

ROSÂNGELA MENGAI ACCIOLI

**ROBÓTICA E AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS:
UM ESTUDO EXPLORATÓRIO COM ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
SÃO PAULO
2005**

ROSÂNGELA MENGAI ACCIOLI

**ROBÓTICA E AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UM
ESTUDO EXPLORATÓRIO COM ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,
como exigência parcial para obtenção do título de
MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a
orientação da **Prof^a. Dr^a. Siobhan Victoria Healy**
(Lulu Healy).*

**PUC/SP
SÃO PAULO
2005**

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

DEDICATÓRIA

**À minha filha, Bárbara
Ao meu marido, Mauro
Aos meus pais, Carlos e Amélia**

Agradecimentos

À minha orientadora e amiga, Lulu Healy, por sua orientação competente, dedicação e apoio, sem os quais este trabalho não seria possível.

À EDACom Tecnologia, por ceder os kits MINDSTORM, sem os quais os nossos estudos não seriam possíveis.

À Profa. Dra. Janete Bolite Frant, por seu incentivo e por todos os comentários na realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, pelas sugestões dadas na qualificação.

A todos os professores e colegas do Grupo de Pesquisa TECMEM, pelo apoio e pelas valiosas sugestões.

Aos colegas de Mestrado, por sua amizade e companheirismo em todos os momentos do curso.

À minha filha Bárbara e ao meu marido Mauro, por todo apoio, incentivo, paciência, compreensão durante a elaboração e execução deste trabalho.

Aos meus pais, Carlos e Amélia, por me ensinarem o valor da educação e me incentivarem em todas as horas.

Ao meu irmão, Carlos, pelo companheirismo e carinho de todas as horas.

Às professoras e amigas Nielce Meneguelo L. da Costa, Sandra Miceli S. Cintra e Valdenice Minatel M. de Cerqueira pelo apoio, confiança e colaboração que foram vitais para a realização desta pesquisa.

Aos alunos que participaram das atividades, pela colaboração incansável.

Ao Colégio Dante Alighieri, ao Colégio Universitas e ao Colégio Bandeirantes, por permitirem a realização desta pesquisa nas suas instalações e com seus alunos.

A todos que, direta e indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho, o meu muito obrigado!

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS.....	x
RESUMO.....	xi
ABSTRACT.....	xii
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	<u>1</u>
1.1 Trajetória Pessoal	1
1.2 A pesquisa	4
<u>CAPÍTULO 2 - NOÇÕES TEÓRICAS E CARACTERIZAÇÃO DO AMBIENTE ROBOTIZADO</u>	<u>6</u>
2.1 Considerações iniciais	6
2.2 Micromundo.....	8
2.3 Noções Teóricas de Abstração Situada e Objetos Computacionais Evocativos	10
2.4 Sistema Robótico LEGO Dacta – ROBOLAB MINDSTORM	13
<u>CAPÍTULO 3 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</u>	<u>19</u>
3.1 Considerações iniciais	19
3.2 Estudos Preliminares	20
3.3 Experimentação	21
3.4 As Atividades de Pesquisa	24
3.4.1 Primeira Sessão:	25
3.4.2 Segunda Sessão:	27
3.4.3 Terceira Sessão:	28
3.4.4 Quarta Sessão.....	28
3.4.5 Quinta Sessão.....	30
3.4.6 Sexta Sessão – Grupo 1	31
3.4.7 Sexta Sessão – Grupo 2	32
3.4.8 Sétima Sessão, Oitava Sessão e Nona Sessão	33
3.4.9 Décima Sessão	33
3.5 Síntese	34
<u>CAPÍTULO 4 - SIMETRIA E REFLEXÃO SOB O PONTO DE VISTA DA MATEMÁTICA E DO CURRÍCULO</u>	<u>35</u>
4.1 Considerações iniciais	35

4.2	Isometrias	35
4.3	Pesquisa sobre Reflexão	41
4.4	O estudo da Geometria e as Transformações Geométricas	48
4.5	Abordagem de alguns livros didáticos.....	49
<u>CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DA EXPERIMENTAÇÃO.....</u>		53
5.1	Considerações iniciais	53
5.2	Caracterização dos Grupos	53
5.3	Desenvolvimento Geral das Sessões	54
5.4	Primeira Atividade de Sondagem em Papel e Lápis	55
5.5	Atividade de Programação da Trajetória Quadrada	60
5.5.1	Grupo 1 (3 ^a e 4 ^a séries).....	61
5.5.1.1	Evandro e Roberto.....	61
5.5.1.2	Cássio, Getúlio e Tadeu.....	68
5.5.2	Grupo 2 (5 ^a e 7 ^a séries).....	72
5.6	Elaboração da Trajetória da “Dança dos Robôs”	76
5.6.1	Trajetória do Grupo 1	77
5.6.2	Trajetória do Grupo 2	80
5.7	Segunda atividade de Sondagem em papel e lápis.....	82
5.8	Entrevista Final	89
5.8.1	Entrevistas com o Grupo 1 – Primeira etapa tendo como referência os programas elaborados na linguagem ROBOLAB	89
5.8.2	Entrevistas com o Grupo 1 – Segunda Etapa: representação das trajetórias na mídia papel e lápis	97
5.8.3	Entrevistas com o Grupo 2 – Primeira etapa tendo como referência os programas.....	100
5.8.4	Entrevistas com o Grupo 2 – Segunda Etapa: representação das trajetórias na mídia papel e lápis	102
5.9	Síntese	106
<u>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO.....</u>		107
6.1	Considerações iniciais	107
6.2	Principais Resultados	110
6.3	A Questão de Pesquisa	115
6.4	Implicações Para o Ensino	118
REFERÊNCIAS		120
ANEXOS		123

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – kit ROBOLAB MINDSTORM.....	13
Figura 2.2 – Partes do Kit ROBOLAB.....	14
Figura 2.3 – Exemplo de programação no Subnível PILOTO 4.....	15
Figura 2.4 – Exemplo de programação no Subnível INVENTOR 1.....	16
Figura 2.5 – Subnível INVENTOR 4: Exemplo.....	17
Figura 3.1 - kit de mecanismos simples e motorizados.....	25
Figura 3.2 – Cadeira de praia.....	27
Figura 3.3 – Carrossel montado pelos alunos.....	28
Figura 3.4 – Modelo com dois motores.....	28
Figura 3.7 – Para frente.....	29
Figura 3.8 – Para trás.....	29
Figura 3.9 – Sentido anti-horário.....	29
Figura 3.10 – Sentido horário.....	29
Figura 3.11 – Exemplo de programa com sensor de toque.....	31
Figura 3.12 – Exemplo de programa com sensor de luz.....	31
Figura 3.13 – Esquema da plataforma de madeira com trajetória quadrada.....	32
Figura 4.1 – Reflexões em reta.....	36
Figura 4.2 – Translação.....	37
Figura 4.3 – Rotação.....	37
Figura 4.4 – Propriedades da Reflexão.....	39
Figura 4.5 – Figura Simétrica.....	40
Figura 4.6 – Porcentagem de crianças que responderam de maneira correta ou adequada.....	41
Figura 4.7 – Sem coordenação das inclinações.....	42
Figura 4.8 – Exemplos de exercícios de reflexão em cada nível.....	43
Figura 4.9 – Exemplo de atividade para completar o desenho.....	44
Figura 4.10 – Exemplo de exercício mais complexo.....	44
Figura 4.11 – Desenho da casa com ênfase nos aspectos intrafigural e interfigural.....	46
Figura 5.1 – Figuras do cotidiano encostadas ao eixo de simetria.....	57
Figura 5.2 – Questões com grade.....	57
Figura 5.3 – Questões com eixo de simetria afastado da figura.....	58
Figura 5.4a – Possível interpretação do exercício.....	59
Figura 5.4b – Possível interpretação do exercício.....	59
Figura 5.6 – Segunda versão de Evandro e Roberto durante a fase inicial das discussões.....	64
Figura 5.7 – Exemplo de uma das quinze versões de Evandro e Roberto.....	67
Figura 5.8 – Última versão de Evandro e Roberto.....	67
Figura 5.9 – A única versão gravada do programa de Cássio, Tadeu e Getúlio.....	70
Figura 5.10 – Quarta versão de Ronaldo e Sandra.....	74

Figura 5.11 – Programa elaborado por Sandra e Ronaldo (versão final).....	75
Figura 5.12 – Trajetória esboçada pelos alunos na mídia papel e lápis.....	77
Figura 5.13 – Coreografia desenhada na lousa por Evandro em parceria com o Grupo 1.....	77
Figura 5.13a – Trajetória desenhada por Evandro.....	78
Figura 5.13b – Trajetória desenhada por Roberto.....	78
Figura 5.13c – Trajetória desenhada por Getúlio.....	78
Figura 5.13d – Trajetória desenhada por Telma.....	78
Figura 5.14 – Esquema da coreografia simplificada.....	79
Figura 5.15 – Trajetória definida pelos alunos.....	80
Figura 5.16 – Trajetória desenhada pelos dois alunos.....	81
Figura 5.17 – Questões com grade para pintar a imagem refletida.....	85
Figura 5.18 – Questões para desenhar a imagem refletida.....	86
Figura 5.19a – Exercícios de Evandro.....	87
Figura 5.19b – Exercícios de Roberto.....	87
Figura 5.20a – Exercícios de Getúlio.....	88
Figura 5.20b – Exercícios de Tadeu.....	88
Figura 5.21a – Exercícios de Ronaldo.....	88
Figura 5.21b – Exercícios de Sandra.....	88
Figura 5.23 – Programa analisado pelos alunos do Grupo 1.....	90
Figura 5.24a – Exemplo Tipo 1: Desenhos aparentemente de trajetórias refletidas, porém sem considerar o eixo de simetria: três alunos.....	98
Figura 5.24b – Exemplo Tipo 2: Desenhos de uma imagem refletida aparentemente considerando o eixo, porém sem preservar distâncias e medidas: dois alunos.....	98
Figura 5.24c – Exemplo Tipo 3: Desenhos que não evidenciam nenhuma reflexão: sete alunos (a maioria).....	99
Figura 5.25 – Exemplo do esboço desenhado para os alunos.....	102
Figura 5.26a – Esboço de Fábio: imagem transladada.....	103
Figura 5.26b – Esboço de Sandra: imagem refletida.....	103
Figura 5.27a – Trajetórias de Ronaldo.....	104
Figura 5.27b – Trajetórias de Sandra.....	104
Figura 5.27c – Trajetórias de Fábio.....	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Isometrias.....	38
Tabela 2 – Comparação das noções sobre simetria do Grupo 1	83
Tabela 3 – Comparação das noções sobre simetria do Grupo 2	84
Tabela 4 – Respostas dos alunos	95

Resumo

Este estudo teve por finalidade investigar as funcionalidades e as potencialidades do ambiente robotizado **ROBOLAB** funcionar como um micromundo, no sentido de possibilitar a construção de novos significados para a Simetria. Para alcançarmos este objetivo, foi desenvolvido um “*design experiment*” dividido em duas fases de investigação, denominadas “Estudos Preliminares” e “Experimentação”.

A partir das observações de três oficinas de robótica na primeira fase, surgiu a hipótese que o ambiente robótico poderia ser explorado em atividades que focalizassem a Reflexão e a Simetria. Na fase de Experimentação foram coletados dados durante duas oficinas extracurriculares de robótica, uma destinada a crianças da 3^a e 4^a séries e outra a crianças da 5^a e 7^a séries, ambas do Ensino Fundamental, envolvendo atividades que exploravam os movimentos dos robôs como se fosse uma dança. Estes dados foram complementados com uma series de atividades na mídia papel e lápis, com enfoque explícito na Reflexão.

As análises indicaram diferentes significados matemáticos, expressados pelos participantes, relacionados à mídia disponível para a resolução das atividades. Na mídia papel e lápis, congruência era a propriedade da reflexão mais destacada pelos alunos, privilegiando as propriedades internas de objetos (intrafigural). No contexto da dança de robôs, os alunos expressaram também, através da linguagem de programação, propriedades associadas à orientação e com evidencias que consideraram as relações entre os objetos (interfigural). As estratégias de resolução possíveis no ROBOLAB, em particular, a necessidade de se expressar usando uma linguagem formal, parecer ter contribuído ou para a construção ou para a percepção do conhecimento sobre Simetria, porém este conhecimento nem sempre foi utilizando além do contexto no qual surgiu. Estes resultados confirmam que as mídias presentes nas situações de aprendizagem têm um papel central na organização e exposição do pensamento do aluno.

Palavras Chaves: **Robótica, Micromundo, Transformações geometrias, Simetria e Abstração situada.**

Abstract

The aim of this study was to investigate the potential of the robotics environment **ROBOLAB** to function as a microworld, in the sense of enabling the construction of new meanings for symmetry. To this end, it involved a design experiment divided into two phases: Preliminary Studies and Experimentation.

On the basis of observations of three robotics workshops in the first phase, it was hypothesised that the robotics environment could offer a context for the exploration of activities focussed on Reflection and on Symmetry. In the Experimentation phase, data were collected during two extracurricular robotics workshops, one destined for children aged 9-10 years and the other for children aged between 11 and 13 years. The workshops were based around activities that explored the movement of robots as they simulated a dance. The robotics activities were complemented with a series of tasks with an explicit focus on Reflection involving the paper and pencil medium.

Analysis of the data indicated differences in the mathematical meanings expressed by the participants related to the media available for the resolution of the activities. With the paper and pencil medium, congruency was the property of reflection given most attention by the students, as they privileged internal relations within objects (intrafigural). In the context of the robot's dance, the students also expressed, using the programming language, properties associated with orientation and gave more attention to relationships between objects (interfigural). The resolution strategies possible in ROBOLAB, in particular, the need to express themselves using a formal language, seemed to have contributed to the construction or perception of knowledge about Symmetry, although this knowledge was not always used beyond the context in which it emerged. These results confirm that the medias present in learning situations have a central role in the organisation and exposition of students' thinking.

Keywords: Robotics, Microworlds, Geometric Transformations, Symmetry and Situated Abstractions.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 TRAJETÓRIA PESSOAL

Iniciei a minha formação profissional, na década de 80, cursando Engenharia Industrial Elétrica com ênfase em Eletrônica, e durante alguns anos, trabalhei com automação industrial no desenvolvimento de interfaces e programas para produção e controle de qualidade de produtos. Paralelamente, ministrava cursos de linguagens de programação e assessorava usuários na utilização do computador com suas diversas ferramentas e programas.

Devido ao fato da empresa na qual trabalhava funcionar dentro de uma escola de Ensino Fundamental e Médio, o suporte dado aos usuários não se restringia somente às atividades técnicas e administrativas. Apesar da minha formação na época ser estritamente técnica, o fato de ministrar cursos e ter contato com situações de ensino e aprendizagem proporcionou o meu envolvimento no suporte técnico de projetos e atividades pedagógicas curriculares que utilizavam a informática como um recurso no processo de ensino e aprendizagem.

Nesta fase da minha trajetória profissional tive a oportunidade de vivenciar diversas discussões com professores e coordenadores a respeito dos benefícios e limitações que os recursos tecnológicos oferecem e as transformações e adaptações necessárias à sua implementação no nosso dia a dia, e em consequência também, nos ambientes de aprendizagem.

Neste sentido, KAPUT (1992) faz uma analogia do computador com o advento do automóvel. O primeiro automóvel projetado por Ford era somente conduzido por um especialista, pois os comandos e controles exigiam habilidades e conhecimentos do condutor que um leigo não poderia oferecer e as ruas não eram adequadas para a circulação deste tipo de veículo. Entretanto, com o avanço e o desenvolvimento tecnológico, os automóveis foram exigindo menos especializações de seus condutores, as ruas foram adaptadas ou projetadas para a circulação

destes veículos, mecanismos de funcionamento foram padronizados e otimizados, regras de condução foram instituídas, cursos para se dirigir veículos motorizados foram criados, sinalizações foram mundialmente adotadas e diversos modelos foram desenvolvidos para variados fins. Enfim, se compararmos os veículos atuais – carros, ônibus, caminhões, etc. – com o primeiro modelo projetado, a forma e contexto como atualmente utilizamos este recurso com a sua utilização no passado, facilmente percebemos as transformações e as adaptações que se fizeram necessárias tanto dos aspectos tecnológicos como também dos políticos, físicos e sociais para melhor usufruirmos os benefícios que um veículo pode nos proporcionar.

No que diz respeito aos computadores, fenômeno semelhante ocorreu. Inicialmente, eles eram operados somente por especialistas, em tarefas bastante específicas através de interfaces pouco amigáveis e, também, exigiam um conhecimento que um leigo não podia oferecer. Na medida em que os equipamentos foram evoluindo juntamente com as linguagens de programação, os computadores exigiam menos conhecimentos específicos para sua operação, as interfaces se tornaram cada vez mais amigáveis aos seus usuários, principalmente com as telas gráficas nas quais manipulam-se e controlam-se objetos virtuais. A sua utilização nas diversas atividades da nossa sociedade aumentou e mudou os tempos de respostas e a qualidade dos serviços prestados à população, chegando, então, às escolas e às salas de aula mobilizando questões quanto às vantagens e desvantagens em utilizar este recurso na Educação.

A minha vivência, nesta época, proporcionou a percepção de que as vantagens que um recurso tecnológico pode oferecer, somente são alcançadas com a sua utilização num processo de conhecimento e otimização dos seus benefícios e superação das suas limitações em função do contexto físico e social em que é implementado, gerando mudanças neste mesmo contexto, que por sua vez impulsionam o aprimoramento do próprio recurso tecnológico.

Foi esta percepção, então, que provocou a minha necessidade de pesquisar. No início sem saber ao certo por onde e como começar. Contudo, após algumas tentativas e erros passei a freqüentar congressos na área de Educação e tive a

oportunidade de participar de grupos de estudos sobre o uso do computador em ambientes de aprendizagem. Nestes estudos e trocas de experiências, professores a quem devo o fato de hoje estar escrevendo este trabalho, me orientaram a voltar para a universidade para aprofundar e fundamentar a minha percepção e prática profissional.

Paralelamente aos estudos, continuava assessorando escolas e professores na utilização e integração das novas tecnologias como ferramentas no processo de ensino e aprendizagem, elaborando atividades para as diversas disciplinas do Ensino Fundamental e Médio utilizando programas educacionais disponíveis no mercado. Participava, também, da criação e do desenvolvimento de softwares nas áreas de Matemática, Física e Química em colaboração com a Editora Ática.

Foi nesta época, durante as minhas pesquisas sobre novos materiais e tecnologias utilizadas na Educação, que iniciei a exploração da utilização da robótica no ambiente educacional. Planejei e ministrei diversas oficinas extracurriculares para alunos do Ensino Fundamental, utilizando o material da Lego Dacta, cujo objetivo era promover um ambiente no qual os alunos tivessem a tecnologia como suporte para a exploração, investigação e resolução de problemas e situações do cotidiano.

Projetos utilizando este tipo de material ou semelhante vêm sendo estudados e implementados por pesquisadores nacionais e internacionais. Segundo RESNICK (1998), tais projetos promovem entre os diversos benefícios, ricas oportunidades de aprendizado, pois normalmente são interdisciplinares, tornam os alunos participantes ativos no controle do próprio processo de aprendizagem, encorajam o pensamento pluralista, proporcionam um contexto para reflexão e facilitam as conexões de novas idéias com representações previamente construídas. VALENTE e CANHETTE (1995) apontam que a utilização de materiais como este proporcionam atividades mais significativas e motivadoras no aprendizado das Ciências, nas quais o aluno se depara com problemas semelhantes aos encontrados no dia-a-dia aproximando-o do contexto da realidade. Em Educação Matemática, mais especificamente, para reavivar o interesse dos alunos pela Trigonometria, em particular promover o reconhecimento da utilização do Teorema de Pitágoras em situações do cotidiano,

SIDERICOUDES (1995) relata sua experiência com Lego – Logo na qual obteve sucesso com alunos do Ensino Médio.

Embora as oficinas que ministrei tivessem um caráter lúdico e sem vínculo obrigatório com alguma disciplina do currículo, observei um grande interesse e entusiasmo dos alunos ao aplicarem as informações e conhecimentos obtidos nas aulas tradicionais e os tornarem mais significativos na construção e programação de seus modelos robotizados. Este fato foi o fator decisivo para o meu aprofundamento nos estudos e nas pesquisas.

Ingressei, então, no Grupo de Pesquisa de Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática – PUC/SP, no qual estudamos as questões de ensino e aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados que contemplem a concepção, o desenvolvimento, o uso e a integração destes no sistema educativo, investigando desde as contribuições potenciais de ferramentas informáticas para o ensino da Matemática até questões ligadas à integração e impactos destas ferramentas e a conexão entre o uso de instrumentos e técnicas tradicionais.

1.2 A PESQUISA

No Grupo de Pesquisa discuti as minhas experiências e as minhas percepções. Sabia que a minha questão de pesquisa era muito ampla, queria investigar de que forma um ambiente robotizado, no caso o ambiente ROBOLAB MINDSTORM da Lego Dacta, auxilia na compreensão e produção de conceitos matemáticos, ou seja, quais noções matemáticas podem ser exploradas neste ambiente?

Após alguns meses de estudos teóricos, de inúmeras discussões com minha orientadora, de observações de oficinas de robótica em escolas do Ensino Fundamental e Médio e de várias simulações no próprio ambiente robotizado considerando a animação de robôs programados para executarem determinados movimentos, surgiu a hipótese de que tais movimentos poderiam servir como um

contexto para expressar idéias matemáticas relacionadas às Transformações Geométricas como subdomínio da Matemática, enfatizando especificamente a Simetria. Desta maneira, poderíamos investigar as potencialidades, as funcionalidades e a conveniência do ambiente robotizado no desenvolvimento deste conceito com alunos do Ensino Fundamental.

Para guiar as nossas investigações, eu e minha orientadora formulamos a seguinte questão de pesquisa que exploramos neste trabalho:

Um ambiente de robótica pode funcionar como um micromundo de aprendizagem matemática, no sentido de possibilitar a construção de novos significados para a Simetria?

Mais especificamente pretendemos identificar:

- Quais aspectos da Simetria que emergem durante as atividades de robótica e favorecem as transições entre as etapas intrafigural e interfigural;
- Como eles são expressos pelos alunos durante estas atividades;
- E quais aspectos do ambiente robotizado influenciaram os significados produzidos?

Para tanto, iniciamos no Capítulo 2 com a apresentação da nossa fundamentação teórica e do ambiente robotizado ROBOLAB MINDSTORM. No Capítulo 3, abordamos a metodologia que deu suporte as diversas fases do nosso estudo. No Capítulo 4, discutimos a importância do conceito de Simetria e Reflexão tanto do ponto de vista da Matemática como do Currículo. No Capítulo 5, apresentamos e analisamos os dados coletados na nossa experimentação e finalmente, no Capítulo 6 apresentamos as nossas conclusões tentando responder a nossa questão de pesquisa.

CAPÍTULO 2 - NOÇÕES TEÓRICAS E CARACTERIZAÇÃO DO AMBIENTE ROBOTIZADO

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nas últimas três décadas, em Educação, a utilização dos recursos tecnológicos, em particular o uso do computador, vem sendo estudada por vários pesquisadores pautados pelas discussões a respeito dos benefícios e limitações que tal recurso oferece, pelas transformações e pelas adaptações necessárias à sua implementação nos ambientes de aprendizagem.

Inicialmente em Matemática, segundo BALACHEFF e KAPUT (1996, p. 471), o computador era utilizado para cálculos, técnicas de resolução de equações e checagem de algumas propriedades da geometria analítica, evoluindo para a manipulação simbólica no final da década de 1960 e as representações gráficas na década de 1970. A partir de 1980 a utilização do computador passou a ter, também, um caráter de ambiente educacional. No final desta década, por intermédio da conexão bidirecional das coordenadas gráficas com letras e números ordenados convenientemente para descrever uma função, as representações dos gráficos de funções tornaram-se possíveis.

Foi dado, então, o primeiro passo para a manipulação direta de representações matemáticas no sentido de se obter uma resposta dinâmica em notações adequadas e pertinentes ao domínio do conhecimento matemático, possibilitando a criação de ambientes de aprendizado baseados no computador, cuja finalidade é representar formalmente os objetos matemáticos e suas relações.

Diferentes tipos de softwares foram desenvolvidos no decorrer destes anos, cada qual com objetivos e características específicas e muitos deles são utilizados nos ambientes educacionais. KAPUT (1992), por exemplo, destacou os seguintes tipos:

- **Jogos** – são softwares que têm por objetivo ensinar um conteúdo específico ou ensinar, num nível cognitivo mais abrangente, estratégias de resolução de problemas através de vários conteúdos relevantes.
- **Tutoriais e Instrução Assistida por Computador (CAI)** – são softwares baseados em notações e estratégias de ensino tradicionais que utilizam a capacidade de interação do próprio computador para indicar os acertos e erros das respostas dadas pelo usuário.
- **Simuladores** – são softwares que permitem a execução de uma situação virtual modelada a partir da realidade em paralelo com a situação real e conseqüentemente comparar e checar os resultados obtidos empiricamente com os obtidos virtualmente ou, softwares que permitem a simulação de situações quando estas apresentam escalas de tamanho ou de tempo que impossibilitam a checagem direta, como por exemplo, um modelo da movimentação molecular ou planetária. Em ambos os casos o usuário determina parâmetros nos quais a execução da simulação é baseada.
- **Ferramentas** – são softwares de propósito geral como os utilitários gráficos, planilhas eletrônicas, processadores de texto, programas de modelagem de bancos de dados etc., e os softwares que tem por finalidade executar uma tarefa específica como, por exemplo, um sistema controle de estoque, reservas de passagens aéreas, entre outros. As ferramentas gerais são amplamente utilizadas nos ambientes educacionais.
- **Construtores de ferramentas** – são linguagens de programação¹ que permitem o desenvolvimento de outros softwares como os jogos, os tutoriais, os simuladores e as ferramentas.
- **Micromundos** – Apesar desta categoria também poder ser considerada um construtor de ferramentas, segundo BALACHEFF e KAPUT (1996), possui características destacadas a seguir, que permitem a sua utilização

¹ **Linguagem de programação:** Conjunto de instruções e regras de composição e encadeamento, por meio do qual se expressam ações executáveis por um computador, seja diretamente, seja por meio de processos de compilação, interpretação ou montagem. (FERREIRA, 1999)

como um ambiente de aprendizado baseado no computador (CBLE – Computer Based Learning Enviroments).

2.2 MICROMUNDO

Com a evolução da representação gráfica em consequência das interfaces, os ambientes de aprendizagem baseados no computador (CBLE – Computer Based Learning Enviroments) permitiram manipulações de objetos matemáticos que expressavam idéias matemáticas por intermédio de uma linguagem formal apropriada ao domínio de conhecimento em questão. A própria realimentação do ambiente em função da interação do aluno tornou-se, também, nos termos dos fenômenos matemáticos.

Dentre os diversos softwares para caracterizar um CBLE destacamos o micromundo, que segundo BALACHEFF e KAPUT (1996, p. 471) precisa contemplar alguns aspectos como, por exemplo, ter um conjunto de objetos primitivos que possam ser manipulados através de operações elementares baseadas em regras de execução e ter um domínio fenomenológico de representação na tela do computador condizente com os objetos e ações subordinadas ao fenômeno. O tipo de domínio fenomenológico que o micromundo produz determina qual a forma de realimentação (“*feedback*”) para o aluno e conseqüentemente sua interação, ou seja, suas ações e decisões.

Embora um micromundo tenha a capacidade de executar a simulação de um fenômeno, ele se difere dos simuladores, pois não se limita a determinação de parâmetros pelo aluno e a observação do fenômeno decorrente das parametrizações. A semântica de um micromundo, ou seja, sua linguagem de programação, permite a construção de estruturas através dos objetos primitivos e seqüências convenientemente agrupadas de procedimentos ou instruções, que quando executadas possibilitam a representação de um fenômeno.

Um micromundo, então, não está restrito ao seu conjunto de instruções e objetos primitivos, mas é por intermédio da combinação e recombinação destes que novos elementos ou novas estruturas são construídas (NOSS; HOYLES, 1996, p. 65). Além de que, o sistema formal da linguagem de programação do ambiente permite que uma criança elabore estratégias de resolução de situações expressadas por intermédio de notações particulares, proporcionando uma experiência semelhante ao uso do sistema formal da Matemática e auxiliando no entendimento das relações matemáticas (ibid., p. 62).

Estas características do micromundo também são destacadas por EDWARD (1995), porém classificadas como estruturais e funcionais. A estrutura de um micromundo, segundo a pesquisadora, deve conter um conjunto de objetos representados através de componentes simbólicos e gráficos que reflitam estruturas de entidades matemáticas ou científicas dentro de um subdomínio da própria Matemática ou Ciência, e uma vez combinados, operações e objetos mais complexos possam ser implementados e possibilitam um conjunto de atividades pré-programadas a fim de desafiar o aluno a utilizá-las para solucionar problemas, atingir objetivos, duplicar uma situação ou um padrão, etc. A pesquisadora também considera as interações que o ambiente proporciona ao aluno, denominando-as de características funcionais, assim, um aluno deve manipular os objetos por intermédio de operações de maneira que possa descobrir suas propriedades e as funcionalidades do sistema na sua totalidade, interpretar as respostas do ambiente e conseqüentemente corrigir seus erros ou compreender o domínio e criar novas entidades para solucionar desafios ou problemas específicos.

Levando em conta todas as características e funcionalidades aqui mencionadas, devemos destacar as considerações de HOYLES (1993, p. 3) nas quais aponta que um micromundo não simplifica os procedimentos estruturais de um domínio de conhecimento, mas facilita a construção de conceitos e a fundamentação de estratégias, permitindo que o conhecimento do aluno cresça juntamente com o próprio micromundo. Contudo, como isto ocorre? Uma mudança de significados atribuídos a um conceito matemático não é um evento instantâneo, é um processo complexo que exploraremos a seguir segundo as noções teóricas de Noss e Hoyles

de Abstração Situada e Objetos Computacionais Evocativos (ECO – Evocative Computational Objects).

2.3 NOÇÕES TEÓRICAS DE ABSTRAÇÃO SITUADA E OBJETOS COMPUTACIONAIS EVOCATIVOS

Para NOSS e HOYLES (1996, p. 21) abstração envolve a generalização, mas não deveria ser considerado um sinônimo. Diversos autores na comunidade de Educação Matemática, apontados por estes pesquisadores compartilham desta opinião enfatizando que a generalização é um pré-requisito ou uma parte do processo de abstração, no qual o reconhecimento de objetos e propriedades não se limita apenas aos objetos em que a generalização ocorreu, mas também se aplica a outros que possuem as mesmas características. Tradicionalmente, este processo de reconhecimento é associado com a abstração de objetos dentro de sistema formais de relações e operações totalmente desvinculado de pontos reais de referência, ou seja, um processo de desvinculação do “mundo desmatematizado” (ibid., p.120). Então, como podemos rastrear este fenômeno do processo de aprendizagem de um aluno?

Segundo os pesquisadores (ibid., p. 106 - 107), num ambiente computacional, a maneira como os alunos utilizam a linguagem específica do meio para se comunicarem permite a descrição das idéias matemáticas expressadas. Em âmbito geral, podemos agrupar os aspectos envolvidos no aprendizado e saber como o conhecimento é modificado na direção de uma matematização. Isto é um processo socialmente mediado porque envolve um aprendizado individual e social e o conhecimento que supostamente é aprendido. Assim como nas formas tradicionais de ensino e de aprendizado, o professor pode assumir um papel crítico neste contexto auxiliando na criação daquilo que VIGOTSKY (1998, p. 117) considera um aspecto essencial do aprendizado – a zona de desenvolvimento proximal:

A diferença entre o nível das tarefas realizáveis com auxílio dos adultos e o nível das tarefas que podem desenvolver-se com uma atividade independente define a área de desenvolvimento potencial da criança... O que uma criança é capaz de fazer com o auxílio dos adultos chama-se zona de desenvolvimento proximal. Isto significa que, com o auxílio deste método, podemos medir não só o processo de desenvolvimento até o presente momento e os processos de maturação que já se produziram, mas também os processos que estão ainda ocorrendo, que só agora estão amadurecendo e desenvolvendo-se (VIGOTSKY, 1998, p. 112).

Segundo NOSS e HOYLES (1996, p. 108), o processo de controle do ambiente computacional regido pelo próprio aprendiz sinaliza o caminho adotado pelo aluno para alcançar um determinado objetivo e não simplesmente se tal objetivo foi alcançado.

Neste sentido, para encorajar indivíduos a abstrair objetos e relações matemáticas, organizam-se situações particulares de abstração e nestas situações particulares podemos provocar aquilo que os pesquisadores entendem por abstração situada:

...o termo abstração situada descreve como os aprendizes constroem idéias matemáticas a partir de conexões particulares nesta situação específica, que por sua vez formatam a maneira como as idéias são expressas (ibid., p. 122).

É necessário, também, conforme nos aponta Noss e Hoyles, considerar a linguagem, os recursos conceituais disponíveis na própria situação e a forma como os alunos se expressam matematicamente. Esta forma de expressão pode ultrapassar os limites da própria situação e fornecer diferentes possibilidades de generalização. A abstração também pode ser encarada como camadas de significados onde cada um é conectado de uma maneira na medida que tomamos conhecimento da sua existência. Um ambiente computacional, que além de possibilitar ações requer as suas descrições, favorece este processo porque permite que os significados sejam simultaneamente preservados e ampliados quando um indivíduo explora e utiliza as ferramentas disponíveis e muda o seu foco de atenção para novos objetos e novas relações (id.).

Neste sentido, a noção de abstração situada vem ao encontro das idéias construcionistas de PAPERT (1986), onde se configuram situações nas quais os “objetos nos fazem pensar”. Porém, NOSS e HOYLES (ibid., p. 123), complementam que a abstração situada pode ser simultaneamente uma articulação, uma declaração

ou ainda um processo de (re) pensar, tornando-a um suporte para uma atividade, pois Matemática é mais que uma atividade que envolve objetos, é uma atividade que envolve relações, justificativas e generalizações.

Desta maneira, então, um aprendiz encadeia e articula seus conhecimentos e entendimentos por intermédio das ações dentro do ambiente computacional, ou seja, dentro de um micromundo, manipulando objetos e fazendo relações numa situação específica. A linguagem do meio explicita as generalizações na medida que as suas funcionalidades e semântica são preservadas e utilizadas pelo aluno da mesma forma como este indivíduo utiliza a linguagem natural para criar e expressar significados apreendidos de objetos matemáticos num ambiente inerte, com a vantagem de que um micromundo pode proporcionar a manipulação destes objetos e de suas relações, que quando ocorre, necessariamente houve uma abstração matemática.

Os objetos manipulados são denominados por HOYLES (1993, p. 10) de “objetos computacionais evocativos” (ECO’s – Evocative computational objects) e as ações e articulações destes objetos dentro de um determinado contexto tornam as relações construídas pelo aluno explícitas, uma vez que elas próprias promovem a comunicação ou com o ambiente computacional, ou com seus colegas de atividade.

É importante ressaltar que situações particulares de abstração e objetos evocativos proporcionados pelas atividades em ambientes computacionais, que aqui destacamos, fazem parte de uma tecnologia presente no contexto educacional e não temos a intenção de compara-la com outras que também fazem parte deste mesmo contexto, no sentido de serem melhores ou piores. Pelo contrário, segundo BORBA e PENTEADO (2003), trata-se de uma tecnologia qualitativamente diferente das outras, como por exemplo, o papel e o lápis, e por este motivo organiza e expõe de maneira diferenciada o pensamento do aluno, ou seja, quando consideramos os significados construídos para os conceitos matemáticos, é importante ressaltar que os seres humanos não são os únicos atores nesta construção. A construção envolve o coletivo seres-humanos-com-mídias (ibid., p. 49).

De qualquer forma, em Matemática, o desafio é criar ambientes com objetos computacionais evocativos significativos que contemplem domínios relevantes e proporcionem experiências que mais tarde potencializem as formalizações dentro do sistema matemático (HOYLES, 1993, p. 12).

Neste sentido e considerando todos os aspectos aqui mencionados, exploraremos a seguir o sistema robótico da LEGO Dacta (Educational Division).

2.4 SISTEMA ROBÓTICO LEGO DACTA – ROBOLAB MINDSTORM

O sistema robótico, aqui explorado, vem sendo geralmente utilizado nas escolas brasileiras em cursos extracurriculares. Normalmente são oficinas oferecidas aos alunos no período contrário ao do estudo regular e somente aqueles com algum interesse na tecnologia aplicada à engenharia acabam tendo acesso e oportunidade de manipulá-lo. Uma das razões é o custo de aquisição ainda ser alto para muitas instituições de ensino, além do próprio desconhecimento da sua existência por parte de muitos docentes e coordenadores pedagógicos ou também as dúvidas a respeito dos benefícios alcançados com sua utilização no processo de ensino e aprendizagem.

O ROBOLAB MINDSTORM é um sistema composto de diversos dispositivos mecânicos e eletrônicos e uma linguagem de programação com os quais o aluno constrói modelos que podem ser programados para executarem tarefas de maneira autônoma (Figura 2.1).



Figura 2.1 – kit ROBOLAB MINDSTORM

Entre as diversas peças que compõem o material, destacamos o microcomputador LEGO RCX (Robotic Command Explorer ou Robotic Controller X) que permite o comando simultâneo de três dispositivos de saída como motores de redução e/ou lâmpadas e também possibilita o controle em tempo real de três dispositivos de entrada como sensores de toque, luz, temperatura ou rotação (Figura 2.2). Tanto os comandos como os controles de tais dispositivos são realizados por intermédio de um programa criado em um microcomputador do tipo PC (Personal Computer) a partir da linguagem de programação chamada ROBOLAB, que por sua vez é transmitido ao RCX através de raios infravermelho pela torre de transmissão conectada ao próprio PC. O programa fica armazenado na memória do RCX que é uma unidade independente energizada com pilhas e quando acionado executa a seqüência programada de maneira autônoma, sendo necessário apenas as conexões elétricas com os dispositivos eletrônicos que pertencem ao modelo construído.



Figura 2.2 – Partes do Kit ROBOLAB

A linguagem de programação ROBOLAB é uma linguagem gráfica baseada no encadeamento de ícones que representam os acionamentos dos dispositivos de saídas, as leituras dos dispositivos de entrada, temporizadores, controle de variáveis segundo uma determinada condição, etc, distribuídos em dois níveis de complexidade de programação. O primeiro denominado PILOTO e o segundo INVENTOR, sendo cada nível dividido em quatro subníveis com seus respectivos

graus de encadeamento, complexidade e possibilidades de programação e interação com o aluno.

Os programas criados no nível PILOTO permitem no máximo diversos passos seqüenciais pré-determinados de acionamentos de três dispositivos (motores ou lâmpadas) e o controle de apenas um sensor (toque ou luz) ou o controle de um temporizador. No exemplo da figura abaixo (Figura 2.3), o programa tem três passos e os acionamentos são executados até que um determinado estado do respectivo sensor seja detectado.

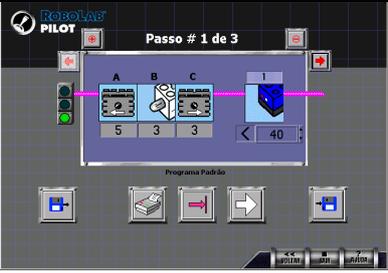
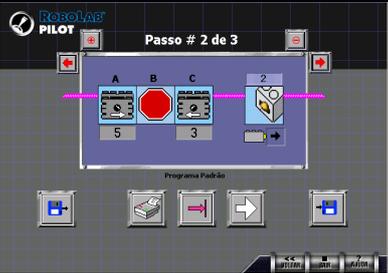
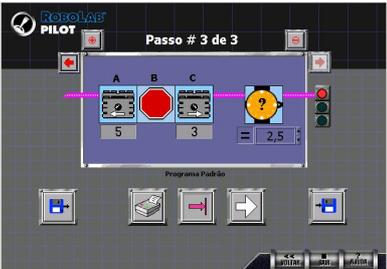
	
<p>Passo 1: Acende uma lâmpada (dispositivo B) com intensidade de luminosidade 3; aciona dois motores, ligados nas saídas A e B, com sentidos contrários de rotação e potências diferentes, 5 e 3 respectivamente. Os dispositivos permanecem acionados nesta condição até que o sensor de luz, ligado na entrada 1, detecte um nível de luminosidade menor que 40. Quando o nível de luminosidade atender a condição programada, o programa avança para a execução do passo 2.</p>	<p>Passo 2: Os sentidos de rotação dos dois motores são invertidos, a lâmpada é apagada e assim os dispositivos permanecem até que o sensor de toque seja pressionado para então avançar na execução do passo 3.</p>
	<p>Passo 3: Os sentidos de rotação dos motores novamente são invertidos, a lâmpada continua apagada e os dispositivos permanecem nesta condição por 2,5 segundos. No fim do tempo programado (2,5 seg.) os motores param e o programa é finalizado.</p>

Figura 2.3 – Exemplo de programação no Subnível PILOTO 4

No nível INVENTOR o aluno possui um maior controle da programação, não existe mais uma definição seqüencial de acionamentos e controle de dispositivos imposta pela linguagem de programação. Os dispositivos e sensores com suas respectivas condições são selecionados em um menu e encadeados de acordo com a necessidade. No exemplo da Figura 2.4 o motor ligado à saída A e a lâmpada

ligada à saída C permanecem acionados até que o sensor de toque ligado na entrada 1 seja pressionado.

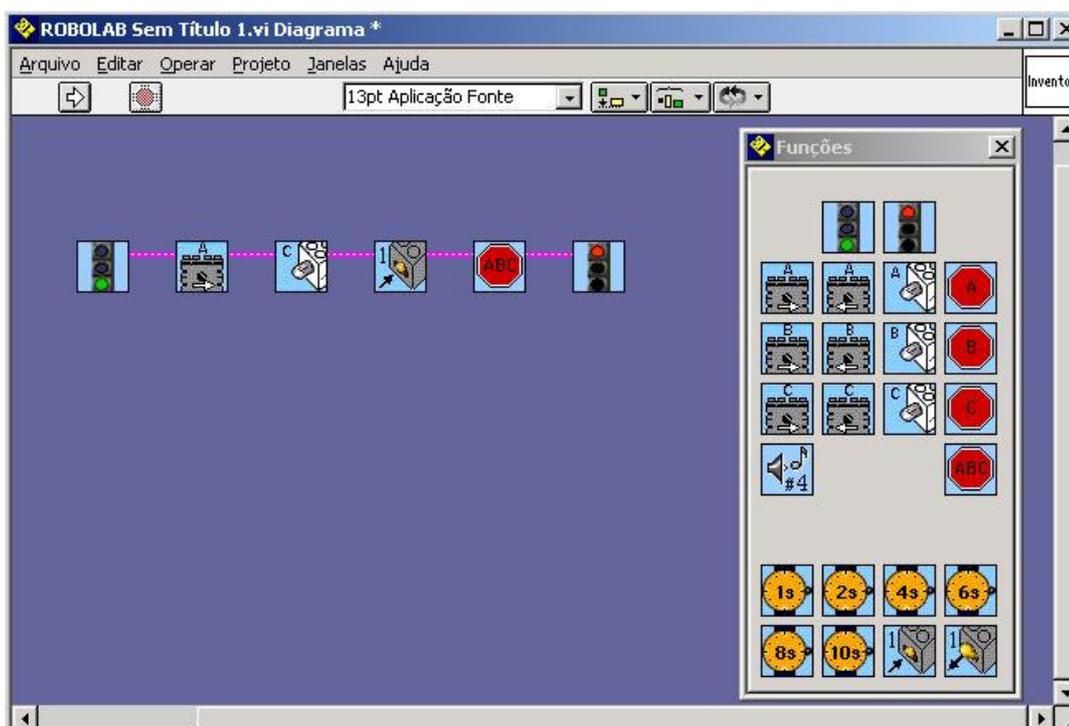


Figura 2.4 – Exemplo de programação no Subnível INVENTOR 1

O subnível INVENTOR 4 (Figura 2.5) é o mais completo de todos os níveis e subníveis. Além do controle dos dispositivos de entrada e saída mencionados anteriormente, sensores de ângulo e de temperatura podem ser controlados, acionamentos simultâneos podem ser executados, variáveis numéricas podem ser armazenadas e controladas por intermédio de comparações e operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Robôs ou modelos programados neste nível podem trocar informações.

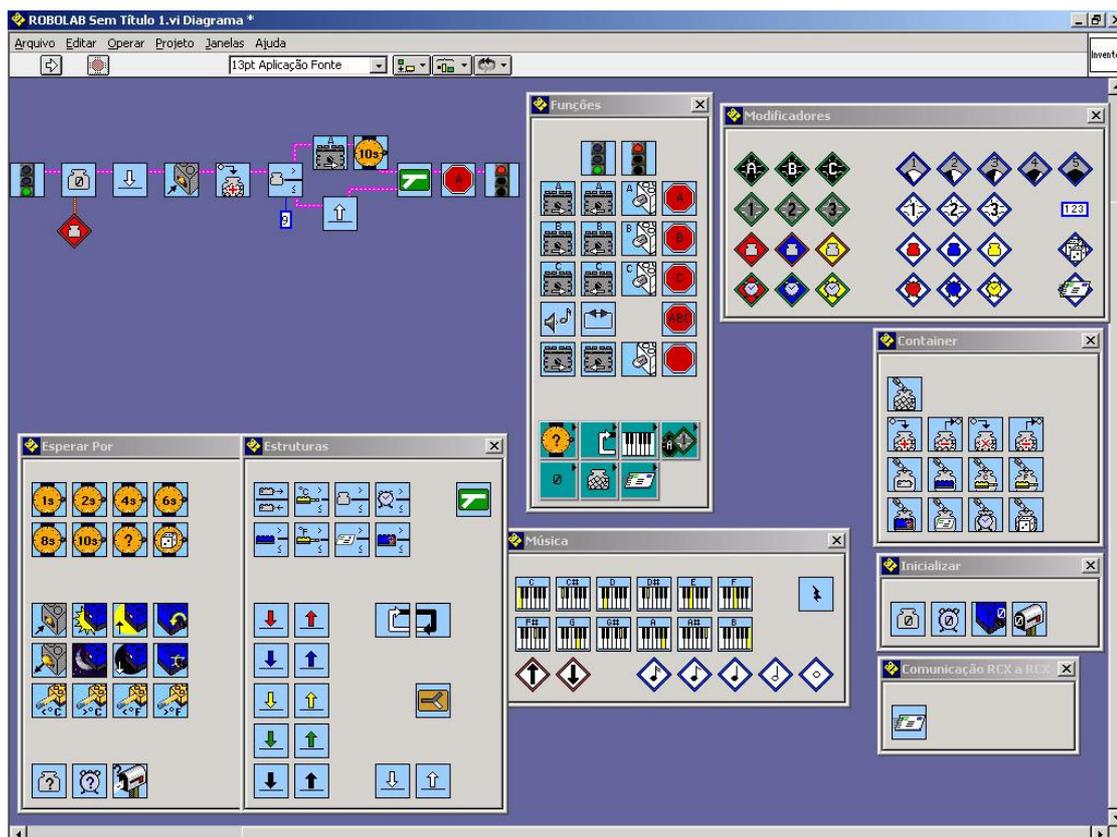


Figura 2.5 – Subnível INVENTOR 4: Exemplo

Seja qual for o nível de programação utilizado, tanto os programas como a concepções e montagens dos protótipos são elaboradas pelos alunos. Sendo assim, o aluno mediante ao funcionamento dos protótipos pode simular movimentos ou situações que reflitam as relações dos conceitos matemáticos ou científicos com o mundo real, tornando palpáveis as representações fenomenológicas internas que tinham no momento da concepção das estruturas físicas e lógicas que proporcionaram a construção e a animação dos modelos, respectivamente.

Na medida em que o aluno evolui na programação, funções mais flexíveis são habilitadas permitindo a composição de diferentes estratégias em diversos níveis de complexidade que desafiam o aprendiz a manter sempre uma correspondência rígida e coerente entre as ações que deverão ser executadas pelo modelo e as ações programadas. Isto proporciona uma maior compreensão e depuração também com relação às suas representações fenomenológicas internas quando interpreta as respostas obtidas do sistema robótico e quando elabora soluções para possíveis problemas.

Levando todos estes aspectos em conta, consideramos que o Sistema Robótico LEGO Dacta – ROBOLAB MINDSTORM contempla as características necessárias que definem um micromundo, é uma tecnologia diferente das normalmente utilizadas em sala de aula e por esta razão pode organizar e expor o pensamento do aluno também de maneira diferenciada, conforme nos alertam BORBA e PENTEADO (2003).

Neste sentido e apesar de considerarmos o Sistema Robótico LEGO Dacta – ROBOLAB MINDSTORM um micromundo, levantamos a questão: de que forma os movimentos criados por sistemas robotizados auxiliam na compreensão e produção de significados dos conceitos matemáticos, ou seja, será que o ROBOLAB MINDSTORM funciona como um micromundo de aprendizagem matemática?

CAPÍTULO 3 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para tentarmos responder a questão levantada no capítulo anterior utilizamos a metodologia “Experimento de Ensino”, na qual segundo STEFFE e THOMPSON (2000), um pesquisador tem a oportunidade de investigar o raciocínio matemático dos alunos em experimentações que podem influenciar tanto no significado dado ao conhecimento matemático como na sua construção.

COBB et. al (2003) denominam este tipo de metodologia como “Design Experiments”, com a qual podemos entender um complexo sistema interativo (“learning ecology”), que envolve tarefas ou problemas para os alunos solucionarem, uma forma de expressão, regras de participação estabelecidas, materiais ou ferramentas e uma prática pedagógica que relaciona significativamente todos estes elementos.

Segundo estes pesquisadores (ibid., p. 10 – 11), esta forma de investigação se aplica na exploração de processos de como os alunos envolvidos em determinadas tarefas e prática pedagógica desenvolvem idéias matemáticas particulares. É uma metodologia intervencionista de duas faces com o intuito de estudar novas formas de aprendizado. A primeira face denominada prospectiva é baseada em um hipotético processo de aprendizado que pode ser ajustado ou modificado em função das contingências e análise de resultados obtidos na medida em que o experimento se desenvolve. Estas modificações ou ajustes pertencem a segunda face denominada reflexiva.

Conjuntamente, as duas faces dão um caráter repetitivo a esta metodologia, pois conjecturas são testadas e podem ser refutadas, então, novas conjecturas são geradas e novamente testadas resultando num processo cíclico de revisões e reflexões sobre as atividades desenvolvidas no experimento, que proporcionam um estudo teórico de situações particulares de aprendizado.

Baseadas nestes aspectos, o nosso estudo foi dividido em duas fases seqüenciais denominadas a primeira de Estudos Preliminares e a segunda de Experimentação. A primeira fase refere-se às observações, planejamentos e embasamento teórico que dão suporte as atividades de pesquisa e análise dos dados coletados, ou seja, à segunda fase. Ambas tiveram o propósito de organizar os estudos para atingir nossos objetivos de explorar e interpretar as idéias matemáticas dos alunos conforme aponta STEFFE e THOMPSON (2000, p. 273).

3.2 ESTUDOS PRELIMINARES

Nesta fase, observamos três oficinas de robótica em diferentes escolas motivadas pelo fato de que alguns colégios oferecerem aos seus alunos cursos extracurriculares de robótica, com o intuito de dar uma formação tecnológica com a qual sejam capazes de investigar, criar e solucionar problemas.

STEFFE e THOMPSON (ibid., p. 275) apontam que a importância de um experimento de ensino é não só para testar hipóteses, mas também para gerá-las, então, nas observações levamos em conta principalmente a interação dos alunos com o material e o software utilizado a fim de verificarmos quais conceitos científicos no domínio da Matemática poderiam ser explorados especificamente.

Uma oficina foi dirigida aos alunos do Ensino Fundamental (3^a e 4^a séries) e visava a introdução da tecnologia e a abordagem de conceitos científicos da Matemática e da Física de forma geral partindo de modelos que representam situações ou são utilizados no cotidiano. Outra dirigida aos alunos do Ensino Médio (2^o ano) teve um caráter mais lúdico, na qual os estudantes obtiveram algumas noções sobre montagem de robôs e o seu controle por intermédio da programação e foram engajados no desafio de criarem um modelo que arrastasse latas para fora de uma determinada área. A terceira oficina, dirigida também para alunos do Ensino Médio (1^o ano), visava a Mecatrônica – modalidade da Engenharia – dando ênfase à automação industrial e à programação específica de um microprocessador.

A partir destas observações e considerando a animação dos robôs ou dos modelos programados para executarem determinados movimentos, surgiu a hipótese de que os movimentos produzidos pelos robôs poderiam ser explorados em atividades que utilizassem o material da Lego Educational Division e focalizassem as Transformações Geométricas como subdomínio da Matemática enfatizando especificamente a Simetria. Desta maneira, poderíamos investigar as funcionalidades, as potencialidades e a conveniência da robótica no desenvolvimento deste conceito com alunos do Ensino Fundamental.

Baseadas na identificação de como os aspectos referentes ao conceito de Simetria são abordados nos livros didáticos do Ensino Fundamental aprovados pelo Ministério da Educação no Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2001) desenvolvemos e testamos duas atividades de sondagem em papel e lápis² (ANEXO 1 e ANEXO 2) que foram utilizadas na segunda fase do nosso estudo com o objetivo de documentar as noções de Simetria que os alunos apresentam.

3.3 EXPERIMENTAÇÃO

Segundo STEFFE e THOMPSON (2000, p. 273), um experimento de ensino requer uma seqüência de episódios. Conforme HEALY, POZZI e HOYLES (1995, p. 506 – 507), a seqüência de episódios planejada tem a finalidade de envolver o grupo, alunos e professor-pesquisador, em torno de um objetivo comum, contudo, sem atribuir papéis específicos aos alunos de forma que todos possam interagir entre si e com o material ou instrumentos disponíveis, para não fragmentar qualquer conhecimento que o estudante individualmente venha construir. Isto vem ao encontro da perspectiva teórica sócio-cultural de VIGOTSKY (1998, p. 25 – 40), na qual todo desenvolvimento intelectual parte das relações sociais mediadas por

² As questões das sondagens em papel e lápis se assemelham com as de KÜCHEMANN (1981) e também com os exercícios propostos nos livros didáticos.

instrumentos que são transmitidos culturalmente e pelas ferramentas psicológicas, como a linguagem e os signos, que permitem o desenvolvimento e o aprimoramento do pensamento humano.

Atividades de pesquisa no ambiente robotizado foram elaboradas conforme as possibilidades fornecidas pelo material utilizado, contemplando o propósito geral de oficinas deste tipo que é explorar, investigar e solucionar problemas utilizando recursos tecnológicos. Entretanto, sem perder de vista a possibilidade de que tal ambiente deve promover um meio de interações sociais no qual idéias matemáticas sejam construídas, compartilhadas e até mesmo negociadas de maneira significativa, como nos falam HEALY, POZZI e HOYLES (1995, p. 506).

Planejamos duas atividades de pesquisa com dez sessões semanais de duas horas cada, com a participação de um professor-pesquisador, um outro professor que assumiria o papel de testemunha acompanhando todos os eventos durante a experimentação com o objetivo de auxiliar o professor-pesquisador no entendimento das ações dos alunos (STEFFE; THOMPSON, 2000, p. 283). Uma das atividades foi dirigida a um grupo de dezesseis alunos de 5^a série à 7^a série do Ensino Fundamental e a outra atividade contaria com a participação de um outro grupo de dezesseis alunos da 3^a e 4^a séries, também do Ensino Fundamental.

Através dos ensaios, observações e discussões mediados pelo material e pelo professor-pesquisador pretendeu-se criar a ZDP (zona de desenvolvimento proximal – VIGOTSKY, 1998, p.112). Assim, os alunos perceberiam gradualmente os padrões de funcionamento dos dispositivos, habilitando-os a utilizarem o conhecimento adquirido em situações mais complexas, que por sua vez permitiriam a resolução de problemas e dos desafios propostos, garantindo desta forma, o pensamento abstrato e não simplesmente o pensamento concreto e a imitação mecânica (CONFREY, 1995, p. 40).

Conforme o padrão geral adotado para as oficinas de robótica, as primeiras cinco sessões foram destinadas à exploração e à investigação do material em montagens, que poderiam ser ou não programadas para executarem uma

determinada tarefa ou solucionar um problema específico, aproveitando esta oportunidade para introduzir os conceitos da linguagem de programação ROBOLAB.

Cada dupla de alunos, nas últimas cinco sessões, elaboraria um modelo que seria programado para executar movimentos definidos pelo grupo como se fossem os movimentos de uma dança. A nossa intenção com esta proposta, denominada por nós como “Dança dos Robôs”, era engajar os estudantes em atividades que envolviam o conceito de Simetria, uma vez que danças podem sugerir movimentos simétricos. Os robôs dançantes dois a dois seriam apresentados no evento de Informática que a escola promoveria no último bimestre do ano letivo.

Registraríamos as atividades levando em conta as considerações de POWELL, FRANCISCO e MAHER (2004), que para entender o desenvolvimento do pensamento matemático e construir um histórico de evolução do mesmo, os tipos de dados coletados e a maneira como são armazenados deveriam permitir registros permanentes para serem consultados inúmeras vezes a qualquer tempo e, assim, minimizar o risco de interpretações prematuras dos eventos ocorridos durante a pesquisa.

Desta maneira, então, aplicaríamos a primeira sondagem (ANEXO 1) na quinta sessão com o objetivo de identificarmos o que os alunos produzem em tarefas em papel e lápis que envolvem Simetria e a segunda sondagem (ANEXO 2), também em papel e lápis, na décima sessão, com o intuito de verificarmos se as atividades no ambiente robotizado influenciariam ou provocariam alguma mudança nesta mídia.

Na última sessão (décima), os alunos participariam individualmente de uma entrevista com perguntas referentes às trajetórias que cada grupo coletivamente elaborou e aos programas que cada dupla desenvolveu para que seu modelo a executasse.

Além destes registros, todos os programas elaborados seriam armazenados em uma mídia compatível (disquetes ou CD-ROMS) e os diálogos ocorridos a partir

do sexto episódio seriam somente audiogravados por não termos obtido permissão para vídeogravar as atividades.

As sessões seriam descritas e os diálogos transcritos com o objetivo de selecionarmos os momentos significativos ou críticos nos quais os estudantes apresentariam evidências, fossem elas idéias ou argumentações relevantes à pesquisa, para juntamente com as sondagens em papel e lápis, as diversas versões dos programas elaborados e as entrevistas construirmos um histórico das mudanças do pensamento de cada dupla observada.

Obter um histórico das mudanças é importante, pois como VERGNAUD (1997, p.9 - 15) nos fala, o conceito matemático como Simetria envolve diversas situações dentro e fora da escola que revelam diferentes formas de expressão e o comportamento dos alunos, é então, regido pela maneira como organiza, articula e expressa as invariantes da circunstância em que estão submetidos e revelam o status do entendimento do conceito. Portanto, temos interesse no comportamento dos alunos em função dos objetivos, variáveis e inferências que as situações de aprendizagem lhe oferecem e permitem a percepção das invariantes nelas incorporadas.

Neste sentido, a partir das invariantes ou propriedades matemáticas identificadas nas expressões e nas representações relacionadas à Simetria que aparecer neste histórico, será realizada uma análise segundo as noções teóricas de NOSS e HOYLES (1996) de abstração situada e objetos computacionais evocativos.

3.4 AS ATIVIDADES DE PESQUISA

Os assuntos tratados nas duas atividades de pesquisa seriam os mesmos, porém a abordagem utilizada e a profundidade dada em algumas sessões, principalmente no que se refere à linguagem de programação, seria diferenciada em respeito à faixa etária de cada grupo.

Apesar do planejamento elaborado e da hipótese formulada, contávamos nesta fase, com uma possível necessidade da sua reformulação na medida em que as atividades de pesquisa seguissem seu curso e a revisão dos registros coletados, durante os episódios, mostrassem interações, situações ou mesmo significados não antecipados, como nos alertam STEFFE e THOMPSON (2000, p. 276).

Para facilitar a nossa descrição, denominamos de Grupo 1 os alunos da 3^a e 4^a séries e Grupo 2 os alunos da 5^a a 7^a séries, ambos do Ensino Fundamental.

3.4.1 Primeira Sessão:

Na primeira sessão apresentaríamos um conjunto de slides (ANEXO 3) com o objetivo de fomentar uma discussão sobre tecnologia.

Os aspectos abordados fariam referência a definição de tecnologia, as invenções do passado que marcam nosso futuro, aos fatores que motivam o avanço tecnológico e a noções do que são robôs. Solicitaríamos aos alunos, durante a apresentação, que relacionassem estes aspectos dando exemplos de equipamentos utilizados no cotidiano e que representassem o uso de recursos tecnológicos como, por exemplo, desde simples utensílios domésticos (talheres, pratos, ferramentas em geral, etc.), eletrodomésticos (forno de micro-ondas, aparelhos de televisão, etc), até computadores, satélites, foguetes e robôs.

Os grupos seriam divididos em duplas e com o material de mecanismos simples e motorizados (Figura 3.1) solicitaríamos as seguintes montagens:



Figura 3.1 - kit de mecanismos simples e motorizados

- Grupo 1:
 - Elaboração de modelos de livre escolha para conhecerem as peças e dispositivos que seriam utilizados no decorrer das atividades, tais como vigas e blocos de montar, eixos, rodas, engrenagens, polias e motores.
 - Apresentação dos modelos para a turma, justificando a utilização das peças selecionadas na montagem.
 - Comparação dos modelos construídos salientando as diferenças e similaridades entre eles.
 - Atividade extra para fazer em casa: pesquisa e definição dos termos tecnologia, mecanização, robotização, rigidez, flexibilidade e força, e a observação e descrição de dois objetos mecanizados usados no dia-a-dia.
- Grupo 2:
 - Montagem de uma vara de pescar o mais comprida e rígida possível para promover a familiarização com as diversas peças que compõem o material.
 - Apresentação dos modelos construídos para turma.
 - Discussão sobre estruturas flexíveis e rígidas a partir das apresentações, salientando as diferenças, vantagens e desvantagens entre elas frente ao objetivo proposto, pois a vara não poderia desmontar com a simulação do movimento de lançar uma isca.
 - Questões para serem respondidas em casa referentes aos conceitos discutidos durante a sessão (ANEXO 4).

Ao final da sessão os grupos desmontariam seus modelos e guardariam todas as peças em seus respectivos lugares, pois a forma de trabalho determinada pressupunha que os grupos eram responsáveis pela organização e conservação do material utilizado.

3.4.2 Segunda Sessão:

Nesta sessão os conceitos de estruturas rígidas e flexíveis seriam explorados com maior rigor por intermédio da ficha A (ANEXO 5). Os alunos explorariam suas propriedades e características provocando deformações e investigando a sua utilização em objetos e construções do cotidiano como, por exemplo, em pontes, em cadeiras, etc.

Somente os alunos do Grupo 1 montariam uma cadeira de praia (Figura 3.2) para identificar as estruturas, suas funções na montagem proposta e verificariam que ambas são úteis dependendo da situação em que são utilizadas.

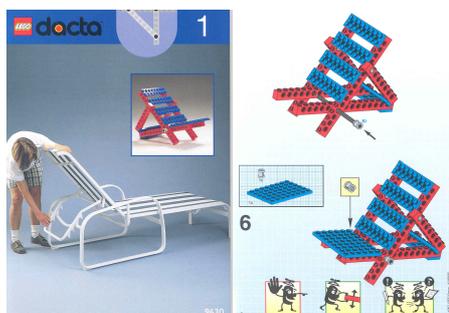


Figura 3.2 – Cadeira de praia

Iniciáramos a discussão sobre movimentos e a transferência de movimentos tomando como exemplo o carro e lançando a questão: quantos motores são necessários para movimentar as quatro rodas de um carro e como isso é feito?

A partir desta questão seria introduzido o funcionamento das engrenagens em diversas montagens propostas (Ficha D – ANEXO 6), com a observação e discussão sobre o sentido de rotação e velocidade obtido em cada uma, além da identificação das diferenças e similaridades entre elas.

3.4.3 Terceira Sessão:

Continuando o estudo sobre a transferência de movimentos, através da ficha E (ANEXO 7), estudaríamos as polias. Posteriormente, compararíamos e investigaríamos tanto o funcionamento das polias como o das engrenagens na montagem de um carrossel (Figura 3.3).



Figura 3.3 – Carrossel montado pelos alunos

3.4.4 Quarta Sessão

O kit ROBOLAB MINDSTORM seria introduzido (ANEXO 8) no que diz respeito ao funcionamento do RCX, aos diversos tipos de sensores e para que servem, assim como a linguagem de programação ROBOLAB em seus diferentes níveis.

Com o kit ROBOLAB MINDSTORM os alunos montariam um modelo sugerido no caderno “MINDSTORM for schools” (Figura 3.4) com dois motores para que os conceitos iniciais da linguagem de programação fossem explorados (subníveis Piloto 1 e 2).



Figura 3.4 – Modelo com dois motores

No Piloto 1, os alunos poderiam perceber que acionando apenas de um motor, o modelo gira para um lado ou para outro dependendo do sentido de rotação programado, conforme nos exemplos abaixo (Figura 3.5 e Figura 3.6).

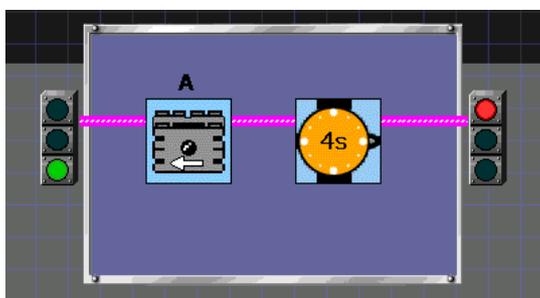


Figura 3.5 – Modelo gira no sentido horário

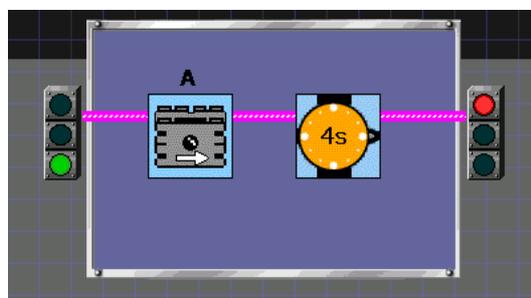


Figura 3.6 – Modelo gira no sentido anti-horário

No Piloto 2, os alunos elaborariam programas para ensaiar as quatro possibilidades de combinações dos acionamentos dos motores por um determinado tempo para verificarem o comportamento do modelo e registrarem o que foi observado nos dois subníveis de programação. De acordo com a potência (deveriam ser iguais) e o sentido de rotação determinado para os acionamentos dos motores, os modelos se movimentariam para frente, ou para trás, ou no sentido anti-horário, ou no sentido horário (Figuras 3.7, 3.8, 3.9, 3.10).

É importante observar que as conexões físicas dos motores com o RCX influenciam no movimento do modelo e devem ser coerentes com o programa elaborado. A programação representada nas figuras abaixo faz referência às conexões físicas da Figura 3.4.

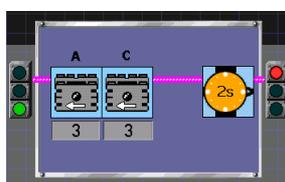


Figura 3.7 – Para frente

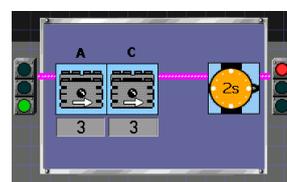


Figura 3.8 – Para trás

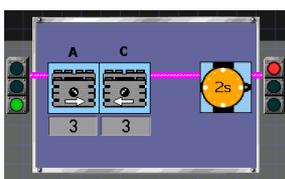


Figura 3.9 – Sentido anti-horário

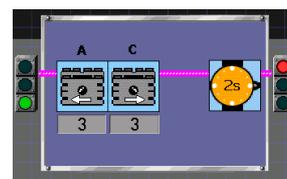


Figura 3.10 – Sentido horário

O ensaio do movimento dos modelos nas diversas possibilidades sugere uma certa simetria em ação. A própria programação para gerar movimentos opostos deve ser simétrica, como pode ser observado nas Figuras 3.7 e 3.8 para os movimentos para frente e para trás e nas Figuras 3.9 e 3.10 no sentido horário e anti-horário, porém este aspecto não seria abordado com o intuito de verificarmos se os alunos perceberiam esta característica e relacionariam com os movimentos programados.

Nesta sessão seria discutida a participação dos grupos na apresentação dos trabalhos desenvolvidos durante oficina no evento promovido pela escola. Por sugestão dos professores utilizando somente o exemplo das danças executadas durante os festejos juninos, os alunos poderiam desenvolver protótipos que se movimentariam simetricamente, um em relação ao outro, simulando uma dança de robôs. É importante salientar que não existia a intenção de formalizarmos o conceito de Simetria, somente de verificarmos quais aspectos do conceito emergiriam a partir do desenvolvimento desta atividade.

3.4.5 Quinta Sessão

Nesta sessão seria aplicada a primeira sondagem em papel e lápis (ANEXO 1) e posteriormente, os estudantes por intermédio do subnível de programação Piloto 2 e Piloto 3 elaborariam um programa para movimentar o modelo da sessão anterior para frente e para trás, contudo sem a preocupação de executar uma trajetória pré-determinada, combinando na montagem ora o sensor de toque ora o sensor de luz, que funciona de acordo com o estado do dispositivo utilizado, como por exemplo, os dois programas em que o modelo movimenta-se para frente com o primeiro acionamento do sensor de toque e para trás com segundo acionamento, ou ainda, para frente até que o sensor de luz detectasse mais luz e para trás até que detectasse menos luz, de acordo com os exemplos abaixo (Figura 3.11 e 3.12 respectivamente).

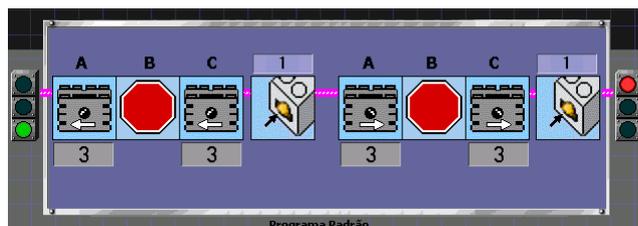


Figura 3.11 – Exemplo de programa com sensor de toque

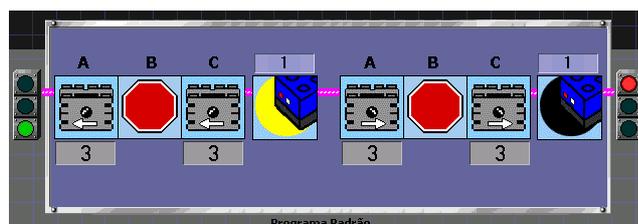


Figura 3.12 – Exemplo de programa com sensor de luz

Embora os programas ilustrados nas figuras acima apresentem uma certa simetria, o efeito produzido quando são executados não é necessariamente um movimento simétrico, pois depende diretamente dos tempos dos acionamentos dos sensores.

3.4.6 Sexta Sessão – Grupo 1

Nesta sessão as duplas seriam formadas conforme a afinidade dos participantes e os diálogos durante a execução dos trabalhos seriam audiogravados.

Utilizando o mesmo modelo construído na sessão anterior, introduziríamos o nível de programação Piloto 4. Os alunos seriam desafiados a elaborar um programa para executar uma trajetória quadrada pré-determinada numa plataforma de madeira somente por controle de tempo e o acionamento dos dois motores (Figura 3.13), com o objetivo de promover o entendimento de que cada passo do programa corresponde a um elemento do quadrado, ou seja, deveria ser programado um passo correspondente a cada lado e a cada ângulo interno do quadrado.

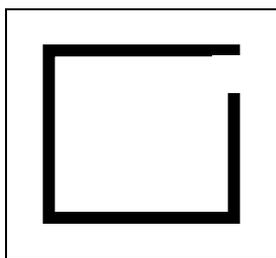


Figura 3.13 – Esquema da plataforma de madeira com trajetória quadrada

O modelo deveria iniciar sua trajetória por um dos vértices do quadrado e terminar na posição inicial após a execução do programa, percorrendo o caminho sobre a faixa preta conforme mostra a Figura 3.13. A escolha deste tipo de trajetória foi proposital devido a sua configuração simétrica. Porém, não seria esperado que os modelos percorressem exatamente um quadrado, pois o atrito da plataforma com os pneus do modelo poderiam provocar algum desvio no movimento do carrinho, mesmo que a programação fosse simétrica como o exemplo do ANEXO 9. Outros detalhes, que consideraríamos em cada programa elaborado por cada dupla, seriam os diferentes ajustes de tempos para que os modelos completassem o percurso, pois as baterias de alimentação do RCX apresentariam diferentes níveis de carga em função do tempo de funcionamento deste equipamento, influenciando diretamente na velocidade de rotação dos motores. Os giros para se obter 90° poderiam ser horários ou anti-horários, dependendo da posição inicial do modelo. Sendo assim, não estavam previstos programas iguais para todos os participantes, pois existiriam várias possibilidades de se cumprir o desafio proposto.

Para cada teste realizado com seus respectivos ajustes, o programa elaborado por cada dupla deveria ser devidamente gravado para uma avaliação posterior e aprimoramento da execução da trajetória pedida.

3.4.7 Sexta Sessão – Grupo 2

Nesta sessão, promoveríamos a mesma atividade que foi descrita para o Grupo 1 e também apresentaríamos o sensor de ângulo aos alunos do Grupo 2. Em função do controle deste dispositivo ser possível apenas no nível de programação

Inventor 4, nos limitaríamos, inicialmente, em explorar os comandos da linguagem de programação com o mesmo modelo da sessão passada e com as situações familiares de acionamento dos motores (para frente, para trás, para direita e para esquerda, todas por controle de tempo) para garantirmos o domínio do novo nível de programação. Em seguida acoplaríamos um sensor de ângulo em cada robô para explorarmos o movimento de girar para um lado através do controle deste dispositivo e novamente tentaríamos programar uma trajetória quadrada.

Observamos que o sensor de ângulo tem duas maneiras de ser controlado: a primeira é através do ângulo de rotação do eixo acoplado ao sensor, e a segunda maneira controla o número de rotações deste mesmo eixo. No desenvolvimento das atividades utilizaríamos apenas a segunda forma de controle em função de que talvez nem todos os alunos estivessem familiarizados com ângulos.

Os dois grupos, em suas respectivas sessões, seriam convidados a elaborar a trajetória que simulasse uma dança entre dois robôs parceiros e iniciariam as montagens de seus modelos.

3.4.8 Sétima Sessão, Oitava Sessão e Nona Sessão

Nestas sessões os grupos se dedicariam à montagem e programação dos seus modelos para execução da trajetória definida na 6ª sessão.

3.4.9 Décima Sessão

Esta sessão seria destinada à aplicação da segunda sondagem em papel e lápis (ANEXO 2), entrevistas finais e a apresentação dos modelos ou robôs executando a dança elaborada pelos grupos.

3.5 SÍNTESE

Neste capítulo descrevemos os aspectos metodológicos adotados que sustentaram as fases de estudos preliminares e experimentação da nossa pesquisa.

Devido a nossa hipótese de que os movimentos produzidos pelos robôs poderiam ser explorados sob o enfoque das Transformações Geométrica, especificamente sob o enfoque da Simetria, no próximo capítulo discutiremos os aspectos que dizem respeito à Simetria, as concepções e os níveis de dificuldades dos alunos levando em conta as diretrizes apontadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o ponto de vista da própria Matemática, a abordagem dada nos livros didáticos, as pesquisas anteriores em papel e lápis sobre Reflexão e atividades estruturadas com micromundos sobre Geometria e Simetria.

No quinto capítulo analisaremos os dados coletados durante as atividades de pesquisa e no sexto capítulo apresentaremos as nossas conclusões.

CAPÍTULO 4 - SIMETRIA E REFLEXÃO SOB O PONTO DE VISTA DA MATEMÁTICA E DO CURRÍCULO

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O matemático Hermann Weyl (SENECHAL, 1989, p. 6-7) argumenta que simetria é uma ferramenta de estudo para fenômenos complexos e concluiu no seu livro *Symmetry* que “Simetria é um vasto assunto, significativo na arte e na natureza. Tem como suas raízes a Matemática e, seria difícil encontrar um melhor assunto que demonstrasse o trabalho de intelecto matemático.”³

SENECHAL (ibid, p. 3) define operações simétricas como movimentos rígidos que não modificam as distâncias entre pontos. LEDERGERBER-RUOFF (1982, p. 58) nos fala que as transformações geométricas estudam estes movimentos rígidos e que, do ponto de vista geométrico, mudam unicamente a posição de uma figura, mas não a sua forma e nem o seu tamanho. As **transformações geométricas** do Plano Euclidiano⁴ que conservam as distâncias entre pontos são denominadas **isometrias**.

4.2 ISOMETRIAS

LEDERGERBER-RUOFF (ibid., p. 58) define isometria como:

Uma aplicação de Π_E em Π_E , que conserva distâncias chama-se isometria, isto é, se \square é uma isometria, e P e Q dois pontos arbitrários, e se $\bar{P} = (P)\Omega$ e $\bar{Q} = (Q)\Omega$ então, $|PQ| = |\bar{P}\bar{Q}|$.

³ Symmetry is a vast subject, significant in art and nature. Mathematics lies at its root, and it would be hard a better one on which to demonstrate the working of the mathematical intellect. (SENECHAL, 1989, p. 6).

⁴ Segundo a definição de LEDERBERGER-RUOFF (1982, p. 2).

A autora destaca (ibid., p. 63 - 86) que os exemplos mais importantes de isometrias são as reflexões em reta (Figura 4.1), devido ao fato de que toda isometria pode ser representada como um produto finito de reflexões em retas, classificando-as como próprias se este produto for um número par de reflexões e impróprias se este produto for um número ímpar de reflexões. A reflexão numa reta (Figura 4.1) é definida pela autora como:

Consideremos uma reta g , P um ponto arbitrário e F a projeção ortogonal de P sobre a reta g . O ponto \bar{P} , para o qual vale $\overline{FP} = -\overline{F\bar{P}}$, chama-se ponto simétrico de P em relação à reta g . A aplicação $\Sigma_g = \{(P, \bar{P}) \in P_\varepsilon \times P_\varepsilon \text{ tal que } \bar{P} \text{ é o ponto simétrico de } P \text{ em relação a } g\}$ chama-se reflexão na reta g (LEDERGERBER-RUOFF, 1982, p. 28).

Ou,

Seja g uma reta. A aplicação que leva cada ponto P ao ponto \bar{P} , simétrico em relação à reta g , chama-se reflexão na reta g e indica-se por Σ_g . A reta g chama-se eixo de reflexão Σ_g (LEDERGERBER-RUOFF, 1982, p. 64).

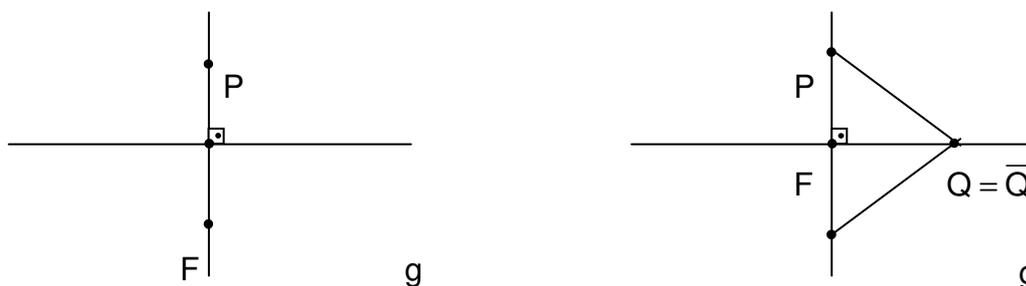


Figura 4.1 – Reflexões em reta

Como exemplo da importância das reflexões em retas, destacamos as isometrias abaixo:

- **Translação** (ibid., p. 87 – 88):
 - Considerando a isometria $\Omega = \Sigma_f \Sigma_g$, onde f e g são retas paralelas de vetor distância \vec{d} . Seja P um ponto arbitrário e Q e R os pontos das projeções ortogonais de P sobre as retas f e g ,

respectivamente, o vetor $\overrightarrow{P\bar{P}}$ não depende da posição de P, todos os pontos são transladados pelo vetor $\vec{v} = 2\vec{d}$ (Figura 4.2).

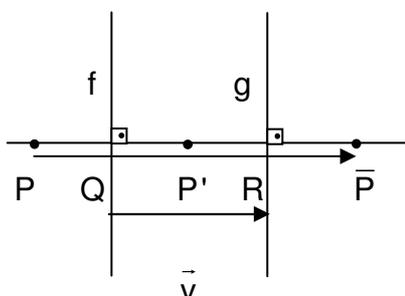


Figura 4.2 – Translação

- Isometria própria que pode ser representada de infinitas maneiras como o produto de duas reflexões em retas, basta tomar duas reflexões em retas paralelas arbitrárias com vetor distância $\vec{v} = \frac{\vec{d}}{2}$.
- **Rotação** (ibid., p 106 – 108):
 - Seja F um ponto e \vec{v} um ângulo orientado. A aplicação que tem F como ponto fixo e aplica todo ponto $P \neq F$ no ponto \bar{P} , tal que $\angle(PF\bar{P}) = \vec{v}$ e $|FP| = |F\bar{P}|$, chama-se rotação de centro F e ângulo \vec{v} , e é indicada por $\Delta(F, \vec{v})$ (Figura 4.3).

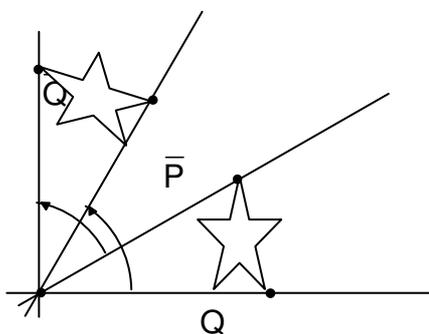


Figura 4.3 – Rotação

- Isometria própria que pode ser representada de infinitas maneiras como o produto de duas reflexões em retas, com a única condição

que as retas se interceptem num ponto, sob um determinado ângulo.

- **Translação refletida** (ibid., p. 133 – 134):
 - A isometria $\rho = \tau(\vec{v})\Sigma_g$, com $g // \vec{v}$, chama-se translação refletida de eixo g e vetor \vec{v} , e é indicada por $\rho(\vec{v}, g)$.
 - isometria imprópria que pode ser representada como o produto de três reflexões que não são redutíveis a uma reflexão.

Comparando as isometrias levando em conta os teoremas apontados por LEDERGERBER-RUOFF (ibid., p. 58 – 144), podemos dizer que (Tabela 1):

Tabela 1 – Isometrias

Isometrias	Pontos Invariantes	Conserva distância entre pontos	Conserva amplitude dos ângulos	Conserva orientação dos pontos não colineares ⁵
Translação (duas reflexões em retas paralelas)	Não tem nenhum ponto fixo, somente as retas que estão na direção do vetor distância*.	Sim , pela definição de isometria.	Sim , pelo teorema que a imagem de um ângulo livre por isometria é um ângulo congruente.	Sim , toda isometria própria conserva a orientação do plano.
Rotação (duas reflexões em retas concorrentes)	Sim , o centro de rotação** e apenas as retas que passam pelo centro quando o ângulo de rotação for 180°.	Sim , pela definição de isometria	Sim , pelo teorema que a imagem de um ângulo livre por isometria é um ângulo congruente.	Sim , toda isometria própria conserva a orientação do plano.
Reflexão (uma reflexão em reta)	Sim , todos os pontos do eixo de reflexão e todas as retas perpendiculares ao eixo de reflexão.	Sim , pela definição de isometria.	Sim , pelo teorema que a imagem de um ângulo livre por isometria é um ângulo congruente.	Não , uma reflexão numa reta muda a orientação do plano.
Translação Refletida (três reflexões em retas)	Não tem nenhum ponto ou reta fixa*, somente as retas perpendiculares ao eixo de reflexão quando o vetor for também perpendicular ao eixo.	Sim , pela definição de isometria.	Sim , pelo teorema que a imagem de um ângulo livre por isometria é um ângulo congruente.	Não , uma reflexão numa reta muda a orientação do plano.

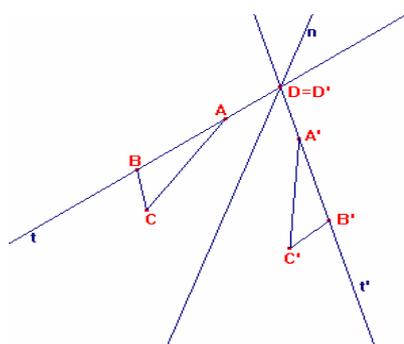
Nota:

* Considerando o vetor diferente de 0.

** Considerando o ângulo de rotação diferente 0°.

⁵ Segundo COXETER (1961, p. 39 – 41)), podemos distinguir dois triângulos coincidentes ABC e ACB de acordo com seus respectivos sentidos, um é anti-horário e o outro horário. É uma propriedade “topológica” do plano Euclidiano que pode ser estendida de triângulos coincidentes para triângulos distintos: quaisquer dois triângulos “direcionados” ABC e A'B'C' ou têm ou não têm o mesmo sentido. Quando uma isometria conserva o sentido de um triângulo é definida como própria, e quando não conserva é denominada imprópria.

O nosso interesse nesta pesquisa restringe-se às simetrias axiais, ou seja, as simetrias relacionadas a uma reflexão em reta, devido à sua importância em relação às outras isometrias, conforme destacamos anteriormente. Também, destacamos abaixo, algumas propriedades que podemos verificar de maneira visual e simbólica na figura abaixo (Figura 4.4 – adaptado de HEALY, 2002).



$n \perp \overline{AA'}$ pelo ponto médio de $\overline{AA'}$, n é bissetriz de $\angle ADA'$

$$T_n(D) = D'$$

$$T_n(A) = A'$$

$$T_n(A') = A$$

Figura 4.4 – Propriedades da Reflexão

A partir da análise da figura acima verificamos alguns aspectos que caracterizam as propriedades das reflexões, mas que não as definem:

- A imagem do ponto D no eixo de simetria ou reflexão é próprio ponto D ($D \equiv D'$). Os pontos que se localizam no eixo podem ser considerados invariantes na transformação.
- O eixo de simetria é perpendicular e divide ao meio qualquer segmento com extremidades num ponto e na sua imagem, ou seja, o eixo é a mediatriz do ponto e sua imagem.
- A imagem de uma reta é outra reta ($T_n(D)=D'$) e o eixo de simetria é a bissetriz do ângulo formado pela reta e sua imagem tendo como vértice a intersecção delas.
- Um objeto geométrico e sua imagem são congruentes ($\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$).
- Uma reflexão é uma transformação auto-inversível ($T_n(A)=A'$, $T_n(A')=A$).

- A reflexão inverte a orientação de pontos não-colineares (no triângulo ABC, nesta ordem o sentido é anti-horário e na sua respectiva imagem, triângulo A'B'C', o sentido é horário).

A maneira de definir a reflexão pode se apoiar na propriedade do eixo de simetria ser a mediatriz do segmento formado por um ponto e sua imagem (adaptação de LIMA, 1996):

Dada uma reta n , diz-se que $\delta : \pi \rightarrow \pi$ é uma *reflexão com relação à reta n* (eixo de simetria) se esta é a mediatriz do segmento de extremidades A e $\delta(A)$, onde A representa um ponto qualquer do plano.

Ou ainda como HEALY (2002) aponta, enfatizando o eixo como bissetriz:

Dada uma reta r , diz-se que $\delta : \pi \rightarrow \pi$ é uma *reflexão com relação à reta r* (referida como o eixo de simetria) tal que $\delta(P) = P'$ se e somente se r é a bissetriz do ângulo $P\hat{A}P'$ ($\forall A \in r$ e $A \neq P$) e $\overline{PA} \equiv \overline{P'A}$, onde P representa um ponto qualquer do plano.

De qualquer maneira as duas definições se equivalem, apesar de apoiarem-se em diferentes objetos geométricos e propriedades da reflexão distintas.

Uma figura e sua imagem produzem uma configuração que podemos denominar uma figura simétrica. Formalmente, podemos definir uma figura simétrica como:

“Seja δ uma transformação isométrica, diz-se que uma figura plana F (i. é., um subconjunto de pontos do plano) possui *simetria*, se $\delta(F) = F$, ou seja, se F é invariante por δ , diremos aqui que $\delta(F)$ representa o conjunto imagem de F pela transformação δ (SIQUEIRA et al, 2003)”.

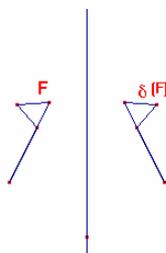


Figura 4.5 – Figura Simétrica

Embora tenhamos apresentado a importância da reflexão sob o ponto de vista da Matemática, é igualmente necessário verificarmos como estes conhecimentos

são mobilizados pelos alunos em atividades relacionadas com as transformações reflexivas. Para tanto examinaremos, a seguir, a pesquisa de KÜCHEMANN (1981) considerando os diferentes níveis de entendimento no aprendizado da reflexão em construções em papel e lápis.

4.3 PESQUISA SOBRE REFLEXÃO

A pesquisa realizada por KÜCHEMANN (1981) com alunos de 11 a 16 anos sobre o seu entendimento a respeito das transformações geométricas restringiu-se à investigação das reflexões e rotações a partir de questões as quais os estudantes deveriam responder ora com esboços, ora com mais precisão métrica utilizando uma régua.

A partir das respostas dos alunos, Küchemann identificou que quase todos os alunos tinham um entendimento sobre reflexão, porém o seu desempenho dependeu da presença ou da ausência de certos aspectos, como a inclinação do eixo de simetria, presença ou não da malha quadriculada, complexidade e inclinação dos objetos. No seu experimento, o pesquisador verificou que os alunos apresentaram dificuldades no controle do ângulo entre o objeto e o eixo de simetria simultaneamente, ou seja, quando apenas uma inclinação deveria ser controlada, seja do objeto ou do eixo de simetria (Figura 4.6), o seu desempenho era melhor, demonstrando que tinham uma noção primitiva de que com a reflexão obtemos o objeto do outro lado do eixo de simetria.

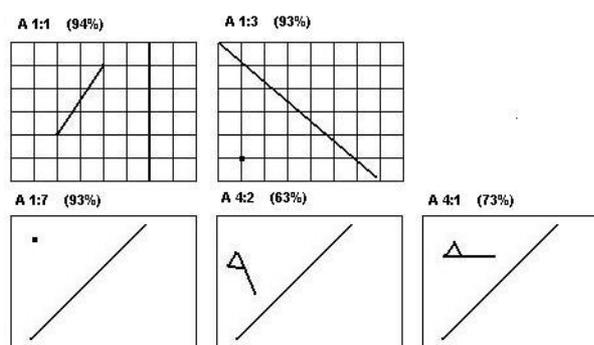


Figura 4.6 – Porcentagem de crianças que responderam de maneira correta ou adequada

Quando as inclinações do objeto e do eixo de simetria deveriam ser coordenadas, assim como a conservação do ângulo entre eles, poucas crianças responderam adequadamente (Figura 4.7), elas ou ignoraram o eixo de simetria ou consideraram as inclinações do objeto e do eixo separadamente.

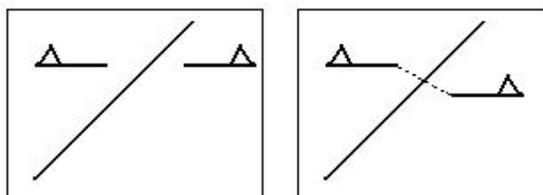


Figura 4.7 – Sem coordenação das inclinações

O nível de dificuldade destas questões implica também num nível diferenciado de entendimento da reflexão. Segundo Küchemann, nos exemplos da Figura 4.6, itens A1-1, A1-3 e A1-7, o entendimento necessário é quase como reproduzir o ato físico da dobradura. Já nos demais itens, é necessária uma percepção dos elementos que compõem o objeto e da seqüência de passos necessária para se obter a imagem, e que demonstram conhecimento sobre as propriedades da reflexão.

Em função do desempenho dos alunos em cada questão ser dependente dos aspectos envolvidos, não basta concluir se um aluno tem ou não um entendimento sobre reflexão, é necessário verificar o seu nível baseado nas particularidades das questões e na adequação das respostas. Küchemann identificou cinco níveis relevantes de entendimento que destacamos a seguir em função dos tipos de exercícios e suas respectivas respostas (Figura 4.8):

- Nível 0: significa que o aluno é capaz de responder adequadamente questões que envolvam apenas pontos ou eixos de simetria verticais (ou horizontais) sem necessariamente coordenar as inclinações, a direção e as distâncias.
- Nível 1: significa que o aluno não coordena as inclinações, porém existe uma coordenação de direção e distâncias.
- Nível 2: significa que o aluno coordena as inclinações de maneira crítica e sem precisão.

- Nível 3: não apresenta uma diferença substancial em relação ao nível anterior, porém demonstra melhor coordenação das inclinações com objetos mais complexos.
- Nível 4: o aluno coordena com precisão as inclinações em questões que envolvem objetos mais complexos e eixos inclinados, nas quais se faz necessária uma análise dos elementos que compõem o objeto e demonstra habilidade para lidar com simples reflexões.

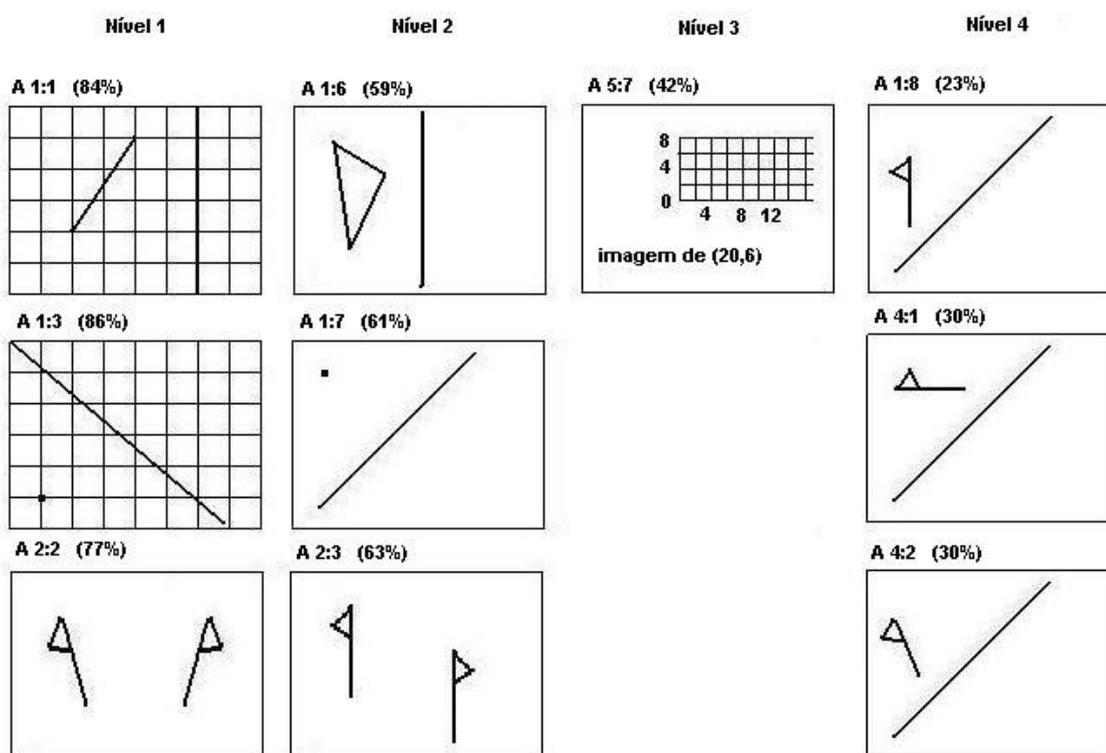


Figura 4.8 – Exemplos de exercícios de reflexão em cada nível

Ao analisarmos os resultados desta pesquisa podemos verificar que são coerentes na perspectiva de VERGNAUD (1997, p. 9-15), pois segundo ele, crianças no seu cotidiano lidam com uma variedade de formas simétricas, como os seus brinquedos, os móveis ou outros objetos de sua casa e, desde cedo são convidadas a desenhar figuras que apresentam configurações simétricas, desenvolvendo, assim no decorrer das suas experiências, uma noção de reflexão.

Vergnaud descreve como numa atividade de completar o desenho (Figura 4.9), por exemplo, crianças de 8 a 9 anos desenvolvem competências perceptivas

que evidenciam diferentes relações ou propriedades entre linhas e formas, como “mesmo que... do outro lado”, “é simétrico”, “tão comprido quanto”, “a mesma distância”.

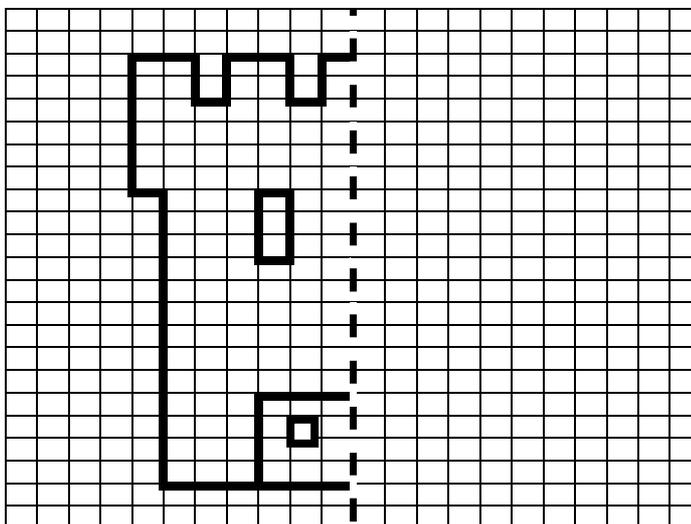


Figura 4.9 – Exemplo de atividade para completar o desenho

Na medida em que são submetidas a exercícios mais complexos, como no exemplo da Figura 4.10 comumente oferecido às crianças de 11 a 12 anos na França, as propriedades da simetria que devem ser utilizadas são muito mais complexas, assim como a identificação dos vértices que são os elementos que compõem a figura e são suficientes para defini-la e transformá-la.

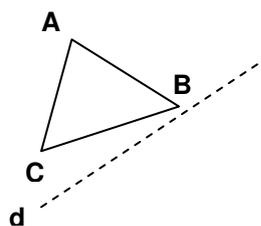


Figura 4.10 – Exemplo de exercício mais complexo

Segundo Vergnaud, temos diferentes níveis conceituais em expressões como “a mesma forma”, ou “a mesma distância”, ou “o comprimento é conservado”, ou ainda “o ângulo é o mesmo, porém está invertido”. O pesquisador destaca estas diferenças nas expressões abaixo que de certa maneira sugerem os níveis de entendimento de Küchemann, porém não quer dizer que sejam correspondentes,

pois as expressões do terceiro item vão além das coordenações e análises do nível 4:

- “O castelo é *simétrico*”: a palavra *simétrico* é um predicado e um argumento da figura na sua totalidade que pode indicar uma noção primitiva de simetria.
- “Triângulo A'B'C' é *simétrico* ao triângulo ABC *em relação à* linha d”: os termos “simétrico ao... em relação à” são predicados e argumentos e podem indicar a coordenação de ângulos de inclinação.
- “Simetria *conserva comprimentos e ângulos*”: os termos “conserva comprimentos e ângulos” destacam propriedades da transformação, a coordenação de inclinações e a identificação de elementos da figura.

Segundo PIAGET e GARCIA (1987, p. 123 – 136), pesquisadores que também realizaram estudos pertinentes à compreensão das transformações geométricas, as análises dos objetos geométricos no desenvolvimento cognitivo dos indivíduos ocorre num processo contínuo e complexo que pode ser dividido em três etapas denominadas intrafigural, interfigural e transfigural e pode ser percebido na passagem de uma etapa a outra, que de certa forma revela o nível de entendimento dos objetos geométricos envolvidos.

Na etapa intrafigural, a criança percebe e pensa somente nas relações internas de uma figura, ou seja, focaliza apenas suas propriedades internas como, por exemplo, se é uma figura aberta ou fechada, se um ângulo é reto ou não, a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , etc.

A etapa interfigural é caracterizada pelas relações e transformações que a criança percebe entre uma figura e outros elementos externos.

Podemos distinguir estas etapas na figura abaixo (Figura 4.11): quando uma criança desenha a chaminé perpendicular ao telhado, os pesquisadores denominam este comportamento característico do estágio intrafigural no qual as atenções são para as propriedades internas do objeto, e quando a chaminé aparece perpendicular a base da casa ou da folha de papel, ou seja, a mesma figura é desenhada

tomando-se como referência um outro elemento, significa que a criança está no estágio interfigural relacionando um objeto com outros externos a ele.

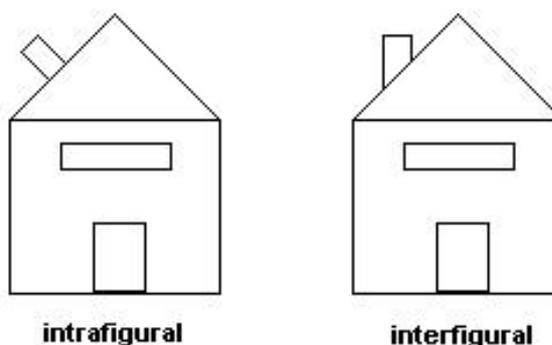


Figura 4.11 – Desenho da casa com ênfase nos aspectos intrafigural e interfigural

A etapa transfigural ocorre na fase hipotético-dedutível do desenvolvimento da criança (a partir de 11 a 12 anos) na qual o indivíduo é capaz de relacionar dois sistemas estruturais e formar uma única estrutura, como por exemplo, quando ele “algebriza” a geometria.

Nos termos de Piaget e Garcia, o interesse do nosso estudo se restringe à verificação se há a possibilidade de uma transição da etapa intrafigural para a etapa interfigural proporcionado pelas atividades em ambiente robotizado, nas quais não somente os elementos que compõem uma figura e as suas relações são identificados, como também existe a necessidade de relacionar a figura com o eixo de simetria, tendo como referência a sua inclinação.

Küchemann defende que abordar as transformações por si mesmas, através dos métodos expositivos, pode parecer algo sem graça ou inexpressivo, uma vez que ações como dobrar ou virar podem defini-las. Os resultados obtidos diretamente com dobraduras, por exemplo, são intuitivos e significativos para a maioria das crianças, além de poderem ser facilmente investigados. A sua compreensão ocorre gradualmente focalizando inicialmente as ações em si mesmas, seguida da sua representação e posteriormente da representação das ações imaginadas, além de que em cada uma destas etapas podemos checar os resultados com relativa facilidade desfazendo a própria ação. Segundo o pesquisador, esta abordagem

permite que as crianças descubram quais regras e propriedades da transformação estão em jogo ou não.

Podemos observar que na mídia papel-e-lápis existe uma correspondência dos níveis de entendimento definidos por Küchemann, levando em conta as considerações acima citadas, com as etapas de desenvolvimento cognitivo relacionado às construções geométricas propostas por Piaget e Garcia: os níveis 0 e 1 correspondem a etapa intrafigural, os níveis 2 e 3 sinalizam que está ocorrendo o processo gradativo de transição entre as etapas intrafigural e interfigural e o nível 4 demonstra que o aluno alcançou o estágio interfigural de entendimento das construções geométricas. Porém, HEALY (2002) conjectura que a mídia disponível para a realização de atividades pertinentes a estas construções podem influenciar as etapas do desenvolvimento cognitivo. Existem por exemplo, certos recursos informatizados cujas ferramentas para construir imagens sob várias transformações, incluindo as reflexões, que estão disponíveis aos alunos. Isto significa que os estudantes podem construir imagens sob reflexão sem qualquer consciência das suas propriedades. A pesquisadora explicita, entretanto, que considera importante as atividades que envolvam os alunos na expressão das propriedades que definam a reflexão, pois sua hipótese é de que isto facilita e privilegia a passagem da etapa intrafigural para a interfigural.

Além de levantar a questão que diferentes mídias podem influenciar a construção dos significados para a reflexão (uma questão central da nossa pesquisa), os pesquisadores aqui mencionados, também acham importante a abordagem didática dada à reflexão e à análise das suas propriedades.

Considerando as observações acima, exploraremos a seguir quais são as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais referentes ao processo de ensino e de aprendizagem das transformações geométricas e às mídias disponibilizadas com objetivo de facilitar tais processos.

4.4 O ESTUDO DA GEOMETRIA E AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Podemos verificar que as diretrizes curriculares brasileiras dão importância ao estudo das transformações geométricas e sua proposta é realizar uma abordagem gradativa deste conhecimento desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, como Küchemann também sugere.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) recomendam que o estudo da Geometria deva ser contemplado desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, pois segundo as suas diretrizes (BRASIL, 1998a, p. 39), é essencial para que o aluno desenvolva uma forma de pensar com a qual compreenda, descreva e represente de maneira organizada o mundo em que vive, isto contribui também para a aprendizagem de números e medidas e deve ser trabalhado a partir da exploração do meio físico permitindo ao aluno fazer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Nas quatro primeiras séries privilegia-se a percepção espacial, particularmente na 1^a e 2^a séries a abordagem é através da movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido e também pela interpretação e representação de posição e movimentação no espaço a partir da análise maquetes, esboços, croquis e itinerários (BRASIL, 1998a, p. 51).

A mesma proposta de abordagem permanece para as 3^a e 4^a séries, porém, a partir de observações, manipulações e deslocamentos dos objetos, os alunos devem utilizar o vocabulário correspondente para relacioná-los com o espaço, como por exemplo, em cima, em baixo, atrás, direita, esquerda, entre, mesma direção ou sentido, direção contrária (ibid., p. 57). Nestas séries a identificação da simetria em figuras tridimensionais, bem como a identificação de eixos de simetria em diferentes polígonos deve ser incorporada (ibid., p. 60). Dentre as diversas orientações didáticas, a utilização de softwares disponíveis que facilitem o raciocínio geométrico do aluno também é recomendada (ibid., p. 83).

Para as últimas quatro séries do Ensino Fundamental, os PCNs recomendam a ênfase no estudo das transformações de uma figura no plano por permitirem um caráter mais significativo e dinâmico dos conceitos geométricos, como também o uso de softwares que exploram problemas que envolvam a transformação de figuras por intermédio de comparações (BRASIL, 1998b, p. 124). Para as 5^a e 6^a séries é sugerido que o estudo das transformações geométricas se desenvolva por meio de reflexões, translações, rotações e identificação de invariantes, como, por exemplo, as medidas dos lados e dos ângulos, como também a construção da noção de ângulos associada à idéia de mudança de direção (ibid., p. 73). Nas 7^a e 8^a séries (ibid., p. 89) recomenda-se o desenvolvimento do conceito congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações ou combinações destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).

Pelo fato das recomendações das atividades para as quatro primeiras séries do Ensino Fundamental privilegiarem a manipulação de objetos no estudo da direção, sentido e simetria, e nas últimas quatro séries o estudo prosseguir com a exploração dos conceitos e propriedades das transformações geométricas privilegiando as representações geométricas, selecionamos uma amostra dos livros didáticos aprovados pelo PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) de 2002 destinada as estas últimas séries, que segundo o programa estão de acordo com as propostas curriculares, que juntamente com a pesquisa de Küchemann serviram de base para a elaboração das atividades de sondagem em papel-e-lápis utilizadas na nossa fase de experimentação.

4.5 ABORDAGEM DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS

Na coleção Matemática (IMENES; LELLIS, 2002), o livro utilizado na 5^a série inicia o estudo da simetria por intermédio de imagens encontradas na natureza, em trabalhos artesanais ou decorativos e nas construções arquitetônicas, mencionando que “um espelho funciona como eixo de simetria” e que “numa figura simétrica... dobrando-a no eixo, o lado esquerdo cai justinho no lado direito” (ibid., p. 199).

Também são explorados os eixos de simetria de figuras geométricas como os retângulos, os triângulos e os quadrados.

No livro dirigido à 6^a série, a simetria axial é caracterizada por uma igreja projetada por Aleijadinho e pela forma geométrica do losango (ibid., p. 33). Sua exploração é realizada através de alguns polígonos regulares como o quadrado e o pentágono (ibid., p. 34). Também são propostos exercícios para determinar se uma reta que corta um polígono coincide com um eixo de simetria da figura. A noção de ângulo é dada juntamente com a apresentação da simetria central.

Na 7^a série, a coleção retoma o conceito de simetria axial através do detalhe de um objeto produzido por uma civilização antiga, pela imagem de uma borboleta e pela exploração de triângulos e quadriláteros. Além da simetria axial, as rotações também são apresentadas. A partir do conceito de simetria, propriedades de figuras geométricas são deduzidas.

No livro referente à 8^a série, a combinação das simetrias é abordada por imagens de artesanatos e por problemas, como, por exemplo, descobrir o centro de uma circunferência com base nos conhecimentos sobre simetria.

Em outra coleção também aprovada pelo PNLD, Matemática Hoje É Feita Assim (BIGODE, 2000), apenas no livro destinado à 7^a série, a simetria e suas diversas formas são abordadas. Em particular a reflexão é explorada por fotos de carros de bombeiros e ambulâncias nas quais pede-se para observar que as palavras “Ambulância e Bombeiros” estão escritas de trás para frente e que isto é feito para serem lidas como se estivessem a frente. A reflexão é definida como: “a reflexão de um ponto P em relação a um eixo de simetria (funciona como se fosse um espelho), a distância da imagem P’ ao eixo é a mesma distância (d) de P ao eixo” (ibid., p. 247). Os eixos de simetria axial de algumas figuras geométricas (quadrado, retângulo, triângulo e hexágono) são apresentados, os exercícios propõem que eixos de simetrias sejam traçados em alguns polígonos e que toalhas de papel sejam construídas a partir de recortes e dobraduras perguntando-se, ainda, qual o significado das dobras.

Na coleção Matemática de SPINELLI e SOUZA (2000), o conceito de simetria é tratado somente nos três primeiros livros (5^a, 6^a e 7^a séries). No livro da 5^a série, a simetria é explorada também por imagens do mundo real e posteriormente em figuras geométricas. Os exercícios são feitos em papel quadriculado e pede-se para localizar o eixo de simetria ou então desenhar a imagem simétrica. Nenhum tipo de simetria é nomeado, apenas identificado como figura e imagens simétricas. Já no livro da 6^a série, aborda-se a reflexão destacando a propriedade que uma imagem obtida possui mesma forma, mesmas medidas, porém, a figura e sua imagem estão orientadas em sentidos opostos. Exercícios propõem o desenho da imagem de uma figura ou de um ponto utilizando papel ou malha quadriculada sempre com eixos de simetria horizontal ou vertical e, a atividade de construir toalhas a partir de recortes em dobraduras no papel também é adotada em ambas as séries.

Para a 7^a série a simetria axial é definida como “simetria com o eixo é chamada de simetria axial” (ibid., 135) e chama-se a atenção para a propriedade da equidistância de um ponto e sua imagem em relação ao eixo de simetria. Exercícios para desenhar a imagem simétrica em malhas quadriculadas continuam sendo propostos, porém além dos que apresentam o eixo de simetria na posição horizontal ou vertical, alguns exercícios apresentam o eixo com inclinação.

Observamos que as coleções acima citadas seguem as orientações didáticas dadas nos PCNs. Todas iniciam sua abordagem e exploram as simetrias a partir de objetos ou situações do mundo real e partem para o estudo do conceito a partir de figuras geométricas, embora os exercícios e as situações propostas sejam apresentadas numa escala ascendente de complexidade, a sua grande maioria limita-se às relações internas de uma figura, ou seja, são questões cujo raciocínio envolvido é típico da etapa intrafigural. Até a 7^a série muitas atividades envolvem as ações como dobrar e confeccionar toalhas de papel. Somente na 8^a série os exercícios são mais formais no sentido de explicitarem as propriedades da reflexão e muito poucos, mas alguns, exigem um raciocínio que pertence a etapa interfigural.

A partir das considerações aqui apresentadas juntamente com os aspectos discutidos nos capítulos anteriores retomamos a nossa questão de pesquisa que norteará a análise dos dados coletados apresentada no próximo capítulo:

Um ambiente de robótica pode funcionar como um micromundo de aprendizagem matemática, no sentido de possibilitar a construção de novos significados para a simetria?

Mais especificamente identificamos e subdividimos esta questão mais ampla em algumas questões parciais que ajudarão na nossa investigação:

- Quais aspectos da simetria que emergem durante as atividades de robótica?;
- Como eles são expressos pelos alunos durante estas atividades?;
- Quais aspectos do ambiente robotizado influenciaram na produção de significados?;
- O ambiente robotizado favorece a transição da etapa intrafigural para a etapa interfigural?

CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DA EXPERIMENTAÇÃO

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, descreveremos os grupos que participaram do nosso estudo, as atividades relevantes e os respectivos resultados com o objetivo de identificarmos o perfil e o histórico de mudanças de seus participantes para analisá-los segundo a nossa fundamentação teórica.

5.2 CARACTERIZAÇÃO DOS GRUPOS

Os alunos observados são regularmente matriculados no Ensino Fundamental numa escola particular fundada em 1911, localizada nas imediações da Av. Paulista em São Paulo. É considerada uma escola tradicional, não somente por sua diretriz pedagógica e por conseguir bons índices de aprovação nos vestibulares, mas também pelo fato de que as várias gerações de alunos que ali estudam ou estudaram pertencem às mesmas famílias. O colégio oferece cursos desde a Educação Infantil até o Ensino Médio além de diversas oficinas extracurriculares, como por exemplo, robótica, música entre outras.

Na oficina de robótica para 3^a e 4^a séries, apesar de estar prevista para dezesseis alunos, apenas quinze estudantes se matricularam, dos quais dois desistiram no decorrer das atividades e obtivemos a participação efetiva de somente treze alunos: nove da 3^a e quatro da 4^a série.

Somente cinco alunos se inscreveram e participaram da oficina destinada aos alunos de 5^a a 7^a série: três da 5^a série e dois da 7^a série, apesar de também termos previsto um grupo com dezesseis estudantes.

No Grupo 1 (3^a e 4^a série), todos estavam participando pela primeira vez de uma oficina de robótica. No Grupo 2 (5^a e 7^a série), três alunos já haviam cursado

anteriormente uma oficina semelhante e dois não. Em consequência deste fato, abortamos o plano inicial de dividir os grupos em duplas. Conforme a orientação da escola, no Grupo 1, alguns alunos trabalharam em trios, outros em duplas formadas de acordo com a afinidade dos participantes e todos foram observados.

No Grupo 2, também por orientação da escola, aqueles que já tinham alguma experiência em Robótica trabalharam sozinhos e os outros dois formaram uma dupla. Sendo assim, Luis (5^a), Fabio (7^a) e Guilherme (7^a) desenvolveram seus trabalhos individualmente, prejudicando sensivelmente a audiogravação prevista para os diálogos. Ronaldo (5^a) e Sandra (5^a) trabalharam em conjunto, porém, a interação entre os dois foi muito pequena.

5.3 DESENVOLVIMENTO GERAL DAS SESSÕES

Até a 4^a sessão, as atividades propostas aos dois grupos foram desenvolvidas conforme o planejamento original focalizando a familiarização com o material, isto é, dando ênfase ao funcionamento dos diversos dispositivos, à linguagem de programação e à coerência necessária entre os programas elaborados com a montagem dos modelos para se obter o resultado esperado.

Na 5^a sessão iniciamos os registros pertinentes à nossa pesquisa que exploraremos a seguir. Porém, a partir da 6^a sessão, alteramos o planejamento da experimentação devido às necessidades dos grupos de explorar mais os elementos tanto físicos como lógicos do próprio ambiente. Por esta razão, o desenvolvimento das atividades previstas ocorreu da seguinte maneira:

- Grupo 1:
 - 6^a Sessão: programação da trajetória quadrada;
 - 7^a Sessão – 10^a Sessão: construção dos modelos, elaboração e programação da dança dos robôs.
- Grupo 2:

- 6^a Sessão – 7^a Sessão: exploração do nível de programação Inventor 4, exploração do funcionamento e programação do sensor de ângulo;
- 8^a Sessão – 10^a Sessão: construção dos modelos, elaboração e programação da dança dos robôs.

Por uma questão de conveniência e melhor dedicação dos alunos que ainda na 10^a sessão estavam engajados na programação da dança dos robôs, a segunda atividade de sondagem em papel e lápis juntamente com a entrevista final ocorreu na 11^a sessão que inicialmente não estava prevista.

A nossa análise concentra-se nas atividades desenvolvidas a partir da 5^a sessão até a 11^a sessão devido ao trabalho referente à simetria e relevante para a nossa pesquisa ocorrer nestas sessões.

5.4 PRIMEIRA ATIVIDADE DE SONDAGEM EM PAPEL E LÁPIS

Observamos que em todas as questões apresentadas na atividade de sondagem, não exigimos precisão métrica nas respostas, os alunos não utilizaram réguas e deveriam apenas respondê-las com esboços. Por este motivo, consideramos como certas ou adequadas aquelas respostas que apresentaram pequenas variações em relação à resposta correta.

Na questão em que pedimos para escreverem tudo o que sabiam sobre Simetria, no Grupo1, dez alunos responderam que não sabiam nada ou tinham esquecido. Três responderam:

Telma (3^a): *Simetria é um dos conhecimentos matemáticos que consiste em um mosaico basiando-se em olhar no espelho.*

Roberto (4^a): *Simetria é a parte da matemática em que você tem de fazer exatamente uma outra figura...*

Tadeu (3^a): *O que eu sei de simetria é quando tem uma figura e eu faço de conta que tem um espelho refletindo a figura.*

No Grupo 2, um aluno não respondeu e os demais:

Sandra (5^a): *Simetria é uma figura que contém dois lados iguais (espelho).*

Ronaldo (5^a): *Simetria é uma coisa que dividida ao meio, tem dois lados iguais.*

Luis (5^a): *Simetria é tudo que tem de um lado, tem do outro.*

Guilherme (7^a): *Eu sei que simetria é quando a figura é dividida em dois, ela é igual dos dois lados.*

Podemos considerar a partir das respostas dadas que aqueles alunos, que conseguiram articular em palavras seu conhecimento sobre simetria, demonstraram algum entendimento como Küchemann destacou em sua pesquisa. Também como HEALY (2002) observou, temos indícios nestas respostas que a noção de simetria está associada explicitamente com imagens refletidas num espelho ou esta associada ao conceito de congruência, como por exemplo “... *tudo que tem de um lado, tem do outro*”.

O acerto de 100% dos dois grupos nas questões com figuras do cotidiano encostadas ao eixo de simetria (Figura 5.1), juntamente com as respostas “... *contém dois lados iguais...*”, “... *tudo que tem de um lado, tem do outro...*”, “... *é igual dos dois lados*”, sugerem que os alunos têm pelo menos uma percepção das relações ou propriedades entre linhas e formas baseadas em suas experiências do cotidiano, conforme Vergnaud aponta, ou ainda, demonstram indícios da fase intrafigural de Piaget & Garcia, pois apesar de existir um eixo de simetria, as questões podem ser resolvidas apenas considerando as propriedades internas das figuras.

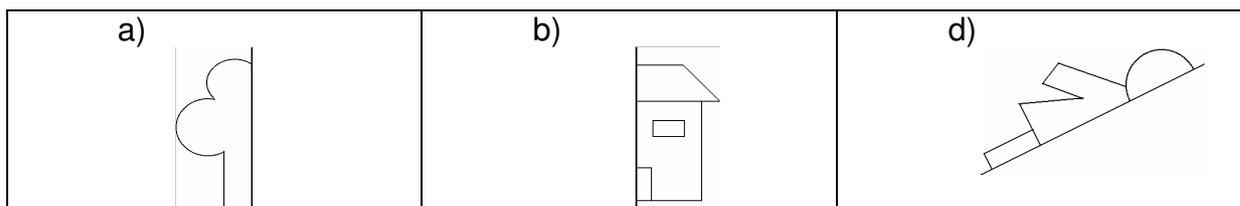


Figura 5.1 – Figuras do cotidiano encostadas ao eixo de simetria

Nas questões com grade em que pedimos para desenhar a imagem refletida (Figura 5.2):

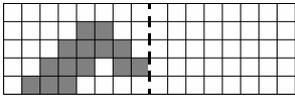
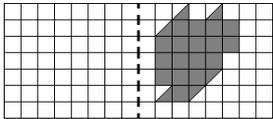
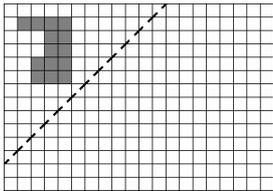
<p>a)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Oito alunos responderam adequadamente. ▪ Cinco alunos transladaram a figura proposta. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Todos os alunos responderam adequadamente 	<p>b)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cinco alunos responderam adequadamente. ▪ Dois alunos não deram respostas. ▪ Dois alunos encaminharam suas respostas sugerindo alguma simetria ▪ Quatro transladaram a figura. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Quatro alunos responderam adequadamente. ▪ Um aluno não respondeu.
<p>c)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Oito alunos executaram uma translação aparentemente ignorando a posição original do eixo considerando-o na vertical. ▪ Um aluno desenhou a imagem refletida, mas aparentemente como se eixo também estivesse na vertical. <ul style="list-style-type: none"> ▪ Um aluno desenhou a imagem transladada considerando a posição original do eixo. ▪ Os demais esboçaram respostas que não evidenciam nenhuma característica específica. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Dois alunos não responderam ▪ Dois alunos executaram uma rotação ▪ Um aluno desenhou uma imagem que sugere uma rotação e posteriormente uma reflexão. 	

Figura 5.2 – Questões com grade

Nas questões em que o eixo de simetria estava afastado da figura (Figura 5.3), obtivemos os seguintes resultados:

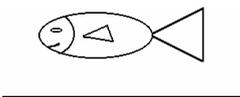
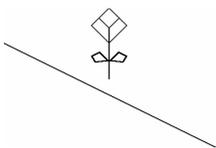
<p>c)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Um aluno respondeu adequadamente. ▪ Doze alunos executam uma translação. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Um aluno respondeu adequadamente. ▪ Quatro alunos executaram uma translação. 	<p>e)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Oito alunos executaram uma translação aparentemente considerando o eixo na posição horizontal. ▪ Cinco alunos refletiram a imagem, também aparentemente considerando o eixo na horizontal. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Um aluno executou uma translação aparentemente considerando o eixo na posição horizontal. ▪ Quatro alunos refletiram a imagem, também aparentemente considerando o eixo na horizontal.
---	---

Figura 5.3 – Questões com eixo de simetria afastado da figura

Assim como nas expressões escritas, os esboços também sugerem indícios que a noção de simetria tem um vínculo com a noção das imagens produzidas num espelho e, em consequência disto, talvez tenha ocorrido uma possível interpretação dos exercícios em três dimensões e não em duas dimensões como é o propósito das questões (Figura 5.4a e 5.4b).

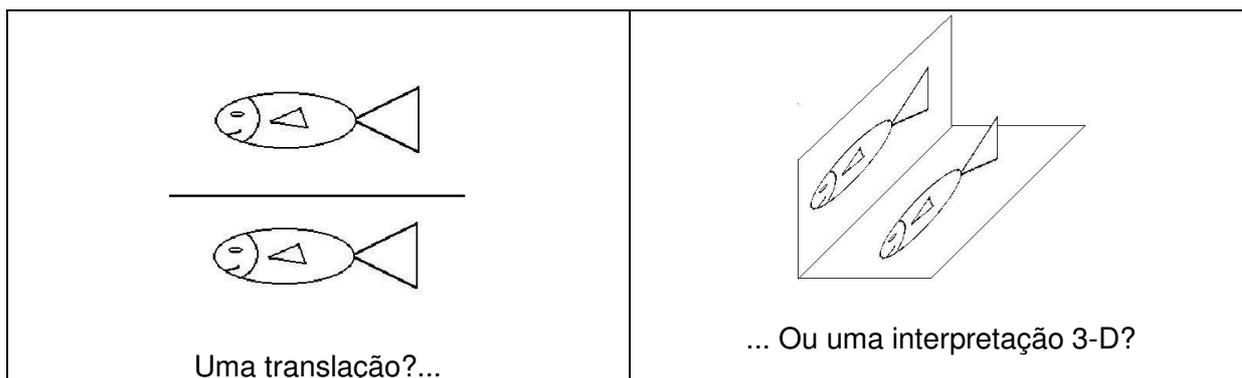


Figura 5.4a – Possível interpretação do exercício

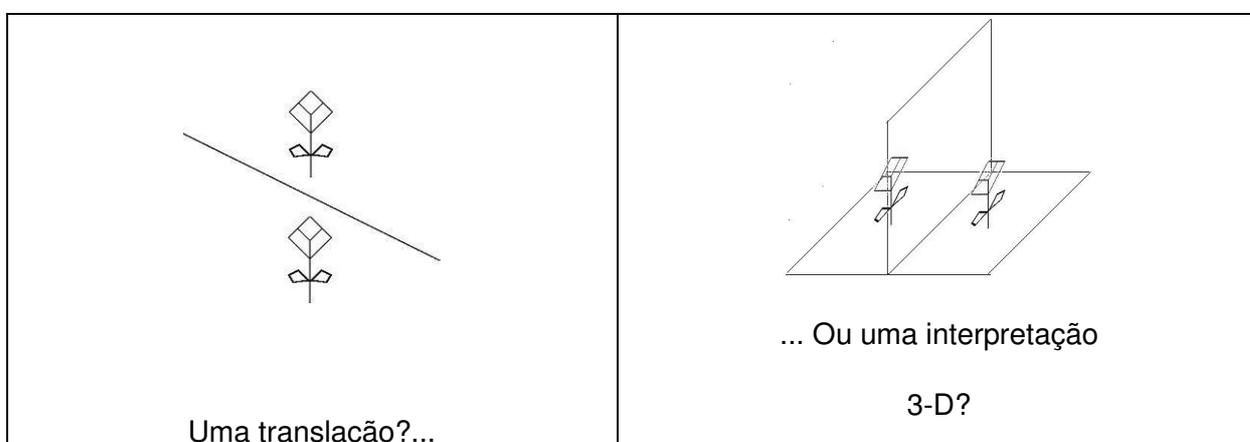


Figura 5.4b – Possível interpretação do exercício

Independente da interpretação dos alunos, em todas as questões a congruência e a distância entre as figura, suas imagens e o eixo de simetria foram freqüentemente preservados, porém a coordenação das inclinações não foi predominante.

Estes resultados são condizentes com a pesquisa de Küchemann, que investiga as respostas dos alunos na mídia papel e lápis, assim como também identificamos evidências que os dois grupos estão na fase intrafigural de Piaget & Garcia, pois suas respostas sugerem que apenas as propriedades internas das figuras foram consideradas apesar da preservação das distâncias e apesar também

de que três alunos do Grupo 2 tenham na questão 2 (item c) demonstrado indícios de uma tentativa de coordenação com o eixo de simetria, mesmo que precária.

5.5 ATIVIDADE DE PROGRAMAÇÃO DA TRAJETÓRIA QUADRADA

Os dois grupos observados foram desafiados a elaborar um programa utilizando o nível de programação Piloto 4 para que o modelo executasse uma trajetória quadrada, de acordo como foi descrito nas atividades de pesquisa no Capítulo 3.

Conforme o esperado, os programas desenvolvidos pelos alunos não eram iguais em função de variáveis que o ambiente físico impõe, como as conexões elétricas dos motores e o nível de energia das pilhas, que foram administradas diferentemente pelos participantes. A estratégia e os parâmetros adotados por cada equipe (duplas e trios) foram muito influenciados pelas condições das pilhas que energizavam os robôs como, por exemplo, as pilhas com mais energia provocavam uma movimentação mais rápida do modelo e por consequência andavam uma distância ou giravam num ângulo maior em comparação aos modelos que utilizaram pilhas fracas, obrigando os alunos adaptarem os tempos e potências de acionamento dos motores e quais motores deveriam ser acionados para compensarem esta particularidade nos seus robôs. Outra questão importante é que na medida em que os testes foram realizados, as baterias ou pilhas naturalmente foram se descarregando, forçando em alguns momentos os alunos a uma nova adaptação da sua programação às novas condições, mesmo que ensaios anteriores tenham produzido um resultado satisfatório.

Contudo, mesmo que todas as condições e os modelos fossem idênticos para todas as equipes observadas, possivelmente teríamos diferentes programas elaborados pelos alunos, pois o ambiente robotizado ROBOLAB permite que diferentes estratégias sejam adotadas para se resolver uma mesma situação.

5.5.1 Grupo 1 (3^a e 4^a séries)

Na sexta sessão participaram doze dos treze membros do grupo, organizados em três duplas e dois trios formados conforme a afinidade de seus integrantes. Inicialmente testaram potências e tempos de acionamentos dos motores apenas preocupados em fazer com que o modelo andasse em linha reta num certo tempo.

Somente a dupla formada por Evandro e Roberto conseguiu um resultado satisfatório, que de maneira diferenciada dos demais colegas, iniciaram a atividade discutindo as estratégias para o modelo andar em linha reta e executar os giros correspondentes aos lados e ângulos internos do quadrado, respectivamente.

Devido ao fato da maioria dos alunos não avançarem suas discussões a respeito dos giros, nós realizamos uma intervenção simulando a trajetória quadrada andando em volta da plataforma de testes.

Depois da nossa intervenção Evandro e Roberto terminaram com sucesso a atividade proposta e as outras duplas e trios demonstraram algumas dificuldades e não conseguiram cumprir o desafio proposto. Por esta razão, exploraremos os diálogos de Evandro e Roberto e para representar os outros alunos do trio formado por Cássio, Getúlio e Tadeu, ou seja, equipes que conseguiram e que não conseguiram cumprir o desafio proposto, respectivamente.

5.5.1.1 Evandro e Roberto

Evandro (E) e Roberto (R) elaboraram dezoito versões para o desafio proposto. As duas primeiras versões fazem parte da discussão inicial da dupla, antes da nossa intervenção, para decidir quais estratégias e parâmetros seriam adotados e não continham o número de procedimentos ou passos necessários à realização da atividade (Figura 5.6).

Durante a elaboração do primeiro programa, antes mesmo de qualquer teste da programação, a seqüência cronológica de falas dos alunos sugere que eles

estavam particularmente preocupados em definir uma estratégia para fazer o modelo girar um ângulo correspondente a 90° , pois o primeiro passo (Figura 5.6) que se refere a um lado do quadrado já havia sido definido pela dupla:

R: *O C (motor C) tem que ficar parado.* (Roberto se refere aos passos 2/5 e 4/5 da Figura 5.6)

E: *Pra ele virar, põe intensidade menor em um.*

R: *Ele (motor A) vai continuar andando.*

E: *Mas esse daqui (motor C) vai ter intensidade menor. Entendeu? Eu sei o que to fazendo!*

Observamos que as duas estratégias estão corretas, pois para o modelo executar um giro ou as potências dos dois motores necessariamente devem ser diferentes se eles estiverem o mesmo sentido de rotação, ou um motor deve estar parado e o outro acionado, ou ainda os motores podem ser programados com mesma potência, porém com sentidos de rotação opostos. Uma vez estes parâmetros definidos, o tempo de acionamento dos motores irá determinar o quanto o modelo girará, ou seja, determinará o ângulo do giro.

Nas duas estratégias definidas por Evandro e Roberto, foram agrupados instruções e parâmetros que possibilitam a execução de um elemento matemático, ou seja, um ângulo representado por um giro executado pelo modelo. Este fato vem ao encontro com a característica do micromundo salientada por NOSS e HOYLES (1996, p. 65), na qual o sistema formal da linguagem de programação ROBOLAB permite que um aluno elabore estratégias de resoluções expressadas por intermédio de notações particulares, o que segundo HOYLES (1993, p. 3), facilita a construção ou a utilização de conceitos, permitindo, desta maneira, que o conhecimento do aluno cresça na medida em que compõe e revê suas seqüências de programação.

Outro aspecto, que na nossa interpretação nos parece relevante nos diálogos da dupla, é o fato no qual os alunos discutiram sobre ângulos a partir da necessidade de obterem um giro do modelo. Isto caracteriza, no nosso ponto de vista, aquilo que NOSS e HOYLES (1996, p. 108) definem como abstração situada, pois os estudantes se referiram ou construíram idéias matemáticas numa situação específica, ou seja, a necessidade de se executar um ângulo de 90° para que o modelo realizasse a trajetória pedida.

Antes de decidir qual estratégia seria adotada, a dupla discute a trajetória revendo a seqüência de passos programados correspondente ao que eles imaginavam que fosse necessário para o modelo percorrer as distâncias equivalentes ao comprimento dos lados do quadrado e girar os ângulos correspondentes aos ângulos internos do quadrado, ou seja, dentro da situação específica da trajetória quadrada.

R: *Uma hora vai andar reto e...* (Roberto se refere aos passos ímpares do programa representado na Figura 5.6)

E: *É uma hora vai andar reto e outra hora vira.* (Evandro confirma e inclui o giro na sua fala).

Apesar dos dois parceiros concordarem com seqüência programada, voltaram na discussão sobre a estratégia que deveria ser adotada para a execução do giro e por fim Roberto convenceu Evandro que deveriam adotar a sua:

R: *O meu jeito é um ficar parado... Cara é muito fácil!*

E: *Aí, aí, vamos lá.*

R: *Olha eu sei onde tá errado. O C (motor C) deve ficar parado.*

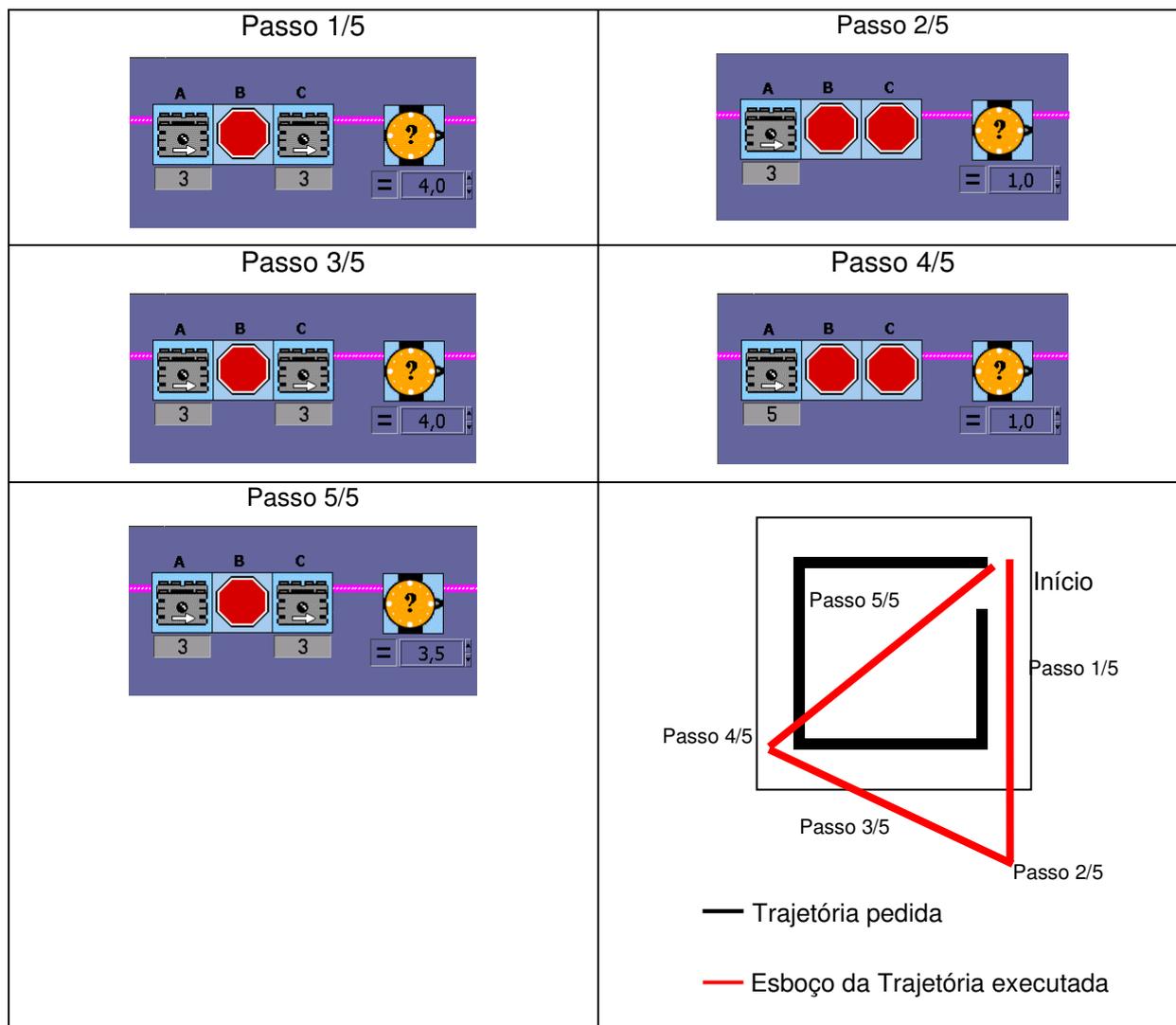


Figura 5.6 – Segunda versão de Evandro e Roberto durante a fase inicial das discussões

Os alunos realizaram o primeiro teste da programação e perceberam que os parâmetros adotados para os passos programados não movimentavam o modelo da forma esperada, já na execução do passo 1/5 o modelo não andou em linha reta pelo fato das peças não estarem bem encaixadas, então solicitaram a intervenção da professora:

R: *Professora, quantos segundos tem que ser?*

P: *É isso que vocês vão descobrir. Quanto tempo vocês determinaram?*

E: *Quatro, e foi muito!* (Evandro referiu-se apenas ao passo 3/5)

R: *Outro problema foi que o carrinho tem que andar reto e depois virar.*

P: *Isso.*

Evandro retomou a programação da Figura 5.6 verbalizando os movimentos dos passos ímpares que o modelo iria executar nos termos dos parâmetros que eles definiram. A fala de Roberto sugere que ele percebeu que o número de passos programados não era suficiente para o robô executar a trajetória quadrada, entretanto, o que mais lhe chamou a atenção naquele momento foi o fato do modelo não estar andando em linha reta no primeiro movimento devido a sua construção:

E: *Vamos vê como é que tá. Ele começa andar por três minutos e meio, só anda na velocidade 3,..., aí depois ele começa andar na velocidade 3 por quatro segundos. Ai depois o C, ai começa tudo andar de novo na velocidade três.*

R: *Eu acho que ele não vai dar a última volta. Por que ele não andou reto no começo?* (Ricardo pegou o modelo e percebeu que suas peças não estavam presas adequadamente e revisou todos os encaixes, respondendo, assim, a sua própria pergunta)

Neste momento, fizemos a intervenção para todos os alunos andando em volta da plataforma de testes e simulando a trajetória pedida. Roberto, ao acompanhar os nossos movimentos, percebeu quantos passos eram necessários e juntamente com seu parceiro revisaram e alteraram a programação:

R: *São sete passos.*

E: *Nosso primeiro passo, os motores estão em três andando reto...*

E: *Agora o motor A tá fazendo isso.*

R: *O motor C tem que ficar parado.*

E: *Está parado!*

R: *Esse tá certo, esse tá certo!!!*

E: *Agora aciona o C no caso, pra ele andar reto de novo...*

E: *Quarto passo é pra virar. Não, tá errado... Tá certo... Quinto passo... Sexto passo virar... Prontinho... Agora vamos transferir...*

E: *Calma aí. Aqui não é três, é dois.*

R: *Pronto. Os segundos que é a parte difícil.*

E: *Nós conseguimos, Roberto!!!!*

Da terceira até a penúltima versão, a dupla elaborou um programa com sete passos adotando a mesma potência para todos os acionamentos dos motores, ensaiou valores de tempo iguais entre 1 e 2 segundos para o modelo percorrer todos os lados do quadrado e valores entre 0,5 e 1 segundo, também iguais, para o modelo executar todos os giros de 90° sempre com o motor C desligado.

Nestas versões os alunos adotaram uma programação que chamaremos aqui de “teórica” (Figura 5.7) pelo fato de repetirem o mesmo procedimento para os lados do quadrado (passos ímpares) e um outro procedimento, porém idênticos entre si, para a execução dos giros de 90° (passos pares), o que em tese deveria resultar em movimentos que percorrem a mesma distância e giram o mesmo ângulo, respectivamente.

A estratégia de programação que Evandro e Roberto utilizaram nos parece evidente que a dupla tinha a percepção de que a seleção adequada de tempos e velocidades dentro do contexto da atividade e do ambiente robotizado expressariam a propriedade da congruência dos lados e ângulos do quadrado.

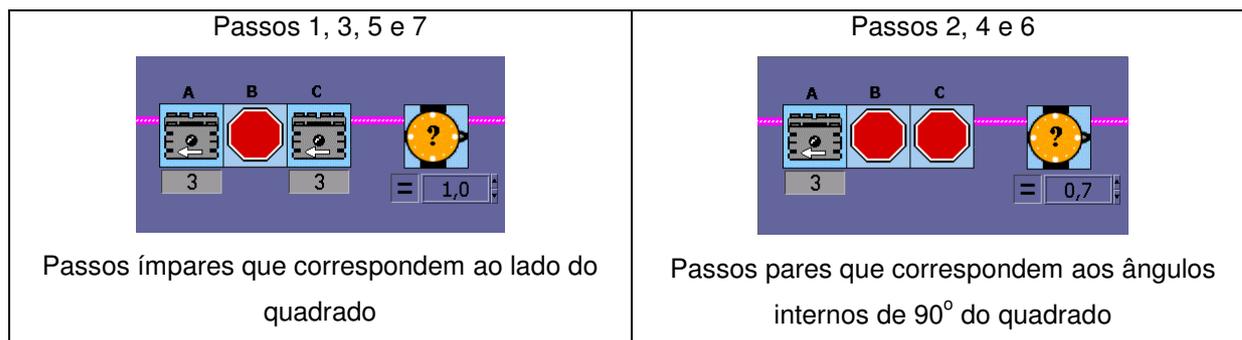


Figura 5.7 – Exemplo de uma das quinze versões de Evandro e Roberto

As programações que chamamos de “teóricas” não corresponderam às expectativas de Evandro e Roberto. A falta de rigor na posição inicial do modelo e os fatores externos, como por exemplo, a plataforma de testes apresentar pequenas irregularidades, mas suficientes para desviar o modelo da rota pedida, fizeram com que na última versão Roberto concordasse com Evandro e mantivesse os dois motores ligados com potências iguais para a execução dos giros, como no exemplo da Figura 5.5 para obter um melhor controle da movimentação do robô, porém com o primeiro passo (1/7) que corresponde a um dos lados do quadrado com um tempo de duração dois décimos de segundos maior que nos demais (Figura 5.8).

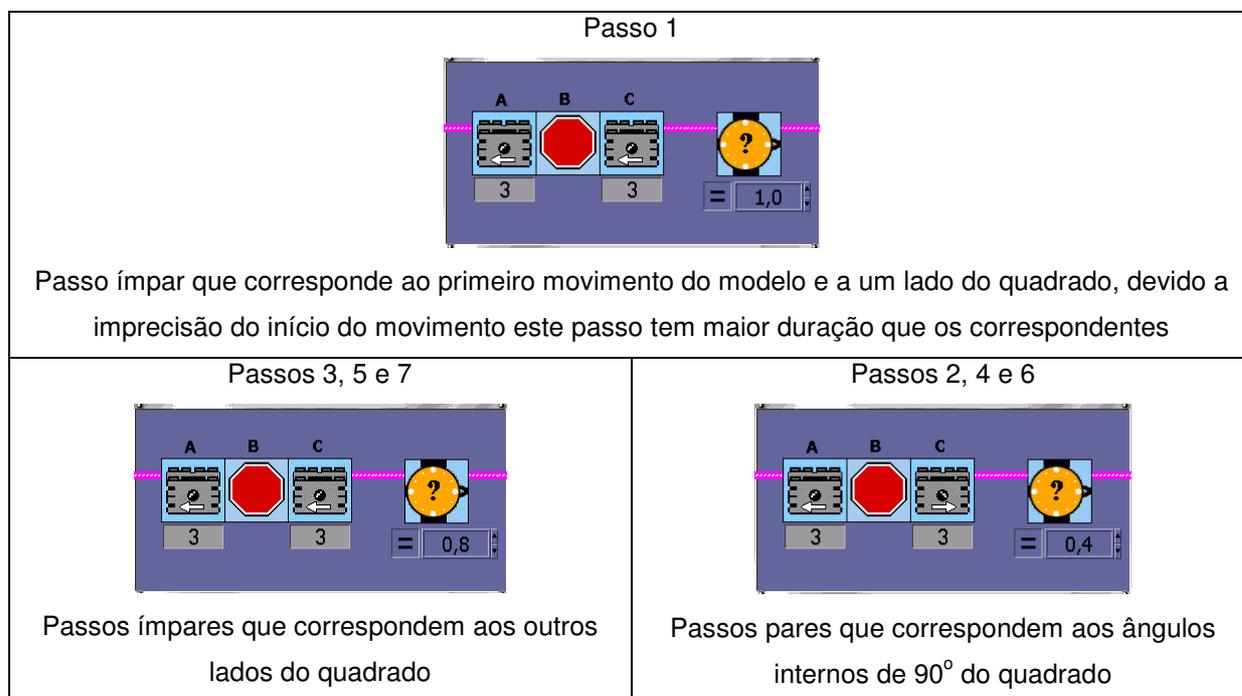


Figura 5.8 – Última versão de Evandro e Roberto

Independente da movimentação do modelo produzida pelas diversas versões de programas e da fase de resolução do desafio, Evandro e Roberto sempre utilizaram termos específicos do ROBOLAB para fazer referência aos lados e ângulos da trajetória quadrada, ou seja, esta atividade no ambiente robotizado proporcionou uma forma particular de articular, pensar e expressar objetos matemáticos. Os diálogos sugerem que a dupla conseguiu relacionar a programação com os elementos e conceitos necessários para responder o desafio proposto, como por exemplo, tempos e sentidos diferenciados para o modelo se movimentar em linha reta e para girar que correspondem, respectivamente, aos lados de mesma medida e aos ângulos internos de 90° do quadrado.

5.5.1.2 Cássio, Getúlio e Tadeu

Os demais alunos não conseguiram uma trajetória satisfatória e somente gravaram a versão inicial do programa. Apesar da nossa orientação e solicitação estes alunos argumentavam que não tinham uma versão ainda e estavam apenas fazendo pequenos testes. Esta reação da maior parte dos alunos nos parece que eles ainda não tinham, até então, certeza das relações entre os procedimentos e parâmetros programados e os respectivos movimentos executados pelos modelos e foi ela que ocasionou a nossa intervenção. Como exemplo deste subgrupo destacamos o trio formado por **Getúlio (G)**, **Cássio (C)** e **Tadeu (T)**.

Depois de testar diversos procedimentos sem uma idéia clara dos resultados esperados, o trio nos acompanhou andando em volta da plataforma simulando a trajetória pedida. Cássio e Tadeu começaram a programação discutindo a potência e o sentido de rotação dos motores para garantir que o modelo se movimentasse em linha reta, porém durante a discussão ficou evidente que a necessidade de tempos iguais para cada lado foi uma preocupação para Getúlio:

T: *Não é pro mesmo lado.*⁶

C: *É sim.*

T: *Potência 3.*

G: *Você tem que fazer todos os lados o mesmo tempo, senão ele vai passar daí.*

T: *Mas 4,4 é muito tempo.*

C: *Eu coloquei 1,4.*

G: *Não! Está errado!*

Apesar da nossa intervenção, Cássio e Getúlio não associaram que a cada passo do programa o modelo executaria parte do quadrado, embora Tadeu insistisse nesse aspecto tentando explicar a diferença entre o número de passos e o tempo de acionamento dos motores em cada passo:

T: *São sete passos para fazer o quadrado.*

C: *Vamos vê se dá certo com três?*

T: *São sete passos... Tempo não é passo...São sete passos.*

C: *Você tem fazer andar pra frente e não pra trás. A gente inverte os motores.*

T: *A gente tem poucos passos, passo não é segundo.*

G: *Mas a gente fez quatro.*

⁶ Os sentidos de rotação dos motores adotados na programação para o modelo executar um determinado movimento dependem necessariamente de como foram feitas as conexões elétricas destes motores, sendo necessário avaliar se os sentidos devem ser iguais ou contrários. Na montagem do trio, especificamente para o modelo andar em linha reta, os sentidos de rotação programados deveriam ser iguais.

T: *São sete passos.*

G: *Deixa o Tadeu fazer.*

T: *São sete passos.*

C: *Eu sei.*

T: *Mas nós só temos cinco passos.*

Tadeu elaborou os passos que faltavam para completar 7, aparentemente sem avaliar quais seriam os movimentos provocados no modelo, pois até o teste da primeira versão nenhum dos três alunos percebeu que os passos programados, embora fossem sete, não executariam uma trajetória quadrada e apenas movimentariam o modelo para frente e para trás, como ilustrado abaixo (Figura 5.9):

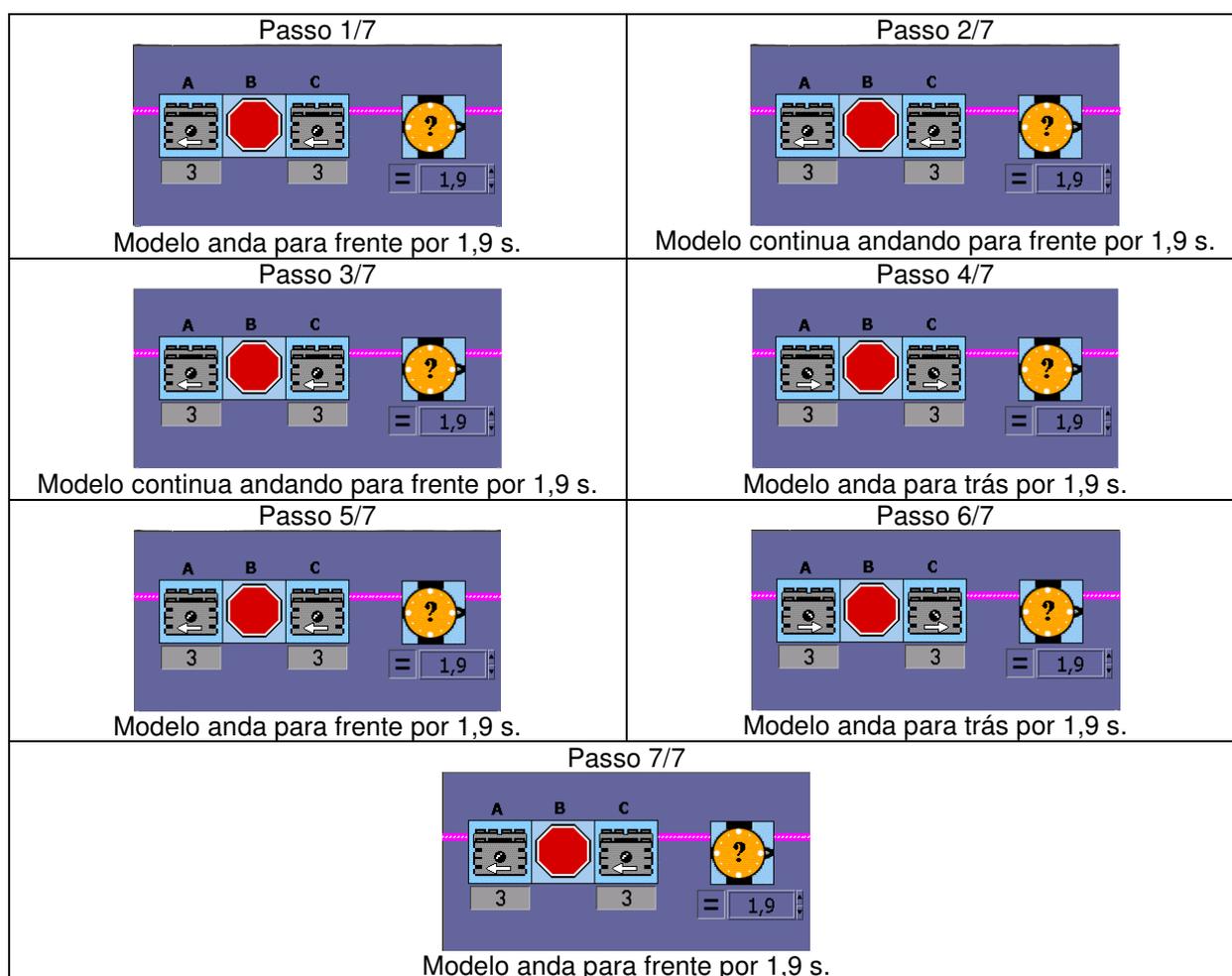


Figura 5.9 – A única versão gravada do programa de Cássio, Tadeu e Getúlio

O que nos chama a atenção no programa desenvolvido pelo trio é o fato de que embora os alunos, aparentemente, não conseguirem relacionar o sentido de rotação dos motores com a movimentação do robô para executar um giro, os parâmetros de tempo e potência permaneceram iguais em todos os passos. Este aspecto talvez seja um indício da percepção e expressão nos termos da linguagem de programação da propriedade de congruência dos lados e ângulos do quadrado

Depois do teste inicial, o trio discutiu o tempo necessário para o modelo executar um giro. Particularmente, Cássio e Tadeu se detiveram na potência diferente nos dois motores para que o modelo executasse os giros, o que demonstra que estes alunos pretendiam adotar estratégias diferentes, porém possíveis e compatíveis com o movimento em questão:

C: Eu não sei se tá certo pra virar, mas o reto tem que tá certo.

T: Se com quatro já foi muito, imagina com oito.

C: Vamos vê se dá certo?

G: Oito? Oito não pode girar muito?

T: São sete passos. Então é isso , a gente para o A (motor A)!

G: A gente não pode parar o A.

C: Tem que ficar parado

T: A potência tá diferente.

Cássio mudou os parâmetros de tempo sem gravar uma nova versão e sem relacionar que quanto maior o tempo de acionamento dos motores maior seria o percurso do modelo. Somente Getúlio percebeu este aspecto e conjecturou a respeito do efeito provocado na movimentação. Tadeu continuou insistindo nos sete passos, mas agora tentando adaptar os giros concluindo que os sentidos de rotação dos motores deveriam estar invertidos um em relação ao outro para a execução de uma rotação:

C: *Já sei onde deu problema. O carrinho tá indo pra trás.*

T: *O certo é fazer assim.... se a gente virar todos para o outro lado, dá certo. É porque tem dois lados.*

C: *Tá errado!*

T: *O certo deveria mudar um prá lá e outro pra cá. A gente sabe como é a curva.*

O trio, no entanto, não conseguiu prosseguir com seus testes e programar o que haviam concluído porque o tempo da oficina havia se esgotado. Embora, aparentemente, Tadeu tenha demonstrado indícios nas suas falas que conseguiu relacionar um procedimento apropriado levando em conta a oposição dos sentidos de rotação dos motores para a execução dos giros, Cássio e Getúlio parecem não estar seguros deste aspecto e mantiveram sua atenção mais no tempo de acionamento dos motores como se este fosse o único parâmetro necessário para a execução dos giros.

Nesta atividade, mesmo que a maioria dos alunos do grupo não tenha alcançado o objetivo, ou seja, elaborado um programa de uma trajetória quadrada, percebemos através dos diálogos da dupla e do trio representativos do Grupo 1, que os elementos do quadrado foram discutidos nos termos da linguagem de programação para se obter a trajetória pedida. Podemos interpretar este fato como um exemplo de uma situação específica na qual os alunos manipularam objetos matemáticos estrategicamente por intermédio da combinação de comandos e parâmetros do ROBOLAB, isto é, por intermédio da manipulação de objetos computacionais evocativos, caracterizando desta maneira, um micromundo e uma abstração situada.

5.5.2 Grupo 2 (5^a e 7^a séries)

De acordo com as versões do programa elaborado para responder ao desafio da trajetória quadrada, todos os alunos do Grupo 2 adotaram uma estratégia de resolução que denominamos “empírica”, ou seja, os alunos iniciaram seus testes

com uma versão de apenas um ou dois passos com o objetivo de obter parâmetros de tempo para o modelo percorrer uma distância e executar um giro correspondente ao lado e ao ângulo interno do quadrado.

Como no Grupo 1, também realizamos uma intervenção simulando a trajetória pedida andando em volta da plataforma de testes. Porém, contrastando com o Grupo 1, os alunos do Grupo 2 não abandonaram a estratégia inicial adotada, pois a partir dos resultados obtidos com os parâmetros iniciais e da nossa intervenção, os alunos testaram novos valores de tempo e aumentaram gradativamente o número de passos correspondentes aos outros lados e ângulos internos do quadrado de acordo com os novos resultados, variando apenas no número de versões programadas e seus respectivos número de passos em função do ajuste de tempos para determinar o quanto o modelo andaria para frente ou giraria para estabelecer uma correspondência entre as dimensões dos elementos do quadrado (lados e ângulos internos) e não do tipo de movimento necessário (andar para frente ou girar).

Ronaldo e Sandra realizaram a atividade em dupla, os outros três alunos elaboraram sozinhos os seus programas. Nesta atividade não houve nenhuma fala relevante à nossa pesquisa devido a pouca interação da dupla.

Para explorarmos esta estratégia “empírica” adotada pelos estudantes, tomamos como exemplo as versões elaboradas pela dupla que ilustram a maneira como o grupo observado desenvolveu a atividade.

A versão inicial de Ronaldo e Sandra contem apenas dois passos: o primeiro para executar o percurso de um lado do quadrado e o segundo para executar um giro de 90° , cujos parâmetros de tempo não foram suficientes para o modelo se movimentar como o planejado. Os alunos ajustaram novamente os tempos na segunda versão e na terceira versão até ficarem satisfeitos com o primeiro lado e ângulo do quadrado.

Na versão seguinte (quarta), a dupla adicionou mais um passo para a execução de outro lado do quadrado com comandos e parâmetros idênticos ao primeiro passo (Figura 5.10), ou seja, adotou o mesmo procedimento para que o

modelo percorresse a mesma distância, o que pode ser um indício da associação da programação com a propriedade dos lados iguais de um quadrado.

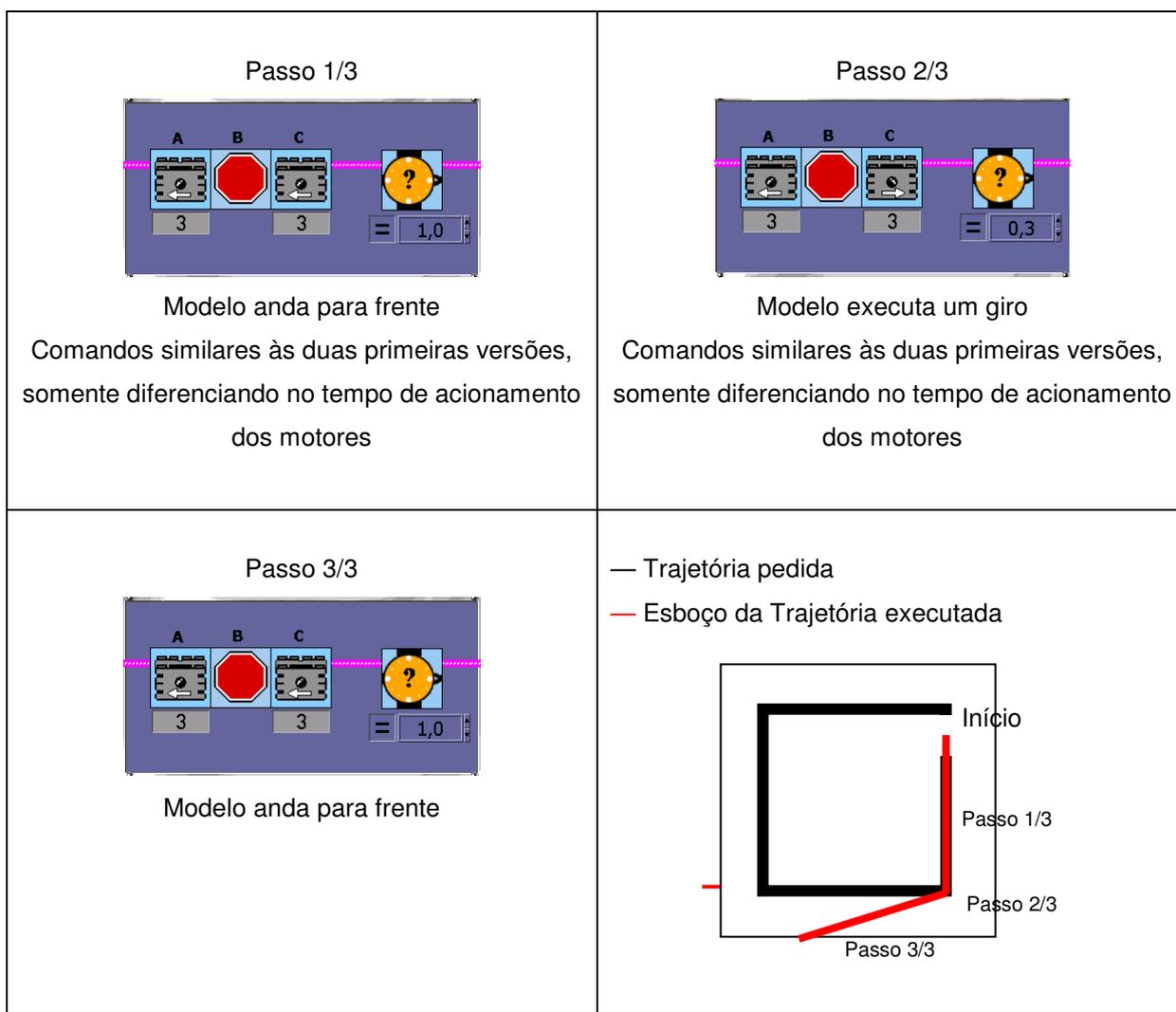
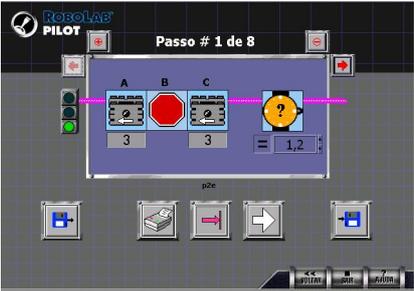
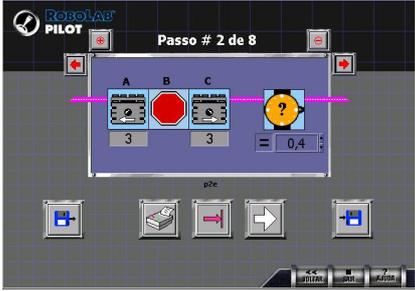
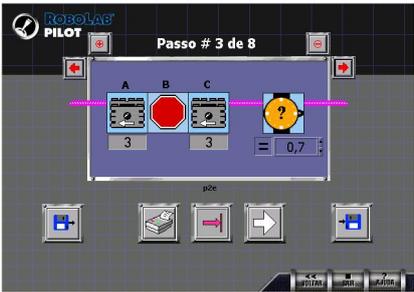
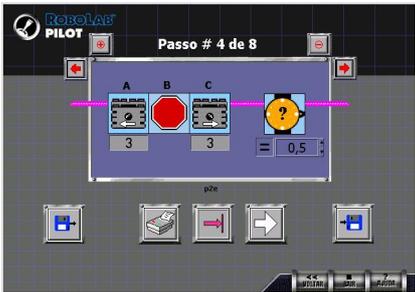
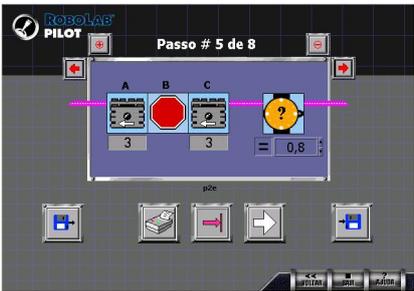
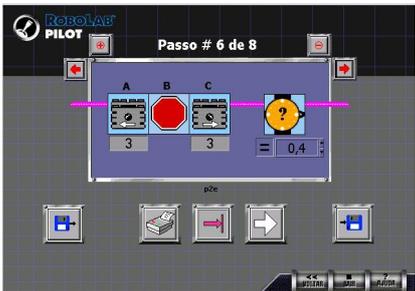
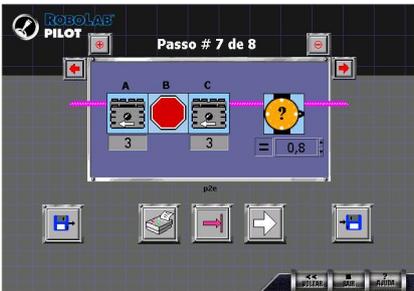
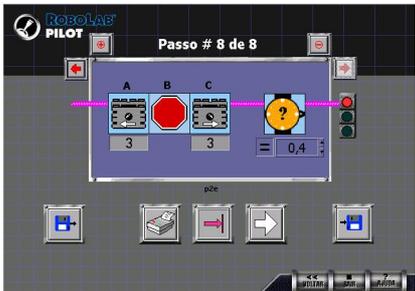


Figura 5.10 – Quarta versão de Ronaldo e Sandra

Na quinta versão, novamente a dupla alterou os tempos de acionamento dos motores para corrigir o movimento do modelo. A partir dos resultados obtidos após o teste, a dupla programou os passos restantes para o robô executar a trajetória pedida (Figura 5.11), com a particularidade de fazer com que o robô retornasse a posição inicial após realizar o percurso (passo 8/8 – Figura 5.11).

 <p>Passo # 1 de 8</p>	 <p>Passo # 2 de 8</p>
 <p>Passo # 3 de 8</p>	 <p>Passo # 4 de 8</p>
 <p>Passo # 5 de 8</p>	 <p>Passo # 6 de 8</p>
 <p>Passo # 7 de 8</p>	 <p>Passo # 8 de 8</p>

Passo 1 – Robô anda em linha reta que corresponde a um lado do quadrado

Passo 2 – Robô faz um giro que corresponde ao ângulo interno do quadrado

Passo 3 – Robô anda em linha reta que corresponde a um lado do quadrado

Passo 4 – Robô faz um giro que corresponde ao ângulo interno do quadrado

Passo 5 – Robô anda em linha reta que corresponde a um lado do quadrado

Passo 6 – Robô faz um giro que corresponde ao ângulo interno do quadrado

Passo 7 – Robô anda em linha reta que corresponde a um lado do quadrado

Passo 8 – Robô faz um giro que corresponde ao ângulo interno do quadrado e volta à posição inicial

Figura 5.11 – Programa elaborado por Sandra e Ronaldo (versão final)

Os alunos do Grupo 2, aparentemente, privilegiaram os resultados visuais para ajustar os parâmetros de tempo e implementaram gradativamente os passos ou procedimentos necessários para a execução da atividade ao invés de considerar as propriedades da trajetória na sua representação formal e partem de uma versão “teórica” para a elaboração do programa.

Levando em conta o aspecto acima apresentado, possivelmente os alunos já possuíam a representação formal de um quadrado e suas propriedades interiorizadas, o que é bastante provável devido à faixa etária. Este comportamento somente foi possível devido a importante característica do ambiente robotizado que permite a adoção de diferentes estratégias para que uma mesma situação seja resolvida de maneira satisfatória, nas quais os alunos mobilizam seus conhecimentos prévios e os adaptam de acordo com as respostas que o próprio ambiente lhes devolve, caracterizando desta forma, o ambiente robotizado ROBOLAB como um micromundo, que permite a manipulação de objetos matemáticos por intermédio da combinação de seus comandos e parâmetros, ou seja, por intermédio da manipulação de objetos computacionais evocativos, para resolver uma situação específica, a elaboração de um programa para a trajetória quadrada, configurando assim, uma abstração situada.

5.6 ELABORAÇÃO DA TRAJETÓRIA DA “DANÇA DOS ROBÔS”

Antes dos alunos elaborarem uma trajetória da “dança dos robôs”, nos dois grupos, as professoras lembraram e simularam passos de danças em duplas como as normalmente realizadas nas festas juninas.

Embora esta atividade tenha utilizado a mídia papel e lápis para a representação e esboços da trajetória, a referência para a associação dos movimentos sempre foi à movimentação que parceiros de danças ou robôs deveriam executar, ou seja, permanecemos no contexto das trajetórias.

5.6.1 Trajetória do Grupo 1

No Grupo 1, uma das coreografias simuladas foi reproduzida na lousa levando em conta somente um robô (Figura 5.12). Os alunos a copiaram e desenharam e acertaram a coreografia do robô parceiro.

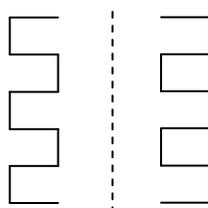


Figura 5.12 – Trajetória esboçada pelos alunos na mídia papel e lápis

Para o grupo decidir como seria a dança que seus robôs executariam Evandro veio à lousa, e na medida em que os colegas opinavam desenhou a trajetória que os modelos deveriam executar (Figura 5.13).

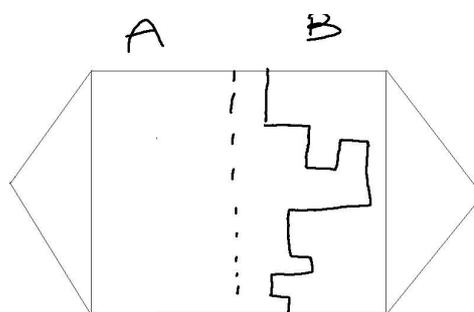


Figura 5.13 – Coreografia desenhada na lousa por Evandro em parceria com o Grupo 1

Roberto sugeriu que enquanto o modelo avançasse para frente, poderia também executar voltas em torno do próprio eixo. Contudo, em função das dificuldades encontradas para programar uma trajetória quadrada, a grande maioria dos alunos descartou a sugestão dizendo que seria muito difícil a sua programação. As professoras não incentivaram a programação de uma dança mais elaborada como a sugerida por Roberto porque tal coreografia requer um avanço no nível da programação que não estava previsto para o Grupo 1.

Depois de definida a coreografia de um dos robôs, todos alunos a copiaram e esboçaram a trajetória do robô parceiro, novamente na mídia papel e lápis. Os

esboços solicitados ao grupo equivalem às questões do nível 1 de Küchemann, nas quais existe a coordenação de direção e distâncias sem inclinações. As figuras abaixo (5.13a, 5.13b, 5.13c e 5.13d) sugerem estas coordenações.

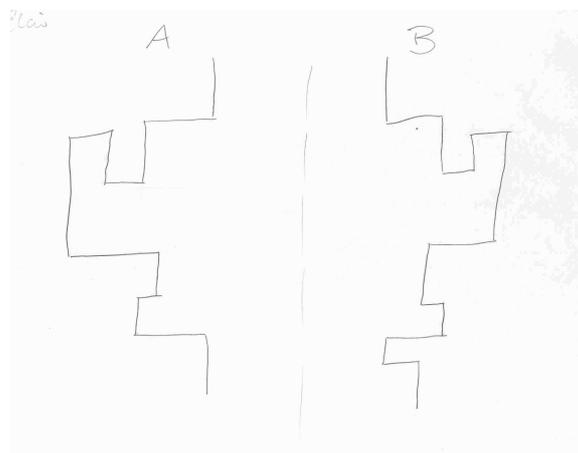


Figura 5.13a – Trajetória desenhada por Evandro

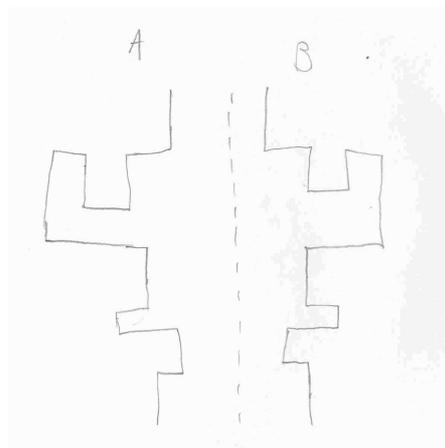


Figura 5.13b – Trajetória desenhada por Roberto

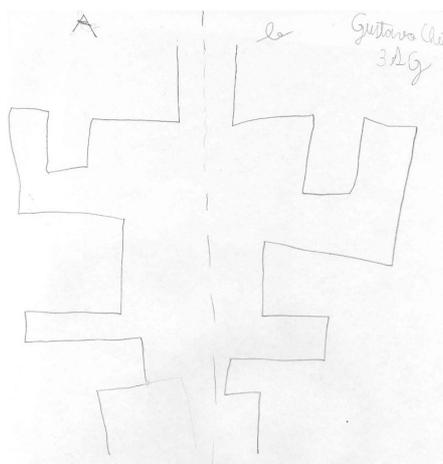


Figura 5.13c – Trajetória desenhada por Getúlio

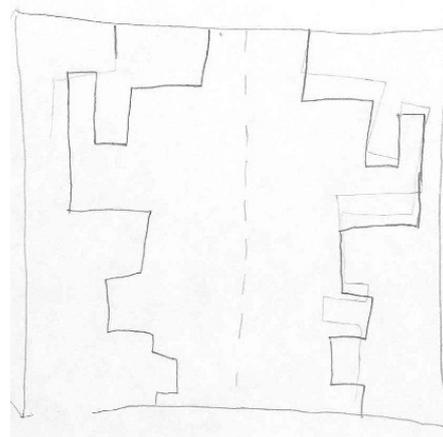


Figura 5.13d – Trajetória desenhada por Telma

Não podemos dizer que estes alunos estão no estágio interfigural de Piaget & Garcia, pois o eixo de simetria das trajetórias está na posição vertical e pode não ter sido considerado na execução dos desenhos. Se analisarmos segundo a perspectiva de Vergnaud, como são crianças entre 9 e 10 anos (3^a e 4^a série do Ensino Fundamental) podemos considerar que apresentam as competências perceptivas que evidenciam as diferentes relações ou propriedades entre linhas e formas devido às situações do cotidiano as quais são submetidas e também pelo fato de que os Parâmetros Curriculares Nacionais recomendarem que nas duas

séries iniciais do Ensino Fundamental promovam-se situações nas quais possamos representar movimentações de pessoas e objetos com indicações de direção e sentido e tendo diferentes pontos de referência.

A atividade de elaboração de uma trajetória para a dança dos robôs avançou por mais uma sessão e paralelamente cada dupla ou trio iniciou a montagem e caracterização do seu robô.

Devido à disponibilidade de espaço na plataforma onde os robôs iriam dançar simetricamente, a coreografia determinada inicialmente (Figura 5.12) foi simplificada em consenso com a turma (Figura 5.14). Coletivamente, os alunos determinaram a dança simétrica do robô parceiro.

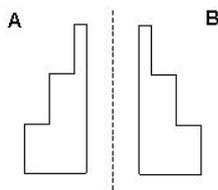


Figura 5.14 – Esquema da coreografia simplificada

Alguns alunos mesmo sem uma plataforma de apoio para testar seus programas iniciaram a programação da dança apenas com o esquema da lousa. Três trios ficaram encarregados de elaborar um programa para o lado A e dois para o lado B.

Quando a plataforma com as trajetórias simétricas desenhadas foi disponibilizada aos alunos, os trabalhos até a décima sessão foram direcionados ao aprimoramento dos modelos e dos respectivos programas para executar os movimentos A ou B.

Em função das características físicas dos modelos serem diferenciadas e influenciarem diretamente no peso do protótipo e nos parâmetros de tempo para a execução das trajetórias, os programas elaborados para a execução de movimentos idênticos ficaram diferentes. Contudo, mesmo que todos os robôs fossem exatamente iguais, o ambiente robotizado ROBOLAB permite diversas soluções para uma mesma atividade, como destacamos na atividade da trajetória quadrada.

Não houve nenhuma interação entre os estudantes do Grupo 1 no que se refere à dança simétrica que cada trio ou dupla estaria programando um em relação a outro, portanto, os alunos não tiveram a oportunidade de comparar os formalismos que determinaram as duas trajetórias simétricas. Por este motivo, os aspectos referentes à simetria não foram discutidos durante a programação das trajetórias e não consideramos as versões finais dos programas elaborados na nossa análise de dados. Um único fato que consideramos relevante durante a elaboração e testes do programa da “Dança dos Robôs”, é que os próprios alunos deslocavam as plataformas de testes, obrigando-os a ficar em posições diferentes em relação ao eixo de simetria representado pela divisão das plataformas a cada teste realizado e, por consequência modificando a sua inclinação e posição inicial do robô em relação ao teste anterior.

5.6.2 Trajetória do Grupo 2

No Grupo 2, depois da discussão inicial de como seria a trajetória que os robôs dançarinos executariam, cada participante desenhou uma para o seu robô e a respectiva trajetória para o robô parceiro.

Como nenhuma das trajetórias agradou ao grupo, decidimos criar uma coletivamente. Os alunos orientaram a professora-pesquisadora no desenho dos movimentos do robô (A) e do seu parceiro (B) (Figura 5.15).

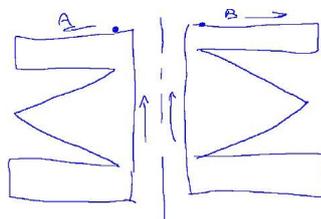


Figura 5.15 – Trajetória definida pelos alunos

Na mesma oportunidade, falamos que os modelos seriam expostos numa mesa dividida ao meio e que a linha tracejada representava exatamente esta divisão. Desenhamos, então, uma linha tracejada inclinada e pedimos ao Fabio e à

Sandra que desenhassem as respectivas trajetórias do robô A e do robô B (Figura 5.16).

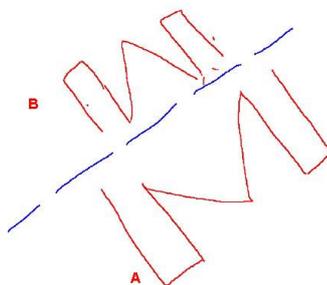


Figura 5.16 – Trajetória desenhada pelos dois alunos

Fabio (7^a série) desenhou a trajetória A e Sandra (5^a série) desenhou a trajetória B reclamando que havia pouco espaço para desenhá-la e faria apenas de forma aproximada, pois o seu desenho deveria ter o mesmo tamanho da A.

A reclamação de Sandra demonstra indícios que a congruência entre as figuras é uma propriedade associada à noção de simetria como Healy observou, apesar das diretrizes curriculares nos Parâmetros Curriculares Nacionais recomendarem que o estudo formal do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações geométricas inicia-se na 7^a série do Ensino Fundamental.

Podemos observar que Sandra coordenou as inclinações da figura com o eixo de simetria. Esta coordenação sugere que a aluna tem noções pertinentes a etapa interfigural de Piaget & Garcia.

A partir da determinação coletiva da trajetória, até a décima sessão, os cinco alunos do Grupo 2 dedicaram-se à montagem dos seus robôs e à programação dos mesmos. Somente Sandra e Ronaldo elaboraram um programa que executasse completamente a trajetória combinada. Os demais alunos apresentaram dificuldades em relacionar os resultados obtidos na movimentação dos modelos com os comandos utilizados em seus programas e no final da atividade apresentaram somente alguns movimentos seqüenciais compatíveis com a trajetória combinada.

Pelos mesmos motivos ocorridos no Grupo 1, não consideramos as versões finais dos programas elaborados pelo Grupo 2 na nossa análise de dados. O mesmo fato do deslocamento das plataformas de teste que obrigava os alunos assumirem outras posições em relação ao eixo de simetria e a posição inicial do robô a cada teste realizado, também aconteceu.

5.7 SEGUNDA ATIVIDADE DE SONDAGEM EM PAPEL E LÁPIS

Na décima primeira sessão aplicamos a segunda atividade de sondagem em papel e lápis. Da mesma forma como na primeira atividade de sondagem, não exigimos respostas com precisão métrica e os alunos apenas fizeram esboços que foram considerados certos ou adequados na medida em que apresentaram pequenas variações com relação à resposta correta.

Na questão em que solicitávamos aos alunos que escrevessem tudo o que sabiam de simetria, no Grupo 1, quatro alunos continuaram respondendo que não sabiam, três alunos responderam sem destacar nenhuma propriedade da reflexão e os demais responderam da seguinte forma:

Evandro (4^a): *... é uma coisa exatamente ao contrário.*

Geraldo (3^a): *... é feita de lados iguais.*

Roberto (4^a): *... é uma forma matemática de formar uma forma igual à outra.*

Roni (4^a): *... é copiar o que está do lado como se fosse um espelho.*

Tadeu (3^a): *... é como se tivesse um espelho entre duas figuras iguais.*

Telma (3^a): *... é feito um espelho que mostra o lado direito ao contrário ou vice-versa*

Fazendo uma comparação da idéia inicial ou propriedade associada com o conceito de simetria antes e depois das atividades de robótica, percebemos que alguns alunos mantiveram a idéia inicial e outros talvez tenham modificado a associação inicial, conforme apontamos na tabela abaixo (Tabela 2):

Tabela 2 – Comparação das noções sobre simetria do Grupo 1

Alunos	Noção ou propriedade associada a Simetria antes das atividades em ambiente robotizado	Noção ou propriedade associada a Simetria depois das atividades em ambiente robotizado	Apresenta Diferença
Evandro	Respondeu que não sabia.	Inversão na orientação dos pontos: "...exatamente ao contrário."	Sim
Geraldo	Respondeu que havia esquecido.	Congruência: "... é feita de lados iguais."	Sim
Roberto	Congruência: "exata-mente a mesma figura	Congruência: "forma igual a outra"	Não
Roni	Respondeu que não sabia.	Espelho: "... copiar o que está do lado como se fosse um espelho."	Sim
Tadeu	Espelho: "... faço de conta que tem um espelho refletindo a figura".	Espelho e congruência: "...um espelho entre duas figuras iguais."	Sim
Telma	Espelho: "... olhar no espelho."	Inversão na orientação dos pontos e espelho: "...feito um espelho que mostra o lado direito ao contrário ou vice-versa."	Sim

Roberto continuou enfatizando a sua percepção da congruência. Tadeu continuou associando a reflexão a idéia de espelho, porém na sua última fala explicitou a propriedade da congruência: ... duas figuras iguais.

Comparando as respostas de Telma, podemos considerar que após as atividades de robótica talvez a aluna tenha conseguido melhor explicar a sua percepção inicial, ressaltando explicitamente a propriedade da inversão dos pontos: ...mostra o lado direito ao contrário ou vive-versa.

Para Evandro, Geraldo e Roni, talvez as atividades desenvolvidas tenham permitido que estes alunos lembrassem ou associassem com mais segurança as propriedades de congruência e inversão dos pontos.

No Grupo 2 obtivemos as seguintes respostas:

Fabio (7^a): ... é algo que possui dois lados iguais.

Guilherme (7^a): ... são dois lados de uma figura iguais.

Luis (5^a): ... é mais ou menos o reflexo do espelho. Tudo que tem em um lado, tem no outro só que de lado inverso.

Ronaldo (5^a): ... é quando uma figura é traçada ao meio e os dois lados são iguais.

Sandra (5^a): ... é como um espelho que reflete a figura.

Comparando as repostas do Grupo 2 antes e depois das atividades de robótica, temos o seguinte quadro (Tabela 3):

Tabela 3 – Comparação das noções sobre simetria do Grupo 2

Alunos	Noção ou propriedade associada a Simetria antes das atividades em ambiente robotizado	Noção ou propriedade associada a Simetria depois das atividades em ambiente robotizado	Apresenta Diferença
Fábio	Respondeu que havia esquecido.	Congruência: "... é algo que possui dois lados iguais."	Sim
Guilherme	Congruência: "... quando a figura é dividida em dois, ela é igual dos dois lados."	Congruência: "...dois lados de uma figura iguais."	Não
Luis	Congruência: "... tudo que tem de um lado, tem no outro."	Congruência e inversão dos pontos: "... tudo que tem em um lado, tem no outro só que do lado inverso."	Sim
Ronaldo	Congruência: "... coisa que dividida ao meio, tem dois lados iguais."	Congruência: "... figura que traçada ao meio, tem dois lados iguais."	Não
Sandra	Espelho: "... é uma figura que contém dois lados iguais (espelho)."	Espelho: "... um espelho que reflete a figura."	Não

Para Guilherme, Ronaldo e Sandra, as percepções quanto à simetria reflexiva, aparentemente, não se alteraram. Talvez Fábio tenha lembrado da propriedade da congruência ou ainda que se sentisse mais seguro em destaca-la. As respostas do Luis demonstram indícios de um reforço da percepção inicial, além da percepção da propriedade da inversão dos pontos.

No Grupo 2, a noção de reflexão continua explicitamente relacionada com a propriedade da congruência. No Grupo 1, esta propriedade juntamente com a noção da inversão dos pontos continuou sendo expressada por intermédio do efeito produzido por um espelho entre um objeto e sua imagem. A diferença marcante que percebemos nas respostas dos alunos entre a primeira e a segunda sondagem, é que no Grupo 1 mesmo quando o espelho foi tomado como referência na segunda resposta, os alunos também explicitaram que as figuras são iguais e a inversão dos pontos utilizando a palavra “contrário”, o que nos parece uma refinamento na maneira de explicarem seu entendimento. Para o Grupo 2, não percebemos nenhuma diferença entre as respostas das duas sondagens, a não ser por Luis que explicitou a inversão dos pontos na sua explicação.

Nas questões em que se pedia para pintar (Figura 5.17) as figuras refletidas, obtivemos o seguinte resultado:

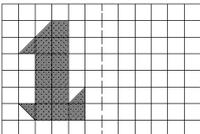
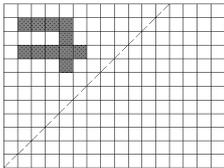
<p>a)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Oito alunos responderam adequadamente. ▪ Dois alunos responderam com imagens simétricas, porém com alguma falta de coordenação das retas inclinadas em relação ao eixo. ▪ Três alunos transladaram a figura. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Três alunos responderam adequadamente. ▪ Dois alunos transladaram a figura 	<p>b)</p>  <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cinco alunos pintaram a imagem refletida aparentemente como se o eixo de simetria estivesse na posição vertical. ▪ Quatro alunos responderam com uma translação aparentemente tentando considerar o eixo inclinado. ▪ Um aluno respondeu com uma translação aparentemente como se o eixo estivesse na vertical ▪ Dois alunos realizaram uma rotação ▪ Um aluno esboçou uma resposta que não evidencia nenhuma característica <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Um aluno não respondeu ▪ Dois transladaram a figura considerando o eixo inclinado ▪ Um aluno transladou aparentemente como se o eixo estivesse na vertical.
--	---

Figura 5.17 – Questões com grade para pintar a imagem refletida

Nas questões em que se pedia para desenhar (Figura 5.18) as figuras refletidas, obtivemos o seguinte resultado:

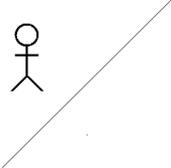
<p>a)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cinco alunos responderam adequadamente ▪ Dois alunos responderam com uma imagem refletida, porém sem preservar a distância com o eixo. ▪ Seis alunos aparentemente transladaram ou rotacionaram a imagem <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Todos os alunos responderam adequadamente. 	<p>b)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Oito alunos transladaram a imagem aparentemente tentando considerar a inclinação do eixo ▪ Três alunos transladaram a imagem aparentemente como se o eixo estivesse na vertical ▪ Dois alunos refletiram a imagem aparentemente como se o eixo estivesse na horizontal. <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Três alunos refletiram a imagem aparentemente como se o eixo estivesse na horizontal. ▪ Dois transladaram a imagem aparentemente como se o eixo estivesse na vertical
--	---

Figura 5.18 – Questões para desenhar a imagem refletida

Ao analisarmos o perfil geral dos dois grupos tendo como referência somente estas questões clássicas nas duas sondagens em papel e lápis, nada podemos dizer, a não ser que talvez alguns alunos mudaram sua forma de responder as questões de um mesmo tipo, mas este fato pode ser apenas uma coincidência, pois não temos dados suficientes para sustentar a hipótese que os alunos consideraram de maneira diferenciada as figuras e seus elementos, nas duas sondagens, tendo como consequência a coordenação das inclinações ou se pelo menos de alguma maneira passaram a notá-las.

O aspecto levantado no parágrafo anterior, sem dúvida, caso desperte o interesse de algum pesquisador, deve ser investigado com maior profundidade e rigor científico, pois quaisquer comentários que se possa fazer, serão apenas discussões iniciais de uma nova pesquisa, como por exemplo, sob a perspectiva de Piaget & Garcia, as respostas dos alunos são indicativas da fase intrafigural, ou ainda, levando em conta os níveis de Küchemann e o perfil geral dos alunos, não houve nenhuma diferença significativa que justifique uma mudança de nível comparando as respostas obtidas entre as duas sondagens em papel e lápis. Talvez isto tenha ocorrido pela própria natureza destas tarefas na sua representação no papel e lápis que contribui para esta forma de comportamento dos alunos e não facilita a percepção do nível cognitivo desvinculada das mídias envolvidas.

Nos exercícios em que se pedia para esboçar a trajetória simétrica do robô parceiro, observamos que independente da coordenação das inclinações e distâncias entre a figura, sua imagem e o eixo de simetria, a maioria dos alunos nos dois grupos desenhou ou esboçou um desenho que sugere uma trajetória envolvendo uma simetria axial ao invés de uma translação ou rotação como nas questões em que pedíamos a imagem refletida. Como exemplos desta observação, temos os exercícios de Evandro (Figura 5.19a), Roberto (Figura 5.19b), Getúlio (Figura 20a) e Tadeu (Figura 20b) do Grupo 1, Ronaldo (Figura 5.21a) e Sandra (Figura 5.21b) do Grupo 2.

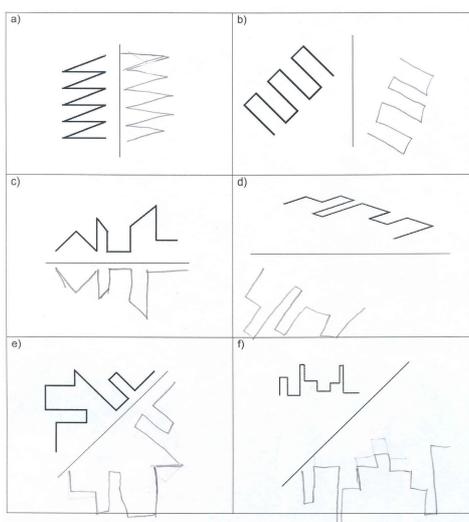


Figura 5.19a – Exercícios de Evandro

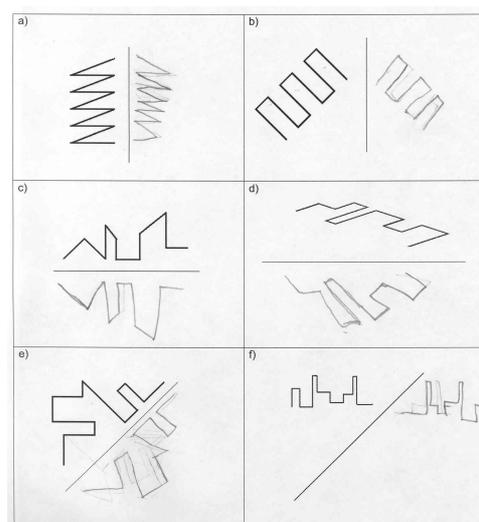


Figura 5.19b – Exercícios de Roberto

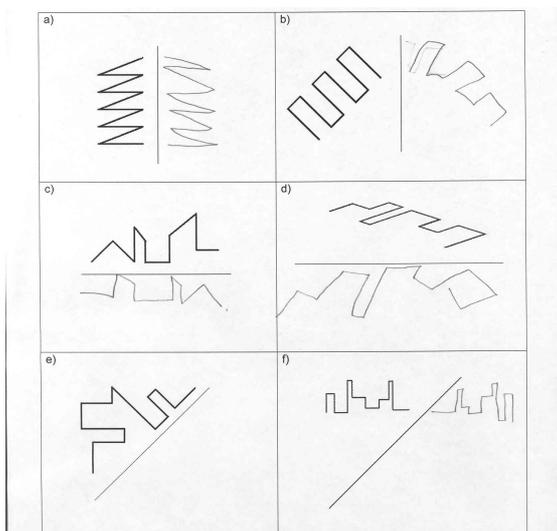


Figura 5.20a – Exercícios de Getúlio

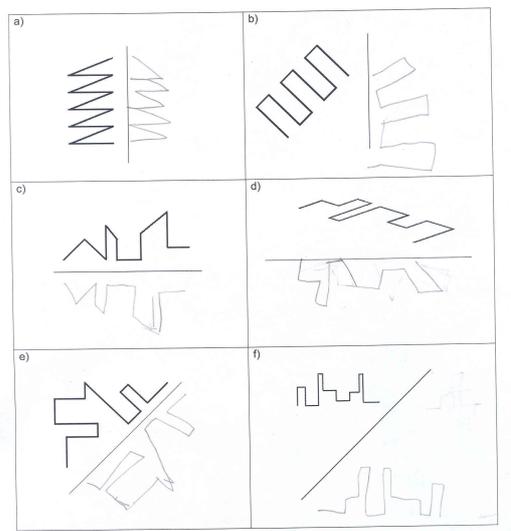


Figura 5.20b – Exercícios de Tadeu

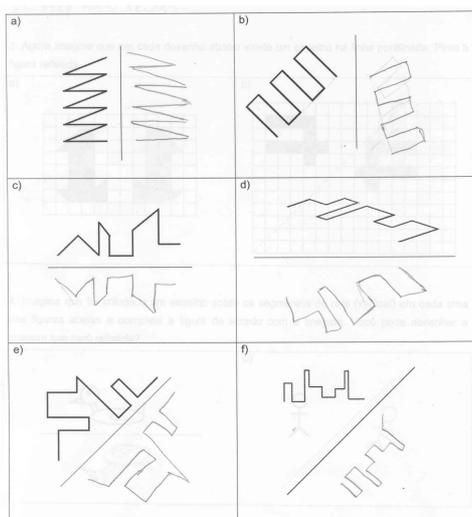


Figura 5.21a – Exercícios de Ronaldo

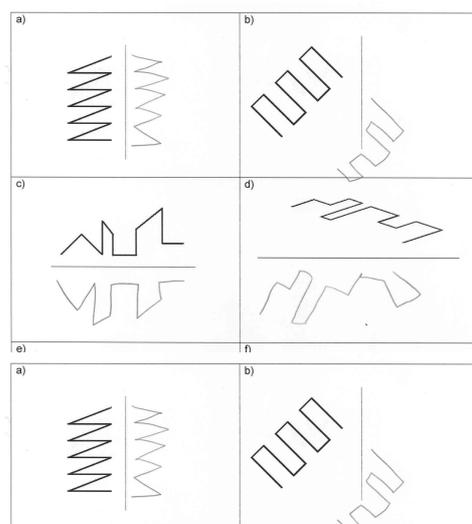


Figura 5.21b – Exercícios de Sandra

Observamos, também, que aparentemente os alunos têm maior facilidade em desenhar ou esboçar alguma reflexão, quando alguns elementos da trajetória são paralelos ao eixo de reflexão, independente se inclinado ou não, pois este tipo de exercício é semelhante aos movimentos das danças simétricas discutidas durante as atividades no ambiente robotizado. Estes resultados podem sugerir que os alunos ao pensarem em termos das trajetórias dos robôs apresentaram uma tendência em melhor articular os elementos da figura que representam tal trajetória e a sua

imagem simétrica, levando em conta a inversão da orientação dos passos na programação.

Se pensarmos desta maneira, ou seja, que existe uma tendência em associar um passo de programação a cada elemento da trajetória, continuamos na fase intrafigural de Piaget & Garcia, pois os elementos são considerados individualmente e não relacionados aos aspectos externos da figura. Porém, se considerarmos sob o ponto de vista de Küchemann, atividades no ambiente robotizado podem ter provocado ou facilitado um processo de compreensão gradual focalizando primeiramente as ações em si, seguida da sua representação.

5.8 ENTREVISTA FINAL

Nos dois grupos realizamos entrevistas individuais com os alunos. As perguntas se restringiram aos programas elaborados na linguagem ROBOLAB e as trajetórias dos robôs.

Por uma questão de melhor organização na apresentação dos dados, a seguir destacaremos primeiro as respostas do Grupo1 e depois as respostas do Grupo 2, agrupando e explorando as respostas dos alunos em cada etapa da entrevistas para cada grupo.

5.8.1 Entrevistas com o Grupo 1 – Primeira etapa tendo como referência os programas elaborados na linguagem ROBOLAB

Devido ao fato da maioria dos alunos do Grupo 1 demonstrar dificuldades em relacionar os movimentos do robô provocados por cada passo programado durante a atividade da trajetória quadrada, apresentamos um programa impresso (Figura 5.23) com os mesmos comandos utilizados em todas as atividades de programação.

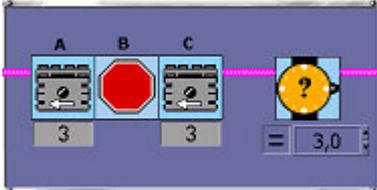
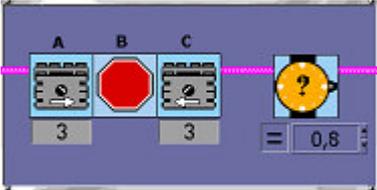
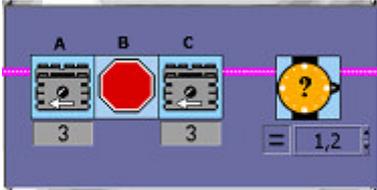
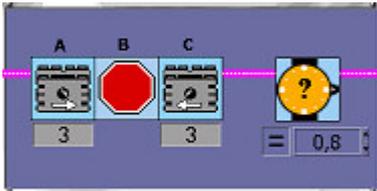
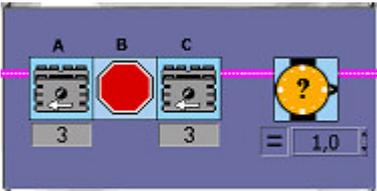
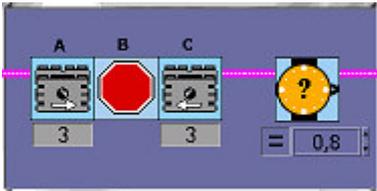
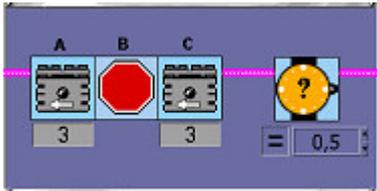
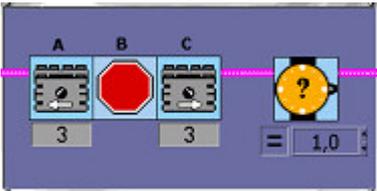
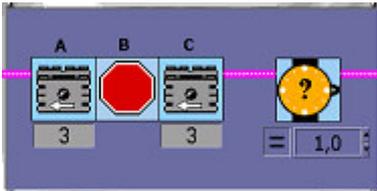
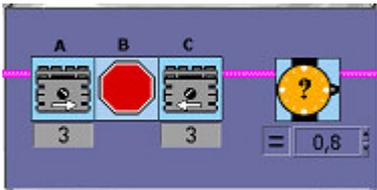
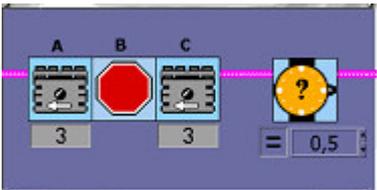
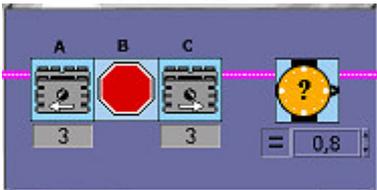
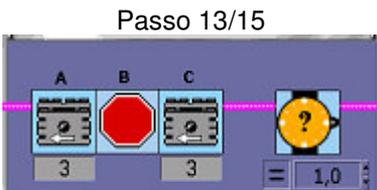
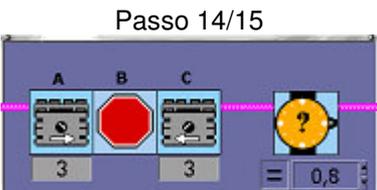
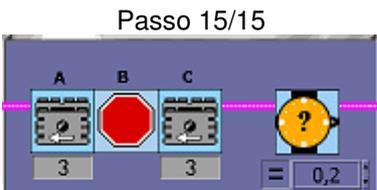
<p>Passo 1/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>	<p>Passo 2/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para esquerda ou para direita</p>	<p>Passo 3/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>
<p>Passo 4/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para esquerda ou para direita</p>	<p>Passo 5/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>	<p>Passo 6/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para esquerda ou para direita</p>
<p>Passo 7/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>	<p>Passo 8/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para direita ou para esquerda</p>	<p>Passo 9/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>
<p>Passo 10/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para esquerda ou para direita</p>	<p>Passo 11/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>	<p>Passo 12/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para direita ou para esquerda</p>
<p>Passo 13/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>	<p>Passo 14/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: girando para esquerda ou para direita</p>	<p>Passo 15/15</p>  <p>Possíveis Movimentos: andando para frente ou para trás</p>

Figura 5.23 – Programa analisado pelos alunos do Grupo 1

Pedimos aos alunos que analisassem a seqüência de passos acima e perguntamos quais movimentos o robô faria. Dos treze alunos entrevistados, onze estudantes descreveram uma possível trajetória do robô, como por exemplo a descrição de Evandro, que descreveu passo a passo com o movimento que o robô faria observando, também, o tempo de execução de cada movimento. Entre estes onze alunos apenas quatro falaram do tempo parametrizado em cada passo, os outros sete estudantes apenas se referiram aos passos adequadamente nos termos de ir para frente, girar para um lado ou girar para o outro lado, porém sem destacar o tempo, conforme exemplificamos a seguir:

Descrição de Evandro para o programa apresentado:

Passo 1: *Tá indo para frente por 3 segundos.*

Passo 2: *Aí dá uma volta por 8 milésimos.*

Passo 3: *Anda para frente por 1 segundo e 2 milésimos.*

Passo 4: *Depois dá outra volta por 8 milésimos.*

...

Passo 6: *Aí depois dá outra volta.*

...

Passo 8: *E depois dá uma volta no sentido contrário* (o aluno mostra o passo 6/15 para fazer referência ao sentido do giro).

...

Passo 15: *Vai para frente por 2 milésimos.*

Descrição de Roberto para o programa apresentado:

Passo 1: *Andando para frente.*

Passo 2: *Tá virando.*

Passo 3: *Tá andando para frente.*

Passo 4: *Tá virando.*

...

Passo 6: *Tá virando.*

...

Passo 8: *Virando para o outro lado* (o aluno mostra o passo 6/15 para fazer referência ao sentido do giro).

...

Passo 15: *Vai para frente por 2 milésimos.*

Os dois alunos que não reconheceram uma possível trajetória no programa apresentado não conseguiram estabelecer uma referência inicial do sentido de rotação dos motores descrevendo movimentos diferentes para passos semelhantes, como por exemplo, nos passos 1 e 3 que Telma descreveu:

Passo 1: *Tá andando pra frente.*

Passo 2: *Dá um giro.*

Passo 3: *Dá outro giro.* (passo semelhante ao passo 1, diferentes apenas no tempo de execução)

Após a nossa solicitação da análise do programa apresentado (Figura 5.23), perguntamos aos alunos o que eles mudariam neste programa para obter a trajetória simétrica. Oito alunos responderam que mudariam os passos referentes aos giros (passos pares), ou seja, nos termos da linguagem de programação do ambiente

robotizado, os alunos explicitaram a noção de que a reflexão inverte a orientação dos pontos não colineares, como por exemplo, nos três diálogos transcritos abaixo:

Roberto: *Ah! Eu mudaria todos que estão aqui para girar para o outro lado* (o aluno aponta os passos pares, que justamente são os passos responsáveis pelos giros).

Professora: *Quais passos você mudaria?*

Roberto: *Passos 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 e só.*

Evandro: *Eu mudaria o motor para virar* (o aluno desenhou no programa impresso, setas representando as direções opostas dos motores somente nos passos pares que provocariam um giro do robô).

Professora: *Você mudaria só estes passos?*

Evandro: *Sim.*

Getúlio: *Eu mudaria só os giros.*

Professora: *Por que?*

Getúlio: *Porque seria ao contrário, como no espelho.*

Apesar de Rogério responder adequadamente, inicialmente disse que não sabia o que era uma trajetória simétrica, provocando a reformulação da nossa pergunta. Quando perguntamos novamente fazendo uma referência direta à trajetória do robô parceiro, o aluno respondeu de maneira semelhante aos seus colegas acima citados:

Rogério: *Como assim? Eu não sei o que é trajetória simétrica.*

Professora: *O que você mudaria neste programa para obter a trajetória do robô parceiro?*

Rogério: *Ah! Os passos ímpares estão certos. Eu mudaria os passos pares.*

Rogério respondeu explicitamente nos termos da linguagem de programação ROBOLAB, demonstrando indícios que a sua noção de que a reflexão inverte a orientação dos pontos não colineares está relacionada à trajetória do robô parceiro, ou seja, o entendimento de uma das propriedades da reflexão foi expresso por intermédio de ações e objetos (objetos computacionais evocativos) específicos do ambiente num determinado contexto, configurando uma abstração totalmente atrelada a uma situação específica, isto é, uma abstração situada.

Alexandre inverteu os sentidos de rotação de todos os passos, o que poderia ser interpretado como uma simetria, embora não uma reflexão.

Isabel e Manuela não souberam responder, Cássio modificou apenas alguns passos e Tadeu considerou o programa como uma figura e não uma seqüência de movimentos:

Cássio: *Aqui vai para frente (1/15), depois girava (2/15), ia para trás (3/15), dava mais um giro (4/15) e ia para frente (5/15) e aqui voltava para trás, dava dois giros completos e depois ia pro lado...*

(A partir do quinto passo Cássio, aparentemente, não conseguiu mais seguir a seqüência do programa, se desinteressou pela entrevista e voltou às montagens com as peças do kit ROBOLAB).

Tadeu: *Mudaria esse passo com esse (o aluno aponta para os passos 1 e 2) e esse com esse (o aluno aponta para os passos 3 e 4) e esse com esse...*

Professora: *Você mudaria o passo 1 no lugar do passo 2, o passo 3 no lugar do 4?*

Tadeu: *É. É como se eu virasse do avesso.*

Professora: *E como ficaria?*

Tadeu: *É que eu não sei bem como ficaria essa trajetória.*

Na seqüência, perguntamos quais seriam as mudanças que os alunos fariam no programa que eles elaboraram para realizar a trajetória combinada com o grupo e obter a trajetória simétrica. Dos treze alunos entrevistados, nove estudantes responderam fazendo referência aos giros, Cássio não respondeu, Isabel e Manuela responderam fazendo referência ao tempo de execução dos movimentos e Alexandre continuou invertendo todos os passos (retas e giros), conforme apontado na tabela resumo abaixo (Tabela 4):

Tabela 4 – Respostas dos alunos

Alunos	Respostas para a alteração do programa elaborado pelos alunos para executar a trajetória simétrica combinada
Alexandre	“la inverter todos os passos.”
Cássio	Não respondeu porque se desinteressou pela entrevista.
Evandro	“Eu mudaria a direção dos giros, da virada.”
Geraldo	“Mudaria todas as curvas, porque se o robô gira para esquerda, tem que girar para a direita.”
Getúlio	“Eu ia inverter os motores... o robô agora ia girar para o outro lado, como no espelho.”
Giovani	“Eu só mudaria as curvas, porque a reta vai dar a mesma distância, é só mudar a curva para o outro lado.”
Isabel	“Eu mudava o tempo, baixava ou aumentava o tempo.”
Manoela	“Eu mudaria só o tempo dos passos.”
Roberto	“Faria a mesma coisa, só que para o outro lado, ao contrário, ao invés de girar para cá vai para lá.”
Rogério	“la reto porque ele ia reto e depois eu iria virar para o outro lado e toda vez que ele iria para um lado eu viraria para o outro.”
Roni	“Fazia tudo ao contrário, inverteria a rotação dos motores nos passos que giram.”
Tadeu	“Não sei... eu ia para frente e depois girava para lá, tava para cá e agora ta para lá, eu faço ao contrário.
Telma	“Eu andaria para frente e daria um giro também, só que para o lado contrário. Eu to modificando os lados dos giros dos motores.”

Analisando as respostas acima, a expressão da propriedade da reflexão que inverte a orientação dos pontos não colineares, nos parece evidente. Consideramos que esta evidência juntamente com a referência explícita de alguns alunos à inversão do sentido de rotação dos motores para obter o giro refletido, são novamente indícios de tais alunos destacaram e articularam esta propriedade nos termos da linguagem de programação ROBOLAB ou nos termos da movimentação do robô, o que significa uma forma particular de comunicação entre o próprio ambiente e os alunos, que ao manipularem os objetos específicos do ambiente tornaram explícitas as relações que construíram, conforme nos aponta NOSS e HOYLES (1996) e HOYLES (1993).

Outro aspecto que nos parece relevante é o fato de que todos os alunos que responderam como se obter a trajetória simétrica, seja no programa que apresentamos (Figura 5.23), seja no programa elaborado pelas duplas e trios, não fizeram nenhuma referência aos parâmetros de tempo e potência dos giros que se alterados provocariam uma mudança na amplitude do ângulo. Este fato pode ser uma indicação de que a propriedade da reflexão a respeito da congruência (um objeto e sua imagem são congruentes) foi preservada e relacionada no ambiente robotizado para aqueles alunos que demonstraram esta noção nas suas descrições sobre simetria. Para aqueles estudantes que não explicitaram esta noção nas suas escritas, talvez seja um indício de que esta propriedade foi abstraída a partir da situação específica da trajetória dos robôs, ou seja, novamente podemos ter a configuração de uma abstração situada.

A abstração situada no contexto das trajetórias dos robôs nos parece mais evidente ao destacarmos, por exemplo, “Faria a mesma coisa, só que para o outro lado, ao contrário, ao invés de girar para cá vai para lá”, deixar esse motor andar e parar o outro “, pois além da propriedade implícita a respeito da congruência, também podemos dizer que os alunos de alguma forma têm a percepção que a distância percorrida ou o ângulo correspondente ao giro está relacionado ao tempo e a velocidade (ou potência) parametrizados em cada passo e caso sejam alterados, a distância ou o ângulo percorridos também serão alterados. Ao analisarmos outra resposta, como por exemplo, “... inverteria a rotação dos motores nos passos que giram”, além de

novamente a propriedade da congruência estar explícita, a seqüência de comandos que determina um passo para executar um movimento específico pode ser considerada um objeto computacional evocativo, pois segundo HOYLES (1993, p. 10), tais objetos permitem que elementos matemáticos sejam manipulados, articulados e expressados dentro de um determinado contexto. Nesta fala o aluno utiliza o parâmetro do sentido de rotação dos motores para fazer referência a inversão da orientação do ângulo necessária para obter um giro refletido em relação ao outro robô.

Neste sentido, consideramos que o ROBOLAB pode ser caracterizado como um micromundo por possuir componentes estruturais manipuláveis, ou seja, comandos e parâmetros que quando combinados implementam operações e objetos mais complexos, como movimentos, distâncias percorridas, ou ângulos, em atividades (trajetórias e danças de robôs) que desafiam o aluno a resolver problemas e proporcionam a construção e a fundamentação de estratégias que facilitam o crescimento do conhecimento do aluno, como a percepção de duas propriedades da reflexão.

5.8.2 Entrevistas com o Grupo 1 – Segunda Etapa: representação das trajetórias na mídia papel e lápis

Nesta etapa, para cada aluno individualmente, desenhamos um esboço da trajetória do robô que denominamos de A e um eixo de simetria inclinado em relação às margens da folha. Pedimos, então, a cada aluno que desenhasse a trajetória correspondente ao robô B (parceiro) e determinasse com uma seta onde o robô B deveria iniciar seus movimentos. Entre as doze respostas dos alunos (Cássio não participou desta etapa), podemos destacar três tipos (Figuras 5.24a, 5.24b e 5.24c):

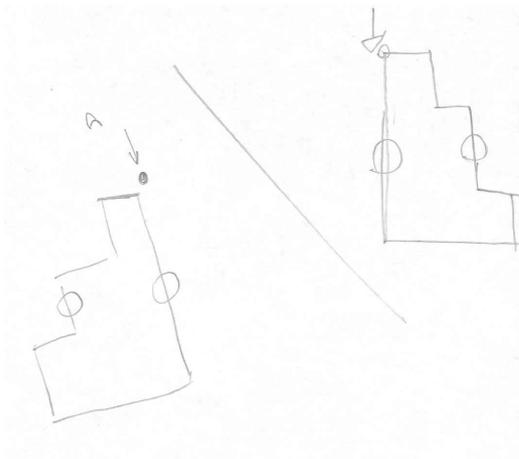


Figura 5.24a – Exemplo Tipo 1: Desenhos aparentemente de trajetórias refletidas, porém sem considerar o eixo de simetria: três alunos.

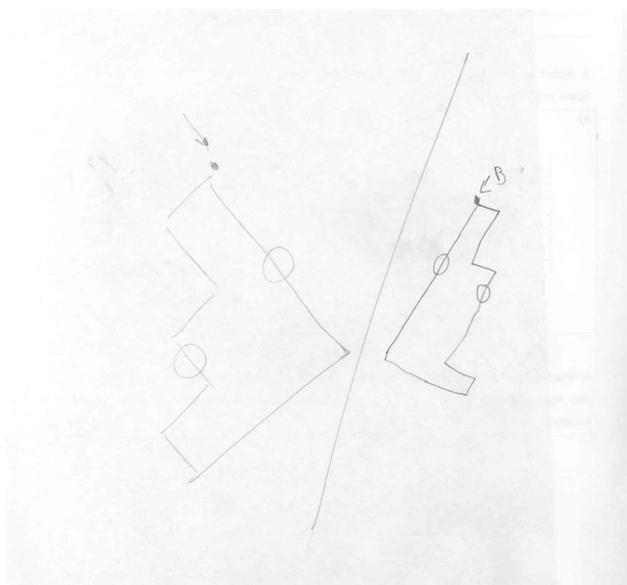


Figura 5.24b – Exemplo Tipo 2: Desenhos de uma imagem refletida aparentemente considerando o eixo, porém sem preservar distâncias e medidas: dois alunos

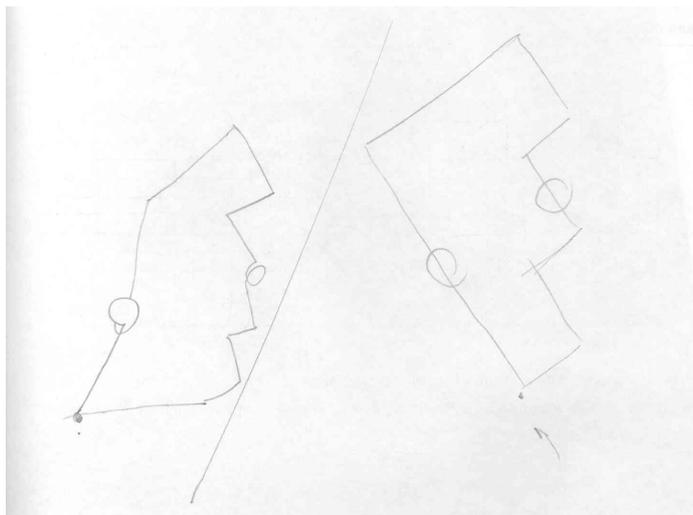


Figura 5.24c – Exemplo Tipo 3: Desenhos que não evidenciam nenhuma reflexão: sete alunos (a maioria).

Ao analisarmos os dois primeiros tipos de respostas, por um lado, podemos considerar evidências de que a percepção de que a reflexão inverte os pontos tenha sido destacada na mídia papel e lápis, o que talvez significaria que os alunos que responderam desta maneira conseguiram transpor suas percepções obtidas no ambiente robotizado, no contexto específico das trajetórias, para outra mídia que representa a mesma situação, porém com uma forma particular de expressão, configurando desta maneira camadas de significados que são conectados na medida em que tomamos conhecimentos da sua existência, como NOSS e HOYLES (1996) nos falam.

Por outro lado, estas respostas podem ter sido apenas uma coincidência, já que a maioria do grupo respondeu com desenhos que não apresentam propriedades relacionadas à reflexão. Por outro lado, também, podemos conjecturar que no ambiente robotizado as parametrizações do tempo, da velocidade e do sentido de rotação facilitaram as percepções e expressões dos alunos por serem responsáveis pela movimentação congruente e inversa do robô, e na mídia papel e lápis a manipulação destas propriedades talvez não estejam tão evidentes.

5.8.3 Entrevistas com o Grupo 2 – Primeira etapa tendo como referência os programas

Devido ao fato do Grupo 2, aparentemente, não demonstrar dificuldades em relacionar os comandos e passos da programação com as trajetórias dos seus modelos, iniciamos a entrevista final com cada participante individualmente, fazendo referência aos programas que haviam elaborado para que seus modelos executassem a trajetória combinada e perguntando o que eles mudariam em suas programações para obter uma trajetória simétrica. Apenas Guilherme respondeu que não precisava alterar nada. Os outros alunos fizeram referência aos sentidos dos motores nos passos que executariam os giros, complementando que se virasse para esquerda deveria virar para a direita e vice-versa ou para lados contrários, conforme os exemplos dos diálogos abaixo:

Sandra: *Eu usaria o mesmo programa.*

Professora: *Não é preciso alterar nada?*

Sandra: *Acho que não... eu acho que deveria mudar os motores... eu acho que o robô deveria virar para o outro lado.*

Professora: *E como seria isso no programa?*

Sandra: *Eu tenho que testar, eu acho que se um motor para pra fazer a curva eu tenho que inverter deixar esse motor andar e parar o outro.*

Ronaldo: *Eu mudaria as direções quando ele fosse virar.*

Professora: *E quando ele fosse reto?*

Ronaldo: *Eu ia mudar só para direita e esquerda, eu ia inverter.*

Luis: *A direção do motor.*

Professora: *Quais? Em que situação, porque você tem as situações em que ele anda para frente, para a direita e para a esquerda? Em quais situações?*

Luis: *Só para frente que continua.*

Professora: *Então o que você mudaria?*

Luis: *Curva.*

Professora: *A curva? Então se está virando para direita?*

Luis: *Vira para esquerda.*

Professora: *Se está virando para esquerda?*

Luis: *Para direita.*

Fábio:⁷ *Eu mudaria os motores, por exemplo, numa programação, o motor C do meu eu colocava o motor A para o Ronaldo.*

Professora: *Porque? Qual era o efeito?*

Fábio: *Ia fazer a trajetória deles invertida.*

Analisando as respostas dadas no contexto das trajetórias, no ambiente robotizado, a percepção da propriedade da reflexão que inverte a orientação dos pontos, também nos parece evidente como no Grupo 1.

⁷ Fábio foi o aluno que mais apresentou dificuldades em elaborar o programa da trajetória combinado, porque normalmente chegava atrasado para oficina e não tinha tempo hábil para desenvolver as atividades propostas. Por este motivo, tomou como referência o programa desenvolvido pela dupla Sandra e Ronaldo.

Da mesma maneira como no Grupo 1, houve uma referência explícita nos termos da movimentação do robô ou nos termos dos comandos e parâmetros da linguagem de programação ROBOLAB nos passos que executam um giro, para se obter uma trajetória refletida. Este fato configura uma ação e uma articulação da propriedade (objeto matemático), destacada pelos alunos numa seqüência de comandos (objeto computacional evocativo) da linguagem específica do ambiente robotizado entre o próprio ambiente e os pares, que a utilizaram para explicitarem as propriedades percebidas ou relacionadas à reflexão (congruência e inversão da orientação dos pontos não colineares).

5.8.4 Entrevistas com o Grupo 2 – Segunda Etapa: representação das trajetórias na mídia papel e lápis

Nesta etapa, para cada aluno individualmente, desenhamos um esboço da trajetória de um dos robôs (Figura 5.25) combinada com o grupo e perguntamos se ela é simétrica. Todos os alunos disseram que a trajetória por si só era simétrica ao traçarem um eixo de simetria vertical esboçando a divisão da figura em duas partes iguais. Consideramos que esta resposta é um indício que os alunos reconheceram ou confirmaram as propriedades de que um objeto geométrico e sua imagem são congruentes e de que a reflexão inverte a orientação dos pontos, que foram explicitadas direta ou indiretamente durante a segunda atividade de sondagem, quando os estudantes escreveram o que sabiam sobre simetria e utilizaram o exemplo do espelho para melhor se explicarem.



Figura 5.25 – Exemplo do esboço desenhado para os alunos

Em seguida, desenhamos para cada aluno um outro esboço da mesma trajetória com as retas e um eixo de reflexão inclinado em relação às margens da

folha. Pedimos, então, que cada aluno desenhasse a trajetória simétrica. Somente Fábio esboçou uma imagem transladada, e os demais alunos esboçaram uma reflexão conforme ilustramos nas figuras abaixo (Figura 5.26a e Figura 5.26b).

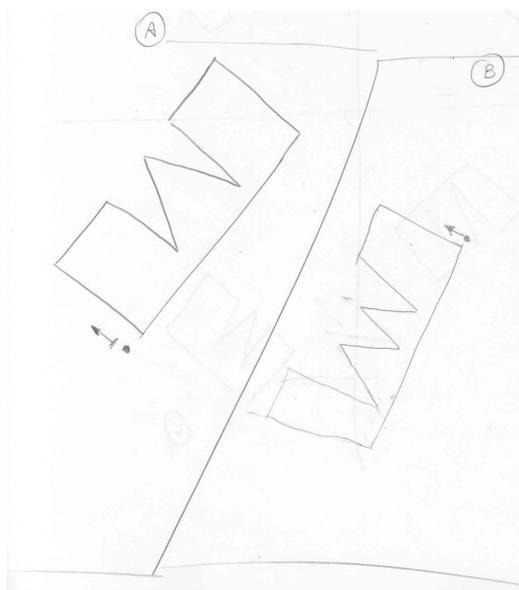


Figura 5.26a – Esboço de Fábio: imagem transladada

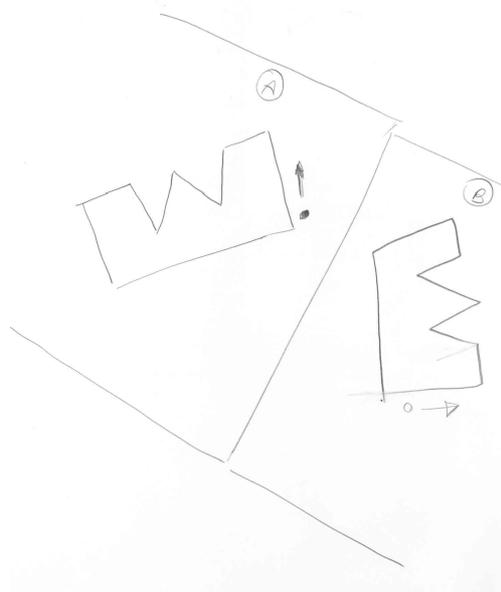


Figura 5.26b – Esboço de Sandra: imagem refletida

Ao analisarmos os desenhos acima, para os alunos que responderam com um polígono refletido representado a trajetória simétrica, consideramos que este fato é um reforço do reconhecimento das propriedades da reflexão sobre a congruência e a inversão da orientação dos pontos não colineares, além de talvez demonstrar alguma noção de que o eixo de simetria é a bissetriz do ângulo formado por uma e sua imagem, tendo como vértice a intersecção entre elas.

Nos termos de Piaget & Garcia, podemos dizer que três alunos articularam os elementos da figura, pois dos quatro alunos que esboçaram uma trajetória refletida, estes mesmos três alunos também posicionaram corretamente o robô parceiro para que de fato o modelo executasse uma reflexão. Aparentemente Sandra e Fábio não conseguiram articular a posição do robô com os demais elementos, o que nos leva a crer que Guilherme, Luis e Ronaldo estão na fase inter-figural, Sandra mostra indícios que iniciou um processo de mudança para a fase inter-figural, pois analisa e relaciona alguns elementos internos e externos à trajetória e Fábio, aparentemente,

faz suas relações apenas considerando os elementos internos de uma figura que é a característica da fase intra-figural.

Para finalizarmos esta etapa da entrevista, dissemos para cada aluno que teríamos quatro robôs dançando simultaneamente, esboçamos a trajetória 1 ou A, traçamos os eixos de simetria dividindo a folha em quatro partes e pedimos aos alunos individualmente, que desenhassem as trajetórias dos outros três robôs de maneira que fossem simétricas. Novamente, Guilherme, Lucas e Ronaldo esboçaram adequadamente as trajetórias dos outros três robôs e identificaram outros eixos de simetria, conforme o exemplo da Figura 5.27a evidenciando que realmente estão na fase interfigural. Sandra esboçou translações e não identificou nenhum de simetria (Figura 5.27b), demonstrando que se a resposta anterior tinha característica de uma mudança para a fase inter-figural, sua resposta agora revela que pode ser apenas uma coincidência ou sua mudança está numa etapa muito inicial. Fábio rotacionou as trajetórias dos outros três robôs e identificou dois eixos de simetria adicionais, que seriam os eixos de translação entre as trajetórias 1 e 4 e as trajetórias 2 e 3, revelando aparentemente que não consegue distinguir as reflexões das translações e rotações.

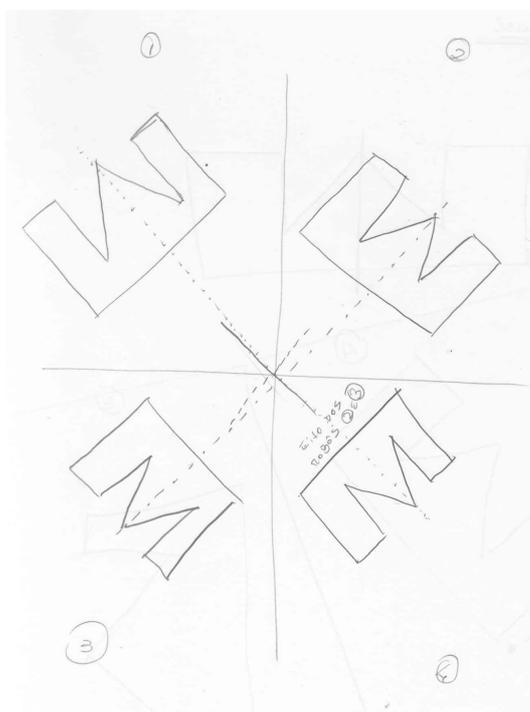


Figura 5.27a – Trajetórias de Ronaldo

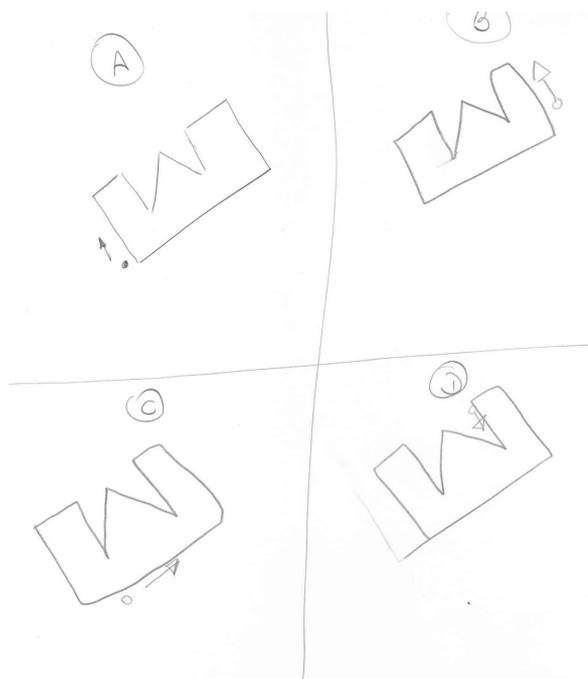


Figura 5.27b – Trajetórias de Sandra

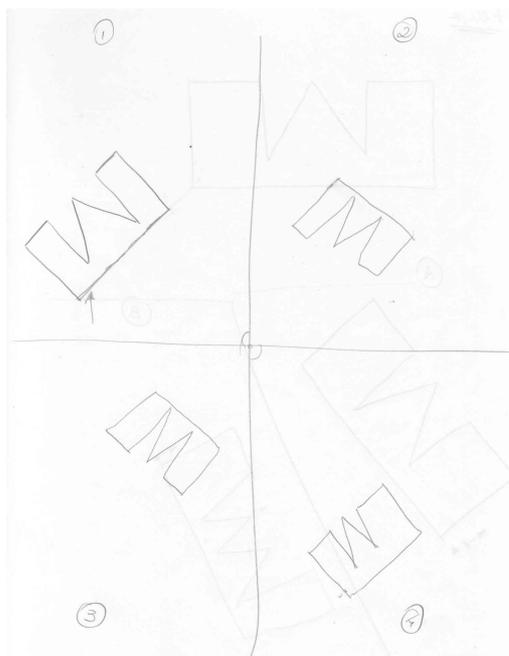


Figura 5.27c – Trajetórias de Fábio

Ao analisarmos as trajetórias representadas nos desenhos, podemos reafirmar que Guilherme, Lucas e Ronaldo apresentam indícios que estão na fase interfigural denominada por Piaget & Garcia, pois apesar de não termos privilegiado as características do eixo de reflexão ser a bissetriz do ângulo formado pela sua imagem durante as atividades no ambiente robotizado, seus esboços evidenciam que os alunos ou já tinham ou adquiriam esta percepção durante as atividades de robótica, mas somente foram reveladas nas representações das trajetórias na mídia papel e lápis, ou seja, temos uma situação específica de articular objetos e suas relações que ao utilizarmos diferentes mídias para expressá-los diferentes noções foram evidenciadas. Consideramos este fato um exemplo de que a mídia é um fator importante na construção do conhecimento, ou melhor dizendo, segundo BORBA e PENTEADO (2003), o processo de construção do conhecimento envolve o coletivo seres-humanos-com-mídias, pois diferentes mídias permitem diferentes organizações do pensamento, expondo ou ressaltando aspectos que auxiliam o entendimento e o rastreamento deste processo.

5.9 SÍNTESE

Durante a nossa experimentação, os alunos foram engajados em atividades tanto na mídia papel e lápis, como também no ambiente robotizado ROBOLAB com o objetivo de identificarmos as expressões e percepções dos alunos sobre a Simetria, em particular sobre a Reflexão, e verificarmos se as situações propostas nas atividades robóticas, especificamente elaboradas para este fim, provocaram alguma mudança no entendimento dos alunos que detectamos inicialmente.

A análise dos resultados obtidos, aqui apresentada, visou buscar evidências e argumentos que possam responder a nossa questão de pesquisa, que será discutida no próximo capítulo de acordo com a nossa fundamentação teórica sobre abstração situada, objetos computacionais evocativos, micromundos e seres humanos com mídias.

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O objetivo desta pesquisa foi investigar as potencialidades, as funcionalidades e a conveniência do ambiente robotizado ROBOLAB no desenvolvimento do conceito da simetria com alunos do Ensino Fundamental. Contudo, antes mesmo de formularmos o nosso objetivo desta maneira, percorremos várias etapas as quais chamamos de Estudos Preliminares e que resumimos a seguir destacando as principais referências teóricas.

Começamos os nossos estudos pesquisando sobre o uso de diversos recursos computacionais em Educação Matemática consultando BALACHEFF e KAPUT (1996) e KAPUT (1992). Esta pesquisa inicial promoveu diversas investigações e discussões com minha orientadora sobre micromundos embasadas principalmente em HOYLES (1993), BALACHEFF e KAPUT (1996, p. 471) e NOSS e HOYLES (1996, p. 65) com o objetivo de caracterizar o ambiente robotizado em questão. Em resumo, estes pesquisadores definem um micromundo como um ambiente que permite por intermédio de regras de execução a combinação e a recombinação de um conjunto de comandos e parâmetros para resolver uma determinada situação, ou seja, a elaboração de uma estratégia de resolução expressada por notações particulares que resultam na representação de um fenômeno condizente com os objetos e ações que estão subordinados ao fenômeno representado, com a qual um aluno possa construir ou fundamentar conceitos.

Investigamos, também, as noções de abstração situada (NOSS; HOYLES, 1996) e objetos computacionais evocativos (HOYLES, 1993) com o intuito de verificarmos se e por consequência como os alunos constroem, organizam e expressam as idéias matemáticas sobre reflexão a partir das conexões particulares promovidas pelas atividades elaboradas no ambiente robotizado, isto é, se as atividades desenvolvidas no ROBOLAB MINDSTORM promovem uma abstração situada na qual objetos matemáticos são manipulados através da programação de

comandos e parâmetros que caracterizam os objetos computacionais evocativos, levando em consideração a influência de diferentes mídias ou tecnologias na organização do pensamento e na construção do conhecimento, apontada por BORBA e PENTEADO (2003).

Paralelamente, observamos três oficinas de robótica com o intuito de verificarmos quais conceitos científicos no domínio da Matemática poderiam ser explorados num ambiente robotizado. A partir destas observações, considerando as movimentações dos robôs produzidas por programas elaborados pelos alunos no ambiente robotizado ROBOLAB MINDSTORM e com base na teoria pesquisada, surgiu a hipótese de que este ambiente poderia ser explorado em atividades que focalizassem as Transformações Geométricas como subdomínio da Matemática, destacando a Simetria.

Planejamos atividades de robótica para duas oficinas extracurriculares com o intuito de familiarizar os alunos com o ambiente robotizado ROBOLAB e explorar os movimentos do robô como se fosse uma dança (Dança dos Robôs) para investigarmos em que medida tais atividades envolveriam os estudantes com o conceito de Simetria, em particular com a reflexão, pois danças poderiam sugerir movimentos simétricos.

Da mesma forma como elaboramos a nossa hipótese, planejamos e implementamos as oficinas apoiadas na metodologia “Experimento de Ensino” descrita por STEFFE e THOMPSON (2000), com a qual segundo estes autores, podemos tanto gerar quanto testar hipóteses baseadas na investigação do raciocínio matemático do aluno em experimentações que podem influenciar a construção e o significado dado a um conhecimento matemático.

Buscamos referências, também, em COBB et. al. (2003), que denominam estas experimentações “Design Experiments”, salientando a sua aplicação na exploração de um sistema interativo complexo que envolve tarefas ou desafios para os alunos solucionarem, uma forma de expressão, regras, materiais ou ferramentas e uma prática pedagógica relacionando todos estes elementos, que na nossa

interpretação podem ser produzidos no ambiente robotizado ROBOLAB MINDSTORM.

Estudamos a importância da Reflexão sob o ponto de vista da Matemática destacando que as isometrias mais importantes são as reflexões em reta devido ao fato de que toda isometria, por exemplo, as translações e as rotações, podem ser representadas como um produto finito de reflexões em reta.

Pesquisamos, também, as noções sobre Simetria que as crianças trazem do seu cotidiano, pois, segundo VERGNAUD (1997), elas lidam no seu dia a dia com objetos e formas simétricas que proporcionam o desenvolvimento de uma noção de Reflexão.

Investigamos as etapas intrafigural, interfigural e transfigural pertinentes à compreensão das transformações geométricas denominadas por PIAGET e GARCIA (1987) considerando, também, as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998a) que dizem respeito à importância da Geometria, afirmando que o seu estudo é essencial para que um aluno desenvolva uma forma de pensar com a qual compreenda, descreva e represente de maneira organizada o mundo em que vive.

Elaboramos atividades de sondagem em papel e lápis para identificarmos as noções a respeito da reflexão dos alunos antes e depois das atividades no ambiente robotizado, baseadas nas abordagens dos livros didáticos (BRASIL, 2001) e em questões utilizadas na pesquisa de KÜCHEMANN (1981).

Em seguida, realizamos a nossa fase de Experimentação com as duas oficinas planejadas para dois grupos de alunos denominados Grupo 1 (alunos da 3^a e 4^a séries) e Grupo 2 (alunos da 5^a e 7^a séries) de uma escola particular paulistana.

6.2 PRINCIPAIS RESULTADOS

Na primeira sondagem em papel e lápis, antes do desenvolvimento de qualquer atividade no ambiente robotizado relativa à Reflexão, pudemos perceber que as noções expressadas pelos alunos do Grupo 1 nesta mídia, estão associadas com imagens refletidas num espelho. Estes resultados são compatíveis com a perspectiva de VERGNAUD (1997), pois segundo ele, as noções de reflexão para a faixa etária do Grupo 1 (crianças de 9 a 10 anos) estão associadas com suas experiências cotidianas.

Nesta mesma atividade, a noção de simetria expressada pelos alunos do Grupo 2 (crianças de 11 a 13 anos) esta relacionada a propriedade da congruência.

As respostas para as questões em que pedíamos o desenho da imagem simétrica, tanto das crianças mais novas como das mais velhas, em geral, sugerem que apenas as propriedades internas das figuras foram consideradas pelos alunos, indicando que estas tarefas privilegiam o que PIAGET e GARCIA (1987) descrevem como aspectos intrafigurais.

Se compararmos as respostas dos dois grupos, apesar de afirmarmos que ambos estão na etapa intrafigural, ambos estão, também, em níveis diferentes de desenvolvimento dentro desta mesma etapa. Nas respostas dadas pelos alunos mais velhos (Grupo 2), pudemos verificar alguns indícios de tentativas de uma coordenação da figura e sua imagem com o eixo de simetria. Este fato nos parece coerente com o processo que Piaget e Garcia sugerem, pois de acordo com estes pesquisadores, o desenvolvimento cognitivo de um indivíduo ocorre num processo contínuo e complexo e que pode ser percebido na passagem de uma etapa para outra.

Na atividade de programação do robô para executar uma trajetória quadrada, a maioria dos alunos mais jovens (Grupo 1) não relacionou cada passo do programa, ou seja, uma seqüência de comandos e parâmetros, com o respectivo movimento produzido no robô que representasse um elemento do quadrado, por exemplo, os lados e ângulos. Aqueles estudantes que obtiveram sucesso nesta atividade

adotaram uma estratégia de resolução que chamamos de teórica, pelo fato de primeiramente programarem os passos necessários compatíveis com os lados e ângulos de um quadrado e, posteriormente realizarem os ajustes que julgaram necessários para cumprirem o desafio proposto, ou seja, somente os alunos que identificaram os elementos do quadrado relacionando-os com cada passo programado conseguiram cumprir o desafio.

No grupo composto pelos alunos de 5^a e 7^a séries do Ensino Fundamental, para solucionar o desafio da programação da trajetória quadrada, os estudantes adotaram uma estratégia que denominamos “empírica”, pois foram implementando e ajustando gradativamente os passos até obterem um programa que executasse a trajetória solicitada e todos os alunos conseguiram relacionar os passos programados numa seqüência adequada com os lados e ângulos do quadrado. Se compararmos os resultados desta atividade entre os dois grupos analisados, podemos dizer que o nível de percepção das propriedades e relações entre linha e formas é diferenciado para alguns alunos. Isto de certa maneira já era esperado, levando-se em conta que os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998a) recomendam que os alunos sejam envolvidos em atividades referentes à Geometria cada vez mais complexas e abrangentes na medida em que avançam nos seus estudos e por este fato VERGNAUD (1997) argumenta que é natural que os níveis conceituais demonstrados pelos alunos sejam diferentes e compatíveis com as experiências que já vivenciaram.

Após a programação da trajetória quadrada, utilizamos o exemplo das danças das festas juninas para que os alunos elaborassem uma trajetória para a “Dança dos Robôs”. Os dois grupos de alunos, em geral, representaram adequadamente as trajetórias refletidas na mídia papel e lápis, apesar de não obterem o mesmo desempenho em questões semelhantes da primeira sondagem em papel e lápis. Atribuímos esta ocorrência ao fato dos estudantes estarem engajados numa situação particular do ambiente robotizado, embora estivessem utilizando a mídia papel e lápis para representar às trajetórias de um robô e do seu robô parceiro, na qual os alunos organizaram seus pensamentos nos termos dos movimentos que os robôs deveriam produzir, ou seja, os estudantes identificaram cada elemento que

compõe a figura que representa a trajetória, sem uma preocupação consciente em obter uma imagem refletida.

Na nossa interpretação, o fato acima descrito indica que esta situação particular tenha provocado uma abstração situada, ou seja, a própria situação da programação da dança dos robôs formatou a maneira como as idéias matemáticas foram expressas e forneceu diferentes possibilidades nas quais significados matemáticos foram ampliados e conectados na medida em que se tornaram conhecidos, conforme NOSS e HOYLES (1996) afirmam. Neste caso, a abstração foi além do ambiente robotizado, influenciando a representação das trajetórias no papel e lápis, pois aparentemente os alunos organizaram seus pensamentos nos termos dos movimentos dos robôs, que por sua vez identificam os elementos da trajetória, da sua imagem e as relações entre estes elementos, representando-os de uma maneira coerente e compatível com a mídia papel e lápis.

Na segunda atividade de sondagem em papel e lápis, após o desenvolvimento da “Dança dos Robôs” no ambiente robotizado, alguns alunos mais jovens (Grupo 1) que relacionavam a reflexão com imagens refletidas num espelho, expressaram suas noções mencionando as características da propriedade da congruência ou da propriedade da inversão da orientação dos pontos. Para os estudantes de 5^a e 7^a series, não houve uma mudança significativa, a não ser por dois alunos, um que se referiu a congruência e outro que incluí a noção da inversão da orientação dos pontos na sua resposta dissertativa sobre Simetria.

Os dois grupos, de maneira geral, apresentaram o mesmo tipo de respostas para as questões nas quais pedíamos para que desenhassem a imagem refletida quando comparadas com a primeira sondagem em papel e lápis, ou seja, as translações e as rotações continuaram aparecendo.

Nas questões referentes às trajetórias dos robôs, entretanto, a maioria dos alunos dos dois grupos esboçou um desenho que sugere uma trajetória envolvendo alguma simetria axial, mesmo quando nem todos os elementos das figuras e o eixo de simetria foram coordenados. Nós atribuímos esta ocorrência ao fato dos estudantes programaram a “Dança dos Robôs” analisando individualmente cada

elemento que compunha a figura que representava a trajetória (segmentos de retas e ângulos) para elaborarem uma seqüência de comandos que movimentasse o robô conforme havíamos combinado. Isto, no nosso ponto de vista, talvez também possa ser considerado uma abstração situada na qual aspectos de representação pertinentes a cada mídia foram relacionados num mesmo contexto, ou seja, foram formatados pela situação, porém, organizados e expressos de acordo com a forma de expressão que a mídia oferece.

Na entrevista final, ao contrário da atividade da trajetória quadrada, a maioria dos alunos dos dois grupos associou cada passo do programa discutido com uma possível movimentação do robô. Quando questionamos quais seriam as mudanças necessárias na programação para se obter a trajetória do robô parceiro ou a trajetória simétrica, em geral, os estudantes responderam expressando a propriedade da inversão dos pontos nos termos da linguagem de programação. Obtivemos o mesmo tipo de resposta quando os alunos foram questionados a respeito do programa que eles próprios desenvolveram para a “Dança dos Robôs”. Logo, a noção simetria no contexto da dança foi associada às propriedades da congruência e da inversão dos pontos, pois explicitamente os alunos expressaram que apenas mudariam os comandos responsáveis pelos giros para obterem uma inversão e que não havia necessidade de mudar os passos para a execução dos segmentos de reta. Novamente, acreditamos que esta ocorrência é característica de uma abstração situada, na qual os passos programados são os objetos computacionais evocativos, pois como foram descritos por HOYLES (1993, p. 10), permitiram a manipulação de objetos matemáticos e explicitaram as relações construídas pelos alunos ao serem utilizados nas respostas à entrevista.

Ao pedirmos aos alunos que desenhassem a trajetória simétrica da dança, com um eixo de simetria inclinado, a maioria das crianças de 3^a e 4^a séries (Grupo 1) apresentou dificuldades em representá-la na mídia papel e lápis. Os alunos cujos desenhos apresentaram alguma reflexão, ou aparentemente ignoraram a propriedade da congruência, ou não coordenaram o eixo de inclinação.

A maioria dos alunos mais velhos (Grupo 2) esboçou uma trajetória refletida com uma relativa congruência e coordenação entre o eixo de simetria inclinado, a

figura e sua imagem, pois não exigimos precisão métrica. Porém, quando pedimos aos alunos que esboçassem as trajetórias de quatro robôs dançando simultaneamente, três alunos desenharam trajetórias refletidas e identificaram outros eixos de simetria em posições diferentes do que desenhamos e os outros dois transladaram ou rotacionaram as trajetórias.

O fato de alguns alunos conseguirem representar uma dança com quatro robôs, todos executando uma reflexão um em relação ao outro e posteriormente identificar outros eixos de simetria, demonstra que elementos externos as figuras passaram a ser considerados. Isto é uma característica da etapa interfigural definida por PIAGET e GARCIA (1987) do desenvolvimento cognitivo com relação às transformações geométricas, que nas sondagens anteriores não apareceram.

Embora, as nossas atividades robóticas não tenham privilegiado elementos externos às trajetórias, como por exemplo, de alguma maneira o robô deveria identificar o eixo de simetria, consideramos que os movimentos dos robôs produzidos pelos programas desenvolvidos pelos próprios alunos, os testes realizados, a interpretação dos resultados, a necessidade de alterar os programas e a realização de novos testes considerando um novo referencial, pois a posição das plataformas de testes havia mudando, enfim, toda a situação e condições que o ambiente robotizado provocou e impôs, pode ter facilitado para alguns alunos ou a percepção ou a exposição das relações entre os elementos externos e a trajetória e sua representação na mídia papel e lápis, ou seja, temos uma integração de mídias com as quais os alunos se expressam na linguagem e na forma pertinente a cada uma, porém, sob o mesmo contexto.

Se o fato acima destacado ocorreu, podemos novamente dizer que temos configurado uma abstração situada (NOSS e HOYLES, 1996) que ultrapassou os próprios limites do ambiente robotizado e permitiu uma conexão de significados e suas respectivas representações entre mídias. Este aspecto é relevante, pois na nossa interpretação, é um exemplo de que não existe uma mídia melhor ou pior. Como BORBA e PENTEADO (2003) nos falam, existe uma organização e exposição do pensamento do aluno nos termos da linguagem da mídia utilizada, que tem um papel fundamental na construção de significados, ou seja, nesta construção é

necessário considerar o aluno e suas expressões de dependem diretamente do ambiente ou mídia disponível.

6.3 A QUESTÃO DE PESQUISA

“Um ambiente de robótica pode funcionar como um micromundo de aprendizagem matemática, no sentido de possibilitar a construção de novos significados para a Simetria?”

Antes de respondermos a nossa questão de pesquisa, discutiremos quais aspectos da simetria que emergiram durante as atividades robóticas, como foram expressos e se foram influenciados ou favorecidos pelo ambiente robotizado, a partir das noções expressas e desenhos feitos inicialmente pelos alunos dos dois grupos.

Levando em consideração a primeira atividade de sondagem para identificarmos quais noções os estudantes tinham ou conseguiam expressar antes de participarem das atividades no ambiente robotizado, podemos dizer que a maioria dos alunos de 3^a e 4^a séries do Ensino Fundamental (Grupo 1) relacionava a Simetria, em particular a Reflexão, com imagens refletidas num espelho. De acordo com VERGNAUD (1997), crianças desenvolvem sua noção de reflexão baseadas nas experiências do seu cotidiano porque lidam com diversas formas e objetos simétricos, além de serem convidadas desde cedo a desenhar figuras que apresentam configurações simétricas.

Vergnaud, também nos fala, que na medida em que as crianças são submetidas a exercícios mais complexos, diferentes níveis de entendimento são alcançados e propriedades são percebidas e destacadas. Isto foi detectado na primeira atividade de sondagem dos alunos mais velhos (Grupo 2), cujas respostas destacavam a propriedade da congruência. Por serem estudantes mais velhos que os alunos do Grupo 1, foram submetidos a atividades mais complexas no decorrer dos seus estudos, como podemos verificar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998a, 1998b), cujas orientações propõem nas primeiras quatro séries do

Ensino Fundamental uma abordagem da Geometria baseada em observações e manipulações de objetos, avançando nas quatro últimas séries com o estudo das transformações geométricas por meio de reflexões, translações, rotações, identificação de invariantes, etc. Portanto, os resultados obtidos, nesta primeira sondagem para os dois grupos, estão compatíveis com a perspectiva de Vergnaud.

Ao avaliarmos as respostas para as questões nas quais pedíamos para que os alunos desenhassem a imagem refletida, podemos considerar que os dois grupos, em geral, não conseguiam relacionar e coordenar o eixo de simetria a uma figura e desenhar a sua imagem, caracterizando desta forma a etapa intrafigural definida por PIAGET e GARCIA (1987) do desenvolvimento cognitivo pertinente às transformações geométricas.

Quando os alunos realizaram a atividade da programação da trajetória quadrada, todo o Grupo 2 e uma dupla do Grupo 1, associou os lados e ângulos internos do quadrado as respectivas seqüências de comandos e parâmetros, denominadas passos, que além de representar os elementos que compõem o quadrado nos termos da linguagem de programação ROBOLAB, quando encadeadas adequadamente provocam a movimentação do robô conforme a trajetória pedida. O mesmo aconteceu com a atividade da programação da “Dança dos Robôs”, porém com um número maior de alunos estabelecendo a associação dos passos com os elementos da figura que representava a trajetória e os movimentos executados pelo robô.

O fato acima descrito se revelou nos diálogos entre alunos e professores audiogravados durante as atividades e nas entrevistas finais. Os estudantes, para explicitarem seus entendimentos, se expressavam nos termos da linguagem de programação ROBOLAB tanto na comunicação com próprios colegas, como também com as professoras-pesquisadoras. Isto foi possível, porque o ambiente robotizado oferece objetos primitivos (comandos e parâmetros) que quando combinados ou recombinaados propiciam a construção de novas estruturas ou elementos, com os quais uma criança elabora estratégias de resolução para uma determinada situação, expressadas por intermédio de notações particulares que proporcionam uma

experiência semelhante ao uso do sistema formal da Matemática e podem auxiliar no entendimento das relações matemáticas.

Neste sentido, então, podemos considerar que o ambiente robotizado ROBOLAB contempla as características de micromundos destacadas por NOSS e HOYLES (1996, p. 65), pois além de oferecer condições com as quais podemos desenvolver atividades que possibilitam uma abstração situada, como por exemplo, durante as entrevistas finais, nas perguntas referentes às programações, os alunos conseguiram perceber ou expressar as propriedades da congruência e da inversão dos pontos nos termos da linguagem de programação dentro do contexto das danças ou movimentos do robô. A notação particular do ambiente robotizado organizou e expôs o pensamento e o entendimento do aluno de maneira diferenciada e pertinente a mídia utilizada, como nos alertam BORBA e PENTEADO (2003) e a situação proposta provocou a construção de idéias matemáticas a partir de conexões particulares nesta situação específica, como nos falam NOSS e HOYLES (1996, p. 122).

O principal fator que influenciou a ocorrência de uma abstração situada no contexto das danças juntamente com o ambiente robotizado, no nosso ponto de vista, foi a necessidade da identificação e programação dos elementos que compunham uma figura, além, de ainda ter que relaciona-los entre si para se estabelecer uma seqüência de passos que produzisse uma movimentação do robô compatível com a trajetória combinada. Talvez, este fator também tenha provocado alguma mudança no processo de desenvolvimento cognitivo pertinente a compreensão das transformações geométricas dos alunos que conseguiram representar a figura da dança e sua imagem coordenada com o eixo de simetria na mídia papel e lápis, já que esta ocorrência é característica da etapa interfigural definida por PIAGET e GARCIA (1987). Contudo, não podemos ignorar que este fato não se repetiu nas questões da segunda sondagem em papel e lápis, portanto, acreditamos que as atividades desenvolvidas não facilitaram uma transição entre as etapas intrafigurais e interfigurais para a maioria dos alunos, porque não havia a necessidade, por exemplo, de considerar o eixo de simetria na programação dos movimentos dos robôs, ou seja, para os alunos resolverem os desafios propostos

não precisavam considerar os elementos externos às figuras, condição pertinente a etapa interfigural.

Além disso, talvez os indícios da etapa interfigural sejam mais significantes e evidentes no contexto das danças dos robôs do que nas atividades semelhantes aos livros didáticos. Levantamos a este respeito uma questão sobre o modelo de Piaget e Garcia. Se aceitarmos que a construção de conhecimento matemático envolve o coletivo seres-humanos-com-mídias, nos não podemos descartar a possibilidade que a passagem entre as etapas intra e inter (e mesmo trans) não necessariamente seguem sempre a mesmo percurso, mas é mediada pelas próprias atividades e mídias disponíveis para sua resolução.

Considerando todos os aspectos aqui mencionados, ou seja, a maneira como os alunos expressaram seus entendimentos sobre Reflexão, quais propriedades ou noções de Reflexão eles destacaram antes e depois das atividades de programação das trajetórias e qual a influência do ambiente robotizado, acreditamos que este ambiente pode funcionar como um micromundo de aprendizagem matemática e favorecer o entendimento das propriedades do conceito de Simetria.

6.4 IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO

As atividades desenvolvidas na nossa fase de experimentação parecem estar de acordo com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois permitiram observações, manipulações e deslocamentos de objetos de modo que os alunos tinham a necessidade de utilizar um vocabulário que fizesse referência às noções de direção e sentido, além de favorecerem a identificação das invariantes, como por exemplo, as medidas dos lados e dos ângulos ou o conceito de congruência a partir de reflexões e, proporcionaram também, a associação da noção de ângulos com a idéia de mudança de direção.

Outro fato que nos chamou atenção durante as atividades de programação da dança dos robôs foi a utilização da mídia papel e lápis para a representação das

trajetórias como um suporte na elaboração dos programas. Isto demonstra uma integração entre mídias e realça o aspecto apontado por BORBA e PENTEADO (2003) que não existem mídias piores ou melhores, existem tecnologias qualitativamente diferenciadas que organizam e expõem o pensamento do aluno também de maneira diferente, assim, uma mídia poderia complementar a outra e favorecer o entendimento do conceito de simetria.

Considerando que as atividades desenvolvidas no ambiente ROBOLAB MINDSTORM não favoreceram a transição da etapa intrafigural para a etapa interfigural, pois obtivemos indícios desta transição apenas com alguns alunos do Grupo 2, surgiu uma nova hipótese que talvez elaborando atividades que contemplassem os elementos externos e internos de uma figura integrando as duas tecnologias (ambiente robotizado e papel e lápis), poderíamos atingir um número maior de alunos ao provocar situações específicas cuja manipulação de objetos evocativos computacionais favorecessem a transição entre estas etapas e permitissem a associação das relações, justificativas e generalizações representadas em mais de uma mídia simultaneamente e por conseqüência proporcionassem a construção e a ampliação de camadas de significados conectados na medida em fossem conhecidos, como NOSS e HOYLES (1996, p. 122) nos falam.

Referências Bibliográficas

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000. (Coleção Matemática hoje é feita assim).

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Reorganização do pensamento e coletivo pensante. In: _____. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. p. 45 – 54.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura (MEC). Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiros e Quartos ciclos do Ensino Fundamental – Introdução aos PCNs**, Vol. 1, 1998a. Disponível em <<http://www.mec.gov.br>>. Acesso em: 30 junho 2003.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura (MEC). Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiros e Quartos ciclos do Ensino Fundamental – Matemática**, Vol. 3, 1998b. Disponível em <<http://www.mec.gov.br>>. Acesso em: 30 junho 2003.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura (MEC). Secretaria de Educação Fundamental. **Guia do Livro 2002 – Programa Nacional do Livro Didático**, MEC: 2001. p. 151 – 213.

BALACHEFF, H.; KAPUT, J. J. Computer – Based Learning Environments in Mathematics. In: nd. (ed.) **International Handbook in Mathematics Education**. London: Kluwer, 1996. p. 469 – 501.

COBB, P; CONFREY, J; DISSA, A; LEHRER, R; SCHAUBLE, L. Design Experiments in Educational Research. In: **Educational Researcher**, Vol. 32, No. 1, 2003, p 9 – 13.

CONFREY, J. A. A Theory of Intellectual Development, Part 3. In: **For the Learning of Mathematics**. Vol. 15, No. 2, Vancouver: FLM, 1995. p. 36 – 45.

COXETER, H. S. M. **Introduction to Geometry**. New York: John Wiley & Sons, 1961.

CYR, M. N., Centro para Extensão Educacional da Engenharia (CEEE) – Universidade Tufts, **ROBOLAB – Guia do Professor**, Massachusetts – USA, 199-.

EDWARDS, L. D. Microworlds as Representations. In: diSESSA, A. A.; HOYLES, C.; NOSS, R. (eds) **Computers and Exploratory Learning**. NATO ASI, Series F: Computer and Systems Science, Vol. 146, Springer – Verlag, 1995. p. 127 – 154.

FERREIRA, Aurélio B. H. **Novo Aurélio – Dicionário da Língua Portuguesa – Século XXI**, 1999. Disponível em <<http://www.uol.com.br>>. Acesso em: 30 junho 2003.

HEALY, L.; POZZY, S.; HOYLES, C. Making Sense of Groups, Computers, and Mathematics. In: **Cognition and Instruction**, London: Lawrence Erlbaum Associates, 1995, p. 505 – 523.

HEALY, L. (S) **Iterative design and comparison of learning systems for reflection in two dimensions**. PhD thesis. University of London, Inglaterra, 2002.

HOYLES, C. Microworlds / Schoolworlds: The Transformation of an Innovation. In: KEITEL, C. & RUTHVEN K. (eds.) **Learning from Computers: Mathematics Education and Technology**. NATO ASI, Series F: Computer and Systems Sciences, Vol. 121, Springer – Verlag, 1993. p. 1 – 17

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática paratodos**. São Paulo: Scipione, 2002. (5ª série/ 3º ciclo, 6ª série/3º ciclo, 7ª série/4º ciclo, 8ª série/4º ciclo).

KAPUT, J. J. Technology and Mathematics Education. In: GROUWS, D. A. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning – A Project of the National Council of Teachers of Mathematics**. New York: Simon & Schuster Macmillan, 1992. p. 515 – 555.

KÜCHEMANN, D. Reflection and rotation. In: **Children's understanding of mathematics: 11-16**. London: John Murray, 1981, p 137 – 157.

LEDERGERBER-RUOFF, E. B. **Isometrias e ornamentos do Plano Euclidiano**. São Paulo: Atual, 1982.

LIMA, E. L. **Isometrias – Coleção do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996

NOSS, R.; HOYLES, C. **Windows on Mathematical Meanings – Learning Cultures and Computers**. Netherlands: Kluwer, 1996.

PAPERT, S. **Logo: Computadores e educação**. São Paulo: Ed. Brasiliense, 1986.

POWELL, A. B.; FRANCISCO J. M.; MAHER C. A. Uma Abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento de Idéias e Raciocínios Matemáticos de Estudantes Data. In: **Boletim de Educação Matemática**, Ano 17, no. 21. Rio Claro: UNESP, 2004.

PIAGET, J.; GARCIA, R. A Psicogênese das Estruturas Geométricas. In: **Psicogênese e História das Ciências**. Lisboa: Dom Quixote, 1987, p. 113 – 136.

RESNICK, M. Technologies for Lifelong Kindergarten. In: **Educational Technology Research & Development**, Vol. 46, no. 4, 1998. Disponível em <<http://ilk.media.mit.edu/papers/1998/ilk/index.html>>. Acesso em: 30 agosto 2002.

SENECHAL, M. Symmetry Revisited. In: HARGITTAI I. (Ed.) **Symmetry: Unifying human understanding**. England: Pergamon Press, 1989, p 1 – 12.

SIQUEIRA, J. E. M; LIMA, P. F; GITIRONA, V. **Explorando a simetria de reflexão: uma sequência didática no Cabri Géomètre**. Disponível em <http://www.dmat.ufpr.br/~mro/extensao/v_epem/anais/cc03.pdf>. Acesso em: 23 abril 2003.

SIDERICOUDES, O. Uma atividade Lego – Logo em Trigonometria. Separata de: VALENTE J. A, **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação**. Campinas: NIED, 1995. Disponível em <<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep18.pdf>>. Acesso em: 23 abril 2003.

SPINELLI, W.; SOUZA, M. H. **Matemática: livro do professor**. São Paulo: Ática, 2000. (Coleção em 4 vol. para alunos de 5^a a 8^a séries).

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In: LESH, R. & KELLY, A. E. (Eds.), **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2000. p. 267 – 307. Disponível em <<http://peabody.vanderbilt.edu/depts/tandl/mtd/Thompson/Publications.html>> Acesso em: 23 novembro 2003.

VALENTE, J. A.; CANHETTE, C. C. Lego – Logo: Explorando o conceito de design. Separata de: VALENTE J. A, **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação**. Campinas: NIED, 1995. Disponível em <<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep4.pdf>>. Acesso em: 23 abril 2003.

VERGNAUD, G. A. The Nature of Mathematical Concepts. In: Nunes , T. & Bryant, P. (Eds.), **Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective**. Psychology Press, East Sussex, 1997, p. 5 – 28.

VIGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ANEXOS

ANEXO 1 – PRIMEIRA ATIVIDADE DE SONDAÇÃO EM PAPEL E LÁPIS.....	124
ANEXO 2 – SEGUNDA ATIVIDADE DE SONDAÇÃO EM PAPEL E LÁPIS	126
ANEXO 3 – INTRODUÇÃO À TECNOLOGIA.....	128
ANEXO 4 – QUESTÕES SOBRE ALGUNS CONCEITOS DISCUTIDOS	131
ANEXO 5 – FICHA A.....	132
ANEXO 6 – FICHA D	133
ANEXO 7 – FICHA E.....	134
ANEXO 8 – KIT ROBO LAB MINDSTORM.....	135
ANEXO 9 – EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO SIMÉTRICA.....	137
ANEXO 10 – RESPOSTAS DOS ALUNOS PARA A PRIMEIRA ATIVIDADE DE SONDAÇÃO EM PAPEL E LÁPIS.....	138
ANEXO 11 – RESPOSTAS DOS ALUNOS PARA A SEGUNDA ATIVIDADE DE SONDAÇÃO EM PAPEL E LÁPIS.....	212

ANEXO 1 – PRIMEIRA ATIVIDADE DE SONDAÇÃO EM PAPEL E LÁPIS

Nome: _____

Série: _____

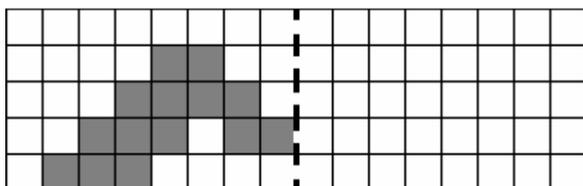
Idade: _____

Simetria

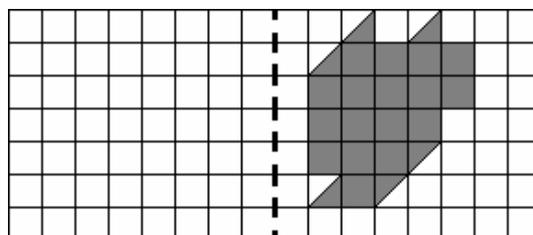
1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

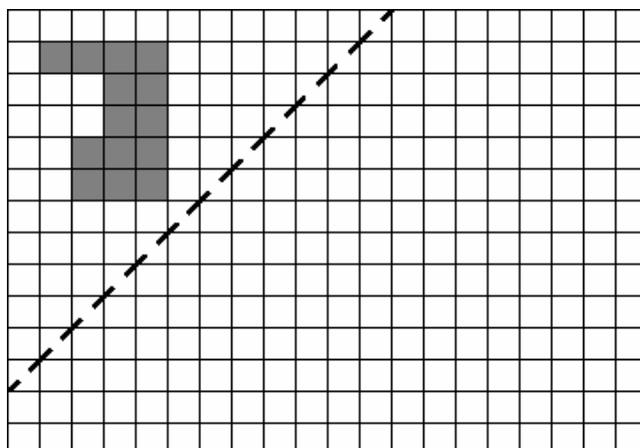
a)



b)

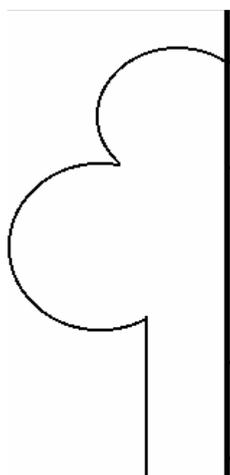


c)

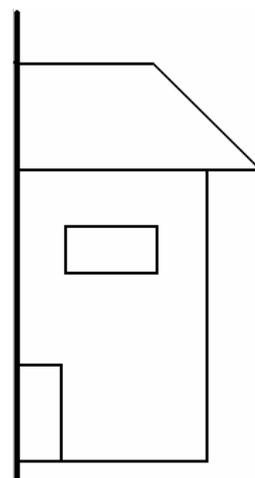


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

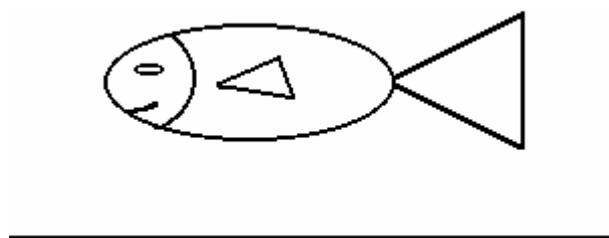
a)



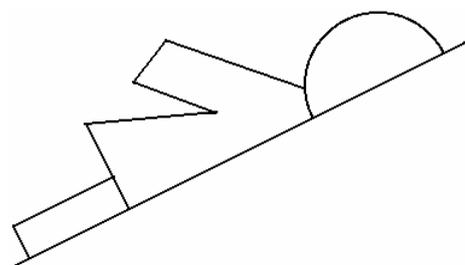
b)



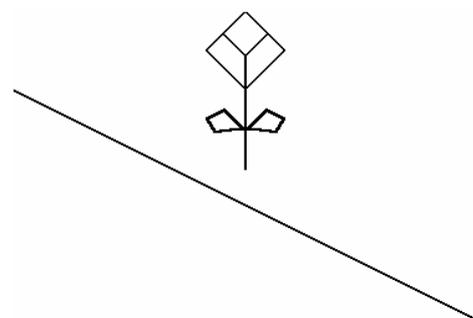
c)



d)



e)



ANEXO 2 – SEGUNDA ATIVIDADE DE SONDAGEM EM PAPEL E LÁPIS

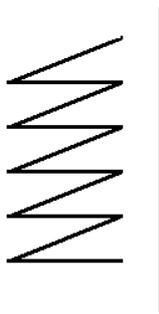
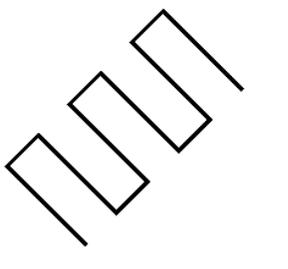
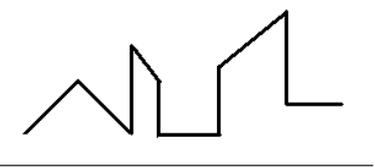
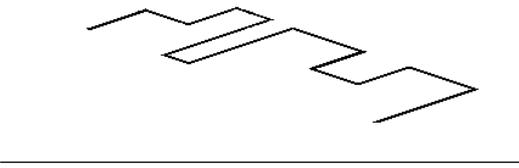
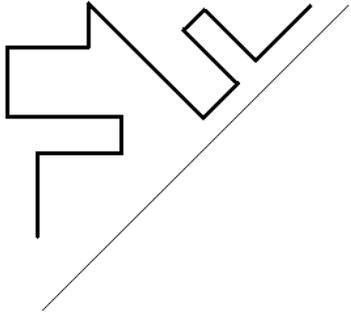
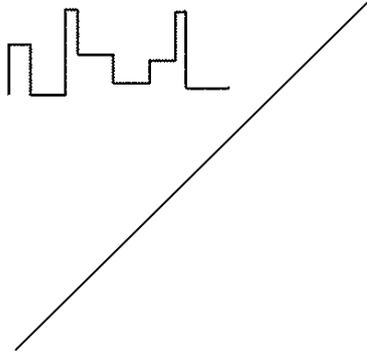
Nome: _____

Série: _____

Idade: _____

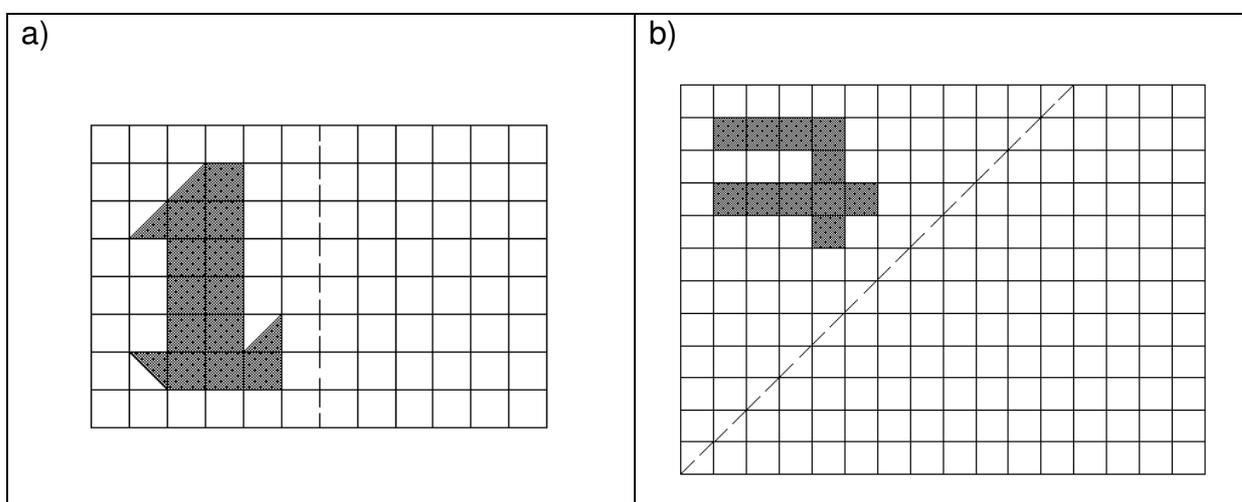
Simetria

1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

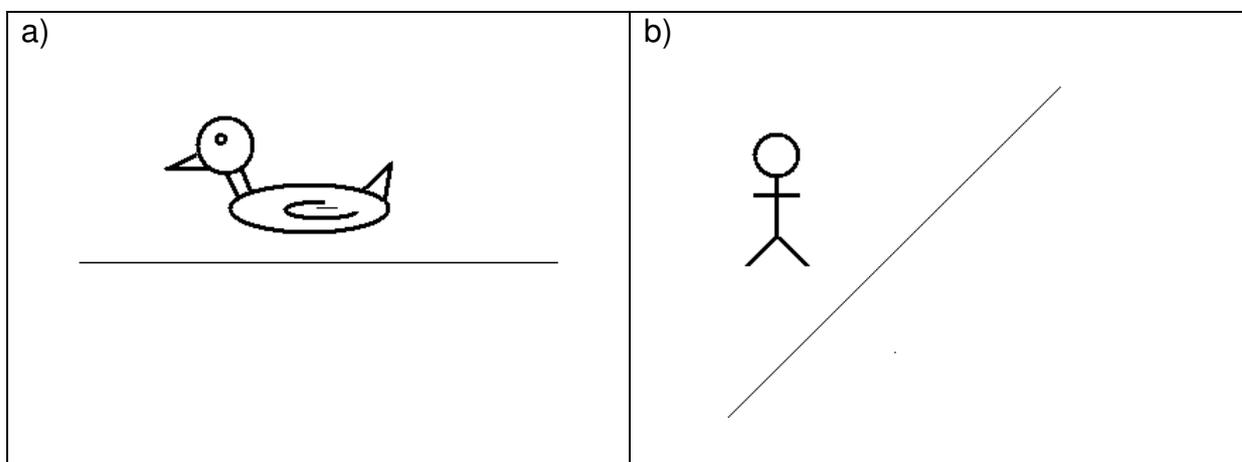
a) 	b) 
c) 	d) 
e) 	f) 

2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



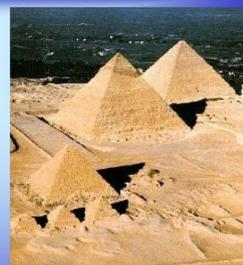
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



O que motivou o avanço Tecnológico?

- Fatores culturais
- Fatores ambientais
- Natureza humana
- Contexto histórico

Fatores Culturais



Exemplo: Os egípcios acreditavam que o corpo precisava ser conservado após a morte para poder entrar no paraíso.

Fatores ambientais

Represar a água para geração de energia ou desviar o curso de um rio para não prejudicar o cultivo



Natureza Humana



Transpor obstáculos da natureza.

Contexto histórico

A procura por novas rotas comerciais no período das grandes navegações



O que há em comum nesses fatores?

A tecnologia surge a partir de uma necessidade ou situação problema.

O ser humano se inspira na natureza para criar.



Século XX O século das invenções

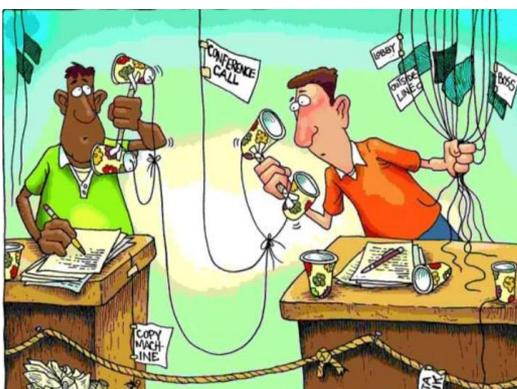
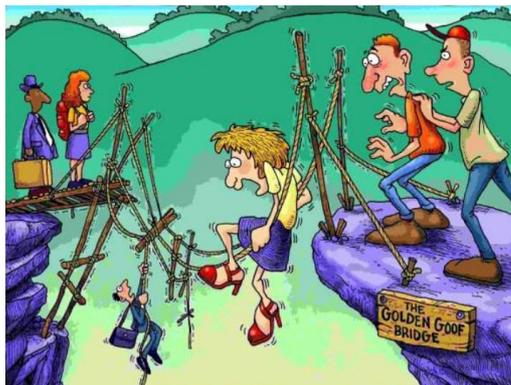
Período entre guerras (Século XX) foi quando houve um dos maiores avanços em tecnologia

O ROBÔ



Você pode imaginar como seria o mundo sem algumas das invenções e dos avanços tecnológicos?

Imagine um pouco...



Trabalho em Equipe

Relatório

Montagem

Contagem de Peças

Programação

Apresentação

Especialista de Informação

Administrador do Grupo

Especialista de Materiais

Especialista de Comunicação



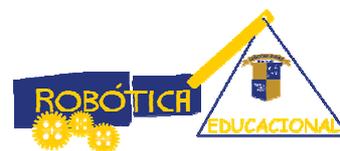
Bibliografia

- Palestras realizadas pela LEGO DACTA
- Imagens da LEGO DACTA

ANEXO 4 – QUESTÕES SOBRE ALGUNS CONCEITOS DISCUTIDOS

**COLÉGIO DANTE ALIGHIERI**

Departamento de Informática

OFICINA DE

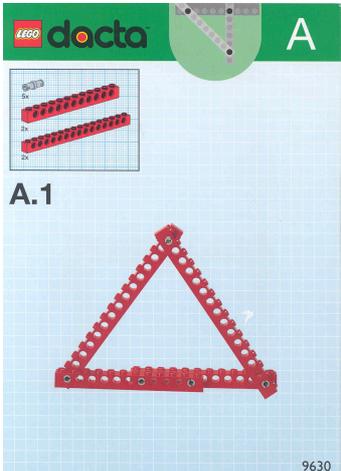
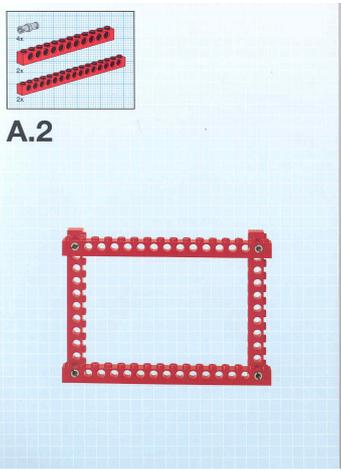
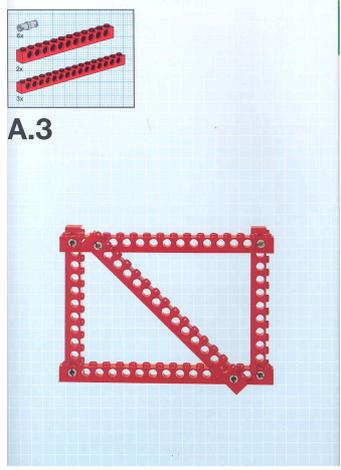
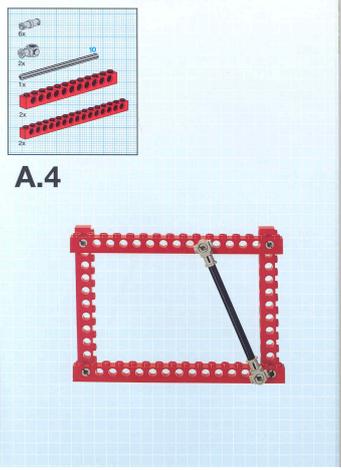
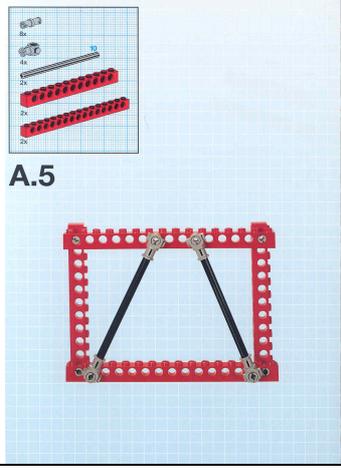
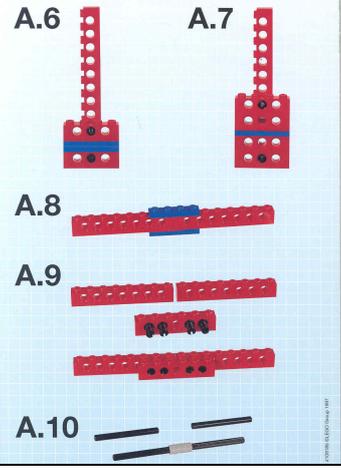
Nome: _____ série: _____

1- O que é Tecnologia?

2- Quais recursos tecnológicos você utiliza no seu dia-a-dia?

3- Descreva e desenhe as montagens realizadas. Funcionaram? Justifique.

ANEXO 5 – FICHA A

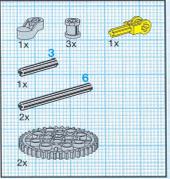
 <p>LEGO docta A</p> <p>A.1</p> <p>9630</p>	 <p>A.2</p>
 <p>A.3</p>	 <p>A.4</p>
 <p>A.5</p>	 <p>A.6 A.7</p> <p>A.8</p> <p>A.9</p> <p>A.10</p>

ANEXO 6 – FICHA D

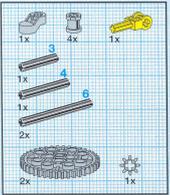
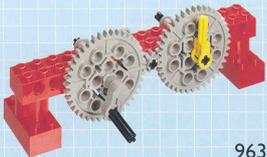
LEGO dacta **D**



D.1

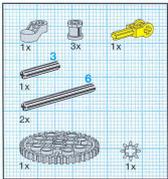
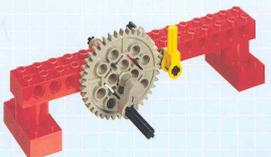



D.2

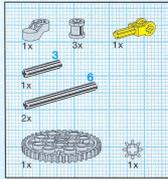
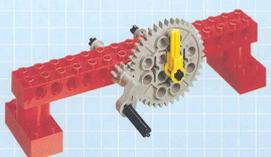



9630

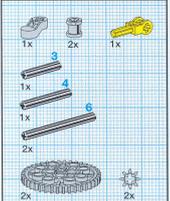
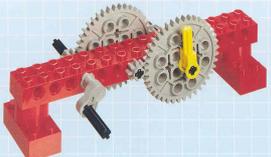
D.3

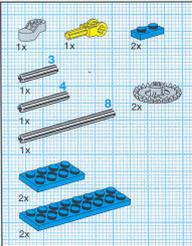
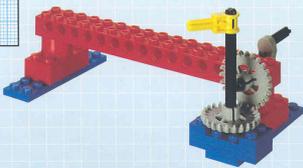
D.4

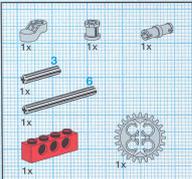
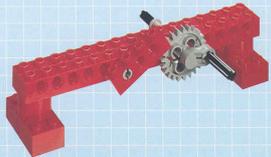
D.5

D.6

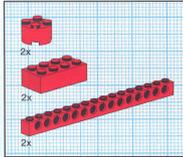
D.7

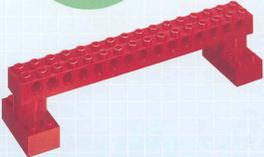



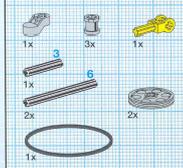
© 1997 LEGO Group

ANEXO 7 – FICHA E

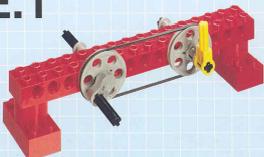




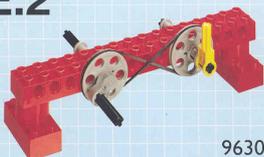




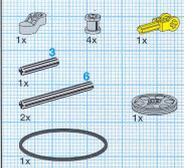
E.1



E.2

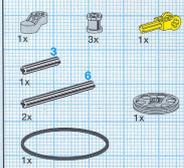


9630

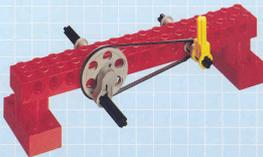


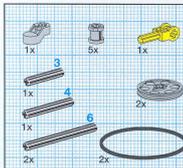
E.3





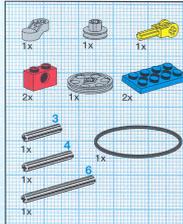
E.4



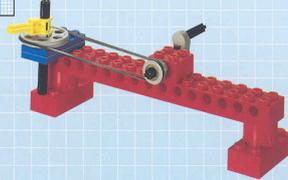


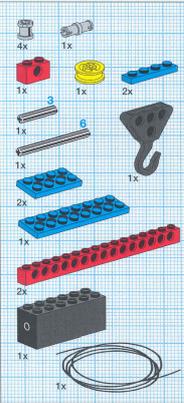
E.5



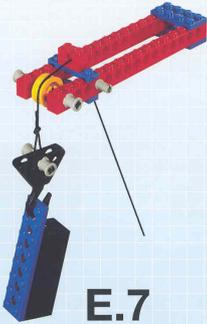


E.6





E.7





E.8



© 1997 LEGO Group

ANEXO 8 – KIT ROBO LAB MINDSTORM



O RCX e o Software Robolab





5 a 7 série - 2003

O RCX é um bloco programável da LEGO usado para criar, construir e programar robôs (é um microcomputador).



O RCX pode ser programado para interagir com o meio através de uma variedade de sensores e peças: como lâmpadas e motores.

Sensores de luz



Sensores de ângulo



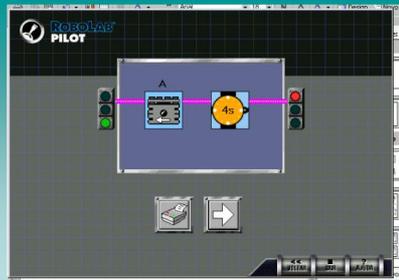
Sensores de toque



Sensores de temperatura



Nível: Pilot 1



RCX



TELA



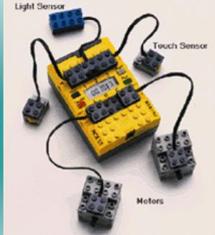


MOTORES

O RCX tem:

- 3 portas de saída (A, B e C)
- 3 portas de entrada (1,2 e 3)
- 4 botões de controle,
- 1 tela,
- 1 conector AC,
- 1 transmissor/receptor infravermelho.

O robô funciona com 6 pilhas.



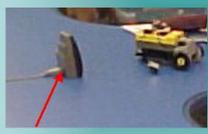
ROBO LAB

Você pode programar seus robôs através do software ROBO LAB, conectado a um transmissor que emite raios infravermelhos.

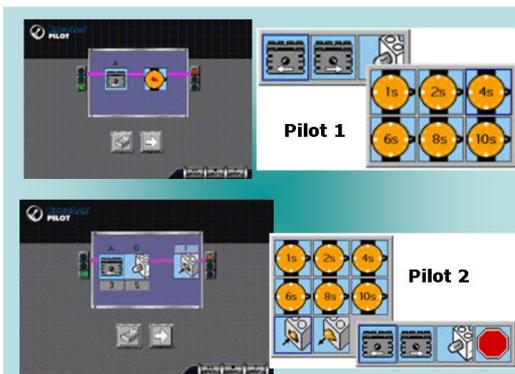


PILOT

Depois de alterados os comandos, esses são mandados ao RCX por raios infravermelhos.

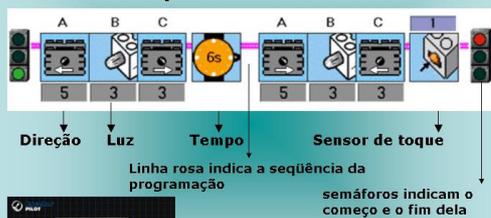



Transmissor e cabo infravermelho

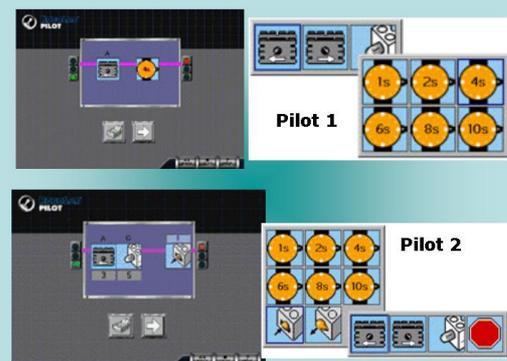


PILOT

Exemplo de comandos do Pilot:



Depois de alterados os comandos, esses são mandados ao RCX por raios infravermelho.

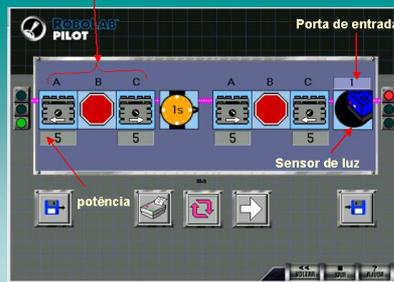


INVENTOR



O inventor permite montar os comandos livremente sem seqüências e/ou número de passos pré estabelecidos.

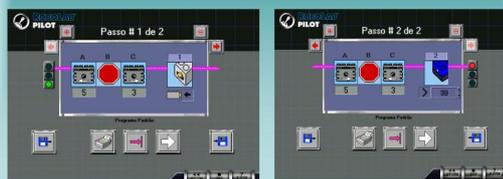
Portas de saída Pilot 3



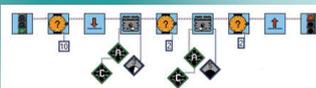
Pilot 4

O programa padrão (modelo) do Pilot 4 permite realizar um número ilimitado de passos sequenciais. Somente um passo fica visível na tela do computador de cada vez.

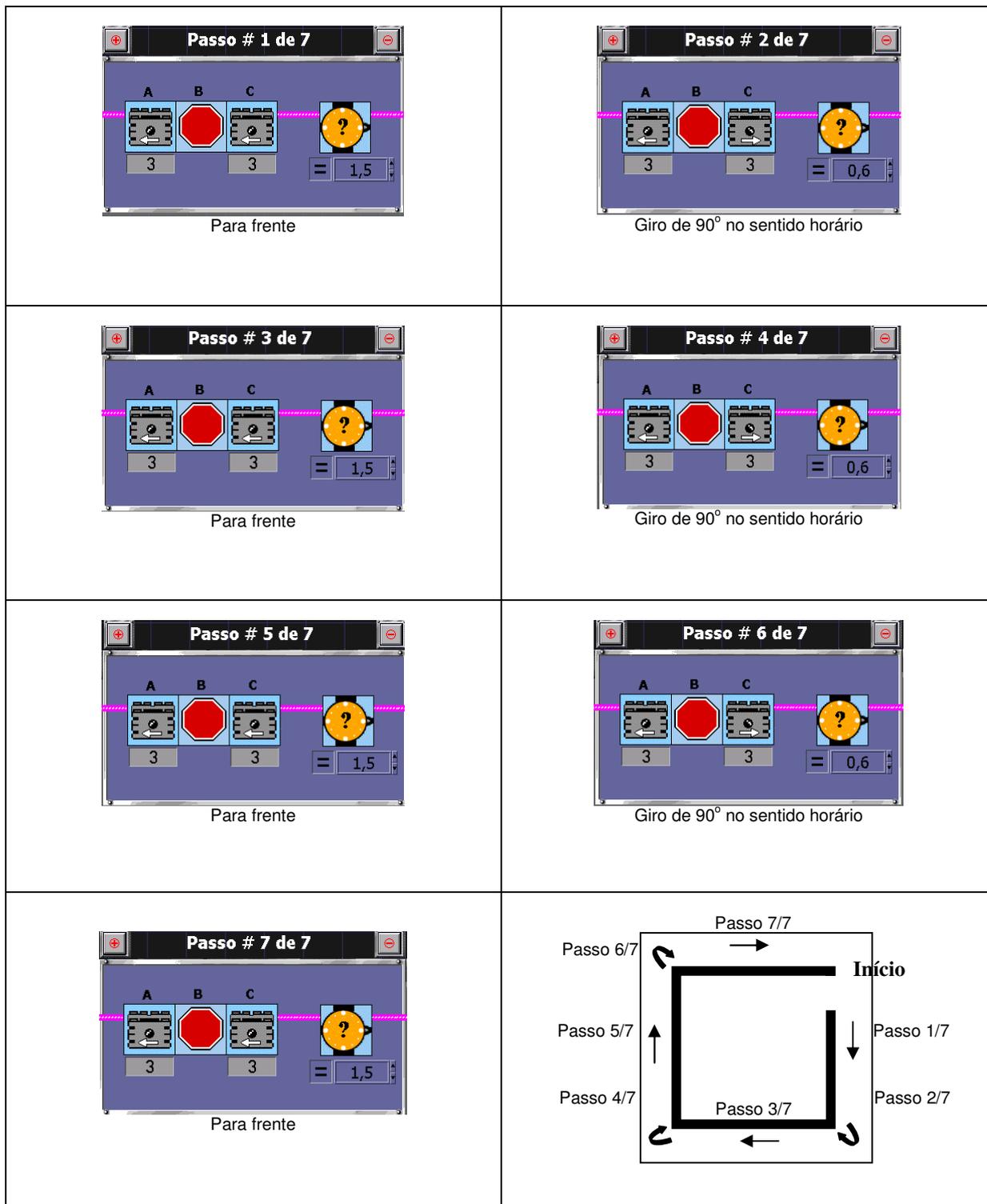
No exemplo, o programa começa com dois passos: ligar o Motor A, nada em B e o Motor C até que o sensor de toque seja pressionado; o segundo, inverte a direção dos Motores A e C, e funcionam até que o sensor de luz (luminosidade) da Porta 2 leia um valor maior que 39.



Comandos do Inventor



ANEXO 9 – EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO SIMÉTRICA



**ANEXO 10 – RESPOSTAS DOS ALUNOS PARA A PRIMEIRA ATIVIDADE DE
SONDAGEM EM PAPEL E LÁPIS**

Alexandre

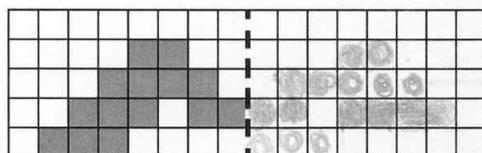
Série: 3^o/4Idade: 10Simetria

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

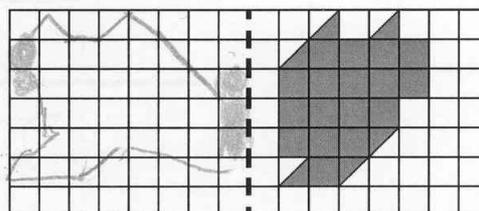
não sei nada

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

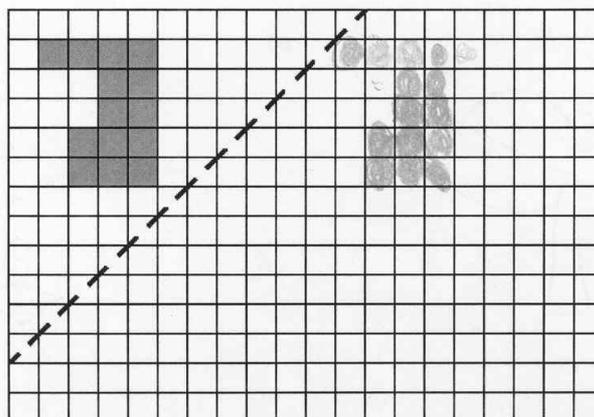
a)



b)

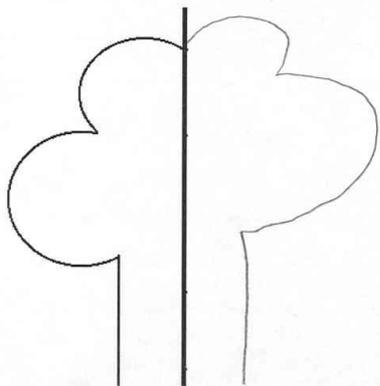


c)

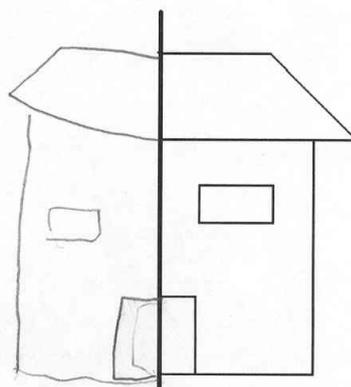


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

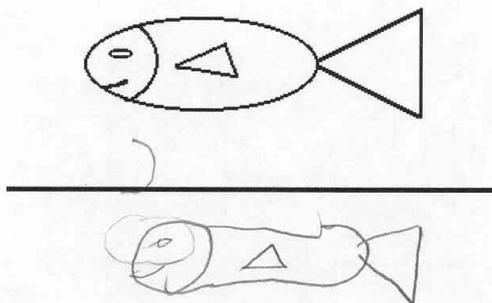
a)



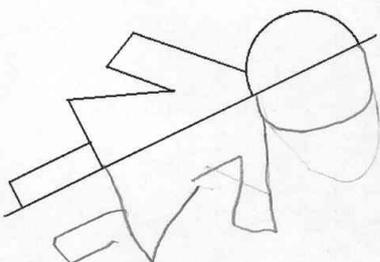
b)



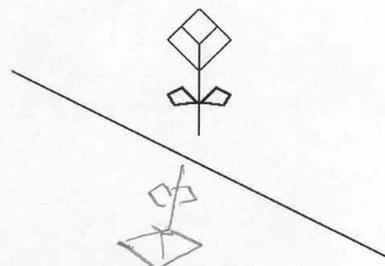
c)



d)



e)



Cassio

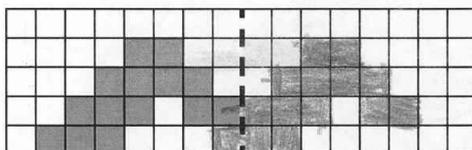
Série: 567Idade: 7**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

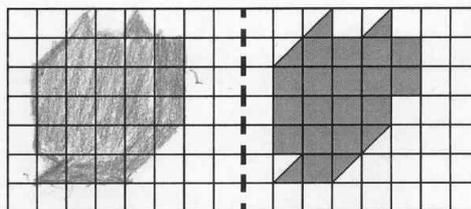
Eu não sei

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

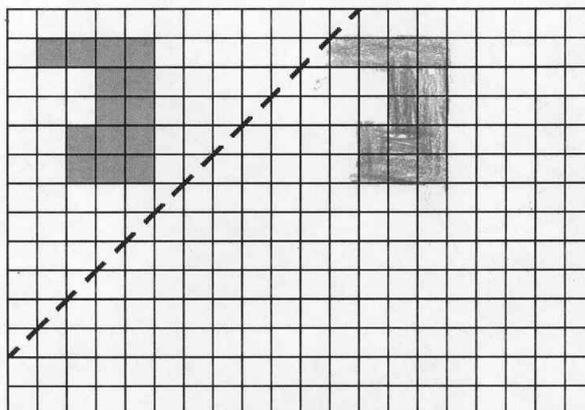
a)



b)

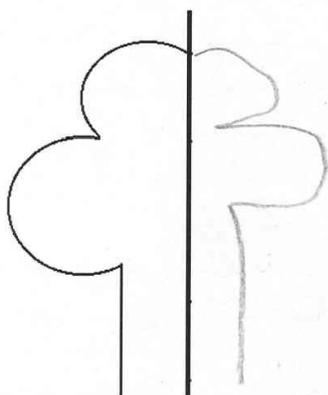


c)

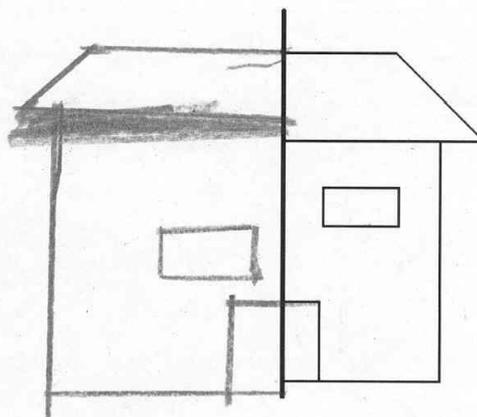


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

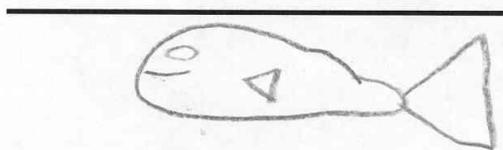
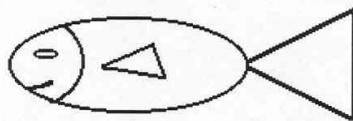
a)



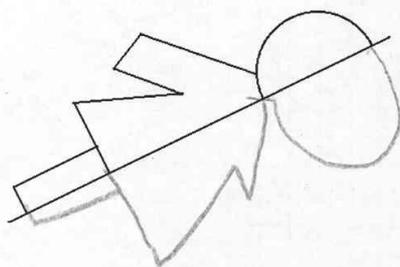
b)



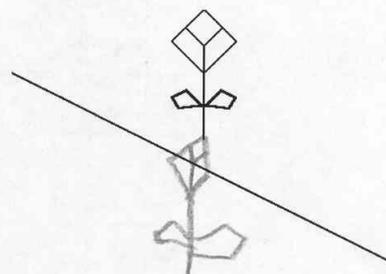
c)



d)



e)



Evandro

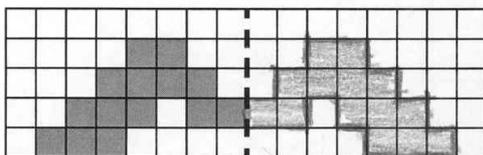
Série: 4º IIdade: 10**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

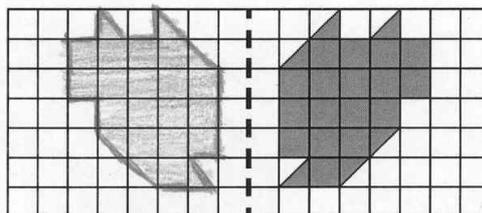
Não sei nada.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

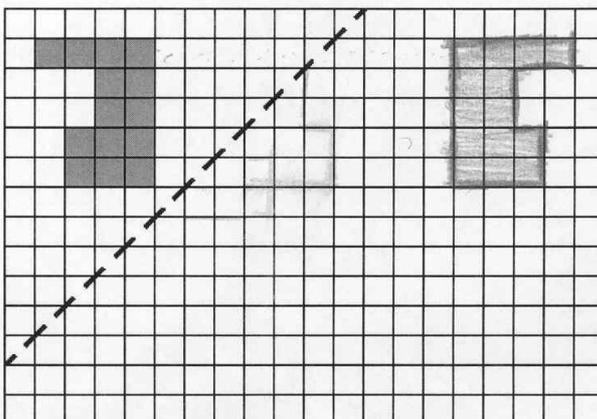
a)



b)

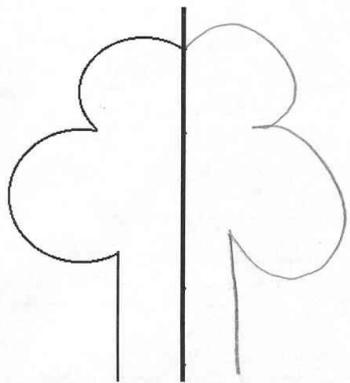


c)

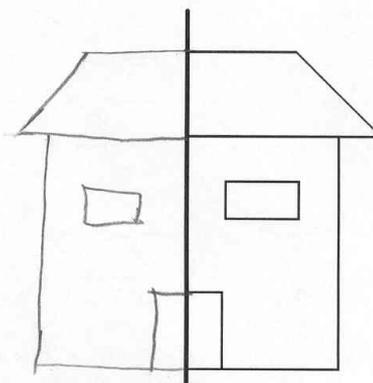


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

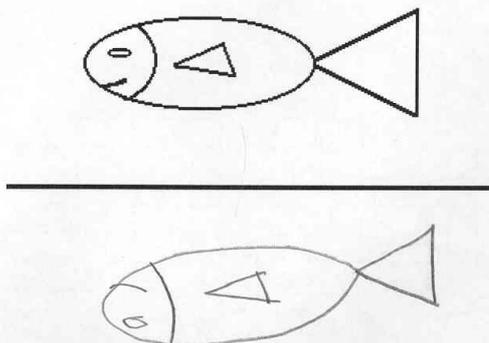
a)



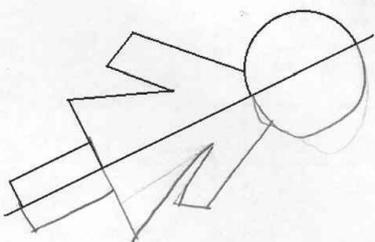
b)



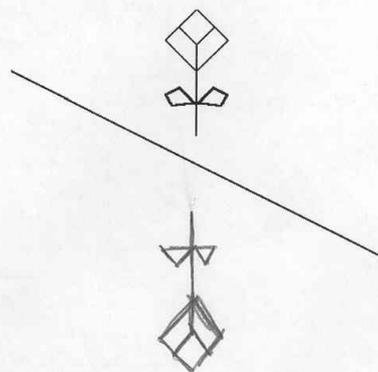
c)



d)



e)



Fabio

Série: 7^o IIdade: 13**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

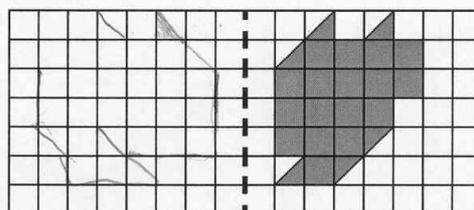
Esqueci o que é isso

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

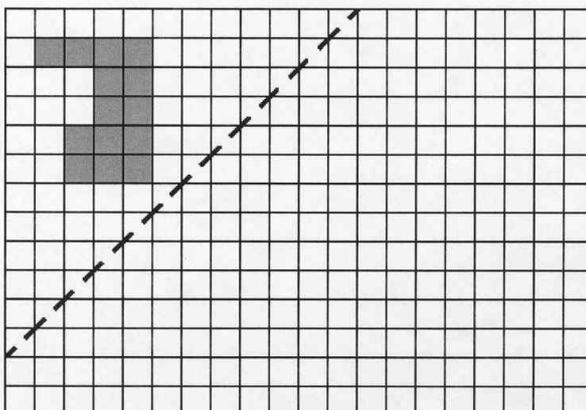
a)



b)

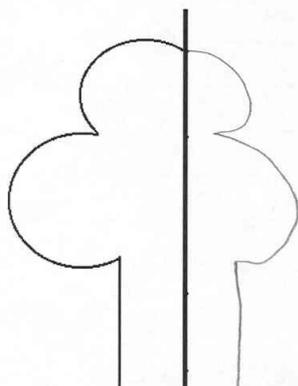


c)

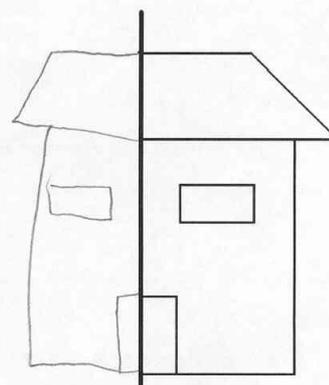


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

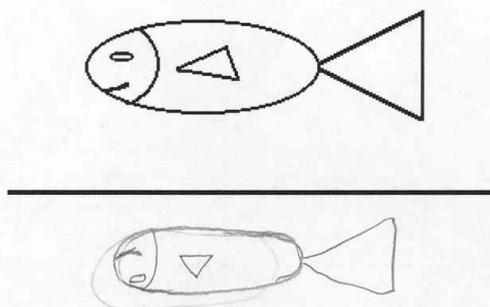
a)



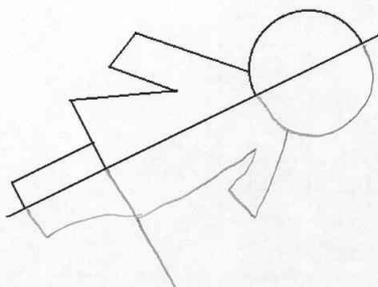
b)



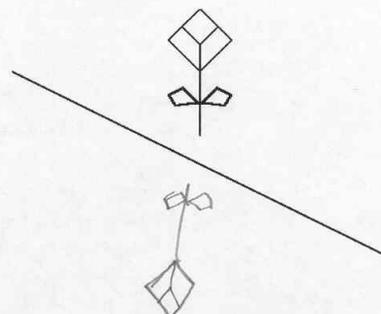
c)



d)



e)



Geraldo

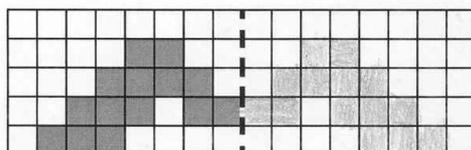
Série: 3ª sérieIdade: 9 anos**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

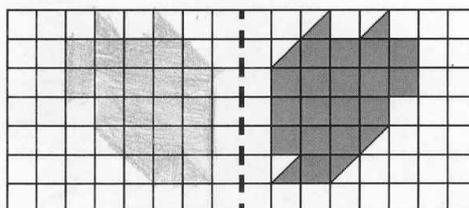
Em espelho

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

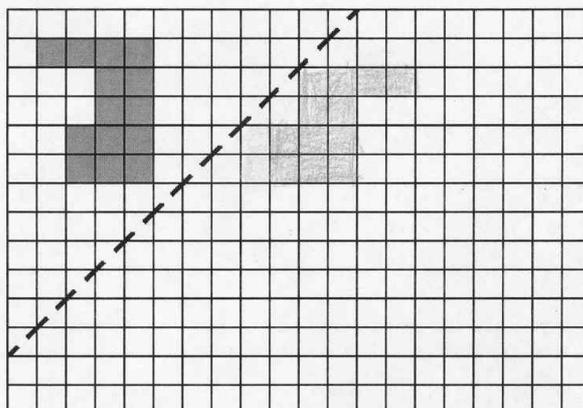
a)



b)

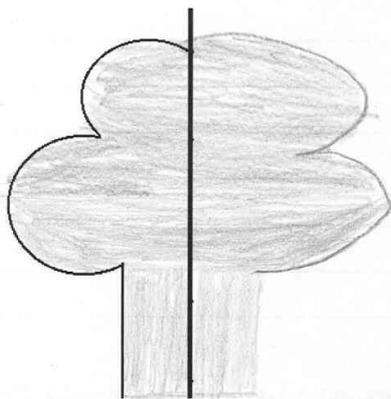


c)

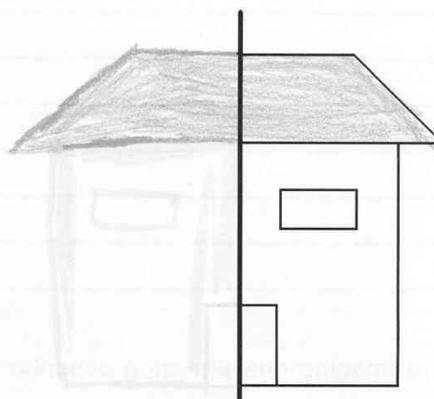


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

a)



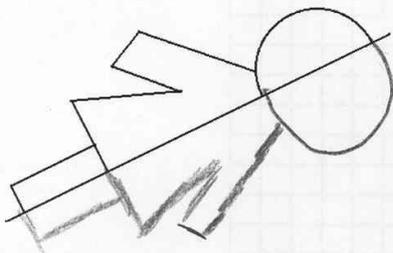
b)



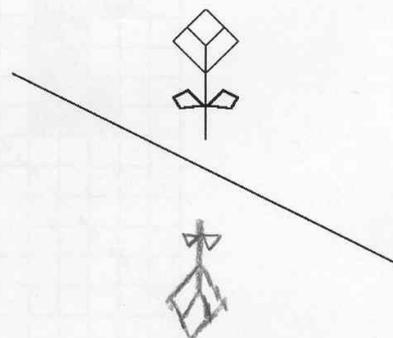
c)



d)



e)



Getúlio

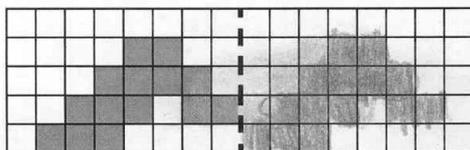
Série: 3^o GIdade: 4**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

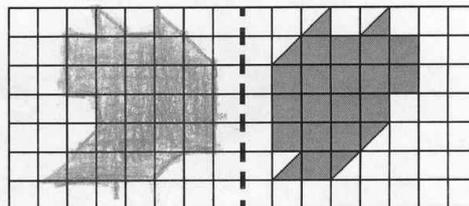
Eu não sei nada sobre simetria.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

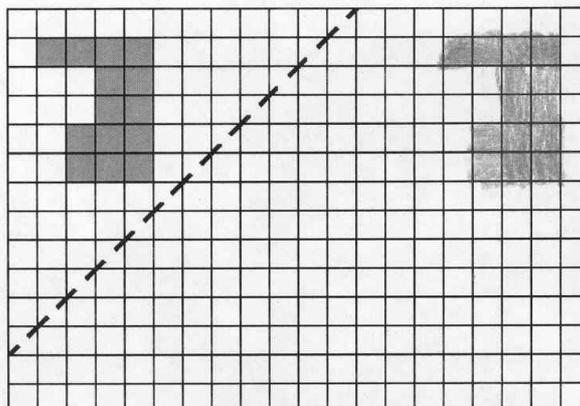
a)



b)

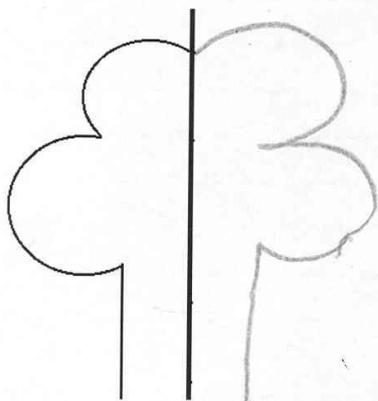


c)

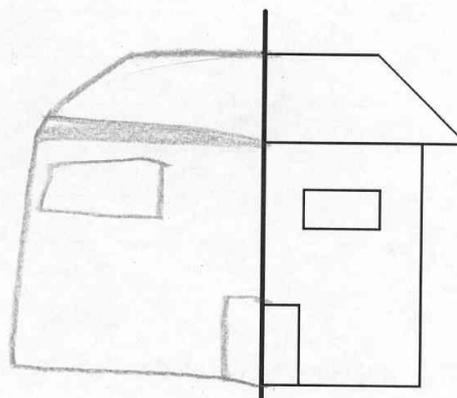


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

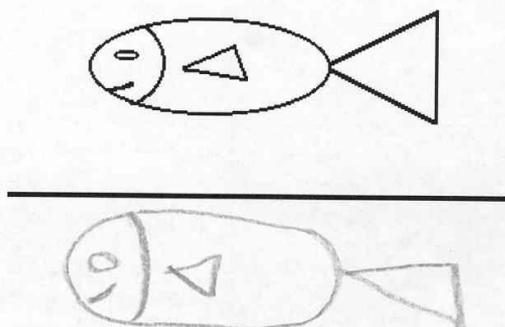
a)



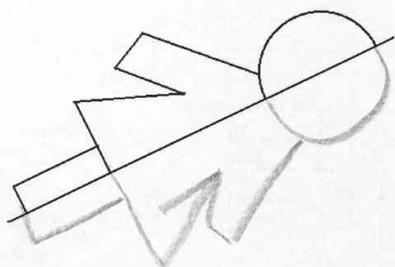
b)



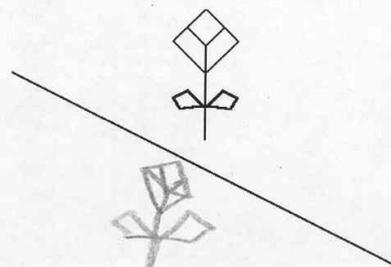
c)



d)



e)



Giovani

Série: 3º L

Idade: 9

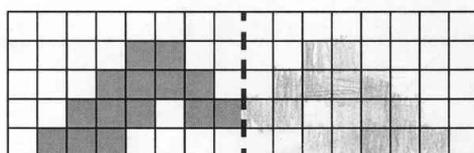
Simetria

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

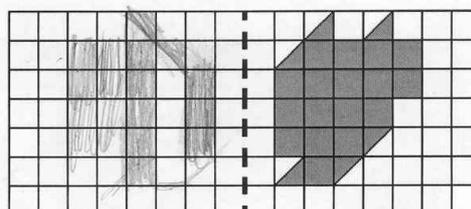
mão *plano* *modo*

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

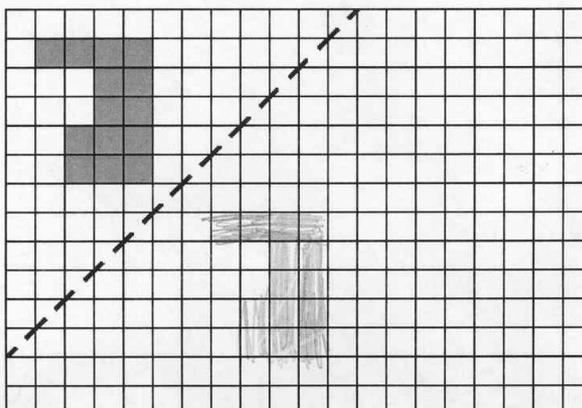
a)



b)

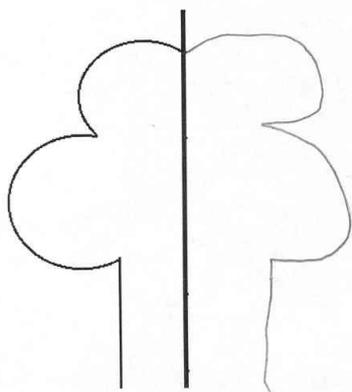


c)

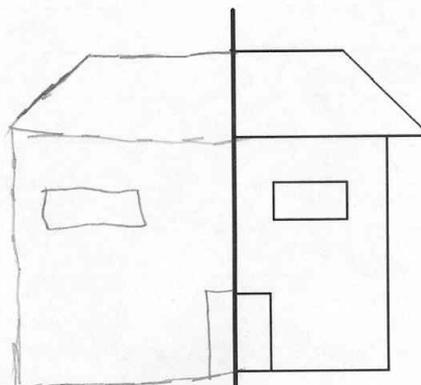


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

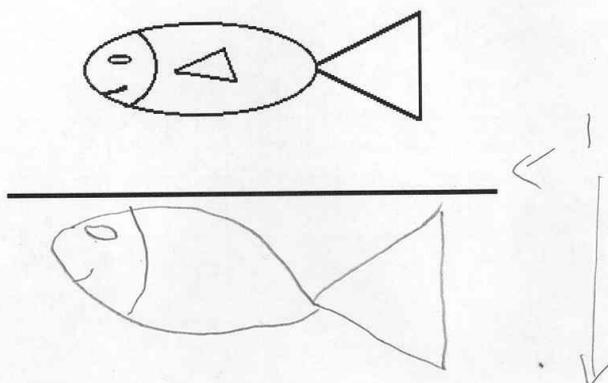
a)



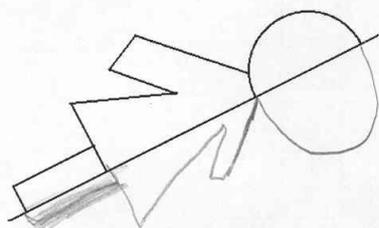
b)



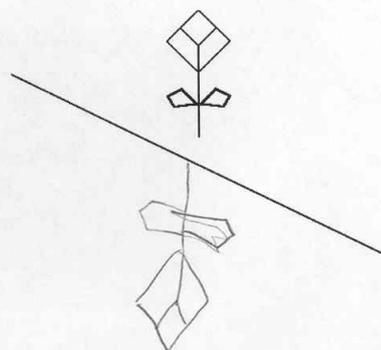
c)



d)



e)



Guilherme

Série: 7^oIdade: 13**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

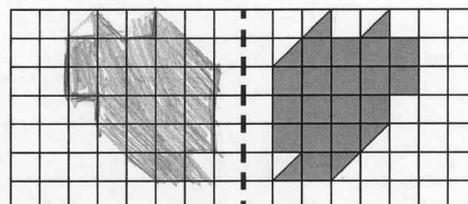
Eu sei que simetria é a parte da figura dividida em 2, isto é, igual das 2 partes, em espelho e a parte simétrica.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

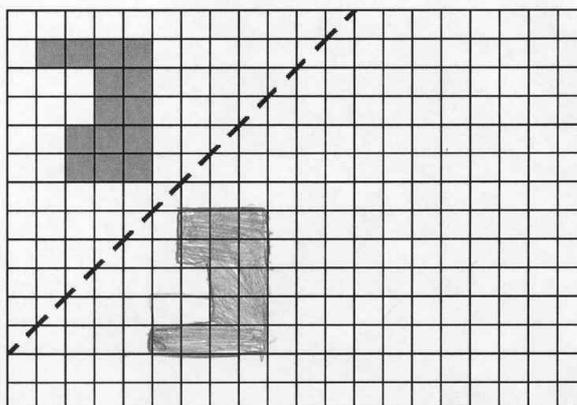
a)



b)

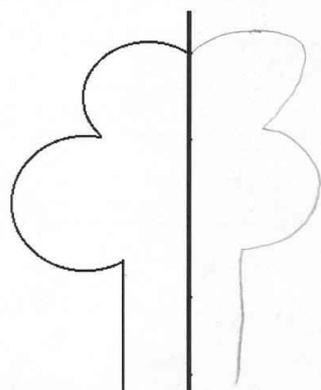


c)

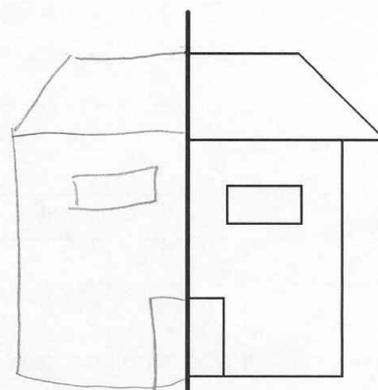


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

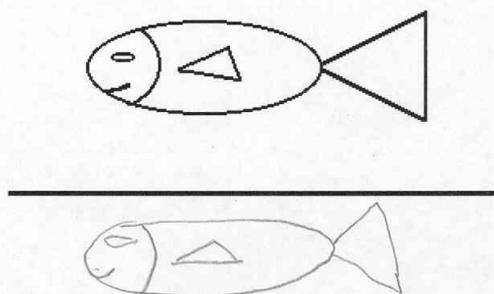
a)



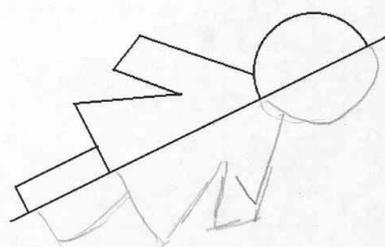
b)



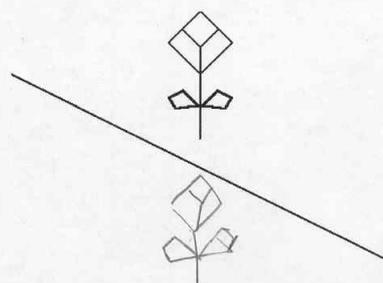
c)



d)



e)



Isabel

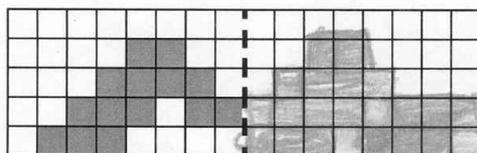
Série: 3ª JIdade: 8**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

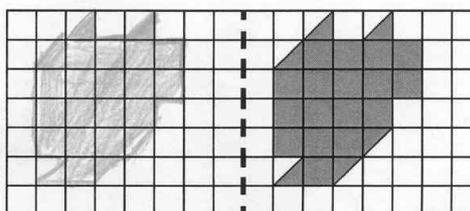
Eu não sei.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

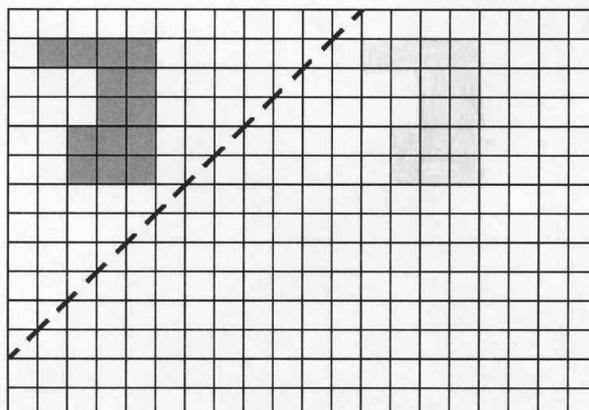
a)



b)

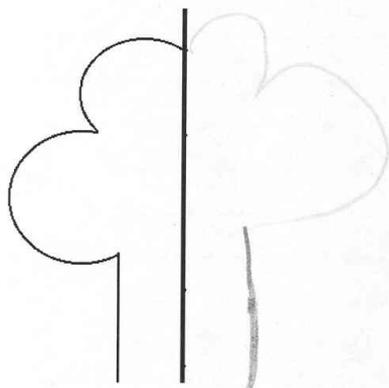


c)

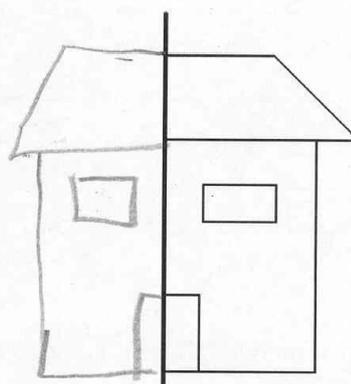


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

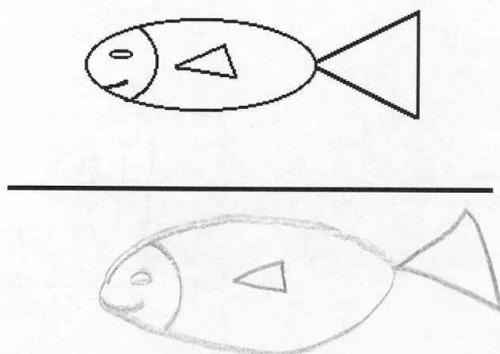
a)



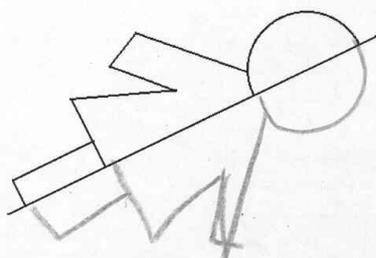
b)



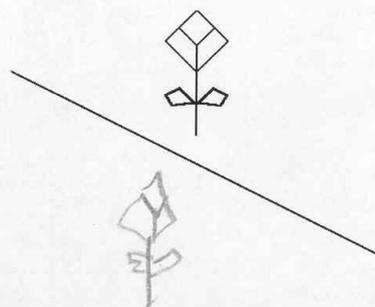
c)



d)



e)



Luis

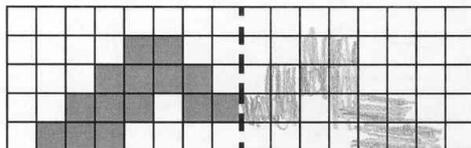
Série: 5^a 7Idade: 7^a**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

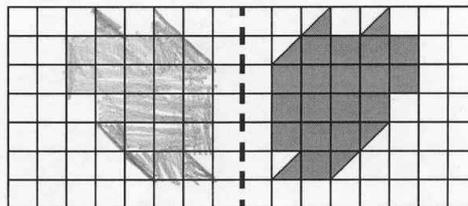
Simetria é tudo que tem de um lado tem o
outro

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

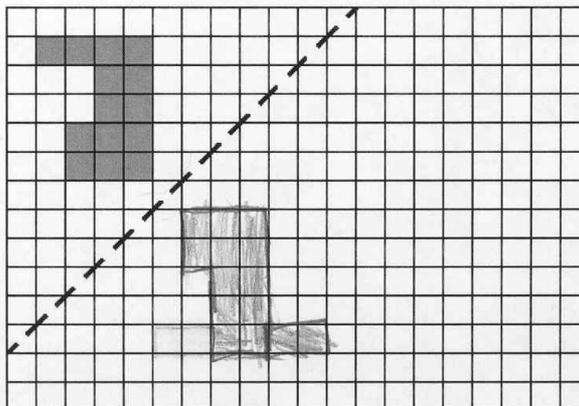
a)



b)

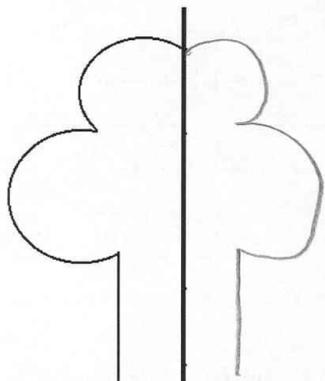


c)

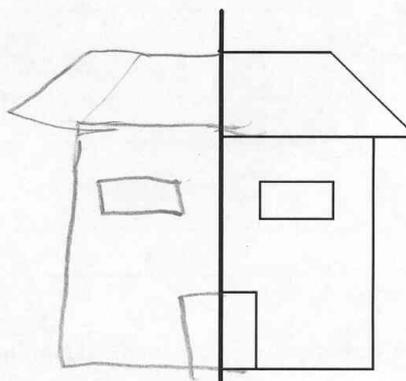


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

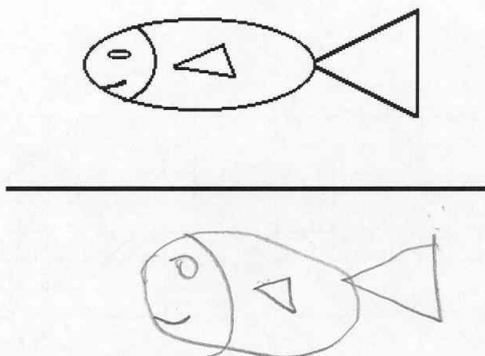
a)



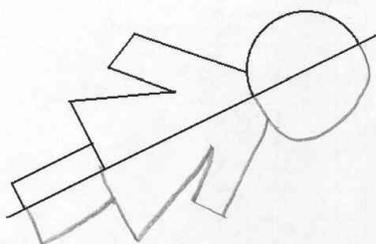
b)



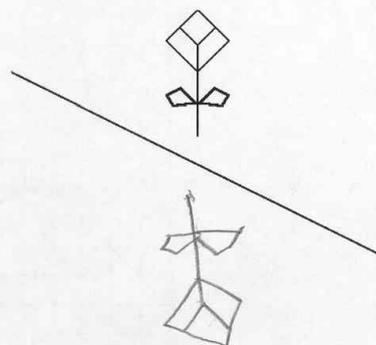
c)



d)



e)



Manoela

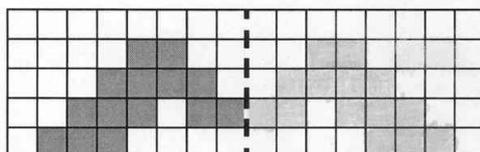
Série: 4^o série IIdade: 10**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

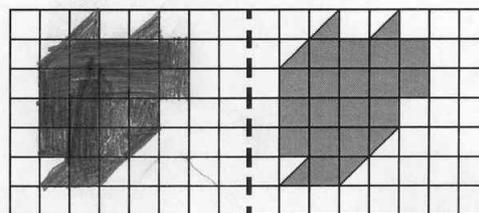
Eu não sei.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

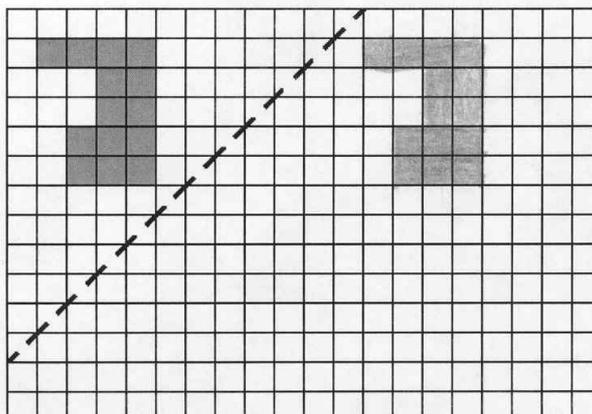
a)



b)

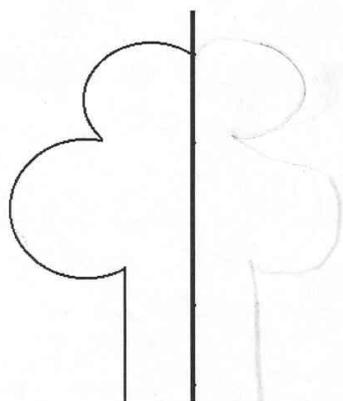


c)

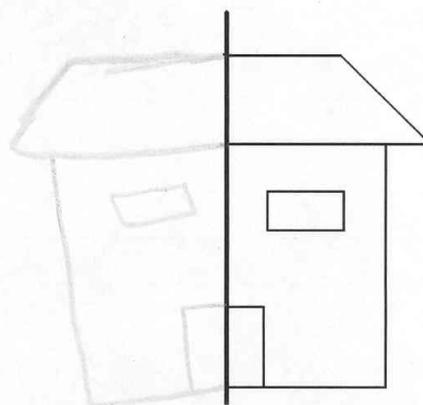


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

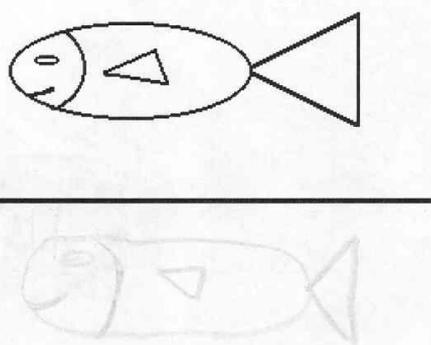
a)



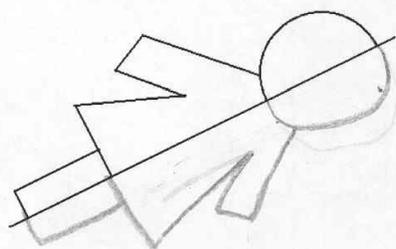
b)



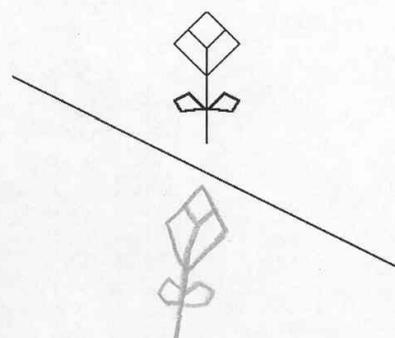
c)



d)



e)



Roberto

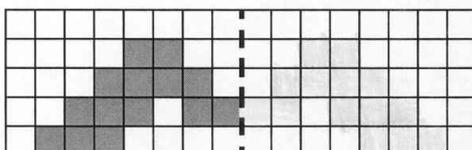
Série: IIdade: 10**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

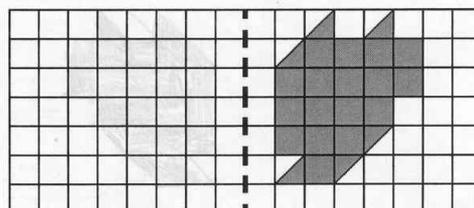
Simetria é a parte da matemática em que você tem de fazer exatamente uma outra figura. A simetria é usada para fazer muitas coisas, ela é simples e eficaz, todo mundo usa a simetria em seu dia a dia!

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

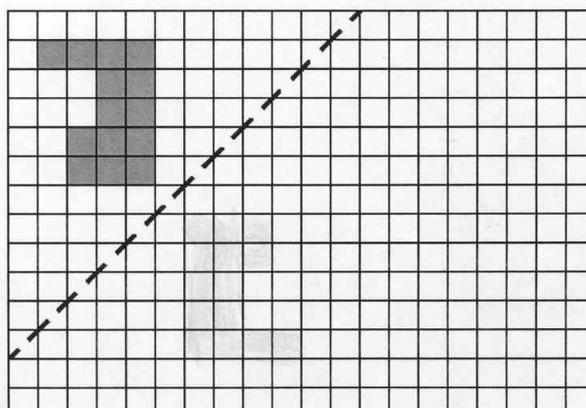
a)



b)

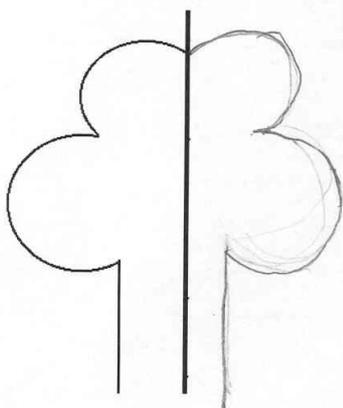


c)

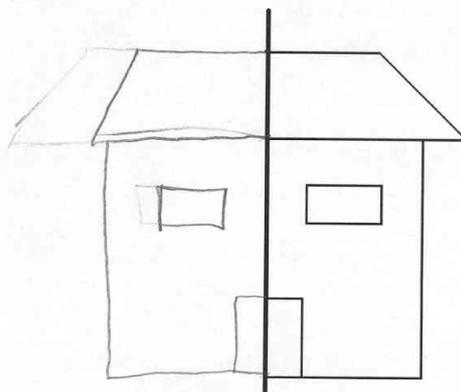


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

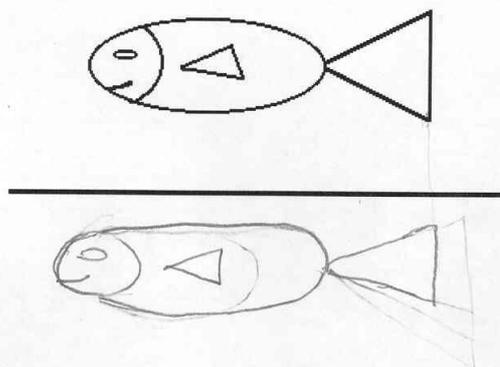
a)



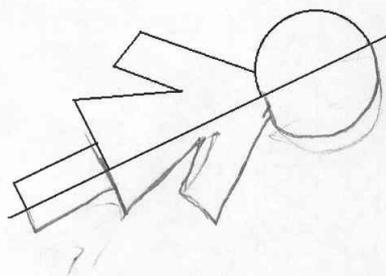
b)



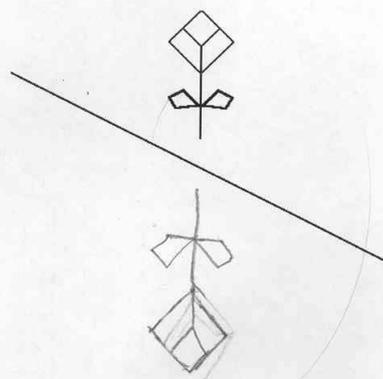
c)



d)



e)



Rogério

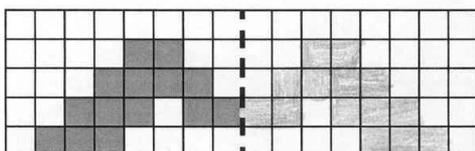
Série: 86^oIdade: 9**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

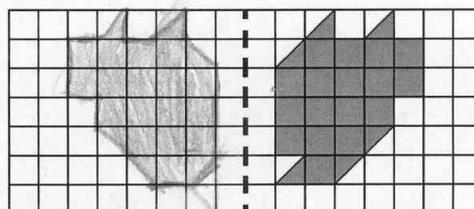
Eu acho que simetria é Eu espelho e que é simetria.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

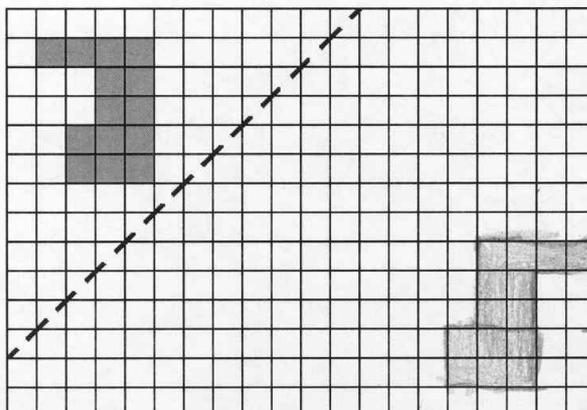
a)



b)

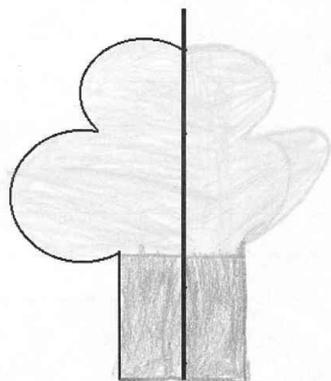


c)

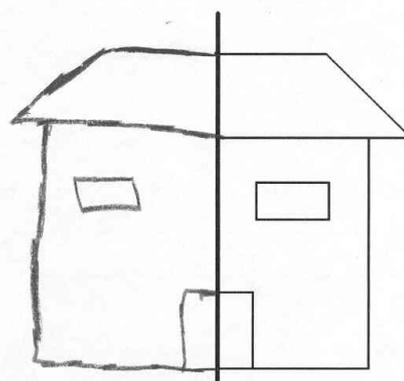


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

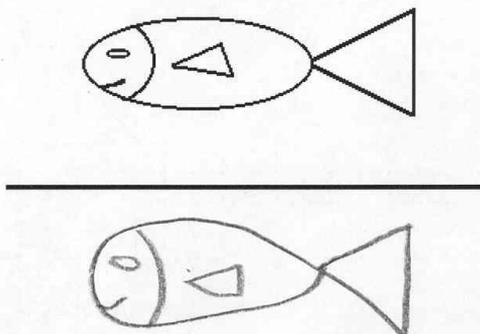
a)



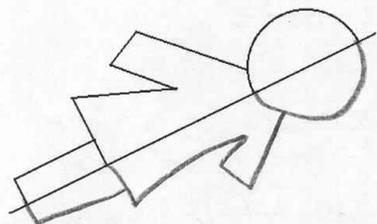
b)



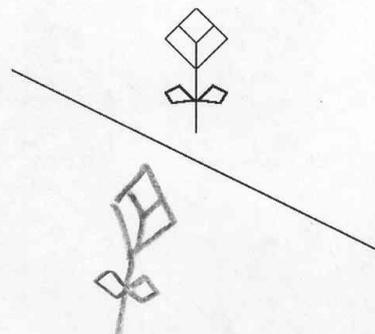
c)



d)



e)



Ronaldo

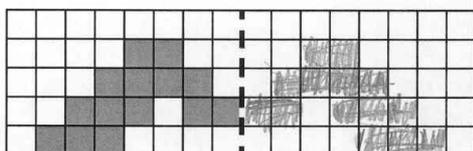
Série: 5^ªMIdade: 11Simetria

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

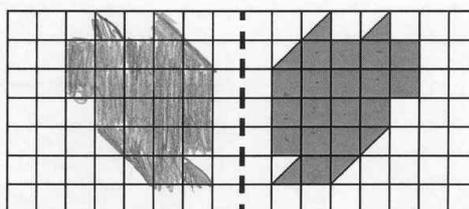
SIMETRIA É UMA COISA (OU ANIMAL) QUE, DIVIDIDA AO MEIO TEM OS DOIS LADOS IGUAIS. TEM A RADIAL, QUE É UM CÍRCULO, QUE É SIMÉTRICA COM QUALQUER RETA QUE PASSE PELO CENTRO.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

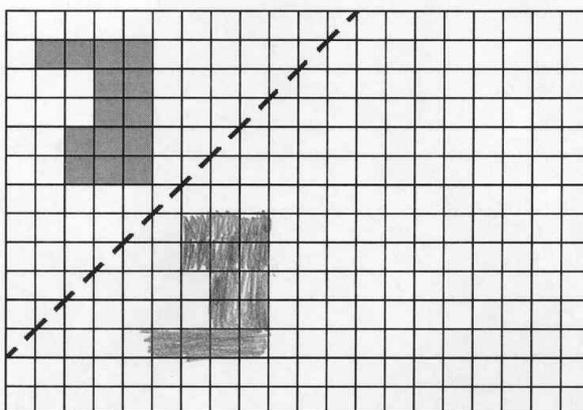
a)



b)

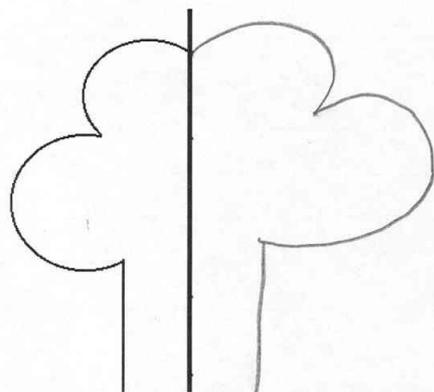


c)

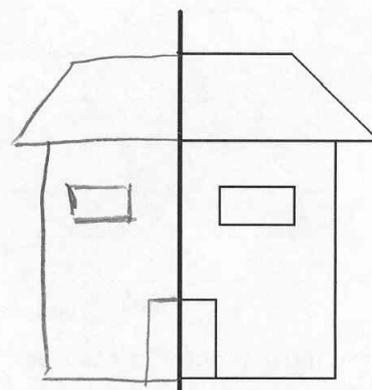


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

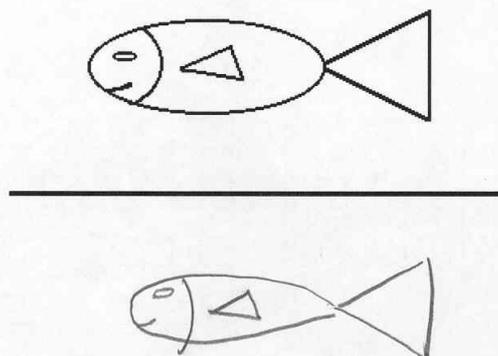
a)



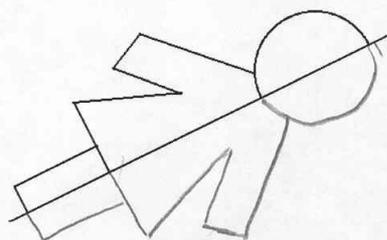
b)



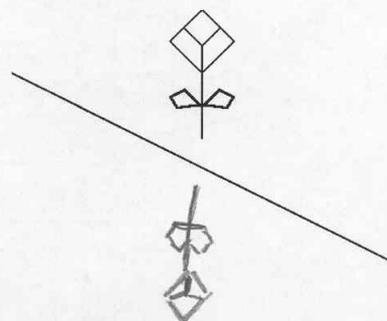
c)



d)



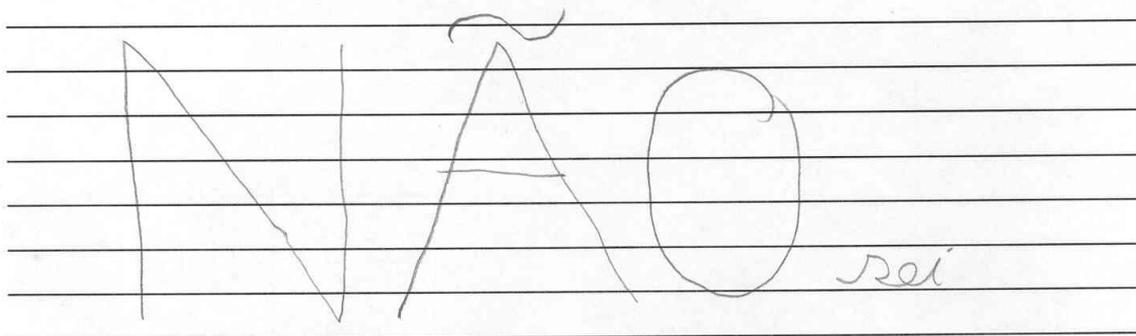
e)



Roni

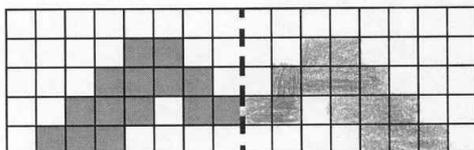
Série: 4ª KIdade: 10**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

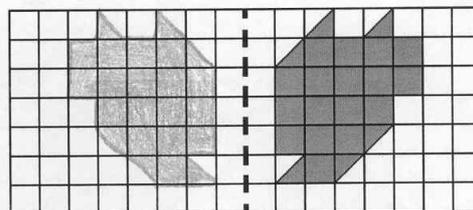


2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

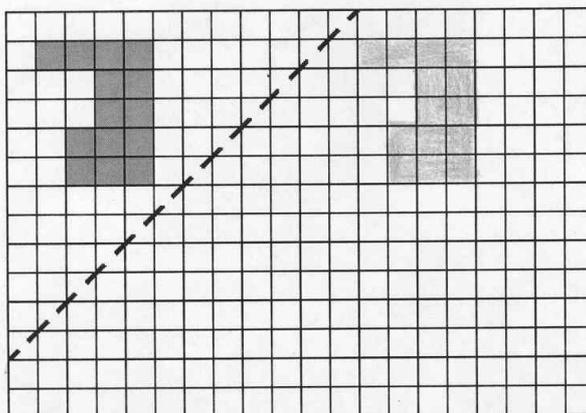
a)



b)

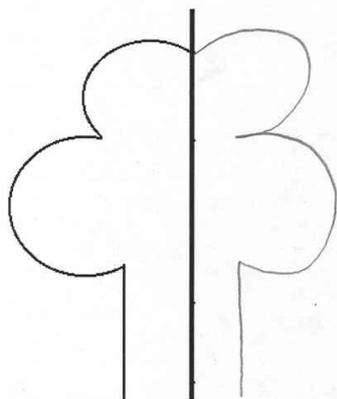


c)

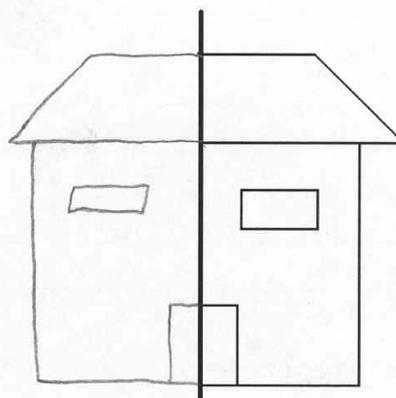


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

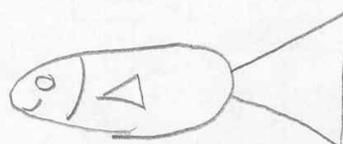
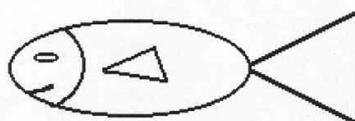
a)



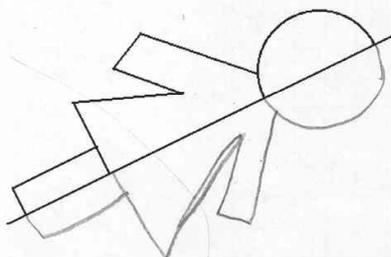
b)



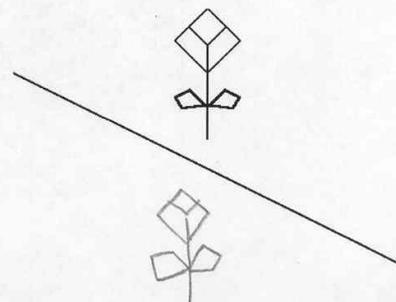
c)



d)



e)



Sandra

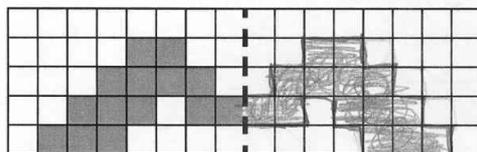
Série: 5ª JIdade: 10**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

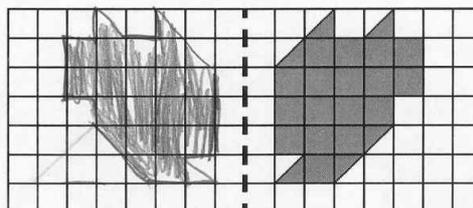
Simetria é uma figura de contê
dois lados iguais (espelho)

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

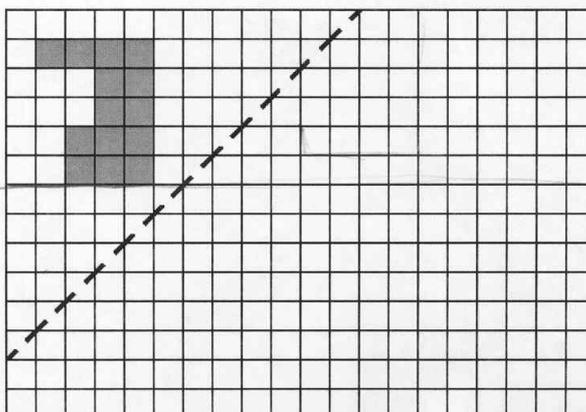
a)



b)

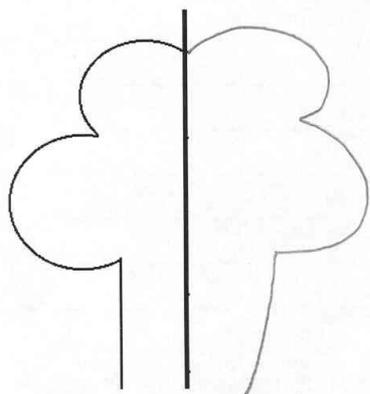


c)

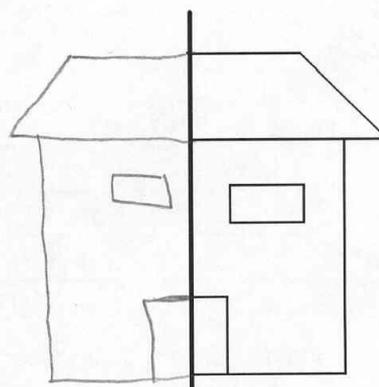


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

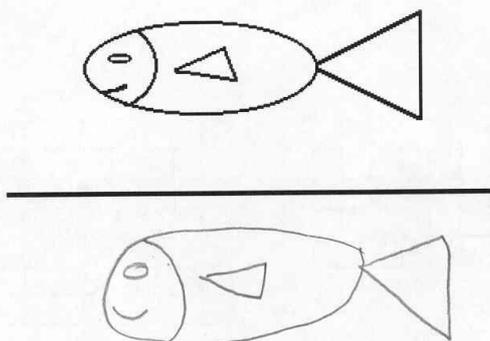
a)



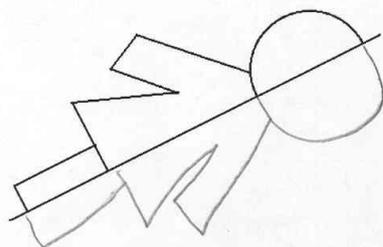
b)



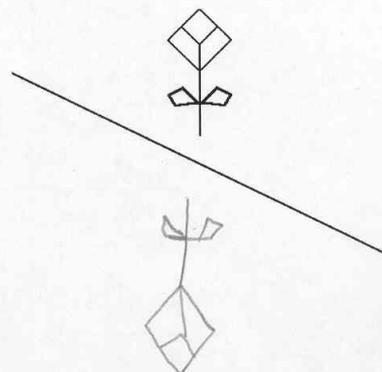
c)



d)



e)



Tadeu

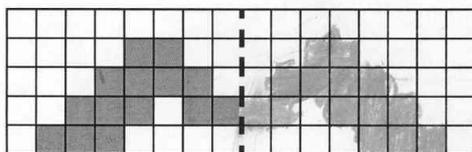
Série: 3º anoIdade: 8 anos**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

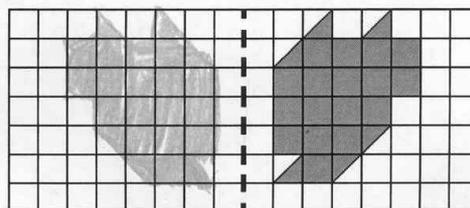
Aque em seu de simetria é: quando tem uma figura e em faces de conta que tem um espelho refletindo a figura.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

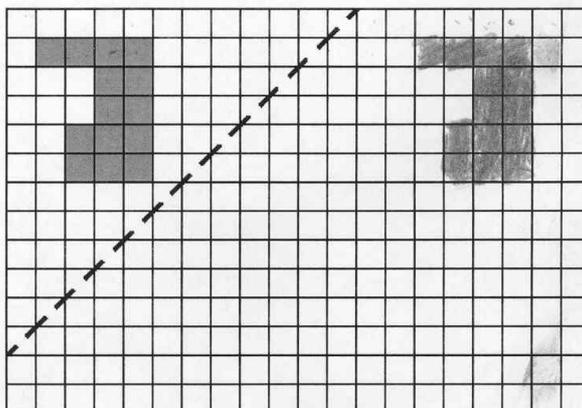
a)



b)

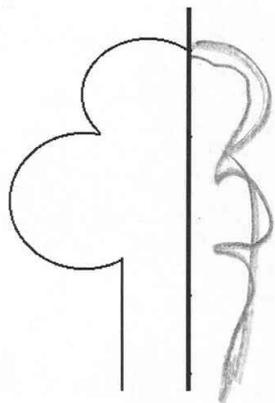


c)

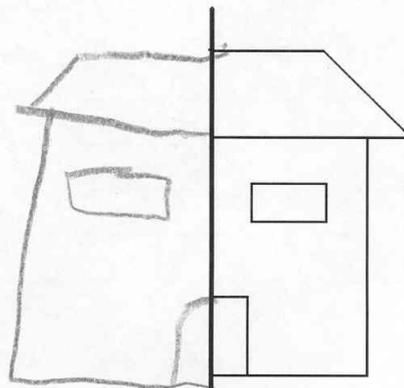


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

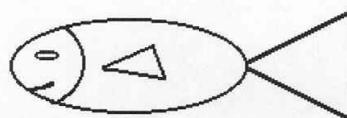
a)



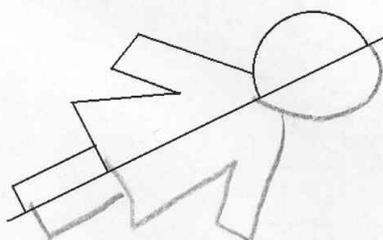
b)



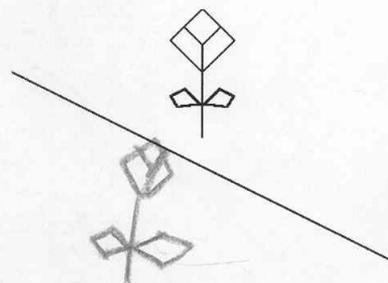
c)



d)



e)



Telma

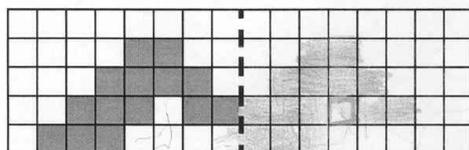
Série: 3ª gIdade: 9 anos**Simetria**

1. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria:

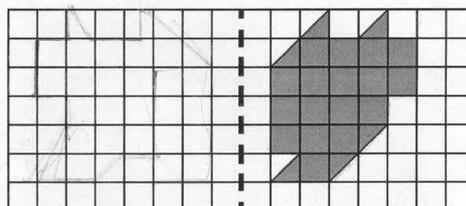
Simetria é um(a) dos conhecimentos matemáticos que consiste em um mosaico baseando-se em dois lados espelho.

2. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

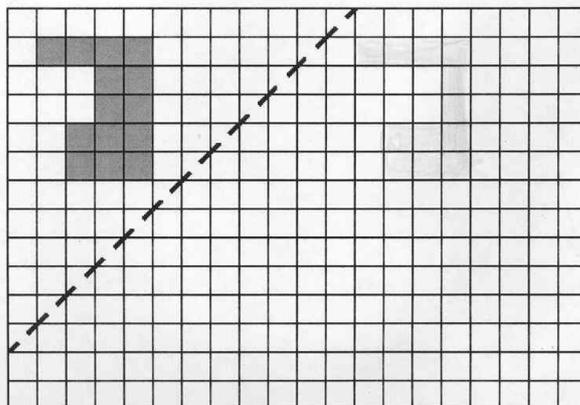
a)



b)

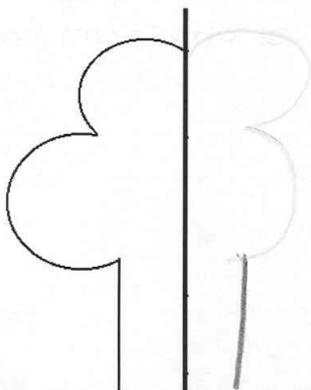


c)

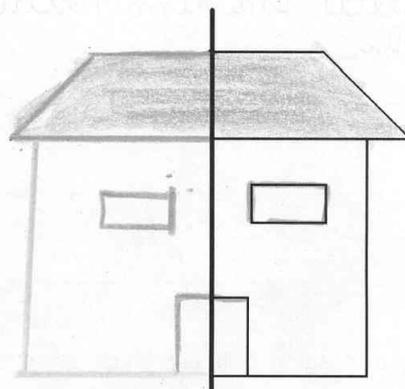


3. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical, horizontal e inclinado) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

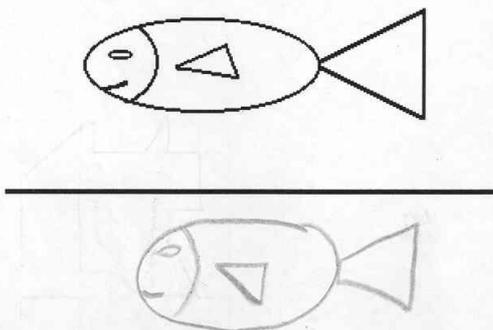
a)



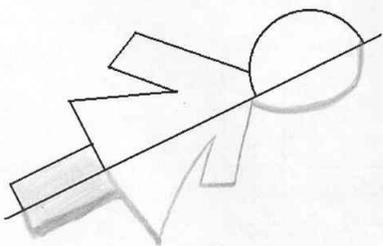
b)



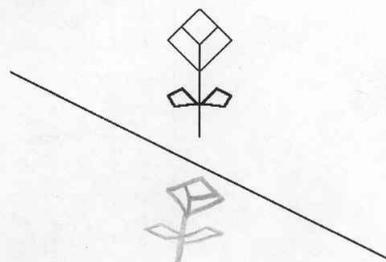
c)



d)



e)

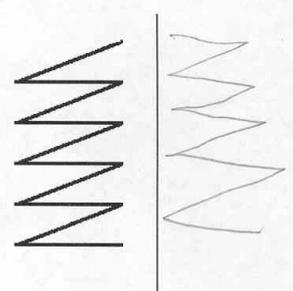
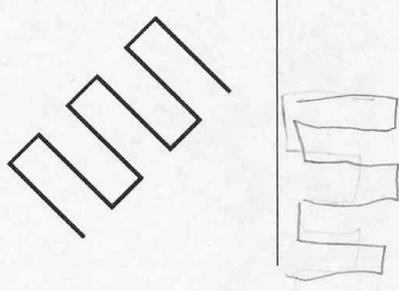
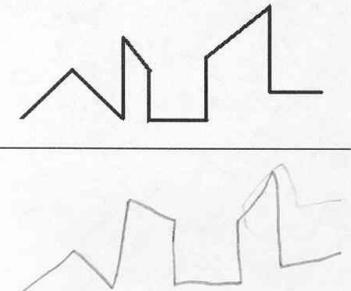
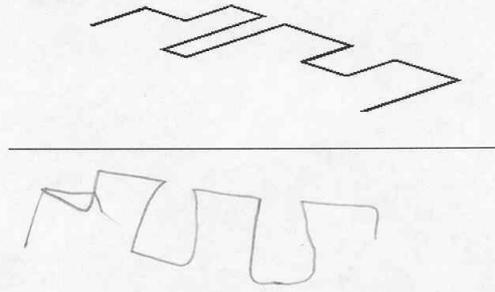
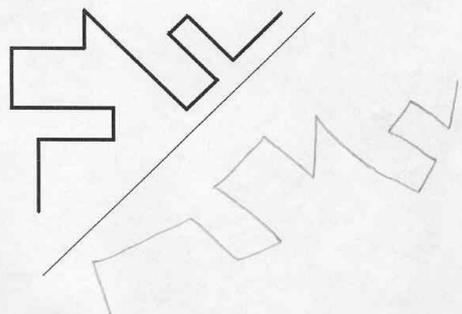
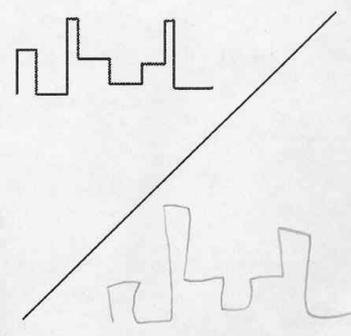


**ANEXO 11 – RESPOSTAS DOS ALUNOS PARA A SEGUNDA ATIVIDADE DE
SONDAGEM EM PAPEL E LÁPIS**

Alexandre

Série: H (394)Idade: 7-10 anos**Simetria**

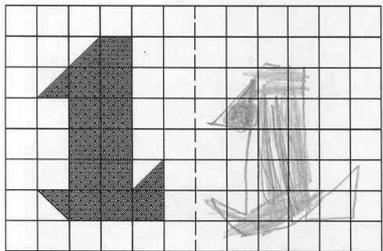
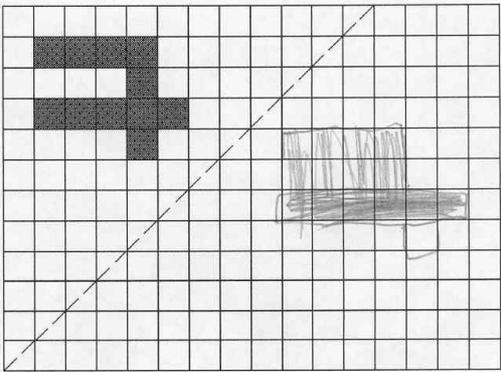
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

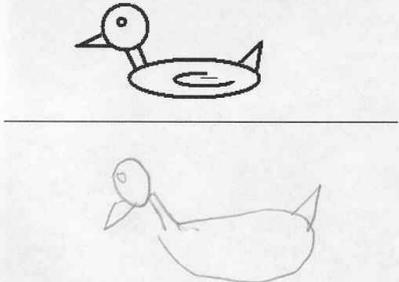
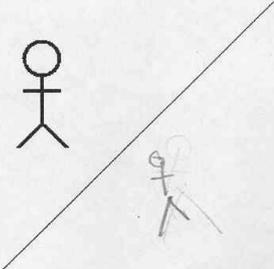
Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

uma seta

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
--	---

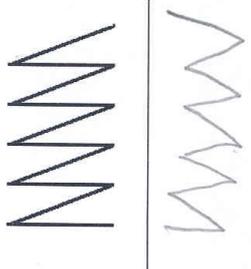
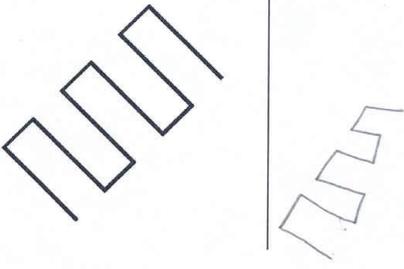
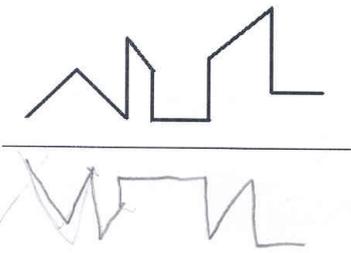
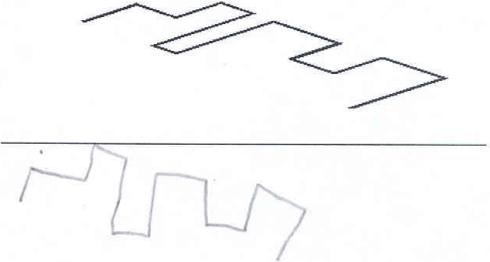
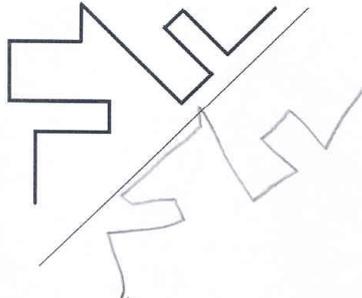
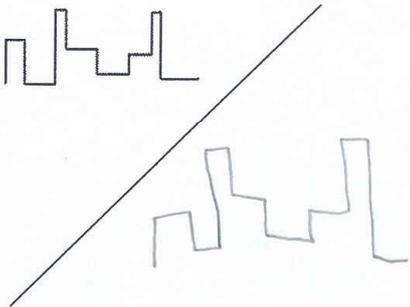
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
---	--

Cassio

Série: 3º G1Idade: 9**Simetria**

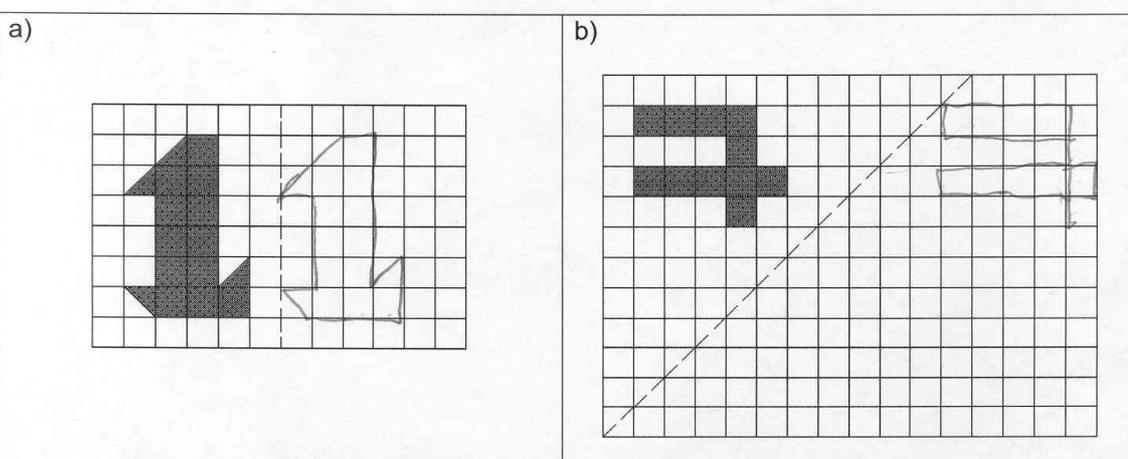
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

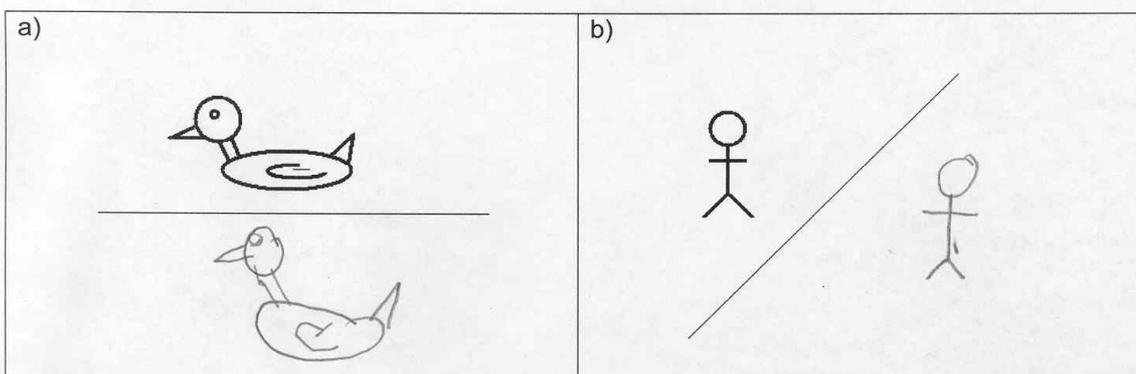
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Não sei

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



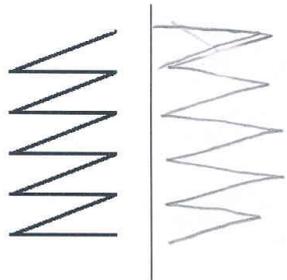
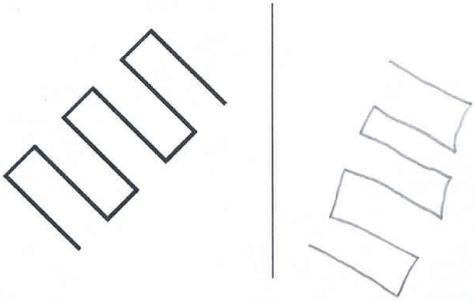
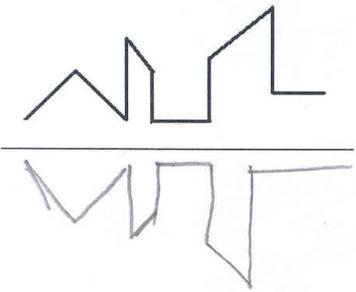
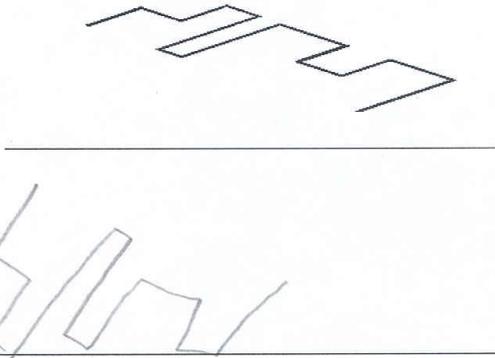
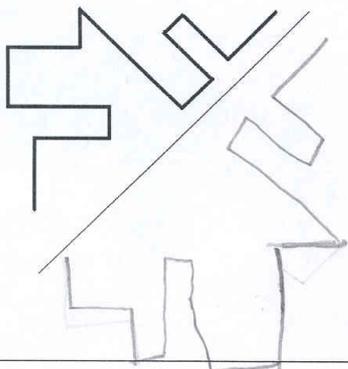
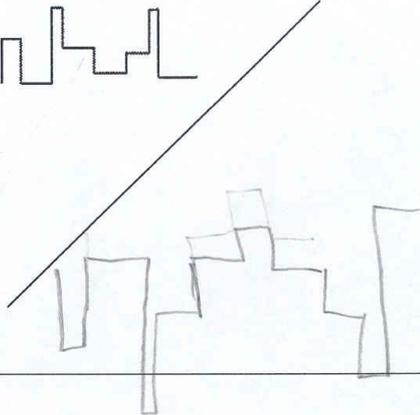
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Evandro

Série: 4ª 1Idade: 10Simetria

1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

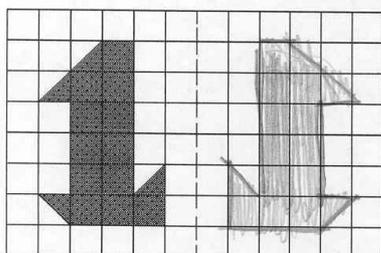
<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

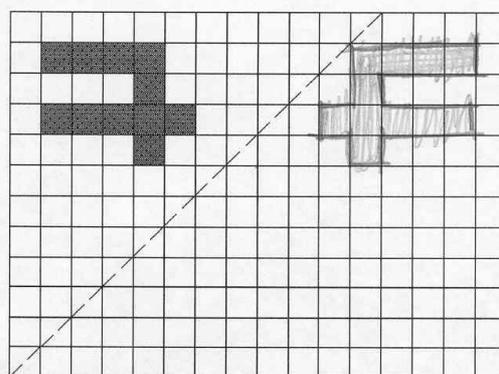
É uma coisa exatamente do contrário.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

a)

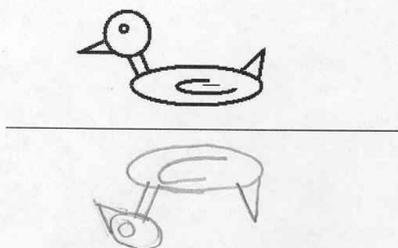


b)

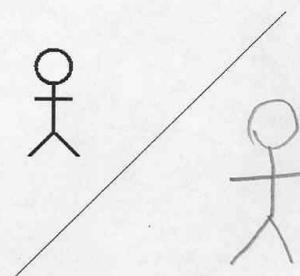


4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

a)



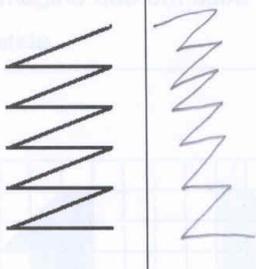
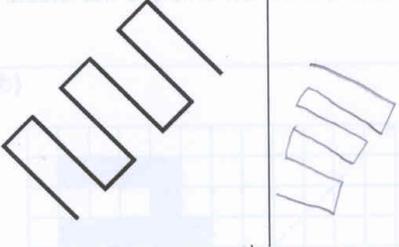
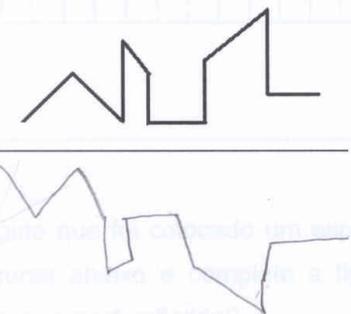
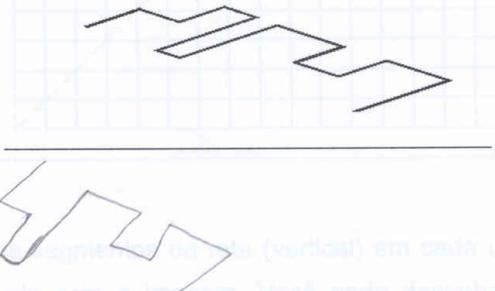
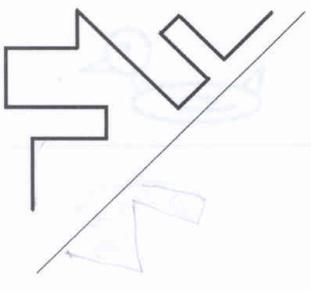
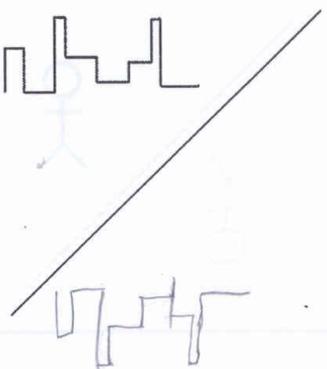
b)



Fabio

Série: 9º IIdade: 13**Simetria**

1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

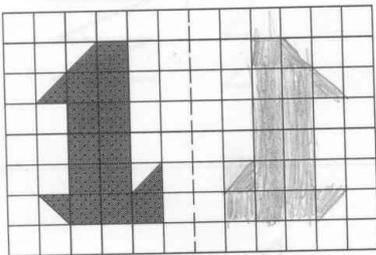
<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p>  <p><i>não sei</i></p>	<p>f)</p> 

2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

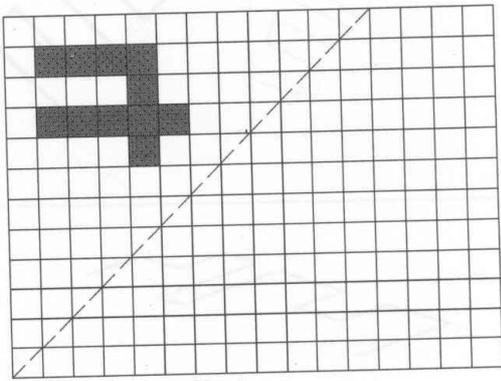
Simetria é algo que possui dois lados iguais.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

a)



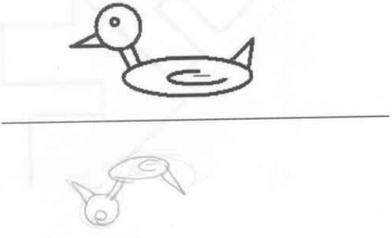
b)



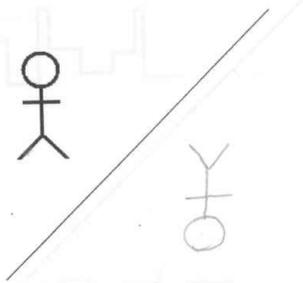
não sei

4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

a)



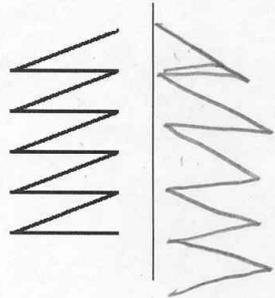
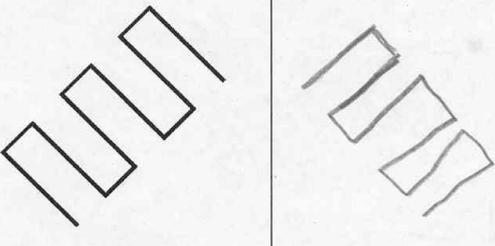
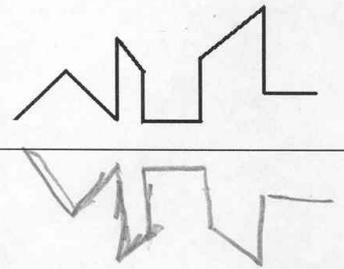
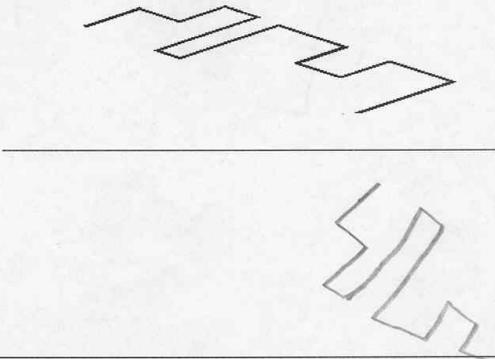
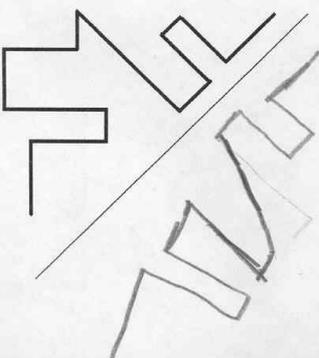
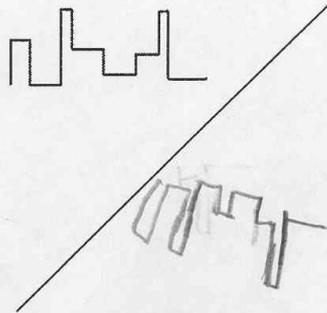
b)



Geraldo

Série: 3^ª HIdade: 9**Simetria**

1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

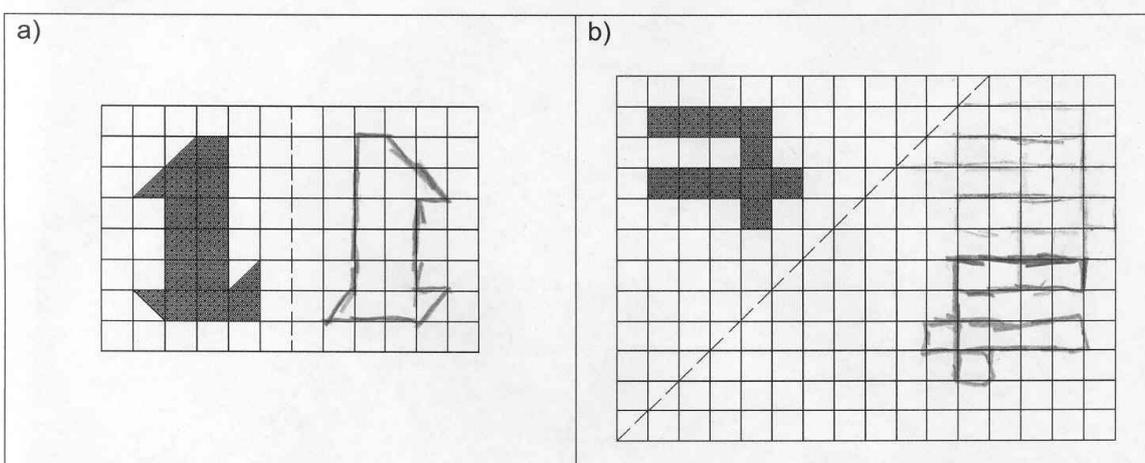
<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 



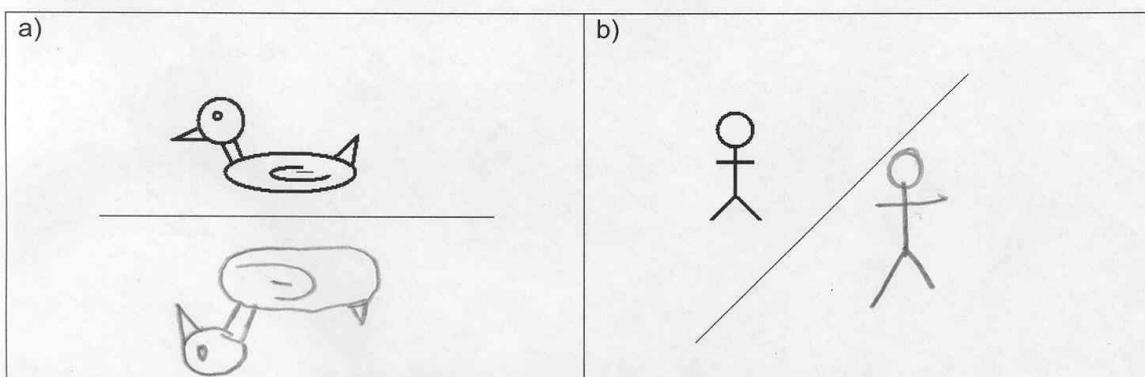
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

*Eu sei que a simetria é feita de
dos lados iguais*

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



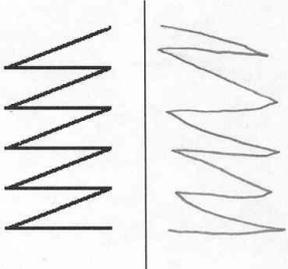
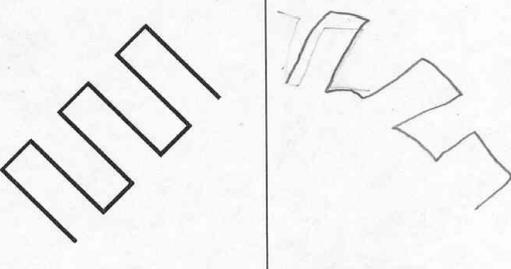
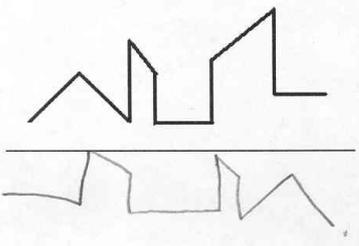
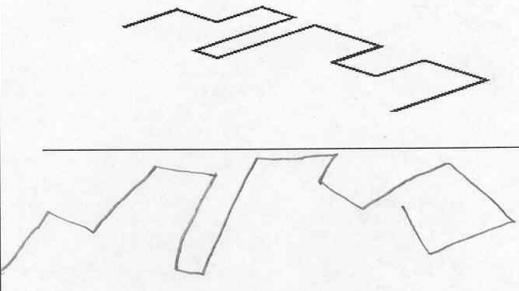
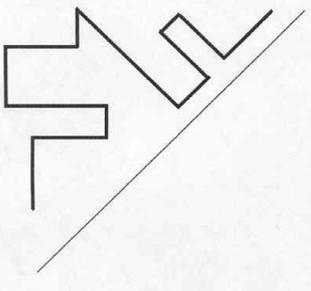
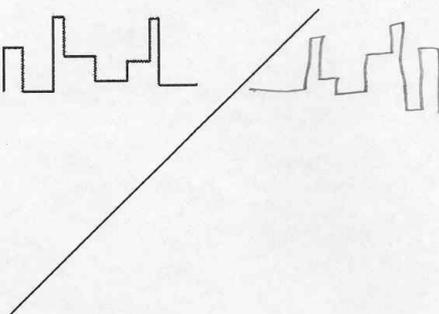
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Getúlio

Série: 3^o GIdade: 10**Simetria**

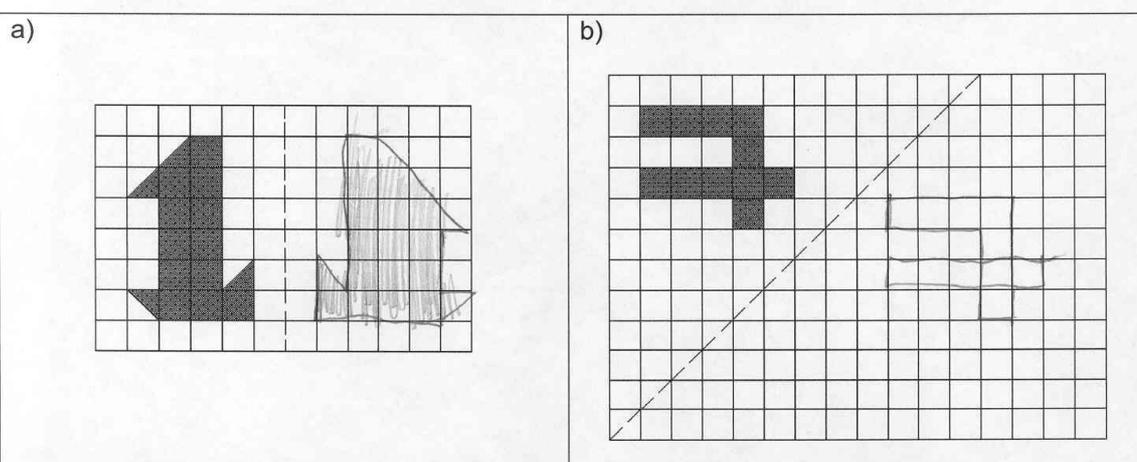
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

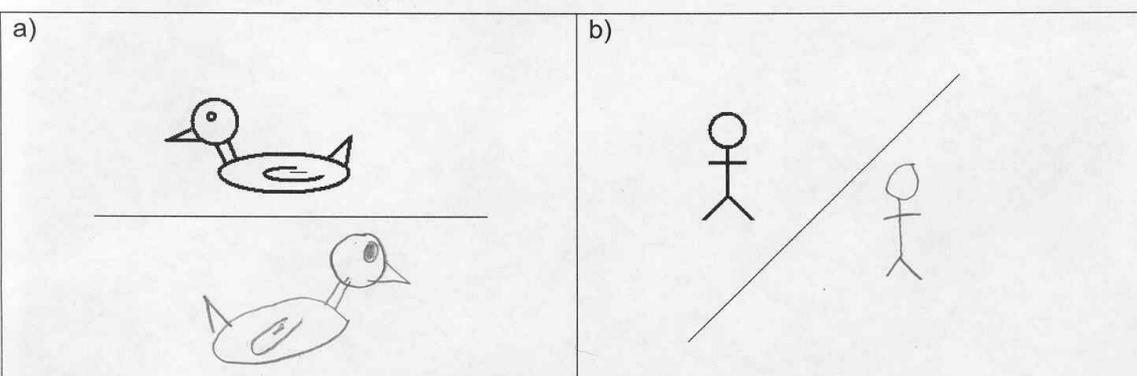
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

*Eu sei que simétrico é como uma régua simétrica
mas com desenhos.*

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



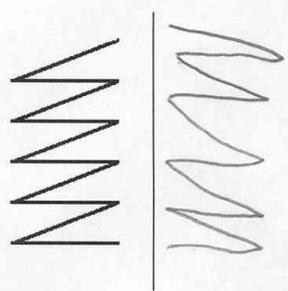
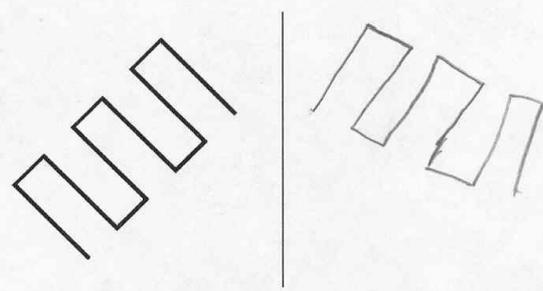
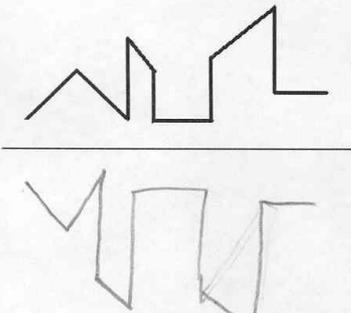
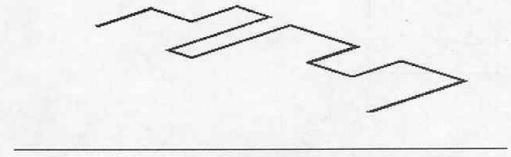
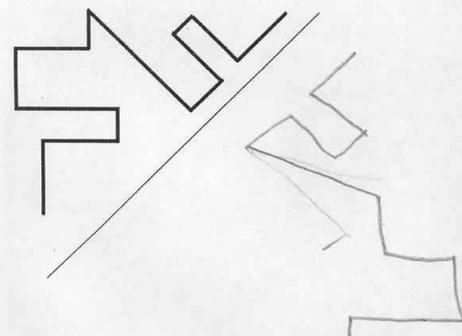
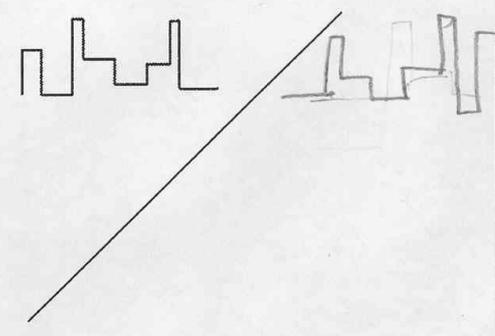
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida? *sim*



Giovani

Série: 3-2Idade: 9 anos**Simetria**

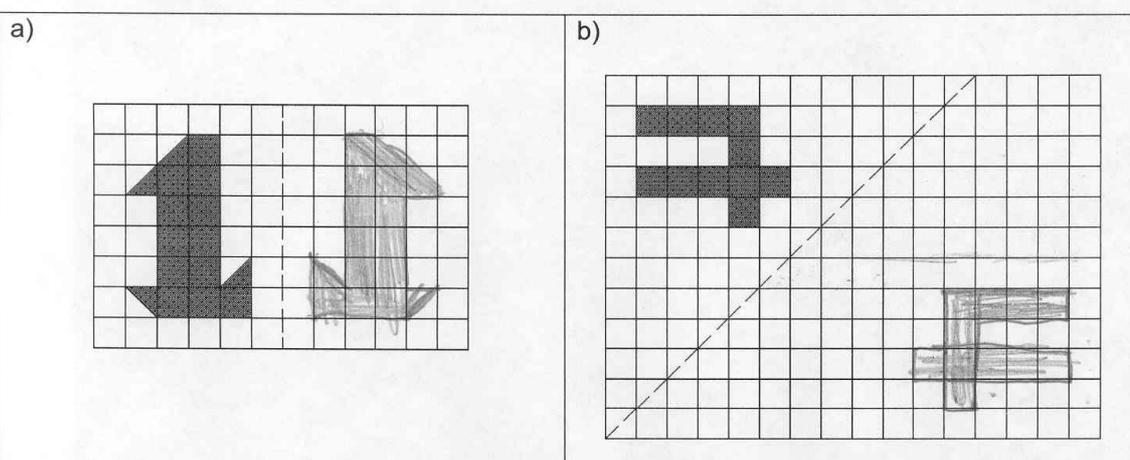
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

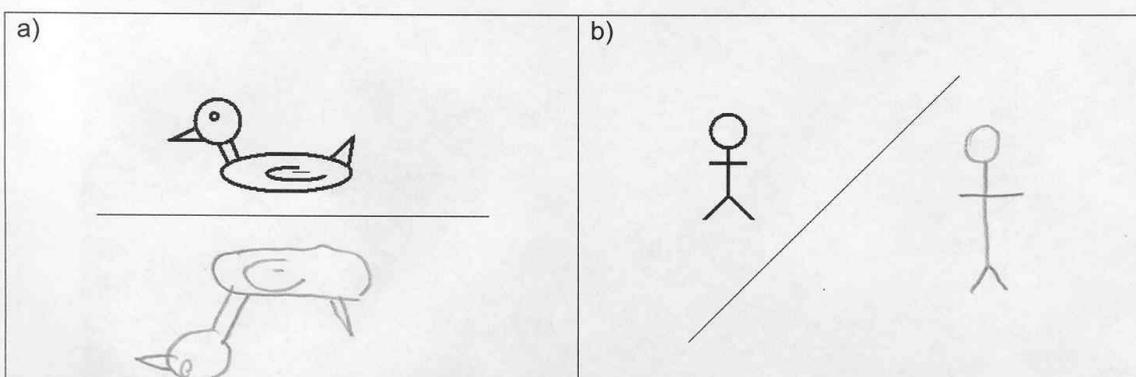
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Nada

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



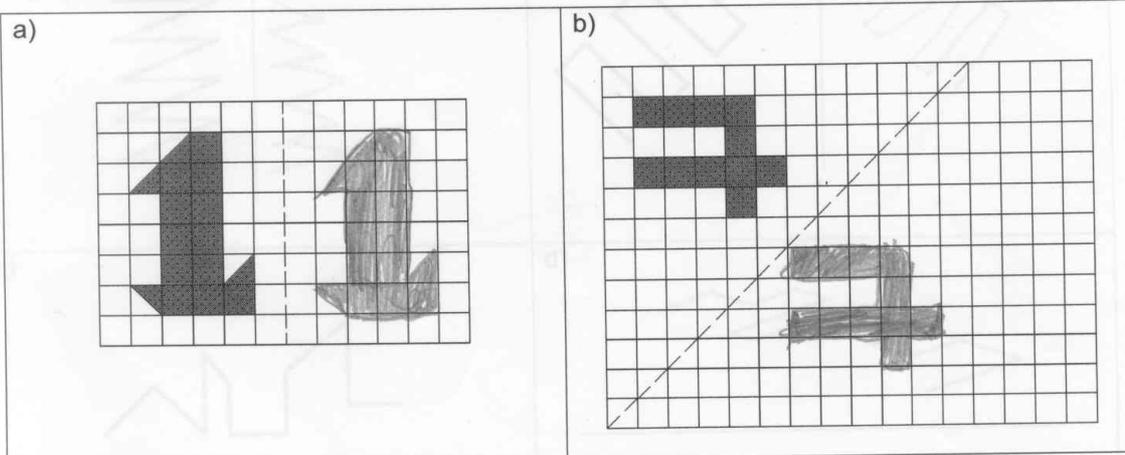
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



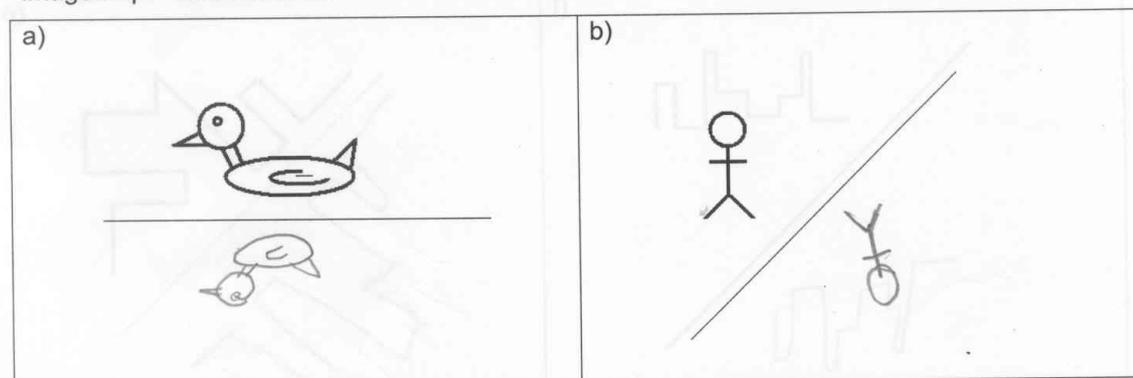
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Simetria é 2 lados de uma figura
iguais

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



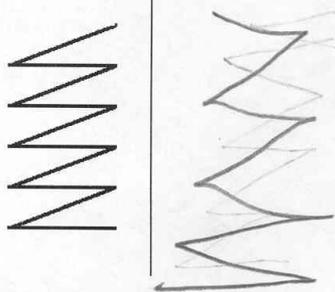
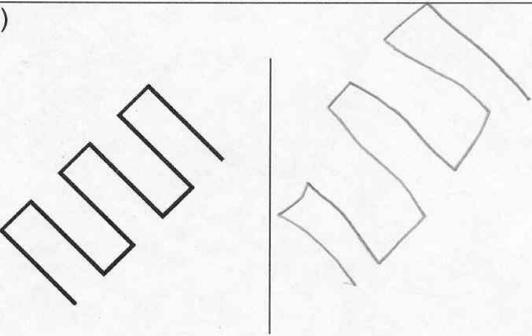
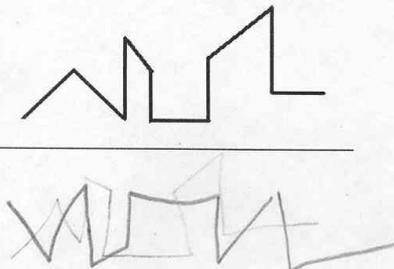
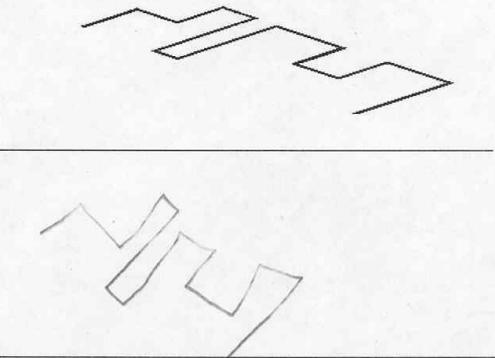
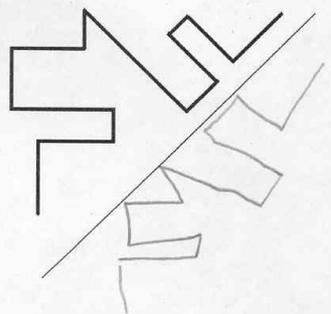
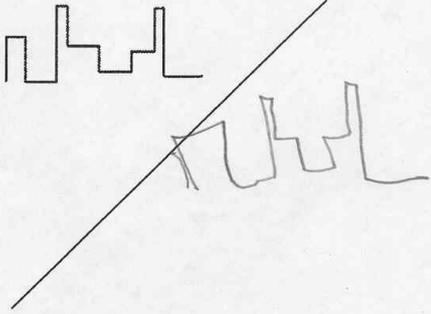
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Isabel

Série: 8Idade: 9Simetria

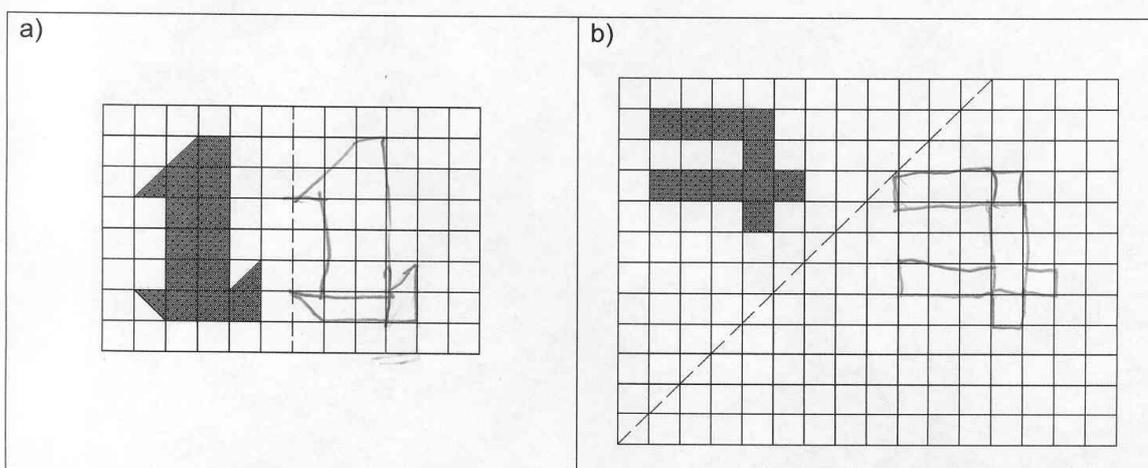
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

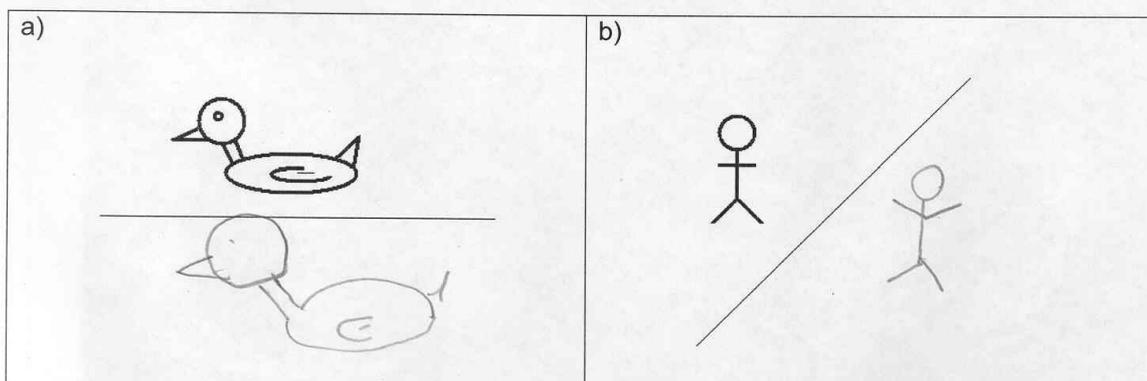
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Eu sei que simetria é calcular.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

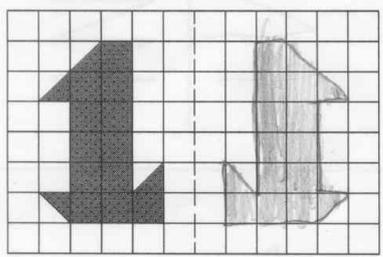
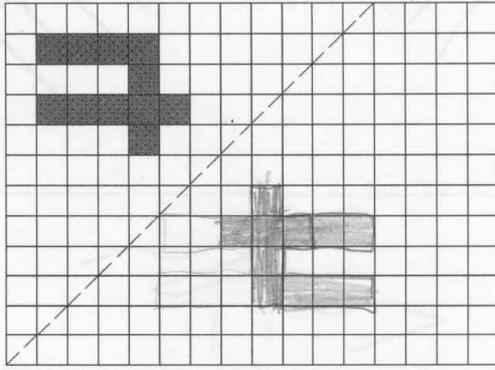


2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

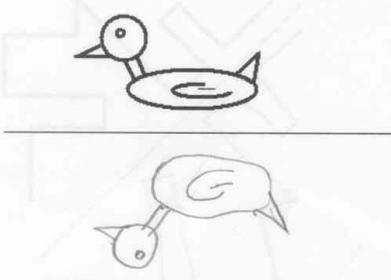
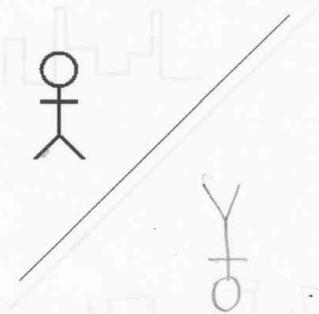
Que é mais ou menos o reflexo do espelho, Tudo que tem em um lado, tem no outro só que do lado inverso

Imagine que cada letra da palavra abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parafuso?

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
--	---

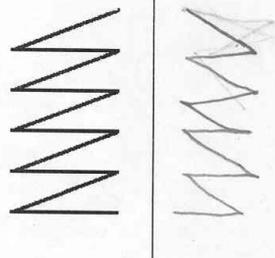
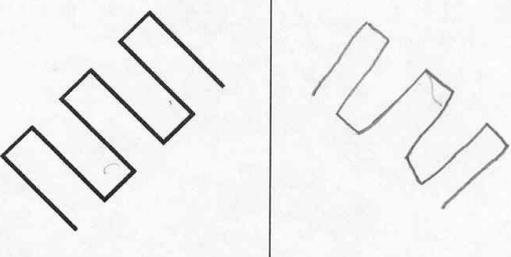
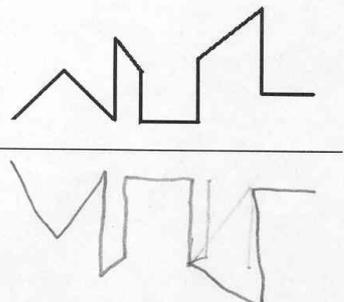
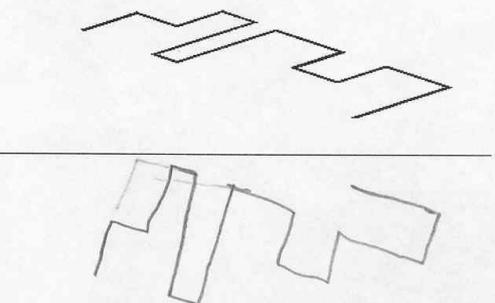
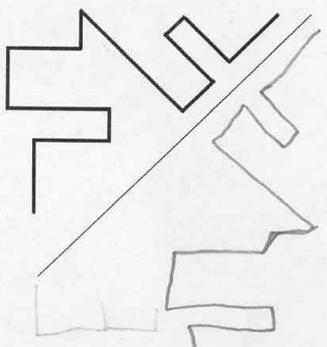
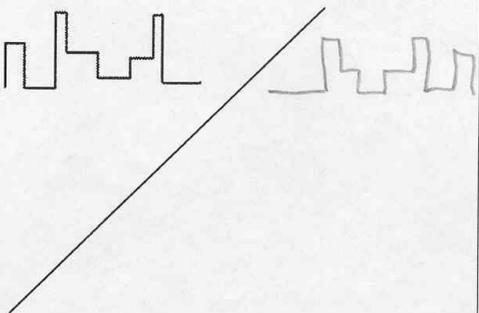
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
---	--

Manoela

Série: 4^o IIdade: 10**Simetria**

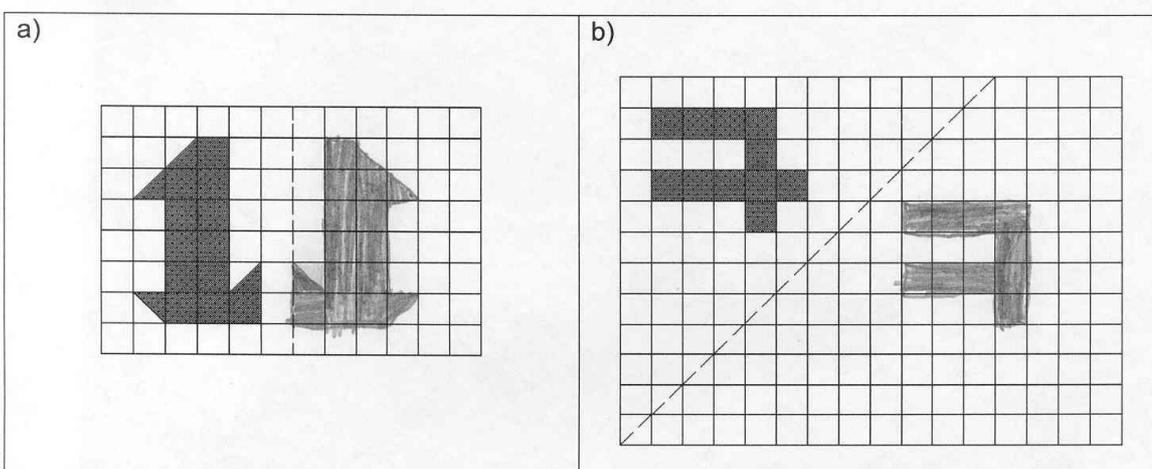
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

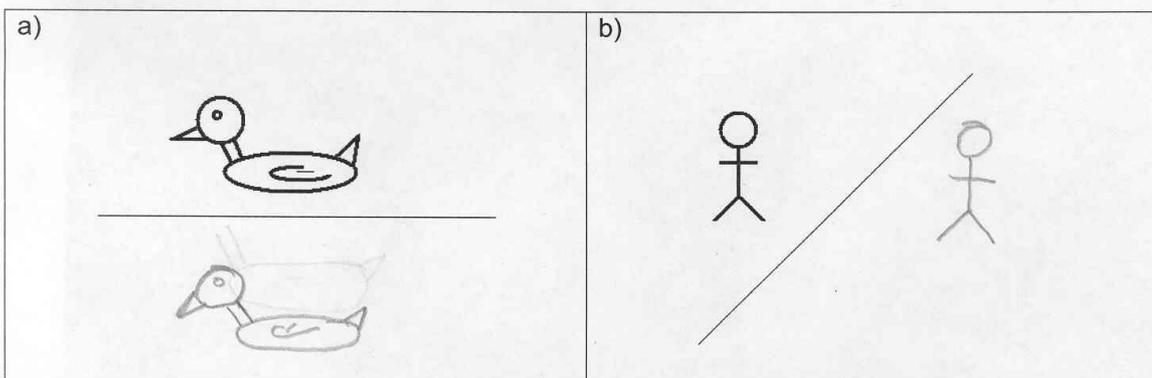
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Não sei.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



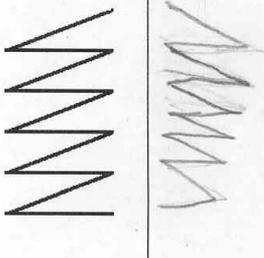
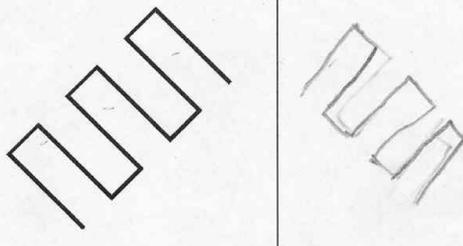
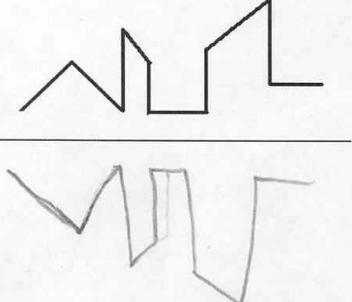
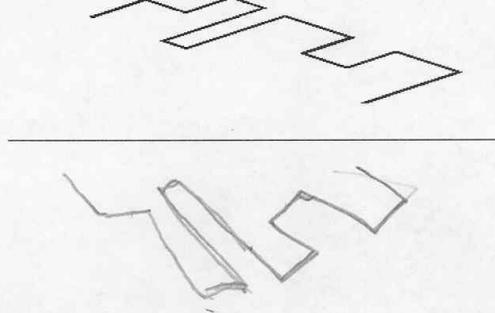
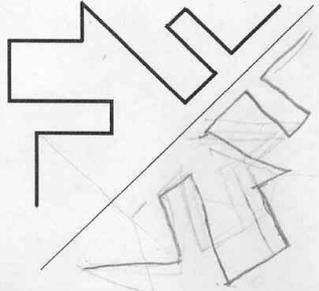
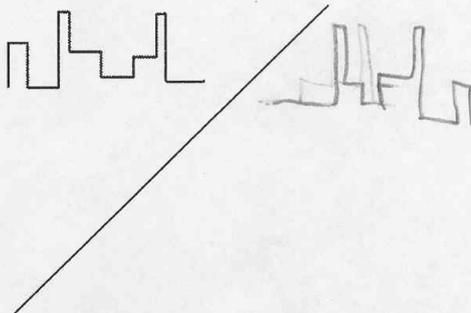
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Roberto

Série: IIdade: 10**Simetria**

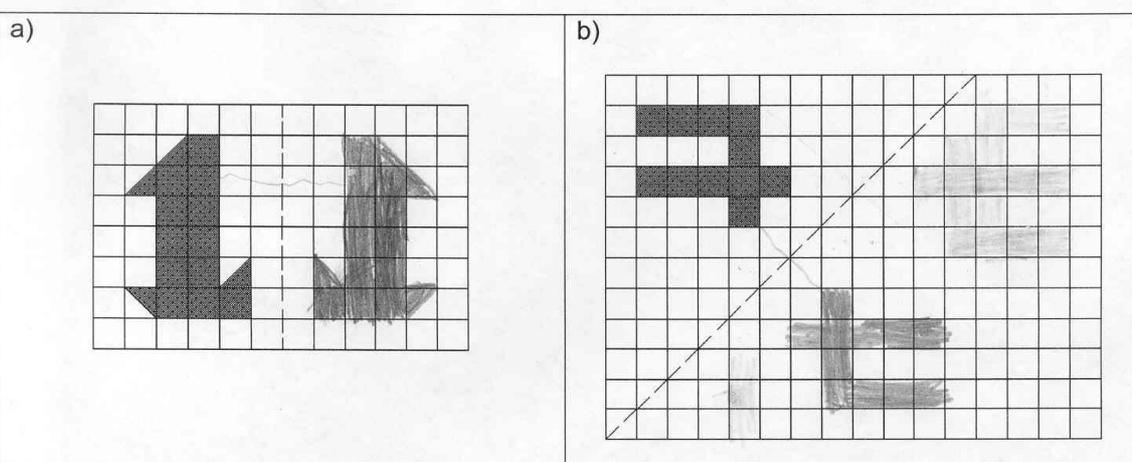
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

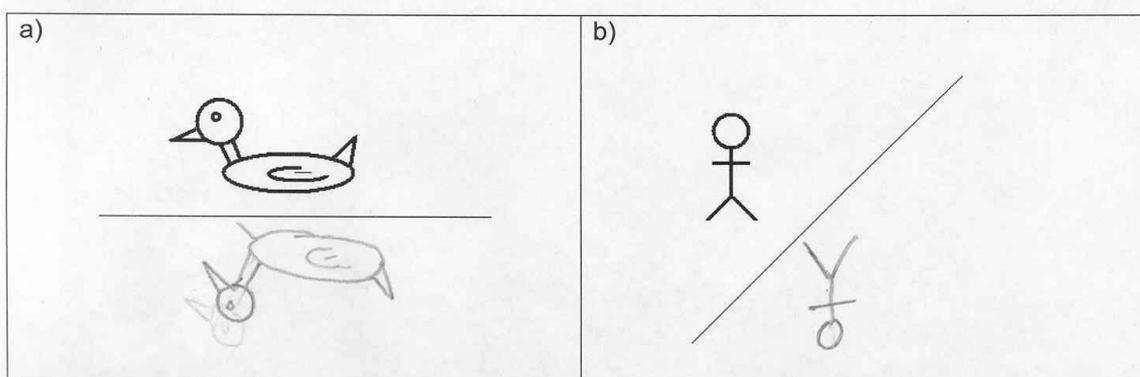
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Simetria é uma forma matemática de formar uma forma igual a outra.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



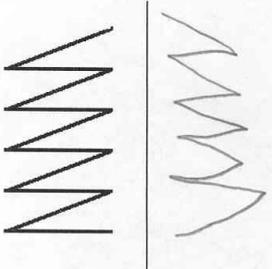
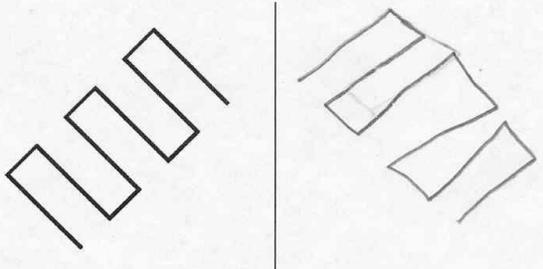
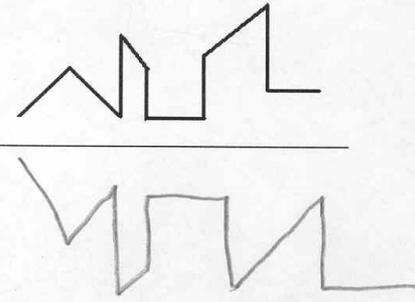
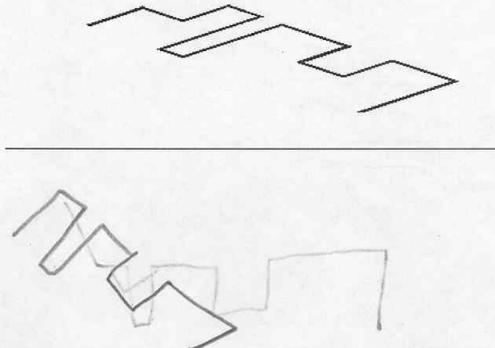
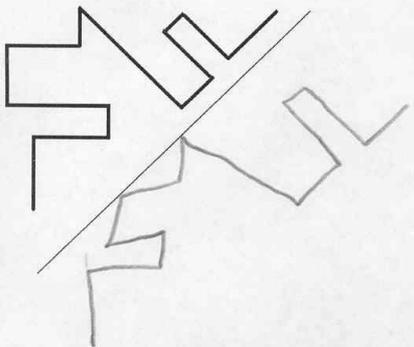
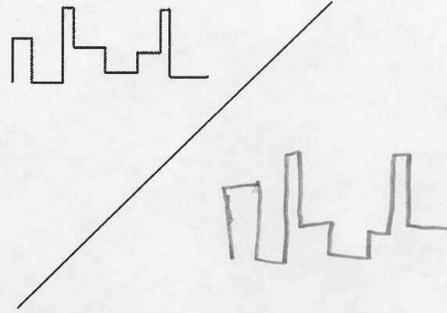
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Rogério

Série: 3º ano 86Idade: 8**Simetria**

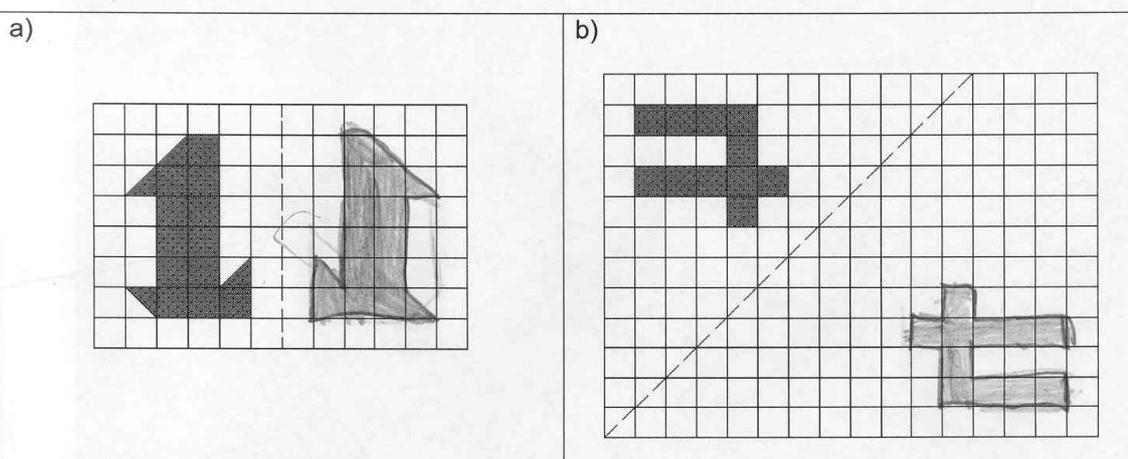
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

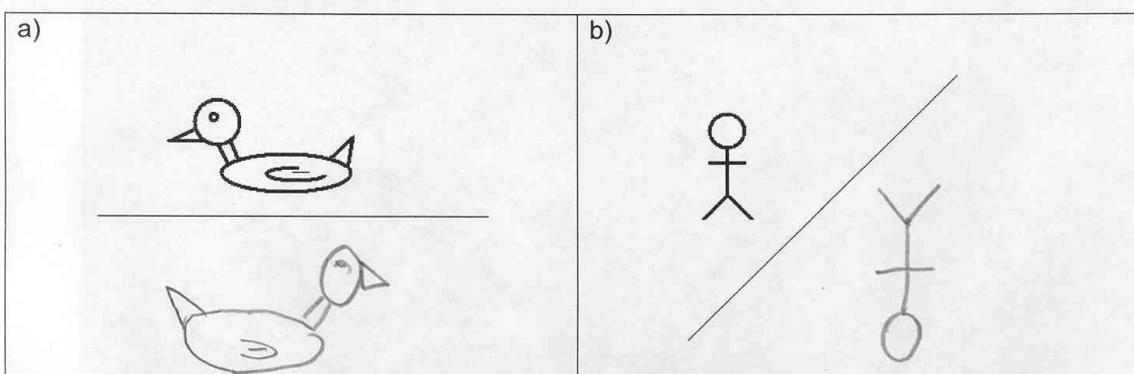
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Simetria é linhas retas que

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



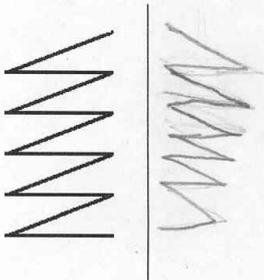
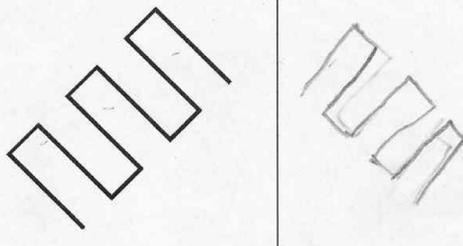
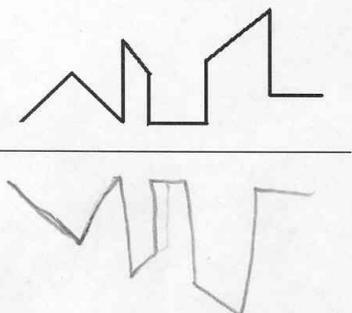
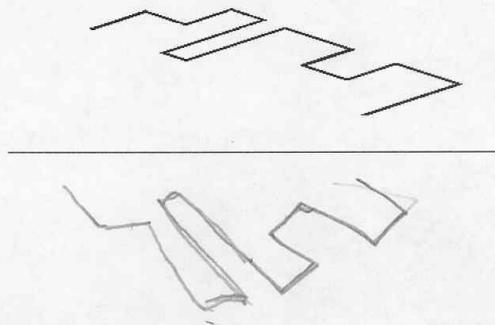
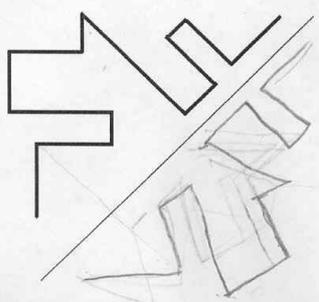
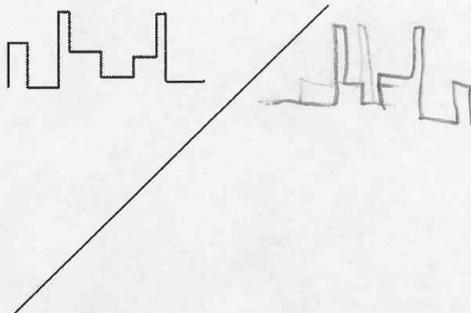
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Ronaldo

Série: IIdade: 10**Simetria**

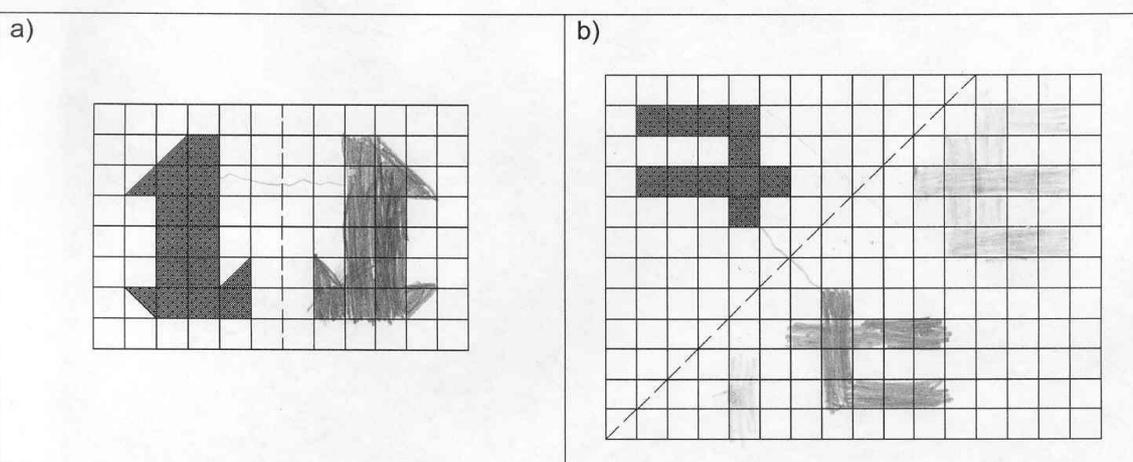
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

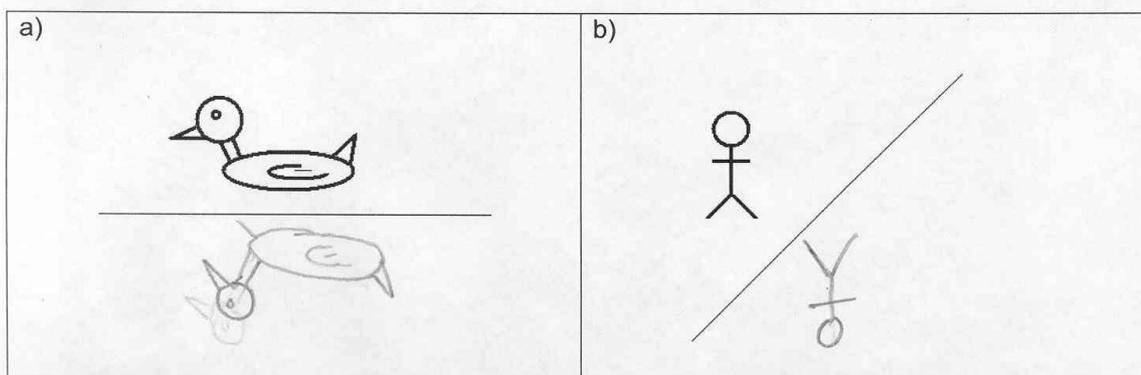
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Simetria é uma forma matemática de formar uma forma igual a outra.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



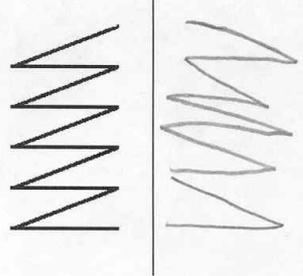
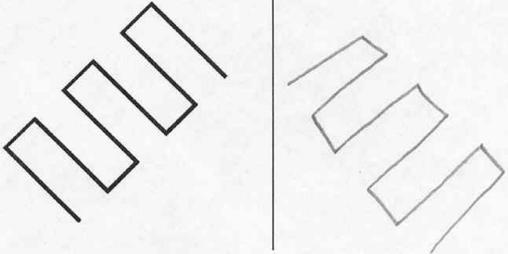
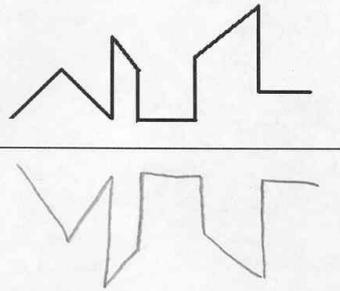
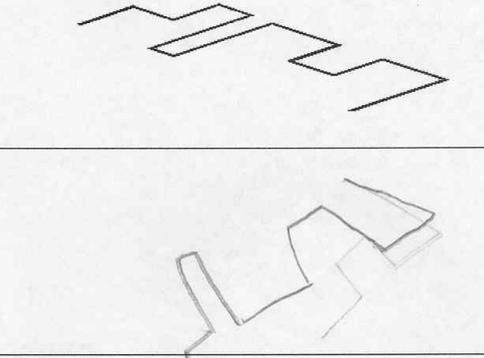
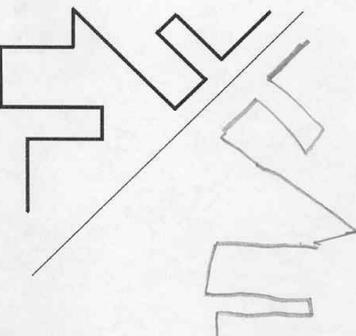
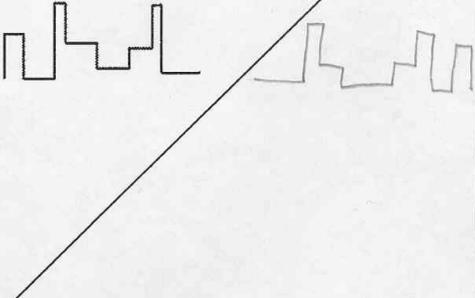
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Roni

Série: 4AKIdade: 10**Simetria**

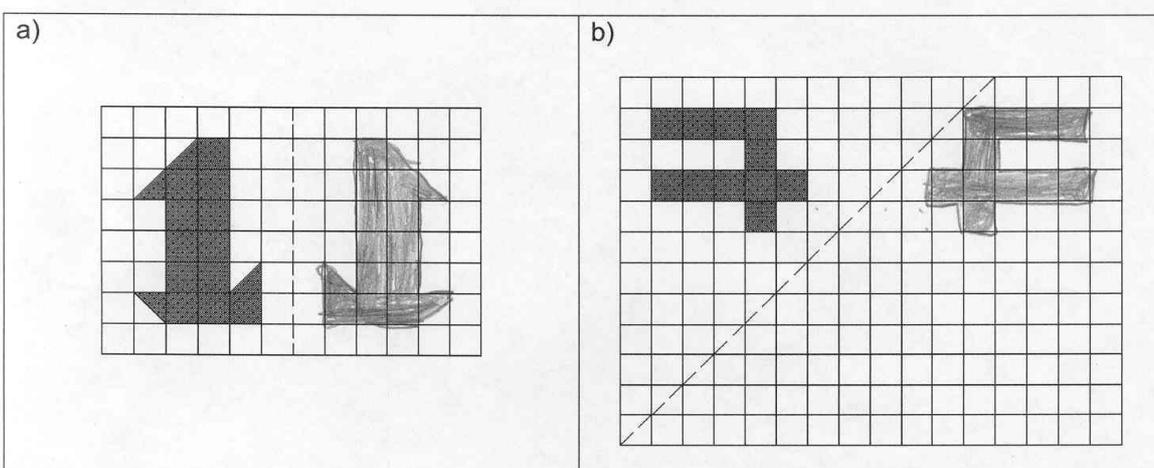
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

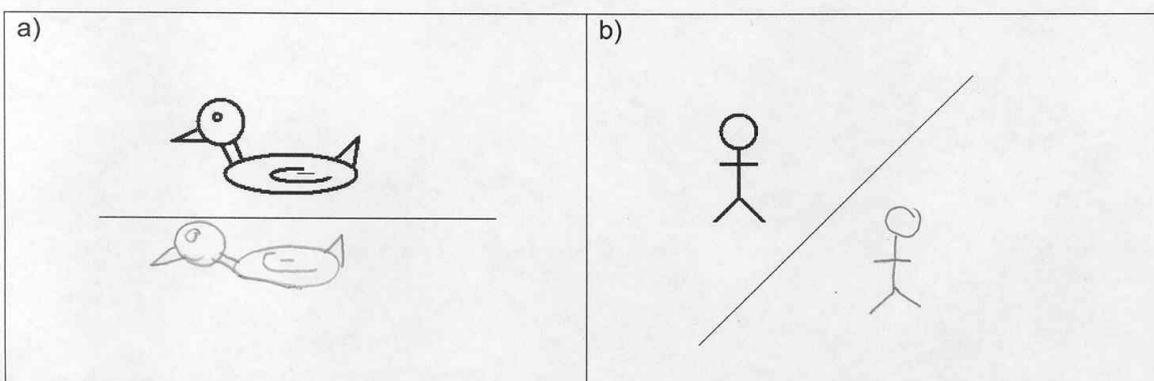
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Eu acho que a simetria é espionar o que está do lado como se fosse um espelho

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



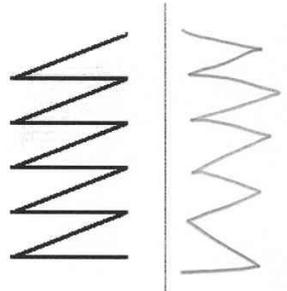
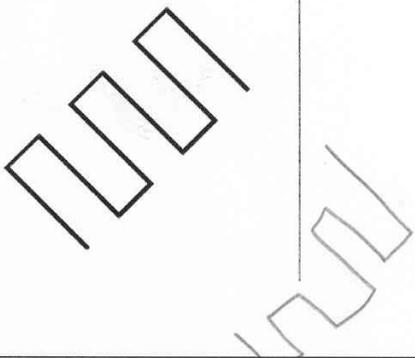
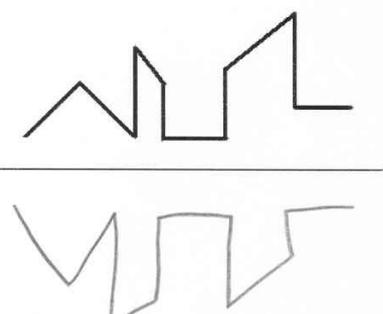
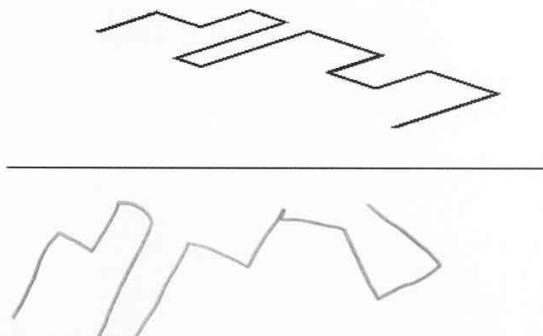
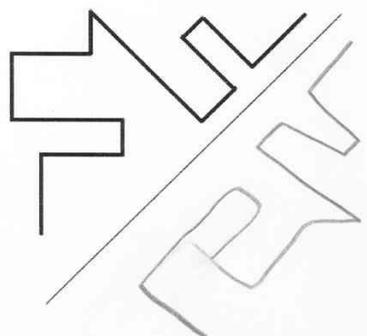
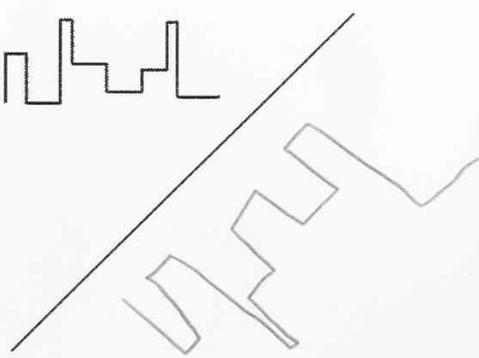
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Sandra

Série: 5ª JIdade: 11**Simetria**

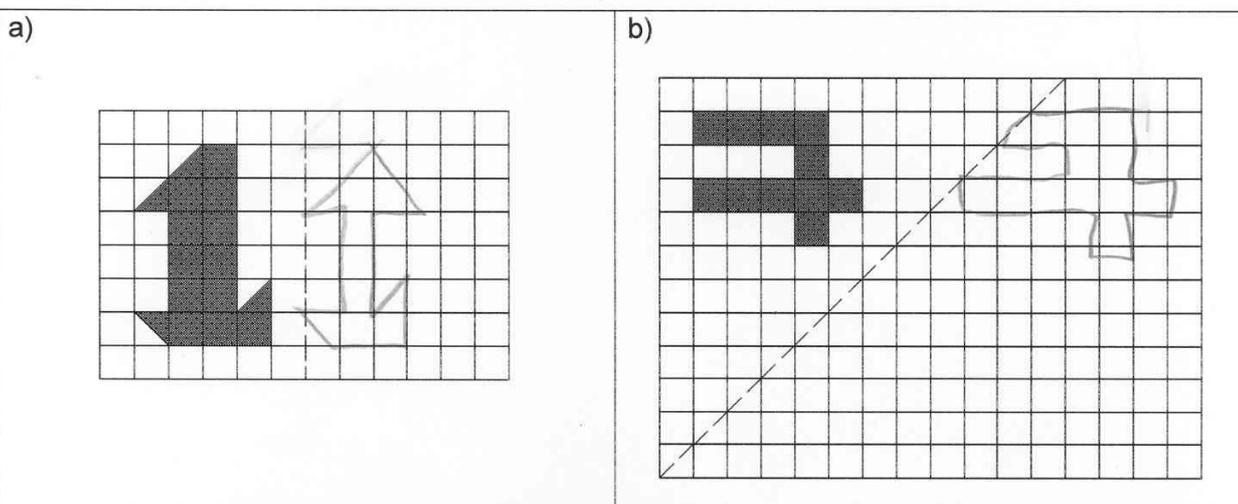
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

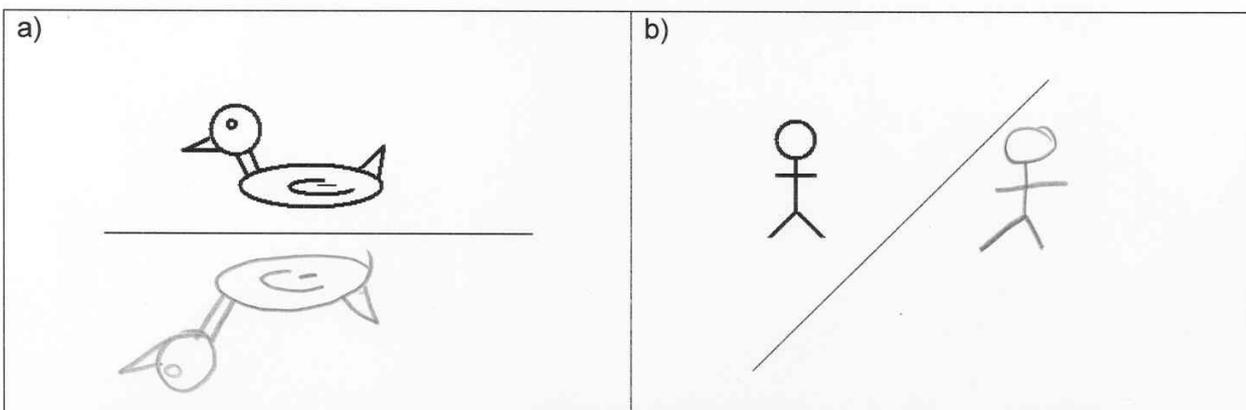
2. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Simetria é como um espelho
que reflete a figura

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



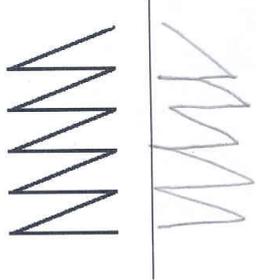
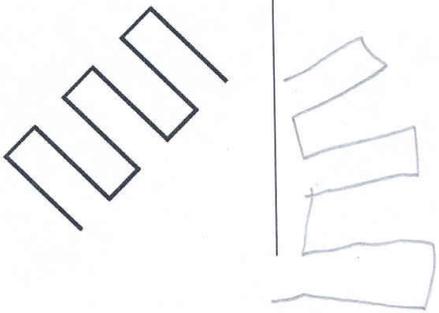
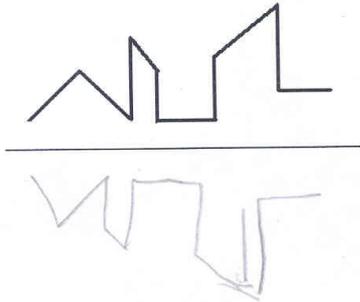
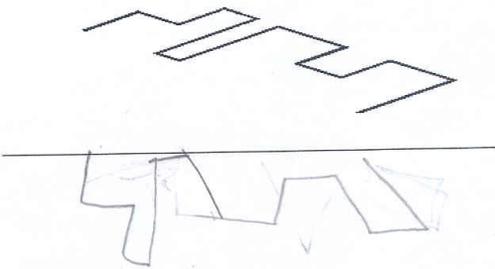
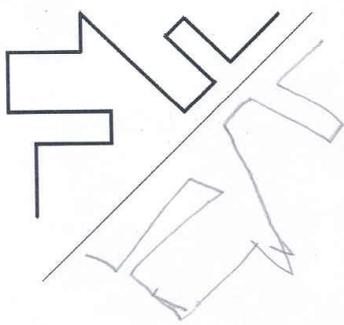
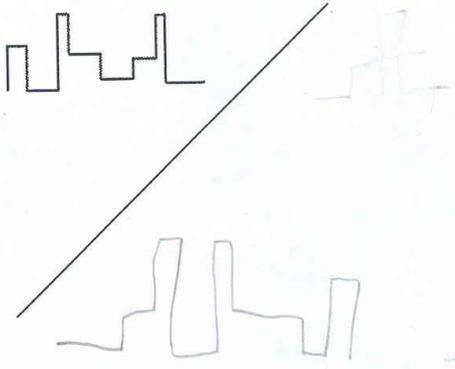
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Tadeu

Série: 3-100Idade: 8 anosSimetria

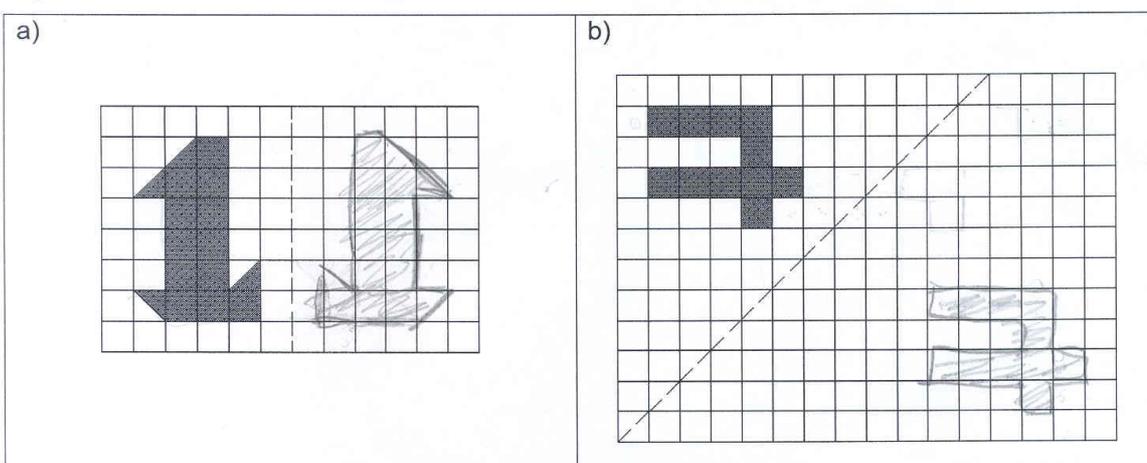
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

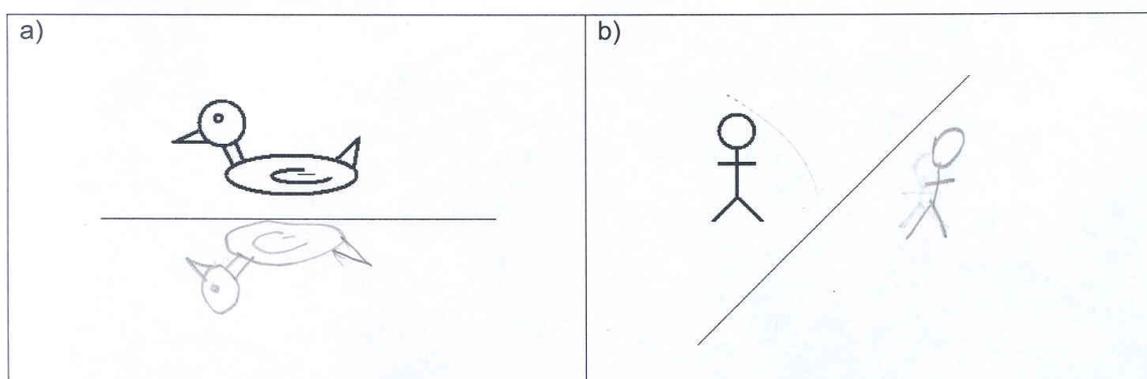
.. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Como eu sei sobre simetria é como se tivesse um espelho entre duas figuras iguais.

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



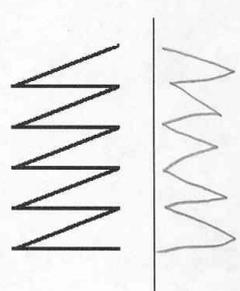
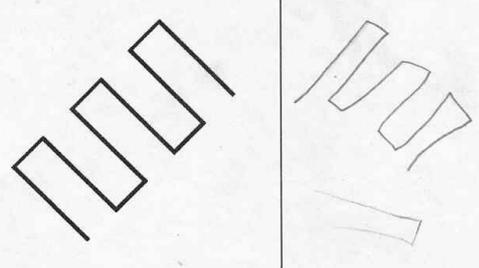
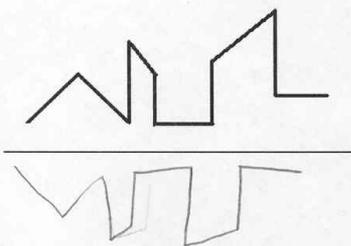
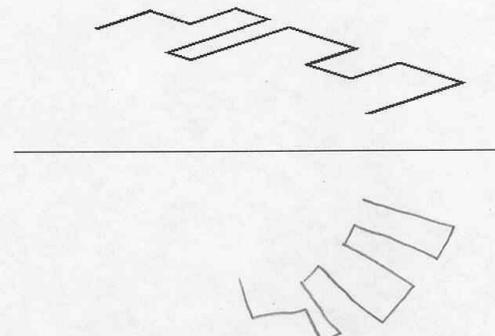
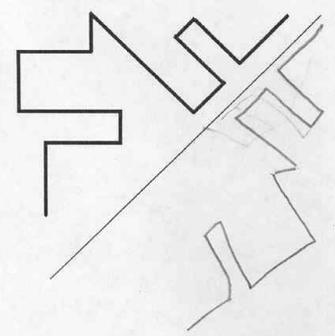
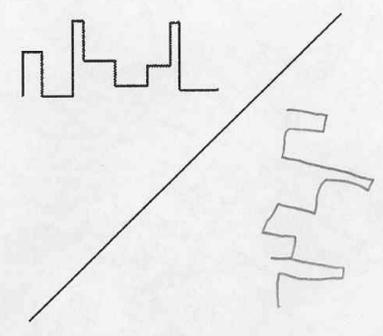
4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?



Telma

Série: 3^o GIdade: 8 anosSimetria

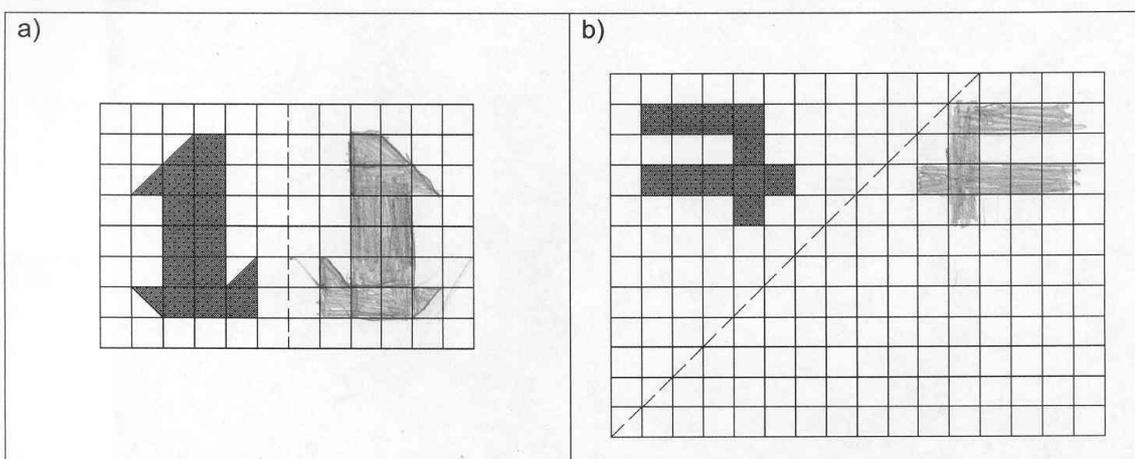
1. Imagine que cada trajetória abaixo é a dança de um robô. Qual é a trajetória simétrica do robô parceiro?

<p>a)</p> 	<p>b)</p> 
<p>c)</p> 	<p>d)</p> 
<p>e)</p> 	<p>f)</p> 

.. Escreva tudo o que você sabe sobre Simetria.

Simetria é feito espelho que mostra o lado direito e o contrario ou vice-versa

3. Agora imagine que em cada desenho abaixo existe um espelho na linha pontilhada. Pinte a figura refletida.



4. Imagine que foi colocado um espelho sobre os segmentos de reta (vertical) em cada uma das figuras abaixo e complete a figura de acordo com a imagem. Você pode desenhar a imagem que será refletida?

