

**IRIS MARQUES PINTO**

**A QUESTÃO DAS DIFERENÇAS NA SALA DE AULA  
EM MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**PUC/SP  
São Paulo  
2006**

**IRIS MARQUES PINTO**

**A QUESTÃO DAS DIFERENÇAS NA SALA DE AULA  
EM MATEMÁTICA**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Iglioni**.*

**PUC/SP**  
**São Paulo**  
**2006**

**Banca Examinadora**

---

---

---

*Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.*

\_\_\_\_\_  
Assinatura

\_\_\_\_\_  
Local e Data

# *Agradecimentos*

---

À Professora **Doutora Sonia Barbosa Camargo Iglori**, orientadora desta pesquisa, pela competência, paciência e incentivo com os quais sempre contei durante a realização deste trabalho.

Às Professoras **Edda Curi e Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão**, pelas valiosas contribuições oferecidas no exame de qualificação.

Aos **Professores da Pós-graduação**, pelas contribuições oferecidas no decorrer do curso.

À minha filha **Carolina**, pelo apoio e compreensão.

Aos meus **alunos**, pelos bons momentos juntos e trocas de experiência.

À **Direção da Escola Municipal Celso Leite Ribeiro Filho**, pelo apoio no desenvolver deste estudo.

A **todos** que colaboraram direta ou indiretamente.

A Autora

## *Resumo*

---

O presente trabalho teve como objetivo avaliar diferenças entre os alunos no que tange à competência relativamente à resolução de tarefas de matemática. Os sujeitos investigados foram alunos do primeiro ano do ciclo II do ensino fundamental. A pesquisa teve caráter diagnóstico e referenciou-se na teoria da Pedagogia Diferenciada de Philippe Perrenoud. Nesta teoria, para que o aluno possa vivenciar situações de aprendizagem de modo fecundo é necessário desenvolver um ensino diferenciado. O desenvolvimento da pesquisa deu-se por meio de levantamento bibliográfico de dissertações e teses de duas universidades da cidade de São Paulo, elaboração e aplicação de um questionário e de três atividades investigativas, sendo uma delas resolução de um problema. O estudo revelou diferenças entre as competências dos alunos e possibilitou mudanças de concepções da pesquisadora relativas à avaliação de tarefas dos alunos.

**Palavras-chave:** diferenças, competências, ensino, aprendizagem, matemática.

## *Abstract*

---

The purpose of this essay was to evaluate differences between the students according to the competence related to the solving of Mathematics tasks. The subjects investigated were students from the 5<sup>th</sup> grade. The research had a diagnosis basis and was based on the Differentiated Pedagogy theory from Philippe Perrenoud. According to this theory, in order to the student live the learning situations in a fecund way it is necessary to develop a differentiated teaching. The development of the research was performed by means of a bibliographic study of dissertations and thesis from two universities in the city of São Paulo, elaboration and application of an inquiry and of three investigative activities, one of them being the solving of a problem. The study showed differences between the competences of the students and enabled concept changes from the researcher related to the task evaluation of the students.

**Keywords:** differences, competences, teaching, learning, Mathematics.

## *Sumário*

---

<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	9
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	11
<b>ESTUDOS INTRODUTÓRIOS</b> .....	11
1.1 Duas propostas educacionais .....	12
1.1.1 Ensinando a turma toda .....	12
1.1.2 Escola nova .....	13
1.2 Aspectos do contexto cultural do público alvo .....	14
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	19
<b>ELEMENTOS NORTEADORES DA PESQUISA</b> .....	19
2.1 Levantamento bibliográfico .....	19
2.2 Problemática .....	22
2.3 Fundamentação teórica .....	25
2.4 Procedimentos metodológicos .....	32
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	34
<b>DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA</b> .....	34
3.1 Sujeitos da pesquisa .....	34
3.2 Instrumentos da investigação .....	35
3.3 Questionário II: descrição e análise .....	36
3.4 Atividades: descrição .....	45
3.5 Aplicação das atividades e análise .....	48

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>71</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>75</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>i</b>



## *Apresentação*

---

Este estudo visa a focar a problemática da existência de diferenças entre os aprendizes e sua implicação no aprendizado. Teve por objetivo elaborar tarefas matemáticas propícias para avaliar diferenças na sala de aula.

No que tange à existência de desigualdades no âmbito escolar deve-se observar que suas causas podem ser associadas a fatores de ordem social, comportamental, psicológica, cognitiva, entre outras. Pesquisar a relação entre desigualdades e processo de ensino-aprendizagem implica questionar entre outros aspectos: como enfrentar a diversidade a fim de possibilitar o aprendizado de todos? Como contemplar tempos de aprendizado com garantia de cumprimento do planejamento escolar? Como trabalhar com alunos que indicam não ter nenhum interesse em aprender e como aproveitar o progresso e as experiências de uns e garantir, ao mesmo tempo, o sucesso dos alunos com mais dificuldades de aprendizagens?

Este estudo referencia-se em teorias das pedagogias diferenciadas, em especial a teoria desenvolvida sobre o tema pelo sociólogo suíço Philippe Perrenoud, que analisa as causas do fracasso escolar em razão das desigualdades e aceita o desafio de propor métodos organizados com base na realidade da classe, nas diferenças aí presentes, para neutralizar o fracasso e a desigualdade.

... Quando nos encontramos diante de alunos diferentes, que não tem nenhuma razão de aprender a mesma coisa se tratados uniformemente, o que fazer? Já conhecemos a respostas em seu princípio: individualização dos percursos e dos ritmos, com base em objetivos de domínio claros e realistas, com uma regulação contínua das intervenções educativas e das situações didáticas fundamentadas em uma observação formativa intuitiva ou instrumentada. Podemos chamar de pedagogia diferenciada todo dispositivo que permita essa “gestão” individualizada das aprendizagens. (PERRENOUD, 2001, p. 133).

Neste estudo abordamos a questão das diferenças entre alunos de uma 5ª série do ensino fundamental em que desenvolvemos a disciplina de matemática. Ele está organizado em três capítulos. No primeiro capítulo apresentamos duas propostas educacionais, uma que trata da questão da existência de diferenças entre os alunos e a abordagem do ensino e uma segunda, a da escola nova, em que o aluno é considerado o centro da ação pedagógica. O segundo capítulo é dedicado aos elementos norteadores desta pesquisa. Nele estão incluídos: estudo bibliográfico, descrição da problemática, indicação do referencial teórico e dos procedimentos metodológicos. No terceiro capítulo estão apresentados os elementos principais da pesquisa. Nele estão descritos os critérios de definição dos sujeitos, o questionário, as atividades investigativas e de resolução de problemas e os procedimentos de aplicação dos mesmos bem como a análise dos dados. E como fecho fazemos nossas considerações finais.

# *Capítulo 1*

---

## **ESTUDOS INTRODUTÓRIOS**

Neste capítulo apresentamos duas propostas educacionais e um questionário elaborado e aplicado pela escola em que desenvolvemos esta pesquisa.

As propostas educacionais estão aqui indicadas por terem tido uma função motivadora para o desenvolvimento desta pesquisa. A leitura dos textos de Mantoan e Gadotti nos indicou a importância de trabalhar mais sistematicamente com as dificuldades dos alunos, razão pela qual escolhemos esse tema para nossa investigação de mestrado. No primeiro texto encontramos indicações sobre a relevância de “ensinar a turma toda” levando em conta as diferenças. No segundo, encontramos indicações da importância de desenvolver as aptidões individuais levando-se em conta o aluno como centro da ação pedagógica. Ao avançar nossos estudos encontramos em Perrenoud um autor que unificava as duas propostas razão pela qual desenvolvemos nossa pesquisa referenciada em sua teoria da pedagogia diferenciada.

O questionário, elaborado pela escola, está inserido no primeiro capítulo com o objetivo de apresentar de início alguns elementos indicativos do contexto cultural dos sujeitos investigados. Os dados do questionário não foram utilizados nas análises desta pesquisa, mas julgamos oportuno divulgá-lo para dar uma idéia global do público alvo.

## 1.1 Duas Propostas Educacionais

### 1.1.1 “Ensinando a turma toda”

Para transformar nossas escolas, é preciso saber qual é a qualidade desejada quando as mudanças são propostas.

Também se deve perguntar que práticas de ensino ajudam os professores a ensinar os alunos de uma mesma turma, atingindo a todos apesar de suas diferenças, e como criar contextos educacionais capazes de ensinar todos os alunos sem cair nas malhas de modalidades especiais e programas vigentes que em nada têm servido para que as escolas mudem para melhor (MANTOAN, 2002, p. 18).

A escola que considera as diferenças oferece um ensino de qualidade e está atenta à diversidade. Nesta perspectiva, os espaços educativos enfatizam o desenvolvimento dos alunos como pessoas, em suas múltiplas capacidades.

O projeto pedagógico enfatiza um ensino sem métodos, sem discriminação e tem como colaboradores para sua elaboração os pais e a comunidade; já as práticas pedagógicas enfatizam o desenvolvimento das competências, a experimentação, a criação e a descoberta. As atividades propostas são abertas e diversificadas para que possam ser abordadas por diferentes níveis de compreensão e desempenho dos educandos que optarem livremente por desenvolvê-las, tais como: debates, pesquisas, registros escritos, falados, observação e vivência.

O trabalho do professor diante da diversidade de seus alunos que têm interesses, aptidões e conhecimentos diversificados é partilhar a construção dos conhecimentos, valorizar a capacidade de entendimento que cada um tem do mundo e de si mesmo, garantir a liberdade e a diversidade de opiniões. Com base na certeza de que os educandos sempre sabem alguma coisa, que podem aprender e chegar até onde cada um seja capaz de progredir.

A avaliação acompanha o desenvolvimento de cada estudante, do ponto de vista da evolução de suas competências para resolver problemas de toda ordem, aprecia os progressos na organização dos estudos e na participação na vida social da escola. Ou seja, a avaliação tem uma função formativa.

### 1.1.2 Escola Nova

A pedagogia da Escola Nova apresenta uma nova teoria analisando a educação sob aspectos psicológicos e sociológicos. Esta teoria gerou uma nova concepção de educação, segundo a qual é o educando, com seu interesse, suas aptidões, suas vivências e sua experiência, quem deve ser o centro da ação pedagógica.

Os primeiros grandes formuladores da Escola Nova foram, o educador norte-americano John Dewey (1859-1952) o psicólogo Édouard Claparède (1873-1940) o escritor Jean-Jacques Rousseau (1712-1778) e os pedagogos Heinrich Pestalozzi (1746-1827), Freidrich Fröebel (1782-1852) e Adolphe Ferrière (1879-1960), entre outros.

Para Claparède, a educação deveria ter como eixo a ação e não apenas a instrução pela qual a pessoa recebe passivamente os conhecimentos. Esta concepção funcional da educação e do ensino consiste em tornar o educando como centro dos programas e dos métodos escolares.

A educação deve se mover pelo interesse do educando e visar ao desenvolvimento das funções intelectuais e morais, respeitando as fases de desenvolvimento psicológico do aluno. A escola deve ser ativa, isto é, mobilizar a atividade do educando. Para isso, as aprendizagens devem basear-se nas necessidades e interesses da criança. Para trabalhar com esta nova concepção de educação, o professor deve respeitar as diferenças individuais dos alunos e criar um ambiente de alegria, onde a criança trabalhe com entusiasmo. A escola deve apresentar o trabalho e as matérias escolares sob seu aspecto social, como um instrumento de ação social, já que ele está neste meio.

A função do professor diante desta concepção de educação deve ser de estimulador de interesses, orientador dos trabalhos e gestor do grupo, despertando necessidades intelectuais e morais.

Estas novas concepções de escola e de educador caracterizam-se por um certo desprezo pelo trabalho escolar tradicional, isso implica a transformação completa na formação dos professores e do ensino de todos os graus. Essa

preparação deve ser, antes de tudo, psicológica. Os sistemas de exames deveriam ser suprimidos e substituídos por apreciação de trabalhos individuais realizados durante o ano ou por testes adequados.

## 1.2 Aspectos do Contexto Cultural do Público Alvo

A escola a qual pertencem os sujeitos desta pesquisa, realizou neste primeiro semestre de 2006 investigações sobre leitura e escrita, com o objetivo de realizar a implantação e implementação do “Programa Ler e Escrever Prioridade na Escola Municipal”.

Dentre as avaliações investigativas, há um questionário diagnóstico sobre o que os alunos lêem, por que lêem, o local em que lêem e que práticas de leitura desenvolvem.

Nessas avaliações, os dados colhidos têm por finalidade orientar o planejamento do professor e o Projeto Pedagógico da Escola no sentido de construir projetos especiais que contribuam, para inserção da comunidade na cultura escrita e, conseqüentemente, melhorar a qualidade do ensino no que diz respeito às competências de leitura e escrita dos alunos.

Os resultados do questionário não foram utilizados nas análises desta pesquisa, mas serviram para nos possibilitar uma visão global do contexto cultural dos alunos.

**A seguir a tabulação das repostas dos sujeitos desta pesquisa dadas às questões do questionário I (ANEXO A) e análise.**

**Tabela 1. Gênero**

Gênero	Nº de alunos
Masculino	17
Feminino	11
Total	28

**Tabela 2. Idade**

Idade (anos)	Nº de alunos
10	11
11	12
12	4
13	1
Total	28

## HÁBITOS CULTURAIS

**Tabela 3. Quantos livros costuma ler em um ano?**

Livros	Nº de alunos
de 1 a 5	13
mais de 5	12
nenhum	3
Total	28

A partir deste item os alunos podiam assinalar mais de uma alternativa

**Tabela 4. Por que motivos leu tais livros**

Motivo	Nº de alunos
Estudos	24
Razões profissionais	3
Entretenimento	21

**Tabela 5. Que tipo de livro?**

Tipo	Nº de alunos
Literatura	15
Técnico	3
Didático	14
Religioso	7

**Tabela 6. Para ler livros você:**

Meio	Nº de alunos
Compra	10
Empresta de conhecidos	6
Empresta biblioteca pública	2
Empresta da sala de leitura da escola	18

**Tabela 7. Você consulta:**

Meio	Nº de alunos
Dicionários	28
Enciclopédia	13

**Tabela 8. Com que frequência você lê jornais?**

Frequência	Nº de alunos
Diariamente	1
Algumas vezes por semana	12
Somente final semana	6
Não leio	12

**Tabela 9. Que partes do jornal costuma ler**

Parte	Nº de alunos
Noticiário local	2
Noticiário nacional	2
Noticiário internacional	3
Economia	2
Esporte	13
Artes, cultura, lazer	8
Classificados/emprego	1

**Tabela 10. Para ler jornais você:**

Meio	Nº de alunos
Compra	8
É assinante	4
Lê no local de trabalho	0
Lê em biblioteca	4
Lê em sala de espera	5
Expostos em bancas	6

**Tabela 11. Com que frequência você lê revistas**

Frequência	Nº de alunos
Diariamente	4
Algumas vezes por semana	17
Somente final de semana	7
Não leio revistas	3

**Tabela 12. Que tipo de revistas você costuma ler?**

Tipo	Nº de alunos
Semanal de notícias	8
De TV	8
Quadrinhos	20

**Tabela 13. Para ler revistas você:**

Meio	Nº de alunos
Compra	15
É assinante	3
Lê no local de trabalho	1
Lê em biblioteca	6
Lê em sala de espera	4
Expostas em banca	5

**Tabela 14. Quais desses materiais existem em sua casa**

Material	Nº de alunos
Livros	26
CDs musicais	28
Vídeos ou DVDs	28
CD-rooms de jogos ou informações	19

**Tabela 15. Você costuma:**

Atividade	Nº de alunos
Fazer viagens de férias	22
Ir ao cinema	22
Ir ao teatro	13
Assistir a espetáculos musicais	2
Visitar exposições, museus e monumentos	8

**Tabela 16. Você costuma:**

Atividade	Nº de alunos
Praticar esporte	23
Ver vídeos e DVDs	22
Ver TV	24
Escutar rádio	15
Escutar CDs, cassetes de música	13
Ir a biblioteca	6

**Tabela 17. Você acessa Internet**

Freqüência	Nº de alunos
Diariamente	8
Ao menos uma vez por semana	2
De vez em quando	13
Nunca	8

**Tabela 18. Onde você acessa a Internet**

Local	Nº de alunos
Em casa	12
Na escola	5
Lan house/ cybercafé	6
Outros	9

**Tabela 19. Para que atividades você acessa a Internet**

Motivo	Nº de alunos
Pesquisas	18
Lazer/ jogos	22
Comprar produtos	2
Messenger	6

## **Análise dos dados**

Os resultados revelaram que os alunos têm hábito de leitura, que lêem para estudo e entretenimento. Quanto ao gênero ficou claro que suas leituras estão mais relacionadas ao estudo. A maioria não compra livro, mas, sim, toma emprestado da escola.

Alguns alunos compram jornais e lêem, sobretudo os cadernos de esporte, certas vezes por semana compram e lêem revistas em quadrinhos.

A maioria revelou que em suas casas há, em maior quantidade, CDs musicais, vídeos ou DVDs e um pouco menos de livros e afirmou fazer viagens de férias, praticar esportes, ir ao cinema, assistir a tv, entretanto, poucos freqüentam bibliotecas.

O acesso à *Internet* ocorre de vez em quando, geralmente, em casa com a finalidade de lazer/jogos e, em menor quantidade, para efetivar uma pesquisa.

Podemos, assim, perceber que nossos alunos têm uma certa familiaridade com os meios de comunicação, podendo ser enquadrados em uma categoria de pessoas que recebem informações também fora da escola.

## *Capítulo 2*

---

### **ELEMENTOS NORTEADORES DA PESQUISA**

Iniciamos esta pesquisa realizando um estudo bibliográfico para o qual foram levantadas teses e dissertações de mestrado defendidas em duas universidades da cidade de São Paulo, a saber: PUC e USP. O tema investigado foi o das Pedagogias Diferenciadas. Na seqüência buscamos identificar a problemática que envolve o tema de nossa pesquisa, definir o referencial teórico adequado e os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento da pesquisa. Descrevemos a seguir cada um desses tópicos.

#### **2.1 Levantamento Bibliográfico**

O levantamento bibliográfico foi realizado por consultas diretas às bibliotecas das universidades escolhidas. Inicialmente, não encontramos trabalhos que tratassem diretamente do tema da Pedagogia Diferenciada, passamos, então, a buscar material envolvendo o tema da inclusão e, também, do fracasso escolar, com vistas a poder encontrar elementos que pudessem estar próximos do tema de nosso trabalho. Encontramos dissertações e teses que tratavam da inclusão, mas, da inclusão de alunos com deficiências físicas. Algumas delas tratavam da educação para todos, incluindo assim os alunos com deficiência física e, também, com dificuldades de aprendizagem. Selecionamos

algumas que a nosso ver mais se aproximavam do tema desta pesquisa. Os estudos que realizamos depois revelaram que de fato tais trabalhos pouco tinham a ver com nosso tema. Mesmo assim de um modo geral pudemos extrair desses trabalhos informações, como: o projeto pedagógico não contempla diferenças, a escola não está preparada para atender diferenças quaisquer que sejam, o poder público está pouco preparado para atender necessidades da escola no que tange às diferenças.

Descrevemos sinteticamente algumas delas, procurando destacar determinados pontos que são relevantes ao enfrentamento da diversidade na escola.

**a) O enigma da inclusão: das intenções às práticas pedagógicas, (FERREIRA, 2002).**

Tese de doutorado na qual é investigada a realidade da escola que busca inserir alunos (as) com deficiências de aprendizagem e também físicas no sistema regular de ensino. Nela também é avaliado como as diferenças são pensadas e representadas no cotidiano escolar, ou seja, como a relação do professor e aluno é considerada nas reuniões pedagógicas, nas salas de aulas, nas aulas de educação física, nas festividades, nos recreios, entrada e saída da escola.

Esta pesquisa foi desenvolvida em escolas de ensino regular e em uma escola especializada para crianças “com necessidades especiais”. A autora relata que no ano de 2000, buscou extrair elementos qualitativos da cultura da escola e examinou-a do ponto de vista da educação de toda e qualquer criança em ambiente não restritivo.

A autora considera que a instituição escolar apresenta-se intimamente ligada à transmissão ideológica, ou ainda, difusora de um sistema de valores universais ou dominantes.

O referencial teórico dessa pesquisa foi estruturado partindo da evolução dos conceitos sobre deficiência de aprendizagem e física, privilegiando as noções de igualdade e de diferença. Com base nesse paradigma, considera ser

importante uma reflexão sobre as concepções de Educação, Escola, Sujeito e um debate sobre diferenças, que se complementam em vez de se excluírem mutuamente.

Considera que todo aluno pode aprender. A escola necessita apresentar um conjunto de respostas pedagógicas – novas alternativas ao ensinar, para contemplar a todos. Por outro lado, é preciso pensar nos cursos de formação profissional, para que se possa desenvolver um trabalho com competência técnica e condição emocional, para lidar no dia a dia com a diversidade dentro da sala de aula. Pois “o sucesso ou insucesso da aprendizagem da criança com deficiência de aprendizagem é muitas vezes, o reflexo da intervenção pedagógica e do perfil do professor” (FERREIRA, 2002, p. 288).

**b) Enfrentando o fracasso escolar: inclusão ou reclusão dos excluídos? (BAHIA, 2002).**

Tese de doutorado que tem por objetivo realizar uma investigação apresentando o contexto das propostas de enfrentamento do fracasso escolar e seus impactos na rede de ensino (resistência/aceitabilidade), analisando em que medida estas propostas promoveram avanços, garantindo, tanto a qualidade da aprendizagem como a inclusão e permanência dos alunos no sistema regular do ensino fundamental. Este estudo é mais especificamente direcionado ao desenvolvimento do Projeto Classes de Aceleração (1996) e à implantação do Regime de Progressão Continuada no Ensino Fundamental (1997). Bahia realiza um estudo de caso em uma escola da região de Diadema, acompanhando a trajetória dos alunos que participaram do Projeto Classes de Aceleração (em 1999) e o retorno destes ao ensino regular. Considera adequados os subsídios dados aos professores e alunos para a implantação da proposta, porém faz crítica quanto ao acompanhamento dos órgãos centrais desses trabalhos e considerou pouco satisfatório o desempenho dos alunos.

**c) Inclusão nas escolas municipais de São Paulo: um olhar dos professores, (ANGELOTTI, 2004).**

Dissertação de mestrado em que se buscou verificar qual o posicionamento dos professores da rede municipal de ensino de São Paulo a respeito do movimento de inclusão escolar em relação aos auxílios e encaminhamentos prestados aos alunos com necessidades especiais.

Relata que os professores com uma formação específica para lidar com os alunos com alguma deficiência física, em geral deram um encaminhamento melhor ao trabalho com os alunos. Os outros, em geral, achavam que os alunos deveriam ser encaminhados para psicólogos, transferindo o problema para outras pessoas.

Outro aspecto desta dissertação é relativo às definições de educação inclusiva constante em legislação. Especificamente na legislação municipal, a pesquisadora relata ausência de alguma normatização que respalde o trabalho dos professores com alunos especiais.

## **2.2 Problemática**

Um grande desafio para a educação escolar e, em particular, a brasileira é combater o fracasso escolar no qual está envolvida a questão da existência de desigualdades entre os aprendizes. Este é o foco das chamadas pedagogias diferenciadas, uma proposta de enfrentamento do fracasso escolar e das desigualdades.

Assim, Perrenoud (2000, p. 17) cita que “as pedagogias diferenciadas inspiram-se, em geral, em uma revolta contra o fracasso escolar e contra as desigualdades.” O fracasso escolar e, em especial, na matemática é constatado em estatísticas nacionais e alvo de diversas pesquisas na área da Educação.

Um fator importante que gera fracasso é a existência de diversidade entre os alunos e abordagens escolares universais que não a levam em conta.

Para combater esse estado de coisas, as pedagogias diferenciadas sugerem que se deve fazer uma análise minuciosa dos mecanismos geradores das desigualdades, para que eles possam ser neutralizados.

A própria organização do trabalho pedagógico está ligada ao fracasso escolar; é preciso questionar o sentido do trabalho escolar, a relação com os saberes e sua utilização e cuidado com as diferenças pessoais e culturais dos alunos, valorizando os conhecimentos e experiências que eles trazem de suas famílias e comunidade.

Considerar a diversidade entre os alunos propicia oportunidade de ajuda mútua e aprendizagem para todos. É de grande importância construir uma relação com os alunos e entre eles, de forma a criar um ambiente onde todos sejam respeitados em suas diferenças.

Como cita Perrenoud (1999b), “é preciso muito mais que pensar a diferenciação apenas do ponto de vista cognitivo, é preciso pensar no emocional na relação pessoal com os alunos.”

Durante o fórum Mundial de Educação, o professor Charlot concedeu uma entrevista exclusiva ao sítio do CRE<sup>1</sup>. Quando perguntado sobre qual seria sua preocupação hoje, se fosse professor em uma classe de adolescentes brasileiros, na hora de planejar suas aulas, diz:

Preocuparia-me com a questão da auto-estima. O adolescente é frágil e tem uma imagem frágil de si mesmo. O saber deve permitir que ele reforce essa auto-imagem, ao invés de feri-la ainda mais como muitas vezes acontece. Porque quando o saber é uma fonte de sofrimento pessoal psicológico na sua auto-estima, você tende a desvalorizar esse saber que te desvalorizava.

Sabemos que cada aluno traz uma história pessoal e escolar diferente manifestada de acordo com os vários graus de interesse e motivação para aprender. Desse modo, são vários os fatores que intervêm nessa situação, sendo a classe social do aluno citada por pesquisadores, como um dos elementos determinantes da aprendizagem.

---

<sup>1</sup> CRE: Centro de Referência em Educação

No entanto, Charlot cita em sua entrevista que “existem crianças de meios populares que são bem-sucedidos na escola. E crianças de classe média que encontram dificuldade”.

A escola abriu-se aos alunos de classes menos favorecidas; entretanto, ela não pensou realmente nas diferenças, pois continuou organizada aos que contam com recursos culturais que podem dispor de acompanhamento em casa realizado pelos pais ou por professor particular, além de tempo e espaço para estudar em casa, de uma boa biblioteca, acesso à Internet, etc.

Percebemos que esse atendimento padronizado ignora a forma de ensinar, os métodos e os modos de avaliação, pois o universo cultural dos alunos está legitimando o fracasso de uns e o êxito de outros.

Perrenoud (1999b) observa que ao considerar a avaliação como fonte de aprendizagem, inevitavelmente, teremos de construir novas formas de trabalho docente, superando a avaliação classificatória que apenas verifica o aproveitamento escolar, para separar os alunos que tem êxito dos que fracassam ao final de cada ciclo. Ao contrário disso, podemos adotar uma avaliação formativa, capaz de proporcionar aos alunos novas oportunidades para aprender e refletir sobre seu próprio processo de aprendizagem.

A avaliação formativa tem por objetivo levar o professor a observar mais metodicamente seus alunos, a compreender melhor seu funcionamento, de modo a ajustar de maneira mais sistemática e individualizada suas intervenções pedagógicas e as situações didáticas que propõe. Tudo isso na expectativa de otimizar as aprendizagens e não conteúdos ou procedimentos a atingir em um tempo dado. A avaliação formativa está, portanto, centrada essencial, direta e imediatamente na gestão das aprendizagens do que cada aluno é capaz, fazendo-o evoluir ao máximo e não de um dado conteúdo ou procedimento.

Perrenoud considera melhor falar de observação formativa do que de avaliação, porque a última está associada à medida e classificação. Para ele observar é construir uma representação realista das aprendizagens, de suas condições, de suas modalidades, de seus mecanismos e de seus resultados.

A observação é formativa quando permite orientar e otimizar as aprendizagens em curso sem preocupação de classificar, certificar, selecionar. A avaliação formativa pode ser instrumentada ou puramente intuitiva, aprofundada ou superficial, deliberada ou acidental, quantitativa ou qualitativa, longa ou curta, original ou superficial, rigorosa ou aproximada, pontual ou sistemática. (PERRENOUD, 1999, p.104)

Nada impede avaliar os conhecimentos dos alunos, para que o professor oriente-se nas dificuldades de cada aluno e na elaboração de novas atividades de aprendizagens.

Segundo Perrenoud, considerar as diferenças é, então, colocar cada aluno diante de situações ótimas de aprendizagem, para isso, deve-se compreender o que se passa em sua mente, ou seja, instalar um diálogo sobre o saber e a aprendizagem.

Perrenoud (2001, p. 27) refere que “diferenciar é organizar as interações e as atividades, de modo que cada aluno seja confrontado constantemente, ou ao menos com bastante freqüência, com as situações didáticas mais fecundas para ele.”

Diferenciação pressupõe acompanhamento individualizado dos processos e percursos de aprendizagem, considerando cada indivíduo, suas capacidades e dificuldades diferenciadas.

Diferenciar o ensino não é introduzir a diferença, mas dominar a individualização dos percursos. E, sobretudo, é fazê-lo de modo que os aspectos criadores de desigualdades sejam neutralizados em proveito de uma “discriminação positiva”. (PERRENOUD, 2001, p. 31)

## 2.3 Fundamentação teórica

Este trabalho tem por referência teórica a pedagogia diferenciada proposta por Perrenoud. Todas as citações referem-se a trabalhos deste autor, neste item, e por isso apenas indicamos, ano e página.

Essa teoria trata entre outros temas sobre a desigualdade cotidiana diante do sistema de ensino, relativamente à ação pedagógica e a diferença. Para Perrenoud, grande parte dos professores busca a seu modo ajustar seu ensino às

diferenças, questionando suas práticas e realizando tentativas de diferenciação para favorecer a aprendizagem dos alunos em situação de desvantagem.

Na sala de aula, o professor tem imagens diferenciadas de seus alunos, “com cada um ele tem um relacionamento relativamente personalizado e ajusta de forma parcialmente individualizada suas exigências, suas reações, suas explicações, sua avaliação” (2000, p. 67).

Esta diferenciação não é suficiente para impedir o aumento do fracasso. Embora muitos professores dediquem-se para que todos os alunos sejam bem-sucedidos, em especial, aos que parecem mais desvalidos.

Muitos professores de ensino fundamental oscilam entre momentos de otimismo inovador e momentos de pessimismo conservador. Por um certo tempo um professor assume compromisso com a aprendizagem de seus alunos fazendo de tudo para que eles sejam bem-sucedidos, “prepara material individualizado, encarrega-se das crianças além do horário de aula, tenta fazer uma avaliação mais formativa e estimulante, conversa com os pais, investe em atividades mais significativas” (2001, p. 68).

Entretanto se os resultados esperados não forem obtidos, pode-se perder a vontade de mudar e limitar-se-á a seguir o programa.

No início do ano, um professor de ensino fundamental depara-se com crianças diferentes em tamanho, desenvolvimento físico, fisiologia, resistência ao cansaço, capacidade de atenção e de trabalho; em capacidade perceptiva, manual e gestual; em gostos e capacidades criativas; em personalidade, caráter, atitudes, opiniões, interesses, imagens de si, identidade pessoal, confiança em si; em desenvolvimento intelectual; em modos e capacidades de relação e comunicação; em linguagem e cultura; em saberes e experiências extra-escolares; em hábitos e modo de vida fora da escola; em experiências e aquisições escolares anteriores; em aparência física, postura, higiene corporal, vestimenta, corpulência, forma de se mover; em sexo, origem social, origem religiosa, nacional ou ética; em sentimentos, projetos, vontades, energias do momento (...) em uma classe de ensino fundamental, apesar da relativa proximidade da idade, talvez haja mais diferenças que na maioria dos grupos constituídos em uma sociedade. (2001, p. 69)

Perrenoud trata da relação entre os alunos mostrando que ela é dificultosa devido à diversidade existente no grupo classe. Ele destaca que entre crianças existe a possibilidade de escolha, mas, ela é reduzida à medida que o

espaço que eles convivem na escola é pequeno restringindo a liberdade de cada um na escolha de seus parceiros.

A adaptação às diferenças entre crianças não é instantânea nem ilimitada.

Para uma criança, a diversidade dos colegas na sala de aula pode ser ameaçadora ou, no mínimo, problemática porque algumas delas não possuem esquemas adequados de interpretação e reação. Uma criança pode desconcertar ou provocar medo por ter um sotaque estrangeiro ou dificuldades de expressão, reações violentas, cóleras incompreensíveis, familiaridades e exigências inesperadas, por ter alguma deficiência, por não respeitar os costumes. (2001, p. 70)

Perrenoud afirma que existem poucos estudos a respeito das primeiras experiências escolares sob esse ponto de vista. Talvez uma escolarização precoce aos três ou quatro anos, possa reduzir a sensibilidade às diferenças em período no qual o egocentrismo predomina. Considera ainda que a dificuldade de se adaptar à diversidade e de se relacionar com crianças muito diferentes talvez seja mais sensível quando há migração e mudança de classe ou, até mesmo, de sistema escolar em uma idade mais avançada.

No decorrer da escolaridade, os alunos aprendem a conviver com a diversidade a qual se torna familiar, permitindo enfrentá-la. Perrenoud chama esse acontecimento de currículo oculto.

Cabe ao professor construir uma relação com os alunos e, entre eles, de forma a criar um ambiente onde todos sejam respeitados em suas diferenças.

Também há distâncias e diferenças entre professores e alunos. “Para muitos elas resultam da desigualdade de status e de idade entre o professor – adulto, responsável pelo grupo, cujo “ofício” de instruir – e qualquer criança subordinada à sua autoridade, cujo “ofício” é aprender as regras do jogo” (2001, p. 71).

O professor enfrenta a diversidade dos alunos como algo “natural” da sua profissão. Esta heterogeneidade não representa um obstáculo para ele, mas uma gratificação pessoal e profissional no trato com os alunos, independente das aprendizagens escolares previstas pelo programa.

Portanto, uma parte significativa das intervenções do professor tem a função de fazer o grupo funcionar; essas intervenções adaptam-se, mais ou menos adequadamente, às características do grupo, à sua composição, à história das suas relações, tanto entre os próprios alunos quanto entre eles e o professor. (2001, p. 71)

Afirma também que quanto maior for a diversidade das personalidades, das necessidades, das aspirações, das competências, mais difícil será a realização de uma atividade coletiva da qual todos gostem e que tenha sentido para todos.

Diante da diversidade do grupo classe, o professor é observado como animador, preocupado em não deixar essa diversidade travar o bom funcionamento do grupo. Ele também é visto como "ator no grupo, separado de cada aluno por uma distância estatutária à qual se acrescenta uma distância pessoal e cultural que varia de um aluno para outro" (2001, p. 78).

As experiências e bagagem teórica acumuladas pelo professor o deve ajudar a compreender as diferenças do desenvolvimento, da personalidade e de cultura dos alunos. Esta experiência confere-lhe um poder, como adulto e como professor, que lhes dão a iniciativa e a vantagem em todas as interações: é sempre ele quem define a situação.

Como membro do grupo classe, o professor parece estar em melhores condições que a dos alunos para enfrentar a diversidade. As diferenças existentes no grupo classe não podem ser evitadas, ao contrário, devem ser enfrentadas.

A responsabilidade do professor é ensinar, essa intenção obriga-o buscar maneiras de construir uma relação o mais positiva possível com seus alunos.

Mesmo com os alunos que o desconcertam, o decepcionam, o incomodam ou simplesmente com os quais ele sente não ter qualquer afinidade. Por isso, deve tentar diminuir a distância existente entre ele e algumas crianças, uma distância provocada pelo conjunto dos mal-entendidos, das rejeições, dos juízos de valor, dos rótulos desqualificadores, das diferenças não-aceitas, que tornam a comunicação difícil, a relação conflituosa entre o professor e alguns alunos. (2001, p. 79)

As distâncias entre professores e alunos manifestam-se em uma sala de aula, quando o professor cria uma expectativa em relação aos alunos quanto:

À disciplina, atenção, trabalho, esforços contínuos e aprendizagens. Essas expectativas criam uma tensão potencial, que se atualiza cada vez que o aluno resiste a elas e não as satisfaz. Através da avaliação formal, assim como de vários outros indicadores, o professor revela o que pensa a respeito das competências intelectuais de uma criança, bem como de sua vontade, de seu desejo de aprender, de sua capacidade de organizar seu trabalho e levá-lo a sério, de sua honestidade, de sua criatividade, de sua habilidade. (2001, p. 79)

Geralmente, quando se fala das diferenças na escola “as desigualdades de desenvolvimento intelectual, de capital lingüístico e cultural, de competências escolares são lembradas” (2001, p. 88). Em uma classe de ensino fundamental, os alunos estão muito desigualmente dispostos e preparados para assimilar os saberes que serão avaliados pela escola. Sendo assim uma ação pedagógica totalmente indiferenciada só “favorecerá os favorecidos e desfavorecerá os desfavorecidos”.

Uma igualdade de tratamento pedagógico aliado à desigualdade das predisposições poderia ser suficiente para explicar a desigualdade das aquisições.

Em uma classe de ensino fundamental, o número relativamente restrito de alunos e sua proximidade tornam possível a realização de muitos feedbacks mudos: a postura, a atenção, o olhar interessado, entediado, perdido, o investimento nas ocupações lúdicas, a vontade manifesta de tomar a palavra ou de estar em outro lugar, de fazer perguntas ou de ser esquecido.(...) Mesmo se os alunos não tivessem outras formas de se expressar, o professor poderia ajustar seu discurso às reações e necessidades de alguns deles. É verdade que, aparentemente o discurso dirige-se a todos, no sentido de que todos podem ouvi-lo. Mas, na verdade, se o professor diminui o ritmo, explica de novo com mais calma, apresenta exemplos mais simples, isso é feito para responder às reações dos que “desligam” e demonstram tédio ou falta de compreensão. Ao contrário, quando abrevia, complica um pouco ou abre um parêntese, é para prevenir o tédio e a distração dos que já compreenderam; ele representa, faz mímica, ironiza para captar a atenção dos que olham pela janela ou que não prestam atenção. No discurso, aparentemente dirigido a todo o grupo, de fato coexistem fragmentos de discurso dirigido mais particularmente a um subgrupo e até mesmo a um aluno em particular. (2001, p. 90-91)

Quando há diálogo entre professor e alunos ou entre os alunos durante a lição coletiva, os retornos são ainda mais explícitos. Porque nesse momento os alunos podem conversar sobre as conquistas e dificuldades e as perguntas feitas mostram o que este ou aquele aluno não aprendeu.

Essa interação, a ênfase atribuída à participação dos alunos, ao diálogo didático, criam um outro tipo de diferenciação: nem todos os alunos são solicitados – ou seja, valorizados – da mesma maneira, nem todos recebem respostas para sua pergunta, nem as propostas são ouvidas ou adotadas. Esse é um dos aspectos da interação seletiva, entre o professor e os alunos. (2001, p. 91)

Nos momentos de tarefas individuais alguns professores têm o costume de dar tarefas – uma série de problemas ou exercícios – e deixar os alunos trabalharem sozinhos. Nas séries iniciais em razão da autonomia limitada dos alunos torna esta tarefa pouco eficaz, uma vez que sem ajuda, muitos alunos não conseguem progredir pela falta de compreensão de uma orientação ou de impasse no raciocínio.

O trabalho individual oferece oportunidade para o professor estabelecer uma relação mais próxima com o aluno e compreender melhor o modo de raciocínio e de investigar suas dificuldades específicas. Portanto conforme assevera Perrenoud (2001, p. 92), “também, no trabalho individual há uma interação entre o professor e alguns alunos, tanto quando eles trabalharem em suas carteiras como quando se dirigem ao professor para pedir ajuda ou fazer a correção do trabalho”.

O autor continua citando que,

Mesmo em atividade de grupos, jogos, pesquisas, etc. podem ocorrer processos semelhantes aos que ocorrem com atividades individualizadas. Porém em atividades abertas, descentralizadas, diversas em seu conteúdo e ritmo, mais a diferenciação será teoricamente possível. Entretanto, isso pode reforçar as desigualdades ou diminuí-las (...). O professor utiliza espontaneamente os conceitos de diversidade quando pensa em sua classe, ele forma uma imagem intuitiva desde o primeiro contato com um novo grupo-classe, completando-a e matizando-a a partir da experiência, da observação cotidiana das crianças e dos procedimentos mais formais de avaliação. A heterogeneidade de um grupo-classe é uma característica que o professor pode apreciar globalmente e mesmo especificar conforme várias dimensões: o nível propriamente escolar nesse ou naquele ponto, o desenvolvimento físico ou intelectual, a autonomia e os métodos de trabalho, as motivações, e as ambições, a rapidez e a seriedade no trabalho, a participação nas atividades coletivas, a integração no grupo, o comportamento e a disciplina, as condições de vida extra-escolar. (2001, p. 101)

Segundo o autor, não se sabe muito bem, qual a dimensão da diferenciação um professor utiliza em uma descrição global de seu grupo-classe. É possível pensar que:

Ele baseia sua imagem global das diferenças em representações individualizadas de seus alunos ou seja, que ele tem uma imagem relativamente precisa de cada um, do que ele é, do que faz, do que sabe e que, ao confrontar essas imagens individualizadas, ele consegue constatar uma maior ou menor diversidade no grupo, conforme este ou aquele critério. (2001, p. 101)

A avaliação formal é considerada por Perrenoud como uma das dimensões utilizadas pelo professor para que ele tenha uma imagem das diferenças ou desigualdades.

Sejam quais forem os limites desses instrumentos de avaliação, de um ponto de vista psicométrico, podemos imaginar que cada prova oral ou escrita ofereça uma série de informações sobre o que um aluno sabe ou não sabe fazer, além de destacar suas lacunas e dificuldades. (2001, p. 102)

Para compreender melhor a evolução do aluno e seus problemas, Perrenoud sugere que o professor deveria dispor de conceitos, de esquemas de classificação e de registro, até mesmo de técnicas de codificação e de anotações, que lhe permitissem selecionar as informações dignas de ser conservadas e organizá-las logicamente. A constante observação e o cuidadoso registro do desempenho e do aproveitamento dos alunos no desenvolvimento das atividades permite (re)construir a memória do processo vivido, ajuda a organizar o pensamento, estimula a reflexão, proporcionando uma visão global do trabalho desenvolvido, facilitando a identificação dos entraves. O registro é um instrumento indispensável para situar a aprendizagem dos alunos e, a partir daí, organizar a seqüência de ensino para toda a classe, bem como os acompanhamentos mais específicos que sejam necessários.

Segundo Perrenoud, nenhuma pedagogia é estritamente diferenciada. “Os atuais sistemas de ensino continuam sendo incapazes de levar em conta as diferenças, a não ser para sancioná-las e transformá-las em desigualdades escolares e, depois, em orientações hierarquizadas”, (2001, p. 114).

A atual imagem dos processos de desenvolvimento e de aprendizagem exige, quase que obrigatoriamente, uma ação pedagógica individualizada que leva em conta as diferenças para não transformá-las em desigualdades.

## 2.4 Procedimentos metodológicos

Este trabalho foi desenvolvido a partir dos seguintes procedimentos:

a) levantamento bibliográfico de pesquisas sobre o tema da pedagogia diferenciada.

O levantamento foi realizado em duas universidades da cidade de São Paulo, a PUC-SP e a USP. Foram avaliadas dissertações de mestrado e teses de doutorado. As referências foram os títulos e resumos das pesquisas. Foram selecionadas e sintetizadas duas teses e uma dissertação.

b) definição do público alvo.

A definição do público-alvo foi realizada com base nas características de nível escolar. Assim, a 5ª série de ensino fundamental foi escolhida por considerarmos que, nesse momento, vários fatores poderiam causar diferenças, como a separação das disciplinas, a diversidade de professores e o uso de conhecimentos escolares prévios, entre outros.

c) Elaboramos e aplicamos um questionário (ANEXO B) e três atividades (ANEXO C), envolvendo conhecimentos matemáticos, tendo por objetivo detectar possíveis diferenças entre os sujeitos pesquisados no que tange ao enfrentamento das mesmas.

O questionário visou a avaliar como os alunos vêem a matemática, ajuda dos pais, dificuldades, entre outros.

d) análise dos dados.

Os dados foram analisados, segundo o referencial da pedagogia diferenciada.

e) elaboração de considerações finais.

## *Capítulo 3*

---

### **DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA**

Esta pesquisa objetivou avaliar diferenças de competências dos alunos frente a atividades matemáticas, com vistas a favorecer o estabelecimento de práticas pedagógicas que as levem em conta. A primeira ação que realizamos foi a de escolher entre as classes que ministramos aula a que mais favorecesse nossa pesquisa. Em seguida, tomamos decisão sobre os instrumentos que utilizaríamos para a investigação. Optamos pela aplicação de duas atividades investigativas e uma de resolução de problemas, opção essa que justificamos mais adiante.

Com vistas a identificar alguns interesses dos alunos elaboramos e aplicamos um questionário. Por último analisamos os dados tendo por referência o quadro teórico escolhido.

#### **3.1 Sujeitos da pesquisa**

Os sujeitos desta pesquisa são alunos do primeiro ano do ciclo II (5<sup>a</sup> série – 10 a 13 anos) do ensino fundamental. A escolha desse público teve como parâmetro a fase de formação, segunda metade do ensino fundamental, que apresenta algumas características que a nosso ver são especiais. Nessa fase a matemática constitui-se como uma disciplina em separado e, portanto, há uma

quantidade maior de conteúdos a serem apreendidos. Por essa razão, as dificuldades dos alunos na matéria começam a se delinear. Alguns fatores que interferem na aprendizagem podem ser levantados. Um deles é o professor pressupor que os alunos tenham adquirido vários conhecimentos nos anos anteriores, como por exemplo, as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Além disto, ao ocorrer a separação das disciplinas, o aluno passa a trabalhar com vários professores, cada um com exigências diferentes. Como cita Perrenoud (2000, p. 20), “... nem todos os professores que supostamente executam um programa definido dão exatamente a mesma formação”.

### 3.2 Instrumentos da investigação

Compreendem os instrumentos da investigação um questionário visando a identificar interesses sobre o aprendizado da matemática, e três atividades sendo as duas primeiras com questões abertas de investigação matemática sem preocupação de dar notas, mas, analisar as competências de investigação, fazer inferência, reflexão, exploração, levantamento de suposições e, também, o registro das descobertas feitas pelos alunos. A terceira atividade é sobre resolução de problemas.

Acreditamos que o trabalho com atividades investigativas nas aulas de matemática propicia aprendizagens significativas, uma vez que o aluno é colocado em situações de desafio, reflexão, exploração e empenho.

De acordo com Ponte; Brocardo & Oliveira,

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (2005, p. 23)

Segundo os autores em uma aula investigativa o papel do professor é desafiar e envolver os alunos ativamente na realização da atividade estimulando

sua criatividade nas suas explorações, privilegiando uma postura interrogativa e deixando o aluno desenvolver-se autonomamente servindo apenas como regulador da atividade.

### 3.3 Questionário II (ANEXO B): descrição e análise

DATA \_\_/\_\_/2006

Dados pessoais:

Gênero: M ( ) F ( ) Idade (em anos completos): \_\_\_\_\_ Ano /Ciclo \_\_\_\_\_

1. Seus pais perguntam a você o que aprende de matemática na escola?

---

---

2. Se sim o que você diz a eles?

---

---

3. Você gosta de falar sobre o que aprende de matemática?

---

---

4. Em sua casa você ensina alguém sobre o que sabe de matemática?

---

---

5. Você se acha bom em matemática? Por quê?

---

---

---

6. Você acha algum de seus colegas bom em matemática? Por quê?

---

---

---

7. Você acha que há entre seus colegas alguns que não conseguem aprender matemática?

---

---

8. Você acha que matemática serve para alguma coisa? Para o quê?

---

---

9. Tem alguma parte da matemática que você acha difícil? Sabe explicar por quê?

---

---

10. Você acha que quem sabe matemática é inteligente?

---

---

11. Você acha divertidos os jogos ou brincadeiras com números?

---

---

12. Alguém já falou para você que matemática é uma coisa difícil?

---

---

13. Você consegue fazer as lições de matemática sozinho (a)? Se não quem o (a) ajuda?

---

---

14. Escreva o que quiser sobre estudar matemática.

---

---

---

---

### **Análise do questionário**

O questionário foi aplicado a uma turma de 5<sup>a</sup> série (10 a 13 anos) de uma escola municipal, zona central da capital, com o objetivo de identificar diferenças relativas às suas possibilidades de estudos, sobre o acompanhamento de seus estudos em casa, e sobre o que eles pensam a respeito da matemática.

Dados quantitativos:

**Tabela 1. Gênero**

Gênero	Nº de alunos
Masculino	17
Feminino	11
Total	28

**Tabela 2. Idade**

Idade (anos)	Nº de alunos
10	11
11	12
12	04
13	01
Total	28

Algumas respostas dos alunos e a análise das respostas

**Seus pais perguntam a você o que aprende de matemática na escola?**

- “Perguntam todo o dia quando eu chego da escola”.
- “Sim, pois, eles ficam preocupados se eu não fizer a lição”.
- “Sim, quando eu chego da escola, minha mãe sempre pergunta sobre a lição de matemática”.

A maioria dos alunos (16) respondeu que sim; os pais perguntam o que aprenderam na escola sobre matemática.

Oito deles afirmam que os pais não perguntam. Existem ainda aqueles que responderam assim: “Às vezes, porque eles quase não têm tempo de olhar” e “não, porque meu pai e minha mãe não gostam muito de matemática”. Pelas respostas dos alunos foi possível observar diferenças entre elas, temos aqueles que os pais são presentes, estão atentos ao que eles aprendem, temos também os que não tem tempo para acompanhar a vida escolar do filho, e outros que não gostam da matemática.

Sintetizando as respostas dos alunos no item seguinte sobre: - se sim o que você diz a eles? A(o)s aluno(a)s cujos pais perguntam o que aprendem na escola relataram o que estavam aprendendo, e quando não entendem alguma

lição pedem ajuda a eles. Um aluno disse que quando os pais perguntam em casa, ele até aprende mais. Temos também aqueles que responderam que não dizem nada porque os pais não perguntam.

É importante observar que uma aluna disse que os pais não gostam de matemática e num item à frente respondeu que não gosta de matemática, possivelmente este fato justifica a participação menos ativa da aluna nas atividades.

**Você gosta de falar sobre o que aprende em matemática?**

- “Sim, é muito bom falar das nossas lições porque, às vezes, quem está em dúvida pode aprender ouvindo”.
- “Sim, normalmente, eu falo sobre matemática com os meus primos”.
- “Sim, porque eu também ensino eles”.
- “Gosto. Quando eu faço lição de casa, eu falo com minha mãe sobre o que eu aprendo”.

Ao sintetizar as respostas dos alunos a respeito desta questão, temos que 19 alunos responderam que gostam de falar sobre o aprendizado em matemática, quatro que, às vezes, gostam de falar a respeito e cinco disseram que não gostam de falar sobre o que aprendem em matemática.

**Em sua casa, você ensina alguém sobre o que sabe de matemática?**

- “Ensino o meu primo que está na 4ª série. Todos os dias, ele tem lição de casa e eu ensino ele”.
- “Eu ensino o meu primo Bruno porque ele tem dificuldade em matemática”.
- “Não, porque minha mãe não tem tempo e nem o meu pai”.
- “Sim, o meu primo ele tem 12 anos”.
- “Não, eu só falo quando é na hora de matemática ou quando eu vou ao mercado com dinheiro e eu conto o tanto que estou levando”.

Esta última resposta de aluno mostra que ele percebeu a matemática com uma utilidade prática na vida cotidiana.

Neste item, a maioria respondeu que não ensina ninguém sobre o que sabe de matemática.

**Você se acha bom em matemática? Por quê?**

- “Sim, pois tenho um raciocínio rápido”.
- “Sim, porque a maioria das coisas eu acerto”.
- “Um pouco, porque, às vezes, eu erro em alguns problemas”.
- “Mais ou menos, porque tem várias coisas que eu não sei direito, porque eu não consigo responder”.
- “Não, porque eu não gosto muito de matemática”.
- “Não, porque tem várias coisas que eu não sei”.
- “Não, porque não é a minha matéria predileta”.

É importante notar que os alunos que afirmam serem bons em Matemática justificam-se pelo fato de saber fazer e acertar as atividades. Os que afirmam não serem bons pelo fato de não gostarem de Matemática ou porque não acertam as contas ou problemas.

**Você acha algum de seus colegas bom em matemática? Por quê?**

Fazendo uma síntese das respostas dadas, a maioria citou um coleguinha da sala como sendo bom em matemática. As justificativas que deram foram variadas, assim apresento algumas respostas: “Sim, porque tem muitas crianças que falam durante a aula”; “sim, porque alguns de meus colegas raciocinam rápido na matemática”; “Sim, porque têm alguns que estudaram mais e outros estudaram menos, mais tenho colegas bons”. “Acho a J. M. B., porque sempre quando eu não entendo a lição, ela me ensina”. Vários alunos citam o colega R. como bom em matemática, o argumento deles é porque o aluno R. veio de uma escola particular.

**Você acha que há entre seus colegas alguns que não conseguem aprender matemática?**

Ao sintetizar as respostas observo os que responderam afirmativamente, citaram um colega da classe como alguém que não consegue aprender matemática, poucos justificaram o sim. Um aluno respondeu: “Sim, o R. ele é muito mole, ele não consegue escrever rápido, ele pára pra olhar as pessoas”. Outros responderam que não conhecem bem os colegas. Os que responderam que não conhecem nenhum colega foram nove alunos, eles não justificaram a resposta.

**Você acha que matemática serve para alguma coisa? Para o quê?**

Alguns relacionaram a matemática com a vida cotidiana: “Sim. Serve para eu saber fazer uma conta de luz, eu saber o valor que eu tenho que pagar”; “Claro, porque a matemática serve para várias coisas, por exemplo: você está no mercado, você tem que fazer a conta para saber o troco”; “Acho. Para contar dinheiro, contar outras coisas, somar, multiplicar, diminuir, dividir e etc...”; “Sim, por exemplo, quando eu quero saber quantos dias falta para o meu aniversário e também, quanto a minha mãe vai gastar na páscoa comprando ovos”. Outros relacionaram a matemática com o trabalho: “quando você quiser trabalhar em caixa de mercado de loja, em padaria, bar”; “Sim, porque quando você for trabalhar, você vai efetuar contas”; “sim, serve para que no futuro se eu ser um professor de matemática”; “Sim, para um emprego no futuro”. Outros relacionariam a matemática com atividade escolar como: “Sim, Para que quando a gente for fazer uma prova de matemática a gente já sabe”; “Sim, serve para aprender contas problemas e outras coisas”; “Serve para pensar, desenvolver a mente e etc...”; “Sim, para contar dinheiro e resolver problemas”, há um aluno que tem uma visão bastante ampla da matemática: “Sim, para tudo porque a matemática é uma matéria fundamental para nosso aprendizado”.

### **Tem alguma parte da matemática que você acha difícil? Sabe explicar por quê?**

Sintetizando as respostas dadas pelos alunos neste item, muitos afirmaram encontrar dificuldade com conta de divisão, mas não souberam explicar o porquê. Um aluno respondeu assim: - “Porque todos os exercícios não são iguais”.

### **Você acha que quem sabe matemática é inteligente?**

Algumas das respostas dadas por 11 alunos que afirmam não considerar inteligente quem sabe matemática.

- “Não, necessariamente, porque ser inteligente precisa saber todas as matérias”;
- “Não, porque todos são inteligentes, porque cada pessoa tem sua dificuldade”;
- “Não, porque matemática não é a matéria mais interessante”;
- “Não, porque matemática é fácil é só raciocinar e saber a tabuada”.

Dentre os dezessete alunos que consideram que quem sabe matemática é inteligente, onze justificaram suas respostas. Algumas das respostas dadas:

- “Sim, porque eu ensino quem não sabe fazer a matéria”;
- “Sim, porque essa pessoa pensa muito para aprender”;
- “Sim, muito porque matemática se você aprender você já é inteligente”;
- “Sim, mas tem gente mesmo que não saiba, tem o direito de ser inteligente”;
- “Sim, porque eu consigo fazer as lições de matemática (às vezes)”.

### **Você acha divertido os jogos ou brincadeiras com números?**

Neste item, a maioria respondeu que sim; acha divertido os jogos ou brincadeiras com números, algumas das respostas de alunos que responderam afirmativamente:

- “Sim, porque você se diverte aprendendo”;
- “Sim, porque você tem que ficar pensando é divertido”;

- “Sim, é divertido brincar com números, distrai a mente”;
- “Sim, pois ajuda na matemática”;
- “Eu acho sim, porque às vezes que os jogos com os números são fáceis”.

Dentre os que responderam que não acham divertido os jogos ou brincadeiras com números, apenas um justificou sua resposta assim: “Não muito, eu não acho muito legal é porque, às vezes, tem jogos que você tem que fazer conta”. Sintetizando as outras respostas: outros disseram que, às vezes, sim, às vezes, não, depende do tipo de jogo ou brincadeira.

### **Alguém já falou para você que matemática é uma coisa difícil?**

A maioria respondeu que alguém já falou que matemática é difícil. Algumas respostas dadas:

- “Sim, minha irmã ela falou que tem umas contas tão grandes e difíceis”;
- “Sim, um monte de gente como o meu pai e a minha mãe”;
- “Sim, o meu pai”;
- “Muitas pessoas já me disseram”;
- “Sim, mas são pessoas que não sabe que a matemática é fácil”;
- “Já, a minha amiga da 4<sup>a</sup> série”;
- “Já, mas não foi ninguém da escola”;
- “Sim, porque, às vezes, tem dificuldades”.

No entanto, observo que sete alunos que deram respostas não, apenas um justificou assim: “Não, porque não é muito difícil”.

### **Você consegue fazer as lições de matemática sozinho (a)? Se não quem o (a) ajuda?**

A maioria respondeu que, às vezes, consegue fazer as lições de matemática sozinho; quando não consegue ou o pai ou a mãe ou irmãos os ajudam. Importante este envolvimento da família nas atividades extra classe. Nenhum aluno citou que pede ajuda a professor particular.

Algumas respostas dadas pelos alunos:

- “Algumas vezes, sim, mais se eu não consigo fazer; minha mãe, meu pai ou minha irmã me ensina”;
- “Às vezes não, mas quando eu não sei quem me ajuda é minha mãe ou o meu pai”;
- “Às vezes, só em casa é a minha mãe que explica e quando eu estou com dúvida, eu pergunto bem baixinho para o Renato (colega da sala)”;
- “Algumas sim, outras não. A minha irmã, o meu irmão”;
- “Algumas contas eu consigo fazer, algumas que eu não consigo fazer a minha mãe ajuda”;
- “Às vezes. Quando eu chego da escola é a minha vizinha que está na 7ª série e quando eu faço depois das 17h é a minha mãe”.

Uma aluna respondeu assim: “Sim, minha mãe não sabe matemática, então, eu me viro sozinha”. Os outros disseram que conseguem fazer às lições sozinhos.

### **Escreva o que quiser sobre estudar matemática.**

As respostas foram bem diversificadas, alguns relacionaram matemática como necessária para arrumar emprego, outras para uso na vida cotidiana, outras como uma atividade escolar para fazer contas. Algumas respostas de alunos:

- “Estudar matemática é bom, porque com a matemática nós podemos arranjar empregos bons. E é isso que eu acho sobre estudar matemática”;
- “Eu acho que estudar matemática vai servir para ser bancário no futuro”;
- “Matemática é importante para não ser enrolado na hora de compra alguma coisa de alto valor”;
- “Eu acho que é ótimo e fundamental estudar matemática, pois ela serve pro resto da vida”;
- “Eu não gosto muito de matemática por que tem muito número e me confunde”;

- “Matemática é bom para quem sabe e para quem não sabe é ruim. Eu aprendi muito em matemática, para mim eu acho mais ou menos, mas outras pessoas eu acho que é bom”;
- “Matemática é muito bom, quando eu não tenho nada para eu fazer, eu estudo matemática ou eu peço para a minha mãe passar em um caderno usado contas de matemática”;
- “Eu acho que estudar matemática é muito importante para somar alguma coisa, dividir, multiplicar e subtrair”;
- “Estudar matemática é muito bom, aprende várias coisas, como por exemplo, você aprende e também você se diverte”;
- “Estudar matemática é bom para quem sabe e ruim para quem não tem vontade”.

É importante observar que algumas respostas diferenciam das outras, existem os que percebem a matemática como uma utilidade prática fora do contexto da sala de aula; outros, porém a vêem como uma atividade para resolver contas.

### **3.4 Atividades (ANEXO C): descrição**

#### **Atividade 1: “Outro olhar sobre a Tabuada”**

- a) Construa a tabuada do 3. O que encontra de curioso nesta tabuada? Prolongue-a calculando  $11 \times 3$ ,  $12 \times 3$ ,  $13 \times 3$ ,... e formule algumas conjecturas.
  
- b) Investigue agora o que acontece na tabuada do 9 e do 11.

**Atividade 2: Números quadrados**  
**(fase 1: resolução individual)**

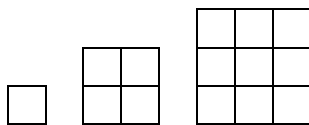
Nome: \_\_\_\_\_

No: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2006

1º Ano/Ciclo II – Turma A (5ª série)

Questão 1.

- a) Observe os 3 quadrados desenhados abaixo. O segundo quadrado foi formado a partir do primeiro e o terceiro quadrado a partir do segundo.



- b) Desenhe agora o quarto quadrado a partir do terceiro. Quantos quadradinhos você utilizou para construir o quarto quadrado?
- c) Pense como seria para chegar ao sétimo quadrado. Quantos quadradinhos serão necessários para obter o sétimo quadrado?
- d) E desenhar o décimo quadrado? E o décimo sexto?
- e) Escreva uma frase para indicar o que descobriu para desenhar um quadrado quando você conhece o quadrado que, numa ordem, vem antes dele.
- f) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência, usando potências.

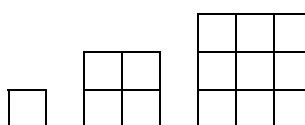
**Atividade 2****(fase 2 resolução em duplas)**

Nome: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

1º Ano/Ciclo II – Turma A (5ª série) - Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2006

a) Observe a seqüência abaixo:



b) Qual a próxima figura dessa seqüência? Desenhe.

c) E a seguinte? Desenhe.

d) Escreva como cada figura se transforma na seguinte.

e) Quantos quadradinhos têm a 10ª figura? Desenhe.

f) Quantos quadradinhos têm uma figura numa posição qualquer?

g) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência (da primeira a uma posição qualquer), usando potências.

### Atividade 3 – Resolução de problemas

Nome: \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_ 5ª série A – Data: \_\_/\_\_/2006

- (1) Na escola de Pedro, há 6 times de futebol. Eles querem planejar um torneio para após as aulas, de maneira que cada time jogue uma única vez com todos os outros. Quantas partidas devem ser jogadas? JUSTIFICAR COM DETALHES.
- (2) Dois trabalhadores, um mais velho e outro mais jovem, moram na mesma casa e trabalham na mesma fábrica. O homem mais jovem leva 20 minutos caminhando até a fábrica. O homem mais velho percorre a distância em 30 minutos. Quando o trabalhador jovem alcançará o homem mais velho se este partir 5 minutos antes do jovem? JUSTIFICAR COM DETALHES.

### 3.5 Aplicação das atividades

Com vistas a avaliar diferenças de competências aplicamos três atividades, sendo duas tarefas de investigação e uma de resolução de problemas. Como cita Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 22), “As investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas”. As atividades tiveram momentos de trabalho coletivo (em duplas ou grupos de 3) e individual.

De acordo com os PCNs (1998, p. 38-39):

Além da interação entre professor-aluno, a interação entre alunos desempenha papel fundamental no desenvolvimento das capacidades cognitivas, afetivas e de inserção social. (...) Assim, trabalhar coletivamente favorece o desenvolvimento de capacidades como:

- Perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;
- Saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro;
- Discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias idéias;

- Incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão a respeito dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender.

## Atividade 1

### A respeito da escolha:

A atividade 1 foi escolhida entre as atividades destinadas à 5ª série do livro *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Um comentário dos autores sobre a atividade,

Esse tipo de tarefa, para além de poder ser uma boa maneira de iniciar os alunos nas atividades de investigação, permite desenvolver conhecimentos importantes acerca dos números e levá-los a formular questões que decorrem das explorações que vão fazendo. Por exemplo, depois de constatarem que o produto de um número ímpar por um número par é sempre par, podem surgir interrogações como: o que se passa com a soma de um número par com um ímpar? Por outro lado, essas tarefas também podem construir um contexto interessante para o estudo dos múltiplos e dos critérios de divisibilidade: a tabuada do 5 terminam em 0 ou 5 e levar os alunos a perceberem que, para ver se um número é divisível por 5, basta verificar se ele termina em 0 ou 5. (PONTE, BROCARD & OLIVEIRA, 2005, p. 65).

Sua escolha justifica-se pela possibilidade de colocar os alunos em situações que exijam investigação, reflexão e busca de regularidades, pois como sugerem os autores.

Desde muito cedo, podem ser propostas tarefas em que os alunos são convidados a analisar padrões e regularidades envolvendo números e operações elementares. A tarefa *Outro olhar sobre a tabuada* é um exemplo dessa potencialidade das investigações (PONTE, BROCARD & OLIVEIRA, 2005, p. 64).

Com a atividade 1 pretendíamos avaliar que estratégias os alunos usam para analisar padrões, relações numéricas e propriedades. No caso os números envolvidos pelas tabuadas do 3, 9 e 11 e como se expressam por escrito. Esperamos com as respostas observar possíveis diferenças de competências dos alunos frente a uma situação nova.

### Procedimentos de aplicação

Antes de entregar a folha com a tarefa, explicamos à classe toda que a atividade tinha como propósito a realização de uma investigação numérica nos

cálculos das tabuadas do 3, 9, e 11. Em seguida dissemos que eles deveriam observar os resultados obtidos após multiplicação, levantar suposições que os conduzissem a qualquer descoberta de relações entre os números dessas tabuadas e que explicitassem suas observações, isto é, escrevessem como chegaram a esses resultados. Num terceiro momento, sugerimos que formassem grupos de três (não interviemos na formação dos grupos) e distribuimos uma folha para cada grupo.

A organização dos grupos, feita de forma espontânea pelos próprios alunos, propiciou o agrupamento de alunos com alguma afinidade entre eles. O resultado refletiu essa forma de organização, levando o grupo que reuniu os alunos com mais facilidade a se sair melhor. O grupo que reuniu alunos que, normalmente, têm atitudes mais reservadas conduziu-se de forma individual, resolvendo cada questão em uma folha de rascunho sem discussão entre si e entregou a folha de respostas em branco, por não ter transposto o que cada um havia feito no rascunho. O grupo que reuniu os alunos que geralmente demonstram indisciplina, não chegou a um consenso, um não aceitava a solução do outro. Pois brigaram e deixaram o trabalho a cargo de um membro do grupo que colocou apenas sua opinião. Nos outros sete grupos, reuniram-se alunos que não revelavam alguma característica particular.

A escolha livre pode ressaltar diferenças se não tratarmos das responsabilidades em classe sobre: respeito mútuo e complementaridade no trabalho em conjunto.

O trabalho iniciou-se e:

Um aluno pergunta: o que é conjectura? Este aluno já demonstra um interesse diferente dos demais com o questionamento. Outro diz que tem um dicionário. Retira-o da mochila e lê em voz alta o que o mini-Aurélio diz: Conjetura: juízo ou opinião sem fundamento preciso; suposição. Este último aluno indica ter iniciativa para resolver sozinho uma dificuldade apresentada e revela, também, atitude colaborativa, na medida que transmitiu aos demais colegas a informação obtida. Após o pronunciamento do aluno, escrevo na lousa o

significado da palavra desconhecida. Um aluno de grupo diferente diz que não sabe o que é para fazer, quando um deles sugere que devem ler novamente. Este aluno revela uma capacidade de resolver problemas, de que é preciso refletir antes de indicar alguma dificuldade. E exclama: ah! É p'ra fazer a tabuada do 3. Outro aluno pergunta até que número temos que fazer a tabuada? Alguém do grupo sugere fazer até 3x20. Essas ações revelam que a participação em grupo pode ajudar o desenvolvimento do trabalho, mas escamotear dificuldades individuais.

Estes pronunciamentos propiciaram-nos a observação das diferentes formas de iniciativa de cooperação para explicitar o próprio pensamento e propor soluções entre os alunos.

Na continuação:

Em outro grupo, um aluno escreveu a tabuada do 3, do 1 ao 13, e disse que não viu nada de interessante, só que aumenta de 3 em 3. Um outro diz que o resultado dá par e ímpar, par e ímpar,..., este último aluno disse que no ano anterior a professora havia ensinado que no resultado da tabuada do 9, de um lado cresce e do outro decresce.

Com relação à tabuada do 11 apenas dois grupos registraram suas conclusões, ambos com uma imprecisão da linguagem escrita. Os demais grupos apenas construíram a tabuada do 11.

Conforme cita Perrenoud (2001, p. 101),

A heterogeneidade de um grupo-classe é uma característica que o professor pode apreciar globalmente e mesmo especificar conforme várias dimensões: (...) a autonomia e os métodos de trabalho, as motivações e as ambições, a rapidez e a seriedade no trabalho, a participação nas atividades coletivas, a integração no grupo, o comportamento e a disciplina, as condições de vida extra-escolar.

O fato dos alunos não estarem habituados a resolver questões abertas, demoraram a perceber o sentido da tarefa, aos poucos alguns grupos foram constatando que na tabuada do três o resultado dá sempre par e ímpar, par,

ímpar. Apenas alguns grupos concluíram toda a tarefa conforme previra possível, a pesquisadora e os autores.

## Análise

Algumas respostas de grupos:

1. Construa a tabuada do 3. O que encontra de curioso nesta tabuada? Prolongue-a calculando  $11 \times 3$ ,  $12 \times 3$ ,  $13 \times 3$  ... e formule algumas conjecturas.

$$\begin{array}{l} 3 \times 1 = 3 \\ 3 \times 2 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 3 \times 4 = 12 \\ 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 3 \times 7 = 21 \\ 3 \times 8 = 24 \\ 3 \times 9 = 27 \\ 3 \times 10 = 30 \\ 3 \times 11 = 33 \\ 3 \times 12 = 36 \\ 3 \times 13 = 39 \end{array}$$

R: É interessante e que nessa tabuada tem números pares e ímpares.

Este grupo iniciou a tabuada a partir de  $3 \times 1$ , limitando-se até  $3 \times 13$  ignorando a reticência. Os alunos observaram que os resultados das multiplicações dão par e ímpar. Neste caso não me ocorreu questionar o grupo se esta primeira constatação observada ocorre apenas na tabuada do 3? Assim, conduzi-los a outro patamar como explorar que o produto de um número ímpar por um número par é sempre par e que a multiplicação de um número ímpar por outro ímpar é sempre ímpar, estabelecendo uma conexão com o que ocorre com a soma de um número ímpar com um número par.

2. Investigue agora o que acontece na tabuada do 9 e do 11.

$9 \times 1 = 9$	$11 \times 1 = 11$	<p>R: Na tabuada do 9 eu percebo que a tabuada do 9 vai diminuindo e no outro vai aumentando.</p> <p>R: É que na de onze e os resultados das duas colunas são iguais.</p>
$9 \times 2 = 18$	$11 \times 2 = 22$	
$9 \times 3 = 27$	$11 \times 3 = 33$	
$9 \times 4 = 36$	$11 \times 4 = 44$	
$9 \times 5 = 45$	$11 \times 5 = 55$	
$9 \times 6 = 56$	$11 \times 6 = 66$	
$9 \times 7 = 63$	$11 \times 7 = 77$	
$9 \times 8 = 72$	$11 \times 8 = 88$	
$9 \times 9 = 81$	$11 \times 9 = 99$	
$9 \times 10 = 90$	$11 \times 10 = 110$	
$9 \times 11 = 99$	$11 \times 11 = 121$	
$9 \times 12 = 108$	$11 \times 12 = 132$	

Este grupo foi o que mais apresentou condições para o enfrentamento da proposta. Apesar da imprecisão de linguagem escrita para descrever o que observou de interessante na tabuada do 11.

Com relação à tabuada do 9, a regularidade identificada por eles foi acertada, mas, não se deram conta que essa regularidade só ocorre até  $11 \times 9$ .

Reflexão da atividade 1: Esta foi minha primeira experiência com tarefas investigativas, também aos alunos envolvidos nesta pesquisa. Eles mostraram-se interessados assim como em todas as outras propostas de trabalho desenvolvidas, apesar de certas dificuldades serem detectadas por mim.

Durante a exploração da tarefa, notei que os alunos sentiram dificuldade em iniciar a tarefa, apesar dos esclarecimentos iniciais. Minha proposta era que eles trabalhassem de forma autônoma.

Outro fato marcante foi quanto à definição do que era conjectura, apenas saber o significado da palavra a meu ver não ajudou muito. Aqui, acredito que seria necessário realizar com eles testes de conjecturas.

Outro desafio foi quanto ao registro escrito, explicitar e justificar como eles chegaram àquela conclusão. Segundo Ponte (2005), é natural que isso ocorra “para alunos desse nível de escolaridade, porque exige um tipo de representação que nunca utilizaram”.

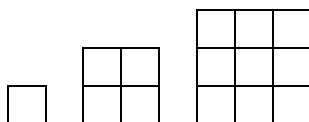
## Atividade 2

Escolha: A atividade 2 foi adaptada do livro *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*.

Sua escolha justifica-se pela continuidade das investigações numérica, baseada na seqüência e padrões de natureza numérico-geométrica, visando a expressar generalidades apoiadas nas observações entre a posição da figura na seqüência e o número de quadradinhos, estabelecendo relações entre elas e fazendo conexões com as potências. Como citam os autores:

Outra potencialidade das investigações numéricas é a de proporcionarem o estabelecimento de conexões matemáticas.

Muitas investigações numéricas promovem a compreensão de relações entre padrões numéricos e geométricos bem como a utilização de conceitos geométricos para simplificar a recolha de dados e facilitar a compreensão de determinadas relações numéricas. Um exemplo bastante sugestivo é o da análise da seqüência dos quadrados perfeitos:



Ao prolongar e analisar essa seqüência, os alunos apercebem-se que  $4 = 1 + 3$ ,  $9 = 4 + 5$ ,  $16 = 9 + 7...$  e visualizam por que para obter um quadrado de lado  $n + 1$ , é necessário adicionar o número ímpar  $2n + 1$  a  $n^2$ , dando sentido geométrico à relação  $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$  (PONTE, BROCARD & OLIVEIRA, 2005, p. 65, 66).

## Procedimentos de aplicação

Tendo em vista o objetivo de avaliar diferenças de competências dos alunos envolvidos nesta pesquisa, daremos continuidade a nosso trabalho com a mesma turma de 5ª série.

Esta atividade foi realizada em duas etapas. Na primeira, os alunos desenvolveram a tarefa individualmente. Consideramos que o trabalho individual auxilia o aluno a desenvolver a concentração e a disciplina necessárias à atividade intelectual. E como cita Perrenoud: "... o trabalho individual oferece aos professores a possibilidade de compreender melhor o modo de raciocínio, o método de trabalho e as dificuldades particulares de um aluno, e de oferecer-lhe um suporte individualizado" (2001, p. 92).

Na segunda etapa, a tarefa foi desenvolvida em duplas, escolhidas por nós levando-se em consideração o desempenho individual de cada aluno na primeira fase e o comportamento. As duplas ficaram assim: um aluno que se desenvolve com maior esforço com um que realiza a mesma atividade com menor esforço e também colocando um aluno que faz mais perguntas com outro que é reservado, retraído.

Esta estratégia de alternância no desenvolvimento das atividades (individual e em duplas), teve como objetivo possibilitar diferenciação de aprendizagem, pelo fato de cada aluno ter um jeito de aprender, um acúmulo de conhecimentos diferenciados e variando as formas de desenvolver as tarefas, estaremos atendendo aos diferentes ritmos e modos de aprendizagem.

### **Análise da Atividade 2 (individual)**

Distribuímos a atividade para cada aluno, ressaltando a importância do registro.

O trabalho inicia-se e as questões são levantadas:

- "É pra fazer alguma coisa na questão A"?
- "É pra escrever como estou pensando ou é pra escrever quantos quadradinhos tem na questão C"?
- "Na D é pra desenhar ou só escrever o número de quadradinhos"?
- "Não sei o que é pra fazer na F"?

Os alunos ainda mostravam-se pouco familiarizados com este tipo de tarefa, especificamente nesta tarefa os alunos tiveram dificuldade de percebê-la de uma forma global, uma vez que as respostas dependiam de uma análise das observações anteriores. Diante dos questionamentos, a pesquisadora optou por ler cada item da tarefa com os alunos, esclarecendo as dúvidas e incentivando-os a observar e analisar a relação entre a posição de cada figura na seqüência e o número de quadradinhos.

b) Desenhe agora o quarto quadrado a partir do terceiro. Quantos quadradinhos você utilizou para construir o quarto quadrado?

Mais da metade dos alunos respondeu na direção correta o item b, evidenciando compreensão da regularidade entre a posição da figura na seqüência e sua forma geométrica. Outros responderam apenas uma parte da pergunta ou apenas desenharam a figura ou colocaram a quantidade de quadradinhos.

c) Pense como seria para chegar ao sétimo quadrado. Quantos quadradinhos serão necessários para obter o sétimo quadrado?

A Questão C embora, equivalente a Questão B poucos alunos resolveram na direção pretendida, observa-se que eles particularizaram cada posição da figura na seqüência, não conseguindo deduzir uma regra geral. O fato das questões estarem separadas por a, b, c, d, e, f, pode ter dificultado a visualização global da atividade ou ainda porque nessa faixa etária é comum a criança fazer uma leitura separando uma frase da outra não percebendo o todo.

Algumas respostas de alunos:

- “Eu colocaria  $7^2$  para formar o sétimo quadrado.

Eu usaria 49 quadradinhos”.

- “É só contar nos lados, por exemplo:  $7 \times 7 = 49$

Resp: 49 quadrados”.

- “Eu pensei assim  $6 + 1 = 7$  que se formava o sétimo quadrado.

R: Será preciso um quadrado com 6 quadradinhos e um quadrado com 1 para formar o sétimo quadrado”.

Com relação a esta última resposta, a aluna não considerou que para chegar ao sétimo quadrado da seqüência era necessário considerar o que fez para obter o segundo quadrado o terceiro o quarto o quinto e o sexto quadrado.

d) E desenhar o décimo quadrado? E o décimo sexto?

O item D poucos alunos resolveram na direção conforme previra a pesquisadora, dentre os que acertaram, uns desenharam e colocaram a quantidade de quadradinhos, outros ou só desenharam a figura ou só colocaram a quantidade de quadradinhos. Dois alunos deixaram de responder sobre como chegaram ao 10º quadrado e 5 não responderam sobre o 16º quadrado.

e) Escreva uma frase para indicar o que descobriu para desenhar um quadrado quando você conhece o quadrado que, numa ordem, vem antes dele.

Neste item, não ocorreu o que previra possível, conforme os autores, que pela observação de regularidades com base nas seqüências nossos alunos chegassem a uma expressão aritmética como:  $4 = 1 + 3$ ,  $9 = 4 + 5$ ,  $16 = 9 + 7$  ..., e que aqui nossa expectativa era que surgisse uma letra como um símbolo para representar uma posição qualquer na seqüência, mas isso não ocorreu. Refletindo sobre o enunciado desta questão, como ela está posta aqui dificilmente se chegaria a essa generalização, conforme colocada pelos autores.

#### **Algumas respostas de alunos sobre o item E:**

- “O anterior estará presente dentro do próximo”. Este aluno expressou uma visualização geométrica, correta e necessária para a relação numérica pretendida pela pesquisadora, conforme os autores.

- “Por exemplo, tenho que fazer o décimo quadrado, eu faço 10 linhas para baixo e 10 para o lado e dentro do décimo tem que ter o nono quadrado”. Neste caso, faltou o nosso questionamento para que esse aluno verificasse se para outras quantidades de “linhas para baixo” e “para o lado” a sua hipótese era confirmada, e socializar esta idéia com a classe, até os alunos reverem as frases para o décimo quadrado.
- “Eu elevei ao quadrado, assim é como levantar uma parede”.
- “É só você colocar o 1º quadrado no 2º, o 2º no 3º e, assim por diante, por exemplo  $4^2 = 4^\circ$  quadrado”.
- “Eu descobri o 16 multiplicando 4.4 e descobri o 49 multiplicando 7.7 e o 256 multiplicando o 16.16”.

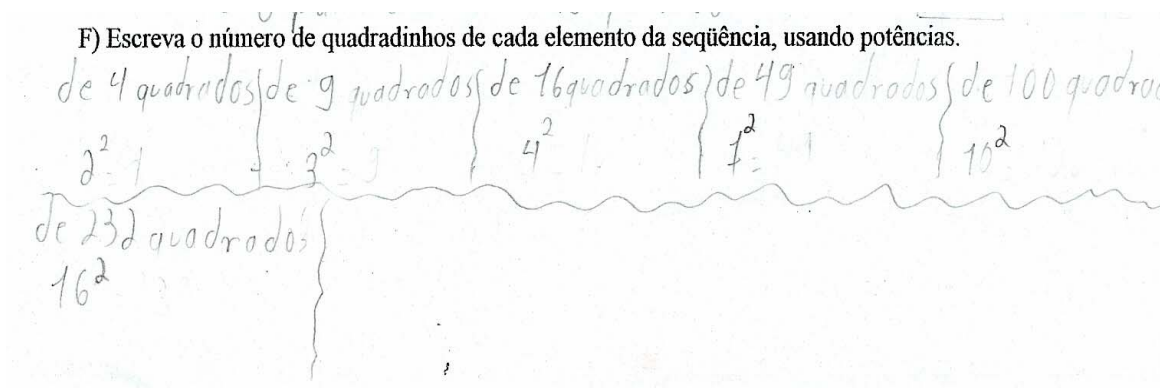
Com relação às respostas dadas, é possível notar diferenças. Houve alunos que responderam considerando a questão como um todo, considerando os itens anteriores, outros dividiram a frase em duas partes, considerando apenas uma delas, há também o caso do aluno que respondeu: “Eu elevei ao quadrado, assim é como levantar uma parede”, a meu ver este aluno fez uma relação com a prática.

“Na sala de aula os alunos aprendem de maneiras diferentes, alguns estabelecem relações com alguns aspectos dos trabalhos em aula e outros se ‘conectam’ a conteúdos diferentes” (HERNÁNDEZ, 1998, p.84).

f) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência, usando potências.

No item F, poucos alunos expressaram as regularidades observadas entre a posição da figura na seqüência e o número de quadradinhos com o conceito de potência, conforme pretendido pela pesquisadora. Dentre todas as questões, esta era a única que já havíamos trabalhado em sala de aula.

Para ilustrar resposta do aluno:



Observa-se pela atividade do aluno uma competência numérica, ele soube identificar e aplicar o conceito de potenciação em uma propriedade observada.

“Toda situação didática proposta ou imposta uniformemente a um grupo de alunos é inadequada para uma parcela deles” (PERRENOUD, 2001, p. 26).

### **Análise da Atividade 2, resolvida em duplas**

A atividade 2 para essa fase em duplas, sofreu algumas alterações no enunciado, visando a sanar dúvidas de interpretação detectadas na primeira fase da aplicação, e que tivesse um enunciado mais dirigido objetivando ao processo de generalização.

#### **Análise:**

Conforme já mencionado, nesta segunda fase da tarefa o trabalho foi desenvolvido em duplas formadas por nós, levando-se em conta diferenças de comportamento e a capacidade dos alunos para resolver questões de matemática.

### A aplicação da atividade

Distribuímos uma folha para cada dupla, reforçando que o trabalho em dupla deve ser debatido, antes de ser registrado.

As duplas ficaram algum tempo lendo as questões, não solicitaram ajuda da pesquisadora e discutiam suas dúvidas e decisões com o colega de dupla. O único questionamento foi relativo ao item F, que foi incluído na questão para esta fase. A pergunta foi a seguinte: “Como assim numa posição qualquer”?

Sugeri que eles construíssem uma tabela relacionando de um lado a posição da figura na seqüência e do outro o número de quadradinhos correspondente e procurassem encontrar uma regra para representar qualquer quantidade de quadradinhos.

### Análise dos resultados

- b) Qual a próxima figura dessa seqüência? Desenhe.  
c) E a seguinte? Desenhe.

Dentre as quatorze duplas, apenas duas não expressaram na direção pretendida pela pesquisadora conforme os autores, nos itens B e C. As mesmas duplas que erraram o item B erraram o item C. Aqui nossa hipótese não deu certo, pois colocamos um aluno que se saiu bem na fase individual com outro que teve mais dificuldade. Conversamos com a dupla de alunos a respeito e eles nos afirmaram que a resposta foi de consenso de ambos.

Para nós, ficou evidente que a maioria dos alunos percebeu regularidade nas seqüências.

- d) Escreva como cada figura se transforma na seguinte.

Algumas respostas das duplas sobre o item D:

- “Um quadrado se transforma no seguinte”.
- “Multiplicando um número por ele mesmo”.
- “Sempre a figura anterior vai na próxima”.
- “Você coloca a figura anterior na próxima figura e aumenta uma linha e uma coluna”.

Neste item D, não houve avanços em relação ao trabalho desenvolvido individualmente.

e) Quantos quadradinhos têm a 10<sup>a</sup> figura? Desenhe.

Neste item, quase todos os alunos visualizaram a regularidade corretamente, apenas duas duplas não conseguiram identificar a relação entre a posição de cada figura na seqüência e as relações numéricas e geométricas decorrentes das generalizações feitas nos itens anteriores. Uma destas duplas foi a mesma que não conseguiu nos itens B e C.

f) Quantos quadradinhos têm uma figura numa posição qualquer?

No item F, sete duplas deixaram de responder, ao nosso ver uma possibilidade é de que a expressão “posição qualquer” trouxe dificuldade e interpretação da língua.

**Para ilustrar algumas respostas das duplas de alunos sobre o item F.**

- “ $X^2$ ”
- “Uma posição qualquer é do infinito e eu represento com  $1 \times 1 = 1$ .”
- “Todas figuras são infinitas”.
- “Eu fiz a 8<sup>a</sup> figura e tem 64 figuras”.
- “Posição 7<sup>a</sup>, 49 quadradinhos”.
- “A 5<sup>a</sup> posição tem 16 quadradinhos”.

g) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência (da primeira a uma posição qualquer), usando potências.

Neste item G poucas duplas expressaram as relações numéricas e geométricas decorrentes das generalizações feitas estabelecendo conexões com as potências. Seis duplas repetiram as seqüências da 1ª a 10ª posição relacionando-a com a potência e duas duplas não responderam.

Para ilustrar resposta de uma dupla de alunos:

g) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência (da primeira a uma posição qualquer), usando potências.

POSICÃO	NÚMERO DE QUADRADINHOS	REPRESENTAÇÃO NA FORMA DE POTÊNCIA
1ª posição	1 quadradinho	$1^2$
2ª posição	4 quadradinhos	$2^2$
3ª posição	9 quadradinhos	$3^2$
4ª posição	16 quadradinhos	$4^2$
5ª posição	25 quadradinhos	$5^2$
qualquer x	x x x	$x^2$

A Atividade 2 em duplas foi aplicada uma semana, após a atividade individual. O tempo de duração de ambas foi de duas aulas de 45 minutos cada.

O trabalho em duplas revelou novos dados. O aluno que despendia um esforço maior para realizar uma tarefa beneficiou-se na companhia do colega com mais facilidade para realizar o mesmo trabalho. Observamos que houve cooperação entre as duplas e que um procurou compreender o pensamento do outro. Isso indicou que dificuldades encontradas em trabalho realizado individualmente podem ser superadas se houver participação colaborativa, porque poderia ser destrutiva se o outro impusesse suas idéias como ocorreu com um

grupo formado na atividade 1, com alunos que, geralmente, demonstram indisciplina.

### **Atividade 3 – Resolução de problemas**

Esta atividade teve por objetivo avaliar competências dos nossos alunos de 5ª série envolvidos na pesquisa. Na perspectiva metodológica da resolução de problemas matemáticos, acreditamos que estes possam ser úteis para avaliar competências intuitivas e detectar possíveis diferenças, uma vez que os alunos são desafiados a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar raciocínio e validar suas próprias conclusões.

Nesta tarefa, os problemas apresentados buscam uma solução que não se resume à aplicação direta das técnicas operatórias.

**Escolha:** O problema 1 foi retirado do livro “A Resolução de Problemas na Matemática Escolar”. Krulik & Reys (1997, p. 161).

Krulik & Reys citam as quatro fases propostas por Polya para resolver problemas que são:

Na primeira fase, o resolvidor de problemas deve pelo menos entender a pergunta e querer respondê-la. Deve identificar o que é conhecido, o que é desconhecido e as condicionantes presentes. Na segunda fase, poderia vasculhar a experiência passada com um problema correlato já resolvido ou poderia experimentalmente tentar várias abordagens antes de se fixar numa que pareça promissora. Na terceira fase, põe em prática o plano de solução ou, chegando a um impasse, retorna à fase de elaboração do plano. Finalmente, o resolvidor confere a solução com os dados e condicionantes do problema. (1997, p. 154)

O problema 2 foi escolhido entre os 22 problemas propostos por Kruteski e descritos por Wielewski, (2004, p. 246-247).

Segundo a autora: “existem problemas matemáticos que possibilitam a utilização de diversos processos de resolução. Por esse motivo, podem ser úteis para identificar preferências no modo de representação e, conseqüentemente, evidenciar estilos cognitivos” (p.246-247).

## Análises a priori

### O Problema (1)

Este problema pode ser resolvido por meio de uma lista relacionando os times ou por uma tabela, ou ainda, usando a fórmula de combinação simples, fora de cogitação para os alunos nessa idade.

### O problema (2) (Wielewski, 2004, p. 246-247)

Este problema pode ser resolvido de cinco diferentes maneiras. As duas primeiras por intermédio da aritmética, a terceira por uma tabela comparando as distâncias sendo percorridas, a quarta utilizando a divisão de segmentos e a quinta por proporcionalidade.

- Solução A: em cinco minutos o trabalhador jovem percorre  $\frac{1}{4}$  do caminho e o mais velho  $\frac{1}{6}$ , ou seja,  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$  menos do que o trabalhador jovem.

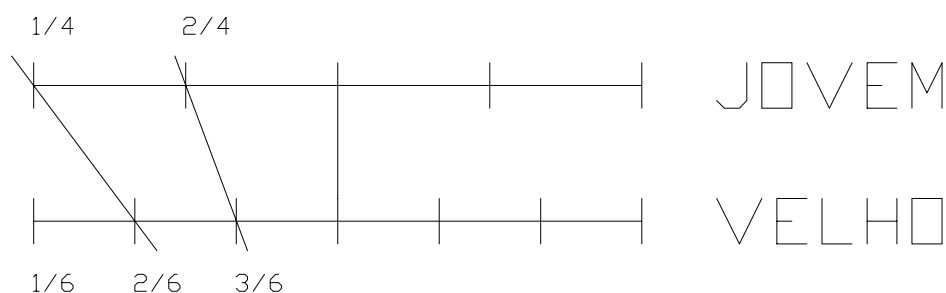
Como o homem mais velho estava  $\frac{1}{6}$  do caminho à frente do trabalhador jovem, o último o alcançará depois de  $\frac{1}{6} : \frac{1}{12} = 2$  intervalos de cinco minutos, ou 10 minutos.

- Solução B: para chegar à fábrica, o trabalhador mais velho precisa de 10 minutos a mais do que o jovem ( $30' - 20' = 10$ ). Se ele sair de casa 10 minutos antes, ambos chegarão no local ao mesmo tempo. Se o trabalhador mais velho sair apenas 5 minutos antes, o homem mais jovem o alcançará na metade do caminho para a fábrica, ou seja, 10 minutos antes (desde que ele leva 20 minutos para percorrer a distância toda).
- Solução C: Pode-se pensar na distância sendo percorrida, considerando intervalos de 5 minutos, assim,

### Comparação entre as distâncias sendo percorrida, considerando intervalos de 5 minutos

Mais velho	Mais jovem
5 min → 1/6 da distância	
+ 5 min → 2/6 da distância	5 min → 1/4 da distância
+ 5 min → 3/6 = 1/2 do caminho	+ 5 min → 2/4 = 1/2 do caminho
<b>Resposta: Se encontrarão na metade do caminho após 10 minutos</b>	

- Solução D: utilizando a divisão de segmentos, indicando frações da distância percorrida a cada 5 minutos, visualiza-se que os dois homens encontra-se-ão na metade da distância e depois de dois intervalos de 5 minutos, que corresponde a 10 minutos.



- Solução E: Pode-se ainda resolver este problema aplicando o conceito de proporção, em que se tem:

Jovem percorre a distância  $x$  em  $\frac{20}{t}$

Velho percorre a mesma distância  $x$  em  $\frac{30}{t+5}$

Como a distância percorrida é a mesma, pode-se igualar.

$$\frac{20}{t} = \frac{30}{t+5} \rightarrow 30t = 20t + 100 \rightarrow 10t = 100 \rightarrow t = 10 \text{ min}$$

### Procedimento de aplicação

A atividade foi entregue a cada aluno e lida para a classe toda. Contrariamente às atividades anteriores, não houve nenhuma pergunta. Os alunos mostraram-se absorvidos na tarefa.

### Análise

No Problema 1, a maioria respondeu registrando com detalhes a resolução e representando os times por letras ou números.

Para ilustrar, algumas respostas de alunos:

(1) Na escola de Pedro há 6 times de futebol. Eles querem planejar um torneio para após as aulas, de maneira que cada time jogue uma única vez com todos os outros. Quantas partidas devem ser jogadas? JUSTIFICAR COM DETALHES.

R: Devem ser jogadas 15 partidas.

$(1 \times 2)$      $(2 \times 3)$      $(3 \times 4)$      $(4 \times 5)$      $(5 \times 6)$   
 $(1 \times 3)$      $(2 \times 4)$      $(3 \times 5)$      $(4 \times 6)$   
 $(1 \times 4)$      $(2 \times 5)$      $(3 \times 6)$   
 $(1 \times 5)$      $(2 \times 6)$   
 $(1 \times 6)$   
 $\downarrow$      $\downarrow$      $\downarrow$      $\downarrow$      $\downarrow$   
 $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 \text{ jogos}$

O aluno foi capaz de elaborar uma representação sucinta, concisa, formando todos os agrupamentos possíveis de forma bastante organizada. Pela atividade do aluno, observa-se seu raciocínio combinatório. Olhando as respostas do aluno no Questionário II, verificamos que ele considera-se um bom aluno em matemática, respondeu também que sempre consegue fazer as lições de matemática sozinho.

(1) Na escola de Pedro há 6 times de futebol. Eles querem planejar um torneio para após as aulas, de maneira que cada time jogue uma única vez com todos os outros. Quantas partidas devem ser jogadas? JUSTIFICAR COM DETALHES.

1 times, são 5 6 7

O primeiro time vai jogar com os outros que vai dar 5 jogos  
 O segundo time joga com os demais, menos o 1 que vai dar 9 jogos  
 O terceiro time vai jogar com os demais, menos o 1 e 2 que vai dar 12 jogos  
 O quarto time vai jogar com os demais, menos o 1, 2 e 3 que vai dar 14 jogos  
 O quinto time vai jogar com o resto menos o 1, 2, 3 e 4 que vai dar 15 jogos  
 O sexto time já jogou com todos, e o total é 15 jogos.

Neste outro caso, o aluno foi mais descritivo, formando todos os agrupamentos possíveis e descrevendo cada etapa da resolução. Evidenciando também um raciocínio combinatório.

(1) Na escola de Pedro há 6 times de futebol. Eles querem planejar um torneio para após as aulas, de maneira que cada time jogue uma única vez com todos os outros. Quantas partidas devem ser jogadas? JUSTIFICAR COM DETALHES.

R= Cada time deve jogar uma vez e cada time contra cada time jogara 3 vezes contra o outro time seguinte exemplo

o time da 1ªA jogara com o time da 3ªC, e assim por diante

Neste caso, a aluna faz uma relação com a realidade, dividiu os times três a três, relacionando três times de um lado do campo com os outros três times do outro lado, porém não foi capaz de formar todos os agrupamentos possíveis, não percebendo que os times que estavam do mesmo lado do campo, também, deveriam jogar uma única vez entre eles. Observando as respostas dadas pela aluna no questionário II, ela afirma que em casa não é assistida pelos pais para resolver as lições de matemática porque seus pais não gostam de matemática, em outro item respondeu que ela também não gosta de matemática.

No problema 2, quase todos os alunos usaram representação (desenhos) para resolver. A título de ilustração algumas respostas:

(2) Dois trabalhadores, um mais velho e outro mais jovem, moram na mesma casa e trabalham na mesma fábrica. O homem mais jovem leva 20 minutos caminhando até a fábrica. O homem mais velho percorre a distância em 30 minutos. Quando o trabalhador jovem alcançará o homem mais velho se este partir 5 minutos antes do jovem? JUSTIFICAR COM DETALHES.

R. O mais jovem vai encontrar o mais velho na metade do caminho após 10 min.  
 JOVEM = 20 min

5 min 10 min 15 min 20 min

5 min 10 min 15 min 20 min

VELHO = 30 min

20 min 10 min

20.5  
- 20.4  
-----  
0.1

30.5  
- 30.6  
-----  
-0.1

Pela atividade do aluno, observa-se que ele mostra um raciocínio lógico-dedutivo, pois foi capaz de perceber o problema como um todo, elaborando um esquema de representação adequado com vistas a uma solução correta e respondendo as duas questões do problema.

(2) Dois trabalhadores, um mais velho e outro mais jovem, moram na mesma casa e trabalham na mesma fábrica. O homem mais jovem leva 20 minutos caminhando até a fábrica. O homem mais velho percorre a distância em 30 minutos. Quando o trabalhador jovem alcançará o homem mais velho se este partir 5 minutos antes do jovem? JUSTIFICAR COM DETALHES.

O jovem caminha até a fábrica em 20 min.  
 O velho caminha até a fábrica em 30 min.

O velho tinha saído 5 min. antes do jovem.  
 Na metade do caminho do mais velho é 20 min.  
 O jovem vai se encontrar com o mais velho na metade do caminho.

Este aluno também utilizou procedimentos corretos, embora, tenha representado o percurso do homem mais velho de modo equivocado, pelo que pudemos observar da figura, que ele representou a metade do caminho do homem mais velho como sendo após 20 minutos, porém concluiu corretamente o problema.

(2) Dois trabalhadores, um mais velho e outro mais jovem, moram na mesma casa e trabalham na mesma fábrica. O homem mais jovem leva 20 minutos caminhando até a fábrica. O homem mais velho percorre a distância em 30 minutos. Quando o trabalhador jovem alcançará o homem mais velho se este partir 5 minutos antes do jovem? JUSTIFICAR COM DETALHES.

Se o jovem e o velho levantarem às 6:00 o velho pode levantar às 5:30 da manhã ele chega primeiro e o jovem chega em segundo

Este outro aluno relacionou sua estratégia com a realidade. Não utilizou nenhuma forma de representação. Ao que parece, considerou apenas uma parte do problema desconsiderou a parte condicional: “se este partir 5 minutos antes do jovem”?

Leblanc, Proudfit & Putt citam que:

Poder-se-ia argumentar que a informação obtida da análise de um trabalho escrito por uma criança é fundamentalmente negativa; é possível descobrir o que a criança não pode fazer, mas não se pode determinar o que ela é capaz de fazer. Por exemplo, se a criança não compreendeu adequadamente um problema, ela não será capaz de esboçar um plano de resolução ou de colocar em prática esse plano. Contudo, saber o que a criança não é capaz de fazer pode ser útil para ajudar o professor a adaptar o ensino às necessidades dos alunos (1997, p. 164).

Conforme mencionado pelos autores, com as informações obtidas da análise de um trabalho escrito por uma criança não se pode determinar o que ela é capaz de fazer, mas poder-se-á tecer hipóteses, testando-as na intervenção com ela.

A maioria dos alunos utilizou representação para resolver os problemas, evidenciando assim, a importância desse registro como auxiliar na resolução do problema. Os que foram bem-sucedidos nos resultados fizeram uso de desenho para chegar à resposta. Outros, embora se valendo do mesmo recurso, não foram capazes de chegar a um resultado satisfatório. No item 1 apenas um aluno não respondeu. No item dois, três deixaram sem resposta, inclusive, o que não respondeu o item 1.

## *Considerações Finais*

---

Para finalizar, desejamos deixar expressa nossa convicção de que a pesquisa é uma via potente para a transformação da prática docente. Foi por meio da vivência deste estudo que pudemos nos defrontar com teorias que nos fornecem elementos para análise da prática docente. Como é o caso do enfrentamento da questão das diferenças existentes entre os alunos, que devem ser levadas em conta se desejamos oferecer oportunidade de aprendizagem a cada um dos alunos.

A realização desta pesquisa possibilitou a efetivação de análise substanciada teoricamente de dificuldades que como professora da escola pública encontrava todos os anos, o da diferença entre alunos.

As primeiras leituras que fizemos sobre o tratamento diversificado dos alunos em sala de aula, foram os artigos de Mantoan (2002) e de Gadotti (2002), que motivaram a escolha do tema para esta dissertação.

Ao lado disso, uma das escolas que lecionamos, desenvolvia um trabalho diagnóstico entre os alunos para conhecer alguns elementos de suas realidades. Esse trabalho, iniciado em 2006, era composto de três programas considerados de prioridades à escola: Programa “Ler e Escrever”, Projeto “Toda Força ao 1º ano do Ciclo I” e “Projeto Intensivo no ciclo I (PIC)”, que foram propostos pela SME<sup>2</sup> e incorporados ao projeto pedagógico.

---

<sup>2</sup> SME: Secretaria Municipal de Educação.

Os objetivos dos projetos de romper com a cultura escolar que aceita o fato dos alunos percorrerem os anos dos ciclos sem conseguir aprender a ler e escrever e reverter o quadro de fracasso escolar, ocasionado pelo analfabetismo e alfabetização precária dos alunos. Meu envolvimento como professora com esses projetos, embora não fossem diretamente vinculados ao ensino de matemática, fez confirmar nossa direção de pesquisa, qual seja a busca do conhecimento da diversidade existente entre nossos alunos.

Com esse propósito, aproveitamos os dados do questionário diagnóstico, elaborado e aplicado pela escola, referentes às respostas dadas pelos sujeitos desta pesquisa, como um primeiro indicativo das diferenças existentes do ponto de vista cultural.

Esses dados nos fizeram refletir sobre como as diferenças podem interferir na aprendizagem e que não podem ser deixadas de lado. Há, por exemplo, três alunos que informaram que não lêem nenhum livro, a maioria disse que lê livros quando estudam e todos têm em suas casas CDs e vídeos. Estes dados passaram a ter maior importância para nós na relação com os alunos.

Estas considerações enquadram-se na perspectiva de Perrenoud quando relata que o professor utiliza conceitos de diversidade quando pensa em sua classe.

A heterogeneidade de um grupo-classe é uma característica que o professor pode apreciar globalmente e mesmo especificar conforme várias dimensões: o nível propriamente escolar nesse ou naquele ponto, o desenvolvimento físico ou intelectual, a autonomia e os métodos de trabalho, as motivações e as ambições, a rapidez e seriedade no trabalho, a participação nas atividades coletivas, a integração no grupo, o comportamento e a disciplina, as condições de vida extra-escolar. (...) Um quadro estatístico proporciona uma imagem perfeitamente clara das diferenças ou das desigualdades, sem que saibamos nada a respeito de cada indivíduo em particular. É claro que, em um determinado momento, é preciso descrever características individuais, porém elas podem ser esquecidas ou perdidas sem que o quadro estatístico resultante aparentemente perca seu sentido. (PERRENOUD, 2001, p. 101-102)

Consideramos os resultados do questionário da escola como complementar, mas norteadores para a preparação de nosso questionário para

esta pesquisa no qual inserimos questões específicas sobre o estudo da matemática.

As respostas dadas ao questionário que elaboramos, permitiram um refinamento de conhecimento de nosso público alvo, indicando diferenças entre eles: sobre a ajuda ou não que seus pais dão à suas tarefas de matemática; sobre a relação lúdica que têm com a matemática; sobre suas opiniões da utilidade da matemática; como o esperado a maioria deles acha que saber matemática está associado à inteligência; diferente do que esperávamos nenhum aluno disse que a matemática o atemorizava.

A elaboração e aplicação das atividades constituíram um desafio para nós, pois nos impôs uma reflexão sobre nossa prática. Não tínhamos antes aplicado a nossos alunos questões assemelhadas com as desta pesquisa, pois nossos objetivos sempre tinham sido o de comprovação da aprendizagem de um determinado conteúdo matemático. Nesta pesquisa, o fundamental era conhecer competências dos alunos visando a identificar as diferenças existentes.

Qual não foi nossa surpresa ao perceber que mesmo sendo novidade aos alunos, eles se envolveram com a resolução das atividades e as mesmas foram propícias para atingir nossos objetivos.

À medida que as atividades iam se desenvolvendo íamos aprimorando nossas ações e podendo melhor compreender as respostas dos alunos. Anteriormente a esta pesquisa, nossa expectativa relativa a uma tarefa proposta ao aluno era a de “certo” ou “errado”. Pudemos evoluir o que favoreceu uma maior aproximação do que um aluno consegue realizar ou não.

O fato de não termos encontrado pesquisas realizadas em universidades da cidade de São Paulo, que tratassem especificamente do tema das pedagogias diferenciadas, nos indicou que esta dissertação poderá ser uma contribuição para estudos sobre este tema.

Pudemos também inferir que em alguns casos as respostas dadas ao questionário que elaboramos sobre o estudo de matemática repercutiam de alguma forma na resolução das atividades, ou seja, alunos que mostraram maior

resistência na resolução das atividades como era esperado, haviam respondido que não eram assistidos por seus pais ou que achavam ter dificuldade em matemática. Isto pode indicar que levar em conta outros conhecimentos sobre o aluno, para além do conhecimento matemático pode ajudar a identificar diferenças que devemos considerá-las no ato de ensinar.

A opção de trabalhar com atividades investigativas e resolução de problemas revelaram-se oportuna, tanto ao aluno quanto ao professor.

Após a aplicação do questionário e das atividades, fizemos algumas reflexões sobre o que havíamos realizado e concluímos que poderíamos ter explorado mais o contato com o grupo-classe e ter também buscado outras estratégias para conhecer competências de cada aluno ou cada dupla. Mas creditamos a isso o fato de ser esta nossa primeira experiência e, também, dos alunos.

Outra lição que tiramos deste trabalho é que necessitamos ficar atentos a alguns sinais dos alunos sobre: cansaço, capacidade de atenção ao trabalho, capacidade perceptiva, confiança em si ou que há um tempo diferente para cada aluno enfrentar uma determinada tarefa.

De acordo com Perrenoud,

A individualização das intervenções do professor e das atividades dos alunos faz abstração da situação de grupo, ou a define essencialmente como uma limitação que impede uma individualização ótima: O professor precisa dividir seu tempo entre um número muito grande de alunos, deve ocupar-se da animação do conjunto e da manutenção da ordem, não consegue preparar atividades para todos, suas intervenções são muito dispersas ou fragmentados para serem eficazes, inúmeras informações fogem do seu alcance porque ele recebe uma quantidade excessiva de mensagens. (2001, p. 33)

Para finalizar, queremos dizer que esta pesquisa nos possibilitou tomar contato com uma perspectiva de ensino e indicou a necessidade de alternativas pedagógicas para lidar com as diferenças entre os alunos. O estudo possibilitou também refletir sobre: a expectativa de encontrar o “certo” ou “errado”, causas de desinteresse do aluno pelo estudo, causas da indisciplina, entre outras, e estas reflexões terão influência em nossa prática docente.

## *Referências Bibliográficas*

---

ANGELOTTI, Andréa Paula. Inclusão nas Escolas Municipais de São Paulo: um olhar dos professores. 2004. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

BAHIA, Norinês Panicacci. Enfrentando o fracasso escolar: inclusão ou reclusão dos excluídos? 2002. Tese de Doutorado do Programa Educação: Currículo - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares para o ensino fundamental. Matemática. Brasília, 1998.

CENPEC – CENTRO DE PESQUISAS PARA EDUCAÇÃO E CULTURA. **Ensinar e aprender**: construindo uma proposta. 4v. São Paulo: CENPEC; FDE/SEESP, 1997. [material de apoio para as classes de Aceleração produzido para a FDE/Secretaria de Estado da Educação de São Paulo]

CHARLOT, Bernard. **A escola e o saber**. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/top.php?t=001>. Acesso em 26 fev. 2006.

FERREIRA, Maria Elisa Caputo. O enigma da inclusão: das intenções às práticas pedagógicas. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

GADOTTI, Moacir. **História das idéias pedagógicas**. 8.ed. São Paulo: Editora Ática, 2002.

HERNÁNDEZ, Fernando. **Transgressão e mudança na educação: os projetos de trabalho**. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

KRULIK, Stephen & REYS, Robert E..**A resolução de problemas na matemática escolar**. Trad. Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Ensinando a turma toda**. Pátio: Revista Pedagógica. Porto Alegre, Ano 5, n. 20, p. 18-23, fev/abr, 2002.

PERRENOUD, Philippe. **Construir as competências desde a escola**. Trad. Bruno Chales Magne. Porto Alegre: Artes médicas Sul, 1999a.

\_\_\_\_\_. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999b.

\_\_\_\_\_.**Pedagogia diferenciada: das intenções à ação**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

\_\_\_\_\_. **A pedagogia na escola das diferenças: fragmentos de uma sociologia do fracasso**. Trad. Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

WIELEWSKI, Gladys Denise. Resolução de problemas, psicologia e contextos culturais. 2004. Tese de Doutorado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

## ANEXO A – QUESTIONÁRIO DA ESCOLA

### QUESTIONÁRIO I

O questionário I foi elaborado e aplicado por um grupo de professores da escola.

#### I. DADOS GERAIS DO ENTREVISTADO

Sexo: Masculino       Feminino       Nível de escolaridade:  Fundamental I (1ª a 4ª série)  
 Fundamental II (5ª a 8ª série)  
 Ensino médio  
 Superior  
 Não freqüentou escola

Idade: \_\_\_\_\_ anos

#### II. QUESTIONÁRIO - HÁBITOS CULTURAIS

##### 1. Quantos livros costuma ler em um ano?

A nenhum       B 1 a 5       C mais de 5

---

##### 2. Por que motivos leu tais livros?

A estudo       B razões profissionais       C entretenimento

---

##### 3. Que tipo de livro?

A de literatura       B técnico       C didático       D religioso

---

##### 4. Para ler livros você:

A compra       B empresta de conhecidos  
 C empresta de biblioteca pública       D empresta da sala de leitura da escola

---

**5. Você consulta:**

- A dicionários  B enciclopédias
- 

**6. Com que frequência você lê jornais?**

- A diariamente  B algumas vezes por semana  C somente final de semana  D não leio jornal
- 

**7. Que partes do jornal costuma ler?**

- A noticiário local  B noticiário nacional  C noticiário internacional  D economia  
 E esporte  F artes, cultura, lazer  G classificados/emprego
- 

**8. Para ler jornais você:**

- A compra  B é assinante  C lê no local de trabalho  D lê em biblioteca  
 E lê em sala de espera  F expostos em bancas
- 

**9. Com que frequência você lê revistas?**

- A diariamente  B algumas vezes por semana  C somente final de semana  D não leio revistas
- 

**10. Que tipo de revistas você costuma ler?**

- A semanal de notícias (Veja, Isto é, Época...)  B de TV  C quadrinhos
- 

**11. Para ler revistas você:**

- A compra  B é assinante  C lê no local de trabalho  D lê em biblioteca  
 E lê em sala de espera  F expostas em bancas
- 

**12. Quais desses materiais existem em sua casa?**

- A livros  B CDs musicais  C vídeos ou DVDs  D CD-rooms de jogos ou informações
- 

**13. Você costuma:**

- A fazer viagens de férias  B ir ao cinema  C ir ao teatro  D assistir a espetáculos musicais  
 E visitar exposições, museus e monumentos
-

**14. Você costuma:**

- A praticar esporte       B ver vídeos e DVDs       C ver TV       D escutar rádio
- E escutar CDs, cassetes de música       F ir a biblioteca
- 

**15. Você acessa a Internet?**

- A diariamente       B ao menos uma vez por semana       C de vez em quando       D nunca
- 

**16. Onde você acessa a Internet?**

- A em casa       B na escola       C lan house/ cybercafé       D outros
- 

**17. Para que atividades você acessa a Internet?**

- A pesquisas       B lazer / jogos       C comprar produtos       D Messenger
-

**ANEXO B – Questionário II**

DATA \_\_/\_\_/2006

Dados pessoais:

Gênero: M ( ) F ( ) Idade (em anos completos): \_\_\_\_\_ Ano /Ciclo \_\_\_\_\_

1. Seus pais perguntam a você o que aprende de matemática na escola?

---

---

2. Se sim, o que você diz a eles?

---

---

3. Você gosta de falar sobre o que aprende de matemática?

---

---

4. Em sua casa, você ensina alguém sobre o que sabe de matemática?

---

---

5. Você se acha bom em matemática? Por quê?

---

---

6. Você acha algum de seus colegas bom em matemática? Por quê?

---

---

7. Você percebe que há entre seus colegas alguns que não conseguem aprender matemática?

---

---

8. Você acha que matemática serve para alguma coisa? Para o quê?

---

---

9. Há alguma parte da matemática que você acha difícil? Sabe explicar por quê?

---

---

10. Você acha que quem sabe matemática é inteligente?

---

---

11. Você acha divertidos os jogos ou brincadeiras com números?

---

---

12. Alguém já falou para você que matemática é uma coisa difícil?

---

---

13. Você consegue fazer as lições de matemática sozinho (a)? Se não quem o (a) ajuda?

---

---

14. Escreva o que quiser sobre estudar matemática.

---

---

---

---

---

## ANEXO C - ATIVIDADES

### Atividade 1: “Outro olhar sobre a Tabuada”

- a) Construa a tabuada do 3. O que encontra de curioso nesta tabuada? Prolongue-a calculando  $11 \times 3$ ,  $12 \times 3$ ,  $13 \times 3$ ,... e formule algumas conjecturas.
- b) Investigue agora o que acontece na tabuada do 9 e do 11.

### Atividade 2: Números quadrados

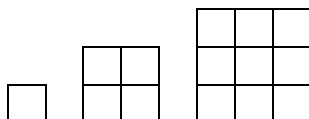
(fase 1: resolução individual)

#### Descrição

Nome: \_\_\_\_\_  
No: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2006  
1º Ano/Ciclo II – Turma A (5ª série)

Questão 1.

- a) Observe os 3 quadrados desenhados abaixo. O segundo quadrado foi formado a partir do primeiro e o terceiro quadrado a partir do segundo.



- b) Desenhe agora o quarto quadrado a partir do terceiro. Quantos quadradinhos você utilizou para construir o quarto quadrado?
- c) Pense como seria para chegar ao sétimo quadrado. Quantos quadradinhos serão necessários para obter o sétimo quadrado?
- d) E desenhar o décimo quadrado? E o décimo sexto?
- e) Escreva uma frase para indicar o que descobriu para desenhar um quadrado quando você conhece o quadrado que, numa ordem, vem antes dele.
- f) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência, usando potências.

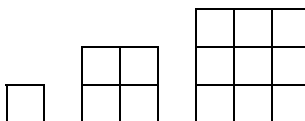
**Atividade 2.**  
**(fase 2 resolução em duplas)**  
**Descrição:**

Nome: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

1º Ano/Ciclo II – Turma A (5ª série) - Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2006

**a) Observe a seqüência abaixo:**



- b) Qual a próxima figura dessa seqüência? Desenhe.
- c) E a seguinte? Desenhe.
- d) Escreva como cada figura se transforma na seguinte.
- e) Quantos quadradinhos têm a 10ª figura? Desenhe.
- f) Quantos quadradinhos têm uma figura numa posição qualquer?
- g) Escreva o número de quadradinhos de cada elemento da seqüência (da primeira a uma posição qualquer), usando potências.

**Atividade 3 – Resolução de problemas****Descrição:**

Nome: \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_ 5ª série A – Data: \_\_/\_\_/2006

- (1) Na escola de Pedro, há 6 times de futebol. Eles querem planejar um torneio para após as aulas, de maneira que cada time jogue uma única vez com todos os outros. Quantas partidas devem ser jogadas? JUSTIFICAR COM DETALHES.
- (2) Dois trabalhadores, um mais velho e outro mais jovem, moram na mesma casa e trabalham na mesma fábrica. O homem mais jovem leva 20 minutos caminhando até a fábrica. O homem mais velho percorre a distância em 30 minutos. Quando o trabalhador jovem alcançará o homem mais velho se este partir 5 minutos antes do jovem? JUSTIFICAR COM DETALHES.

**ANEXO D – CARTA DE APRESENTAÇÃO E SOLICITAÇÃO DE  
COLETA DE DADOS ENDEREÇADA A EMEF. CELSO LEITE  
RIBEIRO FILHO**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**

São Paulo, 14 de agosto de 2006

Ilmo. Sr.  
Diretor da EMEF “Celso Leite Ribeiro Filho” – Rosimeire O. S. Juraitis  
São Paulo

**Sr. Diretor**

Mui respeitosamente vimos solicitar de Vossa Senhoria a autorização para a Professora IRIS MARQUES PINTO, mestranda do Programa da Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP, reproduzir em sua dissertação de mestrado dados do questionário, elaborado pela escola que dirige, referente aos alunos da 5ª série. A autoria da elaboração do questionário será preservada em informação explícita. A divulgação dos dados objetiva a contextualização dos alunos no que tange a aspectos de ordem cultural.

Sem mais para o momento, agradecemos antecipadamente sua atenção e enviamos nossos protestos de estima e consideração.

Sonia Barbosa Camargo Iglioni  
Orientadora da profa. Iris Marques Pinto