PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

REGINA APARECIDA XAVIER GOMES DIAS

ANÁLISE DO CONHECIMENTO DE PROFESSORES SOBRE O ENSINO DE INEQUAÇÕES

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2014

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

REGINA APARECIDA XAVIER GOMES DIAS

ANÁLISE DO CONHECIMENTO DE PROFESSORES SOBRE O ENSINO DE INEQUAÇÕES

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA, sob a orientação da Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini.

São Paulo
2014

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

________________________________ ________________________________

Assinatura Local e Data

Banca Examinadora

DEDICATÓRIA

Dedico este estudo à memória de meu pai Aurindo e a minha mãe Ana, que nunca mediram esforços para que eu pudesse estudar. A meu esposo e fiel companheiro Maurilho pela paciência, companheirismo, por seu amor incondicional e as minhas filhas Juliana, Mariana e Tatiane, por serem a iluminação de minha vida.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, nosso amado Pai, Jesus, nosso Mestre e **Espíritos Amigos**, por iluminar meu caminho.

À minha orientadora Professora **Doutora Barbara Lutaif Bianchini**, pela orientação concisa, exigente e amiga, pelos maravilhosos momentos de aprendizagem que, com certeza, produziram-me uma mudança significativa.

Às prof.as **D.ras Mirian Cardoso Mutsumi e Renata Rossini**, pelo carinho com que realizaram as observações e ressalvas durante o exame de qualificação, contribuições muito importantes para esta pesquisa.

Aos **professores do Programa** de Pós-Graduação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo que, com sua experiência e sabedoria, contribuíram para meu crescimento profissional.

Ao Diretor da Escola Padre Antônio de Oliveira Godinho, **Valter de Lima Salgado**, pelo apoio e compreensão.

Aos **colegas de Grupo** de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA), pelas valiosas contribuições durante as reuniões do grupo.

À **Secretaria de Educação do Estado de São Paulo,** pela bolsa concedida para este curso de Mestrado.

A meus **pais Aurindo** Feliciano Gomes (*in memóriam*) e **Ana** Xavier Gomes, por tudo que sou.

A meu **esposo Maurilho**, por seu amor incondicional e extrema paciência nos momento de minha ausência, dedicada aos estudos.

As minhas **filhas Juliana, Mariana e Tatiane**, por serem a inspiração de minha vida.

Aos **professores, sujeitos da pesquisa**, pela colaboração.

A **todos** os que de algum modo contribuíram para a concretização de mais esta etapa de minha vida, meu eterno agradecimento.

DIAS, Regina Aparecida Xavier Gomes. 2014. Análise do conhecimento de professores sobre o Ensino de Inequações. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: Programa de Estudos Pós-graduação em Educação Matemática (Orientadora: Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini).

RESUMO

Trata-se de um estudo de cunho qualitativo que teve como objetivo analisar de que modo os professores da Rede Pública Estadual desenvolvem o tema desigualdade e inequações com alunos do 8ºano do Ensino Fundamental e ou 1º Ano do Ensino Médio. Os sujeitos de pesquisa foram cinco professores que lecionam na cidade de Carapicuíba, situada na Região Metropolitana de São Paulo. O instrumento de pesquisa foi composto de 17 questões de caráter didático e também de conteúdo específico que buscou conhecer como os sujeitos do estudo desenvolvem o tema inequações, quais dificuldades apresentam e qual o tipo de representação semiótica priorizam no momento da resolução do objeto em estudo. Como referencial teórico, utilizou-se a teoria de Raymond Duval que trata dos registros de Representação Semiótica, que coordenam os diversos tipos de registros de representações, buscando facilitar a apreensão conceitual de um objeto matemático. O estudo de caso foi a metodologia empregada na realização das análises. Nesta análise ficaram evidentes alguns erros apresentados pelos professores no momento de resolução dos exercícios propostos no instrumento de pesquisa. Observou-se também que todos os professores pesquisados, ao resolverem os exercícios propostos, usaram apenas um tipo de representação semiótica. O Caderno do Professor, material utilizado pelos mesmos, fornecido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, para o ensino de desigualdades e inequações, também emprega em sua problemática somente a resolução algébrica, não incentiva a mudança para outros tipos de representação semiótica. Desse modo, são considerados necessários mais investimentos em capacitações para professores e a diversificação de tipos de representação semiótica na apresentação da problemática do objeto matemático inequação tanto em cursos de formações de professores (inicial e continuada) e, também, nos materiais didáticos a serem adotados.

Palavras-chave: Educação algébrica; Inequações; Desigualdade; Álgebra; Formação de professores.

DIAS, Regina Aparecida Xavier Gomes. 2014. Analysis of the knowledge of teachers on the education of inequation. Dissertation (Master's Degree in Mathematic Education). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: Program of postgraduate studies in Matematic education (Orienting teacher: Barbara Lutaif Bianchini).

ABSTRACT

It is about study of mint qualitative aspect had as purpose to analyze how teachers of Public School develop the theme inequality and inequation with students of eighth grade from Fundamental Teaching and/or first High School .Our subjects of search were five teachers who teach in Carapicuíba City, situated in Metropolitan São Paulo Region. Our instrument of search was composed by seventeen questions of didatic character and also specific content which brought analyse how teachers develop inequations and what difficulties they show in the moment of resolution,which kind of representation is prioritized by them. We used as theoricreferencial Raymond Duval that treats semioptic representation of teachers'notes searching to facilitate the conceptual apprehension of the Mathematics object. We analyzed teachers'notes and we turned to an interview with two of the five teachers searched to bring subsidies those helped us to improve their notes. From this study were showed up some errors demonstrated by teachers at the moment of the resolution of the proposed exercises in the searching's instruments. We also observed that the most of teachers who were searched do not prioritize the graphic resolution representation, neither in table prioritizing only algebraic representation at the moment of resolution of inequations they make only one kind of register of semiotiptic representation. The teachers' book used by them supplied by Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, prioritizes only algebraic resolution do not encourage the changing to semioptic representation . As this way we have considered the necessity of more investimentsin teachers' training and different kinds of semioptic representation of Mathematics object inequation both in training courses of teachers (initial and continued) and also them didactic material to be adopted.

Key words: Algebraic education. Inequation. Inequality. Algebra. Teachers'training.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A presente dissertação é resultado de uma pesquisa que teve por objetivo investigar os procedimentos e os saberes utilizados pelos professores sobre desigualdades ou inequações.

O tema escolhido para o estudo tem grande relevância dentro do currículo da matemática, porque pode auxiliar a interpretação de problemas relacionados a outros conteúdos, como por exemplo, o tratamento da informação, pois, por meio da leitura correta de um gráfico formado por um sistema de inequações, o aluno poderá fazer conjecturas e mobilizar seus conhecimentos de forma coerente e satisfatória, além de se constituir também em importante ferramenta para auxiliá-lo nas disciplinas de Física, Química, entre outras.

Para entender melhor todo o processo do ensino de inequações, optamos por selecionar alguns professores e conhecer suas práticas docentes.

Nossos sujeitos de pesquisa foram cinco professores da Rede Pública Estadual da cidade de Carapicuíba-SP.

Um dos quesitos para a escolha dos sujeitos desta pesquisa foi que lecionassem em uma série, cujo currículo Oficial do Estado de São Paulo contemplasse inequações, no caso 8º ano do Ensino Fundamental II ou 1º ano do Ensino Médio.

A fundamentação teórica da pesquisa baseia-se nos estudos desenvolvidos por Duval (2003) sobre o Registro de Representação Semiótica, e nos Saberes Docentes, conforme Shulman (1986), Tardif (2002) e Charlot (2005).

Para elaboração deste estudo também nos orientamos em pesquisas nacionais e internacionais, cujos temas foram correlatos aos nossos, nos Documentos Oficiais da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

No Capítulo 1, apresentamos nossa problemática e a definição do objeto matemático inequação e a importância de seu estudo.

Já o Capítulo 2, contempla nossa revisão bibliográfica, com o levantamento das pesquisas encontradas sobre inequações e que podem colaborar com a nossa no momento da elaboração das análises conclusivas e a proposta dos documentos oficiais PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1998), os PCNEF– Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL,1998) e PCN+

Ensino Médio – Parâmetros Curriculares Mais Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias (BRASIL, 2002).

No Capítulo 3, descrevemos nosso referencial teórico, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) e dissertamos sobre os saberes docentes. Explicamos o porquê da escolha desta teoria aliada aos saberes docentes, e como ela poderá nos ajudar na elaboração das análises dos protocolos dos sujeitos da presente pesquisa. Neste Capítulo, também analisamos, conforme a Teoria dos Registros de Representações Semiótica, e como esse tema é apresentado pelo Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013), material oficial da Secretaria da Educação distribuído a todos os professores e alunos da rede pública estadual.

No Capítulo 4, definimos o objeto matemático inequações e a análise do tema apresentado em um livro didático.

No Capítulo 5, explicitamos nossa metodologia de pesquisa; apresentamos um breve relato da história do município de Carapicuíba, local onde os sujeitos de nossa pesquisa atuam e descrevemos como ocorreram as visitas às escolas escolhidas para conhecer os professores que contribuíram com a coleta de dados; além de descrevermos nossos instrumentos de pesquisa (o questionário e a entrevista).

No Capítulo 6, desenvolvemos as análises dos dados coletados após a aplicação de nosso instrumento de pesquisa de acordo com o referencial teórico adotado.

No capítulo 7 apresentamos nossas considerações finais sobre o estudo.

CAPÍTULO I

1 PROBLEMÁTICA E DEFINIÇÃO DO OBJETO MATEMÁTICO INEQUAÇÃO

1.1 Problemática

Neste Capítulo, destacamos os motivos que aguçaram nossa curiosidade sobre o estudo de inequações.

Há mais de 20 anos, como professora de matemática de uma escola da rede pública estadual, tivemos a oportunidade nos últimos 6 anos, de atuarmos como coordenadora pedagógica, e as dúvidas que antes nunca tinham surgindo começaram a nos incomodar: antes como professora não tínhamos um olhar mais amplo, além da sala de aula.

Preparávamos nossas aulas, de acordo com o ritmo das turmas, participávamos de programas de formação, mas nunca havíamos nos questionado sobre este ou aquele tema dentro do currículo de matemática que era ensinado.

Quando começamos atuar como coordenadora pedagógica, em 2008, na mesma escola, onde já lecionávamos há 8 anos, este questionamento começou a nos incomodar: Por que o conteúdo inequações era visto pelos professores de matemática da escola, como complementar do conteúdo equação e, muitas vezes, era deixado de ser ensinado ou dada pouca importância ao mesmo?

Decidimos concorrer a uma vaga no mestrado profissional da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); e lá encontramos o grupo de pesquisa GPEA (Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica), que tem como objetivo investigar o que se entende por Álgebra do ponto de vista epistemológico e didático nos planos institucional, acadêmico e histórico-epistemológico, tendo como projeto direcionador das pesquisas: “Qual a Álgebra a ser ensinada na formação do professor de matemática?”.

Identificamos nos muito com o grupo de pesquisa em Educação Algébrica da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (GPEA-PUCSP) e resolvemos participar de um de seus projetos denominado *A Aprendizagem de Álgebra com a Utilização de Ferramentas Tecnológicas,* cuja linha de pesquisa é Tecnologias da Informação e Educação Matemática, tendo como objetivo específico investigar na educação algébrica o papel da tecnologia e avaliar seu impacto na educação básica e seus efeitos nos campos: institucional, docente e discente.

Pautados nos encontros com o grupo de pesquisa em Educação Algébrica da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (GPEA-PUCSP), começamos a aprofundar os estudos sobre o objeto matemático inequações, buscando também entender melhor toda a simbologia envolvida em seu conceito.

1.2 Definição do Objeto Matemático Inequação

Para entender melhor o tema, buscamos definições e propriedades que caracterizam uma desigualdade ou uma inequação, encontrando a definição que uma inequação é uma sentença matemática, que pode ter uma ou mais variáveis, definidas por uma desigualdade, o que a diferencia da equação, pois esta representa uma igualdade (DANTE, 2012).

Uma inequação apresenta os sinais <, (menor), ≤, (menor ou igual), > (maior) ou ≥ (maior ou igual), diferentemente da equação que apresenta em lugar do sinal de desigualdade, o sinal de igualdade.

Devemos também considerar os Princípios de Equivalência para resolver inequações, citados por Ponte, (2013):

1º Princípio de Equivalência: Quando somarmos ou subtrairmos o mesmo número a ambos os membros de uma inequação, obteremos uma inequação equivalente.

2º Princípio de Equivalência: Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma inequação pelo mesmo número diferente de zero, obteremos uma inequação equivalente, mantendo-se o sentido da desigualdade se o número for positivo e invertendo o sentido da desigualdade se o número for negativo.

Apoiados nesta definição e em outros estudos sobre definição de inequações, concluímos que sejam x e y dois números reais quaisquer, sendo x menor que y dizemos $x < y$, quando $y – x$ é positivo. Geometricamente, isto quer dizer que o número x está à esquerda do número y na reta numérica.

Equivalentemente, podemos dizer que y é maior que x e escrever $y > x$. Sendo assim dados x e y, dois números reais quaisquer, somente três casos poderão ocorrer: ou $x = y$, ou $x < y$ ou $x > y$. Logo dizemos que o conjunto dos números reais é ordenado.

Se escrevermos $x \leq y$, leremos x é menor ou igual a y, (ou $y \geq x$, e y é maior ou igual a x) significará que ou $x< y$ ou $x = y$ ($y> x$ ou $y = x$).

Se x, y e z são números reais, poderemos demonstrar que:

- (i) Se $x< y$ e $y < z$, então, $x < z$;

- (ii) Se $x< y$, então, $x + z < y + z$. (Poderemos adicionar qualquer número a ambos os membros de uma desigualdade);

- (iii) Se $x < y$ e $z < w$, então, $x + z < y + w$. (Poderemos adicionar desigualdades);

- (iv) Se $x< y$ e $z > 0$, então, $x.\ z < y.z$. (A desigualdade é mantida quando multiplicamos ambos os membros por um número positivo);

- (v) Se $x< y$ e $z < 0$, então, $x.z > y.\ z$. (A desigualdade muda de sentido quando multiplicamos ambos os membros por um número negativo); e

- (vi) Se $0< x < y$, então, $\frac{1}{y} < \frac{1}{x}$. (Se considerarmos recíprocos de números positivos, a desigualdade mudará de sentido).

Sabemos da importância da definição de um conceito no momento de apresentá-lo aos alunos, os modos como são apresentados podem facilitar ou dificultar seu aprendizado. No caso das inequações buscaremos compreender como o tema é apresentado aos alunos e qual modo de resolução é priorizado pelos professores que participaram de nossa pesquisa.

Durante a abordagem dos conceitos matemáticos, existe a necessidade de tentar fazer com que novos conhecimentos conectem-se aos antes assimilados, formando um elo entre os mesmos, produzindo um significado maior, no qual o aluno encontre prazer em aprender e em redescobrir outros conhecimentos.

O processo de relacionar um novo conhecimento a outro já assimilado favorece o aprendizado e pode facilitar a assimilação de outras disciplinas, por exemplo, o tratamento da informação e alguns conteúdos de Física e Química.

Por meio da leitura correta de um gráfico formado por um sistema de inequações, o aluno poderá fazer conjecturas e mobilizar seus conhecimentos de forma coerente e satisfatória, sendo uma importante ferramenta para auxiliá-lo em outros problemas em que possa ser desafiado a resolver.

Sendo assim é de fundamental importância que os alunos tenham um ensino do objeto matemático inequações que prime pela interpretação e não apenas sua resolução mecânica, atrelada às regras decoradas, sem sentido.

Para Alvarenga

> Se quisermos somente que os estudantes estejam aptos a encontrar o conjunto solução, independente do entendimento da álgebra que o subsidia, então apenas o processo gráfico ou o “método da tabela de Sinais” pode ser empreendido sem perda de qualidade, mas se queremos aproveitar esse conceito para que o aluno desenvolva sua capacidade matemática então precisamos investir em tempo e compreensão (ALVARENGA, 2012, p.42).

É necessário que o aluno compreenda toda simbologia envolvida na resolução de uma inequação.

A Teoria dos Registros da Representação Semiótica de Raymond Duval (2003), que será usado neste estudo como referencial teórico, revela que, para uma boa apreensão de um objeto matemático, devem-se buscar diferentes formas de registros para representar este objeto.

Também utilizaremos os estudos sobre os saberes docentes, pois, desde a década de 1980, existe um movimento pela profissionalização do ensino que trouxe uma valiosa contribuição com o reconhecimento da existência de saberes próprios que caracterizam a profissão docente.

Saberes estes desenvolvidos pelos professores, tanto em seu processo de formação como adquiridos em seu cotidiano profissional.

Com base nesse reconhecimento, várias pesquisas vêm sendo desenvolvidas, tendo como objetivo o estudo dos saberes docente; usaremos como base de nossos estudos nesse sentido o artigo de Shulman (1986) que desenvolve as categorias de conhecimento do professor, o trabalho desenvolvido por Tardif (2002) sobre os Saberes Docentes e a Formação Profissional e o livro de Charlot (2005) que debate a ideia de ensino relacionado a um saber a ser transmitido.

Nossa pesquisa é de caráter qualitativo e nossos sujeitos são professores da Rede Pública Estadual, da cidade de Carapicuíba, localizada na Grande São Paulo.

O instrumento de pesquisa utilizado será um questionário composto por 17 perguntas de caráter didático e também de conteúdo específico. A fim de obter mais informações, recorreremos posteriormente a uma entrevista, na qual buscaremos coletar mais informações que nos permitam responder às questões de pesquisa:

- Qual o conhecimento do professor sobre o objeto matemático inequações?
- Como o objeto matemático inequações é apresentado aos alunos por esses professores?

Diante desses questionamentos, buscamos coletar informações a respeito de como o objeto matemático inequações vem sendo ensinado aos alunos do Ensino Fundamental e Médio. Com a finalidade de melhor analisar o assunto, descreveremos no Capítulo 2 nossa revisão bibliográfica, apresentando um breve relato de pesquisas e trabalhos correlatos ao nosso e também o que propõem os Documentos Oficiais para o ensino de inequações.

CAPÍTULO II

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Estudos preliminares

Neste capitulo, apresentaremos as ideias centrais das pesquisas de Tsamir e Bazzini (2001a); Traldi (2002): Fontalva (2006); Melo (2007); João de Melo (2007); Clara (2007); Souza (2008); Conceição Júnior (2011) e Alvarenga (2012), além de uma breve análise dos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1998): Parâmetros Curriculares + Ensino Médio (BRASIL, 2002); Currículo Oficial do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008) e o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013)

Para iniciar nosso trabalho, procuramos por dissertações e teses em Educação Matemática; pesquisamos no banco de dissertações e teses da CAPES, no período entre 2006 e 2014, pesquisas correlatas ao tema que escolhemos e foram encontradas algumas dissertações e uma tese que nos fizeram supor que o objeto matemático inequações vem ocupando maior destaque entre as pesquisas no campo da Educação Matemática. Nos últimos anos, vem crescendo o número de pesquisadores interessados no assunto. O objeto matemático inequações fez parte do VI Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade” apresentado em São Cristovão–SE/ Brasil (2012), no qual destaco o artigo apresentado por Alvarenga (2012) que desenvolveu um mapeamento das pesquisas apresentadas no *Psychology Mathematics Education* PME de 1991 e no *Séminaries Franco-Italien de Didactique de L’Algèbre* – SFIDA de 1997 a 1999, *com um olhar para o ensino e aprendizagem concatenado entre inequações, o conjunto dos números reais e a lógica matemática.*

A pesquisadora teve interesse nos estudos desses dois eventos, PME de 1991 e no SFIDA de 1997 a 1999, um de origem americana e outro europeia, respectivamente, pelo fato de os mesmos terem dedicado momentos específicos para discussões, reflexões e socializações sobre o ensino e a aprendizagem de equações e inequações.

Alvarenga (2012) trata da importância do ensino e aprendizagem concatenados entre inequações, o corpo dos reais e a lógica matemática, com enfoque na transição do Ensino Médio para o Superior.

Para Alvarenga,

> Tais conceitos balizam vários outros estudados em Cálculo Diferencial e Integral e Análise, principalmente os relacionados a limites, continuidade, derivadas e integração. De uma pesquisa realizada no banco de dados – periódicos da CAPES, localizamos várias dissertações e teses na área de matemática, cujo título abarca a palavra inequação. Isso demonstra ser um conteúdo matemático que reflete em um estudo posterior ao universitário, para os que optam por uma carreira na área de exatas. Cabe ressaltar ainda que este tema envolve noções que devem ser concatenadas e aplicadas de forma coerente tais como: interpretação do sinal de desigualdade, ordenação dos números reais, o significado da variável, da incógnita e parâmetros, compreensão do conjunto solução, propriedades algébricas dos reais, fatoração, relações de equivalência e implicações, funções, análises gráficas dentre outros (ALVARENGA, 2012, p.13).

A autora empregou uma abordagem teórico-metodológica da Análise de Conteúdo, elegendo uma metodologia de pesquisa histórico-bibliográfica para buscar entender os caminhos seguidos pelas publicações pesquisadas. E identificou tendências temáticas, épocas de maior e menor quantidade de publicações e eventos científicos que traduziram o movimento não linear de tais pesquisas. Ao todo, foram mapeados 33 artigos apresentados no *Psychology Mathematics Education* PME de 1991 e no *Séminaries Franco-Italien de Didactique de L'Algèbre* – SFIDA de 1997 a 1999.

Conforme a pesquisadora, as publicações mapeadas nos eventos mencionados acima, em geral, não citaram as importantes ligações entre inequações e outros conteúdos.

Nas considerações finais de seu artigo *O Ensino e Aprendizagem Concatenado de Inequações, O Corpo dos Reais e Lógica Matemática: Um Panorama*, Alvarenga relata:

> Pelos dados vimos que as pesquisas estão espalhadas nos continentes, mas ainda é preciso investigações que abarquem e promovam a ideia do ensino correlacionado. Talvez devêssemos investir em analisar o conhecimento dos professores quanto a esse assunto.
> Destacamos, assim, o potencial de inequações para desenvolver várias maneiras de produzir significados, inclusive inter-relacionando os conceitos matemáticos (ALVARENGA, 2012, p. 8).

Concordamos com a pesquisadora e acreditamos que podemos pesquisar qual é o conhecimento dos professores sobre o objeto inequação e como estes apresentam o tema a seus alunos.

O tema inequação faz parte do Currículo Oficial do Estado de São Paulo, serve de ferramenta para facilitar a interpretação de problemas aplicados em outras disciplinas como Química e Física, no Ensino Médio e a Programação Linear, entre outras no Ensino Superior. Sendo assim acreditamos ser de fundamental importância pesquisas que identifiquem como esse assunto vem sendo apresentado aos alunos e qual é a didática utilizada pelo professores para auxiliá-los durante o processo de aprendizagem do objeto matemático inequação.

Fontalva (2006) apresentou uma pesquisa intitulada *Um Estudo sobre inequações*, com base em Elisa Gallo (pesquisadora italiana, da área de educação matemática), preparou um conjunto de problemas nos quais o aluno foi estimulado a resolvê-los e a argumentar por escrito cada etapa da resolução, utilizando-se de uma técnica chamada "pensamento em voz alta" (*think aloud)*. Um dos objetivos era fazer um diagnóstico sobre os conceitos, propriedades e procedimentos usados na resolução de inequações, buscando explicações para as dificuldades dos alunos no trato com as mesmas. O quadro teórico utilizado por ele foi a "Interação entre Domínios" de Règine Douady e a categorização de técnicas de resolução de Teresa Assude (2000 *apud* Fontalva 2006, p.18). O tipo de pesquisa qualitativa desenvolvida foi o estudo de caso, que buscou responder às seguintes questões de pesquisas:

- Quais recursos os estudantes lançam mão na resolução de inequações?
- Quais domínios fazem interagir?
- Que justificativa fornecem para as diversas etapas da resolução de inequações?
- Quais tipos de erros apresentam?
- Quais são os erros mais frequentes?

Após suas análises, Fontalva concluiu que, por parte dos alunos, houve maior emprego do domínio algébrico com priorização na utilização de técnicas de resolução em lugar do uso de conceitos e propriedades matemáticas na resolução das inequações; com predomínio de justificativa à técnica algébrica, mesmo nos casos em que seu uso era inviável.

O autor supracitado identificou também que os tipos de erros dependem do tipo de inequação proposta, sendo os mais frequentes: conexões sem sentido com raízes quadradas e multiplicar ou dividir por fatores que não são necessariamente positivos.

A pesquisa realizada por Fontalva (2006) interessou-nos, embora tenha o referencial teórico diferente do nosso, porque ele também considera que a resolução de inequações comporta procedimentos algébricos, numéricos e os referenciados na geometria, isto é, que necessitam de esquemas gráficos fundamentados em representações geométricas; além disso, que a análise dos procedimentos da solução de inequações poderia atingir o exame dos conhecimentos colocados em jogo na resolução.

Em suas conclusões finais, o pesquisador também lançou uma dúvida sobre o motivo dos principais tipos de erros apresentados pelos alunos, ressalta que esse quadro possa ser decorrente do processo de ensino das inequações, que privilegia o uso de técnicas em vez de conceitos e propriedades matemáticas, fato que também buscaremos analisar em nosso estudo.

Em sua pesquisa denominada *O Ensino de Desigualdades e Inequações em um Curso de Licenciatura em Matemática,* Melo (2007, p.22) buscou identificar e analisar como os professores, que lecionam no Ensino Superior desenvolvem com suas turmas os temas ligados às desigualdades e inequações. O referencial teórico adotado foi a teoria dos registros de representação semiótica proposta por Raymond Duval.

A metodologia utilizada pelo pesquisador foi o Estudo de Caso, que buscou responder à seguinte questão de pesquisa:

- *Como os professores de uma instituição de Ensino Superior desenvolvem as desigualdades e as inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos?*

O pesquisador concluiu que, de acordo com o depoimento dos professores entrevistados, foi possível afirmar que estes utilizam, no mínimo, três tipos de registros de Representação Semiótica, respectivamente, o gráfico, o simbólico-algébrico e o da língua natural.

O autor supracitado constatou também que o educador sofre influências significativas da sociedade e do sistema de ensino a que pertence; o que, muitas vezes, pode torná-lo desinteressado e desestimulado a buscar novos modos de apresentar diferentes conteúdos a seus alunos, como no caso das inequações, o professor poderá deixar de estimular o aluno a fazer diferentes registros de Representação Semiótica do mesmo objeto matemático, fato que poderá prejudicar seu aprendizado.

A pesquisa de Melo muito nos interessou por se tratar de um tema bem próximo ao nosso, uma vez que ele também pesquisou o ensino de desigualdade, utilizando o mesmo referencial teórico que nós usamos. Apesar de nossos sujeitos de pesquisa, diferentemente dos sujeitos de pesquisa de Melo (2007), serem professores do ensino fundamental e médio, os resultados verificados pelo pesquisador apresentaram divergências dos resultados que encontramos.

João de Melo (2007, p.12) pesquisou sobre a *Docência de Inequações no Ensino Fundamental na cidade de Indaiatuba (SP)*, sua investigação buscou apurar se o tema inequações estava sendo desenvolvido e como era abordado no Ensino Fundamental, na cidade de Indaiatuba, interior do Estado de São Paulo. Seu referencial teórico foi o do Registro da Representação Semiótica de Duval. Suas observações desenvolveram-se pela análise dos livros didáticos utilizados pelos professores pesquisados e também pelas respostas dos mesmos professores à sua questão de pesquisa:

- *O tema Inequações estaria sendo desenvolvido no Ensino Fundamental? Em caso positivo, de que modo ele tem sido tratado neste segmento de ensino?*

Após a aplicação de seu instrumento de pesquisa, o pesquisador relata que houve predominância de tratamento no registro simbólico algébrico, por parte dos professores, no momento de ensinar o tema.

Constatou que, as conversões do registro da língua natural para o registro algébrico simbólico quando observadas, são realizadas como exemplos ou pelo professor, ou pelos autores dos livros didáticos, restando ao aluno o simples ato de imitar o procedimento já realizado.

O pesquisador ainda conclui que o uso das conversões de registros de Representação Semiótica não é característica da “docência de inequações no segmento do Ensino Fundamental da cidade de Indaiatuba” (p.12), resultado diferente do encontrado por Melo (2007), talvez essa diferença aconteça por se tratar de pesquisa em níveis de ensino diferentes, João de Melo (2007) desenvolveu sua pesquisa com professores do Ensino Fundamental, já Melo (2007) com professores do Ensino Superior.

A pesquisa de João de Melo (2007) foi a que mais se aproximou da nossa pesquisa, pois nos trouxe informações importantes a respeito de como o tema vinha sendo abordado na cidade de Indaiatuba (SP), o que pode ser uma amostra do panorama que iremos encontrar ao desenvolvermos nossa pesquisa.

Clara (2007) estudou a *Resolução de Inequações Logarítmicas: Um olhar Sobre a Produção dos Alunos,* seu objetivo foi investigar os procedimentos utilizados pelos alunos do ensino médio na resolução de problemas que envolvem desigualdades ou inequações logarítmicas. A fundamentação teórica de sua pesquisa baseou-se nos estudos desenvolvidos por Douady (1984 *apud* CLARA, 2007) sobre a Dialética ferramenta-objeto e interação entre domínios.

A pesquisadora elaborou e selecionou problemas que instigassem os alunos a procurarem a resolução dos mesmos, a fim de responder às suas questões de pesquisa.

Na conclusão de seu estudo, constatou pelos protocolos dos alunos que a ferramenta mais utilizada foi a noção de igualdade e que o domínio algébrico foi o mais explorado pelos alunos. Observou que a interação entre os domínios ocorreu espontaneamente na resolução dos problemas.

Observou que os erros mais frequentes foram: “Noção incorreta da definição de logarítmo” e “uso incorreto do conceito de potência”, também na análise dos erros mais frequentes e algumas de suas possíveis causas, a autora destacou que uma dupla de alunos apresentou dificuldade e generalizou incorretamente os casos em que a desigualdade era falsa.

Em suas análises, a pesquisadora concluiu que os alunos apresentaram o uso incorreto da linguagem algébrica; e que o domínio algébrico foi o mais utilizado por eles na resolução de todos os problemas.

O trabalho de Clara (2007), embora tenha um referencial teórico diferente do nosso, poderá contribuir para nossas análises, no momento de realizarmos a comparação do tipo de representação semiótica escolhida por nossos sujeitos de pesquisa, no caso professores, se difere ou não da apresentada pelos alunos, sujeitos da pesquisa de Clara.

Traldi (2002) desenvolveu um estudo sobre *Sistemas de Inequações do1ºGrau: Uma Abordagem do Processo Ensino-Aprendizagem Focando os*

Registros de Representações, utilizando-se da teoria dos registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Buscou responder à questão de pesquisa:

> - Será que se inserirmos nos processos ensino-aprendizagem do objeto matemático sistema de inequação do 1º grau algumas atividades que focalizem o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representação algébrico, gráfico e da língua natural essas atividades proporcionarão aos alunos condições favoráveis para apreensão desse objeto? (TRALDI, 2002, p.13).

O objetivo de sua pesquisa foi investigar se os alunos que estavam concluindo o Ensino Médio conseguiriam interpretar problemas envolvendo programação linear, que podem ser resolvidos, utilizando conteúdos matemáticos já estudados em séries anteriores, dentre os quais está o sistema de inequações.

O pesquisador buscou observar se as atividades que envolvem o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representações, conforme Duval (1993 *apud* TRALDI, 2002) sobre o objeto matemático sistema de inequações, interferem no processo ensino-aprendizagem.

Concluiu que os alunos apresentam dificuldade de fazer a conversão de registros de representação, tanto do registro da língua natural para o registro de representação algébrico-simbólico e vice-versa; dificuldades para fazer leituras e interpretação gráfica e resolução de sistemas de inequações.

Concluiu também que as atividades que priorizam o tratamento, a conversão e a coordenação dos registros de Representação Semiótica sobre o objeto matemático, sistema de inequações de 1º grau trazem uma relevante contribuição para sua assimilação e aplicação de problemas de programação linear.

O trabalho de Traldi (2002) contribui com o nosso, pois traz informações relevantes sobre o aprendizado de inequações com o uso de diferentes registros de representações. Foi a única dissertação que encontramos, no período entre 2002 e 2014, abordando a análise de inequações apresentadas em forma de sistema de inequações.

Saldanha (2007) fez uma *Análise de uma Intervenção Didática Sobre Desigualdades e Inequações Logarítmicas no Ensino Médio*, usou o mesmo referencial teórico de Clara (2007), a noção de dialética-ferramenta-objeto e a interação entre domínios desenvolvida pela pesquisadora Règine Douady (1984 *apud* SALDANHA, 2007).

A pesquisadora desenvolveu sua investigação, com uma turma da 2ª série do Ensino Médio de uma escola particular, para a qual lecionava. Seu objetivo foi analisar as relações pedagógicas estabelecidas entre professor, aluno e saber matemático no desenvolvimento da resolução de problemas, envolvendo desigualdades e inequações logarítmicas.

Constatou uma falha no conhecimento dos alunos sobre logarítmo, pois pôde avaliar com base nos resultados encontrados em sua pesquisa, que essa dificuldade apresentada pelos alunos na resolução de logarítmo, torna-se um obstáculo para aquisição de um novo conhecimento, no caso, as inequações logarítmicas.

Para a pesquisadora, o conhecimento matemático constrói-se dentro de situações didáticas, envolvendo o tripé professor, aluno e saber, nos quais a classe simula uma sociedade de investigadores em atividade.

Após a sequência proposta, Saldanha (2007) conclui relatando que houve uma mudança de compreensão em relação à matemática pela turma pesquisada, pois, no início do estudo, os alunos acreditavam que aprender matemática era privilégio para poucos, mas, ao final do trabalho relataram que houve um amadurecimento dos conhecimentos e mostraram-se mais produtivos e interessados em participarem, porém a pesquisadora não relatou quais os avanços específicos na aprendizagem de logarítmo e de inequações logarítmicas.

A pesquisa desenvolvida por Saldanha (2007), apesar de se diferenciar da nossa no quesito referencial teórico, contribuiu com a nossa, visto que a pesquisadora também investigou a didática aplicada no ensino de desigualdades e inequações, pois é este o ponto essencial que queremos pesquisar: qual didática de ensino vem sendo aplicada ao se apresentar o objeto inequações aos alunos do Ensino Fundamental e Médio?

Tsamir e Bazzini (2001a) apontam soluções dadas, por alunos de Israel e Itália, para inequações algébricas. Além disso, enfocam a importância das inequações no ensino da matemática:

> A resolução de desigualdades desempenha um importante papel na matemática. Fazem parte de vários temas matemáticos, incluindo álgebra, trigonometria, planejamento linear e a investigação de funções. Eles também fornecem uma perspectiva complementar para equações. Assim,

> os documentos padrões americanos especificam que todos os estudantes nas classes 9-12 devem aprender a representar situações que envolvem equações, desigualdades e matrizes (TSAMIR e BAZZINI, 2001a, p. 58).

As pesquisadoras usaram em seu trabalho a Teoria de Fischbein (1993 *apud* TSAMIR e BAZZINI, 2001a, p.303-310) sobre as noções de conhecimento intuitivo e buscaram respostas às duas questões:

- *Que ideias intuitivas e que modelos algorítmicos podem ser identificados nestes estudantes?*
- *Estas ideias e estes modelos estão ligadas à identificação da denotação das expressões dadas?*

Concluíram que os resultados obtidos em suas pesquisas foram praticamente iguais nos dois países.

Os estudos revelaram que os alunos têm dificuldades em assimilar que x= 3 pode ser solução de uma inequação, mesmo respondendo que x = 0 é solução de $5x^4 \leq 0$.

As pesquisadoras obtiveram como resultados de suas investigações que, de uma forma, mesmo que intuitiva os alunos tendem a confundir as estruturas das equações e das inequações.

Esperamos que as conclusões do trabalho de Tsamir e Bazzini (2001) ajudem-nos a embasar nossas análises sobre o ensino de inequações.

Souza (2008) apresenta sua pesquisa do tipo diagnóstico, utilizando como referencial teórico a Teoria de Fischbein (1993 *apud* SOUZA, 2008). A pesquisadora elaborou dois tipos de questionários aplicados a alunos do primeiro ano do ensino superior, dos cursos de Engenharia Elétrica e Licenciatura em Matemática, o primeiro, pedindo para que os alunos resolvessem a inequação $x^2 \leq 25$, e o segundo que os alunos resolvessem a inequação $\frac{5}{x} < \frac{5}{2}$. No primeiro caso, o resultado encontrado foi que 52% dos alunos usaram o artifício de "extrair a raiz quadrada" dos dois membros da desigualdade, trocando o sinal da desigualdade pelo de igualdade, e somente no momento da definição da solução recolocaram o sinal da desigualdade de volta em seu lugar original. No segundo questionário, a pesquisadora relatou que 90% dos alunos usaram o artifício de "multiplicar em cruz" para chegar à solução da inequação.

Souza relata:

> […] pudemos perceber que os alunos têm dificuldades para entender o significado de frases do tipo "Resolver em $\mathbb{R}$ a equação (ou inequação) dada", quando expressam dúvidas ou justificativas tais como "O que a senhora quer?", "Tem que resolver?". "Multiplico em cruz!", "Passo para o outro lado!", "Extraio a raiz!", deixando entrever alguma coisa do tipo "regras sem significado". Nossa interpretação é que o aluno "não sabe ler" o que está escrito e decorou alguns procedimentos, como por exemplo, "Quando passa para o outro lado, o número troca de sinal" ou "Tem que multiplicar em cruz". Estas "regras" parecem induzir alguns erros […] (SOUZA, 2008, p.1).

Acrescenta que, no Ensino Médio, é preciso desenvolver também as definições e as notações, para que os alunos possam entender o significado dos símbolos para acompanhar o passo a passo de um algoritmo, evitando construir concepções pseudoestruturais ligadas a frases do tipo "multiplicar em cruz", "extrair a raiz dos dois lados", "passar para o outro lado, invertendo os sinais" praticados por muitos alunos.

Na entrevista realizada com quatro alunos, relata que, após a análise dos protocolos referentes ao primeiro questionário, eles afirmaram ter estudado apenas a resolução algébrica de inequações e que seus professores nunca haviam desenvolvido problemas ou exercícios com os mesmos, em que se pedisse que fosse usado um gráfico, como forma de representação da solução de uma inequação.

A pesquisadora também apresenta o mesmo questionário para 13 professores, com o objetivo de analisar como estes resolveriam determinados problemas para seus alunos.

Afirma que para a pergunta: "*Considere o seguinte problema: 'resolver $x^2 \leq 25$, no conjunto dos números reais'. Como você resolveria esse problema para seus alunos?"*. Cita também que apenas três professores deram a resposta correta.

O número de professores que deu resposta correta à questão proposta pela pesquisadora foi preocupante, pois dentre 13 professores pesquisados, apenas três apresentaram a resolução correta.

Acreditamos que existe a necessidade de um estudo mais amplo, para averiguar se o fato é um caso isolado ou se vem acontecendo em uma escala maior, a fim de procurar possíveis causas para esse cenário e apontar as possíveis soluções.

A pesquisa de Souza (2008) nos interessou, pois, além de desenvolver um estudo sobre *o uso de vários registros na resolução de inequações: uma abordagem* *funcional gráfica,* com alunos, a pesquisadora também apresentou o mesmo questionário para um grupo de 13 professores da rede pública estadual, em 2003, e suas considerações colaboram com as análises de nosso instrumento de pesquisa.

Conceição Júnior (2011), participante do Grupo GPEA, buscou responder às seguintes questões de pesquisa:

> Em que medida o ensino de inequações via uma abordagem funcional gráfica que envolva o tratamento e a conversão de registros de representação semiótica, pode, ou não favorecer o entendimento por parte dos alunos do assunto em questão? Quais os avanços percebidos com relação à coordenação desses registros? (CONCEIÇÃO JR, 2011, p.39).

Com alunos da 2ª série do Ensino Médio, de uma escola particular da cidade de São Paulo, Conceição Jr. (2011) desenvolveu uma pesquisa de cunho qualitativo, uma Engenharia Didática. Utilizou como referencial a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Duval (2003 *apud* CONCEIÇÃO JR., 2011). Elaborou um instrumento de pesquisa, abordando os tópicos inequações polinomiais e sistemas de inequações do 1º grau, inequações racionais.

O pesquisador propôs que os sujeitos de sua pesquisa resolvessem as mesmas cinco atividades, em dois momentos diferentes: a primeira sessão, sem o auxílio do *software* GeoGebra e a segunda, com o auxílio do *software.*

Os resultados encontrados mostraram que o uso do *software* pode contribuir de modo satisfatório na resolução de inequações, pois o pesquisador registrou avanços nos conhecimentos matemáticos apresentados pelos alunos, após a segunda sessão, em relação aos resultados apresentados depois da primeira, indicando que os alunos podem ter feito relação entre a representação gráfica e a algébrica, mas, apesar desses avanços registrados, ainda mostraram dificuldades em expor no registro da língua natural o modo que usaram na resolução dos problemas, fato que o pesquisador relata em suas conclusões finais. Conceição Jr. (2011) afirma:

> Percebemos ainda, em nossa pesquisa, dificuldades dos alunos em explicar no registro da língua natural os procedimentos utilizados por eles na resolução dos problemas, fato que pode ser explicado pelo pouco hábito que eles têm de justificar, via texto, suas resoluções, ou porque realmente não entendem os procedimentos que utilizam, pois o fazem de forma mecânica (CONCEIÇÃO JR, 2011, p.184).

O pesquisador ainda acrescenta que os sistemas de inequações que têm como solução o conjunto vazio, são mais difíceis de serem compreendidos pelos alunos, uma vez que esse tipo de atividade é pouco proposto nos livros didáticos, como também pela maioria dos professores de matemática e, nesse caso, o uso do *software* poderia ajudar.

Acreditamos que a pesquisa de Conceição Jr (2011) contribui com dados para fortalecer nossa análise, pois verificamos se as dúvidas apresentadas pelos alunos que foram sujeitos de sua pesquisa poderiam eventualmente também ser as de professores.

Após a revisão bibliográfica, elaboramos um questionário com o objetivo de responder às nossas questões de pesquisa.

O questionário foi submetido à apreciação e discussão pelo grupo de pesquisa GPEA, onde discutimos sua estrutura e se teria perguntas objetivas ou dissertativas.

Ficou acordado que melhor seria que as perguntas fossem dissertativas, para estimular os sujeitos de pesquisa a expor seus métodos de trabalho o mais próximo da realidade possível.

Com o grupo de pesquisa, resolvemos incluir em nosso instrumento de pesquisa um sistema de inequação, entre outros tipos de exercícios com inequações.

Decidimos incluir também o estudo sobre os saberes docentes, pois conhecemos a importância do conhecimento dos professores para a qualidade das aulas, para que os alunos tenham um bom aprendizado; sabemos ser fundamental que o professor perceba a necessidade de dar continuidade a seus estudos, a fim de melhorar suas práticas pedagógicas.

No Capítulo 3, serão discutidos os saberes docentes com nosso referencial teórico.

Para melhor entendermos os procedimentos utilizados pelos professores, pesquisamos o que sugerem os documentos oficiais.

2.2 Documentos Oficiais

A seguir, faremos um breve relato sobre as recomendações dos documentos oficiais para o desenvolvimento do tema inequação no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Um dos objetivos apontados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental (1998a), está relacionado ao pensamento algébrico ao sugerir que a matemática promova o desenvolvimento desse pensamento por meio de situações de aprendizagens, que propiciem ao aluno produzir e interpretar diferentes formas de escritas, como expressões, igualdades e desigualdades, compreendendo os procedimentos envolvidos nas equações, nas inequações e nos sistemas lineares, observando as regularidades e estabelecendo leis matemáticas que descrevam as relações de dependência entre as variáveis envolvidas no problema (BRASIL, 1998).

Os PCN (1998) recomendam que o ensino de Álgebra seja desenvolvido por meio de problemas e atividades que promovam a compreensão de conceitos, como o de variável e de função; fazendo analogias da forma algébrica e gráfica, utilizando por meios de equações a formulação e a resolução de problemas que busquem identificar parâmetros, incógnitas e variáveis.

Nas séries iniciais do ensino fundamental, já podemos desenvolver alguns conceitos de álgebra, mas é, especialmente, nas séries finais do ensino fundamental que as atividades envolvendo álgebra são ampliadas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem a exploração de situações-problema que possibilitem ao aluno reconhecer diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, resolver problemas aritmeticamente mais complexos), representar problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreender (regras para resolução) de uma equação e ou inequação.

O encaminhamento dado à Álgebra, com base na generalização dos padrões, bem como o estudo da variação das grandezas são capazes de possibilitar a exploração da noção de função nos terceiro e quarto ciclos. No entanto, a abordagem formal desse conceito deverá ser objeto de estudo na primeira série do ensino médio.

Acrescentam ainda que o estudo da Álgebra pode proporcionar ao aluno a capacidade de abstrair e generalizar, além de lhe possibilitar a apropriação de uma ferramenta preciosa para a resolução de problemas, mas adverte para que o professor não torne a abordagem do ensino da Álgebra excessivamente formal, enfatizando as ”manipulações” com expressões matemáticas de uma forma meramente mecânica, é preciso ter clareza como o aluno constrói o conhecimento matemático e, assim, buscar formas de ensino que privilegiem a variedade de representações do objeto de estudo.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1998), o ensino da matemática desenvolvido nestes ciclos deve, além do caráter formativo, buscar também propiciar condições para os estudantes desenvolverem capacidades de compreender conceitos, desenvolver procedimentos e estratégias matemáticas, aplicando-os em situações-problema, para que isto os leve a articular melhor seu raciocínio e o espírito crítico-criativo.

O documento também propõe que os conteúdos que compõem o currículo de matemática sejam apresentados aos alunos de forma contextualizada, que se traduzam em um ensino que possibilite fazer com que os alunos tenham autonomia no momento da resolução de problemas.

Em relação ao ensino de funções, o documento cita que o aluno poderá apropriar-se do conceito de funções em diversas situações de aprendizagem, como por meio de leituras de gráficos ou fazendo conexões com outras áreas do conhecimento, caberá ao professor proporcionar um ensino que possibilite estas conexões.

2.2.2 PCN+Ensino Médio

Os PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002) recomendam que o ensino da matemática seja desenvolvido de um modo contextualizado que interaja com outros conhecimentos; sugerem que o ensino seja baseado em habilidades e competências necessárias para desenvolver soluções-problema, para se apropriarem da linguagem específica, proporcionando ao aluno condições de argumentar, generalizar e tirar conclusões a respeito do problema estudado.

O documento também traz sugestões para que o ensino da matemática propicie ao aluno desenvolver habilidades relacionadas à representação, comunicação e investigação, propõe que a estratégia de resolução de problemas seja um dos meios para atingir estas habilidades.

Para o desenvolvimento das competências, o documento ressalta que um conjunto de habilidades deve ser considerado, pois o professor não deverá propor apenas exercícios de aplicação de técnicas matemáticas, evitando que os alunos as memorizem e depois apenas as reproduzam, sem construir um entendimento que os capacite a resolver situações nunca vistas antes ou mais complexas.

Neste documento, os temas foram organizados em três eixos estruturadores, para facilitar a articulação dos conteúdos e o desenvolvimento das competências nas três séries do Ensino Médio:

1. Álgebra: números e funções;
2. Geometria e medidas; e
3. Análise de dados.

O ensino de funções encontra-se inserido no primeiro eixo estruturador, Álgebra, para seu ensino, é sugerida uma abordagem gráfica associada a uma linguagem algébrica que busque relacionar o ensino de funções com situações do cotidiano.

O ensino de equações e inequações estão inseridos neste eixo, porém não é mencionado de forma explícita, apenas é proposta a ênfase no estudo de diferentes funções, priorizando o estudo de conceitos, propriedades e na interpretação de seus gráficos, que são habilidades essenciais para a resolução de problemas que envolvem equações e inequações.

No segundo eixo estruturador denominado Geometria e Medidas, encontra-se um trecho que busca justificar a importância do estudo de equações e inequações.

> A unidade Geometria analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equação, sistemas ou inequações (BRASIL, 2002, p.124).

O documento procura mostrar que o estudo de funções poderá possibilitar ao aluno fazer uso de uma linguagem algébrica que relacione duas grandezas variáveis, cabendo ao professor permear seu ensino com situações do cotidiano, relacionando-as com outras áreas do conhecimento que utilizem dependência entre grandezas.

2.2.3 Orientações Curriculares do Ensino Médio

As OCEM (Orientações Curriculares do Ensino Médio), (BRASIL, 2006) dispõem sobre três aspectos:

- A escolha de conteúdos;
- A forma de trabalhar os conteúdos; e
- O projeto pedagógico e a organização curricular.

Para o desenvolvimento desses três aspectos, orientam que as situações de aprendizagens propostas devem priorizar o "pensar matematicamente", partindo do princípio que toda atividade proporcione aos alunos o desenvolvimento de habilidades que favoreçam o "fazer matemático", dando prioridade à qualidade e não à quantidade de conteúdos de forma que contribuam na apropriação do conhecimento.

Para o ensino de funções, as OCEM (2006) propõem a exploração das diferentes formas de representação de uma função, como a algébrica e a gráfica; ainda orientam que, ao representar uma função graficamente, explore seu crescimento e decrescimento.

As OCEM (2006) sugerem que sejam trabalhados diferentes modelos de funções, tais como: linear, quadrático e exponencial por meio de situações de aprendizagem que busquem atingir as diversas áreas do conhecimento.

Com relação às tecnologias, recomendam o incentivo do uso de *softwares* no ensino da matemática, no que diz respeito à resolução de equações e inequações sugerem:

> Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (reta, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de programas de expressão. Em muitos desses programas, pode-se trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como com coordenadas polares. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto solução de uma equação - inequação (BRASIL, 2006, p.89).

As OCEM (Brasil, 2006) sugerem algumas diretrizes utilizando o uso de *softwares* para facilitar o ensino de inequações por meio de uma abordagem gráfica.

2.2.4 Currículo Oficial do Estado de São Paulo

O programa São Paulo Faz Escola começou ser implantado em 2007. Em 2008, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo associada a este programa começou a implantar uma Nova Proposta Curricular, que deu origem ao atual Currículo Oficial, cujo foco foi a implementação de um currículo pedagógico único para todas as mais de cinco mil escolas da rede pública estadual.

Com este programa, todos os alunos da rede pública estadual recebem o material didático, que é composto de apostilas das diferentes disciplinas que compõem o currículo, distribuídas bimestralmente.

Com o material didático, que é oferecido aos alunos, os professores recebem um Caderno com o currículo e as orientações para cada série.

O material destinado ao professor recebe o nome de Caderno do Professor e tem como um dos objetivos, que todas as escolas da rede pública estadual desenvolvam um mesmo currículo pedagógico ou similar, buscando a unificação do currículo da rede e, por consequência, a melhoria na qualidade de seu ensino.

A Secretaria de Estado da Educação disponibiliza aos alunos da rede estadual o conteúdo do currículo proposto nos documentos oficiais (Currículo, Cadernos do Gestor, Cadernos do Professor e Cadernos do Aluno), com o objetivo de consolidar a articulação entre o currículo e a prática nas salas de aula de toda a rede estadual.

O documento Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2013b), propõe para o 8º ano do Ensino Fundamental os seguintes conteúdos:

1º Bimestre:

- Números racionais (transformação de decimais finitos em fração);
- Dízimas periódicas e fração geratriz;
- Potenciação (propriedades para expoentes inteiros); e
- Problema de contagem.

2º Bimestre:

- Expressões Algébricas (equivalências e transformações);

- Produtos Notáveis; e
- Fatoração Algébrica.

3º Bimestre:

- Equações (resolução de equações de 1º grau);
- Sistemas de equações e resolução de problemas;
- Inequações de 1º grau; e
- Gráficos (Coordenadas: localização de pontos no plano cartesiano).

4º Bimestre:

- Teorema de Tales;
- Teorema de Pitágoras;
- Área de polígonos; e
- Volume do prisma.

Este currículo contempla o tema inequação e apresenta-o em forma de situações-problema.

Pela primeira vez, o objeto matemático inequação é apresentado, conforme o Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2013b, p.62), aos alunos de 8º ano, no 3º bimestre letivo, e este mesmo Currículo sugere que o professor, no ensino deste tema, procure trabalhar com o aluno de modo a desenvolver a habilidade de *saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.*

Entendemos que este modo significativo, a que se refere o Currículo do Estado de São Paulo, é “compreender o significado do problema estudado, reconhecer, apreender, resolver de modo a obter uma conclusão satisfatória e que produza um entendimento” (SÃO PAULO, 2013b, p.20).

O tema funções, conteúdo que auxilia na resolução de inequações, só é apresentado aos alunos, conforme o Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2013), no 2º Bimestre do 9º ano, posterior ao ensino de inequações.

Posteriormente, o Currículo Oficial do Estado de São Paulo, propõe, o tema inequações a alunos da 1ª série do Ensino Médio, no 3º bimestre letivo; no estudo da função logarítmica: equações e inequações, sugerindo que o professor trabalhe com os alunos as habilidades de ‟saber resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logarítmo”(SÃO PAULO, 2013b, p.66).

Para concluir o estudo do tema inequações, o Currículo Oficial do Estado de São Paulo propõe para a 2ª série do Ensino Médio, durante o 1º bimestre letivo, o tema equações e inequações, tendo como objetivo desenvolver a habilidade de ‟saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos”(SÃO PAULO, 2013, p.67).

O Currículo Oficial do Estado de São Paulo faz referência à importância de o aluno compreender o significado das soluções encontradas em diferentes situações de aprendizagem, com o que concordamos, pois sabemos que sem um estudo dos possíveis valores que podem ser solução de uma inequação, o aluno poderá tirar conclusões que, muitas vezes, não satisfaçam às condições iniciais do problema.

O documento ainda enfatiza ser necessário que o professor utilize metodologias que possibilitem aos alunos “compreenderem situações-problema que envolvem proporcionalidade, e que os mesmos saibam representá-las por meio de equações ou inequações”, ainda sugere que o professor busque mecanismos para facilitar a compreensão do objeto matemático estudado, como o uso de *softwares,* jogos e multimídia, a fim de tornar a aula mais diversificada para melhorar o interesse do aluno pelo objeto de estudo (SÃO PAULO, 2013b, p.62).

Para buscar atingir a esses objetivos, o Caderno do Professor apresenta algumas situações de aprendizagens.

A seguir, apresentaremos o Capítulo 3 no qual descreveremos nosso referencial teórico e, posteriormente, as Situações de Aprendizagens sugeridas pelo Caderno do Professor.

CAPÍTULO III

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Após nossos estudos bibliográficos, decidimos pela escolha da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2003), como quadro teórico para nos auxiliar nas análises e também na elaboração das questões envolvendo a matemática, com o questionamento se uma abordagem não somente algébrica para a resolução de inequações poderia facilitar o ensino do objeto matemático inequações?

Para dirigir as questões da entrevista e analisar os dados encontrados nesta pesquisa, orientar-nos-emos pela teoria de Raymond Duval sobre registros de Representação Semiótica, a fim de nos certificarmos de que a matemática está relacionada a objetos que não são diretamente acessíveis à percepção e necessitam de diferentes representações para seu aprendizado, sendo assim, as representações por meio de gráficos, símbolos, tabelas, desenhos e algoritmos favorecem a comunicação entre professor e aluno. Conforme refere Damm:

> Podemos dizer que uma escrita, um símbolo ou uma notação representam objetos/conteúdos/conceitos matemáticos. O que se observa, de forma geral, é a confusão de representação do objeto matemático com o próprio objeto matemático. Para a compreensão da matemática, é de fundamental importância a distinção entre o objeto matemático tratado e sua representação (DAMM, 2010, p.169).

Com os resultados das diversas pesquisas em Educação matemática, notamos a confirmação da dificuldade que os alunos encontram quando fazem a mudança de um tipo de representação a outra.

Para Damm (2010), essa apreensão é significativa a partir do momento que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e “passar” de um a outro o mais naturalmente possível.

Dessa forma entendemos que os registros de Representação Semiótica podem nos auxiliar a explicar parte de nossa questão de pesquisa.

3.1 Registro de representação semiótica

A Representação Semiótica está relacionada a um conjunto de signos que representam um ou alguns objetos matemáticos. Para Santaella (1990, p.7), "Semiótica é a ciência dos signos […] a ciência de todas as linguagens".

Esta ciência parte da valorização dos tipos de registro, da linguagem ou do sistema de signos do qual o objeto matemático faz parte e encontra-se inserido.

A construção do conhecimento, muito discutida na educação, ganha um novo significado quando aliada ao termo representação e suas concepções.

Quando trabalhamos o desenvolvimento do conhecimento científico, conforme Duval (2003) podemos identificar três tipos de representações, denominadas por ele como:

- **As representações subjetivas e mentais**, nas quais se estudam todas as vivências e conhecimentos da infância. O método para o estudo das representações mentais é o de conversão, que consiste em fazer a mudança de um determinado registro para outro tipo de registro, no qual aquilo que pode ser registrado como um erro é considerado como um indício de algo ou de outra lógica.

  Este tipo de representação está relacionado com a situação de conhecer quais são as concepções prévias dos alunos frente a um objeto de estudo. É preciso saber o quanto este aluno já conhece do objeto a ser estudado, para que, com base nesse ponto, se possa escolher o melhor método que facilite sua aprendizagem;
- **As representações internas ou computacionais** são consideradas não conscientes do sujeito nas quais nem todos os passos necessários para a execução de determinadas atividades são pensadas anteriormente (por exemplo, os algoritmos computacionais, ou mesmo os algoritmos das operações);
- **A Representação Semiótica**, ou seja, externa e consciente do sujeito. Por meio da Representação Semiótica que torna possível efetuar o registro das funções cognitivas fundamentais do pensamento humano, Duval (2003, p.15) chama "*semiósis* ou a produção de uma representação semiótica e *noésis* a apreensão conceitual de um objeto", relacionada à representação de um objeto de estudo com diferentes linguagens.

Atualmente, pesquisas em Educação Matemática vêm mostrando a importância do uso da Representação Semiótica no processo de ensino e aprendizagem.

A Teoria de Raymond Duval (2003) trata do melhor entendimento do funcionamento do pensamento humano, pois um indivíduo para aprender um conceito científico precisa fazer diferenciação entre a representação semiótica de um objeto matemático e ele próprio. Este indivíduo somente mobiliza tal conceito por meio das representações, daí o papel essencial dessa teoria, da atribuição de significados às representações de um conceito científico no processo de ensino e aprendizagem do mesmo.

Nesta teoria, dois importantes tipos de aquisições funcionais ocorrem no momento da elaboração cognitiva do pensamento humano: as aquisições funcionais relativas ao desenvolvimento do organismo, disponíveis desde o nascimento, como as funções vitais e sensitivas, como tato, olfato, visão e memória, e as aquisições funcionais relativas aos sistemas semióticos, usadas como signos, para comunicar, organizar e tratar as informações.

Com isso, em uma atividade de aquisição de conhecimento matemático, é necessário que sejam levados em conta dois componentes: os próprios conteúdos que envolvem o conhecimento, nos quais existem caminhos para descobrir e concluir os resultados e o cognitivo que envolve diretamente o processo de aquisição do conhecimento.

Para Duval (2003), a identificação de uma noção matemática com seus registros de representação semiótica pode constituir-se em um dos problemas centrais da aprendizagem dessa noção. Um registro de representação semiótica de um objeto matemático pode ser um símbolo, figura ou a língua natural. Cada tipo de registro apresenta um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido. A apreensão das características diferentes só terá sucesso, quando o indivíduo que aprende, for capaz de efetuar tratamentos (operações internas a um mesmo registro) e conversões (passagem de um registro a outro, mudar a forma pela qual determinado registro é representado).

A teoria de Duval (2003) admite ser próprio da atividade matemática, mobilizar simultânea ou alternadamente vários registros de Representação Semiótica, e esta ação é considerada de relevante importância ao ensino e à aprendizagem da matemática. A mobilização dos registros envolve dois tipos diferentes de transformação dos mesmos: os tratamentos e as conversões.

O tratamento de uma representação – é a transformação de uma representação em outra representação dentro de um mesmo registro. Por exemplo:

Dada a inequação $x + 5 > 10$ determine sua solução em $\mathbb{R}$, conforme dados do quadro 1 a seguir:

Quadro 1 – Exemplo de tratamento de registro algébrico

$$x + 5 > 10$$
$$x + 5 - \mathbf{5} > 10 - \mathbf{5}$$
$$x > 5$$
$$S\ \{x \in \mathbb{R}\ /\ x > 5\}$$

Fonte: Elaborado pela autora

O tratamento realizado foi adicionar a cada membro da desigualdade o valor igual a menos cinco (-5), fazendo-o, dentro do mesmo tipo de registro simbólico algébrico, de $x + 5 > 10$ para $x > 5$.

As conversões são as transformações de representações que consistem em mudar de registro, conservando os mesmos objetos denotados, como por exemplo, passar do registro da língua natural de uma equação para o registro simbólico algébrico.

(1) Certo número somado a seu sucessor e adicionado de quatro unidades é maior ou igual a 20.

(2) x+ x+ 1+4 ≥ 20.

Em (1), temos uma representação no registro da língua natural, em (2), este registro é convertido do registro da língua natural para o registro simbólico algébrico.

A teoria de Raymond Duval vem sendo cada vez mais utilizada quando as pesquisas investigam a aquisição de conhecimento e a organização de situações de aprendizagem.

Em diversas pesquisas em Educação Matemática, constatamos como na de Alvarenga (2013), quando analisou em outras investigações, que uma das dificuldades que o aluno encontra é passar de uma representação a outra, ou seja, ele consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representações de um mesmo objeto matemático, porém tem dificuldade para fazer as conversões necessárias para a apreensão desse objeto. Esta apreensão é significativa, a partir do momento em que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e transitar de um a outro o mais naturalmente possível.

Em seus estudos sobre tipos de representações, Duval (2003) procura evidenciar a importância da análise do papel das representações, quando se considera um objeto matemático. Um grande problema na aprendizagem matemática está ligado ao fato de que não é possível acessar um objeto matemático por meio de um instrumento ou, mesmo pela percepção, dada sua natureza “não real”. Com isso, torna-se necessária uma relação de denotação, que é possível por meio de um sistema semiótico.

Duval (2003) considera que ensinar matemática é antes de tudo possibilitar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e visualização. O autor pressupõe que a aprendizagem de um conceito matemático consiste em desenvolver coordenações progressivas entre os vários sistemas de representação semiótica.

A apreensão dos objetos matemáticos inicia-se ao submeter o aluno ao uso desses três atividades cognitivas, ou seja, submetê-lo a situações-problema nas quais ele precise se utilizar de diversos registros de representação, executando diferenciados tratamentos e variadas conversões desses registros.

Conforme refere Damm

> [...] No entanto o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de re-presentações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a coordenação entre vários registros de representação (DAMM, 2010, p.175)**.**

Assim sendo, cabe uma reflexão: Será que as listas de exercícios infindáveis seriam capazes de contribuir para a apreensão dos conceitos de modo significativo? Acreditamos que elas somente serão válidas quando convidarem o aluno a coordenar diferentes registros de representação e, com certeza, serão ineficientes quando trouxerem inúmeros exercícios repetitivos de mesma natureza, trocando apenas os valores.

3.2 Tipos de Registros

Para Duval (2003), existe uma diversidade de Representação Semiótica que é agrupada em quatro grandes registros:

- A língua natural;
- As escritas algébricas e formais;
- As figuras geométricas; e
- As representações gráficas.

É importante que o aluno consiga passar de um tipo de representação semiótica para outro tipo de representação semiótica, de um mesmo objeto matemático, da maneira mais natural possível.

Usaremos exemplos ligados ao tema de nossa pesquisa para mostrar alguns tipos de registro de representação semiótica.

Exemplo 1- Representação semiótica com mudança de registro da língua natural para o registro das escritas algébricas e formais (registro simbólico algébrico), conforme os dados do Quadro 2 a seguir:

Quadro 2 – Diferentes registros de Representação Semiótica

Registro na Língua Natural	**Registro Simbólico algébrico**
Um número somado com o seu dobro é maior ou igual a 15.	$x + 2x \geq 15$

Fonte: Elaborado pela autora

Exemplo 2- Representação semiótica com mudança de registro da língua natural para o registro das escritas algébricas e formais (em forma de tabela):

Registro na língua natural: Considere uma função definida no conjunto dos números reais com valores no mesmo conjunto, que a cada elemento dos reais faz associar seu dobro.

Com base no registro em língua natural, podemos passar para o registro em forma de tabela, conforme os dados da Tabela 1 a seguir:

Sendo C= {0, 1,2,3,4,} e D= {0,2,4,6,8}

Tabela 1 – Escritas algébricas e formais em forma de tabela.

Número	0	1	2	3	4
Dobro do número	0	2	4	6	8

Fone: Elaborado pela autora

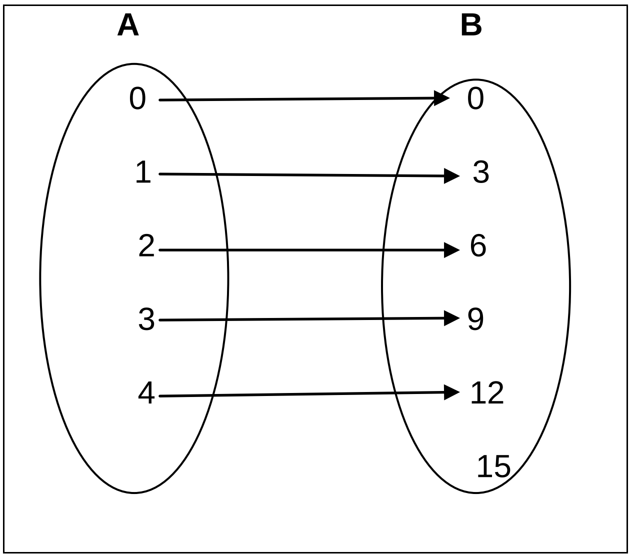
Para a representação do registro na língua natural, poderíamos também fazer a conversão para o registro simbólico algébrico, no qual encontraríamos a função f, dada por $f(x) = 2x$, sendo C= {0, 1,2,3,4,} e D= {0,2,4,6,8}.

No caso dos conjuntos domínio e contradomínio serem finitos, é possível fazer uma representação de uma função por meio de um diagrama de flechas.

Por exemplo, sejam os conjuntos A = {0, 1, 2, 3,4} e B = {0, 3, 6, 9, 12, 15} e a função g: A→B tal que $g(x) = 3x$. A função g pode ser representada por meio de um diagrama de flechas (Figura 1) onde cada elemento x de **A** é ligado por uma seta com um elemento y de **B** tal que $y = 3x$.

Sendo que cada elemento do conjunto **A** encontra um elemento correspondente no conjunto **B** que satisfaça a mesma expressão algébrica, ou seja, que a cada elemento do domínio **A** faz corresponder seu dobro no contradomínio **B**. conforme os dados da Figura 1 a seguir:

Figura 1 - Representação de uma função por meio de Diagrama de Flechas



Fonte: Elaborado pela autora

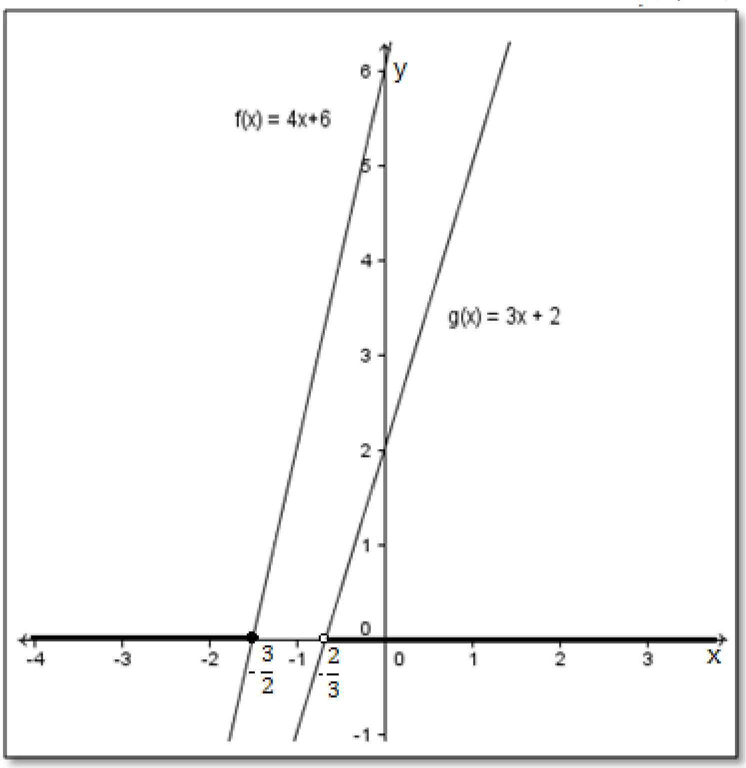
O conjunto denominado *A* estaria representando o domínio da função $g(x) = 3x$, com A= {0, 1, 2, 3,4} e B = {0, 3, 6, 9, 12, 15} que seriam os valores possíveis atribuídos para x que encontrariam correspondência no conjunto B, que representa o conjunto contradomínio da função $g(x) = 3x$.

As situações expressas no registro da língua natural referem-se a um contexto matemático, porém elas podem e devem expressar contextos relacionados ao cotidiano do aluno; nesse caso, é fundamental que o professor estimule o aluno a transitar por esses quatro tipos de Representação Semiótica, o registro na língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas e as representações gráficas, a fim de que compreenda que está descrevendo o mesmo objeto matemático na forma de representações diferentes.

Exemplo 3- Representação Semiótica com mudança de registro das escritas algébricas formais para o registro da representação gráfica:

Resolva graficamente o sistema $\begin{cases} 4x + 6 \ \leq 0 \\ 3x + 2 \ > 0 \end{cases}$, sendo o Conjunto Universo pertencente ao Conjunto dos Números Reais, conforme os dados da Figura 2 a seguir:

Figura 2 – Resolução gráfica do sistema de inequação $\begin{cases} \mathbf{4x + 6} \ \leq \mathbf{0} \\ \mathbf{3x + 2} \ > 0 \end{cases}$



Fonte: Elaborado pela autora

É importante que o aluno possa visualizar a solução do sistema de inequações dado por meio da resolução gráfica e emita o conjunto solução com base na leitura do gráfico, dando como resposta S= { }.

Outra opção de exercício poderia ser partindo da representação gráfica para a construção do sistema de inequação. Esses tipos de exercícios podem ser um valioso recurso para a apreensão da mudança dos registros de representação semiótica.

Partindo desses estudos e apoiados pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, buscamos responder às nossas questões de pesquisa:

- Qual o conhecimento do professor sobre o objeto matemático inequações?
- Como o objeto matemático inequações é apresentado pelo professor aos alunos da escola básica?

Buscamos informações que nos propiciaram analisar e emitir algumas conclusões relativas a esses questionamentos, com base em um questionário que elaboramos, com o objetivo de coletar informações que nos auxiliassem na elaboração de argumentos que se traduziriam em prováveis respostas a estas questões.

Para isso, se faz necessário também uma análise sobre a formação dos professores, pois sabemos que sua prática está diretamente ligada, entre outros fatores, à sua formação.

É importante entendermos como esse professor desenvolve seu trabalho docente. Há de se levar em conta qual foi sua formação e se este participa de cursos de formação continuada, valorizando seu desenvolvimento profissional, a fim de se conhecer quais são seus saberes.

3.3 Saberes Docentes

Para melhor entender os saberes docentes, fomos pesquisar os autores que desenvolvem trabalhos ligados ao assunto.

Encontramos vários autores que se dedicam aos estudos dos saberes docentes, destacamos a seguir os estudos de Shulman (1986), Curi e Pires (2001) e Tardif (2002).

Para Curi e Pires (2001), nem sempre os professores conseguem explicitar ou teorizar sobre o que ensinam e por que ensinam determinado conteúdo, fato que pode contribuir para que seu trabalho docente seja incompleto, causando uma defasagem na qualidade do aprendizado do aluno. As pesquisadoras ressaltam também que outra característica do professor é que esse conhecimento seja dinâmico, envolvido em outros tipos diferentes de conhecimentos construídos com base em seu próprio raciocínio e vivência.

Quando tratamos do conhecimento do professor, é preciso estudar como este docente aprendeu a ensinar, quais são suas crenças e convicções e, sobretudo, como compreende a disciplina que vai ensinar.

Esperamos que o professor conheça a grade curricular em que sua disciplina está inserida, bem como seu currículo, isto é, conhecendo o conteúdo de sua disciplina na totalidade, desde a série inicial até a série final, apropriando-se da melhor forma de apresentá-lo a seus alunos.

É fundamental compreender a importância que cada conteúdo tem na composição total do conhecimento, que o aluno deverá ter adquirido ao final do curso.

Em seu livro intitulado *Saberes Docentes e a Formação Profissional,* Tardif (2002) discute sobre o "pluralismo do saber profissional", relacionando a formação escolar e acadêmica do professor com sua vivência profissional.

O autor organiza essa relação em um quadro nomeado por ele, como "os saberes dos professores", conforme os dados do Quadro 3 a seguir:

Quadro 3 – Os saberes dos professores

Saberes dos professores	**Fontes sociais de aquisição**	**Modos de integração no trabalho docente**
Saberes pessoais dos professores.	A família, o ambiente de vida, a educação no sentido lato, etc.	Pela história de vida e pela socialização primária.
Saberes provenientes da formação escolar anterior.	A escola primária e secundária, os estudos pós-secundários não especializados, etc.	Pela formação e pela socialização pré-profissionais.
Saberes provenientes da formação profissional para o magistério.	Os estabelecimentos de formação de professores, os estágios, os cursos de reciclagens, etc.	Pela formação e pela socialização profissionais nas instituições de formação de professores.
Saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho.	A utilização das "ferramentas" dos professores: programas, livros didáticos, cadernos de exercícios, fichas, etc.	Pela utilização das "ferramentas" de trabalho, sua adaptação às tarefas.
Saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola.	A prática do ofício na escola e na sala de aula, a experiência dos pares, etc.	Pela prática do trabalho e pela socialização profissional.

Fonte: TARDIF (2002, p. 63)

Tardif (2002, p.64-65) afirma que os dados do quadro acima evidenciam fenômenos que ele considera importantes, pois julga que todos os saberes destacados são utilizados pelos professores no exercício de sua docência.

Para ele, os saberes profissionais dos professores são também temporais, isto é, advêm de sua própria história de vida e de sua vida escolar também.

Concordamos com o autor, pois, de fato, os professores utilizam conhecimentos adquiridos pela experiência docente associada aos conteúdos abordados pelos livros didáticos e à sua formação inicial, orientados pelo currículo da série trabalhada e também pela formação recebida em cursos de capacitação.

Tardif comenta:

> Em seu trabalho, um professor se serve de sua cultura pessoal, que provém de sua história de vida e de sua cultura escolar anterior; ele também se apoia em certos conhecimentos disciplinares adquiridos na universidade, assim como em certos conhecimentos didáticos e pedagógicos oriundos de sua formação profissional; ele se apoia também naquilo que podemos chamar de conhecimentos curriculares veiculados pelos programas, guias e manuais escolares: ele também se baseia em seu próprio saber ligada à experiência de trabalho, na experiência de certos professores e em tradições peculiares ao ofício de professor (TARDIF, 2002, p.262-263).

Tardif (2002) discute a ideia da influência que a experiência de vida do professor traz para a sala de aula, aspecto não contemplado pelos estudos de Shulman (1986).

Shulman (1986) apresenta três categorias de conhecimentos presentes no desenvolvimento cognitivo do professor: *subject knowledge matter* (conhecimento do conteúdo da matéria ensinada); *pedagogical knowledge matter* (conhecimento pedagógico da matéria) e *curricular knowledge* (conhecimento curricular).

O autor apresentou outros estudos sobre as categorias de conhecimentos dos professores, conforme Sztajn (2002), que contemplou uma revisão das três categorias citadas anteriormente, categorizando-as em sete, mas mantendo as propostas originárias de seu trabalho de 1986. Apresentamos a seguir esta revisão:

- **Categoria 1: conhecimento do conteúdo ou da matéria que ensina**

O professor deve conhecer o conteúdo a ser ensinado aos alunos, estes conhecimentos devem ser compreendidos em sua dinâmica interna, associados a conceitos ligados ao objeto de estudo, formando um elo com os conceitos anteriores e posteriores aos estudados;

- **Categoria 2: conhecimento pedagógico geral**

Está ligado às estratégias de organização de um bom trabalho docente;

- **Categoria 3: conhecimento curricular**

Está associado ao material e aos programas que compõem o currículo da escola onde leciona;

- **Categoria 4: Conhecimento pedagógico do conteúdo**

Representa a síntese da pedagogia do conteúdo na compreensão de “como tópicos particulares, problemas ou temas são organizados, representados e adaptados aos diferentes interesses e habilidades dos discentes e apresentados aos mesmos” (SCHULMAN, 1987, p.8);

- **Categoria 5: Conhecimento sobre os alunos e suas características**

O professor precisa conhecer o grupo de alunos para o qual irá ensinar determinado conteúdo, conhecendo suas características, buscará a melhor didática para o melhor ensino;

- **Categoria 6: Conhecimento do contexto educacional**

É necessário que o professor conheça os documentos oficiais que normatizam o currículo, que ele ensina; e

- **Categoria 7: Conhecimento dos fins e propósitos da educação**

O professor deve ter em mente qual é a finalidade principal de seu modo de ensinar, visando atingir os objetivos propostos para seu curso.

Existe uma relação central entre os estudos de Shulman (1986) e Tardif (2002), os dois autores dedicam-se à mobilização dos saberes nas ações dos professores, acreditando que os professores são sujeitos com histórias de vida pessoal, produtores e mobilizadores de saberes no exercício de suas práticas.

O único ponto em que os dois autores divergem em suas teorias é que Shulman (1986) não leva em consideração os saberes formados pelas experiências pessoais dos professores, que são considerados por Tardif (2002).

Podemos verificar esse relacionamento nos dados do Quadro 4 a seguir:

Quadro 4 – Classificação Tipológica

<table>
<tr><th colspan="3">Saberes Docentes</th></tr>
<tr><th>Shulman (1986)</th><th colspan="2">Tardif (2002)</th></tr>
<tr><td>Conhecimentos Curriculares</td><td colspan="2">Curriculares (Programas Escolas)</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos da Matéria do conteúdo</td><td colspan="2">Disciplinares (Instituição Formadora)</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos pedagógicos do conteúdo</td><td colspan="2" rowspan="2">Formação Profissional</td></tr>
<tr><td>Conhecimento pedagógico geral</td></tr>
<tr><td>Conhecimento dos princípios da educação</td><td rowspan="3">Ciências da Educação</td><td rowspan="3">Pedagógicos (Doutrinas Pedagógicas)</td></tr>
<tr><td>Conhecimento dos alunos</td></tr>
<tr><td>Conhecimento do contexto</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Experiências (experiência pessoal e profissional)</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora

Podemos notar no Quadro 4 que, para cada tema contemplado por Shulman (1986) existe um correspondente contemplado por Tardif (2002), como já citamos anteriormente, o único ponto em que divergem é na questão da experiência pessoal profissional do professor, considerado por um e por outro não.

Norteados pelas ideias de Shulman (1986) e Tardif (2002), acreditamos ser importante que o professor tenha conhecimento didático do conteúdo de sua disciplina; e esta didática deve estar relacionada com a forma de apresentação dos conteúdos aos alunos.

O professor pode estimular o aluno a resolver de diversas maneiras o mesmo problema, a fim de que perceba ser possível encontrar respostas equivalentes, utilizando diferentes formas de Representação Semiótica para o mesmo objeto matemático. Assim, uma resolução gráfica poderá ser resposta para determinado exercício ao mesmo tempo em que a representação algébrica desse exercício também se traduz em resolução correta.

Neste aspecto, queremos direcionar nossos estudos, buscando elementos que evidenciem o modo como o professor desenvolve seu trabalho docente, quando está articulando o conteúdo relacionado ao objeto matemático inequações.

Outro desafio para a educação matemática é buscar o interesse do aluno, fazer com que ele perceba que a matemática faz parte de sua vida, que está no contexto da história humana, que não está acabada e está em construção contínua, pois é uma ciência que pede novas descobertas que estão diretamente ligadas aos estímulos provocados pelos professores, aguçando a curiosidade dos alunos por meio de problemas instigantes, que despertem o interesse deles e que, ao mesmo tempo, tenham sentido a busca de sua resolução.

O professor é agente em prol do conhecimento ligado à relação do ensinar e aprender; nesse sentido, o aluno tem participação ativa, colaborando no processo de ensino e aprendizagem, participando da resolução das atividades com argumentos que potencializam as discussões em torno das possíveis respostas de um problema analisado, passando de agente passivo para agente ativo na construção e apreensão de conceitos relativos à matemática.

Estas ideias são confirmadas pelos estudos de Charlot (2005, p.90). O autor discute que a ideia de ensino está relacionada a um saber a ser transmitido que pode ser por meio de processos de “construção” e “apropriação”: “Ensina-se um saber, forma-se um indivíduo”.

E conclui:

> O ensino é transmissão de um saber, mas se essa transmissão pode tomar uma via direta, a via magistral, ela pode também se operar pela via indireta, aquela da construção do saber pelo aluno. As pedagogias novas insistem sobre o papel ativo do aluno como condição de acesso ao saber, o papel do professor como sendo menos o de comunicar seu saber que o de acompanhar a atividade do aluno, de lhe propor uma situação potencialmente rica, de lhe ajudar a ultrapassar os obstáculos, de criar outros novos para que ele progrida (CHARLOT, 2005, p.91).

Concordamos com o autor, o aluno deve ser agente participativo na aquisição do saber, seu conhecimento deve ser construído por ligações cognitivas com conhecimentos antes assimilados.

Esse conhecimento para ser adquirido irá depender também da motivação do professor ao transmiti-lo, sendo assim discutiremos a respeito do ciclo de vida profissional dos professores.

3.4 Ciclo de vida profissional dos professores

Para estudarmos sobre o ciclo de vida profissional dos professores, utilizaremos os estudos de Hubermam (1989 *apud* NÓVOA, 1995), que trata das fases presentes no tempo total de atuação na docência. O critério de organização das faixas de tempo de serviço, conforme o autor foi classificado centrado na experiência docente e depois em um estudo de revisão de vários trabalhos sobre o ciclo de vida profissional docente, que resultou na sistematização de uma sequência:

- *Fase do início da carreira* - Chamada de fase da *sobrevivência* e da *descoberta*, abrange do início da carreira até os 3 anos de docência. É a fase do tatear, da preocupação consigo mesmo, se será capaz de controlar a disciplina em sala de aula, a dificuldade com adaptação ao material didático e a insegurança com a metodologia;
- Fase da *estabilização* - Compreendida entre os 4 e 6 anos de experiência docente, caracterizada pela estabilização e consolidação de um repertório pedagógico. A preocupação da fase anterior pela sobrevivência transfere-se para os resultados de ensino. Os docentes desta fase falam em flexibilidade, prazer, humor e referem-se a um espírito de tranquilidade e relaxamento de suas funções;
- Fase de *experimentação e diversificação* - É o ciclo da carreira docente, compreendido entre 7 e 25 anos de experiência, marcada por uma fase de atitude diversificada, na qual os profissionais lançam-se em uma série de experiências, trabalhando com novas metodologias e diversificando o material didático, buscando inovações e mudança no repertório pedagógico. Nesta fase, também aparecem os questionamentos na revisão profissional e as interrogações em continuar ou não na carreira docente;
- Fase da *serenidade/conservantismo* – É o quarto ciclo compreendido entre os 25 anos e os 35 anos de experiência, em que se chega ao ápice da carreira, pode caracterizar-se por uma atitude de serenidade e afastamento afetivo carregado de lamentações; e
- Fase do *desinvestimento/preparação para a aposentadoria* – Quinto e último ciclo da carreira docente, desenvolvido entre os 35 e 40 anos de experiência. Esta etapa é marcada pela preparação para a aposentadoria e pelo abandono das responsabilidades profissionais.

Com base nos estudos de Huberman (1989 *apud* NÓVOA, 1995), faremos nossas análises sobre o tempo de docência de nossos sujeitos de pesquisa, a fim de verificar em qual fase cada um se encontra, e se estes apresentam suas características.

A seguir, apresentamos o Capítulo IV onde analisaremos como o tema inequações é abordado pelo Caderno do Professor (material distribuído pelo SEE-SP), como forma de programar um currículo mínimo nas escolas públicas do Estado de São Paulo.

CAPÍTULO IV

4 INEQUAÇÕES

4.1 Objeto Matemático inequações, apresentado pelo Caderno do Professor

Para abordar o assunto, o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a, p.22) sugere ao professor que, após o trabalho com equações de 1º grau, dê início ao trabalho com inequações e que busque destacar dois aspectos principais no estudo de inequações:

1º Que evite a formulação de regras, como *"multiplicar por negativo e trocar o sinal da desigualdade",* sem antes ter desenvolvido um estudo que possibilite ao aluno entender com clareza o real significado de tal regra prática;

2º Que desenvolva com os alunos atividades problematizadas para introduzir os conceitos de inequações, que contemplem esta problemática por meio de situações concretas de resolução de problemas.

Embora sugira que os professores busquem destacar estes dois aspectos O Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a) não propõe atividades que priorizem os mesmos.

O Caderno do Professor propõe a apresentação do tema inequação em forma de situação de aprendizagem, o que pode ser positivo para o aluno, pois este começa a perceber em quais situações as inequações podem ser ferramentas para auxiliá-lo na resolução e interpretação dos problemas.

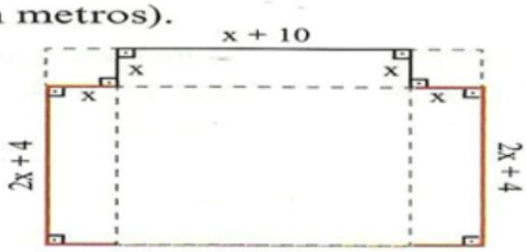
Ao apresentar a Atividade 8 vide Figura 3, como sugestão para o inicio do trabalho com o tema inequação, adverte o professor para que evite a formulação de regras, sem que anteriormente se tenha desenvolvido com os alunos um amplo estudo para uma compreensão significativa dessas "regras práticas", mas não diz como o professor vai desenvolver este estudo com os alunos.

Propõe também ao professor que procure, na medida do possível, trabalhar com situações concretas, utilizando a resolução de problemas como uma das maneiras para o ensino de inequação, conforme a Situação de Aprendizagem para a montagem de uma peça.

Figura 3 – Situação de aprendizagem para a montagem de uma peça

Atividade 8

A figura indica uma folha de latão que será usada na montagem de uma peça (as medidas estão em metros).



a) Determine todos os valores possíveis de **x** (em metros) para que o perímetro da folha seja maior ou igual a 64 m.

$2(2x + 4 + x) + 2(x + x + 10 + x) \geq 64 \rightarrow$
$\rightarrow x \geq 3$ *metros.*

b) Determine todos os valores possíveis de **x** (em metros) para que a soma dos comprimentos representados em vermelho seja menor que a soma dos demais comprimentos que completam o perímetro da folha.

$2(2x + 4 + x + x) < 2(x + 10) + x + x \rightarrow$
$\rightarrow x < 3$. *Nesse caso, é importante que se observe a figura para identificar a condição de existência de* **x** *(para que a figura exista, temos que ter* $x > 0$*). Portanto, a resposta do problema deve atender simultaneamente às condições* $x < 3$ *e* $x > 0$*, o que pode ser escrito, resumidamente, como* $0 < x < 3$*, com* **x** *dado em metros.*

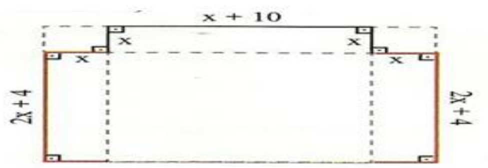
Fonte: Caderno do professor 8ª ano (SÃO PAULO, 2013a, p.22)

Ao propor este tipo de atividade (Atividade 8) o Caderno do Professor já apresenta o perímetro da figura na forma fatorada; não propõe um estudo anterior das propriedades de equivalência do objeto matemático inequações, o que pode se tornar uma dificuldade para o aprendizado.

Em nossa revisão bibliográfica, vários pesquisadores relataram sobre as dificuldades que os alunos encontram no desenvolvimento do tema inequações, Conceição Jr., (2011, p.184) afirma "[…] percebemos ainda, em nossa pesquisa, dificuldades dos alunos em explicar no registro da língua natural os procedimentos utilizados por eles na resolução dos problemas […]", o pesquisador ainda afirma que tal fato pode ocorrer, porque os alunos não entendem os procedimentos que utilizam, pois o fazem de forma mecânica.

Nesse sentido, acreditamos que o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a) poderia trazer situações de aprendizagem onde o professor pudesse desenvolver com os alunos os princípios de equivalência para resolver inequações e também um estudo mais detalhado sobre inequações, antes de apresentar a situação de aprendizagem da Figura 3, poderia também sugerir outras maneiras de determinar o perímetro, por exemplo, em um percurso no sentido horário, para facilitar o entendimento de que perímetro é a soma dos lados da figura:

Figura 4 – Cálculo da folha de latão



Soma dos valores dos lados da figura:

$$(2x+4)+(x)+(x)+(x+10)+(x)+(x)+(2x+4)+(x)+(x+10)+(x) \geq 64$$

$$12x+28-28 \geq 64-28$$

$$12x \geq 36$$

$$\frac{12}{12}x \geq \frac{36}{12}$$

$$x \geq 3$$

Fonte: Elaborado pela autora

Também poderia deixar como sugestão para o professor a utilização de tabelas ou a construção de novas figuras para determinados valores de x, estimulando a mudança de registros de representação semiótica.

Após a resolução da inequação, poderia sugerir que o professor retornasse à figura, fazendo a substituição do valor encontrado para x, e verificasse quais valores não poderiam ser atribuídos a x e quais poderiam.

Na Figura 5, apresentamos a atividade 9 sugerida pelo Caderno do Professor

Figura 5– Situação-problema para o cálculo de litros de uma substância

Atividade 9

Para produzir x litros de uma substância, o custo por litro depende da quantidade produzida, ou seja, depende do valor de x. Em dada situação, o custo por litro é expresso pela relação

$C = 1\,000 - 1{,}5x$. A empresa que fabrica essa substância desenvolveu um novo processo de produção que pode ser feito ao custo (por litro) dado pela fórmula $C = 940 - 1{,}4x$. Pergunta-se:

a) Deseja-se produzir 450 litros da substância. Em qual dos dois processos o custo por litro será menor? E se a quantidade a ser produzida for 620 litros?

Para $x = 450$, o processo antigo implica um custo de $(1000 - 1{,}5 \cdot 450) =$ R\$ 325,00 por litro, e o novo, um custo de $(940 - 1{,}4 \cdot 450) =$ = R\$ 310,00 por litro. Para $x = 620$, o processo antigo implica um custo de $(1000 - 1{,}5 \cdot 620) =$ = R\$ 70,00 por litro, e o novo, um custo de $(940 - 1{,}4 \cdot 620) =$ R\$ 72,00 por litro. Portanto, para 450 litros, o custo por litro dado pela fórmula antiga é maior que o dado pela fórmula nova, e para 620 litros a situação se inverte.

b) Determine todos os valores de x para os quais o custo por litro no novo processo de produção é menor do que o custo por litro no processo antigo.

Procura-se a solução da inequação $940 - 1{,}4x < 1000 - 1{,}5x$, que é $x < 600$. Devemos ainda observar que como $x > 0$, portanto $0 < x < 600$, com x dado em litros.

Fonte: Caderno do professor 8º Ano (SÃO PAULO, 2013a, p.22-23)

Nesta atividade, o problema proposto envolveu uma função polinomial de primeiro grau, conteúdo ainda não estudado pelos alunos, conforme o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a).

A situação de aprendizagem apresenta a fórmula pronta, o que pode gerar dificuldade para assimilação e ainda usa o mesmo símbolo C para nomear duas funções diferentes.

O Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a) também poderia ter apresentado esta atividade em forma de tabela ou em uma representação gráfica.

Concluímos que, por ser situação de aprendizagem que pretende introduzir o assunto inequações, ela se mostra bastante complexa para o entendimento do aluno.

Na Atividade 10 (Figura 6), dando continuidade ao modo de apresentação do assunto inequações, o material traz um problema que exige um pouco mais de habilidade interpretativa por parte do aluno, com características possíveis de resolução via função. Apresenta o problema contextualizado no registro da língua natural, que necessita da articulação de ideias para sua resolução, pois as condições para resolvê-lo não estão tão explícitas como nos problemas anteriores.

A resolução passa pela conversão do registro da língua natural para o registro simbólico algébrico e seu tratamento para obter a solução.

Figura 6 – Uso de inequações para o cálculo do envio de mensagens

Atividade 10

Para enviar uma mensagem do Brasil para os Estados Unidos via fax, uma empresa cobra R$ 3,40 pela primeira página e R$ 2,60 por página adicional, completa ou não. Calcule o maior número de páginas possível de uma dessas mensagens para que seu preço não ultrapasse o valor de R$ 136,00.

Chamando de P o preço em R$ para enviar x páginas, temos: $P = 3{,}4 + 2{,}6.(x - 1)$
Calcular o maior número de páginas possível para que o preço não ultrapasse R$ 136,00, resume-se a resolver e interpretar a inequação $3{,}4 + 2{,}6.(x - 1) \leq 136$, com x inteiro.
Resolvendo a inequação:
$3{,}4 + 2{,}6x - 2{,}6 \leq 136 \rightarrow x \leq 52$.

O maior número inteiro que é menor ou igual a 52 é o próprio 52, que é a resposta do problema.

Fonte: Caderno do professor 8º Ano (SÃO PAULO, 2013a, p.23)

Na Atividade 10, vide Figura 6, a sugestão do Caderno do Professor é a forma mais viável para a resolução do problema, porém o material não sugere outras formas de resolução, como o uso de tabelas ou representação gráfica.

A Figura 7 que contém a Atividade 11 apresenta um problema que exigirá um pouco mais do aluno em sua interpretação, pois o registro na língua natural traz várias informações, que precisarão ser organizadas para escrever a expressão algébrica que o auxiliará na resolução.

Figura 7 – Atividade 11 do Caderno do Professor

Atividade 11

Em um concurso com 20 questões, para cada questão respondida corretamente, o candidato ganha 3 pontos e, para cada questão respondida de forma errada (ou não respondida), perde 1 ponto. Sabendo que para ser aprovado o candidato deve totalizar na prova um mínimo de 28 pontos, calcule o **menor número** de questões respondidas corretamente para que o candidato seja aprovado no concurso.

Chamaremos de x o número de questões respondidas corretamente pelo candidato e de $20 - x$ o número de questões respondidas erradamente ou não respondidas por ele. Se P é o total de pontos obtidos pelo candidato ao responder corretamente x questões, então a função que modela o problema é $P = 3x - (20 - x)$, com x sendo um número inteiro tal que $0 \leq x \leq 20$.

O menor número de questões respondidas corretamente para que o candidato totalize um mínimo de 28 pontos será o menor inteiro que atende à inequação $P \geq 28$. Resolvendo:

$3x - (20 - x) \geq 28$

$3x - 20 + x \geq 28$

$4x \geq 48$

$x \geq 12$. Portanto, no mínimo ele deve acertar 12 questões, totalizando, nesse caso, exatamente 28 pontos.

Fonte: Caderno do professor 8º Ano (SÃO PAULO, 2013a, p.23-24)

Para resolver a atividade, o aluno poderá chamar de *x* o número de questões respondidas corretamente e de *20 - x* o número de questões respondidas de forma incorreta, talvez o aluno tenha dificuldade para fazer esta relação, pois o professor ainda não trabalhou o conteúdo função polinomial de 1º grau, com a classe.

Na Atividade 12, Figura 8, o enunciado do problema é apresentado na forma de registro de tabela.

Figura 8 – Atividade 12: Planos de telefonia celular e a aplicação de inequações

Atividade 12

Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela a seguir:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	R$ 0,00	R$ 1,20

a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utiliza 25 minutos por mês?

Chamando-se de C_A, C_B e C_C o custo total dos planos A, B e C para x minutos de uso, teremos:

$C_A = 35 + 0,5.x \rightarrow C_A = 35 + 0,5.25 = 47,5$
$C_B = 20 + 0,8.x \rightarrow C_B = 20 + 0,8.25 = 40$
$C_C = 1,2.x \rightarrow C_C = 1,2.25 = 30$

Portanto, para 25 minutos de uso:
$C_C < C_B < C_A$

b) A partir de quantos minutos, de uso mensal, o plano A se torna mais vantajoso que os outros dois?

Queremos encontrar o menor valor de x para que $C_A < C_B$ e $C_A < C_C$.

$C_A < C_B$
$35 + 0,5x < 20 + 0,8x$, *ou seja*, $x > 50$
$C_B < C_C$
$35 + 0,5x < 1,2x$, *ou seja*, $x > 50$

Para qualquer valor de x maior do que 50 minutos, o plano A será mais barato que os planos B e C.

Fonte: Caderno do professor 8º Ano (SÃO PAULO, 2013a, p.24)

Apesar dos dados da Atividade 12, vide Figura 8, estarem explícitos em uma tabela, o aluno para resolvê-la precisará dominar algumas habilidades para relacioná-los. A atividade apresenta um contexto relacionado ao dia a dia do aluno que convive, frequentemente, com promoções das companhias telefônicas e que apresentam situações parecidas com as do enunciado da atividade.

Ao analisarmos a forma de apresentação do tema inequações pelo Caderno do Professor, percebemos que o mesmo prioriza apenas o registro algébrico simbólico, em detrimento do registro gráfico, não incentiva a mudança do registro de

Representação Semiótica nem propõe modos diferentes de resolução para um mesmo problema, fato que pode dificultar o aprendizado do aluno, pois, conforme a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para que um indivíduo tenha sucesso em seu aprendizado, deverá ser capaz de efetuar tratamentos (operações, internas a um mesmo registro) e conversões (passagem de um registro a outro e mudar a forma pela qual determinado registro é apresentado).

Após a análise da abordagem do tema inequações pelo Caderno do Professor (2013a), resolvemos analisar também alguns livros didáticos a fim de descobrirmos qual tipo de registro é priorizado pelos mesmos no momento da resolução de problemas ou exercícios envolvendo o tema inequação.

4.2 Análise de um livro didático

Por sugestão do grupo GPEA, resolvemos analisar o livro didático do 8º ano, escrito por Luiz Roberto Dante, cujo nome é Projeto Telaris, escolha motivada pelo modo como o autor apresenta os conteúdos; primeiro propõe o estudo de funções, para depois introduzir o tema inequação. Apresenta o estudo de inequações associado ao estudo de funções de 1º grau, metodologia diferente do Caderno do Professor que mostra primeiro o estudo de inequações e na série seguinte apresenta o estudo de funções.

A resolução da inequação de primeiro grau proposta por Dante (2012) é resolvida pelo processo algébrico e por meio do estudo de sinais. A forma de apresentação diferenciou-se da mostrada no Caderno do Professor. Neste, o tema é desenvolvido na forma de problema contextualizado, no qual o aluno necessita fazer a interpretação para, posteriormente, partir para a resolução. Já no livro didático Projeto Telaris, o exercício é proposto na forma de expressão algébrica, sendo pedida sua resolução.

A seguir, apresentamos a resolução de inequações propostas por Dante (2012).

Figura 9– Sugestão de resolução de inequações propostas por DANTE

Exemplos:

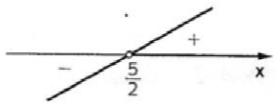
1º) $2x - 5 > 0$ em $\mathbb{R}$

$$2x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{5}{2}\right\}$$

Podemos também resolver essa inequação por meio do estudo do sinal da função afim.

$\underbrace{2x - 5}_{f(x)} > 0$, em $\mathbb{R}$ $\qquad 2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ (zero)



$$x > \frac{5}{2} \rightarrow f(x) > 0$$

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{5}{2}\right\}$$

2º) Observe a seguinte inequação também resolvida de dois modos:

- $3 - 2x \geqslant x - 12$, em $\mathbb{R}$

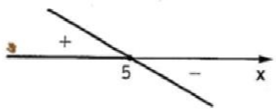
$$-2x - x \geqslant -12 - 3 \Rightarrow -3x \geqslant -15 \Rightarrow 3x \leqslant 15 \Rightarrow x \leqslant \frac{15}{3} \Rightarrow x \leqslant 5$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 5\}$$

ou

- $3 - 2x \geqslant x - 12 \Rightarrow -2x - x + 3 + 12 \geqslant 0 \Rightarrow \underbrace{-3x + 15}_{f(x)} \geqslant 0$

$$-3x + 15 = 0 \Rightarrow -3x = -15 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5 \text{ (zero)}$$



$$x \leqslant 5 \rightarrow f(x) \geqslant 0$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 5\}$$

Fonte: Projeto Teláris (DANTE, 2012, p.116).

Também observamos que o autor, antes de propor os exercícios, faz uma definição do objeto matemático inequação, deixando bem clara a diferença entre os objetos matemáticos equação e inequação.

Após apresentar a resolução de uma inequação de 1º grau, o autor deixa como sugestão de exercícios outros quatro exercícios de inequações do 1º grau muito parecidos com o resolvido, conforme dados da Figura 10 a seguir:

Figura 10- Sugestão de exercícios de inequações propostos por DANTE

68. Resolva as seguintes inequações do 2º grau em $\mathbb{R}$:

a) $3x^2 - 10x + 7 < 0$ $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < \frac{7}{3}\right\}$

b) $-2x^2 - x + 1 \leqslant 0$ $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -1 \text{ ou } x \geqslant \frac{1}{2}\right\}$

c) $x^2 - 5x + 10 < 0$ $S = \varnothing$

d) $-4x^2 + 9 \geqslant 0$ $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3}{2}\right\}$

Fonte: Projeto Teláris (DANTE, 2012, p. 116).

Observamos também que o autor não utiliza a representação gráfica para a resolução de inequação, apresenta como segunda opção de resolução, além da algébrica, a resolução da inequação por meio do estudo de sinais da função. Fato recomendado pelos PCN+Ensino Médio (BRASIL, 2002).

Com isso, concluímos que o tema inequação abordado pelo livro que analisamos poderia estimular mais as conversões, as transformações de representações que consistem em mudar de registros, priorizando além do registro simbólico algébrico, o registro gráfico e o registro em forma de tabela.

Norteados pela teoria de Duval (2003), apoiados nos saberes docente e na revisão bibliográfica, aplicamos nosso instrumento de pesquisa, a fim de coletar informações que nos permitam analisar e responder nossas questões de pesquisas.

No Capítulo seguinte, apresentaremos nossas escolhas metodológicas.

CAPÍTULO V

5 ESCOLHAS METODOLÓGICAS

5.1 Metodologia de Pesquisa

Optamos pela pesquisa qualitativa, por nos oferecer condições para a realização de uma investigação que enfatize a compreensão de eventos particulares.

Bogdan e Bilklen destacam que:

> *Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.* Os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas.
>
> Ainda que alguns investigadores utilizem equipamento vídeo ou áudio, muitos se limitam exclusivamente a utilizar um bloco de apontamentos e um lápis. Contudo, mesmo quando se utiliza o equipamento, os dados são recolhidos em situação e complementados pela informação que se obtém através do contacto direto. Além do mais, os materiais registrados mecanicamente são revistos na sua totalidade pelo investigador, sendo o entendimento que este tem deles o instrumento-chave de análise (BOGDAN; BIKLEN,1994 p.48-49).

Esta metodologia nos parece apropriada, uma vez que pretendíamos compreender como um grupo de professores que atua na escola básica da rede pública estadual do município de Carapicuíba, situada na Região Metropolitana da Grande São Paulo, ensina o objeto matemático inequações. Para isso, recorremos a documentos, anotações de campo, entrevistas e interações com os participantes do estudo que consistiram em um primeiro contato na apresentação do questionário e, posteriormente, no segundo contato que foi uma entrevista.

Preparamos um questionário composto de 17 perguntas, cujo objetivo era levantar dados sobre o conhecimento do professor sobre o tema inequações, a fim de conhecer melhor suas práticas e formação, buscando argumentos para responder nossas questões de pesquisa.

Começamos a elaborar o instrumento de pesquisa que buscasse responder nossas indagações; no primeiro momento, questionamo-nos sobre a pertinência das perguntas.

A primeira indagação que nos ocorreu foi como elaboraríamos as perguntas de forma que o professor se sentisse à vontade para respondê-las, sem se sentir avaliado.

Elaboramos uma primeira sequência de questões de forma objetiva, com cinco alternativas inspiradas no instrumento de pesquisa apresentado por Melo (2007), pois o pesquisador também desenvolveu sua investigação com professores.

Com base nas análises que ocorreram no grupo de pesquisa GPEA, achamos melhor não usar perguntas objetivas, pois o professor poderia sempre responder àquilo que achasse melhor, mesmo que não fosse sua prática docente e, no nosso caso, gostaríamos de ter certeza de que ele registraria como resposta sua prática em sala de aula, pois, com um questionário de múltipla escolha, ele seria obrigado a assinalar uma delas, mesmo que não fosse a mais condizente com sua prática.

Optamos por um questionário com perguntas e respostas dissertativas, no qual o professor pudesse se sentir livre para escrever sobre suas práticas.

Posteriormente, em nova análise das perguntas selecionadas, resolvemos incluir alguns problemas, envolvendo inequações para investigarmos como o professor desenvolve o assunto em questão e termos material para uma análise, que nos permitisse comprovar ou não se alguns erros apresentados pelos alunos pesquisados, em trabalhos como os de Souza (2008) e Alvarenga (2012), entre outros, poderiam estar presentes nas resoluções das inequações por parte dos professores pesquisados.

Depois de todas as adaptações que fizemos no questionário, sua versão final acabou ficando muito diferente da preliminar. O que fez com que ele ficasse completamente distinto do questionário apresentado por Melo (2007).

Concluímos nosso instrumento de pesquisa, aprovado pelo Comitê de Ética da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que apresentaremos no próximo Capítulo. Passaremos agora a fazer um breve relato da história da cidade onde nossos sujeitos de pesquisa lecionam.

5.2 Contexto histórico da cidade de Carapicuíba

Antes de apresentarmos nossa pesquisa de campo, faremos um breve relato do contexto histórico da cidade de Carapicuíba, baseado no Plano Diretor

Participativo do Município (2011) e nos livros Licença para Contaminar de Alexandre Pimentel (2006) e Carapicuíba em resenha de Miguel Costa Jr (1987).

Situada na região metropolitana da Grande São Paulo, Carapicuíba foi fundada em 1580, localizada na sub-região Noroeste, a 23 km do marco zero da Cidade de São Paulo, com origem na Praça da Sé, tendo como divisas as cidades de Barueri ao Norte, Cotia ao Sul, Osasco ao Leste, Barueri e Jandira a Oeste com uma área territorial de, aproximadamente, 34 km^2, tendo seu relevo com característica bastante acidentado, como seus acessos principais às rodovias Presidente Castelo Branco ao Norte, Rodovia Raposo Tavares ao Sul e Avenida dos Autonomistas.

A origem da palavra Carapicuíba vem do tupi guarani que significa peixe (cara ou acará) comprido (picú ou pucú) que não serve para ser comido, ruim (iba). […] Assim, Carapicuíba é o nome do peixe: 'cará comprido' que não pode ser comido, por ser venenoso, como o baiacu […] (COSTA JR, 1987, p.10).

Possui um Patrimônio Histórico, a Aldeia Jesuítica, uma das últimas aldeias preservadas que foram fundadas pelo Padre José de Anchieta [1].

A história da cidade está ligada à história indígena, pois o Padre José de Anchieta quando fundou a Aldeia de Carapicuíba encontrou ali várias tribos indígenas que já habitavam a localidade.

Carapicuíba, no século XVII, era ponto de passagem e parada dos Bandeirantes em direção ao interior; hoje, é conhecida como cidade dormitório, que oferece poucas opções de lazer e entretenimento a seus moradores, isto, consequentemente, pode ser um dos fatores que gera uma baixa estima em seus habitantes, que não a consideram como cidade ideal para se viver. Outro fator que pode ser considerado como influente na não valorização da cidade, é o fato de seu crescimento ter sido desordenado, deixando um aspecto negativo que acaba provocando em seus moradores um sentimento de não pertencimento à cidade.

A ocupação territorial do município de Carapicuíba é antiga e remete à fundação do Aldeamento da cidade feito pelo padre José de Anchieta que, por volta do ano de 1580, conseguiu reunir um grupo de índios catequizados na região, dando início ao que chamamos hoje de Aldeia de Carapicuíba.

---

[1]Padre José de Anchieta foi um padre jesuíta de origem espanhola que desenvolveu o trabalho de catequização de índios e evangelização no Brasil, durante a segunda metade do século XVI. Foi também teatrólogo, historiador e poeta.

Este aldeamento era parte do que foi chamado de cinturão de agrupamentos indígenas que existiram no entorno da cidade de São Paulo nos séculos XVI e XVII, administrados pela Companhia de Jesus. No entanto, o de Carapicuíba foi um dos únicos fundados pelo padre José de Anchieta, cujas instalações ainda estão preservadas.

Ao contrário de outros agrupamentos, que estavam sempre às margens de algum rio, este se situou a alguns quilômetros do rio Tietê, embora esta proximidade tenha oferecido as características necessárias à organização de um agrupamento humano no local, acreditamos na hipótese de que esse relativo afastamento tenha contribuído para sua conservação ao longo dos séculos (PIMENTEL, 2006).

A Aldeia de Carapicuíba, tombada em 1941, é hoje um patrimônio nacional, protegido pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional, o IPHAN, considerada a última dos 12 aldeamentos de catequese fundada pelo padre José de Anchieta que sobreviveu à intervenção urbana.

Em 26 de março de 1965, ocorreu a emancipação política do município de Carapicuíba, ficando estabelecidos seus limites junto aos vizinhos, Barueri (Norte), Osasco (Leste), Cotia (Sul) e Jandira (Oeste), com seus 34,9 km^2, conforme o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2010).

No contexto de crescimento metropolitano, o primeiro prefeito da cidade, Antônio Faustino dos Santos, assinou o contrato para o início da construção do primeiro conjunto Habitacional (COHAB) no município, um dos fatos que acabou contribuindo para a instalação de muitos migrantes que vinham à procura de melhores condições de vida, em sua maioria, de origem nordestina.

Em 1970, havia 55.339 moradores, para um município de, aproximadamente, 35 km^2, que já apresentava, portanto, uma densidade demográfica de mais de 1.500 pessoas por km^2. O avanço ocorrido, conforme o resultado do IBGE (1980) foi surpreendente: 180.830 habitantes. A cidade quase triplicou sua população, recebendo mais de 131.497 moradores.

Carapicuíba tem hoje 369.368 habitantes (IBGE, 2010).

Em poucas décadas, Carapicuíba passou a abrigar uma enorme população de baixa renda que migrava de diferentes pontos do País em busca de melhores condições de vida e, nesta cidade, encontrou fatores favoráveis à sua fixação, que eram (e, em grande parte, continuam sendo) os lotes com preço de terra menor que nos municípios vizinhos, além da proximidade e relativa facilidade de acesso a centros industriais, como São Paulo e Osasco. Começava-se a se desenhar a “cidade–dormitório”.

5.2.1 Educação

O município de Carapicuíba conta com 58 escolas Estaduais de Ensino Fundamental e Médio, além das escolas municipais.

Estima-se um déficit de 80 salas na rede pública para atender à demanda no município.

A rede de ensino municipal conta com 49 unidades escolares que atendem crianças menores de 10 anos, sendo seis EMEF (Escola Municipal de Ensino Fundamental) que atendem crianças de 1º a 5º anos, 23 EMEI (Escola Municipal de Ensino Infantil) que atendem crianças de 3 a 5 anos, 20 creches que atendem crianças de 6 meses a 4 anos, totalizando 19.860 alunos, atendidos pela rede pública municipal.

Carapicuíba é um município considerado dormitório, pois existem poucas indústrias, o que obriga seus moradores a procurarem emprego nas cidades vizinhas, fato que acaba tornando o município fornecedor de mão de obra para toda a região Metropolitana de São Paulo, e a população trabalhadora ativa é composta pelo casal, pois, normalmente, a mulher também sai para trabalhar e complementar a renda familiar fora do município. Os pais precisam de um local para deixar seus filhos na faixa etária entre 0 e 4 anos de idade, com segurança, durante o período em que estiverem trabalhando; nessa esfera, também existe uma carência, faltam creches públicas para atender a todas as famílias.

Por parte da população, percebemos um olhar de indiferença para os problemas da cidade, a população em lugar de cobrar dos órgãos públicos soluções para seus problemas, prefere buscar apoio, utilizando os serviços públicos dos municípios vizinhos que se encontram mais organizados e estruturados economicamente.

Suspeitamos que esta falta de identidade com a cidade possa provocar nos alunos uma desvalorização de tudo que está contido nela, acreditamos que, às vezes, até mesmo, a desvalorização da escola e suas práticas.

Entendemos que o ensino de matemática é uma das preocupações da rede pública, pois está inserido em seu currículo, desde o 1º ano do ensino fundamental e estende-se até o 3º ano do ensino médio.

O ensino de matemática no ensino fundamental II e médio vem se traduzindo em baixo rendimento por parte dos alunos, que revelam pouco interesse pelo seu aprendizado.

Esta realidade vem sendo constatada pelos últimos resultados do SARESP (Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) de 2012.

A seguir apresentamos os resultados obtidos nas avaliações do SARESP, realizada no ano de 2012, conforme os dados da tabela 2 a seguir:

Tabela 2 - Média do SARESP (Sistema de Avaliação de Resultados do Estado de São Paulo)

MÉDIAS DO SARESP 2012

INSTÂNCIAS	LÍNGUA PORTUGUESA				MATEMÁTICA				CIÊNCIAS E CIÊNCIAS DA NATUREZA		
	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM	7º EF	9º EF	3ª EM
REDE ESTADUAL	197,6	210,6	227,8	268,4	207,6	215,4	242,3	270,4	220,9	248,8	272,3
RMSP	194,6	207,6	223,4	264,2	203,3	210,7	236,9	264,8	214,9	242,5	266,1
DIRETORIA DE ENSINO	192,0	207,5	222,5	264,1	203,6	210,4	236,0	263,4	215,1	242,5	264,9
MUNICÍPIO – ESCOLAS ESTADUAIS	192,0	205,1	221,1	260,9	203,7	207,5	234,6	259,7	210,4	239,6	259,1

Fonte: Relatório SARESP (SÃO PAULO, 2012).

Os dados da Tabela 2 trazem os resultados obtidos na avaliação do SARESP 2012, a primeira linha traz a média dos resultados obtidos na Rede Estadual; a segunda linha traz a média dos resultados da RMSP (Rede Municipal da cidade de São Paulo); a terceira linha, a média dos resultados obtidos na Diretoria de Ensino do Município de Carapicuíba que também engloba o município de Cotia e, a última linha, a média dos resultados do município de Carapicuíba.

Estes resultados obedecem a uma escala, chamada de Escala de Proficiência.

Conforme o Relatório do SARESP 2012, os pontos da Escala de Proficiência utilizados para se determinar a nota dos alunos foram agrupados em quatro níveis a saber:

- Abaixo do Básico – classificado como Insuficiente (os alunos, neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram);
- Básico – classificado como Suficiente (os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente);
- Adequado – classificado como Suficiente (os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série subsequente); e
- Avançado – classificado como Avançado (os alunos, neste nível, demonstram domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para o ano/série escolar em que se encontram).

De acordo com o Relatório do SARESP (SÃO PAULO, 2012), as notas dos alunos foram classificadas nestes quatro níveis de proficiência seguindo a seguinte pontuação, conforme os dados das Tabelas 3, 4, e 5 a seguir:

Tabela 3 – Classificação de proficiência em Língua Portuguesa

Língua Portuguesa	**5º EF**	**7ºEF**	**9ºEF**	**3ºEM**
Abaixo do Básico	< 150	< 175	< 200	< 250
Básico	150 a <200	175 < 225	200 a < 275	250 a < 300
Adequado	200 a <250	225<275	275 a< 325	300 a < 375
Avançado	≥ 250	≥ 275	≥ 325	≥ 375

Fonte: Relatório SARESP (SÃO PAULO, 2012)

Tabela 4 – Classificação de proficiência em Matemática

Matemática	**5º EF**	**7ºEF**	**9ºEF**	**3ºEM**
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	175 a <225	200 < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a <275	250 < 300	300 a< 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

Fonte: Relatório SARESP (SÃO PAULO 2012)

Tabela 5 – Classificação de proficiência em Ciências e Ciências da Natureza

Ciências e Ciências da Natureza	**7ºEF**	**9ºEF**	**3ºEM**
Abaixo do Básico	< 200	< 225	< 275
Básico	200 < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	250 < 325	300 a< 350	350 a < 400
Avançado	≥ 325	≥ 350	≥ 400

Fonte: Relatório SARESP (SÃO PAULO, 2012)

Ao realizar uma leitura dos dados da Tabela 2 - Média do SARESP 2012 percebemos que todas as notas referentes à média do município, registradas na última linha da tabela, encontram-se dentro do Nível Básico, isso revela que a maioria dos alunos da cidade está, nas séries avaliadas, demonstrando domínio mínimo dos conteúdos avaliados.

Ao fazer uma leitura das médias do resultado do SARESP 2012, percebemos que o município não conseguiu alcançar os resultados obtidos pela média estadual em nenhuma das séries e modalidades de ensino.

Desse modo, nossa pesquisa buscará elementos que possam analisar como o professor apresenta o objeto matemático inequação a seus alunos, quais são suas possíveis dúvidas, como ele associa o tema ao contexto vivido pelo aluno; como ele explicita a solução dos problemas resolvidos; se ele fornece elementos, para que os alunos façam suas próprias interpretações das possíveis soluções das inequações estudadas e se as compreendem ao ponto de registrar o resultado obtido em diversas formas de registros de representação semiótica.

Partindo destas indagações, preparamos nosso instrumento de pesquisa. A seguir, apresentamo-lo.

5.3 Descrição do Instrumento de Pesquisa

4.3.1 Instrumento de Pesquisa

<u>Iniciamos nossa pesquisa de campo com a coleta de dados pessoais:</u>

1) Dados pessoais
Data de nascimento ___/___/___

A primeira pergunta de nosso Instrumento de pesquisas buscou informações sobre os dados pessoais dos professores pesquisados, com o intuito de saber qual sua idade.

2) Graduação em _______________________Ano de conclusão___________

Com a segunda pergunta quisemos conhecer a formação do professor e quando se graduou, pois há a necessidade de sabermos há quanto tempo este professor concluiu a faculdade, na qual obteve sua graduação, se é um professor com pouco ou muita experiência no magistério.

3) Tempo de Magistério____________________

A terceira pergunta buscou saber qual a experiência que este professor tem da sala de aula, e também em que fase do ciclo de vida profissional encontra-se. Esta pergunta é relevante, pois sabemos, conforme Tardif (2002) que os saberes profissionais dos professores são temporais, isto é, que muito se aprende com a vivência do ofício e também, conforme Huberman (1989 *apud* NÓVOA, 1995), se esses profissionais sofrem variação na forma de desempenhar o ofício, de acordo com o tempo de serviço.

4) Segmento de ensino que leciona ( ) E.F.II ( ) E.M. ( ) Superior

Com esta pergunta, quisemos identificar em qual segmento de ensino o professor leciona, para que pudéssemos descobrir se desenvolve o conteúdo inequações com as séries em que o currículo oficial contempla o tema.

5) Pós-graduação cursada ou em andamento

a) ( ) Extensão em ___________________________________

b) ( ) Aperfeiçoamento em _____________________________

c) ( ) Mestrado em __________________________________

d) ( ) Doutorado em _________________________________

Com o objetivo de saber se este professor é comprometido com sua formação, nesta pergunta, quisemos saber se ele investe em conhecimento para melhorar sua prática docente.

6) Quando e qual foi a última capacitação profissional?

Nesta pergunta, buscamos avaliar se o professor costuma participar das capacitações que a Secretaria Estadual da Educação costuma propor periodicamente. Destacamos aqui a importância dessas capacitações, pois é por meio delas que os professores têm a oportunidade de fazer trocas de experiências com seus pares, bem como se informarem a respeito do melhor modo de aplicação das atividades desenvolvidas no Caderno do Aluno, material fornecido pela Secretaria da Educação a todos os alunos da rede pública estadual.

7) Explique como você trabalha o tema inequações em suas aulas.

Nesta questão, procuramos descobrir qual a metodologia aplicada pelo professor para desenvolver o tema inequação, pois, com base no modo como o professor apresenta o tema a seus alunos, poderemos analisar se sua forma de desenvolver o tema possibilita ao aluno fazer uso de diferentes tipos de Representação Semiótica.

8) Que material didático você utiliza, como suporte para auxiliá-lo durante o desenvolvimento do conteúdo inequação?

Com esta pergunta, buscamos saber se o professor fazia uso de algum livro didático ou se utilizava apenas o Caderno do Aluno, ou do Professor material fornecido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.
Em nossas análises do Material da Secretaria da Educação, pudemos perceber que este prioriza apenas a resolução algébrica do objeto matemático inequações, caso o professor faça uso de outro tipo de material, seria interessante saber que tipo de abordagem utiliza ao apresentar o objeto matemático inequações.

9) Quando você desenvolve o tema inequações, você pede para os alunos analisarem os resultados encontrados de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quais maneiras? Em caso negativo, por que não pede?

Por meio desta pergunta, procuramos analisar se o professor, após a resolução do problema/exercício, faz um estudo da solução obtida, se é verdadeira para aquele problema, se propicia ao aluno fazer uma análise do que significa aquela resposta dentro do conjunto universo que o problema está inserido, se nesse momento possibilita ao aluno fazer a mudança dos registros das representações, apresentando o mesmo resultado em registros diferentes.

10) Que tipo de exercícios você costuma propor aos alunos referentes ao tema inequações?

Com esta questão, buscamos descobrir se o professor propõe aos alunos as inequações de modo explícito ou se apresenta o assunto em forma de problemas, nos quais o aluno tenha de fazer a interpretação e, após isso, chegar à inequação, para resolver o problema.

11) *Quais as dificuldades que seus alunos apresentam para aprender inequações?*

Com esta pergunta, procuramos analisar o que o professor entende por dificuldades dos alunos, para sabermos se estas foram geradas pelo pouco tempo de trabalho com o tema ou se foram geradas por exercícios que não contemplavam o entendimento de desigualdade, como relacionar o sinal de > (maior que) ou < (menor que) de forma coerente, representar a solução de uma inequação na reta numérica, entre outros.

12) Há alunos com conhecimentos diversos que revelam maior ou menor dificuldade no trato com inequações. Você poderia fornecer exemplos de respostas de seus alunos que evidenciam dificuldades com relação às suas propostas?

Nesta questão, buscamos conhecer quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos durante o processo de aprendizagem do objeto matemático inequações, por meio de seus exemplos dados.

13) Se você fosse apresentar o tema inequações pela primeira vez a alunos do 8º ano, o que você acha que seria importante destacar durante a explicação?

Com esta questão, procuramos analisar o que o professor considera como essencial para a aprendizagem do objeto matemático inequações, aquilo que ele expõe com maior ênfase aos alunos.

14) Você costuma fazer a resolução de inequações, empregando a representação gráfica?

Nesta questão, nossa pretensão foi identificar se o professor apresenta o assunto de modos diferentes ao aluno, se ele faz uma análise do exercício por meio da representação gráfica, pois, por esta análise, o aluno poderá perceber a existência de modos distintos de representar o mesmo objeto matemático; conforme a Teoria dos Registros de Representações de Duval (2003), a apreensão de um objeto matemático pode ocorrer ao submeter o aluno a situações-problema, nas quais ele tenha de se utilizar de diversos registros de representação, executando diferentes tratamentos e variadas conversões de registros.

15) Você utiliza ajuda de algum *software* no desenvolvimento do tema inequações? Se sim, qual?

Com esta pergunta, buscamos saber se o professor faz uso de alguns *softwares* para ajudá-lo na explicação do tema, pois sabemos que o emprego deste tipo de material, além de poder auxiliar na compreensão torna o processo da resolução do exercício/ problema mais rápido.

16) Resolva as inequações abaixo, sendo o conjunto universo pertencente ao conjunto dos números reais, registre todas as etapas da resolução.

a) $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\,x$

Nesta questão, queríamos conhecer qual o grau de conhecimento que o professor tem do modo de resolução da inequação. Quais caminhos ele utiliza para resolvê-la e se, posteriormente, faz uma análise da solução encontrada.

A questão foi proposta por Alvarenga (2013) em sua tese de doutorado. A pesquisadora propõe como uma das maneiras de resolver esta inequação, a de elevar os dois membros da desigualdade ao quadrado, conforme os dados do Quadro 5 a seguir:

Quadro 5 – 1º Passo para resolução da inequação

$$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 \leq \left(\sqrt{2}\quad x\right)^2$$

Obtém-se:

$$\boldsymbol{x+1 \leq \ 2\,x^2}$$

Fonte: Elaborado pela autora

Para começar a resolução, vamos definir o Domínio das funções f e g dadas por $f(x) = \sqrt{x+1}\ \ e\ \ g(x) = \ \sqrt{2}\ \ x$, conforme constam dos dados do Quadro 6 a seguir:

Quadro 6 – Domínio das Funções f(x)= $\sqrt{x+1}$ $g(x) = \sqrt{2}\ \ x$

f(x)= $\boldsymbol{\sqrt{x+1}}$	$\boldsymbol{g(x) = \sqrt{2}\ x}$
$\boldsymbol{x+1\ \geq 0}$	D(g) = R
$x+1-1\ \geq 0-1$	
$x \geq\ -1$	
D(f) = [- 1, + ∞[	

Fonte: Elaborado pela autora

Mas, a pesquisadora alerta para o resultado que será obtido com a solução por meio desse processo.

A seguir, apresentamos as fases do desenvolvimento da inequação $\boldsymbol{x+1 \leq\ \ 2\,x^2}$ que foi gerada pela simplificação, conforme os dados do Quadro 7 a seguir:

Quadro 7 – Resolução da inequação $x + 1 \leq 2x^2$

$$\boldsymbol{x + 1 \leq \ 2\,x^2}$$

$$-2x^2 + \ x + 1 \leq 0, \quad \textit{sendo}$$

$$-2x^2 + \ x + 1 = 0$$

$Precisamos\ antes\ igualar\ a\ expressão\ a\ zero, para\ utilizarmos\ a\ fórmula\ de\ Báskara.$
$Teremos:$

$$-2x^2 + \ x + 1 = 0$$

$$a = \ -2 \qquad b = 1 \qquad c = 1$$

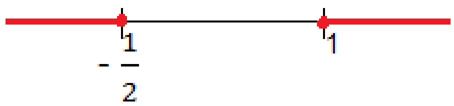
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-4}$$

$Obtendo\ dois\ valores\ para\ x$

$$x = -\tfrac{1}{2}\ \ e\ x = 1\ ,$$

$Fazendo\ um\ estudo\ dos\ sinais\ da\ função\ \ f\ dada\ por\ f(x) = -2x^2 + +x + 1\ \ chegamos\ a$



S $= \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{1}{2}\ \ e\ \ x \geq 1\right\}$

$Obeserve\ que\ se, neste\ ponto, o\ professor\ não\ \ observar\ as\ condições\ de\ existência\ do$
$radical\ \sqrt{x+1}\ \ \leq \sqrt{2}\ \ \ x,\ ele\ poderá\ cometer\ um\ erro\ ao\ apresentar\ a$
$solução.$

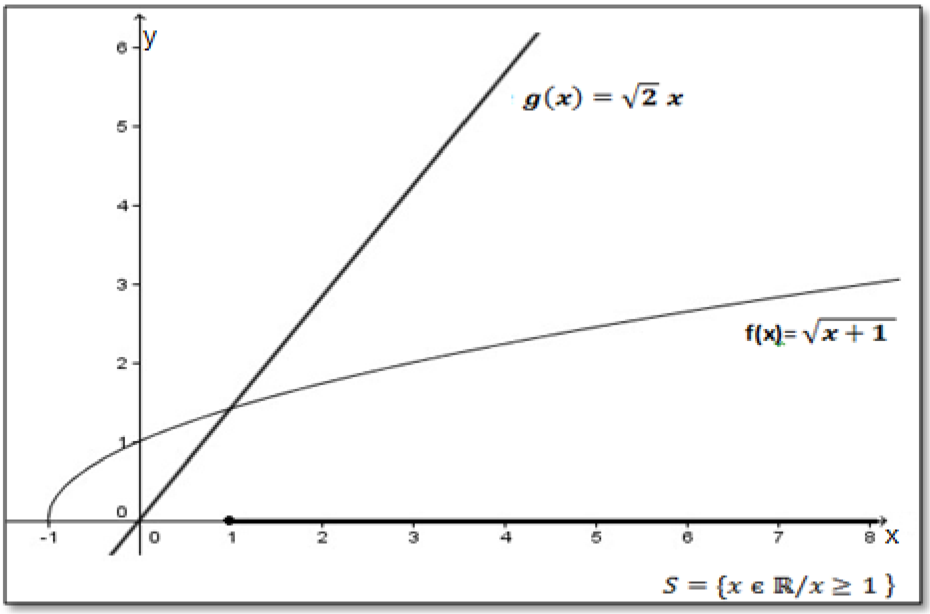
,

Fonte: Elaborado pela autora

Salientamos que a inequação $\boldsymbol{x + 1 \leq \ 2\,x^2}$ não é equivalente à equação original $\sqrt{\boldsymbol{x+1}}\ \ \boldsymbol{\leq}\ \sqrt{\boldsymbol{2}}\,\boldsymbol{x}$, pois a solução da inequação $\boldsymbol{x + 1 \leq \ 2\,x^{\,2}}$ é S $= \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{1}{2}\ \ e\ \ x \geq 1\right\}$, já a inequação $\sqrt{\boldsymbol{x+1}}\ \ \boldsymbol{\leq}\ \sqrt{\boldsymbol{2}}\ \boldsymbol{x}$ não admite raiz negativa, logo sua solução é S $= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$. Pretendemos com esta questão verificar se o professor chama a atenção para este fato ou não.

O professor também poderá apresentar uma solução gráfica para esta questão, tal como exemplificamos a seguir, nos dados da Figura 11:

Figura 11 – Resolução Gráfica da inequação $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\,x$



Fonte: Elaborado pela autora

A resolução gráfica seguiu os seguintes passos:

Determinamos o Domínio das Funções **f(x)=** $\sqrt{x+1}$ e $g(x) = \sqrt{2}\,x$ como sendo D(f) = [- 1, + ∞[e D(g) = R, a seguir :

- Esboçamos os gráficos das funções **f(x)=** $\sqrt{x+1}$ e $g(x) = \sqrt{2}\,x$;
- Encontramos o ponto de intersecção das funções f e g ; e
- Analisamos a inequação $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\ x$ e apresentamos a solução.

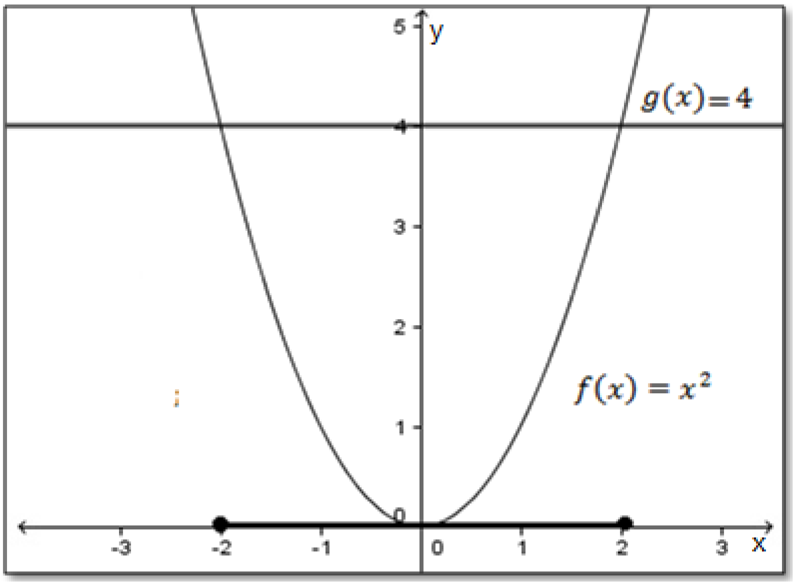
A solução da inequação é o conjunto $S = \{x \in \mathbb{R}/x \geq 1\}$.

Para a questão $b)$ $x^2 \leq 4$:

Com este tipo de inequação, queremos saber como o professor registra o conjunto de solução da mesma: S =$\{x \in \mathbb{R}|$ - $2 \leq x \leq 2\}$.

O professor também poderá fazer a resolução gráfica deste exercício, conforme os dados da Figura 12 a seguir:

Figura 12 - Resolução gráfica da inequação dada por $\boldsymbol{x^2} \leq \mathbf{4}$



Fonte: Elaborado pela autora

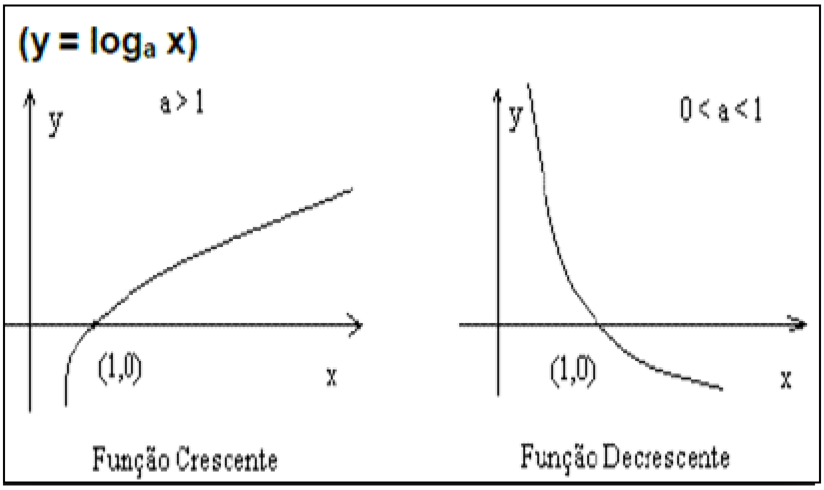
A resolução gráfica seguiu os seguintes passos:

Determinamos o Domínio das Funções, sendo $f\colon \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cujos domínios são $D(f) = D(g) = \mathbb{R}$, a seguir::

- Esboçamos os gráficos das funções reais com variáveis reais $f(x) = x^2$ e $g(x) = 4$; no mesmo sistema cartesiano plano.
- Encontramos os pontos de intersecção das funções f e g que são: (-2,4) e (2,4); e
- Analisamos a inequação $\boldsymbol{x^2} \leq 4$ cuja solução é [-2, 2].

Para o exercício ***"c" Resolver*** $\boldsymbol{log_2} \, (\boldsymbol{x} + \mathbf{1}) > \boldsymbol{log_2} \, \mathbf{6}$, queremos analisar se o professor durante sua resolução faz observações referentes ao crescimento ou decrescimento da função logarítmica , (como mostram os dados da Figura 13) se define e registra corretamente seus respectivos domínios, antes de começar sua resolução.

Figura 13 – Representação gráfica da função logarítmica crescente e decrescente



Fonte: Elaborado pela autora

Teremos uma função logarítmica crescente se a base da função for maior que 1 (**a** > 1) e uma função logarítmica decrescente se a base da função logarítmica estiver entre 0 e 1 ($0 < a < 1$) podemos observar que a função $f(x) = log_2\,(\mathrm{x}+1)$ é uma função logarítmica de base a= 2, sendo assim é uma função crescente . Definimos assim seu domínio: $h(x) = x + 1 \;\; e \;\; h(x) > 0$

$$x + 1 > 0$$

$$x + 1 - 1 > 0 - 1$$

$$x > -1$$

Seu domínio é o conjunto definido por $D =]-1, +\infty[$.

Para a função $g(x) = log_2 6,$ o conjunto Domínio será dado por D= R

Como as bases das funções $f(x)\; e\; g(x)$ são iguais e $f(x)$ tem base maior que 1, podemos caracterizá-la como função logarítmica crescente e encontrar a solução assim:

$$log_2(x + 1) > \; log_2 6,$$ então,

$$x + 1 > 6$$

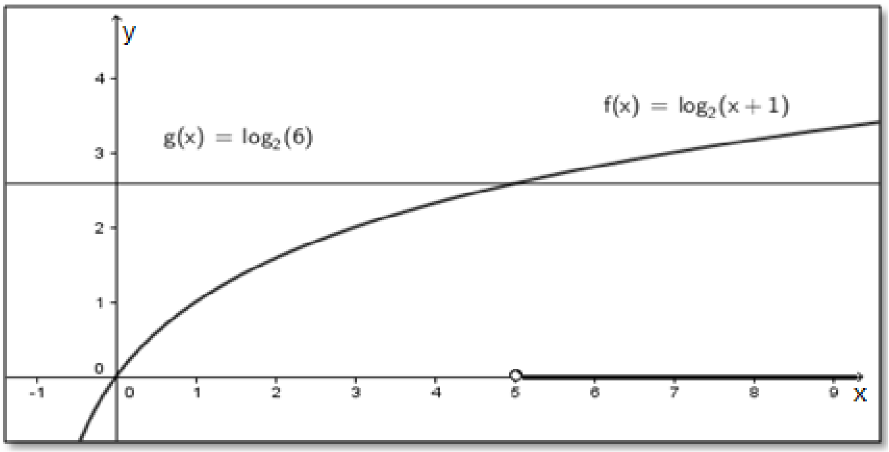
$$x + 1 - 1 > 6 - 1,$$ logo,

$$x > 5,$$

Como encontramos o domínio de $f(x) =]-1, +\infty[$ e o domínio de $g(x) = \mathbb{R}$, a solução da inequação será: $S = \{x \in \mathbb{R} \,/ x > 5\}$.

O professor também poderá optar por fazer a resolução gráfica das funções logarítmicas $f(x) = log_2\,(x+1)\ e\ g(x) = log_2 6$, como apontam os dados da Figura 14 a seguir:

Figura 14 – Resolução gráfica de inequação logarítmica $log_2\,(x+1) > log_2 6$



Fonte: Elaborado pela autora

Para a resolução da inequação logarítmica via resolução gráfica podemos:

1º) Esboçar os gráficos das funções $f(x) = log_2\,(\mathrm{x}+1)$ e $g(x) = log_2 6$;

2º) Encontrar o ponto de intersecção de $f(x)$ e $g(x)$;

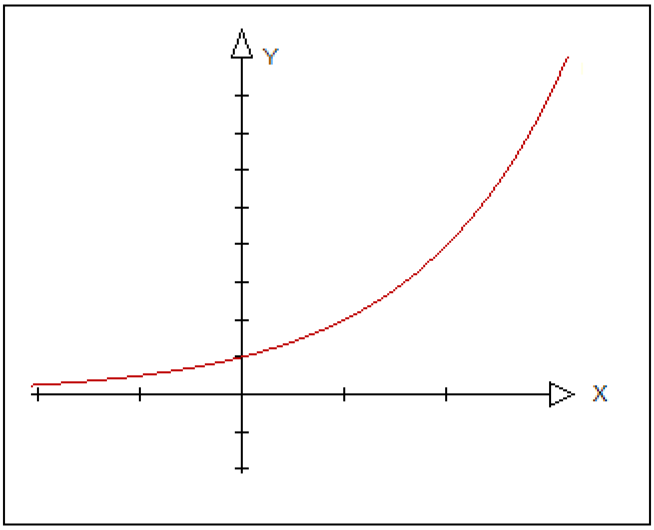
3º) Analisar a inequação logarítmica $\boldsymbol{log_2\,(x+1) > log_2\,6}$, cuja solução é S = $]5\,,\infty+\ [$

Para o exercício ***c) $2^x \geq 128$,*** queremos analisar qual o conhecimento que os professores têm sobre inequações exponenciais, se fazem justificativas das etapas durante o processo de resolução, se fazem observações sobre o crescimento e decrescimento das funções exponenciais, que tipo de registro é priorizado pelos mesmos.

Para resolver a inequação exponencial, recorremos às propriedades da potenciação e também classificamos as funções exponenciais f(x)= *2^x e g(x) =128* em crescente ou decrescente, conforme seguem os dados das Figuras 15 e 16 a seguir:

A função f, dada por $f(x) = a^x$, somente é crescente quanto $a > 1$, conforme dados da figura 15.

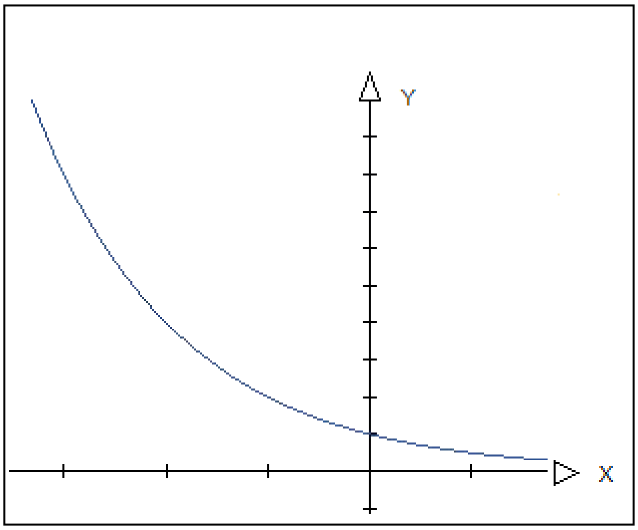
Figura 15– Representação gráfica de uma função exponencial crescente



Fonte: Elaborado pela autora

A função f, dada por $f(x) = a^x$, será decrescente quando $0 < a < 1$, conforme dados da Figura 16.

Figura 16 – Representação gráfica de uma função exponencial decrescente



Fonte: Elaborado pela autora

Antes de começarmos a resolução de uma inequação exponencial, observamos a situação das bases nos dois membros, caso as bases sejam diferentes, como é o caso do exercício em questão, devemos reduzi-las às bases iguais e, em seguida, formar uma inequação com os expoentes.

No caso da inequação exponencial $2^x \geq 128$, manteremos o sinal da desigualdade, pois **a > 1** e a classificamos como função crescente, conforme os dados do Quadro 8 a seguir:

Quadro 8 – Solução de inequação exponencial

Por fatoração temos $128 = 2^7$ Portanto:

$2^x \geq 2^7$ → como as bases da desigualdade são iguais e

a > 1, basta formar uma inequação com os expoentes, temos:

$$x \geq 7$$

S= $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 7\}$

Fonte: Elaborado pela autora

Para o sistema de inequações dado $e) \begin{cases} 4x + 6 \leq 0 \\ 3x + 2 > 0 \end{cases}$ podemos resolver uma inequação de cada vez e no final, fazer um estudo dos possíveis valores que satisfazem as duas desigualdades, conforme os dados do Quadro 9 a seguir:

Quadro 9 – Solução do sistema de inequação

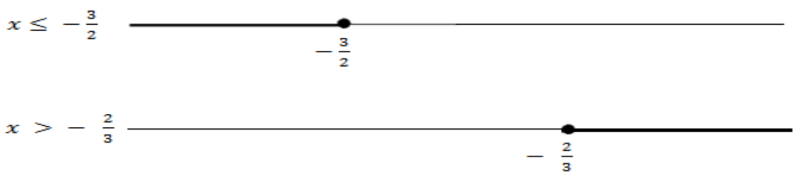
Optamos por começar a resolução do sistema de inequações, determinando o domínio e resolvendo as funções separadamente: D= R

$f(x) = 4x + 6$	$g(x) = 3x + 2$
$4x + 6 \leq 0$	$3x + 2 > 0$
$4x \leq -6$	$3x > -2$
$x \leq -\frac{3}{2}$	$x > -\frac{2}{3}$

Após a resolução de cada função separadamente, faremos:

- a representação gráfica de cada resultado obtido com a resolução de cada função;

A intersecção dos dois intervalos é o conjunto vazio.



Logo: a solução será representada pelo conjunto vazio:

S= { }

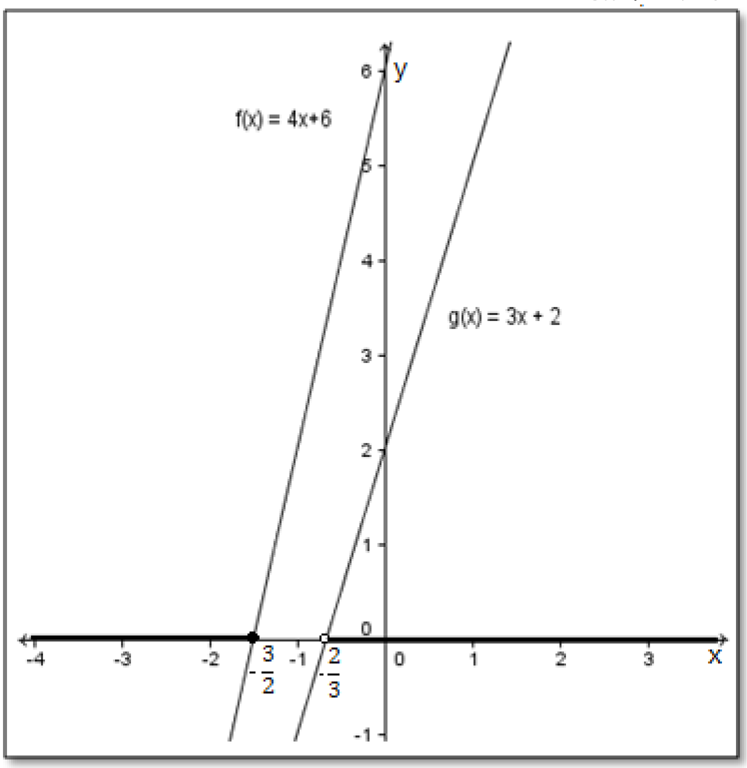
Fonte: Elaborado pela autora

Propusemos um sistema de inequações a fim de analisar como o professor faz o estudo de sua solução, como aborda o assunto, qual tipo de registro prioriza para sua resolução, se deixa explícitos os valores que podem ou não satisfazer o enunciado.

Nesse sistema de inequação, caso o professor não apresente a resolução gráfica na reta numérica, bem como sua explicação, o aluno poderá achar que a resposta correta será o intervalo entre os dois resultados encontrados com a resolução das inequações e acabará cometendo um erro.

Outra opção para a resolução desse sistema seria fazer a resolução via representação gráfica das duas funções: f(x) = 4x + 6 e g(x) = 3x+2 e depois analisar quais valores de x satisfazem simultaneamente: 4x + 6 ≤ 0 e 3x + 2> 0, conforme os dados da Figura 17 a seguir:

Figura 17 – Solução gráfica do sistema de inequações $\begin{cases} \mathbf{4x+6} & \leq \mathbf{0} \\ \mathbf{3x+2} & > \mathbf{0} \end{cases}$



Fonte: Elaborado pela autora

Com a representação gráfica, é possível visualizar a resposta, conjunto vazio, pois as duas funções f e g, respectivamente, dadas por: $\boldsymbol{f(x) = 4x+6}$ **e**

$\boldsymbol{g(x) = 3x + 2}$, graficamente, não têm ponto em comum que possam ser solução para o sistema dado, sendo visualizado no gráfico para $f(x) \leq 0$ a solução é $\{x \epsilon \mathbb{R} \ / \ x \leq -\frac{3}{2}\}$ e para $g(x) > 0$ a solução é $\{x \epsilon \mathbb{R} \ / \ x > -\frac{2}{3}\}$.

Questão 17, solicitamos que o professor resolvesse o problema do modo que achasse mais conveniente, a seguir apresentamos o problema:

Juliana e Mariana têm menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?

Decidimos finalizar nosso instrumento de pesquisa com um problema, para uma última análise da forma de abordagem do professor diante de como retirar os dados do problema e como organizá-lo de forma coerente para facilitar o aprendizado do aluno.

Buscamos também analisar como o professor faz a mudança de registro da língua natural para o registro simbólico algébrico.

Neste problema, esperávamos que o professor simulasse alguns valores possíveis para as idades de Juliana e Mariana e também se poderia escrever um sistema de inequações, como forma de resolução ou ainda fazer uso de uma tabela.

O primeiro passo seria identificar a idade da mais nova e em função dela a idade da mais velha, conforme os dados do Quadro 10 a seguir:

Quadro 10 – Identificação das idades por incógnitas

Identificando as idades	
Idade da mais nova:	$\boldsymbol{x}$
Idade da mais velha:	$\boldsymbol{4x}$

Fonte: Elaborado pela autora

O segundo passo seria transformar a frase: "mas suas idades somam mais que 40 anos" em uma expressão matemática, tem-se, conforme os dados do Quadro 11:

Quadro 11 – Expressão matemática para o problema

Expressão matemática
A soma das idades é maior que 40
$\boldsymbol{x + 4x} > 40$

Fonte: Elaborado pela autora

Nesta etapa da resolução, poderíamos observar como o professor faria a mudança dos tipos de registros de Representação Semiótica, conforme os dados do Quadro 12.

Quadro 12 – Conversão dos tipos de registros

Registro da língua natural	Registro simbólico algébrico
Idade da mais nova	x
A idade da mais velha é o quádruplo da mais nova	$4x$
A soma das idades é maior que quarenta	$x + 4x > 40$

Fonte: Elaborado pela autora

O terceiro passo seria resolver a inequação polinomial de 1º grau e encontrar uma possível idade para Juliana e Mariana, conforme os dados do Quadro 13 a seguir:

Quadro 13 – Resolução da inequação

$$x + 4x > 40$$

$$5x > 40$$

$$x > \frac{40}{5}$$

$$x > 8$$

Fonte: Elaborado pela autora

Se considerássemos Juliana como sendo a mais velha e Mariana sendo a mais nova, perceberíamos que Mariana deveria ter mais de 8 anos, por exemplo, 9 anos. Mas, Juliana deveria ter menos de 40 anos. O quarto passo seria verificar se a idade de 9 anos para Mariana garantiria uma idade menor que 40 anos para Juliana, e se a soma destas idades será maior que 40 anos, conforme os dados do Quadro 14 a seguir:

Quadro 14 – Verificação de um dos possíveis resultados

Verificação para uma possível solução
$se\ x = 9\ anos, então$ $4x = 4.9 = 36$ $x + 4x = 9 + 36$ $Logo\ 9 + 36 > 40$

Fonte: Elaborado pela autora

Conclui-se, que a Mariana poderia ter 9 anos e Juliana 36 anos; porém esperávamos que o professor percebesse que esta não era a única resposta.

O enunciado não diz que as idades são números inteiros. Existem outras possibilidades a partir de $x > 8$, ou seja, a idade de Juliana pode ser maior que 32 e menor que 40 anos.

Já a idade de Mariana (a mais nova) poderia variar no intervalo]8,10[o que acarretaria a idade de Juliana (a mais velha) variar no intervalo]32,40[.

Após a apresentação do instrumento de pesquisa, descrevemos a coleta de dados.

5.4 Procedimento de coleta de dados

Para iniciar a aplicação de nosso instrumento de pesquisa, optamos por selecionar 10% das Escolas Estaduais do município; como existem 58 escolas estaduais, 10% desse total dariam 5,8 escolas, valor que nos deu a possibilidade de escolher entre cinco ou seis escolas. Optamos por selecionar cinco escolas em lugar de seis.

Para escolher as cinco escolas dentre as 58, optamos por selecionar as que contemplassem o ensino fundamental II, que compreende desde o 6º até o 9º ano, e o ensino médio, pois o currículo das séries que compõem estes dois segmentos escolares, contempla nosso tema de estudo.

Chamaremos as cinco escolas selecionadas de Escola Alfa, Escola Beta, Escola Gama, Escola Sigma e Escola Delta.

Visitamos a Escola Alfa, sendo atendidos pelo coordenador pedagógico, em horário de HTPC (Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo), explicamos o motivo de nossa visita que era apresentar nosso instrumento de pesquisa com um questionário, contendo 17 perguntas, incluindo um problema e alguns exercícios abordando o tema inequação. Dissemos também que este instrumento de pesquisa faria parte da dissertação necessária para a conclusão de nosso curso de mestrado profissional, cujo tema é *Análise do Conhecimento de Professores sobre o ensino de Inequações,* que estávamos desenvolvendo na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e, para tanto, gostaríamos de contar com a colaboração dele e de seus professores de Matemática. Informamos que os resultados da pesquisa estariam à disposição, quando concluíssemos nossas análises e apresentássemos a defesa. Os nomes dos professores, ou material que indicasse suas participações não seriam liberados sem a devida permissão, e ainda nenhuma pessoa que participasse desta pesquisa de forma direta ou indireta seria identificada em nenhuma publicação que pudesse resultar desta pesquisa.

Após apresentarmos nosso instrumento de pesquisa ao coordenador, pedimos a colaboração no sentido de apresentarmos o objetivo da pesquisa ao grupo de professores de Matemática. No caso da Escola Alfa, estavam presentes três professores, que se mostraram interessados em participar do estudo, como já havíamos pensado na escolha de apenas um professor por escola, optamos pelo que lecionava no 8º ano (antiga 7ª série), pelo fato do mesmo trabalhar na série cujo currículo engloba inequações.

Apresentamos o questionário ao professor selecionado e solicitamos que o respondesse em uma sala de aula que estava desocupada, enquanto esperávamos do lado de fora da sala. O professor levou, aproximadamente, 1h55 para responder ao questionário.

Na segunda escola visitada, designada por Escola Beta, os professores também estavam em Horário de Trabalho Coletivo Pedagógico. Com muita atenção, fomos recebidos pela Vice Diretora que nos orientou para esperar pelo final do HTPC, para que, posteriormente, falássemos com o único professor de Matemática que estava presente no momento. Após o final do HTPC, conversamos com o professor que se prontificou em participar da pesquisa, inclusive, em respondê-la fora de seu horário de trabalho, pois já havia encerrado o HTPC, e não teria mais aula naquele dia. Esperamos até que respondesse o questionário, na própria sala de HTPC, visto que os demais já haviam se retirado. Ficamos na mesma sala enquanto o professor respondia às perguntas, mas em nenhum momento tivemos alguma interação com o mesmo. Ele respondeu o questionário em 45 minutos.

Na terceira Escola, designada Escola Gama, fomos recebidos pelo coordenador pedagógico ao qual explicamos o motivo de nossa visita, ele então pediu para que uma inspetora de alunos solicitasse que o professor de Matemática viesse até nós, para que pudéssemos explicar o propósito de estarmos ali.

Explicamos ao professor nosso objetivo, e este nos propôs que voltássemos no dia seguinte, pois ele teria um tempo maior para responder ao questionário. No dia seguinte, retornamos, aguardamos até que o professor terminasse seu período de trabalho.

O professor nos levou até à biblioteca da escola onde foi possível conversarmos um pouco melhor e explicarmos novamente o motivo de nossa pesquisa e a importância de sua participação. Entregamos o questionário e aguardamos do lado de fora até que ele respondesse todas as perguntas, tempo que durou 1h10.

Na quarta escola, chamada Escola Sigma não foi possível encontrar algum professor de Matemática disponível para conversarmos durante a primeira visita, então, a pedido do Diretor, resolvemos voltar no dia seguinte durante a troca de turno do período da tarde para o noturno, pois ficamos sabendo que, no dia seguinte, o professor de Matemática do Ensino Médio teria a primeira aula vaga, assim, poderíamos conversar com ele e expor o motivo da visita.

Retornamos no dia seguinte e encontramos o professor de Matemática do Ensino Médio que, prontamente, nos atendeu e mostrou-se muito interessado, inclusive nos pediu orientações sobre como proceder para conquistar uma vaga no mestrado da PUC-SP. Orientamo-lo a procurar a secretaria do programa de Mestrado da PUC-SP e solicitar informações sobre a próxima abertura de inscrição. Aproveitamos também para contar um pouco como funcionam as reuniões do Grupo GPEA, e o quanto nós crescemos juntos, em aquisição de conhecimento e, consequentemente, como colaboramos com a melhora na qualidade de nossas aulas.

Apresentamos a pesquisa, explicamos seu objetivo e a importância de sua colaboração. O professor nos acompanhou até a sala dos professores, onde respondeu o questionário, por aproximadamente 1h20, enquanto nós esperamos na antessala dos professores.

Finalmente, após receber as respostas dos professores das quatro escolas pesquisadas, pedimos a um professor da escola onde a pesquisadora é coordenadora pedagógica, para participar da pesquisa, com o objetivo de avaliar se existem diferenças de metodologias no ensino do objeto matemático inequação entre a escola em que a pesquisadora atua e as demais. Apresentamos o questionário ao professor do 8º ano, explicamos a importância de sua participação no mesmo.

O professor demorou 50 minutos para responder ao questionário. A fim de preservar a identidade do professor, designamos esta última escola como Escola Delta.

Para facilitar o entendimento daqui para frente, chamaremos os professores pesquisados pelos seguintes nomes fictícios, conforme mostram os dados do Quadro 15 a seguir:

Quadro 15– Escolas pesquisadas e seus respectivos professores

Escola	**Professor**
Alfa	Arnaldo
Beta	Benedito
Gama	Cláudio
Sigma	Daniel
Delta	Eduardo

Fonte: Elaborado pela autora

A seguir, apresentaremos o Capítulo 5, que trata das análises dos dados coletados, após a aplicação de nosso questionário e, posteriormente, a entrevista com os professores.

CAPÍTULO VI

6 ANÁLISES DE DADOS DA PESQUISA

> […] não há dois professores iguais e […] a identidade que cada um de nós constrói como educador baseia-se num equilíbrio único entre as características pessoais e os percursos profissionais. É a conclusão de que é possível desvendar o universo da pessoa por meio da análise da sua ação pedagógica. Diz-me como ensinas, dir-te-ei quem és (NÓVOA, 1997, p.33).

Neste capítulo, inspirados por Nóvoa (1997), pela revisão bibliográfica, pelo nosso referencial teórico e pelos saberes docentes analisamos as informações coletadas na aplicação de nosso questionário a fim de conhecer as práticas pedagógicas de nossos sujeitos de pesquisa que embasaram nossos argumentos para responder às questões de pesquisa.

As Questões 1, 2, 3 e 4 englobam dados pessoais, graduação, tempo de magistério e segmento em que leciona cada um dos cinco sujeitos de nossa pesquisa, conforme os dados do Quadro 16 a seguir:

Quadro 16 – Dados pessoais dos professores

Professor	Idade	Graduação	Ano de conclusão da graduação	Tempo de Magistério	Segmento que leciona
Arnaldo	40 anos	Matemática	1999	10 anos	E.F.II
Benedito	38 anos	Matemática	2001	10 anos	E.M
Cláudio	42 anos	Matemática	2003	9 anos	E.M
Daniel	39 anos	Administração de empresas	2006	1 anos	E.F.II
Eduardo	39 anos	Matemática	1992	25 anos	E.F.II

Fonte: Elaborado pela autora

Os três primeiros professores analisados apresentaram características muito próximas, como idade, tempo de graduação e tempo de magistério; os três encontram-se na fase do ciclo de vida profissional, que Huberman (1989 *apud* NÓVOA, 1995) chama de fase da experimentação e diversificação, caracterizada pelo questionamento em continuidade ou não da carreira. Diferiram apenas no segmento em que lecionavam: um no ensino fundamental II e os outros dois no ensino médio.

O professor Daniel tem sua graduação em administração de empresas com complementação pedagógica, para poder lecionar nesse segmento de ensino. Possui apenas 1 ano de experiência no magistério, encontra-se na fase do ciclo de vida profissional denominado por Huberman (1989 apud NÓVOA, 1995) como fase de início de carreira, caracterizada pela insegurança com a metodologia utilizada e dificuldade com material didático inadequado.

O professor Eduardo é formado em Matemática, tem 25 anos de experiência no magistério, encontrava-se na fase do ciclo de vida profissional denominado Fase da serenidade/conservantismo, conforme aponta Huberman (1989 apud NÓVOA, 1995).

As Questões 5 e 6 referem-se a formação dos professores entrevistados, conforme os dados do Quadro 17 a seguir:

Quadro 17 – Formação dos professores

Professor	**Pós-graduação cursada ou andamento em:**	**Ano da última capacitação**
Arnaldo	Matemática	2013
Benedito	Finanças e lógica de programação	2003
Cláudio	Não tem	______
Daniel	Não tem	______
Eduardo	Não tem	______

Fonte: Elaborado pela autora

Quanto à formação acadêmica, os dois primeiros professores analisados apontavam diferenças, pois o professor Arnaldo cursava a pós-graduação em nível de especialização em Matemática pela UNICAMP (Universidade de Campinas) com data prevista de término para o final de 2013; já o professor Benedito fez pós-graduação em finanças e lógica de programação em uma universidade não declarada, com conclusão em 2003. Os outros três professores não tinham formação em nível de pós-graduação.

Neste item podemos analisar o tempo que o professor Benedito disse ter participado de sua última capacitação (10 anos) e também o fato dessa capacitação ter sido em finanças e lógica de programação, tópicos não contemplados pelo currículo da escola básica, fato que pode influenciar suas práticas pedagógicas.

Os demais professores não frequentaram cursos de pós-graduação.

Na Questão 7, buscamos conhecer qual abordagem do conteúdo o professor utiliza, conforme os dados do Quadro 18, a seguir:

Quadro 18 – Formas de abordagem do conteúdo

Professor	Situação-problema	Representação gráfica	Conversão do registro da língua natural para o registro algébrico	Resolução da inequação via Resolução algébrica
Arnaldo	X	X	X	X
Benedito	--	--	--	X
Cláudio	--	--	--	X
Daniel	--	--	--	X
Eduardo	X	--	X	X

Fonte: Elaborado pela autora

Ao analisar os resultados, percebemos que os professores Arnaldo e Eduardo buscam maneiras diferentes para a abordagem do tema inequações, apresentam aos alunos diferentes tipos de formas de registros, o que pode facilitar a resolução de problemas em que o aluno precise mudar a forma de representação ou fazer conversões. Para Duval (2003), a matemática está relacionada a objetos que não são diretamente acessíveis à percepção, sendo condição necessária ter diferentes representações dos objetos matemáticos para seu aprendizado.

Os professores Benedito, Cláudio e Daniel ao responderem a esta questão, deixaram transparecer que desenvolvem somente a inequação pela forma técnica, discutindo apenas em qual conjunto numérico, geralmente, no conjunto dos números reais, as respostas estão contidas, deixando claro que não priorizam nenhum tipo de conversão de registro de Representação Semiótica, como o registro da língua natural para o registro tabular ou, ainda, o registro gráfico.

Na Questão 8, perguntamos: *Que material didático você utiliza como suporte para auxiliá-lo durante o desenvolvimento do conteúdo inequação?*

Os resultados obtidos, apresentamos no Quadro 19, a seguir:

Quadro 19 – Material didático utilizado pelos professores

Professor	Material da SEE-SP	Livro Didático	*Software*	Outros
Arnaldo	X	X	X	Pesquisas
Benedito	X	--	--	--
Cláudio	X	--	--	--
Daniel	X	--	--	--
Eduardo	X	--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora

O professor Arnaldo utiliza o Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2013), material disponibilizado pela SEE-SP (Secretaria da Educação do Estado de São Paulo), o livro didático Novo Olhar Matemática do autor Joamir Souza, da Editora FTD, volume

2 (livro este que não analisaremos neste estudo). Também relatou que costuma pedir aos alunos para pesquisarem sobre o assunto na internet, revelando uma preocupação em diversificar as fontes de informações para trabalhar o conteúdo.

Os demais professores responderam que utilizam somente o Material proposto pela SEE-SP, com aulas expositivas e apresentam aos alunos os conteúdos matemáticos da forma como aparece proposta nos Cadernos da SEE-SP.

A análise deste material foi apresentada no Capítulo 2.

Questão 9- *Quando você desenvolve o tema inequações, você pede para os alunos analisarem os resultados encontrados de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quais maneiras? Em caso negativo, por que não pede?*

Os resultados obtidos, apresentamos no Quadro 20 a seguir:

Quadro 20 – O professor pede (ou não) análise dos resultados

Professor	**Pede análise**	
	Sim	**Não**
Arnaldo	X	
Benedito	--	X
Cláudio	--	X
Daniel	X	--
Eduardo	X	--

Fonte: Elaborado pela autora

Na resposta a esta pergunta, o professor Arnaldo relata que costuma pedir que os alunos apresentassem uma análise quando fazem uma representação gráfica da resolução das inequações ou dos sistemas de inequações. Fato que consideramos bastante positivo, pois esta análise favorece a interpretação e o entendimento do problema, podendo facilitar para que o aluno mude de uma representação a outra e consiga fazer tratamentos em diferentes registros de representações necessários à apreensão do objeto matemático em estudo.

Os professores Daniel e Eduardo relataram em suas respostas que costumam pedir que os alunos analisem se os resultados encontrados satisfazem ou não o problema dado.

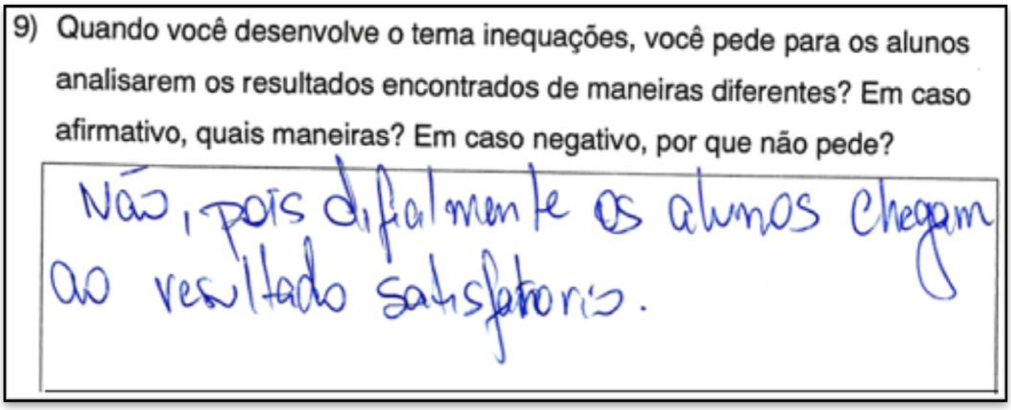
Para Duval (2003), ensinar matemática é antes de tudo possibilitar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e visualização. Pressupõe que a aprendizagem de um conceito matemático consiste em desenvolver a coordenação progressiva entre sistemas de Representação Semiótica.

Para esta questão, as respostas dos dois professores foram negativas.

O professor Benedito relatou não achar necessário que o aluno apresente uma análise dos resultados, bastando apenas encontrar o resultado que será validado por ele durante a correção do exercício na lousa.

Já o professor Cláudio afirmou não pedir para os alunos analisarem os resultados encontrados, pois eles dificilmente chegarão a resultado satisfatório. A resposta do professor Cláudio revelou que ele não acredita na capacidade de seus alunos. Conforme revela os dados da Figura 18 a seguir:

Figura 18 – Resposta à questão 9 apresentada pelo Professor Cláudio


9) Quando você desenvolve o tema inequações, você pede para os alunos analisarem os resultados encontrados de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quais maneiras? Em caso negativo, por que não pede?

Não, pois dificilmente os alunos chegam ao resultado satisfatório.

Fonte: Protocolo professor Cláudio

Esta resposta, (Figura 18), dada pelo professor Cláudio, levanta um questionamento, se seria possível o professor ensinar um determinado conteúdo, quando o mesmo não acredita na capacidade de aprendizagem de seus alunos.

Na Questão 10, indagamos*: Que tipo de exercícios você costuma propor aos alunos, referente ao tema inequações?*

Os professores deram como respostas, as registradas no Quadro 21 a seguir:

Quadro 21 – Tipos de exercícios propostos pelos professores entrevistados

Professor	**Situação-problema**	**Resolução algébrica**	**Representação gráfica**	**Análise de soluções**
Arnaldo	X	X	X	X
Benedito	--	X	--	--
Cláudio	--	X	--	--
Daniel	--	X	--	--
Eduardo	--	X	--	--

Fonte: Elaborado pela autora

Em sua resposta, o professor Arnaldo mostrou estar realmente preocupado em apresentar maneiras diferentes, para que o aluno possa fazer a apreensão do objeto matemático inequações, revelou trabalhar de formas diferenciadas, propiciando vários modos, a fim de que o aluno compreenda o significado de uma inequação e saiba resolvê-la.

Os demais professores evidenciaram priorizar apenas a resolução algébrica da inequação, relataram que costumam pedir a seus alunos somente a resolução algébrica da inequação proposta por eles.

Em sua pesquisa, Souza (2008), também encontrou o mesmo diagnóstico, seus sujeitos de pesquisa também priorizavam apenas a resolução algébrica para o ensino de inequação.

Ressaltamos aqui que o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a), material utilizado pelos professores, também prioriza a resolução algébrica.

Em suas análises, Souza enfatiza:

> De nossa análise de livros didáticos, de nossas conversas com professores em exercício e dos resultados que obtivemos em três questionários do tipo diagnóstico, pudemos perceber que o ensino da resolução de inequações, na nossa tradição escolar, tem sido calcado principalmente nos aspectos algoritmos de uma abordagem algébrica com resultados pouco animadores, mesmo entre sujeitos que gostam de Matemática (SOUZA, 2008, p.69).

A teoria dos Registros de Representação Semiótica revela que para um indivíduo aprender um conceito científico, precisa fazer diferenciação entre a representação semiótica de um objeto matemático e ele próprio. Este indivíduo somente mobiliza esse conceito por meio das representações, daí o papel essencial da atribuição de um real significado às representações de um conceito considerado científico no processo que pode ser de ensino e aprendizagem do mesmo. A teoria estabelece que, para um indivíduo desenvolver o funcionamento de seu pensamento na apropriação de determinado conhecimento matemático, é necessário, tanto diferenciar uma noção científica dos registros semióticos que a representam, como conhecer a funcionalidade desses registros.

A mobilização de registros envolve dois tipos diferentes de transformação dos mesmos: os tratamentos e as conversões.

O Quadro 22 apresenta as dificuldades que os alunos evidenciaram na mobilização de registros ao aprenderem inequações.

Quadro 22 – Dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de inequação segundo os professores entrevistados.

Professor	**Interpretação de problemas**	**Representação gráfica**	**Desenvolvimento das etapas da inequação**	**Análise da solução encontrada**
Arnaldo	X	X	X	X
Benedito	--	--	X	--
Cláudio	--	--	X	--
Daniel	--	--	X	--
Eduardo	--	--	X	--

Fonte: Elaborado pela autora

Nesta questão, o professor Arnaldo revelou que seus alunos apresentam dificuldades em todas as etapas do processo de ensino das inequações, mas, ele percebe que a maior dificuldade está na análise da solução encontrada, após a resolução de um sistema de inequação. Para ele, os alunos revelam certa insegurança para fazer a análise conclusiva da solução encontrada, não distinguem os possíveis valores que podem ser solução do sistema de inequações.

Os professores Benedito, Daniel, Cláudio e Eduardo apontaram como dificuldade maior de seus alunos a etapa da resolução da inequação em que os alunos precisam fazer a interpretação dos possíveis resultados que poderiam ser resposta da inequação.

Uma vez que o modo de ensino do professor seja a resolução técnica da inequação, o mesmo não tem como avaliar as outras possíveis dificuldades que os alunos poderiam apresentar no aprendizado das inequações, quando as mesmas fossem trabalhadas inseridas em problemas ou em sua resolução via abordagem gráfica.

Para a Questão *12, perguntamos: Há alunos com conhecimentos diversos que revelam maior ou menor dificuldade no trato com inequações. Você poderia fornecer exemplos das respostas de seus alunos que evidenciam dificuldades com relação às suas propostas?*

Para esta questão, o professor Arnaldo descreveu que uma das dificuldades apresentadas por seus alunos é quando o coeficiente numérico que acompanha a incógnita é negativo e precisa ser multiplicado por (- 1), invertendo-se, assim, a desigualdade. O professor relata que mesmo explicando ao aluno porque ele precisa mudar o sentido do sinal de maior que (>) para menor que (<) e vice-versa, o aluno apresenta dificuldade em aplicar esse procedimento. Relata ainda que outra dificuldade do aluno é representar os intervalos reais que poderão ser respostas dos sistemas das inequações e assimilar quais são os valores dentro desses intervalos que serão válidos para a solução do sistema.

A resposta do professor Arnaldo relata claramente a importância que atribui ao ensino do objeto matemático inequações, pois deixa transparecer sua preocupação em realizar as análises das etapas de resolução das inequações, pois o professor diz trabalhar de diferentes formas o tema e, apresentar as inequações também em forma de sistemas de inequações para que os alunos aprofundem suas análises.

Percebemos que o professor trabalha o tratamento de uma representação, que é a transformação de uma representação em outra dentro de um mesmo registro, as conversões, que são as transformações das representações que consistem em mudar de registro, conservando os mesmos objetos denotados, como por exemplo, passar da representação do registro da língua natural de uma inequação para o registro simbólico algébrico, também podem ser priorizados pelo professor.

Nesta questão, o professor ainda transcreve que utiliza o *software Winplot,* para auxiliá-lo, que é uma sugestão da SEE-SP, pois o *software* ajuda os alunos a esclarecerem suas dúvidas.

Para esta questão, o professor Benedito descreveu que uma das maiores dificuldades quando desenvolve o tema inequações com seus alunos é no momento deles representarem a solução do exercício, pois os alunos tendem a confundir a solução da inequação com a da equação.

O professor Cláudio não respondeu à questão.

Os professores Daniel e Eduardo disseram que uma das dificuldades de seus alunos é resolver atividades, envolvendo a relação entre a língua materna e a linguagem algébrica. O professor Daniel usou como exemplo de dificuldade dos alunos o seguinte exemplo: “*Ache o triplo de um número maior que 8. Compreender que é* $3x > 8$ *".*

O exemplo dado pelo professor, para representar uma das dificuldades de seus alunos, mostra claramente que existe dificuldade na conversão do tipo de registro, o aluno não consegue passar do registro de Representação Semiótica da língua natural para o registro de Representação Semiótico-simbólico algébrico.

A questão 13 questiona*: Se você fosse apresentar o tema inequações pela primeira vez a alunos do 8º ano, o que você acha que seria importante destacar durante a explicação?*

A esta pergunta, o professor Arnaldo respondeu que seria necessário verificar o grau de conhecimento que os alunos teriam sobre os conjuntos numéricos dos Números Inteiros, Números Naturais, Números Racionais, Números Irracionais e Reais, verificar também qual o conhecimento dos alunos sobre notação de intervalos, fatoração e equações. O professor Arnaldo julga serem esses conhecimentos requisitos necessários para que o aluno compreenda a resolução das inequações. Para o professor, com base na constatação que os alunos já dominam o que ele chama de requisitos necessários, ele passará a apresentar as técnicas de resolução da inequação.

O professor acredita que, nessa fase de aprendizado, o fundamental é que o aluno perceba a diferença entre equação e inequação, que consiga assimilar que na equação temos uma *igualdade*; já na inequação, uma *desigualdade.*

Para nós, parece apropriado que o professor apresente a inequação para os alunos, pontuando os princípios de equivalência que envolvem as inequações, pois é muito comum os alunos apresentarem esse tipo de dúvida. Também é importante que ele proporcione aos alunos atividades que estimulem o tratamento e as conversões do tipo de registro de representação semiótica, para uma melhor apreensão do objeto matemático inequação.

Nesta pergunta, o professor Benedito respondeu algo muito similar ao professor Arnaldo, disse que o mais importante quando se apresenta o tema inequação pela primeira vez aos alunos, é deixar bem claro o sentido de desigualdade e como esta se apresenta no conjunto solução, priorizando a diferença entre o registro da solução da equação e o registro da solução da inequação.

O professor Cláudio disse que usaria as definições dos conceitos de inequações para começar abordar o assunto.

Os professores Daniel e Eduardo disseram que, antes de iniciar a apresentação do tema inequação, usariam os conceitos básicos da matemática, pois os alunos têm dificuldades em entender as regras de sinais e a ordem das resoluções das operações, para depois introduzir os conceitos de inequações.

Na Questão 14, perguntamos*: Você costuma fazer a resolução da inequação empregando a resolução gráfica?*

As respostas obtidas, apresentamos no Quadro 23 a seguir:

Quadro 23 – O que os professores responderam sobre a utilização gráfica em suas aulas

Professor	Utiliza representação gráfica na resolução de inequações?	
	Sim	**Não**
Arnaldo	X	--
Benedito	--	X
Cláudio	--	X
Daniel	X	--
Eduardo	X	--

Fone: Elaborado pela autora

A esta pergunta, os professores Arnaldo, Daniel e Eduardo responderam que sempre utilizam a representação gráfica, como uma das formas de solução do exercício, por acreditarem que este tipo de representação auxilia muito na compreensão do objeto matemático inequação pelo aluno, no entanto, os professores Daniel e Eduardo disseram justamente o contrário quando questionados sobre as formas de abordagem do conteúdo (vide Quadro 18, p. 95) e também sobre as tipos de exercícios que costumam propor para o ensino de inequações (vide Quadro 21, p.97).

Com esta resposta do professor Arnaldo, evidenciamos que ele reconhece a importância de trabalhar com diferentes tipos de registros de Representação Semiótica.

Os professores Benedito e Cláudio relataram não utilizarem a representação gráfica na resolução de uma inequação. Percebemos que ambos não privilegiam mudanças no registro de Representação Semiótica.

Para a Questão 15*: Você utiliza ajuda de algum* software *no desenvolvimento do tema inequações?*

Obtivemos como respostas, as apresentadas no Quadro 24 a seguir:

Quadro 24 – O que os professores responderam sobre a utilização de *software*

Professor	Utiliza ajuda de algum *software* no desenvolvimento do tema?	
	Sim	**Não**
Arnaldo	X	--
Benedito	--	X
Cláudio	--	X
Daniel	--	X
Eduardo	--	X

Fonte: Elaborado pela autora

O professor Arnaldo já havia mencionado em outra questão que utilizava a ajuda do *software Winplot;* nesta pergunta, reafirma utilizar o *software*, por ser gratuito e por ser fácil de baixar pela *internet*.

Como o professor Benedito não trabalha a resolução da inequação utilizando a abordagem gráfica, respondeu também negativamente a esta pergunta.

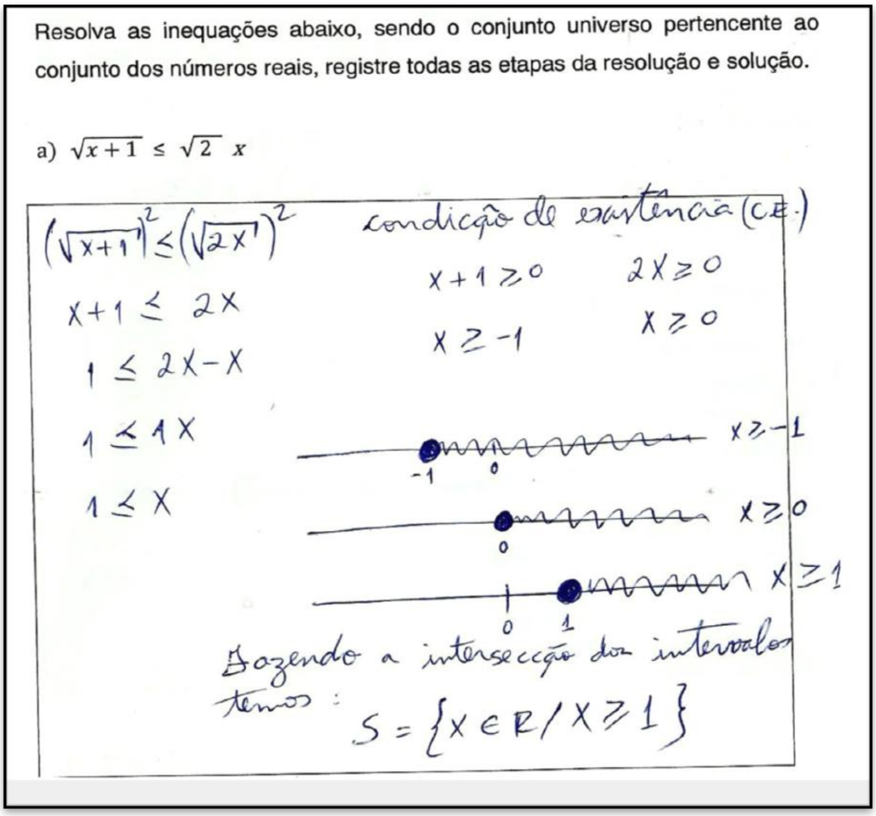
Já os professores Daniel e Eduardo embora tivessem respondido que utilizam a representação gráfica com seus alunos, afirmaram nunca ter trabalhado, com os mesmos, algum tipo de *software.*

Na Questão 16, foi solicitado que*: Resolva as inequações abaixo, sendo o conjunto universo pertencente ao conjunto dos números reais, registre todas as etapas da resolução e solução.*

a) $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\ x$

Um dos objetivos desta questão era buscar subsídios para analisar como o professor resolve uma inequação racional. A seguir, apresentamos o protocolo do professor Arnaldo referente a esta questão, conforme os dados da Figura 19 a seguir:

Figura 19 – Resolução da inequação pelo Professor Arnaldo



Resolva as inequações abaixo, sendo o conjunto universo pertencente ao conjunto dos números reais, registre todas as etapas da resolução e solução.

a) $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\ x$

$(\sqrt{x+1})^2 \leq (\sqrt{2x})^2$

$x+1 \leq 2x$

$1 \leq 2x - x$

$1 \leq 1x$

$1 \leq x$

condicção de existência (C.E.)

$x+1 \geq 0$ $\quad$ $2x \geq 0$

$x \geq -1$ $\quad$ $x \geq 0$

$x \geq -1$ (−1, 0)

$x \geq 0$ (0)

$x \geq 1$ (0, 1)

fazendo a intersecção dos intervalos temos: $S = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 1\}$

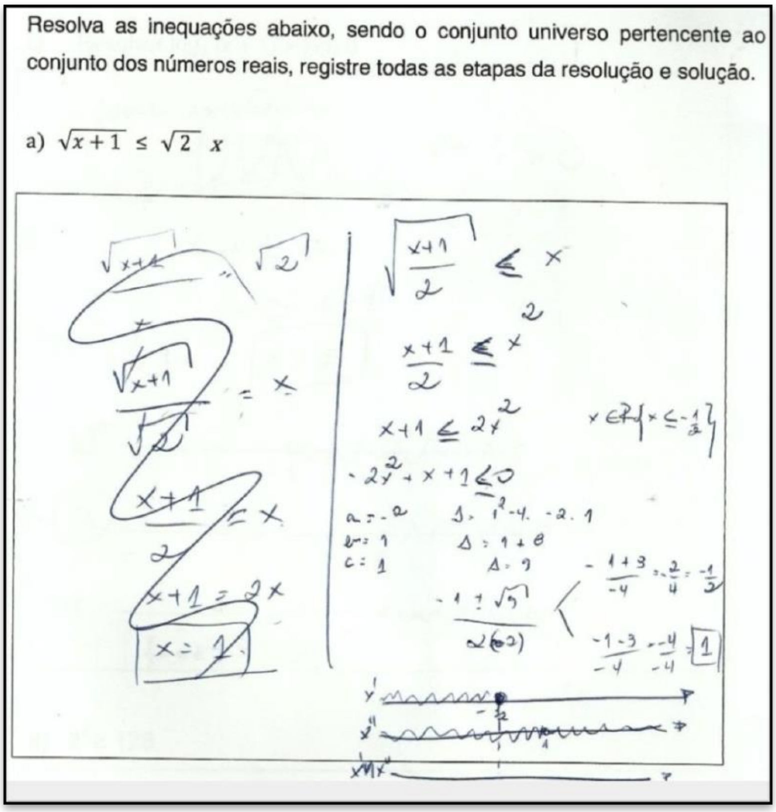
Fonte: Protocolo do professor Arnaldo referente a pergunta 16 item “a”

Embora o professor Arnaldo tenha destacado as condições de existência dos radicais, equivocou-se no momento de começar sua resolução, não podemos dizer qual o verdadeiro motivo, mas ele acabou introduzindo a variável *x* de forma incorreta para dentro do radical. A escrita $\sqrt{2}\quad x$ pode ter levado o professor a considerar $\sqrt{2x}$ *,* fato que pode ter contribuído para que ele acabasse cometendo um equívoco durante a resolução da inequação, conforme os dados da Figura 18.

Apesar de o professor ter inserido o *x* equivocadamente para dentro do radical, procurou desenvolver a questão com a maior quantidade de informações, registrou a condição de existência (CE) do radical, registrou os resultados encontrados na reta numérica, anotou como fez para chegar à solução dada por ele, escrevendo: *Fazendo a intersecção dos intervalos, temos*: S = { *x* ϵ ℝ / *x* ≥ *1*}, mencionou o termo “intervalo”, o que nos faz pensar que esse termo matemático faz parte de sua rotina diária.

A seguir, apresentamos o mesmo exercício resolvido pelo professor Benedito, conforme os dados da Figura 20 a seguir:

Figura 20– Resolução da inequação pelo Professor Benedito


Resolva as inequações abaixo, sendo o conjunto universo pertencente ao conjunto dos números reais, registre todas as etapas da resolução e solução.

a) $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\ x$

Fonte: Protocolo do professor Benedito referente a pergunta 16 item “a”

Já o professor Benedito desenvolveu a inequação de maneira coerente, utilizou o mesmo caminho sugerido por Alvarenga (2013), mas cometeu um erro processual de interpretação que a pesquisadora chama a atenção, pois no momento do registro da solução encontrada, o professor não levou em consideração a condição de existência do radical que era $x \geq -1$ e atribuiu resultado contrário a isto, admitiu o resultado negativo, que era errado e não admitiu o resultado positivo que seria o correto.

Conforme protocolo, percebemos que o professor Benedito tentou resolver primeiro a inequação, deixando a $\sqrt{2}$ isolada. Depois mudou de ideia e resolveu isolar o "x", percebeu o erro, pois extraiu a raiz quadrada somente de um membro da desigualdade e mudou a forma de resolução.

O protocolo do professor Benedito chama também a atenção:

- a resposta dada à solução da inequação $x \in \mathbb{R}\,\{x \leq -\frac{1}{2}\}$
- escreve x' e faz uma representação do intervalo fechado à direita (- ∞, -$\frac{1}{2}$];
- escreve x'' e faz uma representação do intervalo da reta real, marcando na reta a localização do número 1
- escreve x' ∩ x'' e só faz uma "linha", parece que o professor não soube como continuar.

Estas escritas revelam um descuido com a notação da Teoria dos Conjuntos.

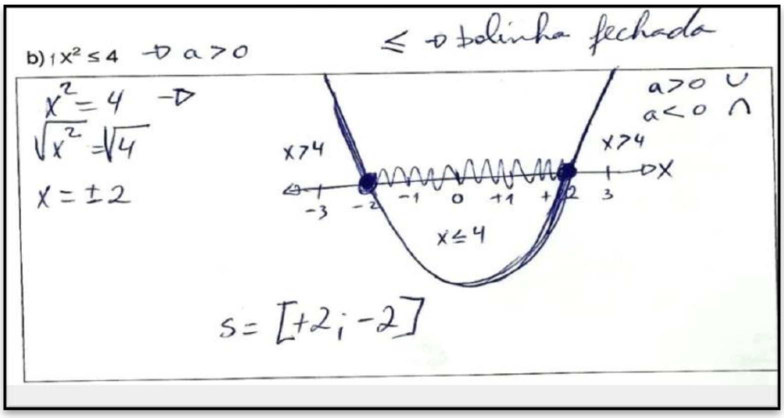
Além disso, o professor não soube fazer o estudo do sinal da função $f(x) = -2x^2 + x + 1$ e determinar corretamente o conjunto solução da mesma, também colocou as chaves no lugar errado no momento do registro do conjunto solução.

Os professores Cláudio, Daniel e Eduardo resolveram o problema, mas não apresentaram condições de existência dos radicais nem o conjunto solução do exercício, com exceção do professor Cláudio que apresentou o conjunto solução de maneira incompleta, registrou apenas "S={1}". Ressaltamos aqui a falta de comprometimento dos mesmos com as formas de registros de representação semiótica.

Para o item *b,* o professor Arnaldo apresentou a seguinte resolução, conforme mostram os dados da Figura 21 a seguir:

b) $x^2 \leq 4$

Figura 21 – Resolução da inequação $x^2 \leq 4$ pelo Professor Arnaldo

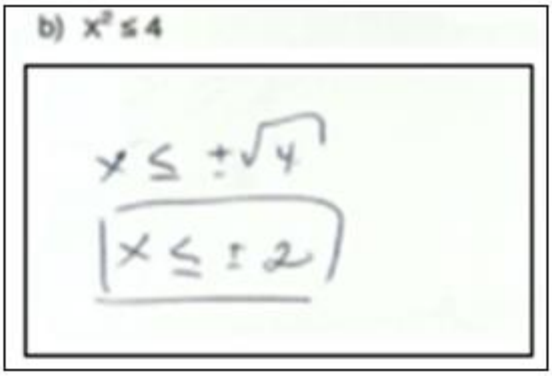


Fonte: Protocolo do professor Arnaldo referente à pergunta 16, item “b”

Esta questão também tem o objetivo de verificar as possíveis dificuldades dos professores no momento de resolução e a análise dos resultados obtidos e do registro das possíveis soluções. Verificamos que o professor Arnaldo desenvolveu a equação de modo coerente, mas no momento de fazer o registro da solução apresentou-a em forma de intervalo não levando em conta que o número menor deve ser registrado primeiro. Apresentou a resolução gráfica da inequação, fez a observação que, quando temos o sinal $\leq ou \geq$, a simbologia de representação no eixo cartesiano deve ter notação com a “bolinha” em negrito, que indica que o valor representado pela “bolinha” também satisfaz o enunciado do problema e ainda observou que o símbolo ≤ (menor igual) representa “*bolinha fechada”.*

Para a mesma questão, o professor Benedito apresentou a seguinte solução, conforme mostram os dados da Figura 22 a seguir:

Figura 22 – Resolução da inequação $x^2 \leq 4$ pelo professor Benedito



Fonte: Protocolo do professor Benedito referente à pergunta 16 item, “b”

Os professores Benedito, Cláudio, Daniel e Eduardo não fizeram a resolução correta da inequação e cometeram erro conceitual do registro algébrico de Representação Semiótica, registrando $x \leq \pm 2$. Seus protocolos apresentaram o mesmo registro como solução.

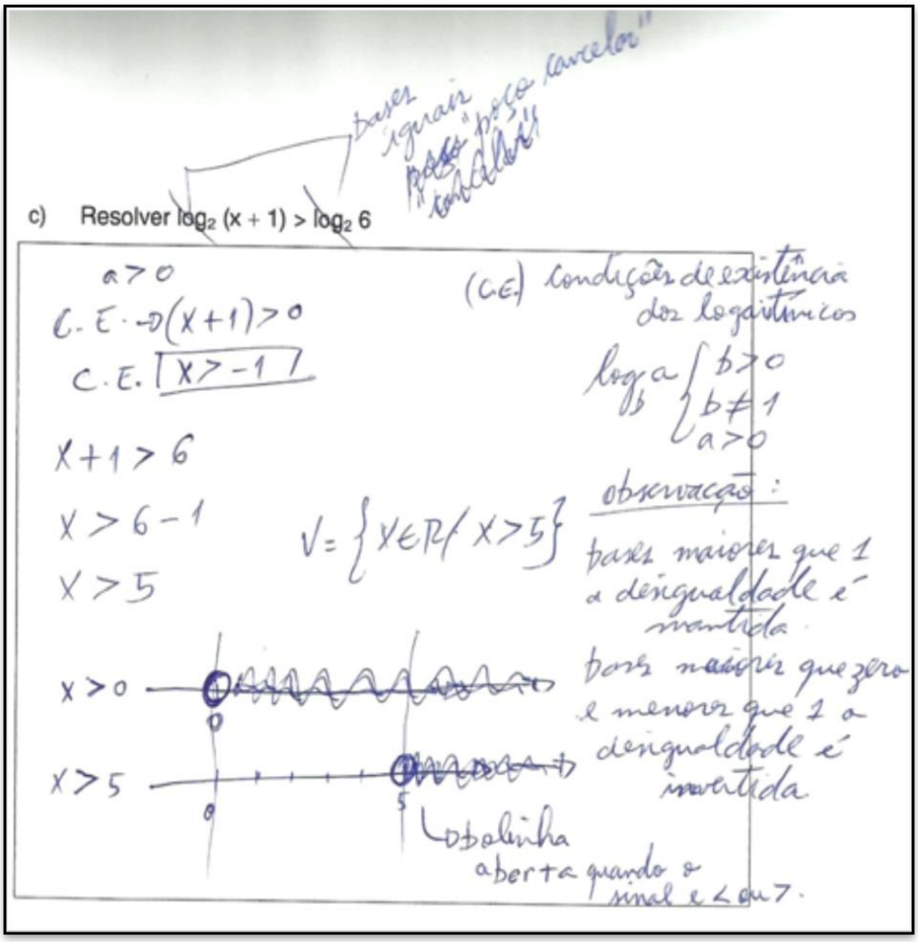
Os professores Daniel e Eduardo disseram que faziam representação gráfica na resolução de inequações (veja p.102), mas eles não fizeram uma abordagem funcional para resolver a inequação proposta $x^2 \leq 4$, não fizeram um gráfico da função $y = x^2 - 4$, não fizeram estudo do sinal dessa função. Além disso, trataram a inequação como equação, utilizaram uma escrita não usual para dar a resposta: $x \leq \pm 2$.

O modo como os professores resolveram este exercício muito nos preocupou, pois revelou dar pouca atenção ao registro da solução, fato que faz pensar se durante suas aulas, no momento da correção dos exercícios propostos a seus alunos, eles fazem um estudo do registro correto das possíveis soluções aos problemas apresentados.

O professor Benedito já havia afirmado em sua resposta para a Questão 9, na qual se perguntava, se no momento da resolução pedia aos alunos que fizessem uma análise dos resultados, ele já havia dito que não pedia a análise dos resultados, fato confirmado pelo modo como resolveu o item *b* (Figura 22). A resposta dada por ele, para $x \leq \pm 2$ indica que ele não faz nenhuma análise de sua própria resposta e ainda registra uma resposta incorreta do ponto de vista matemático.

Conforme mostram os dados da Figura 23 a seguir; para a Questão “*c”,* o professor Arnaldo fez as seguintes considerações:

Figura 23 – Resolução da inequação logarítmica pelo professor Arnaldo



Fonte: Protocolo do professor Arnaldo referente à pergunta 16, item “c”

Nesta resolução (Figura 23), o professor Arnaldo cometeu um equívoco conceitual ao escrever que *“bases iguais poço cancelar*” (SIC), pois sabemos que não podemos cancelar, o que podemos fazer é multiplicar ou dividir, ou somar, ou subtrair os dois membros da igualdade, ou da desigualdade por valores semelhantes nos dois termos, de modo que torne a sentença matemática mais simples.

O professor Arnaldo fez observações corretas, utilizando as propriedades das inequações, novamente fez a representação na reta numérica dos resultados obtidos da resolução da inequação.

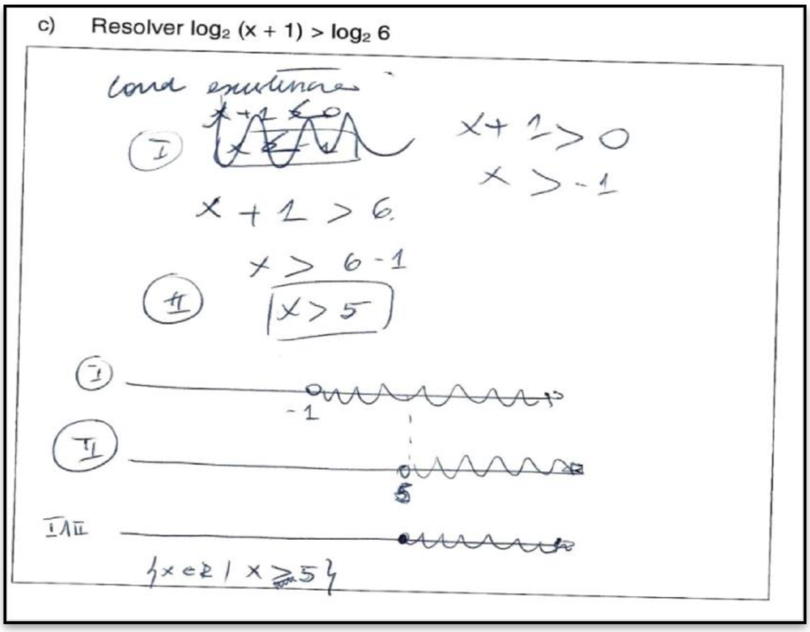
O professor Arnaldo fez observações como “bases maiores que 1, a desigualdade é conservada: e bases maiores que zero e menores que 1, a desigualdade é invertida”, que mostram que ele tem uma técnica, mas em nenhum momento fez referências explícitas à função logarítmica, pelo fato da função logarítmica de base 2 ser crescente.

Preocupa o fato de que ele possa fazer isso na sala de aula, assim estará levando os alunos a decorarem regras sem entendimento.

O professor Arnaldo não utilizou um gráfico para a função f, dada por $f(x) = log_2\ (x + 1)$ para determinar a solução. Por outro lado, ao responder à Questão 7, afirmou que utiliza a representação gráfica.

O professor Benedito, para o mesmo exercício, apresentou a seguinte solução, conforme mostram os dados da Figura 24 a seguir:

Figura 24 – Resolução da inequação logarítmica pelo professor Benedito



Fonte: Protocolo do professor Benedito referente à pergunta 16, item “c”

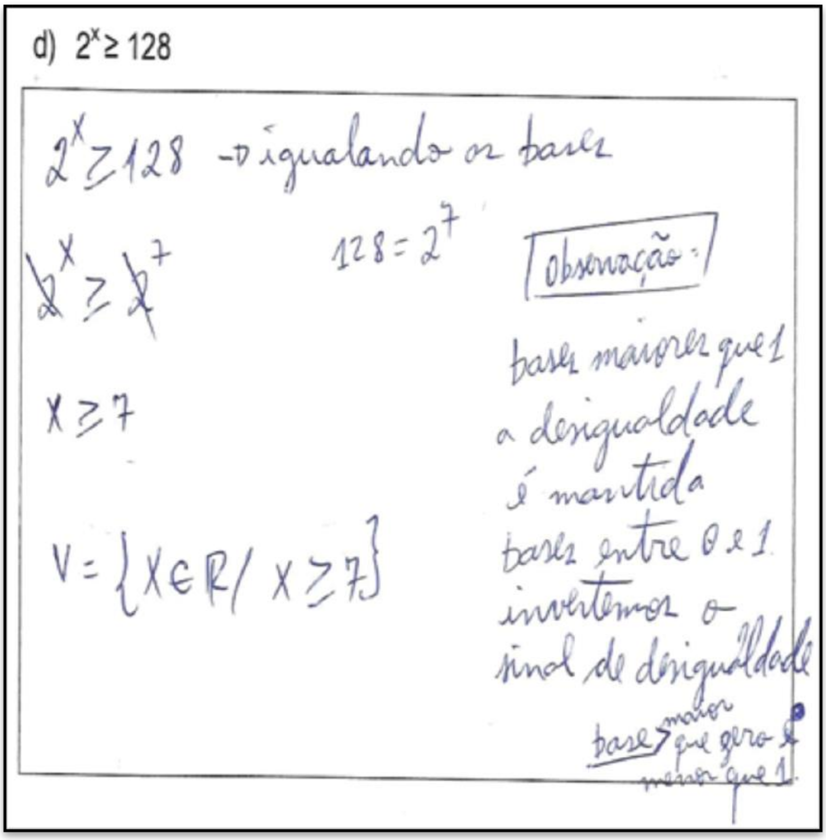
O professor Benedito começou a resolução do exercício (Figura 24), especificando qual a condição de existência do radical; sentiu dúvidas e riscou a primeira resolução, depois percebeu que estava correto e concluiu encontrando a resposta considerada certa. Em seguida, fez a representação na reta numérica da condição de existência do radical e deu o resultado da inequação resolvida por ele. Finalizou sua análise registrando incorretamente o sinal de desigualdade, colocando maior ou igual (≥), percebeu o erro e o corrigiu, riscando a parte do símbolo que representava o igual, deixando somente o sinal de $>$.

No momento de fazer o registro de **I ∩ II**, o professor Benedito registrou o símbolo da intersecção “∩” de modo errado. Ele também escreveu I /\ II como se I fosse o conjunto solução da primeira inequação e II como se fosse o conjunto solução da segunda inequação; utilizou o símbolo /\ como se fosse a intersecção de dois conjuntos. Usualmente os conjuntos são nomeados com a utilização de uma letra maiúscula do nosso alfabeto e não com símbolos romanos. Mas, ao ser entrevistado disse que não tinha nada a acrescentar sobre a resolução desse exercício. Não percebeu nenhum erro de registro.

Para esse exercício, os professores Cláudio, Daniel e Eduardo não apresentaram condições de existência do logarítmo, nem registraram o conjunto solução do exercício.

Para o exercício *d,* o professor Arnaldo apresentou a seguinte solução, conforme mostram os dados da Figura 25 a seguir:

Figura 25 – Resolução de inequação exponencial pelo professor Arnaldo



d) $2^x \geq 128$

$2^x \geq 128$ → igualando as bases

$128 = 2^7$

$\cancel{2}^x \geq \cancel{2}^7$

$x \geq 7$

$V = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 7\}$

Observação:

bases maiores que 1 a desigualdade é mantida

bases entre 0 e 1 invertemos o sinal de desigualdade

base maior que zero e menor que 1.

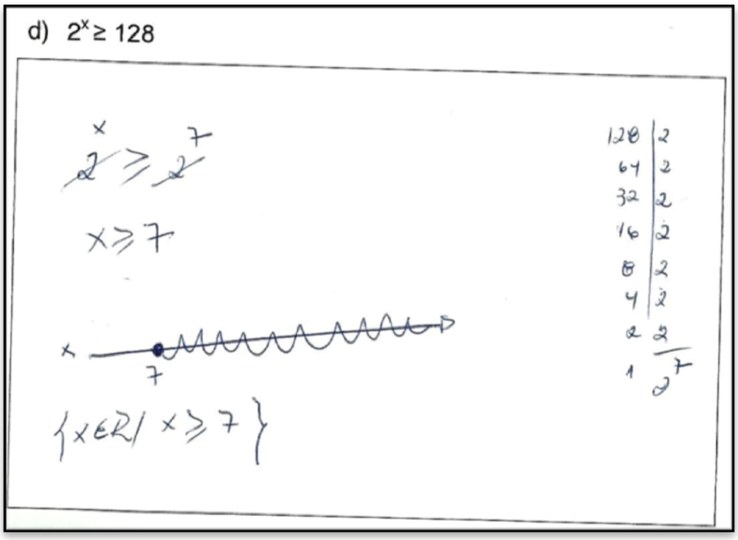
Fonte: Protocolo do professor Arnaldo referente à pergunta 16 item, “d”

Nesta resolução (Figura 25), verificamos novamente o mesmo tipo de equívoco cometido pelo professor Arnaldo anteriormente, que resolveu o exercício mais uma vez cancelando as bases.

O professor Arnaldo escreveu em seu protocolo “inverter o sinal de desigualdade base maior que zero e menor que um”, porem não fez nenhuma referência explícita à função exponencial, pelo fato de que a função $f(x) = 2^x$ é uma função crescente; não apresentou uma resolução utilizando um gráfico nem mencionou em nenhum momento o uso dos conceitos de funções (logarítmica e exponencial), o cancelamento indevido é forte, foi repetido novamente, e isso indicou que tal cancelamento deve ocorrer em sua prática pedagógica.

Para o mesmo exercício, o professor Benedito apresentou a seguinte resolução, conforme mostram os dados da Figura 26 a seguir:

Figura 26 – Resolução de inequação exponencial pelo professor Benedito



Fonte: Protocolo do professor Benedito referente a pergunta 16 item “d”

Nesta resolução (Figura 26), percebemos que o professor Bendito cometeu o mesmo equívoco que o professor Arnaldo no momento de realizar a resolução do exercício. Ele cancelou as bases da inequação exponencial, não registrou nenhuma observação, fato que fez com que pensássemos se ele também teria a concepção incorreta dessa fase da resolução do exercício.

O fato de que o professor Benedito, trabalhando em outra escola, também ter feito um cancelamento indevido, pode dar indícios de que há em curso uma “nova escrita”, em que se omitem as justificativas para a passagem de $2^x \geq 2^7$para $x \geq 7$.

Diferente do professor Arnaldo, o professor Benedito não fez nenhuma observação a respeito das bases nem apresentou uma resolução gráfica.

Mais uma vez, os professores Cláudio, Daniel e Eduardo apenas resolveram o exercício, sem fazer o registro do conjunto solução.

A questão seguinte tratava de um problema com o seguinte enunciado:

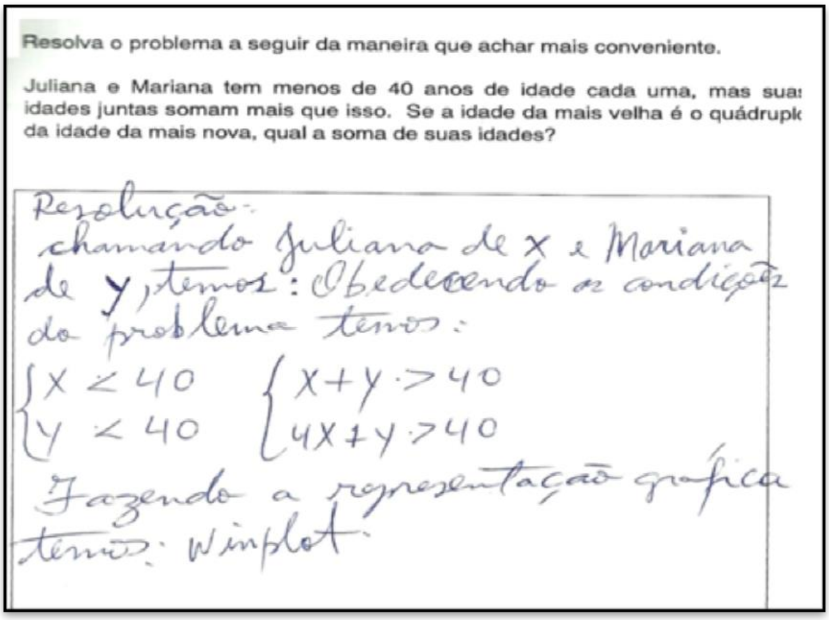
Questão 17 - Resolva o problema a seguir da maneira que achar mais conveniente.

Juliana e Mariana têm menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?

Um dos objetivos da escolha de um problema para completar o instrumento de pesquisa foi procurar perceber qual o método de resolução de preferência de cada professor, para resolver um problema envolvendo inequações.

O professor Arnaldo escolheu resolver por meio de um sistema de inequações, chamando a idade de Juliana de *x* e a de Mariana de *y*, a partir daí escreveu um sistema de inequações, obedecendo às condições do problema. Conforme mostram os dados da Figura 27 a seguir:

Figura 27 – Resolução do problema envolvendo inequação pelo professor Arnaldo


Resolva o problema a seguir da maneira que achar mais conveniente.

Juliana e Mariana tem menos de 40 anos de idade cada uma, mas sua idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádrupl da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?

Resolução:
chamando Juliana de x e Mariana de y, temos: Obedecendo as condições do problema temos:

$$\begin{cases} x < 40 \\ y < 40 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y > 40 \\ 4x+y > 40 \end{cases}$$

Fazendo a representação gráfica temos: Winplot.

Fonte: Protocolo do professor Arnaldo referente ao problema 17

Depois encaminhou para o *e-mail* da pesquisadora uma representação gráfica do resultado, utilizando o *software Wimplot.* Conforme Figura 28 a seguir:

Figura 28 – Uso do *software Wimplot* para resolução de problema com inequação pelo professor Arnaldo

Resolução da questão 18:

Chamando Juliana de x e Mariana de y e fazendo as restrições pedidas temos:

1ª condição ⟹ $x < 40$

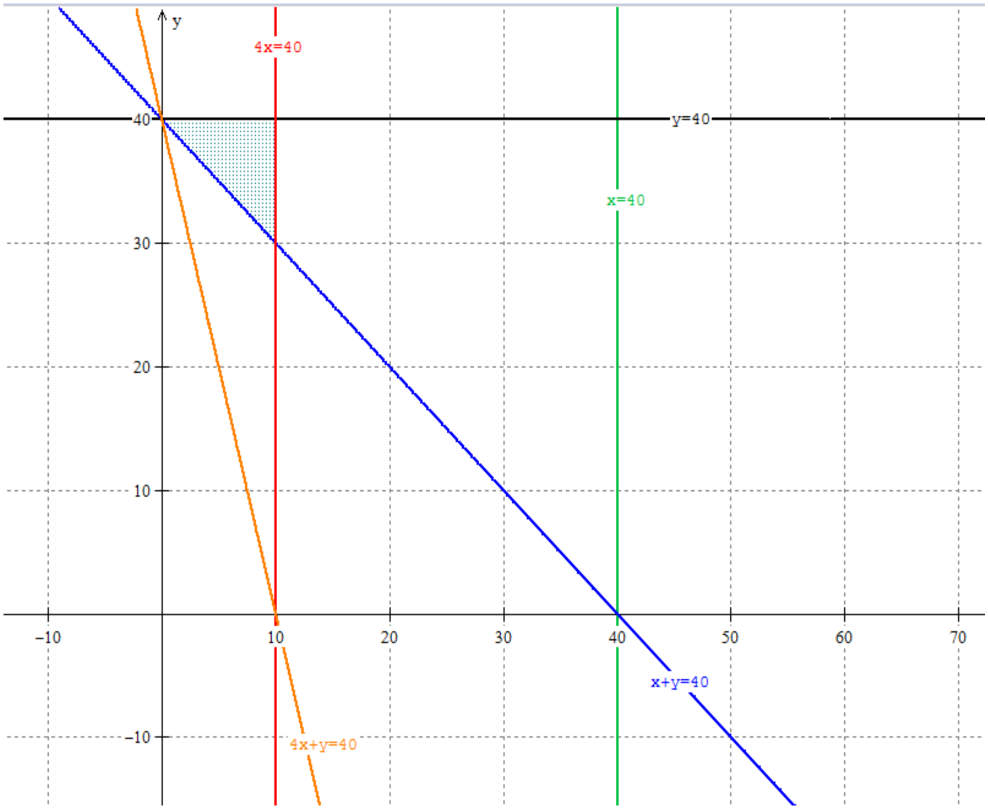
2ª condição ⟹ $y < 40$

3ª condição ⟹ $x+y > 40$

4ª condição ⟹ $4x+y > 40$

5ª condição ⟹ $4x < 40$ de acordo com a primeira condição.

Construindo o gráfico das inequações temos:



Resposta: A região sombreada (apenas a região sombreada as arestas não) são as intersecções das possíveis idades de Juliana e Mariana.

Hipótese:

Se considerarmos a idade da Juliana como um número inteiro a partir de 1 ano de idade teremos o seguinte intervalo para x: $1 \leq x < 10$.

Para o eixo y, o intervalo vai ficar definido como: $30 < y < 40$

Fonte: Dados da pesquisa

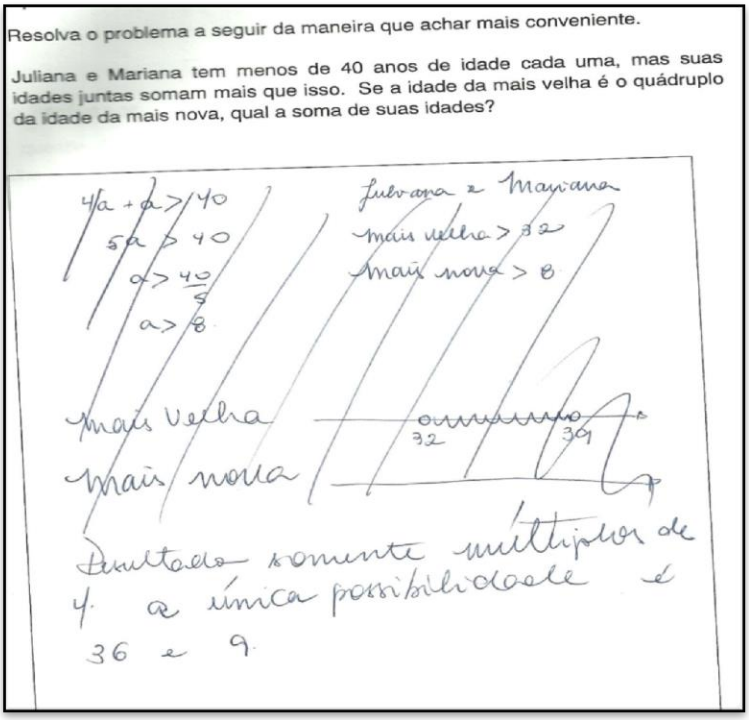
Ao observar a Figura 28, falta uma equação: $y = 4x$, ou $x = 4y$ (não ficou claro quem ele considera a pessoa mais nova) e há uma inequação incorreta: $4x + y = 40$.

O professor Arnaldo também surpreendeu ao nos enviar posteriormente, por meio de nosso *e-mail*, uma resolução deste exercício desenvolvida pelo *software Winplot*. Achamos muito interessante a preocupação do professor em nos enviar mais uma alternativa de análise, o que revela a habilidade do professor no uso desse tipo de tecnologia, porém a resolução gráfica estava incorreta, faltava a representação da reta $y = 4x$ (considerando Mariana a mais velha). Ele chamou de *y* a idade de Mariana e de *x* a idade de Juliana. A região grifada do gráfico não era a resposta do problema.

As respostas do professor Arnaldo nos levam a pensar se ele realmente trabalha de forma problematizada ou se é apenas um discurso sobre sua prática, pois ele não percebeu o erro cometido ao dar a solução gráfica.

Para este problema, o professor Benedito escolheu o modo de resolução por tentativas, registrou como resposta que o resultado teria de ser somente múltiplo de 4. Concluiu relatando que a única possibilidade de resposta seria que, dentre as duas mulheres, uma teria 36 anos e a outra 9 anos. Conforme mostram os dados da Figura 29 a seguir:

Figura 29 – Resolução do problema envolvendo inequação pelo professor Benedito


Resolva o problema a seguir da maneira que achar mais conveniente.

Juliana e Mariana tem menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?

$4a + a > 40$
$5a > 40$
$a > \frac{40}{5}$
$a > 8$

Fulana e Mariana
mais velha > 32
mais nova > 8

mais velha
mais nova
32
36

Resultado somente múltiplos de 4. a única possibilidade é 36 e 9.

Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 29, observa-se que o professor Benedito tenta resolver o problema, escrevendo uma inequação, utilizando uma das condições dadas no problema e chegou a um resultado satisfatório e verdadeiro. Registrou os nomes dados no problema, colocou as condições relacionadas aos nomes e fez uma representação na reta numérica, depois desconsiderou tudo, riscando todo o desenvolvimento elaborado, o que mostra que ele não acreditou que seu raciocínio estivesse correto. Resolveu o problema, acreditamos que, mentalmente, depois fez o registro do que ele considerou correto, chegando a um dos resultados esperados por nós. O professor só pensou em números inteiros positivos, não verificou a possibilidade de valores dentro de um intervalo.

O professor Cláudio tentou resolver o problema por meio de um sistema de inequações, teve dificuldade de escrever o sistema e depois relatou: "*Por sistema de inequações, não podemos afirmar a soma das idades de Juliana e Mariana. Por tentativa e erro, podemos concluir que a idade de uma delas é 36 anos e da outra 9 anos, que satisfaz ao resultado que poderia ser achado no sistema".* Chegou a uma das respostas correta, mas também não verificou a possibilidade de se pensar em intervalos de meses para as idades de Juliana e Mariana.

Os professores Daniel e Eduardo construíram duas inequações com as informações do problema, chegando ao resultado de x= 36 e y= 9, também não verificaram a possibilidade de valores dentro de um intervalo de tempo.

Após coletarmos todos os dados para começar as análises, percebemos que os sujeitos de nossa pesquisa não tinham contemplado todas as etapas da resolução dos exercícios propostos em nosso instrumento e também cometido alguns erros conceituais. Resolvemos retornar às escolas e fazer uma pequena entrevista a fim de coletar mais informações sobre o processo de resolução escolhido pelos entrevistados.

Para decidir sobre o que questionaríamos a eles, levamos em consideração as questões, em que apresentaram maior dificuldade de resolução, bem como ausência das etapas de resolução dos exercícios propostos em nosso instrumento de pesquisa.

Entramos novamente em contato com cada um deles, que se propuseram a nos receber para uma pequena entrevista.

Entrevistamos os cinco professores com as seguintes perguntas:

1) Professor, explique como você resolveu o exercício 16:

a) $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2} \quad x$

b) $x^2 \leq 4$

c) *Resolver* $log_2 (x + 1) > log_2 6$

2) Professor, você sentiu dificuldade para resolver o problema cujo enunciado foi: *Juliana e Mariana têm menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha for o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?*

3) Qual dificuldade você acredita que o aluno terá para resolver esse tipo de problema? Por quê?

Resolvemos questionar os professores a respeito da resolução desses exercícios, pois durante sua resolução, eles cometeram algumas falhas de registros e erros conceituais.

Com estes questionamentos, esperávamos que os professores dissertassem sobre o conhecimento que possuíam de inequação e confirmassem nossa suposição de que o registro inadequado ou a falta do mesmo ocorreu por deficiência na formação do profissional docente.

Após concluirmos as análises das informações coletadas, com nosso questionário apresentamos as respostas que os professores deram durante a entrevista, organizadas em Quadros.

A seguir apresentamos os dados do Quadro 25, referente a resposta dos professores, em relação a forma de resolução, do exercício 16, item “a” :

Quadro 25 – Respostas dos professores à forma de resolução do exercício 16 item "a"

Professores	Explique como você resolveu o exercício $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2} \quad x$
Professor Arnaldo	— "*Me distrai e coloquei o x dentro do radical, o correto era resolver com o x fora do radical"*
Nossas considerações	O professor percebeu o erro e disse que o modo correto era resolver deixando a variável *x* fora do radical, entendemos que o erro cometido por gerado pela distração no momento da resolução.
Professor Benedito	— *"Acho que a resolução está correta, acho que é o jeito mais fácil de resolver é seguindo este caminho que eu fiz"*
Nossas considerações	O professor não percebeu o erro no registro do conjunto solução, nem o descuido com a notação da teoria dos conjuntos
Professor Cláudio	— *"Não senti dificuldade para resolver esse exercício, a questão nele é não esquecer de colocar a condição de existência"*
Nossas considerações	O professor descreveu literalmente cada etapa resolvida por ele, inclusive o registro do conjunto solução que estava registrado incorretamente. Não percebeu o erro no registro.
Professor Daniel	— "*Por pressa me esqueci de colocar o conjunto solução, sabe como é corrida a vida de professor?"* **Perguntamos-lhe se durante as aulas, no momento da resolução, se os alunos fazem o registro do conjunto solução. Ele respondeu:** — *"Normalmente, os alunos não colocam o conjunto solução".* **Perguntamos por que ele acha que isso acontece. Para esta pergunta o professor ficou alguns segundos em silêncio, depois disse:** —"*Não sei responder".*
Nossas considerações	Percebemos que não é uma prática do professor o registro do conjunto solução das inequações, isto pode caracterizar uma defasagem na formação do professor que revela não priorizar o registro com o rigor matemático e nem considerar que o conjunto solução faz parte da resolução de um problema.
Professor Eduardo	— *"Não tenho nada a acrescentar, é um exercício comum"*
Nossas considerações	O professor Eduardo não percebeu a falta do registro da condição de existência do radical e do conjunto solução. Ressaltamos mais uma vez, a falta de comprometimento com as forma de registro de representação semiótica.

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, apresentamos as respostas dadas para o exercício 16, item "b", conforme os dados do Quadro 26:

Quadro 26– Respostas dos professores para o exercício 16 item "b"

Professores	Explique como você resolveu o exercício $x^2 \leq 4$
Professor Arnaldo	— “*Esse exercício não traz muitas dificuldades, não tenho nada a acrescentar além do quem eu já escrevi”.*
Nossas considerações	O professor não percebeu o registro inadequado do conjunto solução, registrado em forma de intervalo, em que o valor menor deveria ser registrado antes do valor maior.
Professor Benedito	— *“Achei este exercício fácil”*
Nossas considerações	O professor Benedito, não percebeu o erro conceitual de registro da solução que apresentou.
Professor Cláudio	— “Esqueci de colocar o conjunto solução, deixa eu acrescentar?” e registrou: *“S=* $\{x \in \mathbb{R} / x \leq \pm 2\}$*”.*
Nossas considerações	O professor Cláudio fez o registro errado da solução, apontando que existe um problema de formação docente, pois ficou claro que ele não percebe o erro de seu registro.
Professor Daniel	— “Faltou colocar o conjunto solução”.
Nossas considerações	O professor percebeu a falta do registro do conjunto solução, mas não expressou o desejo em fazê-lo; não percebeu o erro no desenvolvimento do exercício.
Professor Eduardo	—“Me esqueci de colocar a solução deste exercício”
Nossas considerações	O professor percebeu a falta do registro do conjunto solução, mas não se manifestou para fazê-lo; não percebeu o erro no desenvolvimento do exercício.

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, apresentamos as respostas dadas para o exercício 16, item “c”, conforme os dados do Quadro 27:

Quadro 27– Respostas dos professores para o exercício 16 item "c"

Professores	Explique como você resolveu o exercício: *Resolver* $log_2 (x + 1) > log_2 6$
Professor Arnaldo	— *"No momento da resolução posso simplificar os logaritmos e processar a resolução. Para esse tipo de exercício é fundamental que o aluno compreenda as condições de existência para um logaritmo. Às vezes a pressa nos obriga a simplesmente cortar os valores sem comentar que propriedade nos permite fazer isso".*
Nossas considerações	Esta fala do professor Arnaldo deixa transparecer que em sala de aula ele comete o erro processual de cancelar os logaritmos no momento da abordagem do assunto; ressaltamos que não existe propriedade que permite "cortar" os logaritmos.
Professor Benedito	—*"Não tive dificuldades para resolver este exercício, não tenho nada a acrescentar".*
Nossas considerações	O professor não percebe o erro de registro do símbolo que representa a intersecção de conjuntos, nem a falta do registro do crescimento ou decrescimento da função logarítmica.
Professor Cláudio	—"Como as bases dos logaritmos são iguais, posso resolver direto, esse exercício é simples"
Nossas considerações	Mais uma vez o professor não percebeu a falta do registro do conjunto solução, não mencionou nada sobre o decrescimento ou crescimento da função logarítmica.
Professor Daniel	—"Esse exercício os alunos conseguem fazer facilmente, ele é fácil, não tenho nada a acrescentar a ele".
Nossas considerações	O professor não percebeu a falta do registro do conjunto solução, não mencionou nada sobre o decrescimento ou crescimento da função logarítmica.
Professor Eduardo	—*"teria ficado melhor se eu tivesse colocado o conjunto verdade. Se houver necessidade pode colocar a solução".*
Nossas considerações	Explicamos que não poderíamos alterar nada no protocolo feito por ele. No momento, pareceu-nos que o professor ficou inseguro para fazer o registro do conjunto solução na nossa frente, pareceu-nos que ele não tem o hábito do registro do conjunto solução.

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, apresentamos as respostas dadas para o problema 17, conforme os dados do Quadro 28:

Quadro 28 – Respostas dos professores ao problema 17

Professores	Professor, você sentiu dificuldade para resolver o problema 17? *Juliana e Mariana têm menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?*
Professor Arnaldo	— *"Com o programa fica fácil, basta colocar as expressões na tela do programa. Normalmente procuro problemas mais simples, onde os alunos não tenham dificuldades para montar o sistema, achei esse sistema difícil para montar".*
Nossas considerações	O professor não percebeu o erro na resolução gráfica, em que estava faltando à reta y=4x. Pareceu-nos em sua fala, que ele não desafia os alunos com problemas com grau de dificuldade maior.
Professor Benedito	—*"Tenho certeza que meus alunos não conseguem resolver este problema. Eu senti dificuldade para escrever o sistema".*
Nossas considerações	O registro do protocolo do professor confirma essa dificuldade. Considerando que o professor não trabalha com problemas quando ensina inequações, com certeza seus alunos poderão apresentar dificuldades para resolver esse tipo de problema.
Professor Cláudio	—"Achei esse problema difícil de interpretar, não consegui resolver por sistema, por tentativa e erro fica mais fácil".
Nossas considerações	Talvez por utilizar pouco a abordagem de problemas, o professor apresente essa dificuldade de resolução do mesmo.
Professor Daniel	—"*O caderno do professor não traz problemas assim, com certeza, os alunos terão dificuldade em resolvê-lo. Eu achei muito complexo esse problema".*
Nossas considerações	Novamente acreditamos que pelo fato do professor não trabalhar com a metodologia de resolução de problema encontre dificuldades na resolução dos mesmos.
Professor Eduardo	—"Achei esse problema fácil, não tive dificuldades para resolvê-lo".
Nossas considerações	O professor em sua entrevista se mostrou bem seguro quanto à resolução do problema, mas não considerou a resposta dentro de um intervalo de tempo.

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, apresentamos a respostas dadas pelos professores sobre a dificuldade dos alunos em relação à resolução de problemas, conforme os dados do Quadro 29:

Quadro 29 – Respostas dadas pelos professores sobre a dificuldade dos alunos em relação à resolução de problemas

Professores	Qual dificuldade você acredita que o aluno terá para resolver esse tipo de problema? Por quê?
Professor Arnaldo	— *"Os alunos apresentam muitas dificuldades para fazer a interpretação dos problemas, normalmente tenho que começar a resolução para que posteriormente eles consigam concluir. Para mim essa é a maior dificuldade deles: passar do texto do problema para a expressão matemática".*
Nossas considerações	O professor afirmou começar o problema para os alunos, fato que revela que ele acaba por resolver a questão principal do problema. João de Melo (2007), em sua pesquisa constatou que as conversões do registro da língua natural para o registro algébrico simbólico, na maioria das vezes, são realizadas como exemplo ou pelo professor, isto pode fazer com que o aluno não desenvolva a habilidade de efetuar conversões de registros de representação semiótica.
Professor Benedito	— "*A maior dificuldade encontrada pelos alunos é passar da interpretação textual do problema para a sentença matemática".*
Professor Cláudio	—"Acredito ser a maior dificuldade dos alunos a interpretação dos problemas, normalmente eles não consegue definir que operação irão utilizar".
Professor Daniel	—"A dificuldade que eles apresentam é de interpretação do problema".
Professor Eduardo	—"Os alunos apresentam dificuldade de registrar matematicamente o que leu no problema".
Nossas considerações	Essa resposta dos professores Benedito, Cláudio, Daniel e Eduardo confirmam as conclusões das pesquisas realizadas por Traldi (2002) e Souza (2008), entre outras, que apontaram em seus estudos que os alunos encontram dificuldades em fazer a conversão do registro da língua natural para o registro algébrico simbólico.

Fonte: Dados da pesquisa

Quando resolvemos retornar a nossos sujeitos de pesquisa, para que eles tivessem uma oportunidade de esclarecer algumas falhas de registros, acreditávamos que eles esclarecessem nossas dúvidas em relação ao motivo da falta do mesmo, mas percebemos que eles ficaram inseguros diante da pessoa da pesquisadora para fazer alterações em seus registros.

Deixamos como sugestão para as próximas pesquisas, que a entrevista seja feita durante a coleta de dados, talvez assim, o professor fique mais à vontade para desenvolver o exercício, pontuando cada passagem de seu registro, oralmente.

A seguir, apresentarmos nossas considerações finais.

CAPÍTULO VII

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> Ler significa reler e compreender, interpretar. Cada um lê com os olhos que tem. E interpretam a partir de onde os pés pisam.
> Todo ponto de vista é à vista de um ponto. Para entender como alguém lê, é necessário saber como são os seus olhos e qual é a sua visão de mundo. Isso faz da leitura sempre uma releitura.
> A cabeça pensa a partir de onde os pés pisam. Para compreender, é essencial conhecer o lugar social de quem olha. Vale dizer: como alguém vive, com quem convive, que experiências tem, em que trabalha, que desejos alimenta, como assume os dramas da vida e da morte e que esperanças o animam. Isso faz da compreensão sempre uma interpretação.
> Sendo assim fica evidente que cada leitor é um co-autor. Porque cada um lê com os olhos que tem. Porque compreende e interpreta a partir do mundo que habita.
>
> *LEONARDO BOFF*
> *A águia e a galinha*

A partir do estudo dos trabalhos de Tsamir e Bazzini (2001); Traldi (2002): Fontalva (2006); Melo (2007); João de Melo (2007); Clara (2007); Souza (2008); Conceição Junior (2011) e Alvarenga (2012), além de uma breve análise dos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998): Parâmetros Curriculares + Ensino Médio (BRASIL, 2002); Currículo Oficial do Estado de São Paulo (SEE-SP, 2008) e o Caderno do Professor (SEE-SP, 2013) que nos fizeram supor que o objeto matemático inequações vem ocupando maior destaque entre as pesquisas no campo da Educação Matemática.

Nos últimos anos, vem crescendo o número de pesquisadores interessados no assunto. Desta forma, para contribuirmos com esses dados realizamos um estudo com cinco professores do Ensino Fundamental e Médio, que lecionam nas escolas públicas estaduais do município de Carapicuíba, com o objetivo de realizar uma Análise do seu Conhecimento sobre o Ensino de Inequações.

A pesquisa buscou investigar qual o conhecimento do professor sobre o objeto matemático inequações e como apresenta este objeto aos alunos da escola básica.

Buscamos informações que nos propiciassem analisar e emitir algumas conclusões relativas a esses questionamentos, com base em um instrumento diagnóstico composto de 17 perguntas dissertativas, analisado à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica elaborado por Duval (2003), cujo objetivo era levantar dados sobre o conhecimento do professor sobre o tema inequações, a fim de conhecer melhor suas práticas e formação.

Na análise dos protocolos de nossos sujeitos, percebemos resultados semelhantes aos apontados pelas pesquisas citadas anteriormente.

Nossos sujeitos de pesquisa tinham entre 38 e 49 anos de idade, com tempo de docência entre 9 e 25 anos, com exceção do professor Daniel que disse ter apenas 1 ano de docência, sendo assim, três dos cinco professores pesquisados encontravam-se na Fase de *experimentação e diversificação*, Hubermam (1989 *apud* NÓVOA, 1995), dentro do ciclo de vida profissional dos mesmos; um na Fase da serenidade/conservantismo (1989 *apud* NÓVOA, 1995) e um na Fase de *inicio de carreira,* Hubermam (1989 *apud* NÓVOA, 1995).

Entre os cinco participantes da pesquisa, somente dois afirmaram ter curso de pós-graduação.

Sabemos da importância da continuidade de formação dos professores; é preciso que os profissionais da educação estejam sempre bem preparados e atualizados.

Nossos sujeitos de pesquisa, quando questionados sobre a metodologia de ensino de inequações, dentre os cinco professores pesquisados, quatro afirmaram utilizar somente a resolução da inequação pela forma técnica, usando apenas o registro simbólico algébrico, discutindo com os alunos em qual subconjunto dos números reais as respostas estavam contidas, deixaram claro que não priorizam nenhum tipo de mudança de registro de representação semiótica, como o registro da língua natural para o registro em forma de tabela ou, ainda, o registro na forma de representação gráfica.

Para a questão que os sujeitos tiveram de resolver uma inequação do tipo $x^2 \leq 4$, similar ao proposto por Souza (2008), nenhum dos cinco professores conseguiu concluir corretamente este tipo de inequação, fato também constatado na pesquisa de Souza (2008). O professor Arnaldo fez o registro dos conjuntos solução de modo errado, e os demais não concluíram o exercício, deixando o registro $x \leq \pm 2$, que é um erro conceitual.

Se o professor não percebe o erro de seu registro, realiza-o na lousa e o repassa a seus alunos.

Dois dos cinco sujeitos de nossa pesquisa também apresentaram outro erro conceitual, no momento da resolução da inequação logarítmica e da resolução da inequação exponencial: cancelaram as bases das mesmas em lugar de utilizarem o crescimento/decrescimento da função exponencial.

Para um problema em que os sujeitos teriam de escrever um sistema de inequações e apresentar o conjunto solução, nenhum dos cinco professores pesquisados apresentou a resposta em um intervalo de tempo de números racionais, empregaram apenas os números naturais, fato que nos faz pensar se eles priorizam o conjunto dos números naturais em detrimento dos demais conjuntos, ou porque talvez isso não seja usual e o problema proposto não sugeriu uma resposta em forma de registros contendo números decimais.

Dos cinco professores pesquisados, quatro afirmaram não utilizar a resolução gráfica para o ensino de inequação, priorizando apenas a resolução algébrica. Em sua pesquisa com alunos, Clara (2007) constatou que estes apresentavam dificuldade na resolução de inequações via abordagem gráfica, questionamos se tais dificuldades dos alunos, sujeitos da pesquisa de Clara (2007), aconteceram em razão da metodologia utilizada pelos professores, que participaram da sua pesquisa, ser estritamente simbólico-algébrica.

Constatamos que os professores não perceberam o quanto seria importante empregar as diferentes representações que são usadas em Matemática: o uso de tabelas, a representação gráfica, a representação algébrica entre outras, demonstraram que pode haver problemas ou lacunas em suas formações iniciais.

Não revelaram ter domínio do objeto matemático inequações.

Concluímos assim, que o professor conhece a resolução técnica das inequações, porém dá pouca importância à forma de registro das mesmas, prioriza apenas o tratamento algébrico para sua resolução, revela não conhecer as propriedades relacionadas à resolução.

O material utilizado por eles para o ensino de inequações é basicamente o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a), que também só prioriza o registro algébrico simbólico para esse assunto.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (1998b) recomendam que o ensino de Álgebra seja desenvolvido por meio de problemas e atividades que promovam a compreensão de conceitos, como o de variável, por meio de uma abordagem funcional. Neste sentido, verificamos que nenhum dos sujeitos de nossa pesquisa resolveu as inequações propostas via resolução funcional, nem explicitou que a inequação é uma relação entre duas funções.

Shulman (1986) destaca em uma das categorias do conhecimento dos professores, que estes devem conhecer o conteúdo a ser ensinado aos alunos; se existem falhas nesse conhecimento, isso poderá se traduzir em prejuízo de aprendizagem aos alunos.

Curi e Pires (2001) afirmam que nem sempre os professores conseguem explicitar ou teorizar sobre o que ensinam, causando uma defasagem na qualidade de aprendizado do aluno e Charlot (2005) acrescenta que o ensino está relacionado a um saber a ser transmitido, que pode ser por meio de processos de construção, onde o aluno seja sujeito ativo nesta condição de acesso ao saber e, o professor lhe proporcione Situação de Aprendizagem potencialmente rica, que se traduza em conhecimento assimilado e adquirido.

Concluímos assim, que o objeto matemático inequações é apresentado aos alunos por esses professores, basicamente, como propõe o Caderno do Professor (2013), em uma breve abordagem, que prioriza o registro algébrico simbólico, de uma forma muito sucinta.

Sabemos da importância da forma de abordagem de um conteúdo; Duval (2003) admite ser próprio de a atividade matemática mobilizar simultânea ou alternadamente vários registros de Representação Semiótica, e essa ação é considerada de relevante importância a seu ensino.

É importante que o aluno consiga passar de um tipo de representação semiótica para outro tipo de representação semiótica, de um mesmo objeto matemático.

Sendo assim, se os professores apresentarem o objeto matemático de uma única maneira, sem privilegiar as mudanças de registros de Representação semiótica, poderão dificultar sua apreensão de modo significativo.

Deixamos como sugestão para a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo a importância de aumentar o tempo de estudo para a formação de professores, bem como melhorar a qualidade das capacitações, para que estes possam preparar-se melhor para o ensino, com muita clareza de seus objetivos, priorizando efetivamente o aprendizado.

Realizar esta pesquisa, quando dizemos isso, estamos nos referindo desde fevereiro de 2012 a junho de 2014, nos levou a fazer grandes reflexões que mudaram nossa prática.

Hoje, temos uma nova consciência do papel do professor como educador, e como é importante a melhoria de sua formação.

Deixamos como sugestão de pesquisas futuras, seja de mestrado ou doutorado, a investigação sobre: O ensino de inequações nos cursos de licenciatura em matemática. É preciso saber como o tema é ensinado aos professores.

Esperamos que esta pesquisa contribua para o grupo de pesquisa GPEA, bem como para o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP e que sirva à comunidade científica que investiga a Resolução de Inequações, como estratégia para o ensino e aprendizagem no Ensino Fundamental e Médio.

Esperamos que a leitura de nosso trabalho possa contribuir para novas pesquisas em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, K.B**.** *O ensino e Aprendizagem Concatenado de Inequações, O Corpo dos Reais e a Lógica Matemática: Um Panorama*. VI Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade, Artigo, p.3-8, 2012.

_______. *O que dizem as Pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações.* 2013.268f.Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

AUSUBEL, D.P. A *Aprendizagem Significativa: A teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionai*s: Matemática. Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: SEF.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Matemática. Secretaria de Ensino Médio. MEC, 1998a.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Matemática. Secretaria de Ensino Médio. MEC, 1998b.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais + para o Ensino Médio. Matemática. Secretaria de Ensino Médio. MEC, 2002.

_______. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2006, p.89.

BOGDAN, R; BIkLEN, S. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: Investigação qualitativa em educação. Portugal: Porto Editora,1994, p. 48-49.

CARAPICUÍBA, *Plano Diretor Participativo Indicador de Qualidade de Vida*,Gráfica Oficial, 2011, p.67.

CLARA, M. *Resolução de Inequações Logarítmicas: Um olhar sobre a produção dos alunos*. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática)- Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

CHARLOT, B. *Relação com o Saber, Formação de Professores e Globalização.* Tradução de Bruno Magne*.* Porto Alegre,RS: Artes Médicas Sul,2005, p.90-91

CONCEIÇÃO JUNIOR, F. S. *Uma Abordagem Funcional para o Ensino de Inequações no Ensino Médio. 2011.* Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática)- Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

COSTA JR, M. *Carapicuíba em Resenha. Carapicuíba, SP: O Debate, 1987, p.68*

CURI, E; PIRES. C. C. *Repensando a formação de Professores de Matemática no Brasil* In. XII. Seminário de Investigação em Educação Matemática. Actas, Vila Real, SIEM (2001).

DAMM, R. F. *Registros de Representação.* MACHADO, S. D. A. (Org.). In: *Educação Matemática, Uma (nova) introdução*. São Paulo, SP: EDUC, 2010, p.167-188.

DANTE, L. R. *Projeto Teláris*. *9ºano.* 2ª ed. São Paulo: Ática, 2012. 336 p.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). *Aprendizagem em Matemática.* Campinas, SP: Papirus, 11-33, 2003.

FONTALVA, G. M. *Um estudo sobre inequações: entre alunos do ensino médio*, 2006.Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

IBGE- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Cidades@. Site que traz uma série de informações sobre os municípios brasileiros. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?>. Acesso em 10 ago. 2013.

MELO, J. *Docência de Inequações no ensino fundamental da cidade de Indaiatuba.* 2007. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MELO, M. *O ensino de desigualdade e inequações em um curso de licenciatura em a matemática.*2.007. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

NÓVOA A. (Org.). *Vida de Professores*. 2ª ed. Porto Editora. Portugal, 1995.

PIMENTEL, A. *Licença para Contaminar: obra da calha do Tietê, autolicenciamento ambiental e contaminação da lagoa de Carapicuíba, São Paulo: Maxprint, 2006,168p.*

PONTE,J.P; PEREIRA, J.M. *Desenvolvendo o raciocínio matemático: Generalização e Justificação no estudo das inequações*, Lisboa, p.17-31, julho. 2013.

SALDANHA, M. S. G. *Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades e inequações logarítmica no ensino médio***.** 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANTAELLA, L. *O que é Semiótica,* São Paulo: Brasiliense, 1990, 84 p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Matemática*: Ensino fundamental: 5ª a 8ª séries. 2. Ed. São Paulo: SE; CENP, 1998. V. 1. (Prática Pedagógica.)

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação**.** *Proposta curricular do* estado *de São Paulo*: matemática. São Paulo: SEE, 2008.

_________. Secretaria da Educação. *Matrizes de referencia para a avaliação SARESP*: documento básico. São Paulo: SEE, 2012.

_________. Secretaria da Educação**.** *Proposta curricular do* estado *de São Paulo*: matemática. São Paulo: SEE, 2013.

_________. Secretaria da Educação. *Caderno do Professor*: matemática: ensino fundamental: 7ª série [8º ano]: volume 3. São Paulo: SEE, 2013a.

_________. Secretaria da Educação. *Caderno do Professor:* matemática: ensino fundamental: 6ª série [7º ano]: volume 4. São Paulo: SEE, 2013b.

SHULMAN, Lees. *Those who Understand: Knowldege Growth in Teaching. Educational research,* v. 17, n. 1, p. 4-14, 1986.

SOUZA,V.G. *O uso de vários registros na resolução de inequações – uma abordagem funcional gráfica.* 2008. Tese de doutorado em Educação Matemática. PUC SP, 2008.

SZTAJN, P. *O que precisa saber um professor de Matemática? Uma Revisão da Literatura Americana dos anos 90*. Educação Matemática em Revista - SBEM. Licenciatura em Matemática: um curso em discussão. Ano 9, n. 11A. 2002. p.17 - 28.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional***.** Tradução de Francisco Pereira...3ª ed. Petrópolis: Vozes.p.63-65,262-263. 2002

TRALDI JR, A. *Sistema de Inequações: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representação*. 2002. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. PUC SP, São Paulo, 2002.

TSAMIR, P; BAZZINI L. *Can x+3 be the solution of an inequality? A study of Italian and Israeli students.* THE INTERNATIONAL CONFERENCE OF PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION.2001a. In: *Proceedings* of PME XXV,v.4. 2001a. p.58,303-310.

APÊNDICE – QUESTIONÁRIO

Caro Professor

Este questionário será apresentado como um dos instrumentos para compor o trabalho de dissertação de mestrado profissional, na área de Ensino de Matemática, o qual eu, Regina Aparecida Xavier Gomes Dias, com minha orientadora a Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini, estamos desenvolvendo no Programa de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP. Gostaria de pedir a sua colaboração para responder esta pesquisa. A sua resposta é de grande importância para a caracterização do ensino de Matemática na escola básica, especialmente sobre o tema de inequações.

Aproveitamos, para lembrá-lo que este questionário é de caráter sigiloso e sua identificação não será revelada.

Obrigada pela colaboração.

1. Dados pessoais: Data de nascimento ___/___/___

2. Graduação em ________________________ Ano de conclusão: _______________

3. Tempo de Magistério_____________________

4. Segmento que leciona: ( ) E.F.II ( ) E.M. ( ) Superior

5. Pós-graduação cursada ou em andamento

( ) Extensão em ____

( ) Aperfeiçoamento em ____

( ) Mestrado em ____

( ) Doutorado em ____

6. Quando e qual foi à última capacitação profissional?

7.Explique como você trabalha o tema inequações em suas aulas.

8. Que material didático você utiliza como suporte para auxiliá-lo durante o desenvolvimento do conteúdo inequação?

9. Quando você desenvolve o tema inequações, você pede para os alunos analisarem os resultados encontrados de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quais maneiras? Em caso negativo, por que não pede?

10. Que tipo de exercícios você costuma propor aos alunos referentes ao tema inequações?

11. Quais as dificuldades que os seus alunos apresentam para aprender inequações?

12. Há alunos com conhecimento diversos, que revelam maior ou menor dificuldade no trato com inequações. Você poderia fornecer exemplos de respostas de seus alunos que evidenciam dificuldades com relação às suas propostas?

13. Se você fosse apresentar o tema inequações pela primeira vez a alunos do 8º ano, o que você acha que seria importante destacar durante a explicação?

14. Você costuma fazer a resolução de inequações empregando a representação gráfica?

15. Você utiliza ajuda de algum *software* no desenvolvimento do tema inequações? Qual?

16. Resolva as inequações abaixo, sendo o conjunto universo pertencente ao conjunto dos números reais, registre todas as etapas da resolução e solução.

$a)\ \sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}\ \ x$

b) $X^2 \leq 4$

c) Resolver $\log_2 (x + 1) > \log_2 6$

d) $2^x \geq 128$

e) $\begin{cases} 4x + 6 \ \leq 0 \\ 3x + 2 \ > 0 \end{cases}$

17. Resolva o problema a seguir da maneira que achar mais conveniente.

Juliana e Mariana têm menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?

ANEXO – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Pesquisador Responsável: Regina Aparecida Xavier Gomes Dias
Endereço: Rua Fortunato Grilenzone n. 396
CEP- 06333-230 Carapicuíba- SP
Fone: (11) 4186 1310
E-mail: equipnox@uol.com.br

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O Sr.(a) está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa: "Uma análise do conhecimento de professores sobre o ensino de inequações". Neste estudo pretendemos investigar como o objeto matemático inequações vem sendo ensinado a alunos da escola básica.

O motivo que nos leva a estudar é por acreditarmos na importância do tema inequações para o desenvolvimento cognitivo do aluno atrelado a outros temas que lhe darão suporte para a resolução de vários problemas dentro dos diversos conteúdos do currículo de matemática.

Para este estudo adotaremos os seguintes procedimentos: aplicação de um questionário contendo perguntas sobre o tema inequações e alguns exercícios a respeito do tema para que os professores envolvidos na pesquisa respondam. Os dados e as informações coletadas na pesquisa serão divulgados em trabalhos acadêmicos de cunho científico.

O pesquisador irá tratar sua identidade com padrões profissionais de sigilo.

Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem sua permissão.

O (A) Sr (a) não será identificado em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra fornecida ao (a) Sr (a).

Asseguramos que não há danos decorrentes ou riscos envolvidos com a realização desta pesquisa.

Eu____, portador do documento de Identidade _______________________fui informado (a) dos objetivos do estudo, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar.

Declaro que concordo em participar deste estudo. Recebi uma cópia deste termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer minhas dúvidas.

São Paulo, 26 de setembro de 2013.

Nome Assinatura participante

Nome assinatura pesquisador

Nome Assinaturas testemunha

Em caso de dúvida com respeito aos aspectos deste estudo, você poderá consultar o Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – PUC – SP Rua Marquês de Paranaguá, 111 – Campus Consolação.

E- mail: edmat@pucsp.br

Ou diretamente com a Pesquisadora: E-mail: equipnox@uol.com.br