos pelos PCN+ (2002), a serem desenvolvidos, referentes à Unidade Temática Estatística, são:

Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio-padrão.

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios (PCN+, 2002, p.127).

De acordo com os PCN+ (2002), o estudo da Estatística deve ser aprofundado no Ensino Médio, e as Medidas de Tendência Central são mais uma vez destacadas, como conteúdos a serem desenvolvidos durante esse período de ensino da Escola Básica.

Uma vez apresentada e discutida a proposta do Governo Federal para o ensino da Estatística, passaremos a seguir à apresentação da proposta do Estado de São Paulo.

2.1.2 A Proposta Curricular do Estado de São Paulo

O Governo do Estado de São Paulo lançou, em 2008, uma nova Proposta Curricular, visando a nortear os rumos da Educação nas Escolas Públicas do Estado, a fim melhorar a qualidade de ensino.

A nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) difere dos PCN (1998) quanto à organização das áreas do Conhecimento, retira a Matemática da área das Ciências da Natureza e cria uma área específica para a Matemática.

Segundo a nova Proposta Curricular (2008), a necessidade de uma área específica para a Matemática deve-se a três razões principais:

- Em primeiro lugar, o fato de agregar a Matemática ao grupo das linguagens torna a especificidade da Matemática enfraquecida, tendo em vista que existe uma diferença fundamental entre a precisão Matemática e a Linguística, o que impossibilita a redução de um sistema simbólico em outro.
- Em segundo lugar, o fato de incorporar a Matemática à área de Ciências destitui a Matemática como um conhecimento específico da educação básica, constituído de um universo próprio. A situação submete a Matemática a uma condição instrumental para as outras Ciências.
- Em terceiro lugar, a criação de uma área específica para a Matemática facilita a incorporação de recursos tecnológicos na representação de dados e no tratamento das informações, visando a transformá-las em conhecimento.

A especificidade da Matemática como uma área do conhecimento, não pretende ampliar sua relevância, mas, sim, possibilitar uma exploração mais adequada no auxílio das outras áreas.

De acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), esta *“deve estar especialmente atenta a incorporação crítica dos inúmeros recursos tecnológicos disponíveis para a representação de dados e o tratamento das informações, na busca da transformação de informação em conhecimento”* (p.41); e ainda, destaca a importância do conhecimento matemático como um ente articulador entre o saber e o agir consciente. *“Em outras palavras, a ninguém é permitido dispensar o conhecimento da Matemática sem abdicar de seu bem mais precioso: a consciência nas ações”* (p.41).

De fato, acreditamos que esta reestruturação, em que a Matemática é vista como uma área específica, tende a favorecer o delineamento do currículo da disciplina e valorizar o aprendizado em Matemática auxiliando, dessa forma, na articulação dos saberes com as outras disciplinas, sem desmerecer os conteúdos específicos da Matemática.

Dessa forma, a nova Proposta Curricular (2008) vem listar o papel da Matemática no desenvolvimento das competências básicas estruturadas em três eixos norteadores:

- **expressão/compreensão:** a Matemática compõe, ao lado da língua materna, um par complementar como meio de expressão e de compreensão da realidade.

Os objetos matemáticos constituem instrumentos básicos para a compreensão da realidade, desde a leitura de um texto ou a interpretação de um gráfico até a apreensão quantitativa das grandezas e relações presentes em fenômenos naturais ou econômicos (PROPOSTA CURRICULAR, 2008, p.42).

- **argumentação/decisão:** a Matemática constitui um instrumento para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da análise racional. As situações matemáticas favorecem a capacidade de sintetizar, diagnosticar, argumentar e tomar decisões.
- **contextualização/abstração:** a Matemática desenvolve a capacidade de se aprender a lidar com os elementos do par concreto/abstrato. Os objetos matemáticos são exemplos facilmente imagináveis para se compreender a permanente articulação entre as abstrações e a realidade concreta.

Como consequência dessa reestruturação e do papel da Matemática no desenvolvimento de competências para a formação dos cidadãos, a Nova Proposta (2008) organizou os conteúdos disciplinares de Matemática em quatro blocos: números, geometria, medidas e análise de dados (ou tratamento da informação).

Ainda, segundo a nova Proposta Curricular (2008), na abordagem dos conteúdos sugeridos para cada bimestre, serão privilegiadas algumas ideias fundamentais, que compõem um grande tema a ser desenvolvido e contemplem cada um dos quatro blocos temáticos.

Neste aspecto, julgamos importante destacar apenas os conteúdos que contemplam o bloco que se refere ao Tratamento da Informação.

Os dados do Quadro 2.2 apresentam os conteúdos de Matemática, referentes ao Tratamento da Informação, distribuídos por série e bimestre, destacando o tema em que cada conteúdo aparece

Quadro 2.2. Conteúdos referentes Tratamento da Informação.

ENSINO FUNDAMENTAL			
6º ANO	7º ANO	8º ANO	9º ANO
4º bimestre	3º bimestre	1º bimestre	4º bimestre
Estatística	Proporcionalidade	Potenciação	Probabilidade
Leitura e construção de gráficos e tabelas.	Construção de gráficos de setores.	Problemas de contagem	Problemas de contagem e introdução à probabilidade
Media aritmética.	Problemas envolvendo probabilidade.		
Problemas de contagem.			
ENSINO MÉDIO			
1º ANO	2º ANO	3º ANO	
Não contempla	3º bimestre	4º bimestre	
	Análise combinatória e probabilidade	Estatística	
	Raciocínio combinatório: princípios multiplicativo e aditivo.	Gráficos estatísticos: cálculo e interpretação de índices estatísticos.	
	Probabilidade simples.	Medidas de tendência central: média, mediana e moda.	
	Casos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações.	Medidas de dispersão: desvio médio e desvio padrão.	
	Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos.	Elementos de amostragem.	
	Probabilidade condicional.		
	Distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o Binômio de Newton.		

Fonte: Pagan (2009), adaptado pela autora.

Embora a nova Proposta (2008) afirme que contempla praticamente cada um dos quatro blocos temáticos em todos os temas a serem desenvolvidos, a Estatística propriamente dita fica limitada, apenas ao 4º bimestre do 6º ano do Ensino Fundamental e 4º bimestre do 3º ano do Ensino Médio.

Quando nos referimos mais especificamente às Medidas de Tendência Central, objetos de nosso estudo, observamos que durante o Ensino Fundamental fala-se apenas em média, e apenas ao final do Ensino Médio que propõe o estudo das três medidas principais.

Verificamos, portanto, que de acordo com a nova Proposta (2008), o estudo da Estatística, fica muito mais restrito do que o apresentado pelos PCN (1998) e PCNEM (1999).

De acordo com o proposto pelos documentos apresentados, verificamos a importância da representação de dados estatísticos. A inserção da Estatística na Educação Matemática reforça a necessidade da compreensão dessas representações.

2.2 A ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No decorrer dos tempos, a evolução da Estatística fez com que se tornasse necessário o uso de instrumentos matemáticos aptos a analisar fenômenos que põem o problema do tratamento e interpretação de dados em todas as ciências. Inicia-se, assim, o desenvolvimento da Estatística e de suas aplicações no âmbito da Educação Matemática.

Atualmente, o volume de informações apresentadas, na maioria das vezes, em forma de gráficos e tabelas, deixa claro o quanto a Estatística é útil e vem se configurando, como uma das competências mais importantes na formação do cidadão.

Ao pensarmos no fato de que a Estatística é necessária para a formação do aluno, como cidadão letrado perante uma sociedade, indagamos o papel da escola quanto à formação desses cidadãos.

Neste contexto, concordamos com Costa Neto (1977, apud SILVA e COUTINHO, 2005), que diz que a Estatística é definida, como a ciência que se preocupa com a organização, descrição, análise e interpretação de dados experimentais e, por esse motivo, tem aplicação em quase todas as atividades humanas.

Ao focar a importância do conhecimento da Estatística na formação do aluno como leitor de informações, descreveremos a seguir os tipos de representações de dados utilizados pelos meios de comunicação.

2.2.1 Representações Gráficas e Tabulares

Com base na coleta de dados de uma pesquisa, os resultados podem ser organizados de forma que possam ser analisados. Essa organização pode ser feita em forma de tabulação, como por exemplo, cada linha corresponde a um sujeito da pesquisa e cada coluna a uma característica observada, podendo ainda organizá-los em ordem crescente ou por categorias. Mas, algumas vezes, essas tabulações não são objetivas, podemos, então, resumir esses dados com o auxílio de gráficos e tabelas.

As formas de representação em gráficos e tabelas são mais comumente usadas pelos meios de comunicação. Elas têm a vantagem de utilizar o apelo visual para representar um resumo dos dados coletados em uma pesquisa.

Segundo Novaes e Coutinho (2008), os gráficos e tabelas são uma forma de representação que facilita a visualização dos dados coletados, permitindo, dessa forma uma análise desses dados.

A forma mais comum de tabelas é a de distribuição de frequência que permitem uma leitura mais resumida dos dados. Ainda, a partir de uma Tabela de distribuição de frequências podemos criar uma representação gráfica. Para tal, é preciso a identificação do tipo de variável de estudo, podendo, assim, representar esses dados em gráficos de barras, colunas, setor, linha ou histogramas. Existem, ainda, outros tipos de representações gráficas, como os pictogramas.

De toda forma, a importância das tabelas e gráficos estatísticos, nos dias de hoje, deve-se ao seu grande poder de exposição visual, como um meio rápido de comunicação de ideias.

2.2.1.1 Tabelas

Quando o pesquisador procura transformar dados brutos em um conjunto significativo e organizado de medidas, em uma forma resumida e de fácil representação, o primeiro passo é construir uma tabela de distribuição de frequências. (LEVIN; FOX, 2004)

Segundo o IBGE (1993), as tabelas são uma forma não discursiva de apresentar informações, na qual o dado numérico é sua informação central.

Inicialmente, a tabela deve apresentar um título que dê ao leitor uma ideia da natureza dos dados apresentados e um número no caso de haver uma série delas.

Para Wainer (1992), o rigor na construção de uma tabela, deve ser respeitado, a fim de se obter uma melhor representação dos dados, objetivando a comunicação visual e não só o armazenamento de dados. Para tanto, devem ser considerados os três passos a seguir:

- Ordenar fileiras e colunas de uma maneira que faça sentido – estruture os valores da tabela em ordem decrescente e quando temporal, sempre do passado para o futuro.
- Arredondar os valores - os humanos não entendem facilmente e nem memorizam mais que dois algarismos e além de que, estatisticamente dois algarismos já são suficientes para representar um número.
- Linhas e colunas são importantes – o espaçamento entre as colunas e entre as linhas favorecem a percepção do fato que pretendemos demonstrar.(WAINER, 1992; p.19)

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 1993) uma apresentação tabular deve conter os seguintes elementos:

1 – Título:

É a indicação que precede a tabela e contém o conjunto de termos que indica o conteúdo da tabela;

2 - Cabeçalho

É a parte superior da tabela que especifica o conteúdo das colunas

3 - Corpo da tabela

É o espaço central da tabela que contém as informações sobre o fenômeno observado, destinado aos dados numéricos e aos termos necessários a sua compreensão.

4 – Fonte

É a indicação do responsável pelos dados apresentados.

A Figura 2.1 apresenta um exemplo de tabela, de acordo com as normas sugeridas pelo IBGE:

Tabela 1 – Pessoas residentes em domicílios particulares, por sexo e situação do domicílio – Brasil – 1980			
Situação do domicílio	Total	Mulheres	Homens
Total	117 960 301	59 595 332	58 364 969
Urbana	79 972 931	41 115 439	38 857 492
Rural	37 987 370	18 479 893	19 507 477

Fonte: Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE.

Figura 2.1. Exemplo de tabela apresentado pelo IBGE.

Além das especificações acima, devem-se, ainda, ser respeitadas algumas normas quanto à formatação dos textos a serem apresentados nas tabelas:

- Para títulos, recomenda-se utilizar o estilo: Tabela # (numeradas por algarismos arábicos) seguido do título;
- A fonte dos dados deve ser indicada, alinhando o texto descritivo com a margem esquerda da Tabela;
- Deve-se evitar grades laterais nas células, tabelas não devem ser delimitadas por traços verticais externos;
- Devem ser delimitadas, no alto e embaixo por traços horizontais, podendo ser mais fortes que os traços interiores à tabela;
- O cabeçalho deve ser delimitado por traços horizontais;
- As tabelas devem ter significado próprio;
- A finalidade da tabela é apresentar dados, então, deve ter mais dados que espaços em branco;
- As células não podem ficar em branco, por convenção usam-se
 - ... dado desconhecido
 - — dado não existe
 - x dado omitido

Como já foi dito, um dos objetivos de uma tabela é representar de forma resumida e clara um conjunto de dados, visando com isso facilitar à visualização,

permitindo, dessa forma, uma análise clara. Para que uma análise seja feita, é necessário que haja uma leitura crítica dessa tabela.

Nesses termos, buscamos nos apoiar nos estudos de Wainer sobre a leitura de tabelas.

Wainer (1992) alerta para o fato de que muitas vezes as tabelas são construções pobres, mal utilizadas, representando simples rol de dados. Ainda, o nível de dificuldade é, geralmente, obtido pela exigência de se extraírem delas inúmeros valores que podem ser obtidos por meio de algumas operações algébricas, o que, de certa forma, não acarreta um nível mais aprofundado de inferência, mas, sim, um número de passos de mesmo nível.

É importante considerarmos que para a construção de uma tabela ou gráfico, é necessário que se respeitem algumas normas. Contudo, inúmeras vezes encontramos representações divergentes daquelas especificadas pelas normas do IBGE, sobretudo no que diz respeito às tabelas. Notamos que, muitas vezes, estas não apresentam a rigorosidade de uma tabela estatística. Assim, deixamos claro que em nosso estudo trataremos como tabela, representações tabulares apresentadas em meios de comunicação que talvez não estejam conforme a rigorosidade exigida para sua representação.

2.2.1.2 Gráficos

Os gráficos parecem ter um maior poder sobre os leitores do que as tabelas, talvez pelo apelo visual as pessoas parecem dar maior credibilidade aos dados, quando apresentados na forma gráfica ou ilustrativa. (LEVIN e FOX, 2004)

Dessa forma, os gráficos constituem um importante instrumento de representação de dados estatísticos. Com frequência encontramos representações gráficas nos meios de comunicação, destacando os mais variados temas de nosso cotidiano, como saúde, esporte, economia, etc.

Segundo lezzi, Hazzan e Degenszajn (2004, p.89), a importância dos gráficos *“está ligada, sobretudo, à facilidade e rapidez na absorção e interpretação das informações por parte do leitor e também às inúmeras possibilidades de ilustração e resumo dos dados apresentados”*.

Como já salientamos, a representação gráfica tem muitas vantagens, além disso existem vários tipos de gráficos, e sua utilização depende do objetivo da informação a ser transmitida.

Também as representações gráficas, assim como as tabulares, devem seguir algumas normas importantes quanto à sua utilização:

- Um gráfico deve ter título e escala, para ser interpretado sem necessidade de esclarecimentos adicionais no texto;
- O título do gráfico, geralmente, é escrito abaixo da figura;
- No eixo das abscissas, a escala cresce da esquerda para direita e deve ser escrita embaixo do eixo;
- No eixo das ordenadas, a escala cresce de baixo para cima e deve estar escrita à esquerda do eixo;
- É necessário identificar as variáveis representadas em cada eixo, sendo que, para as ordenadas, escreve-se na extremidade do eixo, e para as abscissas escreve-se embaixo da escala;
- A escala deve ser iniciada em zero;
- Para facilitar a leitura de valores da variável, pode utilizar linhas auxiliares;
- Os gráficos podem exibir no rodapé a fonte que forneceu os dados.

Abordaremos aqui, alguns tipos de gráficos, que julgamos mais importantes que são amplamente utilizados nos meios de comunicação.

O gráfico de setores, utilizado para representar variáveis qualitativas, tem forma de “pizza”, em que se divide o círculo em setores equivalentes aos valores assumidos pela variável, e cujas medidas dos ângulos são proporcionais às frequências correspondentes a cada um desses valores. Destina-se a representar a composição do todo em partes, usualmente, por meio de porcentagem.

A Figura 2.2 apresenta exemplos de gráficos de setores, muito utilizados pela mídia.

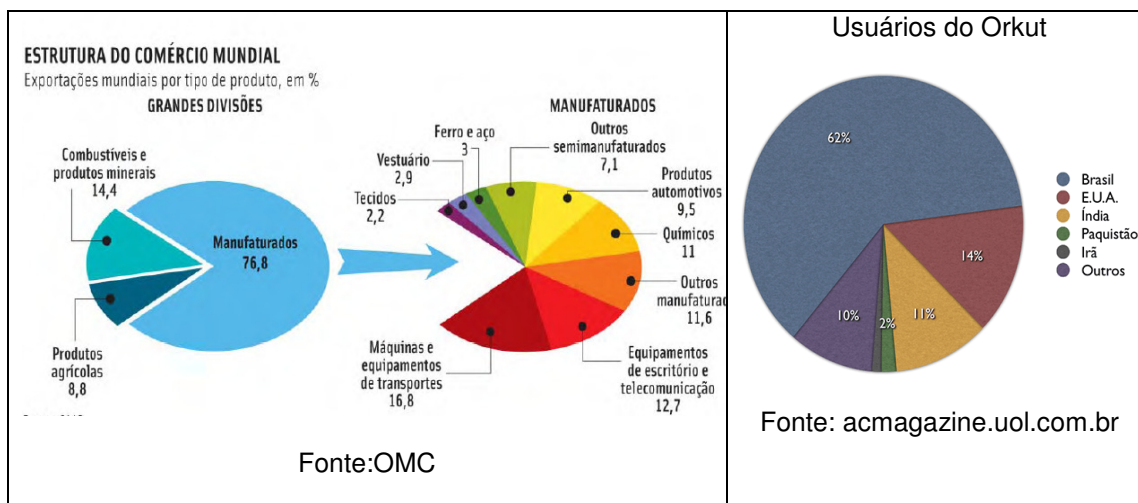
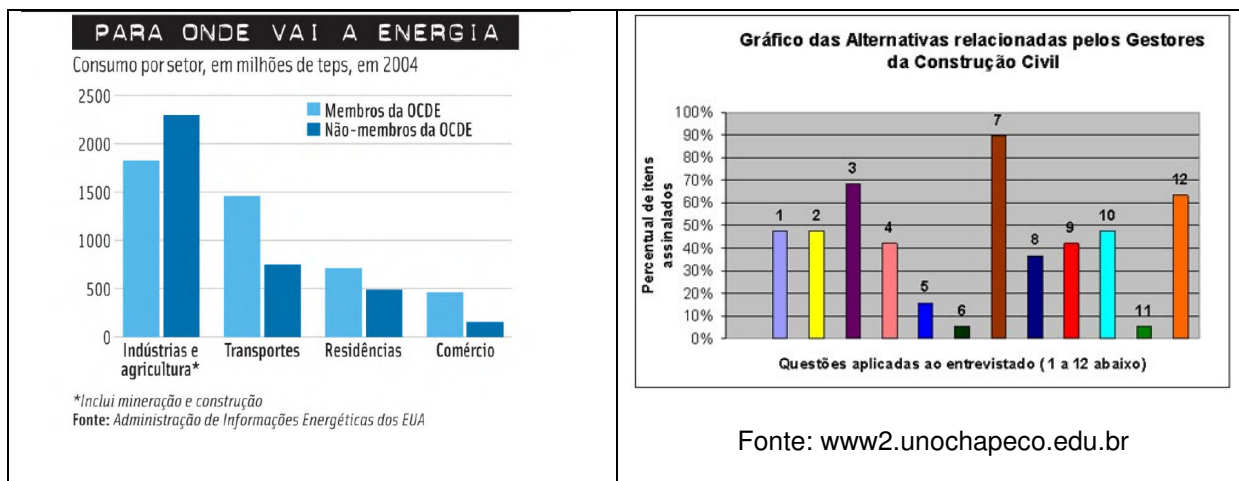


Figura 2.2. Exemplos de gráficos de setores.

O gráfico de barras ou colunas pode ser utilizado para representar, tanto variáveis qualitativas como quantitativas.

Esta forma de representação consiste em construir retângulos ou barras, dispostas paralelamente umas às outras, horizontal ou verticalmente. A altura (para barras verticais) ou comprimento (para barras horizontais) das barras deve ser proporcional à magnitude da variável a ser representada, sendo necessário, para tanto, estabelecer uma escala conveniente para definir o tamanho da barra a ser usada.

A Figura 2.3, a seguir ilustra alguns tipos de gráficos de barras.



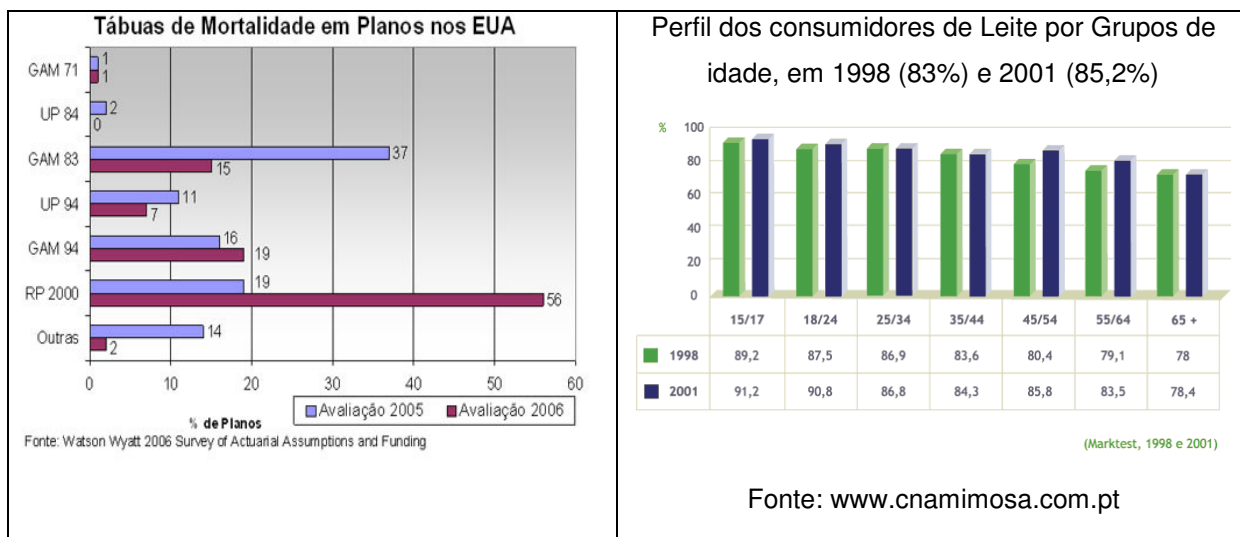


Figura 2.3. Exemplos de gráficos de barras.

O histograma é um gráfico de barras contíguas, com bases proporcionais aos intervalos das classes. A altura de cada retângulo é proporcional à respectiva frequência. Na abscissa, são considerados os limites das classes de intervalos e como ordenada, a frequência relativa ou absoluta de cada classe.

Os histogramas são formas de representação extremamente úteis em estudos estatísticos.

A Figura 2.4 apresenta exemplos de histogramas.

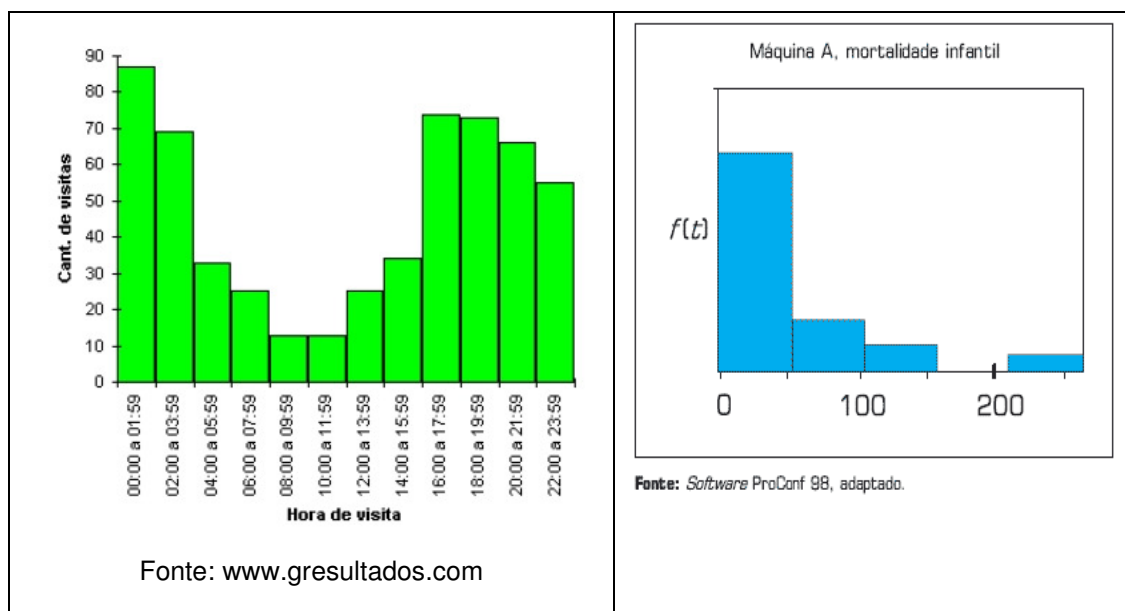


Figura 2.4. Exemplos de histogramas⁵.

Outro tipo de gráfico comumente usado nos meios de comunicação são os de linha (ou poligonal).

⁵ O histograma 1 da Figura foi retirado na íntegra de sua fonte, contudo observamos que a linha pressupõe dados contínuos, não havendo, por exemplo, intervalos entre 01:59 e 02:00.

Este gráfico é, geralmente, usado para representar o comportamento de uma variável, cujos valores aumentam ou diminuem de maneira contínua no decorrer do tempo. A cada período de tempo, associa-se um ponto que representa o valor da variável naquele instante. Ficando, desse modo diversos pontos no gráfico que são, então, unidos por segmentos de reta.

Autores como Levin e Fox (2004) diferenciam os gráficos de linha dos polígonos de frequência, de acordo com as variáveis envolvidas.

Os polígonos de frequência exibem as distribuições das frequências de um conjunto de escores de uma única variável, enquanto os gráficos de linha mostram modificações em uma variável ou variáveis entre grupos ou ao longo do tempo (LEVIN; FOX, 2004, p.65).

Na Figura 2.5 apresentamos modelos de gráficos de linha.

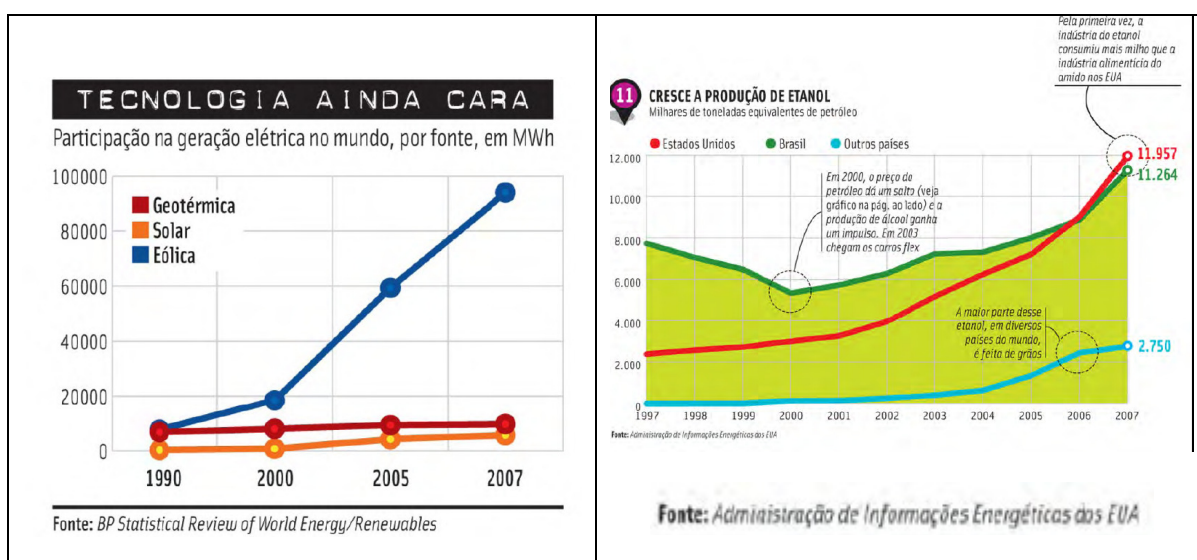


Figura 2.5. Exemplos de gráficos de linha.

Os gráficos são, portanto, uma importante forma de representação de dados estatísticos, que permitem inferir valores e fazer previsões. Contudo, para que este seja eficiente, é necessário que o leitor apresente certa autonomia de leitura dessas formas de representação, a fim de tirar o maior proveito das informações implícitas e explícitas, ali contidas.

Em nosso estudo, utilizamos gráficos e tabelas para explorar o estudo de medidas estatísticas, que podem ser obtidas com base na leitura e interpretação dessas representações.

Na seção seguinte, vamos especificar essas medidas e tratar das noções e conceitos envolvidos no estudo em questão.

2.2.2 A Estatística na visão dos ‘experts’ da área

O termo, “Estatística” tem sua origem na expressão “*statisticum*” do Latim que significa “assuntos do Estado”.

A Estatística está longe de ser um termo com uma definição única, não é difícil encontrar autores que divergem de suas opiniões a seu respeito. Não obstante, duas linhas são mais comumente vistas: a Estatística como uma Ciência e a Estatística como um ramo da Matemática.

Não nos cabe julgar uma ou outra linha e, muito menos, tomar partido no sentido de afirmar se esta ou aquela definição está correta. A propósito, nosso objetivo aqui é uma visão da Estatística no âmbito da Educação Matemática e isso não significa, de maneira alguma, apresentá-la de uma ou outra forma.

Dentre as inúmeras definições encontradas para a Estatística, concordamos com Novaes e Coutinho (2008) que apontam para uma definição de Barnett, que se aproxima muito da forma como pensamos e que, segundo as autoras, é a forma de como a Estatística deveria ser utilizada por diversos profissionais: “*Estatística é o estudo de como a informação deveria ser empregada para reflexão e ação em uma situação prática envolvendo incerteza*” (Barnett, 1973 *apud* NOVAES E COUTINHO, 2008, p.5).

Outra definição que achamos bastante pertinente e cujas ideias corroboram com nosso estudo é a utilizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que define Estatística moderna ou Ciências Estatísticas como:

um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa que entre outros tópicos envolve o planejamento do experimento a ser realizado, a coleta qualificada dos dados, a inferência, o processamento, a análise e a disseminação das informações (IBGE, 2009).

O objetivo para o estudo estatístico é favorecer o desenvolvimento e o aperfeiçoamento dessas técnicas, a fim de permitir:

o controle e o estudo adequado de fenômenos, fatos, eventos e ocorrências em diversas áreas do conhecimento. A Estatística tem por objetivo fornecer métodos e técnicas para lidarmos, racionalmente, com situações sujeitas a incertezas (IBGE, 2009).

A Estatística é, portanto, uma área de Estudo (seja como ciência ou ferramenta), cujo campo de conhecimento é amplo. No entanto, restringir-nos-emos apenas aos conceitos elementares relacionados a nosso estudo. Assim

sendo, apresentaremos nesta seção as Medidas de Tendência Central que tratamos em nosso estudo e que lhe são relevantes.

2.2.2.1 Conceito das Medidas de Tendência Central

As Medidas de Tendência Central tem despertado grande interesse dentro da Educação Estatística. Segundo Batanero et al. (1997), além de serem considerados conceitos estatísticos básicos, as medidas centrais são imprescindíveis em uma análise exploratória de dados, cujo ensino se recomenda nos novos currículos.

Inúmeras vezes, diante de representações tabulares ou gráficas, notamos que estas fornecem mais informações sobre o comportamento de uma variável do que os dados apresentados em um texto. Entretanto, podemos resumir determinado acontecimento por meio de uma única medida que é determinada com base nos valores obtidos e deve ser objetiva, descritiva dos dados e depender apenas de seus valores, sendo por eles devidamente influenciada. Tal medida faz parte de um conjunto de medidas denominadas Medidas de Tendência Central.

Guimarães e Cabral (1999 *apud* NOVAES e COUTINHO, 2008) traçam um paralelo entre o objetivo do cálculo das Medidas de Tendência Central e um conjunto de medidas que descrevem a forma do corpo humano: altura, busto, cintura e quadril: Com as medidas do corpo, podemos comprar roupas para uma pessoa, com pouca margem de erro, de forma análoga que as Medidas de Tendência Central permitem a construção de um retrato dos dados tratados.

Achamos tal comparação extremamente pertinente, já que as Medidas de Tendência Central, a nosso ver, visam a resumir certa quantidade de informações de um conjunto de dados em alguns números. Assim, a partir de tais medidas podemos inferir, como seria o conjunto de dados que a compõem.

Algumas vezes as pessoas utilizam o termo, “média” para identificar ou representar aquilo que é típico de um conjunto de dados e o uso inadequado de tal termo pode gerar confusão, pois a concepção das pessoas no que se refere à média não é bem definida. Em uma pesquisa social, este valor é chamado Medida de Tendência Central.

De acordo com Levin e Fox (2004, p.79), *“para o leigo, o significado do termo média em geral é vago, ou até mesmo confuso. A concepção do pesquisador social é muito mais precisa”*.

São consideradas Medidas de Tendência Central: Média Aritmética, Média Geométrica, Média Harmônica, Mediana, Moda⁶. Em nosso estudo, trataremos apenas de Média Aritmética, Mediana e Moda.

Para Novaes e Coutinho (2008), essas medidas são uma complementação das representações gráficas e tabulares que permitem a construção de um “retrato” dos dados tratados; podem ser utilizadas em conjunto, para auxiliar a análise dos dados ou individualmente, dependendo da necessidade, uma pode ser mais conveniente do que a outra.

Ainda, de acordo com Novaes e Coutinho (2008), não há uma discriminação rigorosa sobre qual dessas medidas deve ser utilizada ou qual é a mais adequada, a não ser em casos específicos. Contudo, devemos considerar a relação entre os dados, sua forma de apresentação e, sobretudo o objetivo do estudo do fenômeno.

Salientamos que tão ou mais importante que saber identificar ou calcular tais medidas, é saber exatamente qual, ou quais medidas utilizar em um determinado estudo.

Novaes e Coutinho (2008) acreditam que o uso adequado de uma dessas medidas ou da associação entre elas pode acrescentar informações importantes à tomada de decisão, contudo, devemos tomar cuidado se os procedimentos escolhidos não distorcem a informação, induzindo a um erro de análise.

Sem dúvida, a média aritmética é a Medida de Tendência Central mais utilizada, para obtê-la soma-se um conjunto de escores e divide-se esse resultado pelo número de escores. (LEVIN; FOX, 2004)

Segundo Novaes e Coutinho (2008), a Média pode ser interpretada como um ponto de equilíbrio dos valores de uma distribuição.

Encontrar a média é encontrar o valor que equilibra os dados como se fosse o fiel de uma balança. Podemos também dizer que a média equivale ao centro da massa de um conjunto de dados. Por considerar todos os valores observados, mesmo que discrepantes, a média é altamente influenciada pelos extremos (NOVAES e COUTINHO, 2008, p.47).

⁶ Além das Medidas de Tendência Central, são consideradas como medidas-resumo os Quartis, Decis e Centis.

Bussab e Morettin (2002) identificam a média aritmética como sendo um conceito familiar ao leitor, obtido a partir da soma das observações, dividido pelo número delas.

A mediana, conhecida também como segundo quartil⁷, é o valor tal que 50% dos valores observados sejam menores ou iguais a ele. Segundo Novaes e Coutinho (2008), é o valor que divide uma distribuição ordenada em duas partes com o mesmo número de elementos, com a mesma dimensão. É uma medida posicional que pode ser utilizada para melhor visualização da distribuição da variação do conjunto de dados que se está estudando.

Para Bussab e Morettin (2002, p.35) a mediana “*é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescente*”. Notamos que se o número de observações for par, a mediana será determinada pela média aritmética das duas observações centrais; caso o número de observações for ímpar, a mediana será o próprio valor que ocupa a posição central.

De acordo com Bussab e Morettin (2002, p.35) “*a moda é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados*”; em alguns casos podem existir mais de uma moda. Esta visão é compartilhada por Novaes e Coutinho (2008) ao afirmarem que a moda é o valor que mais se repete em uma distribuição.

Como anunciamos, algumas pessoas não têm clareza quanto à utilização dessas medidas. Nesse sentido, buscamos relatar a seguir alguns estudos sobre o uso adequado das Medidas de Tendência Central, bem como a leitura e interpretação de tabelas e gráficos que são elementos de nosso estudo.

2.3 ESTUDOS CORRELATOS

Nesta seção, relataremos alguns estudos referentes à compreensão de Medidas de Tendência Central e à leitura e interpretação de gráficos e tabelas, que, de várias formas, corroboram com nosso estudo.

⁷ Quartil é a divisão de uma distribuição em quatro partes iguais (NOVAES; COUTINHO, 2008).

Procuramos apresentar a importância do estudo, seu objetivo e principal resultado, como ele foi desenvolvido e em que ele contribui ou difere do nosso.

Magina et al. (no prelo) em um estudo intitulado “CONCEPÇÕES E CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS DE MÉDIA: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental”, que visa a analisar concepções de estudantes e professores sobre média, realizado com 287 estudantes e professores brasileiros, levanta em seu trabalho a questão de que a média, além de ser o conceito mais elementar da Estatística é também o mais utilizado na vida cotidiana, contudo, o fato de conhecer seu algoritmo e saber calcular a média não é garantia de sua compreensão.

Para analisar as concepções de estudantes e professores, foi desenhada uma pesquisa exploratória, que constou da aplicação de um instrumento diagnóstico que se refere à análise de três atividades que envolveram o conteúdo de média aritmética simples. Os sujeitos foram divididos em cinco grupos, a saber: 4ª série do Ensino Fundamental, 5ª série do E.F., iniciantes do curso de Pedagogia, concluintes do curso de Pedagogia e professores.

Os resultados foram apresentados quantitativa e qualitativamente, e indicaram que a média está longe de ser algo trivial para qualquer um dos cinco grupos, considerando seu desempenho nas atividades. Apenas o grupo de professores apresentou um desempenho claramente superior aos demais, ainda assim, só 18,6% conseguiram acertar as três questões. Ainda mais grave, é o fato de que nenhum dos quatro grupos de estudantes conseguiu um percentual de acerto nas três questões superior a 3,3%.

A análise qualitativa dos resultados revela as principais dificuldades apresentadas pelos alunos e destaca as seguintes concepções errôneas: confundir média com a soma de valores, confundir média com o valor máximo, tomar a média apenas pelos valores extremos e, que a média deve coincidir com, pelo menos, um dos valores. A análise dos dados revela, portanto, que a média apresentou-se como um conceito difícil de ser compreendido, tanto em crianças como em alunos de graduação.

Outro importante trabalho sobre Média, realizado por Cazorla (2003), denominado “Média aritmética: um conceito prosaico e complexo” teve como objetivo investigar o nível de conhecimento sobre a média aritmética. Foram aplicados, a 840 estudantes de diversos cursos de graduação, um questionário

informativo e uma prova contendo seis questões sobre a média e suas propriedades.

Nesse trabalho, Cazorla (2003, p.2) relata como a maioria das pessoas lida com o conceito de média de forma familiar e intuitiva, e como a média faz parte do cotidiano do cidadão e revela mais uma vez que *“apesar do aparente bom conhecimento do conceito média aritmética, observa-se que esse conhecimento refere-se ao domínio do algoritmo”*.

Os resultados apresentados, quando questionados sobre a definição de média, mostraram que 41,7% dos sujeitos definiram a média com o algoritmo, e ainda, 14,7% forneceram definições completamente erradas, outros 30,4%, nem responderam. Apenas 1,2% dos sujeitos descreveram atributos de caráter inferencial, os demais utilizaram outro atributo de caráter descritivo.

De acordo com Cazorla (2003, p.8), parece haver consenso entre os diversos autores de que *“a maioria dos alunos tem o domínio do conhecimento de procedimento para encontrar a média, mas um conhecimento conceitual bastante insatisfatório”*.

Os resultados encontrados mostram que o domínio do conceito de média está muito longe do desejável, atingindo apenas um nível razoável, o que é desapontador. A análise dos erros sugere a ausência do conhecimento conceitual da média em boa parte dos sujeitos. É preciso dar mais atenção ao conceito de média, tendo em vista seu potencial quanto estimador em seu uso na inferência estatística.

Batanero tem realizado inúmeros trabalhos importantes sobre a compreensão das Medidas de Tendência Central, entre eles encontramos “CONCEPCIONES DE MAESTROS DE PRIMARIA EN FORMACIÓN SOBRE LOS PROMEDIOS” (Batanero, et al., 1997). Pesquisa esta, realizada com 273 estudantes da Faculdade de Educação (futuros professores) que teve como objetivo explorar os conhecimentos e as dificuldades de compreensão desses alunos sobre o conteúdo básico estocástico, sobretudo dos itens relacionados à compreensão das Medidas Centrais.

As dificuldades encontradas são semelhantes às apresentadas por alunos de níveis inferiores, sobretudo as que se referem ao tratamento de valores atípicos e das relações entre a média, a moda e a mediana quando as distribuições não são simétricas. Tais dificuldades indicam que, apesar da

aparente simplicidade desses conceitos, sua compreensão apresenta dificuldades para estes alunos.

Os resultados apresentados mostram a falta de compreensão do algoritmo para o cálculo da média, o desconhecimento dos alunos sobre a relação entre média, mediana e moda em distribuições não simétricas, ou ainda, a crença de que todas as distribuições são simétricas. Esta relação não é fácil de compreender, porque não é clara com base no algoritmo de cálculo. O percentual de respostas incorretas foi alarmante em todos os itens.

Outra característica observada é que os alunos consideram que os valores da média, da mediana e da moda deveriam ser próximos entre si, não sendo suscetíveis aos efeitos da assimetria das medidas. Quanto às definições dessas medidas, embora alguns alunos tenham dado definições corretas das três medidas, foram observadas em outros casos que estas definições não são lembradas ou, algumas vezes, confundem os conceitos entre si.

Por fim, os resultados mostram a existência de erros conceituais e dificuldades de aplicação prática dos conhecimentos sobre as Medidas de Tendência Central. Esses pesquisadores apontam como explicação para a alta porcentagem de erros nos itens analisados, entre outros fatores, o ensino dessas medidas, geralmente, concentrado na apresentação de algoritmos e fórmulas, esta abordagem não permite que os alunos compreendam o sentido pleno do conceito.

Em outro trabalho, realizado com estudantes mexicanos, intitulado “Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato”, Meyén et al. (2007), apresentam as respostas a um questionário que mede a compreensão dos diferentes elementos do significado das Medidas de Tendência Central nos estudantes ao concluírem o ensino secundário. Os autores destacam que as medidas de posição central têm atraído muito interesse na pesquisa em Educação Estatística.

O objetivo do trabalho foi dar continuidade a uma pesquisa anterior realizada com alunos espanhóis e ver se as dificuldades encontradas no contexto espanhol são específicas ou compartilhadas pelos alunos em um contexto diferente de ensino.

A amostra foi composta por 125 estudantes do México, com idades entre 17 e 18 anos, do último ano do Ensino Médio. Os resultados foram comparados

com os de 144 estudantes espanhóis, entre 15 e 16 anos, matriculados no último ano do ensino secundário obrigatório.

O questionário visa a avaliar o significado que os estudantes mexicanos e espanhóis atribuem às Medidas de Tendência Central e considera, entre outros tipos de componentes do significado do conceito das medidas de posição central: compreender a definição de média, mediana e moda e compreender suas propriedades básicas, tanto numéricas como algébricas e estatísticas.

Os resultados indicaram que os dois grupos são homogêneos, no que se refere aos tipos de dificuldades apresentadas pelos alunos. Esses resultados são razoavelmente satisfatórios, pois os alunos reconhecem intuitivamente as propriedades da média e são capazes de realizar corretamente o algoritmo, contudo apresentam erros e dificuldades muito frequentes.

Outro estudo semelhante ao nosso foi realizado por Echeveste et al. (2006) intitulado “Um Estudo sobre o Nível de Conhecimento dos Alunos do 3º Ano do Ensino Médio sobre Estatística”, com o intuito de verificar o nível de conhecimento estatístico dos alunos do 3º ano do Ensino Médio. Um questionário foi aplicado a 201 alunos de escolas públicas e particulares do Rio Grande do Sul. O instrumento de pesquisa utilizado continha dez questões que, em razão dos subitens, totalizaram 15 perguntas, assim distribuídas: três sobre interpretação e construção de gráficos; cinco sobre medidas de tendência central (média, mediana e moda); duas sobre medida de variabilidade (desvio-padrão), duas sobre conceitos básicos de estatística (amostra, variável) e três sobre probabilidade.

Os resultados apresentados não surpreenderam; de maneira geral, os percentuais de acertos foram muito baixos. As questões que apresentaram maior percentual de acertos foram sobre o cálculo da média aritmética (83,1% e 59,2%). Em contrapartida, as questões que envolviam mediana e moda apresentaram-se entre aquelas com menor percentual de acertos (mediana:3,5% e moda:11,9% e 9%). Os pesquisadores concluíram que, de uma maneira geral, o aluno do 3º ano do Ensino Médio tem baixo conhecimento de estatística, especialmente, em relação às medidas: moda, mediana e desvio-padrão. A média aritmética, em contrapartida, apresentou o maior percentual de acertos, provavelmente, por se tratar de uma medida muito utilizada no ambiente escolar.

Araujo (2007) realizou um estudo cujo propósito era frisar a leitura e a interpretação dos dados em tabelas e gráficos. Em sua dissertação, a autora busca apoiada em um teste diagnóstico, investigar as "Concepções e competências de um grupo de Professores polivalentes relacionadas à leitura e interpretação de Tabelas e Gráficos". Os sujeitos da pesquisa foram 81 professores da rede pública e particular de ensino do Estado de São Paulo. As questões foram objetivas e dissertativas e envolveram a leitura, interpretação e construção de gráfico e tabelas, bem como a realização de previsões e inferências baseadas em informações contidas nessas representações. Com base nas respostas apresentadas pelos professores, a autora realizou uma análise qualitativa e quantitativa, apoiando-se nos acertos e erros e relacionando-os às concepções e dificuldades apresentadas.

Os resultados da pesquisa apontaram, no tocante aos problemas teóricos que os sujeitos estudados possuem concepções ao ler e interpretar tabelas, mas não demonstram essas concepções ao construí-las. No que tange às competências envolvidas na exploração de tabelas, esses mesmos sujeitos apresentaram um nível intermediário e, algumas vezes, avançado de compreensão, não descartando as experiências pessoais.

Quanto à leitura e interpretação de gráficos, os professores pesquisados apresentaram um desempenho favorável em questões com um nível de "Leitura dos dados"; por outro lado, nas questões que envolviam "Leitura entre os dados", os mesmos docentes apresentaram maior dificuldade.

Nas questões que envolviam o conceito de Média Aritmética, alguns dos sujeitos demonstraram não conhecer o cálculo de tal medida, e outros apresentaram dificuldades para reconhecer o zero nesse cálculo.

A autora constatou que a competência dos sujeitos ao ler e interpretar gráfico ficou mais evidente em questões que requeriam justificativas, já que em algumas questões eles respondiam, mas não justificavam.

Em sua dissertação de mestrado "Os Conceitos Elementares da Estatística a partir do Homem Vitruviano: Uma Experiência de Ensino em Ambiente Computacional", Silva (2008) realizou uma pesquisa cujo objetivo foi investigar as potencialidades de uma intervenção de ensino sobre os conceitos elementares de Estatística com alunos do Ensino Médio, construída apoiada em uma visita cultural (exposição de Leonardo Da Vinci), tendo como ferramenta o ambiente

computacional. Trata-se de uma pesquisa de cunho quali-quantitativo, em que foram realizados: um pré-teste, uma intervenção de ensino e um pós-teste, com 45 alunos do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo. Duas turmas foram alocadas aleatoriamente: um grupo experimental, que participou da intervenção e um grupo controle que teve suas aulas rotineiras. Os resultados apontaram desempenho estatisticamente superior do grupo experimental no pós-teste, concluindo que a intervenção de ensino ofereceu condições para uma aprendizagem significativa dos conceitos envolvidos.

Os conceitos que apresentaram melhores resultados foram os relativos à média aritmética, à leitura global de dados apresentados em gráficos e tabelas e à construção de gráficos e tabelas. O autor conclui que, apesar de terem ocorrido contribuições significativas, tais contribuições foram insuficientes para que os alunos adquirissem conceitos de moda e mediana e, também, apresentassem lacunas com relação à média aritmética. Silva (2008) propôs a necessidade de se iniciar trabalhos como esse, desde as séries iniciais, de forma a propiciar aos alunos melhores condições de aprendizagem, visando a um amadurecimento da apreensão dos conceitos ao longo do processo educacional.

Pagan (2009) realizou um estudo com 105 alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma Escola Pública de São Paulo, divididos igualmente em três grupos. O objetivo do estudo foi comparar os ganhos de aprendizagem de conceitos elementares da Estatística com base nas aulas de Geografia, Matemática e, aulas de Matemática aplicadas de forma Interdisciplinar.

O estudo constou da aplicação de um pré-teste e, posteriormente foram feitas as intervenções de ensino, sob diferentes abordagens, nos três grupos: Grupo de Geografia (GG), Grupo de Matemática (GM), e Grupo Interdisciplinar (GI). Ao final das intervenções foi aplicado um pós-teste a fim de verificar os ganhos proporcionados pelas intervenções.

A análise dos resultados indicou que as três intervenções apresentaram efeitos positivos quanto ao conhecimento dos elementos de Estatística estudados (construção de gráficos e tabelas; leitura e interpretação de dados apresentados em gráficos e tabelas; cálculo da média aritmética). Houve um ganho significativamente maior no grupo da Interdisciplinaridade (GI). Ainda, no que diz respeito à leitura e interpretação dos dados em tabelas e gráficos,

novamente, os alunos do grupo GI apresentaram melhor resultado diante desse elemento da Estatística.

A autora observou que os alunos têm maior facilidade para fazer a leitura de dados quando são apresentados em tabelas, e também comprovam saber utilizar corretamente a média aritmética.

Pagan (2009) concluiu que nos Grupos de Geografia e Matemática não houve diferença significativa quanto à apropriação de conhecimento dos elementos da Estatística, sendo que o primeiro foca mais a leitura e interpretação dos dados apresentados em tabelas e gráficos, enquanto nas aulas de Matemática, o enfoque maior ficou nas variáveis, nas frequências e nas Medidas de Tendência Central (média aritmética). Já na intervenção de ensino do grupo Interdisciplinar em que focamos todos os elementos da Estatística, o resultado encontrado foi superior ao dos outros dois grupos.

Ao responder a sua questão de pesquisa, a autora ressaltou que uma abordagem interdisciplinar provoca maior interesse, curiosidade e motivação por parte dos alunos, tornando os conceitos elementares da Estatística mais facilmente apreendidos e como consequência uma conscientização da importância da leitura dos dados apresentados em gráficos e tabelas, para que assim possamos inferir suas opiniões sobre o assunto baseados na compreensão estatística dos dados. Tais condições resultam em uma visão mais ampla quanto às noções básicas necessárias para tornar os alunos cidadãos críticos, perante a sociedade onde vivem.

Após relatar alguns estudos que, de certa forma, corroboram com nossa pesquisa, partiremos agora, para as Teorias que servirão de suporte e, com base nas quais, todas as etapas de nossa pesquisa serão influenciadas por seus pressupostos, sobretudo no que diz respeito à análise dos resultados apresentados por nosso estudo.

CAPÍTULO 3 – CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS QUE DÃO SUPORTE A NOSSO ESTUDO

Este capítulo é dedicado às ideias teóricas que dão suporte a nosso estudo. Buscamos apresentar a formação do conceito sob a visão da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, teoria essa que vem da área da psicologia da Educação Matemática que nos subsidiará para a elaboração e análise dos instrumentos diagnósticos de presente estudo.

3.1 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A FORMAÇÃO DO CONCEITO

Em nosso estudo, buscamos utilizar uma Teoria que justificasse nosso objetivo de maneira a valorizar o conceito a ser construído pelo aluno em seu desenvolvimento cognitivo, procurando fugir de uma valorização demasiada do uso de símbolos e fórmulas. Afinal, o desenvolvimento do presente estudo deu-se de forma a oferecer ao aluno oportunidades de expressar seu pensamento sobre os conteúdos estudados.

Tal busca nos levou à “Teoria dos Campos Conceituais”, elaborada por Gérard Vergnaud.

Um dos principais fatos que nos levou a estudar mais profundamente esta teoria foi a visão de Vergnaud sobre o papel da escola na Educação Matemática e seu significado para os alunos, visão essa que fica clara na frase de Vergnaud publicada na Revista Escola - setembro/2008, p. 32 a 36. : *“O problema é que a escola valoriza demais os símbolos e pouco a realidade. Os alunos não vêem utilidade naquilo e pensam: ‘Isso não me interessa. É abstrato e não serve para nada’”*.

Quando nos referimos a conceitos estatísticos, sobretudo os de média, moda e mediana, objetos de nosso estudo, temos em mente que não se pode simplesmente usar da definição para que haja uma compreensão desses

conceitos por parte dos alunos. A necessidade de identificação desses elementos em situações e problemas favorece a compreensão desses conceitos.

Nosso objetivo, portanto, é apresentar alguns aspectos da Teoria dos Campos Conceituais a fim de fornecer um quadro teórico que nos permita compreender, como nosso aluno aprende os conceitos inerentes à Estatística, no que diz respeito ao estudo da Média, Moda e Mediana.

De acordo com Vergnaud (1990), a teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, cujo objetivo é:

[...]fornecer um quadro teórico para a investigação sobre atividades cognitivas complexas, especialmente em matéria de aprendizagem da ciência e da tecnologia. É uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, a partir da conceituação do real, que permite identificar e explorar as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista do conteúdo conceitual (VERGNAUD, 1990; p.133)⁸.

Segundo Vergnaud (1998), as competências e concepções dos alunos desenvolvem-se gradativamente, de acordo com suas experiências em diferentes situações que ocorrem, tanto dentro como fora do âmbito escolar. Assim sendo, a experiência adquirida em determinada situação pode ser adaptada a uma próxima situação semelhante àquela. Dessa forma, a aquisição do conhecimento se dá por meio de um conjunto de situações e, portanto, restringe-se às experiências vividas pelo aluno.

Um determinado aluno é dito mais competente que outro, se ele possuir uma variedade maior de recursos para resolver determinada situação.

É importante salientar que o entendimento de um determinado problema não se encontra diretamente disponível em uma outra situação, o que exige do aluno uma reflexão sobre a nova situação, a fim de que este possa mobilizar os conceitos já adquiridos para encontrar a solução. O fato de um aluno levantar a argumentação de como não se deve proceder em uma determinada situação é um progresso. Faz-se necessário, portanto, a adaptação do conhecimento às situações novas.

Tendo em vista que a Teoria dos Campos Conceituais considera que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problema, precisamos

⁸ L'objet de la théorie des champs conceptuels est de fournir un cadre aux recherches sur les activités cognitives complexes, principalement sur les apprentissages scientifiques et techniques. C'est une théorie psychologique du concept, ou mieux encore, de la conceptualisation du réel : elle permet de repérer et d'étudier les filiations et les ruptures entre connaissances du point de vue de leur contenu conceptuel;

oferecer aos alunos o maior número de situações que visem a estender o significado de um determinado conceito, de forma que o aluno construa seu conhecimento.

Para Vergnaud (1996) *“um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através de situações e dos problemas que um conceito adquire sentido para a criança”*.

Vergnaud (1993) defende que o conceito é formado pela terna de conjuntos **S, I, R** (Situações, Invariantes e Representações), na qual:

- **S** é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;
- **I** é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
- **R** é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Esses três conjuntos estão ligados e relacionam-se entre si, constituindo partes essenciais da Teoria dos Campos Conceituais para definir como o sujeito abstrai o conhecimento. “Estudar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito, no decurso da aprendizagem, ou de sua utilização, é necessariamente considerar esses três planos ao mesmo tempo” (VERGNAUD, 1996, p.166).

Outro aspecto importante é que cada situação envolve uma série de conceitos e nenhum conceito é próprio de uma determinada situação. Para Vergnaud o conceito só adquire sentido para o sujeito por meio dos problemas a resolver e das situações. O autor distingue essas situações em duas classes:

- 1) classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
- 2) classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso. (VERGNAUD, 1993, p.2)

A organização invariante do comportamento do sujeito ao lidar com uma determinada classe de situações é chamada de esquema que funciona de forma distinta em cada uma das classes acima.

No primeiro caso, as formas de conduta do sujeito são geralmente automatizadas, organizadas por meio de um esquema único. Já, no segundo caso, pode-se observar o desencadeamento de diversos esquemas sucessivos, que descombinados e recombinados, acabam por desencadear o processo de solução do problema, esse processo gera novas descobertas essenciais ao desenvolvimento cognitivo.

Segundo o autor :

[...] um esquema é dinâmico e totalmente funcional, a organização do comportamento deve ser considerada como um todo (conjunto), que tem lugar durante um certo período de tempo (dinâmico) e é destinada a obter algo (funcional) (VERGNAUD, 1997, p.12).⁹

Vergnaud (1997) refere que, embora o esquema seja uma totalidade, ele é a combinação de diferentes tipos de elementos:

- Metas e expectativas;
- Regras para gerar ações de acordo com a evolução das diferentes variáveis da situação e, portanto, regras para coletar e verificar informações;
- Invariantes operacionais: coletar e selecionar as informações relevantes (conceito-em-ação) e tratar essa informação (teoremas-em-ação);
- Possibilidades de inferência (há sempre *hic es nunc* inferências quando o assunto é enfrentar uma tarefa; um esquema não é um estereótipo, mas uma organização universal, é relevante para uma classe de situações e não para uma única situação) (VERGNAUD, 1997, p.12-13).¹⁰

⁹ A scheme is dynamic and functional totality; the organization of behavior must be considered as a whole (totality); it takes place over a certain period of time (dynamic); and it is aimed at achieving something (functional).

- ¹⁰ goals and expectations;

- Rules to generate actions according to the evolution of the different variables of the situation and therefore rules to pick up information and check;
- Operational invariants: to grasp and select the relevant information (concept-in-action) and treat this information (theorems-in-action);
- Inference possibilities (there are always *hic es nunc* inferences when the subject is facing a task; a scheme is not stereotype but a universal organization; it is relevant for a class of situations and not for one situation only).

É, portanto, nos esquemas que os conhecimentos-em-ação do sujeito são investigados, neles verificamos os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operatória. Segundo Vergnaud (1998), em cada ação nós selecionamos apenas uma pequena parte da informação disponível; para que essa seleção seja feita é necessário que haja uma variedade muito mais ampla de categorias que salientem o amplo significado do objeto.

O autor (1998) salienta que os conceitos-em-ação são invariantes operatórios e, como tais, componentes essenciais de esquemas.

Conceitos-em-ação são relevantes ou não, ou mais ou menos relevantes para identificar e selecionar informação. Mas relevância ou irrelevância são diferentes de verdade e falsidade: não há significado em dizer que os conceitos do triângulo, ou número, ou simetria ou operação escalar, ou transformações são, elas mesmas, verdadeiras ou falsas; e ainda estes conceitos são conceitos matemáticos relevantes para caracterizar representação e ação em tarefas matemáticas (VERGNAUD, 1998, p.173).

Vergnaud (1998) considera, portanto, que os esquemas são compostos essencialmente de invariantes operatórios, que podem ser explícitos ou implícitos: os invariantes explícitos são expressos em palavras, gestos ou outras representações simbólicas; e os implícitos estão relacionados à ação do sujeito que não tem consciência dos invariantes que está usando. É neles que Vergnaud destaca o teorema-em-ação.

Os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação ou sequência de operações, para resolver um problema (MAGINA *et al*, 2001). Não se pode dizer que os teoremas-em-ação são teoremas propriamente ditos, já que, geralmente, não são expressos explicitamente, eles aparecem de forma intuitiva na ação do sujeito, de maneira geral, aplicam-se a uma ou outra situação, não podendo ser generalizados.

Teoremas-em-ação podem ser verdadeiros ou falsos. Esta é uma forte propriedade, assim como ela oferece a única possibilidade de fazer a ideia mais concreta de computabilidade e representação computável. (VERGNAUD, 1998, p.173).

Os teoremas-em-ação têm grande importância na Teoria dos Campos Conceituais, por meio deles é que podemos verificar as estratégias intuitivas do sujeito dentro da situação, e dessa forma auxiliá-lo na transformação do conhecimento intuitivo em conhecimento explícito. É no teorema-em-ação que a

representação surge como uma forma para simular a realidade eficazmente, por meio de imagens adequadas.

Nós temos representações computáveis para gestos e ações no mundo físico, para comportamento verbal e para a interação social. Estas representações podem estar certas ou erradas, vagas ou precisas, explícitas ou totalmente implícitas. Elas trabalham em qualquer caso como substitutas computáveis para a realidade, e por essa razão são compostas de teoremas-em-ação: proposições que são mantidas para ser verdade. (VERGNAUD, 1998, p.174).

Vergnaud (1998) ressalta que Representação é um conceito difícil, embora muitos pesquisadores prefiram outros termos, ou até mesmo, evitam o problema pela redução do pensar a fim de produzir regras, “há, ao menos, duas razões simples e ingênuas para considerar a representação como um assunto importante para o estudo científico”:

A primeira é que nós todos experimentamos representação como uma sucessão de imagens internas, gestos e palavras. A segunda é que as palavras e os símbolos que nós usamos para comunicar não se referem diretamente a realidade, mas para entes representados: objetos, propriedades, relações, processos, ações e construções, sobre os quais não há concordância automática entre duas pessoas (VERGNAUD, 1998, p.167).

Para Vergnaud (1998), a representação tem importante valor para a Matemática, já que os conceitos matemáticos têm suas primeiras raízes na ação e na representação de um mundo físico e social.

O autor lembra, ainda, que representação não é algo estático, mas um processo dinâmico, que depende muito da maneira como a ação é organizada.

Se uma teoria de representação é para ser útil, ela deve conter a ideia que a representação oferece possibilidades para ocorrerem algumas inferências. A representação nos capacita para antecipar eventos futuros, e gerar comportamentos para alcançar resultado positivo ou evitar alguns negativos (VERGNAUD, 1998, p.173).

Para Vergnaud, não se pode falar em situação-problema sem levar em consideração a representação.

Magina et al. (2001) afirmam que a complexidade dos problemas depende de uma série de fatores e, ao elaborar situações-problema é preciso fazer escolhas adequadas, tanto das situações, explicações, formulações como da representação adequada, de forma a auxiliar os alunos na construção de novos conceitos.

Considerando que a formação do conceito parte de situações e que estas se encontram no contexto do Campo Conceitual, buscamos na próxima seção

apresentar o Campo Conceitual do Tratamento da Informação, bem como as representações simbólicas que fazem parte de nosso estudo.

3.1.1 O Campo Conceitual do Tratamento da Informação

Como vimos na seção anterior, Vergnaud (1993) associa três elementos básicos (S, I, R) que dão sustentação à formação do conceito. Estes três elementos constituem o que ele chama de Campo Conceitual.

O Campo Conceitual é visto por Vergnaud (1993), como uma rede de conceitos que se apoiam mutuamente e são produzidos progressivamente. Dessa forma, a aprendizagem dos conceitos envolvidos ocorre progressivamente, ao longo do tempo, de acordo com a ação dos indivíduos em cada situação e pela mediação de diferentes sistemas de representação

Vergnaud (1982) acrescenta que o conhecimento deve ser visto dentro do campo conceitual, como um domínio que se desenvolve dentro de certo período de tempo, por meio da experiência, maturação e aprendizagem.

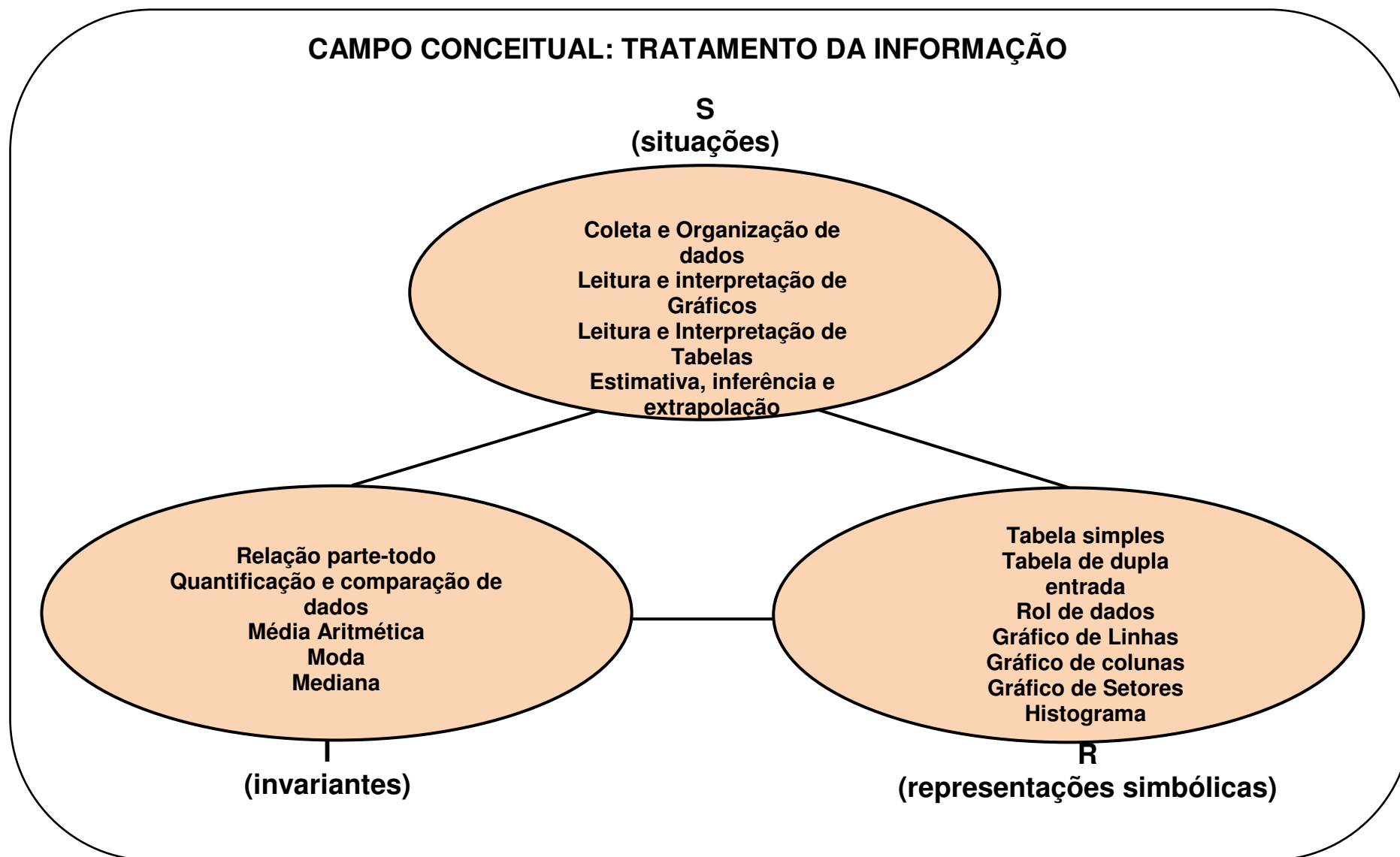
A experiência está diretamente relacionada às situações que favorecem a interação do sujeito com o objeto matemático. Essa interação independe do âmbito escolar, e está mais relacionada à vivência do sujeito. O fato do sujeito interagir com um conceito não implica necessariamente que tal conceito seja explícito para ele.

A maturidade está relacionada à estrutura cognitiva com que o sujeito compreende um determinado conceito. Tem a ver com o desenvolvimento biológico do sujeito. O desenvolvimento de suas estruturas biológicas favorece à cognição e, conseqüentemente, a apreensão de conceitos.

Já, no caso da aprendizagem, a apropriação do conceito está, geralmente, relacionada ao âmbito escolar, e é intencional. É exatamente aí que se inclui a atuação do professor como mediador do conhecimento, propondo situações que favoreçam o reconhecimento dos objetos matemáticos de forma que tais situações adquiram significado para o aluno.

No Esquema 3.1, apresentamos o Campo Conceitual do Tratamento da Informação, baseado em um esquema elaborado por Santos (2003), adaptado às nossas necessidades, com o objetivo de delinear o conjunto de situações, invariantes e representações simbólicas utilizados em nosso estudo.

CAMPO CONCEITUAL: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO



Esquema 3.1. Campo Conceitual: Tratamento da Informação (SANTOS, 2003) adaptado pela pesquisadora.

Em nosso estudo, trabalhamos as situações apresentadas acima da seguinte forma: na coleta e organização dos dados, os alunos efetuaram em sala de aula as medidas dos palmos que foram organizados como especificado mais detalhadamente no capítulo 4. Já na leitura e interpretação de gráficos e tabelas, foram apresentadas inúmeras situações com diferentes tipos de representações, a fim de proporcionar ao aluno a realização de previsões e estimativas.

Os invariantes envolvidos referem-se à estimativa de medidas de tendência central, bem como à comparação de dados, mediante a leitura de gráficos e tabelas apresentados.

Os mais diferentes tipos de representações simbólicas, gráficas, tabulares e rol de dados, foram utilizados e como, geralmente, são apresentados nos meios de comunicação. Assim cada uma das representações foi utilizada em distintas situações que envolvem simultaneamente ou não a média, a moda e a mediana.

Vale ressaltar que não utilizamos situações algorítmicas que resultaram de cálculos sistematizados e, sim, situações que visaram à estimativa por valores aproximados das medidas envolvidas em cada situação. Nesse caso, o caráter pessoal sobressaiu-se sobre a técnica.

Para Vergnaud (1998), algoritmos são esquemas que possuem um número finito de passos, são considerados cadeias; mas, nem todas as cadeias são algoritmos. Existem algoritmos espontâneos, algo que se descobre na resolução da situação, é, nesse tipo de algoritmos que estamos interessados em nosso estudo.

No que tange ao estudo das representações, Vergnaud (1998) abre um parêntese e afirma que, para ser útil, uma teoria dessas deve conter a ideia de que as representações devem oferecer possibilidades de inferência, ou seja, que elas sejam capazes de antecipar eventos futuros e gerar condutas para chegar a algum efeito positivo ou evitar algum efeito negativo.

Para Vergnaud (1990), as representações simbólicas (diagramas, gráficos, tabelas, etc.) podem ser decisivas para a extração das relações relevantes, contudo podem ser mal interpretadas. Dessa forma, as representações simbólicas devem ser utilizadas para representar problemas adequados ao nível dos alunos, já tais representações não são igualmente significativas para cada sujeito.

No caso de nosso estudo, os conceitos de média, moda e mediana, envolvidos podem ser considerados abstratos, já que não são diretamente

perceptíveis; isso torna o uso das representações gráficas e tabulares extremamente significativas, tendo em vista que tais representações aproximam o sujeito de suas concepções internas. A organização dos esquemas faz, portanto, parte da representação.

CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA

Este capítulo é dedicado à discussão da teoria metodológica de nosso estudo, além de descrever nosso experimento e apresentar o universo de pesquisa, os sujeitos, o material utilizado, bem como sua aplicação.

4.1 APRESENTAÇÃO TEÓRICO METODOLÓGICA DO ESTUDO

Nosso estudo teve por objetivo investigar as contribuições de uma intervenção de ensino, pautada na significação e estimativa das Medidas de Tendência Central, na leitura de gráficos e tabelas.

Para tanto, utilizamos uma metodologia de cunho quantitativo baseada na aplicação de um pré-teste, uma intervenção de ensino e um pós-teste, realizados com alunos do 3º ano do Ensino Médio, período noturno, de uma Escola Pública Estadual de São Paulo.

Visando a analisar os efeitos de nossa intervenção, contamos com um Grupo Experimental (GE) constituído por uma turma de 3º ano do Ensino Médio e um Grupo de Controle (GC), formado por outra turma do mesmo ano da mesma Instituição de Ensino. Tais grupos serão descritos detalhadamente, mais adiante, neste mesmo capítulo.

Na busca de um modelo que se adequasse a nosso estudo, localizamo-nos em um tipo de pesquisa descrita por Rudio (1992), como Pesquisa Quase-Experimental que se aproxima muito das pesquisas experimentais.

Consideramos, portanto, importante iniciar pela descrição desta última, a fim de delinear melhor nossa metodologia.

Rudio (1992, p.58) descreve Pesquisa Experimental como sendo aquela que *“está interessada em verificar a relação de causalidade que se estabelece entre variáveis”*, ou ainda, *“a relação entre fenômenos, procurando saber se um é causa do outro”*¹¹.

¹¹ Nota: Não faz parte da pretensão de nosso estudo entrar no mérito da discussão sobre a relação causa e efeito nas pesquisas experimentais das ciências humanas.

Gil (2002) complementa esta ideia ao enfatizar que a pesquisa experimental consiste essencialmente em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

Fiorentini e Lorenzato (2006) identificam dois tipos especiais de pesquisa experimental: a quase experimental e a experimental propriamente dita, e as diferencia, de acordo com os seguintes critérios:

- a) quase-experimental: é aquela em que a variável independente é manipulada pelo pesquisador, operando com grupos de sujeitos escolhidos sem o seu controle;
- b) experimental: é útil quando se deseja destacar as relações entre variáveis (previamente selecionadas); nele, as hipóteses desempenham importante papel e o pesquisador pode controlar tanto a variável independente como também a constituição dos grupos de sujeitos envolvidos na pesquisa. (FIORENTINI e LORENZATO 2006, p.105).

Segundo Gil (2002), um dos fatores que diferencia uma pesquisa experimental de uma quase-experimental é a aleatoriedade da escolha dos sujeitos que compõem os Grupos Experimental e de Controle.

No caso de populações como escolas, em que os sujeitos são divididos em subgrupos como classes, o caráter de aleatoriedade fica comprometido, tornando, assim, a pesquisa quase-experimental.

Em muitas pesquisas, procede-se à manipulação de uma variável independente. Nem sempre, porém, verifica-se o pleno controle da aplicação dos estímulos experimentais ou a distribuição aleatória dos elementos que compõem os grupos. Nesses casos, não se tem rigorosamente uma pesquisa experimental, mas quase-experimental (Campbell e Stanley, 1979 *apud* GIL, 2002, p.48).

Em nosso estudo, escolhemos os grupos aleatoriamente, no entanto os sujeitos que compõem cada um dos grupos foram previamente definidos pela Classe (salas) onde se encontravam, não estando a nosso alcance uma distribuição aleatória dos sujeitos dentro desses grupos predefinidos. Caracterizando, dessa forma um modelo quase-experimental.

Por exemplo, em populações grandes, como as de cidades, indústrias, escolas e quartéis, nem sempre se torna possível selecionar aleatoriamente subgrupos para tratamentos experimentais diferenciais, mas toma-se possível exercer, por exemplo, o completo controle experimental sobre esses subgrupos. Esses delineamentos quase-experimentais são substancialmente mais fracos, porque sem a distribuição aleatória não se pode garantir que os grupos experimentais e de controle sejam iguais no início do estudo. Não são, no entanto, destituídos

de valor. O importante nestes casos é que o pesquisador apresente seus resultados esclarecendo o que seu estudo deixou de controlar. (GIL, 2002, p.48).

Buscamos, após a definição por sorteio, dos grupos de controle e experimental de nosso estudo, submetê-los às condições diferenciadas de ensino.

A principal característica da nossa intervenção no grupo experimental é a de poder manipular certas variáveis relacionadas com o objeto de estudo, como por exemplo, a abordagem dos conceitos das medidas de Tendência Central e os tipos de gráficos e tabelas apresentados durante o estudo. Buscando, dessa forma, interferir na realidade, sendo o pesquisador um agente ativo, que interfere deliberadamente nas condições do experimento.

Segundo Rudio (1992), no caso de uma pesquisa quase-experimental, o objetivo do pesquisador é fornecer condições que favoreçam um ambiente mais próximo do mundo real, procurando controlar algum aspecto da realidade, a fim de observar se produz certos efeitos, sendo mais adequado, quando se pretende dizer de que modo ou por que causas o fenômeno é produzido.

Realizamos, portanto, um estudo comparativo, no qual utilizamos um Grupo Experimental (GE) e demos uma abordagem diferenciada ao ensino, buscando apresentar um maior significado às medidas de Tendência Central como Moda, Média e Mediana, visando sobretudo à estimativa de tais medidas, identificando-as diretamente com base nos gráficos e tabelas apresentados pela mídia. Assim, nossa intervenção de ensino foi mais voltada para a conceitualização e estimativa dessas medidas.

O outro grupo denominado Grupos de Controle (GC) foi submetido ao estudo dos mesmos conteúdos que o GE, só que por meio do método convencional de ensino, de acordo com o livro didático adotado pela Instituição de Ensino.

Entendemos como método convencional de ensino aquele no qual é apresentado o enunciado, seguido da demonstração e exemplos e posteriormente a aplicação dos conceitos apresentados, apoiada na resolução de exercícios, mais amparado no uso de técnicas e algoritmos.

Com isso, pretendíamos verificar se nossa intervenção facilita a leitura e interpretação de um mundo repleto de representações gráficas. Para tal, acreditamos que a utilização da metodologia adotada possibilitará a análise de nosso experimento, proporcionando uma melhor verificação dos resultados.

Os resultados apresentados foram analisados quantitativamente, com o auxílio do programa estatístico Statistical Package for Social Sciences-SPSS (NORUSIS, 1993) a fim de verificarmos se existiria ou não uma relação com a intervenção aplicada.

4.2 DESCRIÇÃO DOS SUJEITOS PARTICIPANTES

Os sujeitos de nosso estudo foram 57 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública Estadual de São Paulo, com idades entre 16 e 20 anos, distribuídos de acordo com a turma/série, em dois grupos: Grupo Experimental (GE) e Grupo Controle (GC).

Os grupos GE e GC foram determinados de forma aleatória, por meio de sorteio das duas turmas que a pesquisadora leciona.

Para análise dos resultados, consideramos como sujeitos de estudo, aqueles alunos que participaram dos Pré e Pós-testes nos dois grupos. No grupo GE, apenas os alunos que participaram dos seis encontros, nos quais realizamos nossa intervenção de ensino. Quanto ao grupo GC, consideramos apenas aqueles que assistiram a todas as seis aulas em que ministramos os conteúdos correspondentes à nossa intervenção de ensino aplicada no GE. Ressaltamos, portanto, que ambos os grupos foram vistos por esta pesquisadora.

Existe, portanto, uma mortalidade dos sujeitos de estudo. Os dados do Quadro 4.1 apresentam de forma sintetizada o número de alunos envolvidos no estudo.

Quadro 4.1. Alunos participantes do estudo.

	Total De Alunos	Pré-Teste	Pós-Teste	Excluídos*	Utilizados Na Análise
G E	37	35	35	7	30
G C	34	33	30	7	27

*Os alunos que foram excluídos de nossa análise não participaram de todas as atividades propostas, ou seja, pré-teste, pós-teste e intervenção de ensino.

Dessa forma, contamos com 30 sujeitos do GE e 27 do GC.

4.3 DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO DE PESQUISA

Nosso estudo encontra-se dividido em três etapas: um pré-teste que consta de um questionário aplicado aos dois grupos (GE e GC), uma intervenção de ensino aplicada ao GE e o ensino convencional aplicado ao Grupo de Controle, um pós-teste contendo as mesmas questões do teste inicial, porém em ordem diferente de apresentação, aplicado a ambos os grupos.

O pré-teste foi aplicado visando a identificar as dificuldades dos alunos em ambos os grupos e servirá para posterior comparação com os resultados do pós-teste. Após a aplicação e correção do pré-teste, elaboramos e aplicamos nossa intervenção de ensino que durou seis encontros. O pós-teste foi aplicado 2 meses após o término da intervenção de ensino, de forma semelhante ao pré-teste. Os detalhes da aplicação de cada fase desse estudo encontram-se descritos detalhadamente nas seções que se seguem.

4.3.1 Descrição do questionário

Com o propósito de analisar, diagnosticar e, posteriormente, aplicar nossa intervenção, elaboramos o pré-teste, que foi aplicado aos dois Grupos mencionados, que será descrito detalhadamente a seguir.

As questões propostas neste questionário foram idealizadas pela própria pesquisadora, elaboradas pensando na obtenção de elementos que permitissem a verificação da apreensão de conceitos estatísticos elementares, a saber: organização dos dados, leitura de dados pontuais e globais, noções de variabilidade, tipos de variáveis, conceitos de média, moda e mediana bem como interpretação dos significados dessas medidas. Para tanto, elaboramos um teste composto por oito questões dissertativas envolvendo a leitura e interpretação de gráficos e tabelas, bem como a realização das estimativas de medidas de tendência central, com o intuito de identificar e analisar as concepções sob a perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud descrita no Capítulo 3.

Os dados do Quadro 4.2 apresentam de forma sintetizada, uma visão do instrumento diagnóstico, indicando as questões, de acordo com a forma de representação utilizada e os itens estipulados, conforme o conceito abordado em cada questão.

Quadro 4.2. Descrição das questões.

Questão (q)	TABELA			GRÁFICO			DADOS
	Dupla entrada		Simples	Setores	Linhas	Barras	
Média	q1a	q6a, q6b	q4a	q2b	q7b	q8a	q5a
Moda	q1d	--	q4c	q2a	q7a	--	q5c
Mediana	q1b	q6c, q6d	q4b	q2c	--	q8c	q5d
Comparação, justificativa e outros	q1c, q1e	q6e, q6f	--	--	q7c	q8b	q5b

A questão de número 3 foi excluída do estudo por conter erros em sua elaboração, não permitindo sua análise.

A seguir, apresentamos o questionário em sua íntegra, descrevendo detalhadamente os objetivos específicos de cada questão e nossas expectativas com relação às respostas dos alunos.

Os critérios utilizados na correção para aceitar os valores aproximados estão descritos no capítulo de análise.

A Questão 1, composta por quatro itens, trata de uma tabela de dupla entrada, cujos valores são apresentados por números inteiros positivos. Ela aborda as notas de quatro alunos (André, Bruno, Carlos e Daniel) em quatro avaliações (1, 2, 3 e 4).

O objetivo desta questão foi investigar se o aluno sabia identificar as medidas de tendência central (média, moda e mediana) em uma tabela e diferenciar umas das outras e, em caso positivo, se ele conseguiria explicar que tal diferenciação ocorria em razão da variabilidade das notas de cada aluno da tabela. Procedemos com a análise prévia desta questão, após a apresentação de cada um de seus itens na Figura 4.3.

1. O quadro a seguir apresenta as notas de 4 avaliações de quatro alunos, André, Bruno, Carlos e Daniel, de uma sala. (As notas variam de 0 a 100)

ALUNO	Avaliação 1	Avaliação 2	Avaliação 3	Avaliação 4
André	80	20	0	0
Bruno	20	65	5	10
Carlos	50	0	0	50
Daniel	25	25	25	25

(fonte: dados fictícios)

Com base nos dados apresentados acima responda:

- a) Qual dos alunos obteve a maior média das quatro avaliações? _____
Por quê? _____
- b) As notas medianas de cada um dos alunos são iguais? ()Sim ()Não
Por quê? _____
- c) Em qual (quais) dos alunos a mediana e a média são iguais? _____
Por que você acha que isso acontece? _____
- d) Existe moda para as notas das avaliações de cada aluno?
Aluno A: ()sim ()não . Se sim, qual é a moda? _____
Aluno B: ()sim ()não . Se sim, qual é a moda? _____
Aluno C: ()sim ()não . Se sim, qual é a moda? _____
Aluno D: ()sim ()não . Se sim, qual é a moda? _____
- e) Nos casos apresentados acima, qual das medidas melhor representa a nota final de cada aluno: Média, moda ou mediana? _____ Por que? _____

Figura 4.1. Questão 1.

O item a aborda o conceito de média aritmética simples. Por se tratar de uma tabela com poucos valores, acreditamos que os alunos efetuariam os cálculos necessários para obtenção das médias. Queremos observar que se mesmo com alguns valores zero, o aluno obteria os valores corretos para as médias. Também estamos atentos para observar se o aluno realmente calcularia a média ou escolheria o valor mais alto das avaliações. Por fim, observamos se o aluno saberia ler corretamente a tabela, isto é, se ele obteria a média utilizando os dados das linhas ou se faria pelas colunas.

Nesse caso, as médias dos quatro alunos (A, B, C e D) são iguais a 25. Neste item, esperávamos que a maioria dos alunos fosse capaz de obter a média, pois tal tema é tratado desde as séries iniciais, portanto não acreditamos que houvesse grandes dificuldades na obtenção de tais medidas nem mesmo na comparação entre elas.

O item b aborda o conceito de mediana. Podemos verificar, que para o aluno A, a mediana é 10, para o aluno B é 15, e para os alunos C e D, 25.

Queríamos observar se o aluno perceberia a necessidade da organização dos dados para obtenção da mediana. Além disso, observamos se o aluno realmente calcula a média entre os dois valores centrais (2º e 3º escores) ou escolhe apenas um dos valores das avaliações. Também neste item, observamos se o aluno obtém a mediana utilizando os dados das linhas ou se faz pelas colunas.

O item c implica a comparação dos valores obtidos nos dois itens anteriores. Neste item queríamos apenas que o aluno refletisse sobre a distribuição das notas, e que as divergências se devem pelo fato da variabilidade das notas de cada aluno, quando comparados uns aos outros.

Por se tratar de uma tabela de valores com um número pequeno de dados, acreditávamos que nos itens b e c os alunos efetuariam os cálculos necessários para obtenção das medidas.

No item d, exploramos a Moda como enfoque principal. No caso do aluno A, a moda das notas das avaliações era 0, do aluno D, 25, já no caso do aluno C houve uma distribuição bimodal 0 e 50, e para o aluno B não houve moda.

Nesse item, queríamos observar se o aluno identificaria a Moda, como valor que apresenta frequência máxima nas quatro avaliações e não o maior escore; por exemplo, no caso do aluno André talvez nosso aluno entendesse como moda a nota 100, por ser o maior escore, no entanto a moda era a nota 0 (zero) por ser a que apresentava a frequência máxima.

Queríamos observar, também, se o aluno era capaz de distinguir os diferentes tipos de distribuição modal, pois existem aí duas distribuições unimodais (possui uma única moda), uma amodal (não possui moda) e outra bimodal (possui duas modas).

Acreditávamos que alguns alunos fariam certa confusão quanto à moda, já que em alguns casos a distribuição não era unimodal.

O item e objetivava investigar se o aluno se apropriava de alguns conceitos relativos às medidas centrais, identificando dentre as medidas encontradas, qual a que melhor retratava a situação de cada Aluno. Não esperávamos aqui que nosso aluno identificasse uma medida como sendo a correta, mas, sim, que ao escolher determinada medida justificaria corretamente o motivo pelo qual a escolheu.

Podemos supor que essa análise poderia ser o fator de complexidade da questão, pois, comumente, não é tratado nos livros didáticos e, possivelmente,

pouco explorado por parte dos professores. Sendo assim, este item envolveria uma compreensão mais ampla da estrutura dos dados apresentados, implicando a tomada de decisão apoiada em um ou outro ponto de vista e justificando corretamente o porquê da utilização da medida adotada.

A Questão 2 é composta por três itens e apresenta um gráfico de setores, cuja variável qualitativa, tipo de deficiência, está distribuída conforme a porcentagem da população deficiente no Brasil.

Esta questão teve por objetivo verificar se o aluno seria capaz de perceber que se tratava de uma variável qualitativa e que, sendo assim, não seria possível determinar medidas como Média e Mediana.

Vejamos na Figura 4.2, a questão e seus respectivos itens, acompanhados da análise a priori de cada item.

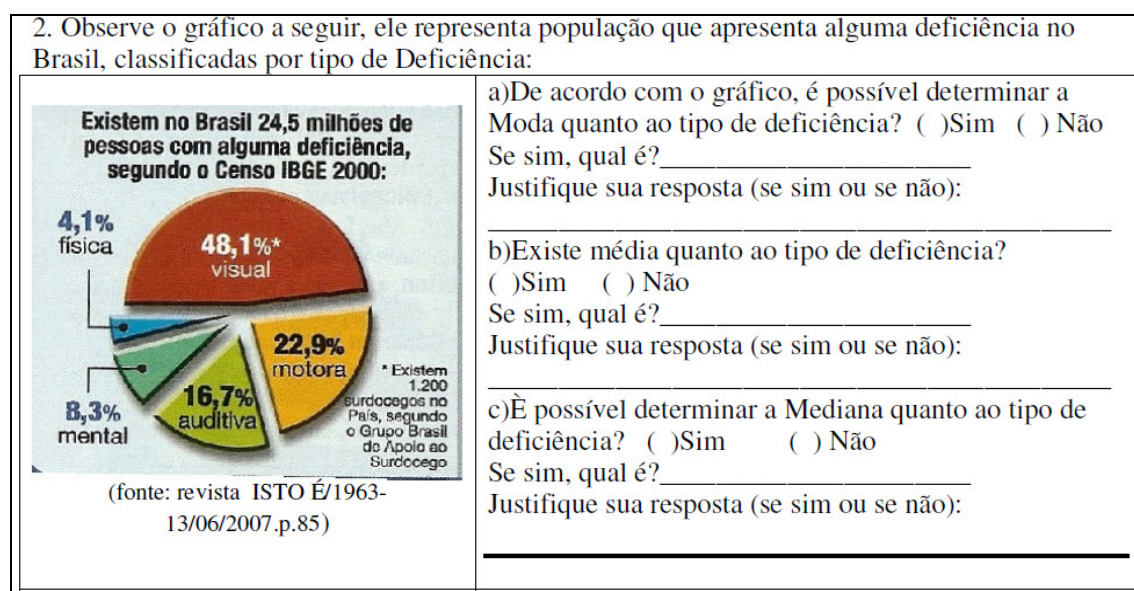


Figura 4.2. Questão 2.

O item a solicitava apenas que o aluno identificasse a moda como o tipo de deficiência de frequência máxima no gráfico. Nesse caso, a moda seria a deficiência visual.

Acreditávamos que neste item os alunos seriam capazes de identificar a deficiência visual como a moda, porém era esperado que a maioria dos alunos identificaria a medida percentual como tal valor, já que estão implicitamente habituados a dar números como resposta.

Os itens b e c abordavam a obtenção da Média e da Mediana, respectivamente, com base em um gráfico de setores que apresentava uma variável qualitativa, da qual não seria possível determinar tais valores. Portanto, parecia claro que esta requeria apenas a identificação do tipo de variável, já que não havia necessidade de comparação de valores ou cálculos.

Podemos inferir que, por se tratar de uma questão proposta por um professor de matemática, o aluno procuraria dar uma resposta numérica, também, nos itens b e c; em outras palavras, seria possível que o aluno somasse as cinco porcentagens que constam no gráfico e em seguida dividisse essa soma por cinco, encontrando assim a “média” solicitada, ou identificasse a deficiência auditiva como a Mediana, por ser a terceira, na ordem classificatória. Diante disso, entendemos que a complexidade da questão ocorre por um fator relevante que é a crença que todo problema matemático pede uma resposta numérica. Esse fator poderia impedir que o aluno percebesse que se tratava de uma variável qualitativa, o que, portanto, não permitia que se calculasse a Média e a Mediana.

Acreditávamos, também, que, mesmo que alguns alunos não tivessem dificuldades em identificar que não seria possível obter os valores de média e mediana, os mesmos não saberiam justificar corretamente o motivo pelo qual esses valores não existiam.

A Questão 4, composta por três itens, apresenta uma tabela simples, em que estão representados os valores de subornos recebidos por algumas delegacias de Polícia da Capital.

O objetivo da questão era observar se o aluno seria capaz de identificar as Medidas de Tendência Central diretamente em uma tabela simples em que os valores estão explícitos.

A questão encontra-se na Figura 4.3 com seus respectivos itens, analisados individualmente.

4. A tabela a seguir foi extraída de uma reportagem que denuncia as fraudes e subornos em Delegacias de Polícia da Capital do Estado de São Paulo.

Com base nos dados apresentados na tabela, responda:

a) A média em Reais dos valores recebidos nestas delegacias é aproximadamente:

b) Qual é a mediana?_____

c) E a moda?_____

DELEGACIAS E DINHEIRO

Delegacias	R\$
5ª Seccional (Leste)	5 mil
6ª Seccional (Santo Amaro)	760
42º DP (Parque São Lucas)	1 mil
81º DP (Belenzinho)	1 mil
98º DP (Jardim Miriam)	400
27º DP (Campo Belo)	400
35º DP (Jabaquara)	400
16º DP (Vila Clementino)	350
57º DP (Parque Mooca)	320
30º DP (Tatuapé)	300
97º DP (Americanópolis)	800
10º DP (Penha)	800
70º DP (Sapopemba)	800
48º DP (Cidade Dutra)	410
31º DP (Vila Carrão)	300

(fonte: REVISTA ISTOÉ/1962-6/6/2007. p.41)

Figura 4.3: Questão 4.

O item a sugeria que o aluno obtivesse a Média a partir dos valores da tabela. Acreditávamos não haver problemas na obtenção dessa Medida, já que a tabela apresentava uma quantidade limitada de valores. Esperava-se com isso que os alunos tentassem obter a média pelo uso do algoritmo. Foram aceitos valores aproximados, com certo grau de tolerância, para aqueles que porventura tivessem sido obtidos por estimativa. O valor obtido deveria ser R\$ 869,33.

O item b requeria que os alunos obtivessem a mediana com base nos dados apresentados, o que sugeria que os dados deveriam ser organizados a fim de se obter essa medida central. Contudo, não exigia um nível de complexidade muito elevado, já que a quantidade de dados era pequena e, portanto, tal organização poderia ser feita rapidamente. Esperava-se que os alunos não sentissem dificuldade nesse item. O valor da mediana era R\$ 410,00.

O item c solicitava o valor da Moda, neste caso, tínhamos uma distribuição bimodal, R\$ 400,00 e R\$ 800,00. Esperávamos com isso que os alunos reconhecessem os dois valores de frequência máxima como tal. No entanto, acreditávamos que a maioria não identificasse tais medidas, já que, neste caso, existem duas medidas como sendo a Moda. Esperava-se, também, que alguns alunos sugerissem que a moda fosse o maior valor e não o mais frequente.

A Questão 5 está dividida em quatro itens e foi elaborada pensando em uma análise exploratória dos dados. Nela encontravam-se listados, distribuídos aleatoriamente, sem nenhum tratamento, o número de filhos por mulher em uma determinada cidade. Com isso, esperava-se observar se o aluno perceberia a necessidade de organizar os dados coletados e obter a partir deles as medidas centrais.

5. Os resultados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD 2007) apontam que a média de filhos por mulher brasileira é de 1,8 filhos por mulher. Numa determinada cidade foram entrevistadas 60 mulheres que responderam a seguinte pergunta: “Quantos filhos vocês têm?”. Foram coletados os seguintes dados, que ainda não foram organizados e tratados. 3, 0, 2, 2, 4, 2, 2, 1, 1, 0, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 2, 2, 0, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 0, 2, 2, 1, 3, 4, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 1, 0, 2, 3, 2, 2, 0, 0, 2, 1, 2 (fonte: dados fictícios) Na amostra acima: a) Qual é a média aproximada? _____ b) Você acha que a média dessa cidade é maior, menor ou igual, se comparada à média do Brasil? _____ c) Qual é a moda, nesse caso? _____ d) E a mediana? _____

Figura 4.4. Questão 5.

O item a da questão 5, apresentada na Figura 4.4, solicitava que o aluno indicasse qual era a média aproximada, não havendo para isso necessidade do uso do algoritmo; no entanto, nossa expectativa era que tal cálculo fosse feito, pois os alunos sentem-se sugestionados a efetuar cálculos sempre que uma quantidade de números é apresentada e é solicitado um único valor como resposta. Tal valor era, aproximadamente, 1,63 filhos por mulher. Acreditávamos que os alunos respondessem utilizando um número inteiro, já que consideravam inapropriado o uso de uma medida, como um filho e meio, por exemplo. Nesta questão, foram aceitos como corretos valores aproximados obtidos por estimativas, já que este era nosso objetivo principal, considerando, contudo uma margem de erro considerada aceitável.

O item b visava comparar a média obtida no item a com a média brasileira, apresentada no enunciado do exercício. Acreditávamos que os alunos não sentiriam dificuldades para comparar os dois valores, a menos que não tivessem obtido o valor médio solicitado no item a.

O item c tinha por objetivo verificar se o aluno era capaz de identificar a moda em um conjunto de dados. Queríamos verificar se o aluno identificaria tal

medida, como o valor de frequência máxima ou como o maior escore, o que nos parecia comum acontecer nesses casos. Nesse caso, a moda era de dois filhos por mulher. Acreditávamos que este item não oferecia grande dificuldade, já que bastava apenas verificar (por meio de contagem) a quantidade de cada um dos escores.

O item d questionava os alunos quanto à mediana. Esperava-se para tal que o aluno organizasse os dados, a fim de obter o escore central, em ordem classificatória que, nesse caso, seria a média aritmética entre os 30º e o 31º escores, ou seja, dois filhos por mulher.

Acreditávamos que nesse item o aluno não indicaria um valor decimal para a mediana, pois se espera que o número de filhos seja sempre um número inteiro. Além disso, apesar do fato de termos uma quantidade par de elementos acreditávamos que o aluno não apresentaria dificuldades, já que o 30º e o 31º escores possuem valores iguais e inteiros.

A Questão 6 estava dividida em seis itens e tratava de uma tabela de dupla entrada em que eram apresentados nas colunas os valores de emissão de CO₂, em milhões de toneladas, em porcentagem do total mundial e em toneladas por habitante e nas linhas, os países.

Nesta questão, queríamos explorar as medidas centrais dos dados provenientes de uma tabela de dupla entrada. O que diferia esta questão da questão 1 é o caráter original, já que na questão 1 os dados eram fictícios, enquanto que a questão 6 tratava da realidade sobre um tema de repercussão mundial. Além disso, os valores descritos encontravam-se em diferentes unidades de medidas e apresentavam-se na forma decimal. Acreditávamos que tais características atribuissem a esta questão um fator gerador de dificuldade. Outro fator que talvez pudesse interferir na resposta era o alinhamento dos valores à esquerda, dificultando a identificação visual da grandeza em questão.

Na Figura 4.5 apresentamos a questão e, em seguida, a análise de cada um de seus itens.

6. A tabela a seguir foi extraída de uma reportagem que indica os dez países que estão na lista como maiores emissores de gás carbônico no ano de 2003, um dos principais responsáveis pelo aquecimento global.

Os dez mais
Saiba quem são os dez maiores emissores de CO₂ do planeta
(ano: 2003).

País	Milhões de toneladas de CO ₂	% do total mundial	Toneladas de CO ₂ por habitante
Estados Unidos	5.777,7	22,27%	19,9
China	4.497,1	17,34%	3,5
União Européia	4.003,2	15,43%	8,8
Rússia	1.581,0	6,10%	10,9
Japão	1.258,2	4,85%	9,9
Índia	1.148,3	4,43%	1,1
Alemanha	865,1	3,34%	10,5
Reino Unido	552,6	2,13%	9,3
Canadá	543,5	2,10%	17,2
Coreia do Sul	489,0	1,89%	10,2

(fonte: REVISTA PLANETA ED.414 MARÇO/2007 p.46)

A média mundial é de aproximadamente 4,3 toneladas de CO₂ por habitante.

PARA RESPONDER AS QUESTÕES A SEGUIR VOCÊ DEVE CONSIDERAR APENAS OS DEZ PAÍSES QUE CONSTAM NA TABELA ACIMA

a) Qual é a média aproximada de Toneladas de CO₂ por habitante?

b) Qual é a média aproximada de Milhões de Toneladas de CO₂ emitida?

c) Qual é mediana de Toneladas de CO₂ por habitante?

d) Qual é a mediana em Milhões de Toneladas de CO₂ emitida?

e) A China está acima ou abaixo da média de emissão de milhão de toneladas de CO₂?

f) A China está acima ou abaixo da média de Toneladas por habitante?

Justifique sua resposta da questão f)?

Figura 4.5. Questão 6.

Nos itens a e b, questionamos a respeito da média dos valores apresentados em diferentes colunas. No item a, a média é 10,1 ton. de CO₂/hab; no item b, a média é 2071,6 milhões de ton. de CO₂/hab. Nesse caso, queríamos verificar se o aluno era capaz de distinguir e identificar que os valores diferem sobretudo, em razão do caráter das variáveis dependentes.

Nos itens c e d, questionamos sobre a mediana, nesse caso, esperávamos que o aluno fosse capaz de identificar a variável em questão, aí então, classificar os escores apresentados para obter as medianas de cada variável, respectivamente. Os valores corretos para as medianas em questão eram: no item a 10,05, e no item b 1203,25.

Os itens e, f sugeriam uma comparação da China com as médias das duas colunas. Isto porque se esperava que o aluno além de estimar as medidas centrais fosse capaz de identificar as variáveis e seu caráter significativo. Isto pressupunha, além da leitura, uma análise das variáveis apresentadas.

A Questão 7 dividia-se em três itens e apresentava um gráfico de segmento, onde a área abaixo da linha representava a distribuição da renda familiar em Reais dos estudantes de nível superior. No eixo horizontal, estavam as faixas de renda e no eixo vertical, o total de estudantes.

Esta questão, a nosso ver, representa a de maior dificuldade de todas. Nosso objetivo era verificar se o aluno conseguiria estimar as medidas centrais da variável renda que, nesse caso, era a variável independente e encontrava-se no eixo horizontal.

A questão encontra-se na Figura 4.6, e cada um de seus itens serão analisados individualmente.

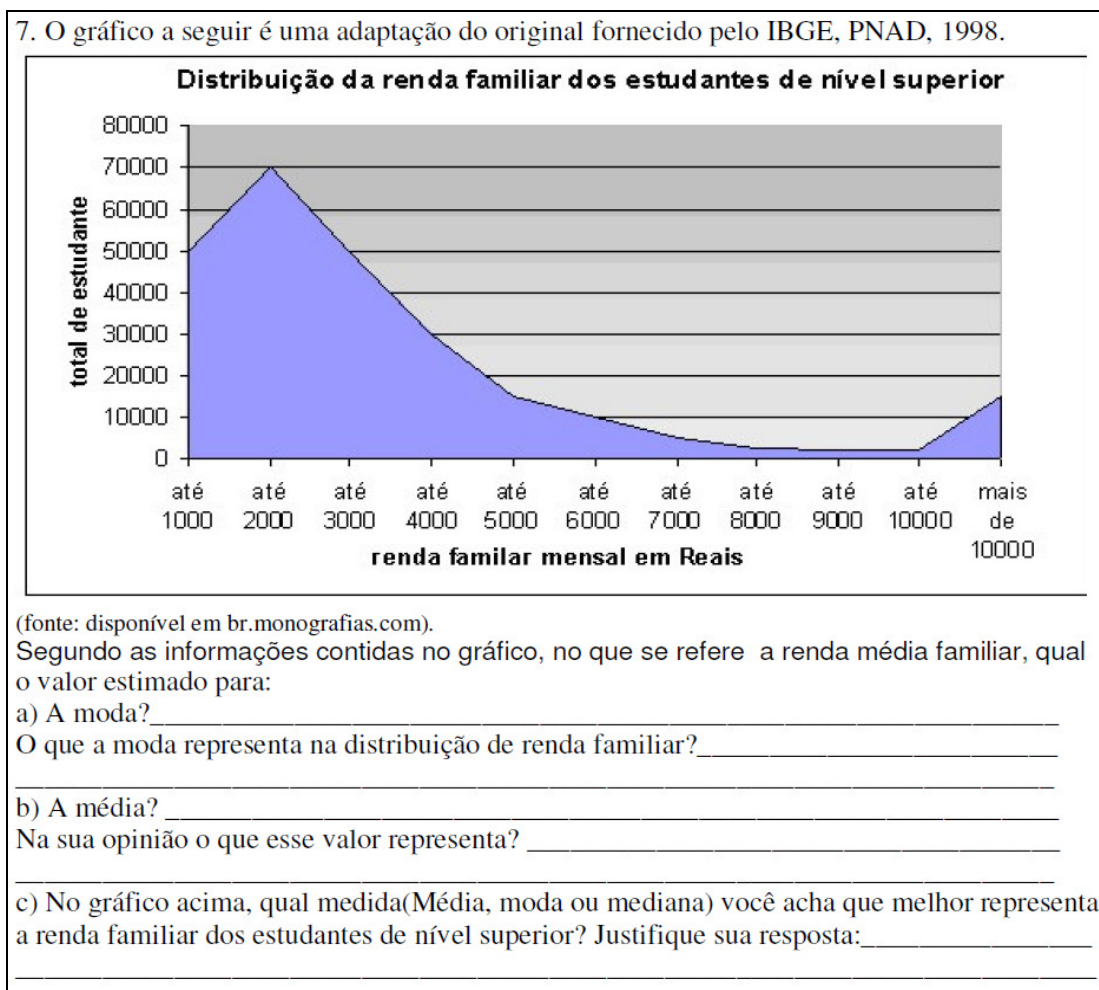


Figura 4.6. Questão 7.

O item a abordava a noção de moda. Nesse caso, questionamos a variável renda familiar, assim a moda referia-se à maior coluna, ou seja, até 2.000. Dessa forma, acreditávamos que tal item não oferecesse dificuldades de interpretação.

O item b abordava o conceito de média, nesse caso, a obtenção de um valor exato ficava comprometida pela distribuição dos dados no eixo vertical. Além disso, os valores até 1.000 e acima de 10.000 não eram valores definidos e não se era possível estimar. Dessa forma acreditávamos que os alunos tentariam responder a média de estudantes ao invés de identificar a natureza da variável.

Nesse item, esperávamos que o aluno percebesse que a média estava em torno de 3.500, embora não se pudesse determinar um valor específico.

O item c implicava uma investigação sobre qual a melhor medida a ser utilizada. Como a média e a mediana ficavam comprometidas pela distribuição da variável, acreditávamos que o aluno responderia a outra opção (moda). Contudo não sabíamos se este seria capaz de justificar o motivo de sua escolha.

A Questão 8 apresenta um gráfico de barras horizontais e encontra-se dividida em três itens. Nela estão representados os valores de importações em bilhões de dólares, de acordo com o país.

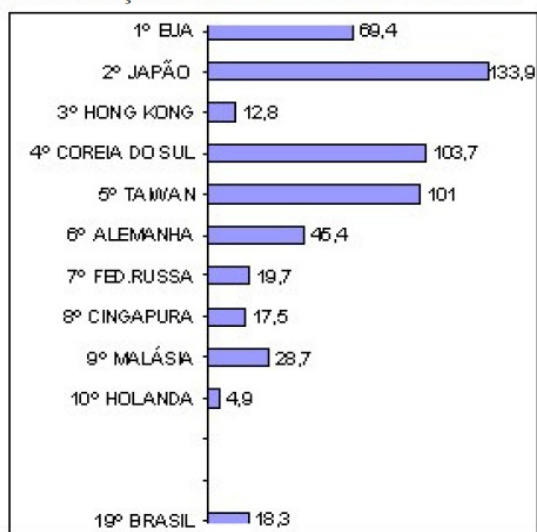
Na questão, procurávamos explorar as medidas centrais em um gráfico de barras horizontais. Além de seu formato, o fato da quantidade de dados ser pequena, nesse caso, acreditávamos que facilitaria sua leitura e sobretudo a obtenção dos valores das medidas centrais.

Nesta questão, o gráfico utilizado apresentava os valores de importações em bilhões de Dólares dos principais parceiros comerciais da China. O assunto foi tratado nas aulas de História, em que foi discutido o fato de que esses países não estão dispostos, neste gráfico em ordem, de acordo com as importações, e, sim, conforme seu grau de parceria comercial com a China. Aqui, buscamos apenas explorar a questão do ponto de vista matemático.

Na Figura 4.7 destaca-se a questão com cada um de seus itens e será feita uma análise individual deles.

8. O gráfico a seguir apresenta as importações dos principais parceiros comerciais da China no ano de 2007.

IMPORTAÇÕES EM BILHÕES DE DÓLARES



(fonte: Departamento de Relações Econômicas Gerais da China. Obtido em Guia do Estudante: Atualidades Vestibular, 1º semestre 2008, p.51)

Com base nas informações apresentadas no gráfico responda:

a) Considerando os dez maiores parceiros comerciais da China, qual é média de importações em bilhões de Dólares? _____

b) Se considerarmos o Brasil, essa média aumenta ou diminui? _____
Por que? _____

c) Qual é a mediana das importações dos dez principais parceiros comerciais da China em bilhões de Dólares? _____

Figura 4.7. Questão 8.

O item a questiona a média dos dez maiores parceiros nesse caso, os países que estão descritos de um a dez no eixo vertical, ou seja, 53,7 bilhões de dólares. Queríamos verificar nesse item se nosso aluno iria considerar o Brasil, entre esses países, já que este apesar de aparecer em 19º apresentava um índice de importação superior aos que se encontravam em 8º, 9º e 10º lugares.

O item b requeria uma leitura mais crítica, já que busca uma comparação entre a média dos dez primeiros e a média dos 11 países apresentados no gráfico. Contudo, não oferecia dificuldades, já que, bastava verificar que o Brasil encontrava-se abaixo da média.

O item c abordava a identificação da mediana. Nesse caso, queríamos observar se o aluno indicaria a Alemanha, por ser o 6º país (já que foram apresentados 11 países no gráfico), ou se faria a média entre os 5º(Taiwan) e 6º(Alemanha) países, de acordo com sua classificação (no caso Taiwan e Alemanha); ou se faria a classificação, de acordo com as importações, obtendo a média entre os países que apresentam os 5º e o 6º escores, nesse caso, Malásia e Alemanha (o valor correto devia ser 37,5 bilhões de dólares).

Queremos salientar que apesar das expectativas apresentadas em cada um dos itens citados anteriormente, no que se trata das questões que envolvem os conceitos de Moda e Mediana, não esperávamos um grande número de

acertos, pois não tínhamos a certeza se estas medidas já tinham sido trabalhadas com esses alunos nas séries anteriores. Apesar de estarem concluindo o Ensino Médio, de acordo com a nova Proposta do Estado de São Paulo, tais medidas estão citadas apenas no 4º bimestre do 3º ano do EM.

Apesar disso, acreditávamos que nos itens que se referiam à moda alguns alunos seriam capazes de identificá-la, pois tal medida apresenta, a nosso ver, uma característica dedutiva, o que, porém, não implica uma conceitualização da mesma.

4.3.2 Da aplicação do Instrumento diagnóstico

O questionário foi aplicado aos Grupos GE e GC em uma mesma data, durante as aulas de Parte Diversificada em Matemática (PDM), pela Professora-Pesquisadora utilizando, para tal, aulas duplas com duração de 90 minutos em cada uma das turmas.

O questionário foi impresso em folhas de papel A4, com imagens coloridas, a fim de proporcionar uma melhor visualização dos gráficos apresentados, contendo espaços para as respostas dos alunos, que utilizaram lápis, caneta e borracha para resolução das questões.

Não foi permitido o uso de calculadoras ou celulares durante a aplicação do instrumento, a fim de evitar que os cálculos fossem realizados por esses instrumentos, favorecendo dessa forma uma busca de meios de estimativa de valores.

Os alunos puderam, caso desejassem, usar uma folha como rascunho para efetuar eventuais cálculos que julgassem necessário, e que deveriam, portanto, anexá-la ao questionário.

4.4 DESCRIÇÃO DA INTERVENÇÃO DE ENSINO

O item que se segue visa a descrever com detalhes a intervenção de ensino realizada com os Grupos Experimental e de Controle.

4.4.1 Descrição do ensino realizado com o Grupo Experimental

Nossa intervenção de ensino, realizada com o Grupo Experimental, ocorreu durante seis encontros de 100 minutos cada, organizados sempre em aulas duplas, realizados semanalmente, por esta pesquisadora, durante as aulas de PDM.

Desenvolvemos a intervenção com o objetivo de proporcionar aos alunos uma abordagem diferenciada no ensino, pautada na significação das Medidas de Tendência Central como Moda, Média e Mediana, visando, sobretudo, à estimativa de tais medidas, identificando-as diretamente a partir de gráficos e tabelas apresentados pela mídia. Assim, esta intervenção de ensino foi voltada para a conceitualização e estimativa dessas medidas. Buscamos, dessa forma, proporcionar maior compreensão dos conceitos estudados.

Os gráficos e tabelas utilizados na intervenção foram retirados do material oferecido aos alunos na disciplina de PDM (Guia do Estudante – Atualidades) e outros retirados de jornais, revistas e/ou internet, que foram apresentados aos alunos com o uso de um projetor “data show”. As questões foram respondidas no próprio caderno do aluno. Não havendo, assim, necessidade de um material diferenciado para a resolução dos problemas apresentados.

O quadro negro foi usado para explicações, esclarecimentos de dúvidas e institucionalização dos conceitos.

Em todos os encontros os alunos trabalharam em grupos de três ou quatro, a fim de facilitar a troca de experiências. Contudo, a formação dos grupos não era constante.

A seguir, faremos a descrição de cada um dos encontros realizados:

Encontro 1:

Em nosso primeiro encontro propusemos uma introdução ao estudo da estatística, visando à identificação dos principais elementos de uma pesquisa estatística.

Procuramos, portanto, propor aos alunos que identificassem os elementos presentes em um estudo Estatístico. Para tanto, fizemos uma pequena simulação em sala de aula de um estudo proposto pelos próprios alunos, no qual pudéssemos coletar e tratar os dados em uma mesma aula. Mediante algumas sugestões propostas pelo grupo, decidimos, em comum acordo que estudássemos o tamanho do palmo. Assim, as medidas foram tiradas pelos próprios alunos e descritas no quadro pela professora para que todos tivessem acesso aos dados.

Já com dados listados, de forma não organizada, os alunos foram questionados sobre o que era preciso para se fazer uma pesquisa estatística.

Os seguintes elementos foram listados:

- sujeitos da pesquisa, com base no qual pudemos descrever a população, a amostra populacional e o indivíduo em questão;
- o elemento de estudo, no caso a medida do palmo, que possibilitou a descrição da variável de estudo;
- o que se pretende com a pesquisa, no caso estabelecer uma medida padrão para o palmo de todos os sujeitos pesquisados, o que proporcionou a introdução de conceitos de medidas de tendência central.

Cada um dos itens mencionados acima foi citado no primeiro encontro, sendo, portanto, necessários outros encontros, a fim de que houvesse maior aprofundamento dos conceitos relacionados.

Nesse encontro, buscamos apresentar aos alunos a organização dos dados estatísticos, sendo assim, estes foram classificados em ordem crescente e organizados em uma tabela de frequências, que pudemos também representar em um esquema gráfico de frequências tipo “*dot-plot*”¹².

Dessa forma, os alunos já puderam ter uma noção de como ficou a distribuição dos dados coletados, puderam, assim, fazer inferências, a princípio estimativas sobre qual seria o palmo “médio” dessa turma e qual seria o tamanho do palmo mais comum ou mais “frequente”.

¹² “dot-plot”: tipo de gráfico que consiste no agrupamento de pontos relacionados a dados estatísticos traçados em uma escala simples. Geralmente, usados para dados quantitativos, sobretudo quando há uma pequena quantidade de pontos.

Encontro 2:

Com o auxílio de um “data-show”, apresentamos aos alunos diversos tipos de gráficos e tabela, alguns deles mostrados na Figura 4.8 e, então, questionamos os alunos quanto aos elementos de estudo constantes nesses gráficos e tabelas.

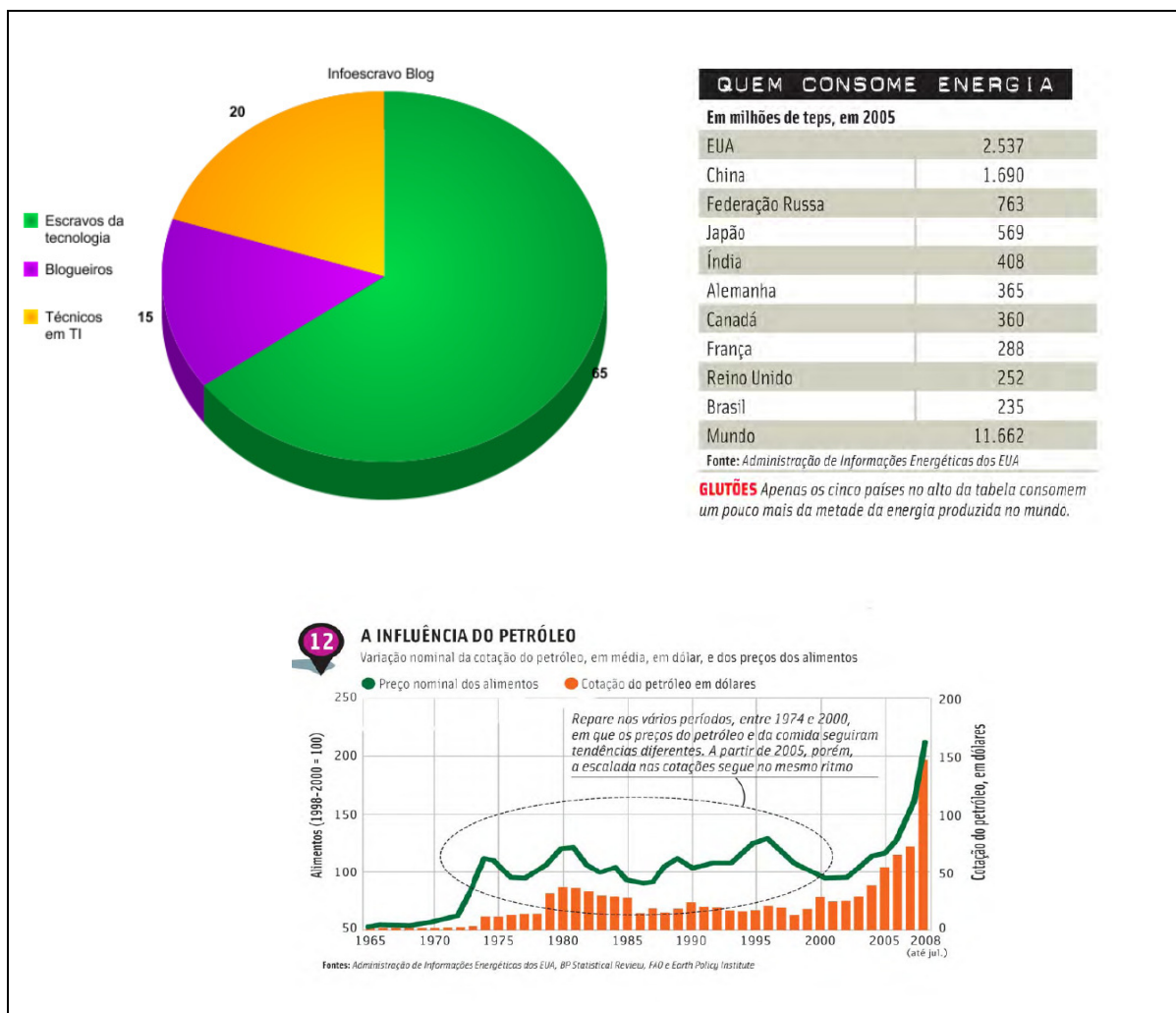


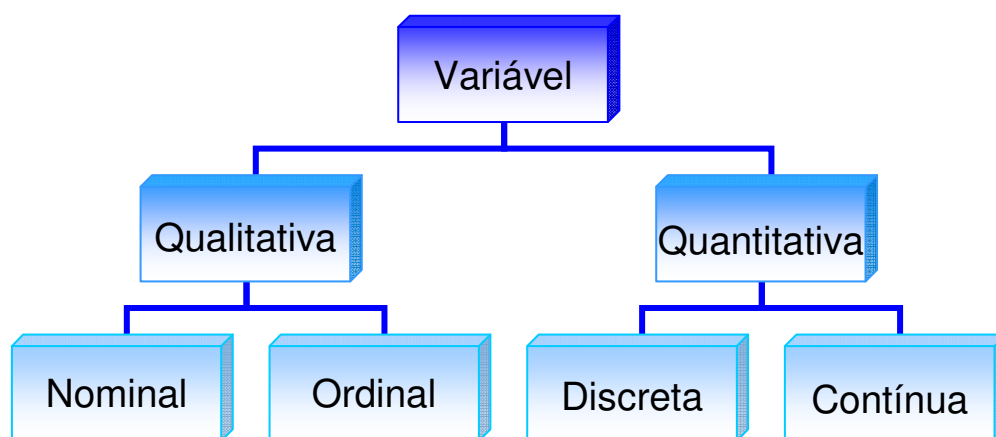
Figura 4.8. Exemplos de gráficos e tabela utilizados na intervenção de ensino no encontro 2.

Procuramos recompor a população de cada pesquisa apresentada, e as variáveis do estudo.

Com base na descrição feita pelos alunos de algumas características das variáveis apresentadas, pudemos estabelecer critérios de diferenciação entre variáveis qualitativas e quantitativas. Os alunos puderam perceber, por exemplo, que algumas variáveis podem obter como respostas valores contáveis, e outras eram apenas classificadas de acordo com suas qualidades, estabelecendo, assim, uma diferença entre a natureza das variáveis apresentadas.

Puderam, também, identificar diferenças entre elas: nas variáveis quantitativas, verificaram que algumas eram contáveis e outras podiam ser medidas, podendo dessa forma diferenciá-las em discretas ou contínuas; já, quanto às variáveis qualitativas, os alunos perceberam que certas variáveis devem respeitar certa ordem de classificação (variável qualitativa ordinal), enquanto outras, não (variável qualitativa nominal).

Após a descrição das variáveis de cada um dos casos, apresentamos a institucionalização no quadro negro, onde elaboramos um organograma em que classificamos e organizamos as variáveis, conforme apresenta o Esquema 4.1.



Esquema 4.1. Classificação das variáveis estatísticas.

Durante o segundo encontro apresentamos diferentes tipos de gráficos e tabelas, em que pudemos identificar cada um dos modelos apresentados. Apoiados nessa identificação, pudemos classificá-los como tabelas simples ou de dupla entrada e gráficos de linha ou segmentos, de barras ou colunas, de setores e pudemos esclarecer a diferença entre “histograma” e gráfico de colunas, já que a princípio os alunos acreditavam ser a mesma coisa. Nesse caso, alguns alunos questionaram porque em alguns gráficos havia um espaço entre as colunas e não havia em outros.

Identificados os elementos, os tipos de gráficos e as variáveis envolvidas partimos para um estudo das medidas “implícitas” nos dados apresentados em diferentes gráficos e tabelas.

Encontro 3:

Nesse encontro, partimos do exercício proposto pela sala sobre a medida do palmo. Sem mencionar o termo Média, questionei os alunos sobre a existência

de um único valor capaz de representar a medida do palmo daquela turma. Após os alunos discutirem sobre qual seria tal medida, procuramos então estimar um valor.

Só depois de estimar o valor referido é que discutimos sobre Medidas de Tendência Central e sobretudo sobre o termo Média. Nesse momento, não entramos no mérito das outras medidas, apenas nos referimos ao termo “Medidas de Tendência Central”, para nos referirmos a um valor específico capaz de representar um conjunto de dados.

Passamos então, a nos referir nesse encontro apenas à Média.

Após os alunos concluírem que a média pode ser um valor que represente um conjunto de dados, apresentamo-lhes, com a utilização do “*data-show*”, diversos gráficos e tabelas, nos quais pudemos explorar a média. Em cada um dos gráficos apresentados, o professor-pesquisador sugeria uma das variáveis na qual os alunos deveriam estimar a média.

A princípio, alguns alunos tentaram efetuar cálculos, somando os valores e dividindo o resultado obtido pelo número de escores. A atitude foi submetida a um questionamento do porque se efetuar tal cálculo, e a resposta obtida não surpreendeu: “é a fórmula”. Solicitou-se que os alunos buscassem uma explicação para tal medida que tivesse significado.

A apresentação de gráficos de linha e outros como histogramas, além de gráficos com grandes quantidades de dados, também, dificultou os cálculos, o que propositalmente favoreceu o uso de medidas aproximadas obtidas por meio de estimativas.

Com base na estimativa de alguns alunos, buscamos uma explicação de como obter tal valor, criando dessa forma esquemas que favorecessem a estimativa buscada.

Com base nas ideias apresentadas pelos alunos pudemos criar um conceito comum aos alunos, que possa favorecer a compreensão da média, como uma medida de equilíbrio.

A média foi definida pelo grupo como um valor que corresponde à distribuição de todos os valores coletados, em partes iguais, entre todos os sujeitos participantes.

Encontro 4:

Neste encontro, propusemos o estudo da moda, que foi feito de forma análoga ao da média, sempre com base nos gráficos e tabelas obtidos em meios de comunicação.

A princípio, partimos do estudo do palmo, questionando os alunos se seria possível, além da média, obter outro valor que melhor representasse aquele grupo.

Alguns alunos rapidamente identificaram o valor de frequência máxima, inferindo que era a medida que mais aparecia nos dados coletados, portanto, representava a maioria.

Sem utilizarmos o termo “moda”, questionamos os alunos sobre qual palavra usamos para expressar algo que represente a maioria. Empregamos como exemplo questões, como: Por que a maioria dos jovens usa “*jeans*” e camiseta? Por que na década de 1960 a maioria das garotas usava vestidos longos e de bolinhas? Óbvio que surgiram respostas das mais variadas, contudo, a resposta esperada surgiu de maneira natural: “é a moda”.

Questionamos, então, sobre o que entendiam por moda, e os alunos buscaram uma explicação naquilo que têm como experiência: “moda é aquilo que tá todo mundo usando; todo mundo não, a maioria”.

Partimos, portanto, do conceito que os alunos tinham sobre moda e buscamos compará-la aos problemas apresentados. Os alunos foram orientados a identificar em cada gráfico ou tabela “aquilo que a maioria está usando”, ou seja, a moda.

Apresentamos aos alunos alguns gráficos e sugerimos que procurassem neles aquilo que identificavam como sendo a moda.

O conceito utilizado facilitou de certa forma a identificação da moda, no entanto não foi suficiente, pois como se esperava, os alunos identificavam sempre o maior valor da variável apresentada e não o de frequência máxima.

Houve necessidade de darmos maior atenção aos tipos de variáveis apresentadas em cada situação e verificar se o maior valor representava a moda. Assim, os alunos puderam perceber que a moda não é sempre o maior valor, e, sim, aquilo que acontece com maior frequência e construíram, dessa forma, um novo conceito para a moda.

Procuramos definir o termo “moda”, e os alunos identificaram-na como sendo o que apresenta frequência máxima.

Novos gráficos e tabelas foram apresentados aos alunos a fim de identificarem a média e a moda.

Encontro 5:

Procuramos partir do problema do palmo, como foi feito com as medidas anteriores, questionando se seria possível obter outro valor que pudesse representar aquele conjunto de dados, no entanto nenhum aluno foi capaz de identificar outra medida.

Nesse caso, precisamos intervir de maneira mais técnica, identificando os valores já conhecidos como medidas centrais e, após tal identificação, questionamos novamente se seria possível com base nos dados do problema do palmo identificar agora outra medida central.

Desta vez, poucos alunos foram capazes de sugerir que se buscasse o valor do meio, contando a quantidade de palmos. No entanto, nenhum aluno foi capaz de identificar tal medida com a mediana. Surgiu novamente a necessidade da intervenção e apresentarmos aos alunos o termo “mediana”.

Criou-se aí certa confusão, pois os alunos identificaram mediana, como um elemento da geometria. Buscamos, portanto, com base no conceito que estes tinham sobre a mediana “geométrica” construir um novo conceito para a Estatística.

Com base em exemplos apresentados pelos próprios alunos, já que estes não souberam dar uma definição para mediana e identificaram a mediana como “aquilo que divide em duas partes iguais”, ou ainda, “que está bem no meio”. No caso de dados estatísticos, os alunos sugeriram o seguinte conceito: “mediana é o valor que está no meio de uma distribuição organizada de dados ou que divide os dados em duas partes iguais, em número de elementos”.

Houve também a necessidade da intervenção da professora quanto à institucionalização do termo Mediana e sobretudo quanto à obtenção do valor par um número par de dados, mostrando aos alunos que a obtenção desse valor se dá com base na média dos dois valores centrais.

Apresentamos, então, diversos gráficos e tabelas, e os alunos foram sugestionados a obter a mediana. Procuramos nos ater sempre a valores estimados, evitando efetuar cálculos.

Encontro 6:

Um sexto encontro foi realizado a fim de explorarmos melhor as três medidas e discutir as justificativas apresentadas nos exercícios propostos, além de esclarecer dúvidas de alguns alunos.

Novos Gráficos e Tabelas foram apresentados aos alunos, e estes foram então questionados sobre a média, a moda e a mediana, justificando em cada caso o valor encontrado, inclusive identificando o tipo da variável apresentada.

Durante toda a intervenção, foram apresentados aos alunos diferentes tipos de gráficos e tabelas, além daqueles encontrados no material de P.D.. A Figura 4.9, ilustra alguns dos gráficos e tabelas apresentados aos alunos nesses encontros.

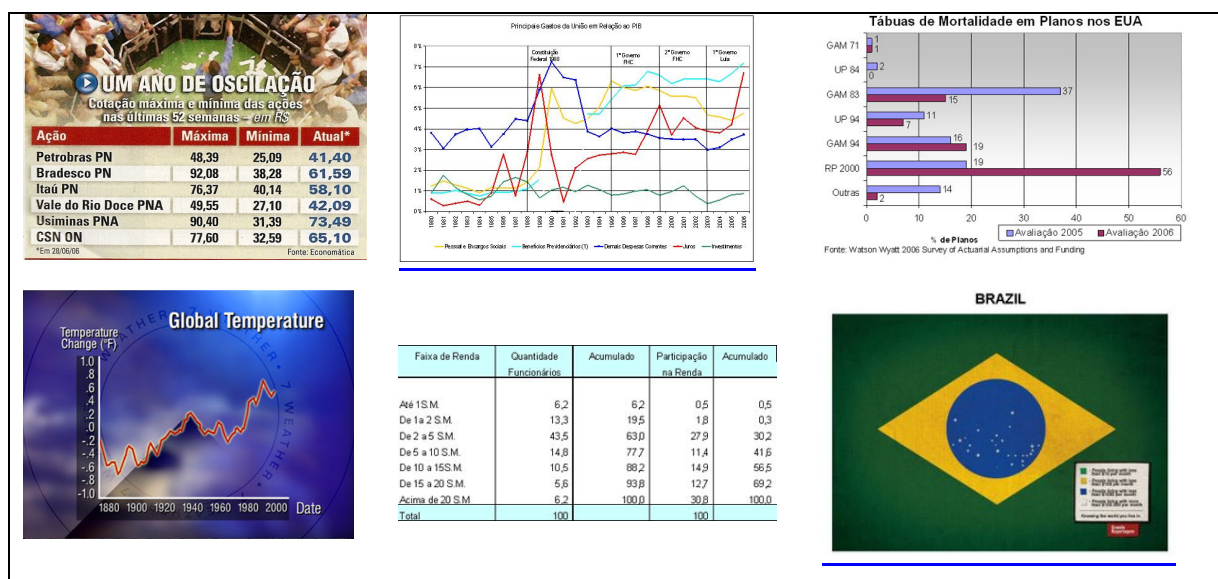


Figura 4.9. Exemplos de gráficos e tabelas utilizados durante nossa intervenção de ensino.

4.4.2 Descrição do ensino realizado com o Grupo de Controle

O ensino realizado no GC foi ministrado pela pesquisadora, já que esta é professora da classe. O método de ensino utilizado foi o convencional com base

no Livro Didático adotado pela escola, a saber, “Dante, Luiz Roberto, Matemática, volume único. São Paulo: Ática 2005.

Vale aqui ressaltar que tal material trata o estudo de Estatística no Capítulo 26 da Unidade 5, distribuído da seguinte forma:

1. Introdução;

Aqui são apresentados alguns exemplos de pesquisas estatísticas.

2. Termos de uma pesquisa estatística;

Neste item, são definidos População e amostra, Indivíduo ou objeto, variável qualitativa e quantitativa, frequência absoluta e relativa e tabela de frequência.

3. Representação gráfica

Neste item são apresentados os diferentes tipos de representação gráfica utilizados em uma pesquisa estatística: Gráfico de Segmentos, Gráfico de Barras, Gráfico de Setores e Histograma

4. Medidas de Tendência Central

Aqui são apresentados Média Aritmética, Moda e Mediana, bem como sua obtenção com base nas tabelas de frequências, onde os alunos são suscitados a obter algumas medidas e efetuar a leitura de diferentes tipos de gráficos e tabelas de frequências.

5. Medidas de dispersão

6. Estatística e probabilidade

Ressaltamos que, em nosso estudo foram trabalhados os conteúdos que compõem os itens de um a quatro deste capítulo, pois estes são os itens que fazem parte de nossa pesquisa, e que, portanto, foram analisados por nossos instrumentos.

Em cada um dos itens anteriores, foram propostos exercícios que proporcionam uma melhor compreensão dos assuntos abordados.

Vale lembrar aqui que não foi realizada uma análise do Livro Didático, pois este não era o principal elemento de nosso estudo, verificamos apenas que o material utilizado abordava todos os conteúdos propostos em nossa intervenção, apresentando aos alunos diferentes formas de representação, com um apoio em exercícios que eram relevantes à compreensão do aluno.

O tempo utilizado para o ensino destes conteúdos foi equivalente ao utilizado no Grupo Experimental, havendo, contudo pequenas oscilações em

razão de interferências externas à nossa pesquisa. Apesar disso não prejudicaram o desenvolvimento das atividades.

Os conteúdos trabalhados no grupo de controle seguiram a sequência apresentada no livro didático que foi descrita da seguinte forma:

No primeiro encontro, o professor apresentou algumas noções básicas de estatística e ressaltou a importância da pesquisa nas diversas atividades humanas. Apresentou os termos de uma pesquisa estatística, como população e amostra, indivíduo ou objeto, variável estatística e sua classificação, frequência absoluta e relativa e tabelas de frequências. Após a apresentação de todos os elementos, com exemplos e explicações, foram sugeridos os exercícios propostos pelo livro didático, o que despendeu parte do segundo encontro para realização e correção.

No segundo encontro, após a correção dos exercícios propostos no encontro anterior, o professor apresentou os diferentes tipos de representação gráfica, como gráficos de segmentos, de barras, de setores e histogramas; todos eles acompanhados de exemplos e exercícios que sugeriam, além da leitura de dados pontuais, a criação de alguns gráficos baseados em uma tabela de frequências.

Assim como aconteceu no encontro anterior, houve necessidade de usar parte do terceiro encontro para a conclusão dos exercícios e sua correção.

No terceiro encontro, após a correção dos exercícios, o professor apresentou aos alunos as Medidas de Tendência Central e o uso da média como a medida mais comum.

A média foi trabalhada como sugerido pelo livro didático, baseada em sua fórmula. Após alguns exemplos de como obter a média aritmética e a média ponderada, foram resolvidos exercícios, todos com base em dados listados no enunciado do problema.

Os exercícios foram realizados nesse encontro e corrigidos no encontro seguinte.

No quarto encontro, após a correção dos exercícios sobre média, o professor apresentou aos alunos a definição de moda, alguns exemplos e sugeriu a resolução de problemas apresentados pelo livro didático.

Nesse item, os problemas questionavam sobre a moda e a média, sempre com base nos dados listados no enunciado.

Os problemas foram resolvidos pelos alunos e corrigidos nesse encontro.

No quinto encontro, o professor apresentou a mediana, demonstrou como obtê-la em alguns exemplos e propôs a resolução dos exercícios do livro didático. Nesse grupo de exercícios, foram solicitadas as três medidas já estudadas; os exercícios foram resolvidos pelos alunos e corrigidos no quadro pelo professor.

Ressaltamos que em cada item trabalhado, após a intervenção expositiva do professor na apresentação das definições, os exercícios eram, geralmente, apresentados baseados em um rol de dados, e os alunos eram solicitados a obter as medidas indicadas.

Apenas no sexto encontro, as medidas - média moda e mediana - foram trabalhadas com base em tabelas de frequência.

Foram propostos exercícios para obtenção das medidas centrais a partir de tabelas e gráficos, sendo realizados pelos alunos, sempre em grupos e corrigidos na lousa pelo professor da turma.

4.5 Descrição do pós-teste

O pós-teste é composto das mesmas questões apresentadas no pré-teste, porém, a ordem das questões foi alterada.

Descrevemos no Quadro 4.3 a relação entre as questões.

Quadro 4.3. Relação das questões apresentadas no pré e pós-teste.

PRÉ	1					2			4			5				6						7			8		
	a	b	c	d	e	a	b	c	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d	e	f	a	b	c	a	b	c
PÓS	2					4			7			1				3						6			5		
	a	b	c	d	e	a	b	c	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d	e	f	a	b	c	a	b	c

Os critérios utilizados para aplicação do pós-teste foram os mesmos do pré-teste, assim, foram utilizadas aulas duplas com duração de 90 minutos em cada uma das turmas.

Entre o término da intervenção de ensino e a aplicação do pós-teste, houve um período de 8 semanas.

No próximo capítulo, faremos a análise dos resultados obtidos nos pré e pós-testes, procurando compará-los entre si, entre os grupos de estudo, no geral

e por questão. Faremos uma análise quantitativa, a fim de verificar os benefícios de nossa intervenção de ensino.

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentaremos a análise dos resultados obtidos nos pré e pós-testes, nos dois grupos de nosso estudo. Primeiro, descreveremos os critérios que utilizamos para avaliação do desempenho dos estudantes nas atividades dos instrumentos diagnósticos, já que nosso objetivo foi trabalhar com estimativas e não visamos ao uso do algoritmo para cálculo das medidas.

A análise quantitativa dos resultados será dividida em dois grandes blocos, o primeiro deles trata da análise intergrupos em que faremos a comparação dos resultados apresentados pelos Grupos Experimental (GE) e Controle (GC) nos pré e pós-testes, visando comparar o desempenho entre os grupos e analisar as eventuais diferenças e/ou similaridades entre eles.

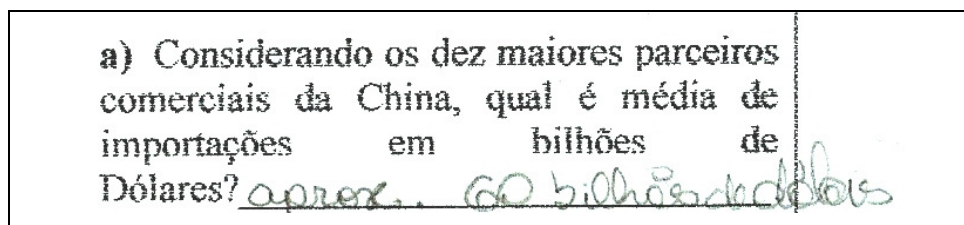
O segundo grande bloco volta-se à análise intragrupo. Nessa fase, buscamos apresentar os resultados do Grupo Experimental, comparando os pré e pós-testes, agrupando as questões de acordo com a medida questionada em cada item e conforme o tipo de representação no qual a questão foi apresentada. Nesta fase, visamos a observar, como o aluno formou seu conceito sobre as medidas de tendência central.

5.1 CRITÉRIOS UTILIZADOS PARA AVALIAÇÃO DOS DESEMPENHOS DOS ESTUDANTES NAS ATIVIDADES DOS INSTRUMENTOS DIAGNÓSTICOS

Como relatamos anteriormente, nosso estudo pautou-se na estimativa e significância de Medidas de Tendência Central; e não utilizamos, portanto, o uso do algoritmo no cálculo das medidas. Para tal, estabelecemos alguns critérios que julgamos coerentes, utilizados para avaliação dos desempenhos dos estudantes nas atividades dos instrumentos diagnósticos.

Para as questões de média calculamos os respectivos valores e os desvios padrões em cada atividade. Foram aceitos como corretos, valores entre a média calculada e “mais ou menos” o valor de meio desvio padrão.

Apresentamos como exemplo o protocolo GE18 da Figura 5.1 em que o aluno estima o valor da média dentro do intervalo aceito.



a) Considerando os dez maiores parceiros comerciais da China, qual é média de importações em bilhões de Dólares? aprox. 60 bilhões de dólares

Figura 5.1. Protocolo do aluno GE18.

O item apresentado na Figura 5.1 pertence à questão 8 que considera os dez principais parceiros comerciais da China e apresenta os índices de importações desses países em bilhões de dólares. O valor da média das importações é 53,7 bilhões de dólares, com um desvio padrão de 43,2. Assim, para este item foram aceitos os valores entre $53,7 - 43,2/2$ e $53,7 + 43,2/2$ (ou seja, entre 32,1 e 75,3), logo o valor apresentado pelo aluno GE18 é considerado correto.

Acreditamos que a utilização de meio desvio padrão para mais e meio desvio padrão para menos seja uma margem plausível para se estimar a média das questões utilizadas em nosso instrumento diagnóstico, já que nosso objetivo é verificar se o aluno é capaz de identificar cada uma das Medidas de Tendência Central, principalmente diferenciando umas das outras pelas suas características. O critério utilizado favorece essa diferenciação e oferece uma margem de aceitação para a estimativa do valor da média.

No caso da mediana utilizamos dois critérios distintos. Acreditamos que esta medida seja a que oferece maior nível de dificuldade, tendo em vista que se deve ordenar os valores, além de considerar sua frequência. Dessa forma a “contagem” desses valores faz-se necessária. Assim, se houver um número par de dados, aceitamos os valores entre o imediatamente inferior e imediatamente superior na distribuição ordenada dos dados. Já que o valor da mediana é a média aritmética entre esses dois valores e, como não trabalhamos com o algoritmo da média, achamos razoável aceitar qualquer valor que se encontre entre essas duas medidas.

Caso o número de dados da distribuição seja ímpar, consideramos apenas o valor central da distribuição ordenada, ou seja, a própria mediana. Nesse caso, não podemos oferecer ao aluno uma margem de erro, caso contrário, o valor estimado poderia ser confundido com outras medidas de Tendência Central, tornando difícil identificarmos se o aluno é capaz de diferenciá-las.

A Figura 5.2 apresenta um exemplo em que consideramos correto o valor apresentado pelo aluno.

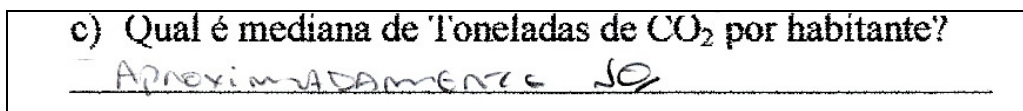


Figura 5.2. Protocolo do aluno GE30.

O item apresentado na Figura 5.2, faz parte da questão 6 em que são apresentadas as emissões de CO₂ em uma tabela dupla. O valor da mediana, neste item é a média aritmética entre 9,9 e 10,2 (ou seja, 10,05) logo, o valor estimado pelo aluno é considerado correto.

Já, no caso da moda, esta é uma medida que não oferece estimativa, pois depende unicamente da frequência dos valores apresentados, sendo que a moda é o valor que apresenta frequência máxima. Assim sendo serão considerados apenas os valores exatos. No caso de uma distribuição bimodal, só será considerado correto se ambos os valores forem citados, já que numa distribuição bimodal, ambos se repetem com a mesma frequência.

A Figura 5.3 apresenta o exemplo de um aluno que indicou corretamente a moda solicitada na atividade em questão.

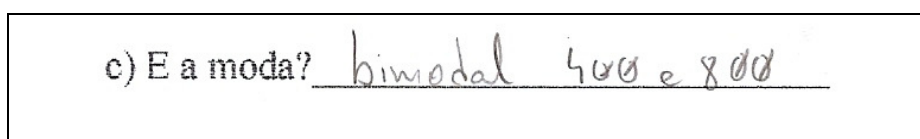


Figura 5.3. Protocolo do aluno GE22.

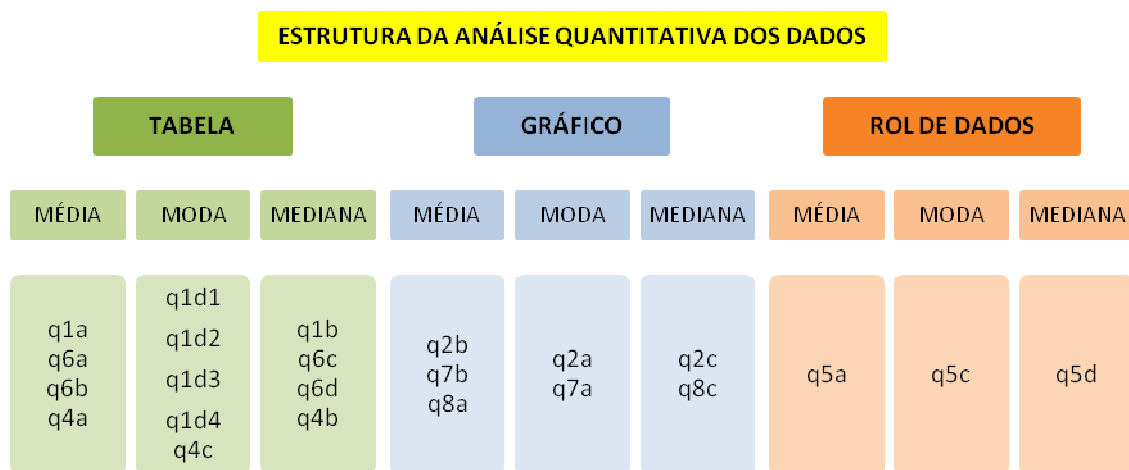
A figura 5.3 apresenta um item da questão 4, uma tabela simples, que apresenta os valores de fraudes e subornos em delegacias de polícia da capital. Neste caso temos uma distribuição bimodal, e só consideramos correta a questão, caso o aluno tenha apresentado ambos os valores, como no exemplo citado.

Descritos os critérios de correção dos instrumentos diagnósticos passamos, então à análise dos resultados encontrados nos mesmos.

5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise quantitativa será feita com o auxílio do software estatístico SPSS (Statistical Package for Social Science), a fim de proporcionar maior confiabilidade nos resultados apresentados, utilizando para tal, o teste adequado a cada situação.

O Esquema 5.1 apresenta uma estrutura da organização dos itens segundo o tipo de representação e a medida questionada, visando facilitar a compreensão de como essa análise se deu de acordo com as questões utilizadas em nosso estudo.



Esquema 5.1. Estrutura da análise quantitativa dos dados.

A fim de analisar se existem diferenças estatisticamente significativas no desempenho dos grupos, estabelecemos as seguintes hipóteses estatísticas: H_0 (hipótese nula) que indica que as médias de acertos dos grupos não apresentam diferenças significativas; e H_1 (hipótese alternativa) que indica que há diferença significativa entre as médias de acertos dos grupos.¹³

De acordo com Levin e Fox (2004), o termo “diferença estatisticamente significativa” indica que o resultado obtido no teste estatístico aplicado mostra que há diferença em um resultado populacional e não apenas em um erro amostral.

Em todos os itens de nossa análise utilizaremos a nomenclatura acima na realização dos testes aplicados, e chamaremos de μ_E para média do Grupo

¹³ Tais hipóteses serão utilizadas em todos os teste aplicados; no caso de se utilizar outra hipótese diferente da inicial, já citada, a mesma será evidenciada no início da descrição do teste em questão.

Experimental, μ_C para média do grupo GC. Dessa forma, H_0 indica que $\mu_E = \mu_C$, enquanto que H_1 indica que $\mu_E \neq \mu_C$.

No caso dos testes indicarem médias diferentes entre os grupos, rejeitaremos a hipótese nula (H_0). Caso contrário, se os testes não indicarem diferenças significativas entre as médias dos grupos, não temos argumento para rejeitar a hipótese nula (H_0).

Em cada um dos testes aplicados foi adotado um nível de significância para que pudéssemos decidir se rejeitamos ou não as hipóteses de estudo. “O nível de significância, geralmente indicado pela letra grega α , indica o nível de probabilidade em que a hipótese nula pode ser rejeitada com confiança” (LEVIN E FOX, 2004, p.230). O valor de α utilizado por nós é 5% ($\alpha=0,05$).

Os testes aplicados indicam um p-valor, que é a probabilidade exata de a hipótese nula ser verdadeira, ou seja, se o p-valor for menor do que α , rejeitamos a hipótese nula (H_0).

À luz das hipóteses consideradas, aplicamos os testes adequados e analisamos os resultados encontrados.

Os resultados desses testes encontram-se apresentados nas subseções seguintes e seguem a organização apresentada no Esquema 5.2.



Esquema 5.2. Análise dos Resultados.

5.2.1 ANÁLISE INTERGRUPOS

Nesta subseção procuramos descrever a análise comparativa entre os dois grupos estudados, verificando as diferenças e similaridades apresentadas por eles e apontada pelos testes estatísticos.

5.2.1.1 Comparação do desempenho geral dos grupos

A fim de verificarmos o desempenho dos dois grupos estudados no pré e no pós-teste, aplicamos o teste t de Student nos dados coletados, que indicará se existe homogeneidade entre os grupos no que se refere ao nível de conhecimentos prévios.

O teste t de Student para amostras independentes foi escolhido, pois é indicado para testar a igualdade de duas médias de amostras independentes, ou seja, grupos de sujeitos distintos. No nosso caso, compararemos as médias dos grupos GE e GC.

Neste primeiro item, esperamos a comprovação de H_0 , indicando que não há diferença estatisticamente significativa entre os dois grupos no pré-teste.

A Figura 5.4 apresenta a análise do teste t dos resultados dos dois grupos no pré-teste e no pós-teste.

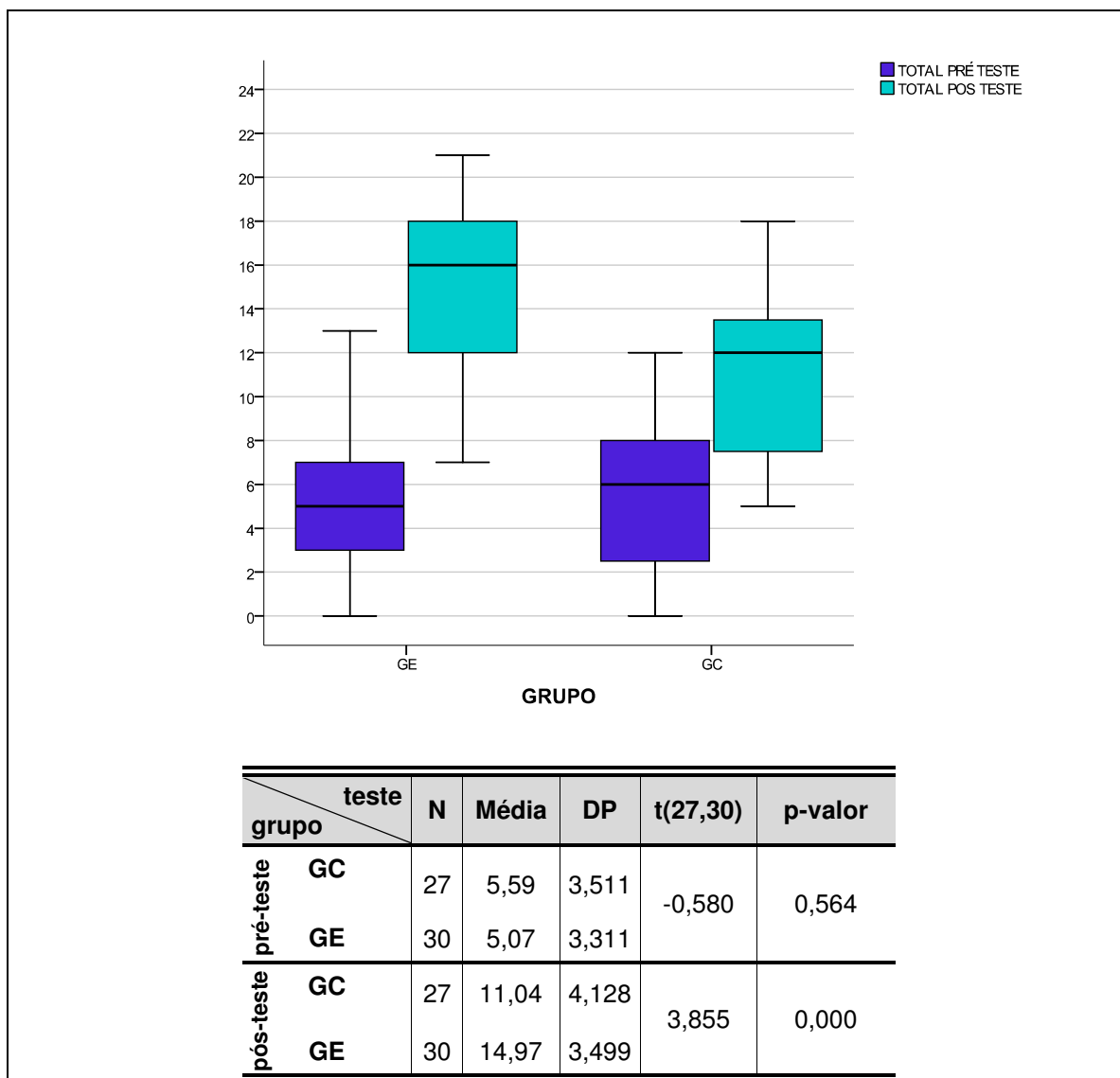


Figura 5.4. Análise estatística dos resultados do pré e pós-teste, por grupo.

De acordo com o teste t de Student ($t(27,30) = -0,580$; $p = 0,564$), aplicado nos resultados do pré-teste, encontramos um p-valor maior que α , logo não temos argumentos para rejeitar H_0 , o que significa que não há diferenças estatisticamente significativas entre os dois grupos estudados. Podemos inferir, portanto, que ambos os grupos partiram de patamares similares quanto ao conhecimento prévio das noções de Estatística no que diz respeito às medidas de tendência central.

Observando o gráfico podemos notar que as medianas estão muito próximas, 5 e 6 acertos em cada um dos grupos, o que comprova a similaridade quanto ao nível de conhecimento dos grupos. Notamos ainda que 75% dos alunos apresentaram um número de acertos abaixo de 8 dos 23 itens do teste.

A partir dos resultados encontrados no pré-teste, partimos para a intervenção de ensino e após seu término, aplicamos o pós-teste.

A fim de verificarmos os ganhos obtidos com as intervenções de ensino em ambos os grupos, comparamos os resultados apresentados no pré e no pós-teste, em cada um dos grupos.

O teste t de Student para amostras emparelhadas foi aplicado individualmente em cada um dos grupos a fim de verificar esses ganhos. Tal teste foi utilizado por ser indicado para testar a igualdade de duas médias de amostras emparelhadas, ou seja, amostras com os mesmos sujeitos, já que os sujeitos que realizaram o pré-teste são os mesmos que realizaram o pós-teste, em cada um dos grupos, separadamente.

Ao compararmos os resultados do pré com o pós-teste em ambos os grupos, o teste t de Student apontou uma diferença estatisticamente significativa entre eles, em ambos os grupos.

A Tabela 5.1 apresenta os resultados do teste t para os Grupos GC e GE, comparando as médias entre pré e pós-teste.

Tabela 5.1. Comparação das médias por grupo.

teste grupo		N	Média	DP	t(27,30)	p-valor
GC	Pré	27	5,59	3,511	-6,951	0,000
	Pós	27	11,04	4,128		
GE	Pré	30	5,07	3,311	-13,319	0,000
	Pós	30	14,97	3,499		

No Grupo GC, o teste t apresentou o seguinte resultado: ($t(27)=-6,951$; $p=0,000$), com um $p<\alpha$, o que indica que devemos rejeitar a hipótese nula H_0 , ou seja, há diferença estatisticamente significativa entre as médias do pré e do pós teste, o que significa que houve um ganho de conhecimento por parte dos alunos do grupo GC.

No grupo GE, o teste t apresentou o seguinte resultado: ($t(30)=-13,319$; $p=0,000$), com um $p<\alpha$, o que indica que para devemos rejeitar H_0 , ou seja, neste grupo também houve um ganho de conhecimento significativo por parte desses

alunos, já que as médias obtidas no pré e no pós teste apresentam diferenças estatisticamente significativas.

Conforme os testes realizados, apresentados na Figura 5.4 e na Tabela 5.1, podemos notar que houve um ganho de conhecimento significativo quanto ao conhecimento adquirido pelos alunos sobre as medidas de tendência central, após as intervenções de ensino, resultando em um aumento no número de acertos das questões nos tanto no GE, quanto no GC.

Passamos então a análise dos resultados apresentados por esses grupos no pós-teste, comparando-os entre si, a fim de verificar se os ganhos de conhecimento por parte dos dois grupos foi similar ou se houve diferenças significativas, visando dessa forma observar a eficiência de nossa intervenção de ensino diferenciada voltada para a estimativa, no GE.

Para tal, aplicamos novamente o teste t de Student para amostras independentes nos resultados encontrados no pós-teste, o qual apresentou o seguinte resultado: $(t(27,30) = 3,855; p = 0,000)$, com p-valor menor que α , o que indica que devemos rejeitar a hipótese nula H_0 . Este resultado aponta que há diferença estatisticamente significativa entre os resultados encontrados nos grupos GE e GC, conforme podemos verificar no gráfico da Figura 5.4.

Observando o *boxplot* da Figura 5.4, pudemos notar que a mediana dos acertos passou de seis para doze questões no grupo GC, a mediana encontrada no pós-teste do grupo GE atingiu a marca de dezesseis questões certas.

O gráfico nos mostra, ainda, que o grupo GE no pré-teste partiu de zero acertos, já no pós-teste o menor número de acertos foi de sete questões, atingindo quase que a totalidade (21 de um total 23) de acertos. Notamos também que 75% dos alunos do GE apresentaram um número de acertos acima de 8, enquanto que no grupo GC, 75% dos alunos apresentam um nível de acertos abaixo de 8 itens dos 23 apresentados no teste.

Tais resultados comprovam um aprendizado desses alunos quanto às noções estatísticas, principalmente no que se refere às medidas de Tendência Central e em especial pelos alunos do Grupo Experimental, que sofreu uma intervenção de ensino diferenciada, voltada mais para estimativa e significação de tais medidas.

Esses resultados corroboram com a Teoria dos Campos Conceituais, utilizada em nosso estudo, que enfatiza que as competências e concepções dos

alunos desenvolvem-se gradativamente, de acordo com suas experiências em diferentes situações que ocorrem tanto dentro quanto fora do âmbito escolar. Acreditamos, portanto, que a utilização das diferentes situações, apresentadas no decorrer de nossa intervenção de ensino, tenha influenciado para que esses resultados fossem positivos.

Tendo como premissa que utilizamos em nossa intervenção de ensino no Grupo Experimental, situações que são geralmente observadas no nosso cotidiano, em meios de comunicação, e que nossos alunos, puderam ter contato, analisar e identificar, em diferentes tipos de representações, as Medidas de Tendência Central, acreditamos que tal intervenção permitiu a esses alunos novas experiências capazes de desenvolver as competências necessárias para a construção dos conceitos de tais medidas.

As análises realizadas até o momento nos apresentam o desempenho dos dois grupos estudados. Para verificar o quanto o desempenho no pós-teste pode ter sido influenciado pelo desempenho no pré-teste, faremos uma análise de regressão, que nos permite saber se o resultado do pós-teste dependeu ou não do pré-teste, modelando o total de acertos do pós-teste em função do total de acertos do pré-teste.

Para a realização desse teste, delineamos as hipóteses estatísticas:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 \text{ (Hipótese nula): } y \neq ax + b, \text{ ou seja, } y \text{ não varia em função de } x. \\ H_1 \text{ (Hipótese alternativa): } y = ax + b, \text{ ou seja, } y \text{ varia em função de } x. \end{array} \right.$$

Onde x é o resultado no pré-teste e, y no pós-teste. Estabelecemos o nível de significância em 5% ($\alpha = 0,05$), sendo que se $p < \alpha$, rejeitamos H_0 , caso contrário, se $p > 0$, não temos argumento para rejeitar H_0 . A Figura 5.5 mostra os resultados da análise de regressão.

grupos	Coeficientes	F(1,28)	R ²	p-valor
GE	0,3022	2,494	0,0818	0,125
	13,435			
		F(1,25)		
GC	0,5192	6,057	0,1950	0,021
	8,1335			

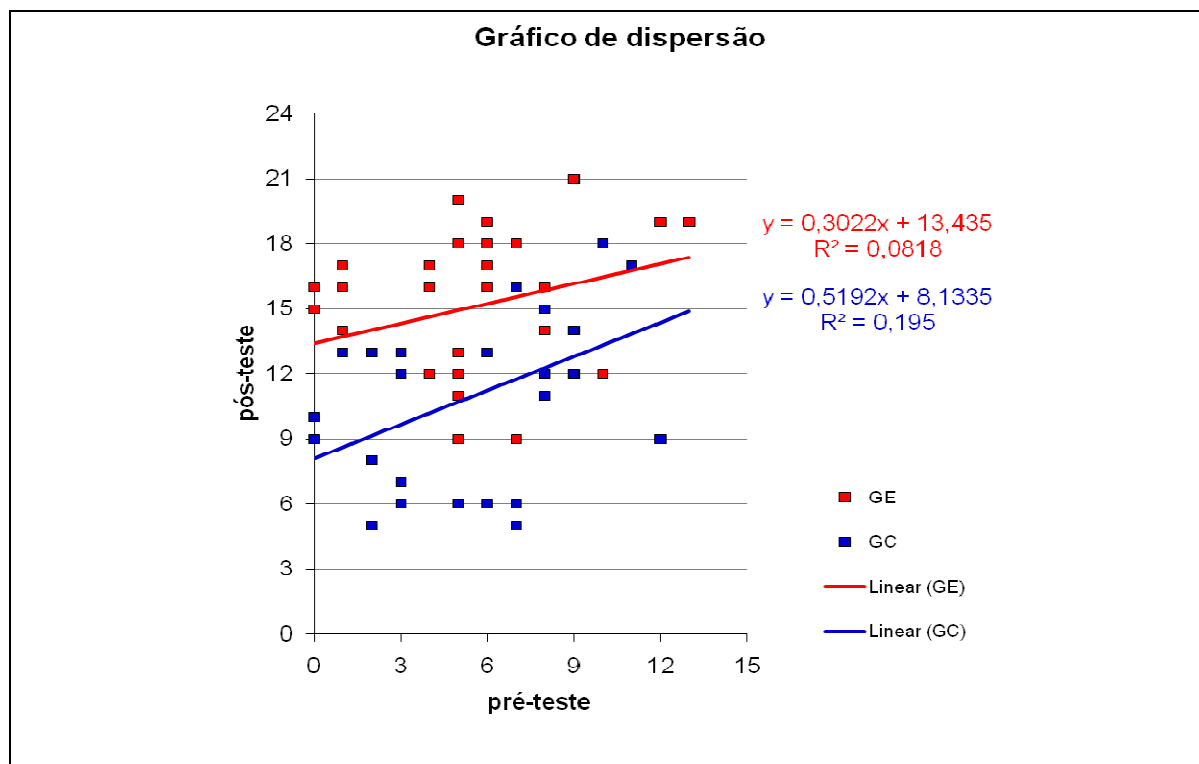


Figura 5.5. Análise de regressão linear dos grupos.

Observando a Figura 5.5 podemos verificar que para o grupo GC, o desempenho no pós-teste é ligeiramente influenciado pelo desempenho no pré-teste ($R^2 = 19,5\%$). Nesse caso, para cada ponto no pré-teste, o aluno obteve 0,5192 pontos no pós-teste, aumentando em média 8,1 pontos no intercepto, duplicando em média o desempenho.

Já, no que diz respeito ao grupo GE o desempenho no pré-teste parece não ter influenciado o desempenho no pós-teste, sendo que o desempenho do GE foi em média três vezes em relação ao pré-teste.

Os resultados apresentados são de grande valia, pois nos permite evidenciar os benefícios de nossa intervenção de ensino, confirmando uma eficácia na mesma, principalmente para os alunos que tiveram menor desempenho no início, ou seja, antes de ocorrer a intervenção de ensino. Assim, confirmamos que a intervenção reduziu as diferenças de desempenho dos alunos dentro do grupo GE.

Verificamos, mais uma vez, que nossa intervenção de ensino valida a visão de Vergnaud no que diz respeito à aquisição do conhecimento, que este se dá por meio de um conjunto de situações e, portanto, se restringe às experiências vividas pelo aluno. Sendo assim, nosso aluno, do grupo GE pode ser dito mais

competente que outro, do grupo GC, pois ele possui uma variedade maior de recursos para resolver determinadas situações.

Ressaltamos, mais uma vez, que o fato de termos apresentado aos alunos do GE, inúmeras situações, e que em cada uma delas pudemos utilizar os diferentes tipos de representação, ofereceu a esses alunos a oportunidade de construir e reconstruir novos esquemas, em cada um dos problemas apresentados, que permitiram a eles a instituição de um esquema que fosse adequado a cada situação. Dessa forma, foi dada, a esse aluno, a oportunidade de identificar cada uma das medidas estudadas em diferentes tipos de representações.

Feitas as considerações sobre os resultados gerais apresentados pelos grupos, passamos agora para uma análise mais detalhada, onde procuramos verificar os ganhos apresentados pelos grupos de acordo com o tipo de representação e com a medida estudada.

5.2.1.2 Comparação do desempenho dos grupos no pós-teste de acordo com a medida estudada

Partimos para a análise dos resultados do pós-teste dos grupos GE e GC, com o intuito de diagnosticar o desempenho dos alunos nos instrumentos diagnósticos, no que diz respeito às Medidas de Tendência Central, agrupando os resultados por medida estudada.

Utilizamos para a análise dos resultados nas questões o teste t de Student para amostras independentes, por se tratar de dois grupos distintos (GE e GC), e os critérios utilizados foram os mesmos descritos no início deste capítulo, na seção 5.2.

Passaremos a seguir para a análise dos dados. O Gráfico 5.1 apresenta o resultado geral, agrupando as questões quanto à Média, Moda e Mediana, dos grupos GE e GC.

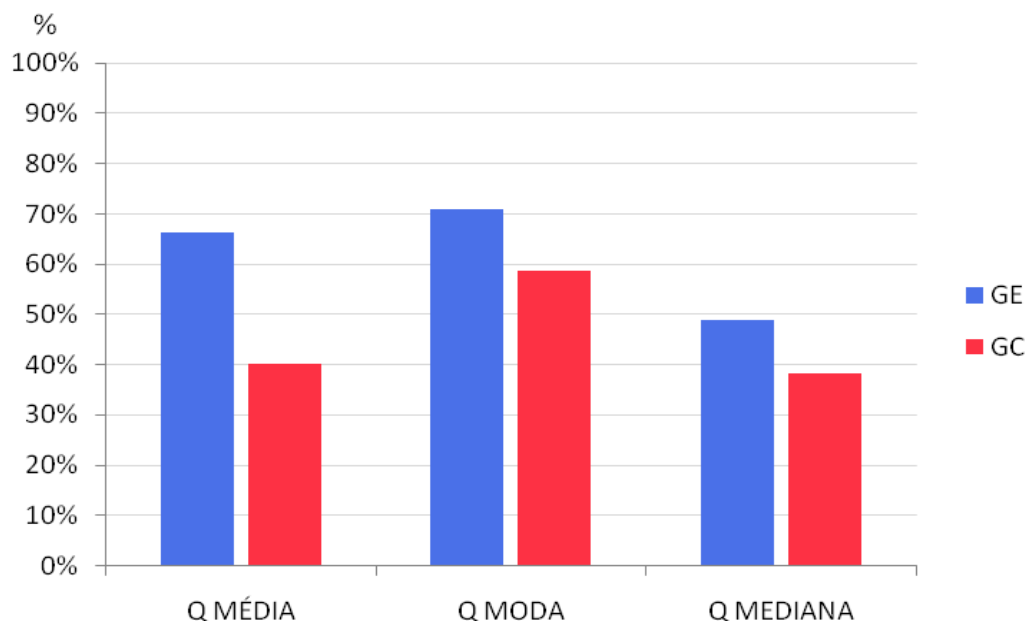


Gráfico 5.1. Resultado do pós-teste por medida de tendência central estudadas nos grupos GE e GC.

Observando o Gráfico 5.1 podemos notar que os resultados encontrados com os alunos do grupo GE são superiores em todas as medidas de tendência central abordadas em nosso estudo. Podemos inferir que os alunos de ambos os grupos tem maior facilidade em indicar a moda dos dados apresentados.

Observamos, ainda, que o índice de acertos do grupo GE, no que diz respeito às questões que envolvem os conceitos de Média e Moda ficaram acima de 65%, enquanto que as questões que envolvem o conceito de Mediana não atingiu 50%.

Para que tenhamos maior clareza dos resultados encontrados, dividiremos a análise por medida estudada.

A Tabela 5.2 apresenta os resultados do teste aplicado nos itens das questões em que foi solicitada a Média Aritmética dos dados, conforme apresentado no Esquema 5.1.

Tabela 5.2. Análise dos itens que solicitava a média aritmética.

Grupos	N	Média (0,8)	DP	t	p-valor
GE	30	5,30	1,685	4,772	0,000
GC	27	3,22	1,601		

O teste t apresentou o seguinte resultado ($t(30,27) = 4,772$; $p = 0,000$), como o $p < \alpha$, o teste aponta que existe uma diferença estatisticamente significativa entre o resultado dos grupos, com um número de acertos maior encontrado no grupo GE.

Verificamos que nas questões que tratam sobre o conceito de Média Aritmética, nossos alunos, do grupo GE, foram estatisticamente superiores aos do grupo GC. Tal fato nos leva a crer que os alunos do grupo GE foram capazes de desenvolver esquemas, principalmente a partir da possibilidade de efetuar inferências, em diferentes situações, que os levaram a apreensão de elementos cognitivos referentes ao conceito de Média.

Segundo Vergnaud (1997), a organização invariante do comportamento do sujeito ao lidar com uma determinada classe de situações é chamada de esquema. No processo de resolução de situações em que se geram novas descobertas, pode-se observar o desencadeamento de diversos esquemas sucessivos, que são essenciais ao desenvolvimento cognitivo do sujeito.

Durante nossa intervenção de ensino, apresentamos aos alunos diversas situações, em que lhes foi solicitado que estimassem um valor para a média. A cada nova situação era apresentado um problema de diferente contexto do anterior, e principalmente em outro tipo de representação (ora gráfico, ora tabela, e algumas vezes na forma de rol de dados). Tais mudanças favoreceram o desencadeamento de novos esquemas que permitiram ao aluno condições para elaborar uma nova estimativa. O fato de não utilizarmos o algoritmo no cálculo dessa medida também foi fundamental para o desenvolvimento do conceito, já que o aluno não precisava preocupar-se com cálculos, e fórmulas. As situações apresentadas ofereciam a ele condições para que buscasse uma institucionalização do conceito da média, sem a necessidade de calculá-la.

Quanto aos itens em que questionamos sobre a moda, a Tabela 5.3 apresenta os resultados do teste aplicado, conforme apresentado no Esquema 5.1.

Tabela 5.3. Análise dos itens que solicitava a moda.

Grupos	N	Média		t	p-valor
		(0,8)	DP		
GE	30	5,67	1,466	2,137	0,038
GC	27	4,70	1,898		

O teste t apresentou o seguinte resultado ($t(30,27) = 2,137$; $p = 0,038$), como o $p < \alpha$, o teste aponta que existe uma diferença estatisticamente significativa entre o resultado dos grupos, com um número de acertos maior encontrado com o grupo GE.

Também no que diz respeito ao conceito de moda, verificamos que os alunos do grupo GE se saíram melhores que os do grupo GC. Uma possível explicação para o bom resultado desses alunos pode ter sido a utilização de diferentes tipos de representação, além das diferentes situações, durante a intervenção de ensino.

Vergnaud (1998) considera que os esquemas são compostos de invariantes operatórias, que podem ser implícitas ou explícitas. As representações simbólicas são invariantes explícitas e como tal é um dos componentes essenciais dos esquemas.

Acreditamos, portanto, que as representações simbólicas, tais como os diferentes tipos de tabelas e gráficos que utilizamos em nossa intervenção de ensino tenham sido valiosas para o desenvolvimento cognitivo dos alunos do GE no que diz respeito ao conceito de Moda.

Apesar de esta ser uma medida que não permite a realização de estimativa, pois depende da frequência dos dados e não de seu valor, o fato de termos apresentado diferentes situações, na forma de gráficos e tabelas, favoreceu a elaboração de esquemas capazes de propiciar o desenvolvimento cognitivo dos alunos no que se refere ao conceito de Moda.

A Tabela 5.4 apresenta os resultados do teste aplicado nos itens das questões em que foi solicitada a mediana dos dados, conforme apresentado no Esquema 5.1.

Tabela 5.4. Análise dos itens que solicitava a mediana.

Grupos	N	Média		t	p-valor
		(0,7)	DP		
GE	30	3,43	1,675	1,731	0,089
GC	27	2,67	1,664		

O teste t apresentou o seguinte resultado ($t(30,27) = 2,137$; $p = 0,038$), como o $p > \alpha$, o teste aponta que não há diferença significativa entre o resultado dos grupos, porém o um número de acertos maior foi encontrado nos resultados do grupo GE.

No caso do estudo da Mediana, verificamos que não houve diferença significativa entre os resultados apresentados pelo Grupo Experimental com relação ao Grupo de Controle. Esse resultado mostra que a média de acertos nos itens que envolvem o conceito de mediana não ultrapassou 50%, conforme observamos no Gráfico 5.1, indicando que nossa intervenção de ensino não deu conta de favorecer à apreensão dos conceito de mediana pelos alunos.

Uma possível explicação, apesar do Grupo Experimental ter sido superior ao GC, não tenha apresentado um crescimento expressivo, pode ter sido o tempo utilizado para nossa intervenção de ensino não tenha sido suficiente, ou que talvez, as situações utilizadas não tenham dado conta do desenvolvimento cognitivo necessário no que diz respeito ao conceito da Mediana. Talvez o próprio conceito de Mediana, seja mais complexo que os das outras medidas estudadas, necessitando de uma atenção maior.

Segundo Vergnaud (1982), o conhecimento deve ser visto como um domínio que se desenvolve dentro de um certo período de tempo por meio da experiência, maturação e aprendizagem.

Tal fato nos leva a realizar uma análise mais profunda desses itens, a fim de verificar onde se encontra esta deficiência e, principalmente, de corrigi-la em situações posteriores. Esta análise encontra-se na seção 5.2.2, em que discutiremos os resultados apresentados pelo grupo experimental, buscando, principalmente analisar e justificar os erros apresentados pelos alunos após a intervenção de ensino.

Os resultados encontrados em nosso estudo, vão ao encontro daqueles apresentados por Meyén *et al* (2007), que concluíram que as questões que apresentaram maior percentual de acertos foram sobre o cálculo da média aritmética (83,1% e 59,2%), provavelmente, por se tratar de uma medida muito utilizada no ambiente escolar, enquanto que as questões que envolviam mediana e moda se apresentaram entre aquelas com menor percentual de acertos (mediana: 3,5% e moda: 11,9% e 9%). Apenas no que se refere a moda,

discordamos dos autores, já que nosso estudo as questões que envolvem média e moda apresentaram bons resultados, enquanto que as questões de mediana não apresentou resultado satisfatório.

Após as análises realizadas por medida estudada, tivemos interesse em saber, qual foi o resultado apresentado em ambos os grupos, após a intervenção de ensino, no que diz respeito ao tipo de representação utilizado na apresentação dos problemas.

5.2.1.3 Comparação do desempenho dos grupos no pós-teste de acordo com a representação simbólica

Visando verificar o desempenho dos alunos, no que se refere ao tipo de representação, agrupamos os resultados quanto à: apresentação dos dados em um rol, em tabelas e em gráficos. Os resultados encontram-se descritos no Gráfico 5.2.

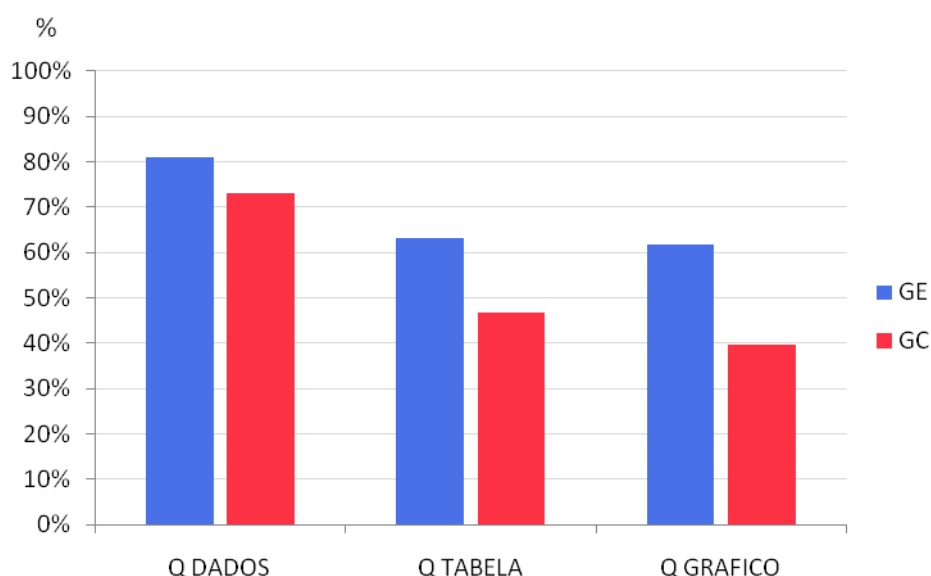


Gráfico 5.2. Resultado do pós-teste, nos grupos GE e GC, conforme o tipo de representação.

Novamente encontramos um resultado maior com o grupo GE, independente do tipo de representação utilizado na apresentação dos dados. Os alunos do GE se saíram melhor na estimativa das Medidas de Tendência Central apresentados em rol, porém também foi superior ao resultado do grupo GC a leitura dos dados apresentados em tabelas e em gráficos. Notamos, ainda, que a

média de acertos do grupo GE, é superior a 60% nos três tipos de representação, e na representação na forma de rol de dados essa média é superior a 80%, conforme mostra o Gráfico 5.2.

Partimos, portanto, para a análise por tipo de representação. A Tabela 5.5 mostra os resultados encontrados na questão 5, cujos dados foram apresentados em forma de rol.

Tabela 5.5. Análise da questão com dados apresentados em rol.

Grupos	N	Média (0,3)	DP	t	p-valor
GE	30	2,43	0,626	1,176	0,246
GC	27	2,19	0,921		

O teste t apresentou o seguinte resultado ($t(30,27) = 1,176$; $p = 0,246$), como o $p > \alpha$, o teste aponta que não há diferença significativa entre o resultado dos grupos, porém o um número de acertos maior foi encontrado nos resultados do grupo GE.

Podemos observar no Gráfico 5.2 que o nível de acertos nesse tipo de questão atingiu índices acima de 70% em ambos os grupos, o que mostra que os estudantes não apresentam dificuldades nesse tipo de questão apresentação dos dados. O fato da diferença entre os grupos não ter sido significativa apenas reflete que esse tipo de questão é tão bem explorada, no método convencional de ensino (por meio de cálculo), quanto foi em nossa intervenção de ensino.

A propósito, no capítulo 4 do presente trabalho, apresentamos a intervenção de ensino realizada no grupo de controle, utilizando o método convencional, com base no livro didático, e ressaltamos o fato de se explorar as Medidas de Tendência Central, na maioria das vezes, a partir de um rol de dados. Os resultados obtidos mostram que esse tipo de representação é mais bem trabalhada que as demais, no método convencional.

A Tabela 5.6 mostra os resultados encontrados nas questões 1, 4 e 6, cujos dados foram apresentados em tabelas.

Tabela 5.6. Análise da questão com dados apresentados em tabelas.

Grupos	N	Média (0,13)	DP	t	p-valor
GE	30	8,20	2,280	3,299	0,002
GC	27	6,07	2,556		

O teste t apresentou o seguinte resultado ($t(30,27) = 3,299$; $p = 0,002$), como o $p < \alpha$, o teste aponta que há diferença estatisticamente significativa entre o resultado dos grupos, com um número de acertos maior encontrado com o grupo GE.

A Tabela 5.7 mostra os resultados encontrados nas questões 2, 7 e 8, cujos dados foram apresentados em gráficos.

Tabela 5.7. Análise da questão com dados apresentados em gráficos.

Grupos	N	Média		t	p-valor
		(0,7)	DP		
GE	30	4,33	1,605	3,658	0,001
GC	27	2,78	1,601		

O teste t apresentou o seguinte resultado ($t(30,27) = 3,658$; $p = 0,001$), como o $p < \alpha$, o teste aponta que há diferença estatisticamente significativa entre o resultado dos grupos, com um número de acertos maior encontrado com o grupo GE.

Tanto nas questões que envolvem a representação por meio de tabelas, quanto nas representações com gráficos podemos notar uma diferença significativa do grupo GE com relação ao GC. Verificamos também que os índices de crescimento foram coerentes nos dois grupos sendo que tanto no grupo GE quanto no GC, a forma de representação em rol de dados apresentou melhores resultados e as tabelas e gráficos tiveram níveis de acerto muito próximos.

Aqui também faremos um levantamento posterior, analisando os resultados apresentados pelo Grupo Experimental, comparando o pré e o pós-teste. Contudo já podemos inferir que a utilização das representações, na intervenção de ensino foi adequada, já que os resultados foram satisfatórios.

Verificamos não haver diferenças significativas entre as questões de gráfico e tabelas, fato este que corrobora com o estudo realizado por Araujo (2007), que verificou no que tange às competências envolvidas na exploração de tabelas, os sujeitos apresentam um nível intermediário e algumas vezes avançado de compreensão, não descartando, contudo, as experiências pessoais. Quanto à leitura e interpretação de gráficos, os sujeitos pesquisados apresentaram um desempenho favorável em questões com um nível de “Leitura dos dados”, por outro lado, nas questões que envolviam “Leitura entre os dados”, os mesmos

apresentaram maior dificuldade. Observamos, portanto um equilíbrio de conhecimentos nos dois tipos de representação utilizados.

Feitas as considerações a respeito da comparação dos resultados entre os grupos, partiremos agora para a análise dos resultados do Grupo Experimental.

Observados os ganhos de nossa intervenção de ensino, quando comparada ao grupo GC, partiremos agora para a análise intra-grupo, buscando apresentar os resultados dos alunos do Grupo Experimental, de acordo com o tipo de representação e a medida estudada.

5.2.2. Análise intra-grupo dos resultados do GE no pós-teste

Nesta seção procuramos analisar os resultados apresentados pelo Grupo Experimental nas questões do pós-teste, comparando quando necessário com o resultado apresentado no pré-teste, a fim de verificar a validade dos ganhos apresentados no estudo, e validando as análises já realizadas.

Para tal, utilizamos o teste t de Student para amostras emparelhadas, por ser o mais indicado para testar a igualdade de duas médias de amostras emparelhadas, ou seja, amostras com os mesmos sujeitos, tendo em vista que os alunos que realizaram o pré-teste são os mesmos que realizaram o pós-teste.

As hipóteses consideradas são as mesmas apresentadas na seção 5.2 deste capítulo.

Passaremos então a análise das questões de acordo com a Medida de Tendência Central solicitada e, quanto ao tipo de representação utilizada em cada questão.

5.2.2.1 Análise das questões de acordo com a Medida estudada

Analisaremos a seguir os resultados encontrados no grupo GE, no que diz respeito às Medias de Tendência Central (Média, Moda e Mediana) abordadas em nosso estudo, por tipo de representação, ou seja, Rol de dados, tabelas e gráficos.

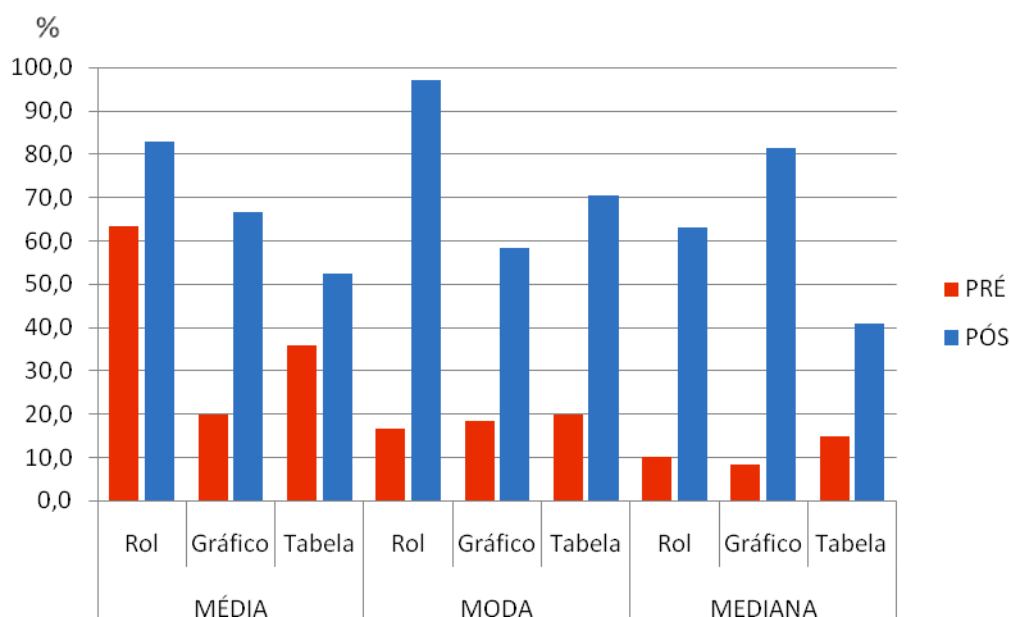


Gráfico 5.3. Resultado por medida, por representação.

Como podemos observar no Gráfico 5.3 o número de acertos após a intervenção de ensino foi superior em todas as questões, apresentando um crescimento estatisticamente significativo em todas elas. Observamos ainda, que em todos os tipos de representação, a única medida que não apresentou índices que indicam um nível de conhecimento satisfatório, ou seja, número de acertos acima de 50% foi nas questões de mediana apresentadas na forma de tabela.

Apresentamos, a seguir, a análise dos resultados encontrados do grupo GE, em cada uma das medidas estudadas, iniciando com as questões de Média, nos três tipos de representação: Rol de dados, Gráficos e Tabelas.

Tabela 5.8. Análise das questões de Média.

Questão	grupo	N	Média	DP	t	p-valor
MÉDIA DADOS	PÓS	30	0,83	0,379	2,262	0,031
	PRÉ	30	0,63	0,490		
MÉDIA GRAF	PÓS	30	2,00	0,871	6,770	0,000
	PRÉ	30	0,60	0,894		
MÉDIA TAB	PÓS	30	2,10	0,845	2,612	0,014
	PRÉ	30	1,43	1,135		

A Tabela 5.8 indica os resultados do teste t, no que diz respeito ao estudo da média, em que podemos observar que apesar do item na forma de Rol de Dados ter apresentado maior índice de acertos, este também foi o item que apresentou menor crescimento proporcional ao pré-teste. Os itens que

apresentaram maior crescimento foram àqueles representados na forma de gráficos. Observamos, também, que todos os itens indicam um ganho de conhecimento significativo por parte dos alunos do GE.

Acreditamos que a utilização de diferentes tipos de representação e principalmente pelo fato de trabalharmos com estimativas, tenha favorecido o aprendizado desses alunos no que diz respeito ao conceito de média, já que não nos prendemos a cálculos ou fórmulas. Acreditamos, contudo que o algoritmo faz parte da institucionalização do conceito, e que sua introdução deve ser inserida no contexto, após esse trabalho de estimativa, como forma de apoiar e sustentar os conceitos já apreendidos pelos alunos.

Vergnaud (1998) enfatiza que os algoritmos são um conjunto de regras que permitem encontrar a solução de um problema num determinado número de passos, contudo, esse conjunto de regras é específico para resolver determinada classe de situações, logo, só podem ser considerados como esquemas eficientes quando contam com conceitos e teoremas, que permitem explicá-los, e ainda, que essa eficiência é devido às relações existentes entre as características do problema e aquele conjunto de regras.

A seguir apresentamos a análise dos resultados das questões referentes ao conceito de Moda, nos três tipos de representação utilizados. A Tabela 5.9 apresenta os resultados do teste t para essas questões.

Tabela 5.9. Análise das questões de Moda.

Questão	grupo	N	Média	DP	t	p-valor
MODA DADOS	PÓS	30	0,97	0,183	10,770	0,000
	PRÉ	30	0,17	0,379		
MODA GRAF	PÓS	30	1,17	0,747	4,738	0,000
	PRÉ	30	0,37	0,615		
MODA TAB	PÓS	30	3,53	1,137	6,780	0,000
	PRÉ	30	1,00	1,414		

O teste t aplicado mostra uma diferença estatisticamente significativa dos resultados do pré com pós-teste, nas questões em que é solicitada a Moda nos três tipos de representação.

Observamos que o número de acertos foi maior nas questões cujos dados foram apresentados em forma de rol de dados com 97% de acertos, cuja representação também foi a que apresentou o maior crescimento ao compararmos os resultados do pré com o pós-teste, conforme o Gráfico 5.3.

Podemos inferir que os alunos apresentaram um ganho de conhecimento significativo quanto ao conceito de tal medida, tendo em vista que a média de acertos foi satisfatória nos três tipos de representação.

A moda, apesar de parecer ser um conceito intuitivo, e que não requer cálculos, a não ser a comparação da frequência dos dados, não apresentou resultado satisfatório no pré-teste para nenhum tipo de representação, o que demonstra que apesar da maturidade de nossos alunos, eles não tinham experiência suficiente para identificar tal medida nas diferentes situações apresentadas.

Acreditamos que nossa intervenção de ensino tenha sido favorável ao desenvolvimento cognitivo de nossos alunos, no que se refere ao conceito de Moda, pelo fato de termos oferecido a eles inúmeras situações que permitiram o desenvolvimento gradativo da experiência necessária para aprimorar suas concepções a respeito de tal medida.

Para Magina et al. (2001) ao elaborar uma situação problema é preciso fazer escolhas adequadas tanto das situações, explicações, formulações, como da representação adequada, de forma a auxiliar os alunos na construção de novos conceitos.

Vergnaud (1990) enfatiza que as representações simbólicas (diagramas, gráficos, tabelas, etc) podem ser decisivas para a extração de relações relevantes, e que devem ser utilizadas para representar problemas adequados ao nível dos alunos, já tais representações não são igualmente significativas para cada sujeito.

No que diz respeito à Mediana, a Tabela 5.10 apresenta os resultados de acordo com o tipo de representação e que a questão foi apresentada.

Tabela 5.10. Análise das questões de Mediana.

Questão	grupo	N	Média	DP	t	p-valor
MEDIANA DADOS	PÓS	30	0,63	0,490	5,757	0,000
	PRÉ	30	0,10	0,305		
MEDIANA GRAF	PÓS	30	1,17	0,699	7,374	0,000
	PRÉ	30	0,17	0,379		
MEDIANA TAB	PÓS	30	1,63	1,033	4,762	0,000
	PRÉ	30	0,60	0,563		

O teste t, aplicado para analisar os resultados, aponta que há uma diferença estatisticamente significativa entre pré e pós-teste nos três tipos de

representação, porém, como podemos observar no Gráfico 5.3, o maior número de acertos foi encontrado nas questões cuja representação dos dados foi na forma de gráficos (81% de acertos) e foi também onde ocorreu o maior crescimento no número de acertos quando comparamos pré com pós-teste.

Apesar do crescimento significativo nos três tipos de representação, observamos que o número de acertos nas questões de mediana apresentadas na forma de tabela não atingiu um nível satisfatório, como já relatamos anteriormente, o que implica numa defasagem de conhecimento desses alunos quanto ao conceito de Mediana, principalmente no que se refere a dados representados em tabelas.

Apesar de preocupante, essa questão afunila nossas investigações, já que havíamos levantado anteriormente uma defasagem de conhecimento dos alunos do GE, no que se refere ao conceito de Mediana, quando comparamos as três medidas estudadas, no item 5.2.1.2 deste capítulo, na análise geral dos resultados. Observamos, porém que esta defasagem se dá especificamente nas questões em que os dados são representados em tabelas.

Mesmo mediante as dificuldades apresentadas pelos alunos, observamos um ganho de conhecimento, que certamente foi favorecido por nossa intervenção de ensino, por meio da utilização das inúmeras situações, apresentadas em diferentes formas de representação simbólica. Tendo em vista as dificuldades relatadas anteriormente, não podemos deixar de questionar o porquê desses alunos não terem desenvolvido amplamente o conceito de Mediana.

Talvez o tempo utilizado em nossa intervenção de ensino não tenha sido suficiente para nosso aluno se apropriar do conceito de Mediana, tendo em vista que tal medida oferece um maior grau de dificuldade, ou ainda que deveríamos ter dado maior atenção às questões relacionadas à Mediana, oferecendo mais opções de situações, para que o aluno pudesse ter maior contato com questões reais, a fim de desenvolver sua experiência, e assim favorecer um maior ganho cognitivo desses conceitos.

Para Vergnaud (1998) as competências e concepções dos alunos desenvolvem-se gradativamente, de acordo com suas experiências adquiridas numa determinada situação podendo ser adaptada a outra situação semelhante àquela.

Já salientamos, contudo, que o entendimento de uma situação não se encontra diretamente disponível em outra, o que exige do aluno uma reflexão para que este possa mobilizar os conceitos já adquiridos e assim encontrar a solução para a nova situação.

Mais adiante, no item 5.2.2.2 faremos um levantamento das questões por item, onde apresentaremos as principais dificuldades encontradas pelos alunos, principalmente no que se refere ao conceito de Mediana quando vista em tabelas, que apresentou o pior resultado dentre os conceitos abordados em nossa intervenção de ensino.

Ao compararmos os resultados encontrados quanto às Medidas de Tendência Central, podemos inferir que na Média e na Moda o desempenho dos alunos foi maior nas questões cuja representação se deu em rol dos dados. Observamos, contudo, que o maior crescimento no número de acertos foi encontrado nas questões cujos dados foram apresentados em gráficos, nas questões que envolvem os conceitos de Média e Moda. De forma geral a Mediana foi a medida em que os alunos apresentaram maior dificuldade, entretanto, apresentando um crescimento satisfatório quando comparado ao pré-teste.

Batanero *et al* (1997), apontam para a falta de compreensão dos alunos sobre a relação entre a média, mediana e a moda. Esta relação não é fácil de compreender por não ser clara a partir do algoritmo de cálculo. Os resultados mostram a existência de erros conceituais e dificuldades de aplicação prática dos conhecimentos sobre as medidas de Tendência central. Os autores enfatizam que o ensino dessas medidas geralmente concentrado na apresentação dos algoritmos e fórmulas não permite que os alunos compreendam o sentido pleno do conceito.

Visando aprofundar ainda mais o desenvolvimento de nossa análise, principalmente quanto aos erros cometidos pelos alunos, passamos a seguir a uma análise das questões de acordo com o tipo de Representação e da Medida questionada em cada item.

5.2.2.2 Análise das questões do pós-teste de acordo com o tipo de Representação utilizado e com a Medida questionada.

Nesta subseção procuramos apresentar, mediante os resultados encontrados pelos testes estatísticos, algumas das dificuldades observadas, após a intervenção de ensino no Grupo Experimental.

A Figura 5.6 apresenta os resultados encontrados na questão 1, que diz respeito às notas de avaliações de quatro alunos, apresentada na forma de tabela de dupla entrada.

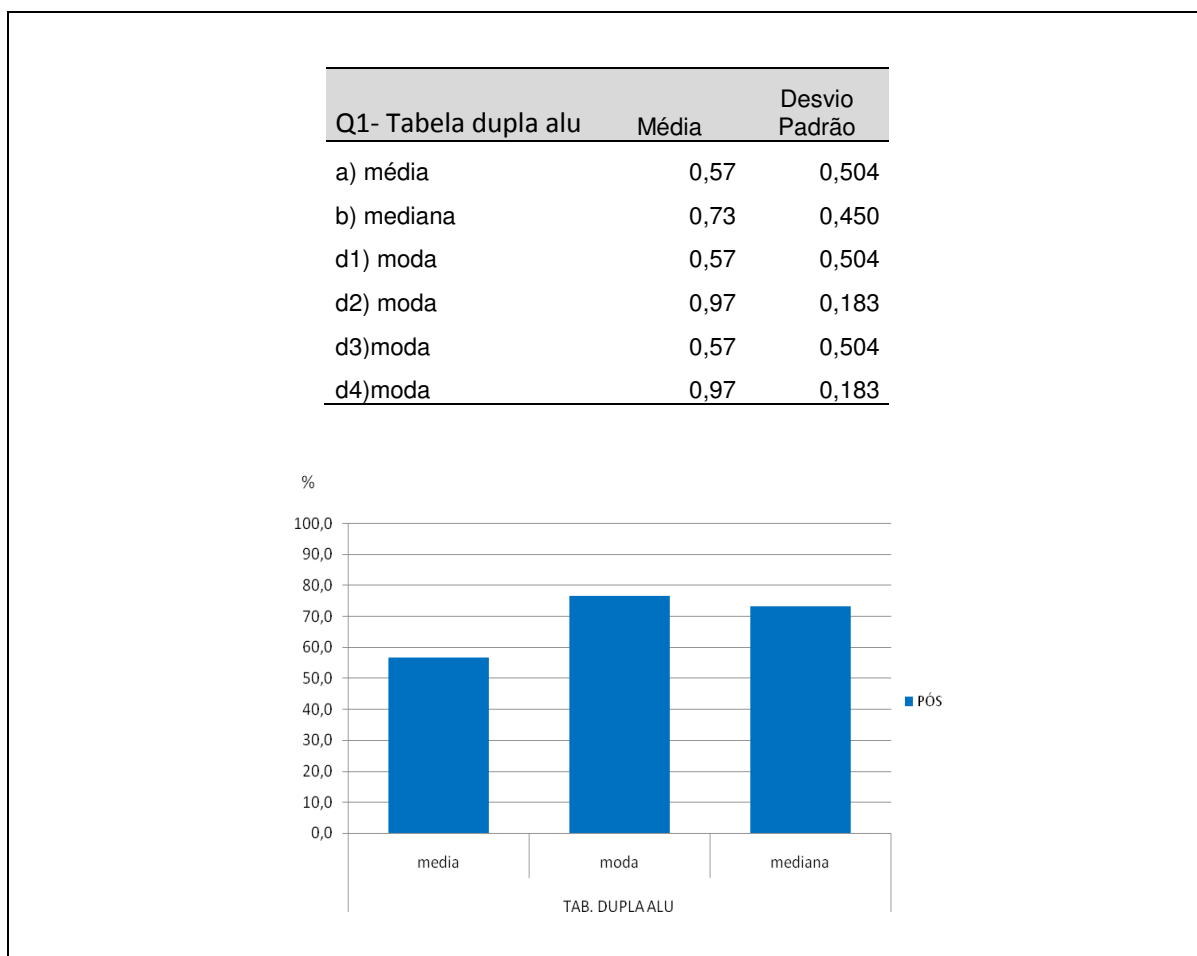


Figura 5.6. Análise da questão 1.

Os resultados encontrados indicam que os alunos tiveram maior dificuldade ao responder a Média de maneira correta, enquanto que na Mediana e na Moda os resultados foram satisfatórios.

Ao analisarmos as respostas dos alunos, cuja questão solicitava a comparação da média das notas de 4 alunos, em que deveriam responder que as médias seriam as mesmas, alguns alunos deram como resposta o aluno “André”

cujas notas eram maiores, não levando em consideração a nota “zero” como resposta.

A Figura 5.7 apresenta o protocolo do aluno GE07 que errou o item citado.

a)	Qual dos alunos obteve a maior média das quatro avaliações? <u>André</u>
	Por quê? <u>Porque ele tirou a maior nota de todas as avaliações</u>

Figura 5.7. Protocolo do aluno GE07.

Os erros apresentados por nossos alunos são semelhantes aos apresentados por Araujo (2007), que relata que nas questões que envolviam o conceito de Média Aritmética, alguns dos sujeitos demonstraram não conhecer o cálculo de tal medida, e outros apresentaram dificuldades em reconhecer o zero nesse cálculo

A análise das respostas encontradas na questão 2, cujos dados foram apresentados na forma de gráfico de setores, em que os alunos foram questionados, sobre a possibilidade de se obter a Média, Moda e Mediana em variáveis qualitativas, encontra-se na Figura 5.8.

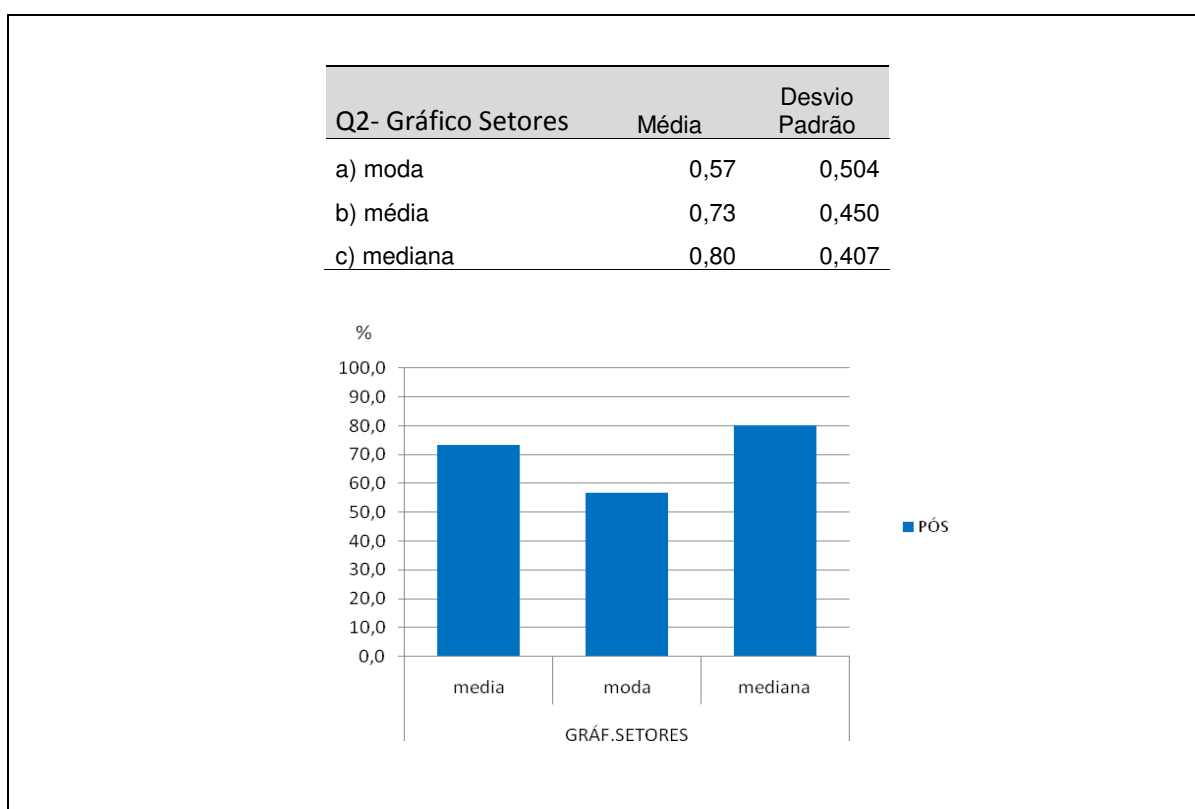


Figura 5.8. Análise da questão 2.

Ao observarmos os resultados encontrados na questão 1 podemos inferir que, em todas as medidas solicitadas, o número de acertos foi satisfatório.

Entendemos que a forma em que os dados foram representados (gráficos de setores), facilitou a compreensão dos alunos quanto ao assunto tratado levando os mesmos à indicarem as medidas corretamente, apesar de alguns alunos ainda apresentarem dificuldades quanto à identificação da moda, indicando a porcentagem de acertos e não o tipo de deficiência como resposta.

Podemos inferir, ainda, que os alunos foram capazes de identificar uma variável qualitativa, e distinguir quais medidas podem ou não ser obtidas nesse tipo de representação.

A Figura 5.9 apresenta alguns protocolos de alunos que tiveram dificuldades nessa questão.

a) De acordo com o gráfico, é possível determinar a Moda quanto ao tipo de deficiência? (☒) Sim () Não Se sim, qual é? <u>48,1%</u>
--

Figura 5.9. Protocolo do aluno GE27.

Na questão 2 foi solicitado ao aluno se é possível ou não obter os valores de média, moda e mediana. Por se tratar de uma variável qualitativa, não existe média nem mediana. Apesar dos alunos terem sido capazes de identificar que é possível apenas obter a moda para este tipo de variável, o erro mais comum, quanto à identificação da moda, foi que alguns alunos definiram a moda como sendo a frequência relacionada ao tipo de deficiência, e não a própria deficiência.

Quanto a questão 4, cujos dados foram apresentados em uma tabela simples, podemos observar na Figura 5.10 que houve diferença nos resultados encontrados no que diz respeito às medidas solicitadas. Obtendo, assim, um resultado satisfatório somente quanto à Média, atingindo 90% de acertos nesse item.

Q4- Tabela simples		
	Média	Desvio Padrão
a) média	0,90	0,305
b) mediana	0,23	0,430
c) moda	0,47	0,507

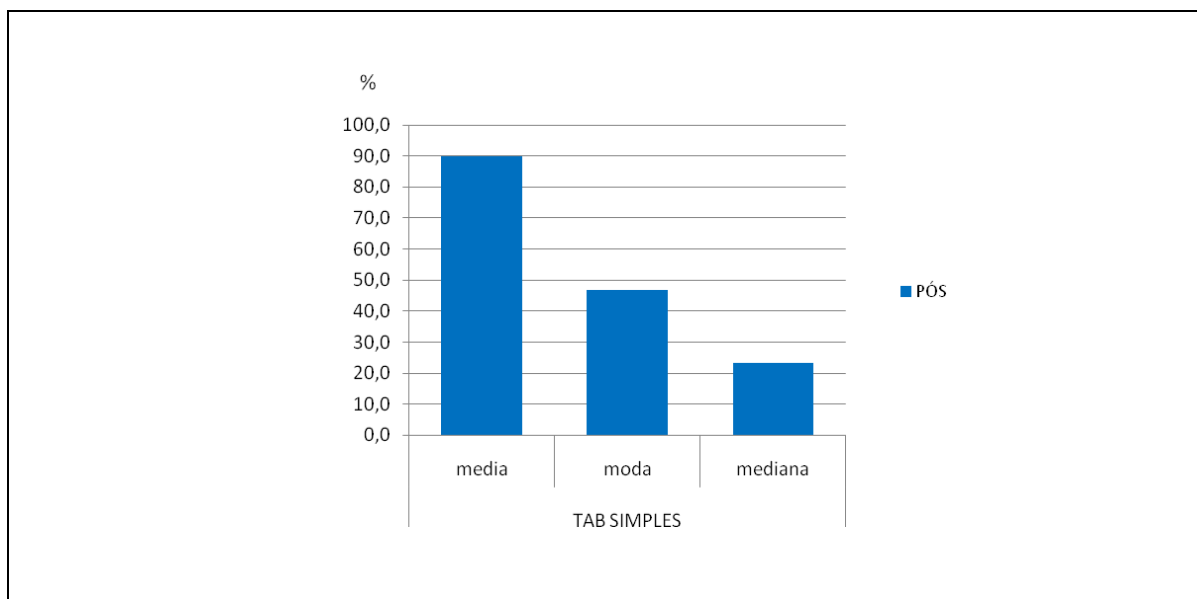


Figura 5.10. Análise da questão 4.

Acreditamos que o resultado insatisfatório no item em que foi solicitada a Moda, se deu pelo fato de dela ser bimodal, levando os alunos a fornecer um único valor como resposta.

A figura 5.11 apresenta o protocolo do aluno GE08 que indica apenas um dos valores como sendo a moda.

c) E a moda? 800 reais X

Figura 5.11. Protocolo do aluno GE08.

Quanto à mediana, observamos que este item foi um dos principais responsáveis pelo baixo índice de acertos no que se refere ao conceito de Mediana. Acreditamos que o fato da tabela apresentar o maior e o menor valor, como primeiro e último, respectivamente, tenha levado os alunos a crer que a mesma já apresentava os dados de forma organizada, o que os levou a considerar o valor central na ordem em que estavam dispostos, não efetuando, portanto, a ordenação dos dados.

A figura 5.12 apresenta o protocolo do aluno GE22 que indica o valor 350 como sendo a moda.

b) Qual é a mediana? 350 X

Figura 5.12. Protocolo do aluno GE22.

Os resultados encontrados na questão 5 foram satisfatórios em todas as medidas solicitadas. Podemos inferir, portanto, que a intervenção de ensino levou os alunos à uma aquisição de conhecimento que até então não existia.

A figura 5.13 apresenta os resultados encontrados para essa questão.

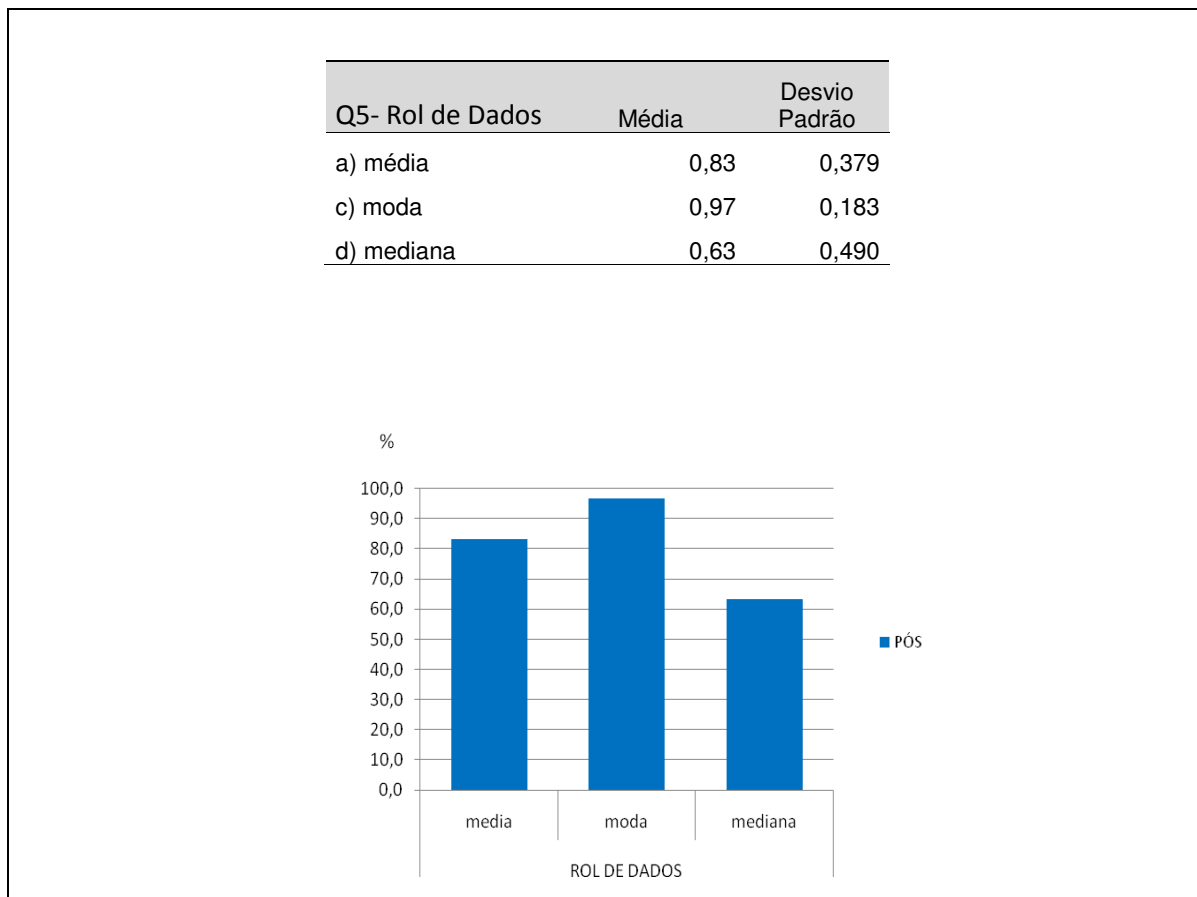


Figura 5.13. Análise da questão 5.

Observamos que os alunos tem maior facilidade em fazer a leitura dos dados quando o mesmo é apresentado em forma de rol, facilitando assim, sua interpretação e entendimento do assunto tratado na questão.

O item em que os alunos tiveram maior dificuldade foi quanto à mediana. Observamos que alguns alunos ainda apresentam dificuldades em efetuar a organização ordenada dos dados. A Figura 5.14 apresenta o protocolo do aluno GE24 que teve dificuldade neste item, considerando o 30º valor, dos 60 listados no enunciado do exercício, como mediana.

d) E a mediana? é nenhuma filha por mulher

Figura 5.14. Protocolo do aluno GE24.

No que se refere à questão de número 6, ao observamos a Figura 5.15 notamos que o resultado encontrado nesta questão, cujos dados foram representados em uma tabela de dupla entrada, somente o resultado do item referente à Média foi satisfatório, atingindo 70% de acertos.

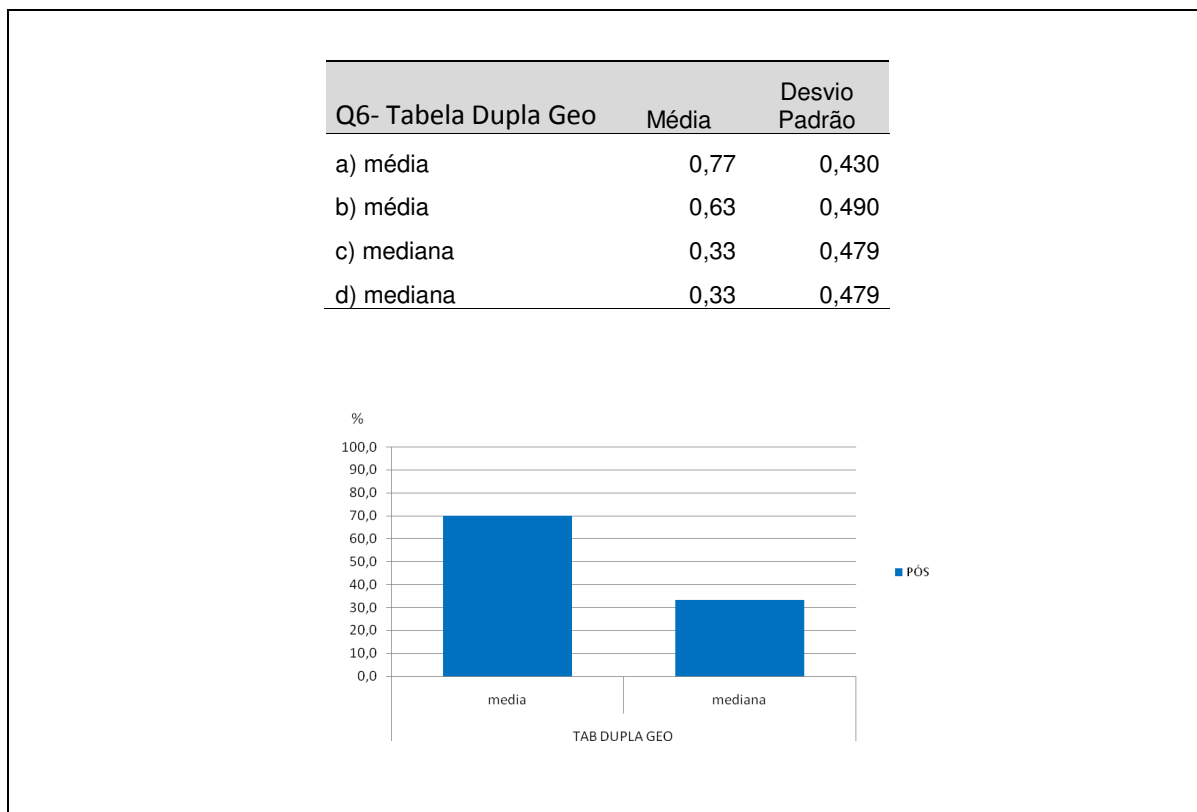


Figura 5.15. Análise da questão 6.

Ao analisarmos as respostas notamos que esta questão ofereceu um grau de dificuldade muito grande aos alunos, talvez pelo fato de ser uma questão cujos dados são apresentados na forma decimal, em milhões de toneladas, e por ser uma questão pouco familiar aos alunos, quando comparada a outra questão apresentada na forma de tabela de dupla entrada, onde os alunos não apresentaram dificuldade, por se tratar de um assunto de seu cotidiano.

Esta questão também foi responsável pelo baixo índice de acertos no que se refere ao conceito de Mediana, apresentando um nível de acertos em torno de 33%. Quanto aos erros cometidos no item d, observamos que os alunos tiveram dificuldades com os valores indicados, principalmente no que se refere à unidade de medida utilizada. Já no item d, percebemos que os alunos não atentaram ao fato de que esta coluna não dispunha os valores ordenados, já que os mesmos encontravam-se ordenados de acordo com os valores apresentados na coluna

“Milhões de Toneladas de CO₂”, e, portanto, indicaram a mediana como o valor entre o 5º e o 6º elementos nesta ordem.

A Figura 5.16 apresenta o protocolo de um aluno que reflete esta dificuldade.

c) Qual é mediana de Toneladas de CO ₂ por habitante?	0	5,5
d) Qual é a mediana em Milhões de Toneladas de CO ₂ emitida?	0	20,42

Figura 5.16. Protocolo do aluno GE27.

A questão 7 cujos dados foram representados por meio de um gráfico de linhas, encontramos como resultado satisfatório, conforme mostra a Figura 5.17, somente na Moda, pois a mesma é o valor maior encontrado no gráfico, facilitando o conhecimento dos alunos. Já no que diz respeito à estimativa da Média, os resultados não foram satisfatórios, atingindo 47% de acertos nesse item.

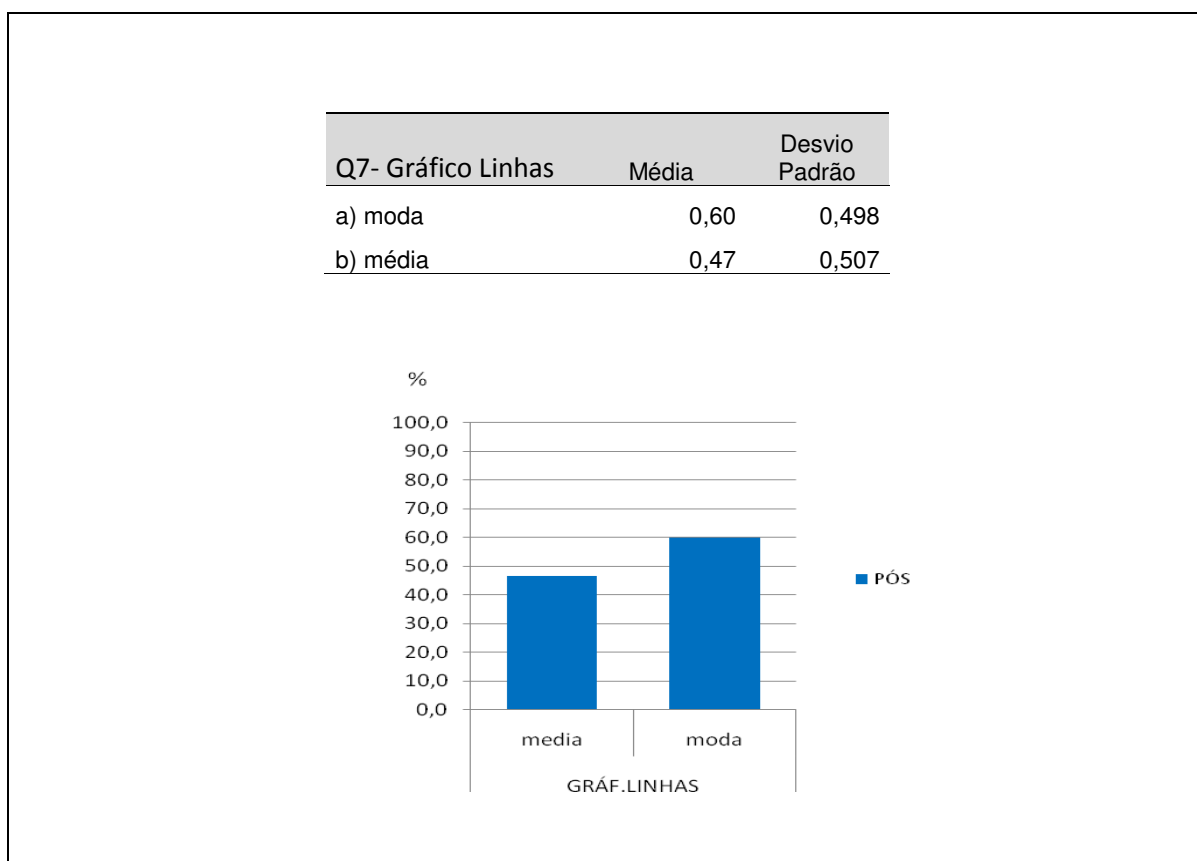


Figura 5.17. Análise da questão 7.

Ao analisarmos as respostas dos alunos identificamos que os mesmos deram como resposta a Média da variável “total de estudantes”, quando o correto seria a Média da variável “renda familiar mensal”.

A figura 5.18 apresenta um protocolo cujo aluno cometeu esse tipo de erro.

b) A média? $\hat{=}$ 25,000

Figura 5.18. Protocolo do aluno GE06.

Os resultados da questão 8, cujos dados foram representados em um gráfico de barras que indicava as importações dos principais parceiros comerciais da China no ano de 2007, classificados na ordem de parcerias, estão apresentados na Figura 5.19.

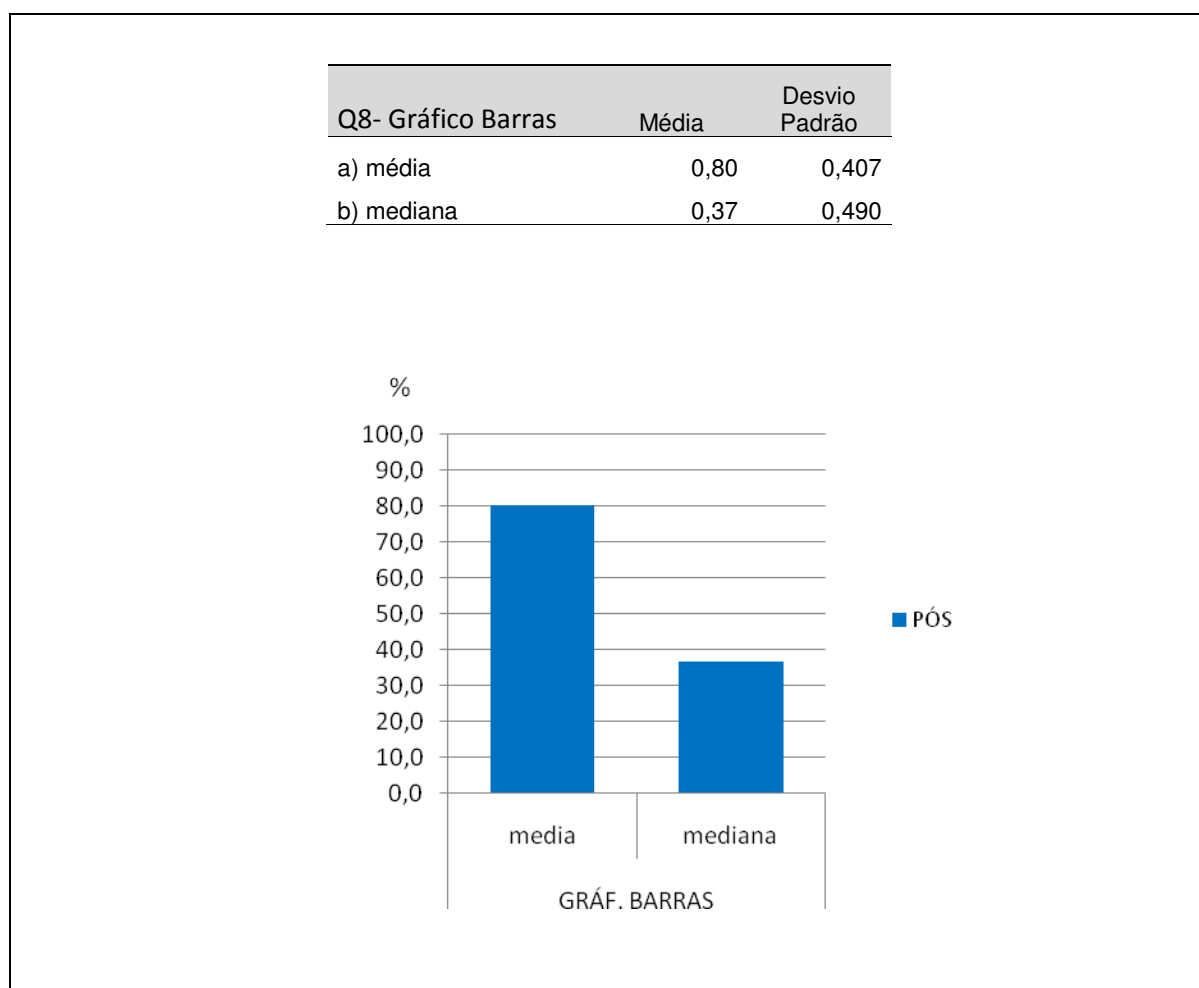


Figura 5.19. Análise da questão 8.

Observamos que o maior índice de erros foi no item que solicitada a Mediana dos valores de importação, atingindo 37% de acertos, cujas respostas dadas pelos alunos foi da Mediana da ordem de classificação dos países.

A Figura 5.20 apresenta o protocolo de um aluno que errou este item.

c) Qual é a mediana das importações dos dez principais parceiros comerciais da China em bilhões de Dólares? <u>≈ 73,2</u>

Figura 5.20. Protocolo do aluno GE22.

Com base nos resultados aqui apresentados, podemos inferir que o conceito menos favorecido por nossa intervenção foi o de Mediana, e o mais favorecido foi o de Moda, que apresentou também o maior ganho quando comparado aos resultados do pré-teste.

Acreditamos, portanto, que nossa intervenção de ensino voltada para a estimativa de Medidas de Tendência Central, trabalhadas em nosso estudo, resultou num ganho de conhecimento para os alunos do Grupo Experimental, fazendo com que os mesmos adquirissem uma compreensão das medidas que até então não tinham. Favorecendo principalmente a identificação de cada uma dessas medidas em situações reais, apresentadas por meio de diferentes representações simbólicas.

Nossas considerações a respeito dos resultados apresentados em nosso estudo corroboram com Silva (2008), que também relata em seu estudo, que apesar de terem ocorrido contribuições significativas, tais contribuições foram insuficientes pois os alunos apresentaram lacunas quanto aos conceitos de média, moda e mediana. A autora propõe a necessidade de se iniciar trabalhos como esse desde as séries iniciais, visando um amadurecimento da apreensão dos conceitos ao longo do processo educacional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como principal objetivo investigar as contribuições de uma intervenção de ensino, pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, a partir da leitura de gráficos e tabelas, voltada para estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

Tal intervenção foi voltada especificamente para a compreensão e significação dos conceitos de Média, Moda e Mediana a partir da leitura e interpretação de dados advindos da exploração de gráficos e tabelas, principalmente, por meio da estimativa de tais medidas.

Para que chegássemos a tal objetivo, passamos pela problemática a respeito do tema que tratamos em nossa dissertação, o que nos levou a gerar a questão principal de pesquisa **“Quais as contribuições, em termos de aprendizagem, que uma intervenção de ensino pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, traz para alunos do Ensino Médio?”** que encontramos no capítulo 1. A partir de então, iniciamos nosso caminho para obter subsídios teóricos e empíricos para que pudéssemos responder tal questão.

Assim sendo, apresentamos no capítulo 2 uma visão dos documentos Oficiais: PCN (1998, 1999, 2002) e Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), quanto ao ensino da Estatística, mais especificamente no que se refere às medidas de Tendência Central, bem como o estudo dos conceitos de tais medidas, e de representações gráficas e tabulares acompanhado de alguns estudos correlatos de autores como Batanero et al (1997), Cazorla (2003), Echeveste et al. (2006), Araujo (2007), Meyén et al. (2007), Silva (2008), Pagan (2009) e Magina et al. (no prelo).

O capítulo 3 foi dedicado ao referencial teórico que deu suporte à nossa pesquisa. Para tal, utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Vergnaud (1982, 1990, 1993, 1996, 1997 e 1998).

No capítulo 4 descrevemos sobre a metodologia de nossa pesquisa, descrita por Rudio (1992), Gil (2002) e Fiorentini e Lorenzato (2006) como sendo

uma pesquisa de cunho quase-experimental, bem como os sujeitos envolvidos, o desenvolvimento da intervenção de ensino adotada e nosso instrumento diagnóstico.

O capítulo 5 foi dedicado aos resultados dos instrumentos diagnósticos, em que foi feita uma análise desses resultados, procurando estabelecer a interação com a teoria utilizada, além de compararmos nossos resultados com os obtidos em pesquisas correlatas.

O estudo iniciou-se com a aplicação de um instrumento diagnóstico (pré-teste), cujo principal objetivo era identificar o conhecimento prévio dos alunos que participaram de nossa pesquisa no que tange à Estatística, em especial às Medidas de Tendência Central (Média, Moda e Mediana). Após a pré-análise, houve uma intervenção de ensino em dois grupos distintos. Uma das turmas, denominada Grupo Controle (GC), teve os conteúdos de Estatística trabalhados de forma convencional. Em uma segunda turma, que denominamos Grupo Experimental (GE), os conteúdos foram trabalhados em forma de estimativa das Medidas. Após esse período de ensino, aplicamos novamente um instrumento diagnóstico (pós-teste) para avaliar o ganho proporcionado pelas intervenções.

De posse dos dados coletados, iniciamos sua análise que foi minuciosamente descrita, no que tange aos resultados quantitativos de forma geral, comparando os resultados dos grupos (intergrupos) e os resultados das questões (intragrupo).

Para proporcionar uma melhor apresentação das conclusões do estudo, dividiremos o presente capítulo em três partes: a primeira apresentará uma síntese dos principais resultados encontrados; a segunda será dedicada a resposta da questão de pesquisa (tanto à pergunta principal, como às específicas). Finalmente, a terceira será dedicada a sugestões para futuras pesquisas a respeito do tema aqui estudado.

Observando os resultados dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste) nos dois grupos GE e GC constatamos que os dois grupos partiram de patamares de conhecimento similares e que, como era de se esperar, todos apresentaram ganhos com as intervenções de ensino. Em outras palavras, as intervenções realizadas surtiram um efeito positivo quanto ao conhecimento adquirido pelos alunos sobre as Medidas de Tendência Central (Média, Moda e Mediana).

O teste de regressão, aplicado no resultado dos dois grupos, indicou que no grupo GC, o desempenho no pós-teste é ligeiramente influenciado pelo desempenho no pré-teste. Já no grupo GE o desempenho no pré-teste parece não ter influenciado o desempenho no pós-teste, sendo que o desempenho do GE foi em média três vezes em relação ao pré-teste.

Os resultados apresentados são de grande valia, pois nos permite evidenciar os benefícios de nossa intervenção de ensino, confirmando uma eficácia na mesma, principalmente para os alunos que tiveram menor desempenho no início, ou seja, antes de ocorrer a intervenção de ensino. Assim sendo, reduziu as diferenças de desempenho dos alunos dentro do grupo GE.

No que diz respeito aos conceitos das medidas estudadas (Média, Moda e Mediana), observamos que os alunos do grupo GE assimilaram de forma satisfatória o assunto abordado, de forma que ao deparar-se com situações de seu cotidiano, este será capaz de identificar, diferenciar e estimar tais medidas, podendo assim, fazer inferências e elaborar argumentações sobre o assunto abordado nas diferentes situações.

Para Vergnaud (1996) *“um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através de situações e dos problemas que um conceito adquire sentido para a criança”*. Ainda segundo Vergnaud (1996) Ao estudar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito faz-se necessário considerar além das situações, os invariantes e as representações simbólicas.

Quanto aos tipos de representações simbólicas utilizadas, verificamos que estas favoreceram a leitura, compreensão e estimativa das medidas abordadas, e inferimos que os alunos têm maior facilidade quando essas representações tratam de assuntos de seu interesse, ou que fazem parte de seu contexto socioeconômico e cultural.

Segundo Vergnaud (1998) a representação tem importante valor para Matemática, já que os conceitos matemáticos têm suas primeiras raízes na ação e na representação de um mundo físico e social. Assim, ao elaborar situações problemas é preciso fazer escolhas adequadas tanto das situações, explicações, formulações, como da representação adequada, de forma a auxiliar os alunos na construção de novos conceitos.

Vergnaud (ibid) afirma que para que uma teoria de representação seja útil, esta deve oferecer possibilidades para ocorrerem algumas inferências, antecipar eventos futuros e gerar comportamentos que proporcionem resultados positivos ou evitem alguns negativos.

Os resultados indicam que o ensino de Estatística, principalmente quanto às Medidas de Tendência Central, pautado na estimativa e significação de tais medidas, resulta em um ganho significativo quanto à compreensão e aquisição de conhecimento para o aluno.

De posse dos principais resultados encontrados em nosso estudo, partimos para responder à questão de pesquisa:

“Quais as contribuições, em termos de aprendizagem, que uma intervenção de ensino pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, traz para alunos do Ensino Médio?”

Para obtermos subsídios para responder nossa questão de pesquisa, elaboramos duas questões específicas. Acreditamos que suas respostas oferecer-nos-ão maior poder generativo para responder a questão principal. Assim sendo, optamos por responder primeiramente às questões específicas, retornando à questão mais ampla mais adiante. Seguem, portanto, as questões específicas, com suas respectivas respostas.

Que tipo de representação, gráfico ou tabela, oferece maior facilidade na interpretação e estimativa de medidas centrais?

Os resultados encontrados no pós-teste indicaram que os alunos foram capazes de compreender, identificar e estimar as Medidas de tendência Central abordadas em nosso estudo nos três tipos de representação utilizados, seja em Rol de Dados, Gráficos ou Tabelas.

A representação em que os alunos se saíram melhor foi o rol de Dados, porém, é um tipo de representação pouco utilizada, em que encontramos principalmente no ambiente escolar, sendo assim, levantamos nossa questão no que diz respeito às representações gráficas ou tabulares.

Verificamos, de acordo com os resultados apresentados em nosso estudo, que ambas oferecem condições igualmente favoráveis, e, um melhor ou pior aproveitamento depende principalmente do assunto apresentado, e não da forma de representação utilizada.

Qual das medidas exploradas nesse estudo, o aluno tem maior facilidade de identificar e estimar?

Os testes realizados apontam, no que diz respeito às medidas exploradas em nosso estudo que, no geral, a moda foi a medida que os alunos tiveram maior facilidade, seguida da Média e por último da Mediana.

Os resultados mostraram um crescimento significativo na conceitualização das três medidas, por parte dos alunos. Apesar dos avanços encontrados após a intervenção de ensino, a Mediana ainda é uma medida não compreendida pela maioria dos alunos, com uma média de acerto abaixo de 50%.

Ainda, assim como verificamos na questão anterior, ressaltamos que o tipo de situação explorada, pode favorecer ou dificultar a compreensão e estimativa dessas medidas.

Respondida às questões específicas, passaremos agora à resposta da questão principal do nosso trabalho:

Quais as contribuições, em termos de aprendizagem, que uma intervenção de ensino pautada na significação e estimativa de Medidas de Tendência Central, traz para alunos do Ensino Médio?

Com base nos resultados apresentados em nossa análise e nas respostas às questões específicas, concluímos que a intervenção de ensino por nós utilizada, pautada na estimativa e significação de Medidas de Tendência Central, mais especificamente, Média, Moda e Mediana, traz grandes contribuições para a aprendizagem desses conceitos, tidos como elementares no âmbito da Estatística. Entre elas, podemos citar:

Oferecer situações do convívio do aluno, favorecendo o despertar do interesse destes, em assuntos que abordam conceitos Estatísticos, tornando-os mais facilmente compreensíveis.

A utilização de representações simbólicas, retiradas de meios de comunicação de fácil acesso aos alunos, como internet, jornais e revistas, faz com que estes demonstrem maior interesse e curiosidade em se apropriar dos conceitos estatísticos estudados, a fim de compreender melhor as informações ali representadas.

A obtenção das medidas exploradas, por meio da estimativa, ao invés da utilização de fórmulas para o cálculo das mesmas, reduziu a preocupação dos alunos em termos matemáticos, favorecendo uma maior concentração por parte

deles na significação das medidas resultando numa melhor compreensão do assunto tratado.

Os resultados apresentados em nosso estudo nos levam a refletir sobre o papel dos educadores, no que diz respeito à formação dos alunos, principalmente no desenvolvimento cultural e social, a fim de prepará-los para o mercado de trabalho, de forma a se tornarem cidadãos críticos e profissionais competentes, capazes de se posicionarem diante das situações enfrentadas no seu dia-a-dia. Diante disto posto, acreditamos que a Estatística tem papel fundamental na formação destes cidadãos, e faz-se necessário seu conhecimento como acessório para a inclusão do indivíduo na sociedade. É papel da escola favorecer esse conhecimento.

Acreditando nos pressupostos acima, sugerimos, para futuras pesquisas, o aprimoramento desse estudo, não só por professores de matemática, como por outros profissionais da educação, trabalhando com a estimativa e significação das medidas estudadas, além de outros conceitos básicos estatísticos, desde as séries iniciais, a fim de favorecer um crescimento gradativo visando assim o amadurecimento cognitivo.

Sugerimos aos professores do Ensino Fundamental I e II, que elaborem situações didáticas que satisfaçam o interesse dos alunos, desenvolvendo o hábito de se trabalhar com a estimativa, contribuindo para o amadurecimento da conceitualização.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Letícia de Castro. *Concepções e Competências de um grupo de professores polivalentes relacionadas à leitura e interpretação de tabelas e gráficos*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BATANERO, C., Significado Y Comprensión De Las Medidas De Posición Central. *Departamento De Didáctica De La Matemática*. Universidad De Granada, UNO, 2000, 25, 41-58.

BATANERO, C., GODINO, J. D. y NAVAS, F., Concepciones De Maestros De Primaria En Formación Sobre Los Promedios. *Versión ampliada del trabajo publicado en H. Salmerón (Ed.). VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, p. 310-304, 1997.

BATANERO, C.; GODINO, D.R.; GREEN, P.H. VALLECILLOS, A. Errores y dificultades em la comprensión de los conceptos estadísticos elemetales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), p. 527-547, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: *Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Parâmetros Curriculares Nacionais: *Matemática-Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEF, 1999.

_____. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: *Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias (PCN+)*. Brasília: MEC/SEF, 2002.

BUSSAB, W. O., MORETTIN, P. A. *Estatística Básica*. 5 ed. SÃO Paulo: Saraiva, 2002.

CAZORLA, I.M. *Média aritmética: um conceito prosaico e complexo* .In: IX Seminário IASI de Estatística Aplicada. Rio de Janeiro, 2003.

CAZORLA, I.M., SANTANA, E. R. dos S. *Concepções, atitudes e crenças em relação à Matemática na formação do professor da Educação Básica*. GT 19 Educação Matemática. Caxambu, 2005. Disponível em: <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/concepcoes.pdf>. Acesso em: Jul. 2009.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*, volume único. São Paulo: Ática, 2005.

ECHEVESTE, S.; BITTENCOURT, H.; BAYER, A.; ROCHA, J. *Um estudo sobre o nível de conhecimento dos alunos do 3º ano do Ensino Médio sobre Estatística*. III SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Águas de Lindóia, 2006. Disponível em: <http://exatas.net/artigo_sipem.pdf>. Acesso em: Ago. 2009.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IEZZI, G., HAZZAN, S., DEGENSZAJN, D. *Fundamentos da Matemática*. São Paulo: Atual, 2004, 11v.

LEITE, A.P.; PAGAN, A.; CAZORLA, I.; MAGINA, S. O desempenho dos estudantes em problemas de Tratamento da Informação e Matemática: um estudo comparativo. In: *VI Congresso Iberoamericano de Educación Matemática*, 2009. v. 1, p.1369-1375. Puerto Montt. Chile, 2009.

LEVIN, J. J., FOX, A. *Estatística para ciências humanas*. 9 ed. São Paulo: Prentice Hall , 2004.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; NUNES, T., GITIRANA, V. *Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*, Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001

MAGINA, S.; CAZORLA, I.; GITIRANA, V. *Concepções e Concepções alternativas de Média: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental*. (em prelo).

MAYÉN, S.; COBO, B.; BATANERO, C.; BALDERAS, P. *Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato*. Unión, 9, 187-201, 2007.

NORUSSES, M. J., *SPSS for WINDOWS Base System User's Gued Reliase 6.0*. Chicago, IL: SPSS Inc., 1993.

NOVAES, Diva Valério; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. *Estatística para Educação Profissional*. São Paulo: RBB, 2008.

PAGAN, M. A. *A Interdisciplinaridade como proposta pedagógica para o ensino de Estatística na Educação Básica*. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

REVISTA ESCOLA. São Paulo: Abril, 2008, n. 260, set. 2008.

RUDIO, Franz Victor. *Introdução ao projeto de pesquisa científica*. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 1992.

SANTOS, S. da S. *A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco Tratamento da Informação: um estudo de caso no ambiente computacional*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

São Paulo. Secretaria de Estado de Educação. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática*. Coord. Maria Inês Fini. São Paulo, 2008.

Secretaria da Educação. Centro de Recursos Humanos e Pesquisas Educacionais. *Guias Curriculares propostos para as matérias do núcleo comum do Ensino do 1º e do 2º graus*. São Paulo, SE/CERHUPE, 1971.

_____. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º Grau*. 4ª Ed., São Paulo, SE/CENP, 1992.

_____. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 2º Grau*. 3ª Ed., São Paulo, SE/CENP, 1995.

Secretaria de Planejamento, Orçamento e Coordenação. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. *Normas de Apresentação Tabular*. 3.

Ed. Rio de Janeiro, 1993. Disponível em: <www.ibge.com.br>. Acesso em: Ago. 2009.

SILVA, E. D. da. *Os conceitos elementares de estatística a partir do homem Vitruviano: uma experiência de ensino em ambiente computacional*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, Claudia Borim, COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. *O nascimento da Estatística e sua relação com o surgimento da Teoria de Probabilidade*. Disponível em: ftp://ftp.usjt.br/pub/revint/191_41.pdf. Acesso em: 02/10/2008.

VERGNAUD, Gérard. A classification of Cognitive Tasks and Operations of thought Involved Addition and Subtractions Problems, em *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*, Ed. Lawrence Erlbaum Hillsdale, USA, 1982.

_____. . La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, vol 10, n°2.3, p. 133-170. Pensée Sauvage: Grenoble, França, 1990.

_____. *Teoria dos campos conceituais*. In Nasser, L. (Ed.) *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*, p. 1-26, 1993.

_____. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 10/23, 133, 1991-170, Grenoble, La Pensée Sauvage éditions – In: Didáctica das matemáticas – Direção de Jean Brun – p.155-191 – Lisboa, Horizontes Pedagógicos – Instituto Piaget - 1996

_____. The nature of mathematical concepts. T. Nunes and P. Bryant (eds). *Learning and teaching mathematics. An international perspective*. East Sussex, UK: Psychology Press Ltd. Publishers, p. 5-28 , 1997.

_____. A comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. *JOURNAL OF MATHEMATICAL BEHAVIOR*, 17(2) 167-181, CNRS Paris, 1998.

WAINER, H. *Understanding Graphs and Tables*. Educational Researcher. Educational Researcher, vol. 21, n. 1, 1992, p. 14-23.

DOI: 10.3102/0013189X021001014. Disponível em:

<<http://edr.sagepub.com/cgi/content/abstract/21/1/14>>. Acesso em: 26 jan. 2009.

ANEXOS

1. O quadro a seguir apresenta as notas de 4 avaliações de quatro alunos, André, Bruno, Carlos e Daniel, de uma sala. (As notas variam de 0 a 100)

ALUNO	Avaliação 1	Avaliação 2	Avaliação 3	Avaliação 4
André	80	20	0	0
Bruno	20	65	5	10
Carlos	50	0	0	50
Daniel	25	25	25	25

(fonte: dados fictícios)

Com base nos dados apresentados acima responda:

- a) Qual dos alunos obteve a maior média das quatro avaliações? _____
Por quê? _____
- b) As notas medianas de cada um dos alunos são iguais? () Sim () Não
Por quê? _____
- c) Em qual (quais) dos alunos a mediana e a média são iguais? _____
Por que você acha que isso acontece? _____
- d) Existe moda para as notas das avaliações de cada aluno?
Aluno A: () sim () não . Se sim, qual é a moda? _____
Aluno B: () sim () não . Se sim, qual é a moda? _____
Aluno C: () sim () não . Se sim, qual é a moda? _____
Aluno D: () sim () não . Se sim, qual é a moda? _____
- e) Nos casos apresentados acima, qual das medidas melhor representa a nota final de cada aluno: Média, moda ou mediana? _____ Por que? _____

2. Observe o gráfico a seguir, ele representa população que apresenta alguma deficiência no Brasil, classificadas por tipo de Deficiência:



(fonte: revista ISTO É/1963-13/06/2007.p.85)

- a) De acordo com o gráfico, é possível determinar a Moda quanto ao tipo de deficiência? () Sim () Não
Se sim, qual é? _____
Justifique sua resposta (se sim ou se não): _____
- b) Existe média quanto ao tipo de deficiência? () Sim () Não
Se sim, qual é? _____
Justifique sua resposta (se sim ou se não): _____
- c) É possível determinar a Mediana quanto ao tipo de deficiência? () Sim () Não
Se sim, qual é? _____
Justifique sua resposta (se sim ou se não): _____

4. A tabela a seguir foi extraída de uma reportagem que denuncia as fraudes e subornos em Delegacias de Polícia da Capital do Estado de São Paulo.

Com base nos dados apresentados na tabela, responda:

a) A média em Reais dos valores recebidos nestas delegacias é aproximadamente:

b) Qual é a mediana? _____

c) E a moda? _____

Delegacias	R\$
5ª Seccional (Leste)	5 mil
6ª Seccional (Santo Amaro)	760
42º DP (Parque São Lucas)	1 mil
81º DP (Belenzinho)	1 mil
98º DP (Jardim Miriam)	400
27º DP (Campo Belo)	400
35º DP (Jabaquara)	400
16º DP (Vila Clementino)	350
57º DP (Parque Mooca)	320
30º DP (Tatuapé)	300
97º DP (Americanópolis)	800
10º DP (Penha)	800
70º DP (Sapopemba)	800
48º DP (Cidade Dutra)	410
31º DP (Vila Carrão)	300

(fonte: REVISTA ISTOÉ/1962-6/6/2007. p.41)

5. Os resultados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD 2007) apontam que a média de filhos por mulher brasileira é de 1,8 filhos por mulher.

Numa determinada cidade foram entrevistadas 60 mulheres que responderam a seguinte pergunta: “Quantos filhos vocês têm?”.

Foram coletados os seguintes dados, que ainda não foram organizados e tratados.

3, 0, 2, 2, 4, 2, 2, 1, 1, 0, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 2, 2, 0, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 0, 2, 2, 1, 3, 4, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 1, 0, 2, 3, 2, 2, 0, 0, 2, 1, 2

(fonte: dados fictícios)

Na amostra acima:

a) Qual é a média aproximada? _____

b) Você acha que a média dessa cidade é maior, menor ou igual, se comparada à média do Brasil? _____

c) Qual é a moda, nesse caso? _____

d) E a mediana? _____

6. A tabela a seguir foi extraída de uma reportagem que indica os dez países que estão na lista como maiores emissores de gás carbônico no ano de 2003, um dos principais responsáveis pelo aquecimento global.

Os dez mais

Saiba quem são os dez maiores emissores de CO₂ do planeta (ano: 2003).

País	Milhões de toneladas de CO ₂	% do total mundial	Toneladas de CO ₂ por habitante
Estados Unidos	5.777,7	22,27%	19,9
China	4.497,1	17,34%	3,5
União Européia	4.003,2	15,43%	8,8
Rússia	1.581,0	6,10%	10,9
Japão	1.258,2	4,85%	9,9
Índia	1.148,3	4,43%	1,1
Alemanha	865,1	3,34%	10,5
Reino Unido	552,6	2,13%	9,3
Canadá	543,5	2,10%	17,2
Coreia do Sul	489,0	1,89%	10,2

(fonte: REVISTA PLANETA ED.414 MARÇO/2007 p.46)

A média mundial é de aproximadamente 4,3 toneladas de CO₂ por habitante.

PARA RESPONDER AS QUESTÕES A SEGUIR VOCÊ DEVE CONSIDERAR APENAS OS DEZ PAÍSES QUE CONSTAM NA TABELA ACIMA

a) Qual é a média aproximada de Toneladas de CO₂ por habitante?

b) Qual é a média aproximada de Milhões de Toneladas de CO₂ emitida?

c) Qual é mediana de Toneladas de CO₂ por habitante?

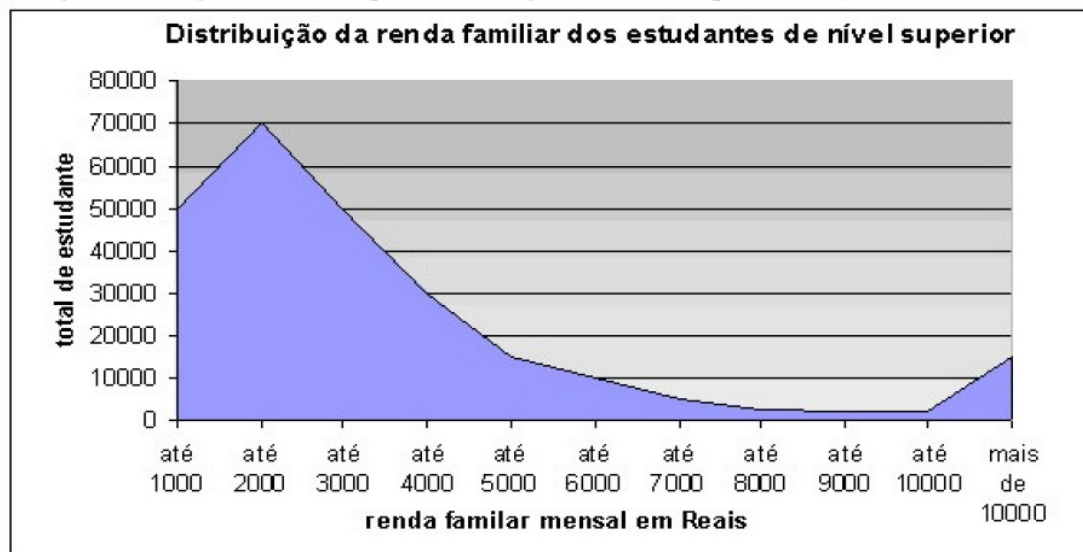
d) Qual é a mediana em Milhões de Toneladas de CO₂ emitida?

e) A China está acima ou abaixo da média de emissão de milhão de toneladas de CO₂?

f) A China está acima ou abaixo da média de Toneladas por habitante?

Justifique sua resposta da questão f?

7. O gráfico a seguir é uma adaptação do original fornecido pelo IBGE, PNAD, 1998.



(fonte: disponível em br.monografias.com).

Segundo as informações contidas no gráfico, no que se refere a renda média familiar, qual o valor estimado para:

a) A moda? _____

O que a moda representa na distribuição de renda familiar? _____

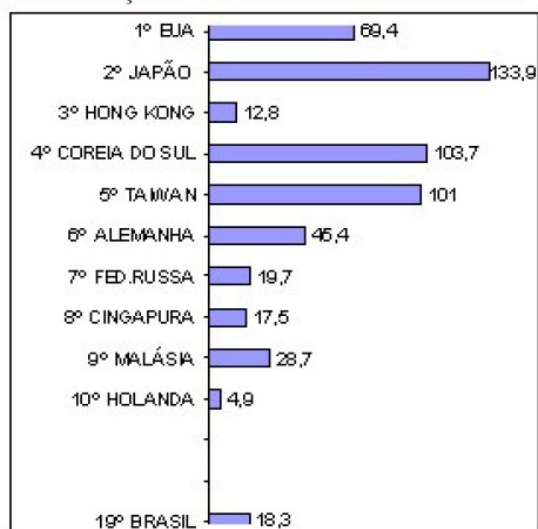
b) A média? _____

Na sua opinião o que esse valor representa? _____

c) No gráfico acima, qual medida (Média, moda ou mediana) você acha que melhor representa a renda familiar dos estudantes de nível superior? Justifique sua resposta: _____

8. O gráfico a seguir apresenta as importações dos principais parceiros comerciais da China no ano de 2007.

IMPORTAÇÕES EM BILHÕES DE DÓLARES



(fonte: Departamento de Relações Econômicas Gerais da China. Obtido em Guia do Estudante: Atualidades Vestibular, 1º semestre 2008, p.51)

Com base nas informações apresentadas no gráfico responda:

a) Considerando os dez maiores parceiros comerciais da China, qual é a média de importações em bilhões de Dólares? _____

b) Se considerarmos o Brasil, essa média aumenta ou diminui? _____
Por que? _____

c) Qual é a mediana das importações dos dez principais parceiros comerciais da China em bilhões de Dólares? _____