

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**

**PUC-SP**

**CARLOS RICARDO BIFI**

**Conhecimentos estatísticos no Ciclo I do Ensino Fundamental:  
um estudo diagnóstico com professores em exercício**

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **DOUTOR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho**

**São Paulo  
2014**



**BANCA EXAMINADORA**

---

---

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: \_\_\_\_\_ Local e data: \_\_\_\_\_

*Dedico este trabalho a minha esposa Alessandra e a minha filha Bárbara, que nos momentos difíceis ajudaram-me a encontrar forças para prosseguir lutando a fim de alcançar mais este objetivo em minha vida.*



## AGRADECIMENTOS

*Primeiramente, a Deus, pois me deu o dom da vida e sempre me concede sua bênção, em todos os momentos de minha existência.*

*A meus pais, Genita e Luiz, que me educaram e me ensinaram todos os valores éticos que deveriam ser inerentes aos seres humanos.*

*A minha esposa, Alessandra Ferreira de Oliveira Bifi, que sempre esteve a meu lado, me incentivando, com todo o seu amor, carinho e cumplicidade.*

*A minha filha, Bárbara Oliveira Bifi, que também me incentivou, com seu carisma e amor aos pais.*

*A minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> D.<sup>ra</sup> Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, amiga prestativa e com enorme coração. Gratidão eterna, pela paciência, compreensão e companheirismo nos momentos difíceis durante a elaboração desta pesquisa.*

*Aos Prof.<sup>s</sup> D.<sup>res</sup> Saddy Ag Almouloud, Armando Traldi Junior, Celi Espasandin Lopes e Laurizete Ferragut Passos, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora e cujas críticas e sugestões foram de fundamental importância na realização deste trabalho.*

*A todos os professores do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, por sua competência e profissionalismo.*

*A todos os colegas do grupo de estudos GPEA, pelo companheirismo e sugestões durante todo o curso e por compartilharmos não só momentos difíceis, mas também alegres.*

*À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, pelo auxílio concedido por meio da Bolsa Doutorado, que sem dúvida possibilitou o término deste estudo, e à Diretoria de Ensino Leste 1, por meio de seus Supervisores de Ensino, que acompanharam minha trajetória no trabalho.*

*A todos os que, de alguma forma, contribuíram para que fosse possível a realização desta etapa de minha vida.*

*Às professoras que participaram de forma espontânea nesta pesquisa e que dedicaram seu precioso tempo para colaborarem com este trabalho.*

## RESUMO

Esta pesquisa teve como principal objetivo diagnosticar o tipo de funcionamento dos conhecimentos didáticos e matemáticos por meio da observação de atividades relacionadas à prática de um grupo de professores do Ciclo I do Ensino Fundamental. Buscamos identificar elementos que sinalizassem a percepção desses professores sobre seus conhecimentos em Estatística, Probabilidade e Combinatória, relativos ao nível de escolaridade no qual esses docentes estavam em exercício. Com isso, buscamos responder à seguinte questão: *Que conhecimentos estatísticos – didáticos e específicos – são mobilizados em situação de concepção e gestão de aula por um grupo de professores em suas práticas docentes?* Participaram do estudo nove professoras, dentre as quais destacou-se espontaneamente uma líder que dispunha de formação específica (licenciatura em Matemática) e mestrado em Ciências e Ensino de Matemática. Este estudo de caso foi desenvolvido em três etapas, com os seguintes procedimentos metodológicos: observação das reuniões em Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC), observação da prática das professoras durante as aulas que tratavam de conteúdos do bloco 'Tratamento da informação' e, por fim, entrevistas. As duas primeiras etapas nortearam a construção de um conjunto de atividades que serviu de base para as entrevistas. As análises do material coletado diagnosticaram no grupo estudado um conhecimento pedagógico e específico do bloco 'Tratamento da informação' insuficiente para atender às necessidades dos alunos, convergindo com resultados de pesquisas em Educação Estatística. Pudemos observar que o fato de a professora-líder promover uma espécie de formação continuada nos encontros suscitou nas demais professoras a consciência de um trabalho colaborativo, com socialização de conhecimentos. Em alguns momentos, o grupo verbalizou a ausência de conhecimento sobre temas propostos para debate – por exemplo, Probabilidade e frações. Os resultados obtidos apontam a importância do trabalho coletivo de professores e do investimento em formações ou assessorias não limitadas ao HTPC, visando a construção de conhecimentos didáticos e específicos relacionados aos conteúdos de Estatística, Probabilidade e Combinatória. Também se identificou a necessidade de formações que permitam ao professor a construção da autonomia (pela construção de conhecimento) na utilização e complementação de materiais didáticos, livros-textos e outros materiais disponíveis na escola. Os resultados também apontam a necessidade de pesquisas específicas sobre a compreensão do tipo de funcionamento dos conhecimentos identificados, visto que apresentaram características importantes e específicas não inteiramente descritas pelos referenciais utilizados. Análises mais aprofundadas poderão permitir que tais características inéditas dos níveis de funcionamento dos conhecimentos sejam adequadamente mapeadas.

Palavras-chave: Educação Estatística, Estatística nas séries iniciais, Formação de professores, Letramento estatístico

## ABSTRACT

The purpose of this study was to diagnose the modes of functioning of pedagogical and mathematical knowledge held by a group of primary school teachers (1st to 5th grades) in Brazil. The investigation sought to identify elements that signaled these teachers' perceptions of their knowledge of Statistics, Probability, and Combinatorics for the primary school curriculum. The question that guided the investigation was: *Which aspects of pedagogical and specific statistical knowledge are mobilized in situations of class design and management by a group of teachers during their teaching practices?* Nine teachers participated in the study, one of whom, who had received specific training (Teaching Degree in Mathematics) and held a Master's Degree in Science and Mathematics Teaching, spontaneously stood out as the group leader. This case study was developed in three stages, using the following instruments: observation of discussions in periods officially allotted to collective pedagogical work, observation of the teachers' practice during lessons addressing the block of contents termed 'Treatment of information', and interviews. The first two stages guided the construction of a set of activities that formed the basis for the interviews. The data thus collected revealed the pedagogical and specific knowledge related to the 'Treatment of information' block to be insufficient for the teachers to meet the needs of students—findings that converge with those from investigations in Statistics Education. The behavior of the group leader ensured some sort of continuing education to the other members, raising their awareness of the effectiveness of collaborative work and socialization of their knowledge. In some sessions, the group admitted their own lack of knowledge on topics proposed for discussion—*e.g.*, Probability and fractions. The results indicated the importance of working collectively and investing in training or mentoring, beyond the hours officially allotted to collective pedagogical work, so as to foster the construction of pedagogical and specific knowledge related to Statistics, Probability, and Combinatorics by these teachers. Also identified was the need for providing teachers with training capable of empowering them (by constructing knowledge) to the use and complementation of teaching materials, textbooks, and other materials available in the school. Additional specific investigation should elucidate the functioning mode of the knowledge held by the participants, given the noteworthy specific features of the modes detected in the group—features not fully described by the theoretical framework adopted. Further research is required to map more thoroughly these novel features detected in knowledge functioning modes.

Keywords: Statistics Education, Statistics in primary school, Professional education of teachers, Statistical literacy

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Conhecimentos dos professores, segundo Hill, Ball e Schiling (2008). .....	43
--	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Frequência (e percentagem) de estudantes que utilizaram diferentes conhecimentos estatísticos, em estudo empreendido por Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008). .....	68
Tabela 2. Análise gráfica.....	99
Tabela 3. Medidas-resumo. ....	102
Tabela 4. Probabilidade e Combinatória. ....	105
Tabela 5. Tabelas simples e de dupla entrada.....	108

## SUMÁRIO

Introdução.....	13
1. A problemática e os procedimentos metodológicos .....	17
1.1. A questão de pesquisa .....	17
1.2. Estudo de caso.....	18
1.3. Características do caso estudado.....	20
1.3.1. Observação em HTPC: nível de participação de cada professor nos encontros de HTPC .....	22
2. Referencial teórico.....	27
2.1. Documentos oficiais.....	31
2.2. Níveis de funcionamento dos conhecimentos.....	35
2.2.1. Nível técnico de conhecimento .....	36
2.2.2. Nível mobilizável de conhecimento .....	37
2.2.3. Nível disponível de conhecimento .....	37
2.3. Conhecimento do professor para desenvolver o ensino e a aprendizagem .....	39
3. Revisão bibliográfica.....	47
3.1. Algumas dissertações e teses publicadas .....	47
3.2. Alguns artigos.....	59
3.2.1. Artigos que tratam da formação do professor .....	59
3.2.2. Algumas pesquisas que focalizam dificuldades de professores e alunos.....	71
3.2.2.1. Interpretação de gráficos .....	71
3.2.2.2. Probabilidades .....	75
3.2.2.2.1. Dificuldades dos alunos .....	75
3.2.3. Algumas pesquisas que abordam Análise Combinatória .....	78
4. O trabalho com os docentes e os resultados encontrados.....	83
4.1. Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC).....	83
4.2. A observação da prática das professoras em suas aulas .....	92
4.3. Entrevistas.....	98
Considerações finais.....	111
Referências .....	117
Anexos .....	127



## INTRODUÇÃO

Este estudo está inserido no projeto *O pensamento matemático: formação de um núcleo de ensino, aprendizagem e pesquisa*, coordenado pelo Prof. Dr. Saddo Amouloud. O projeto conta com quatro linhas de pesquisa: Geometria, Pensamento Algébrico, Pensamento Numérico e Tratamento da Informação.

Desde o início dos trabalhos desse grupo de pesquisa, em 2000, dois objetivos foram claramente delineados: proporcionar uma formação continuada gratuita a professores de Matemática da rede pública de São Paulo e desenvolver pesquisas na área da Educação Matemática.

Sabemos que um dos grandes desafios da sociedade de hoje é proporcionar uma educação básica que atenda aos propósitos de um mundo globalizado, juntamente com o rápido avanço tecnológico nele percebido.

Inúmeros investimentos no território nacional, tanto financeiros como na formação pedagógica do professor do nível básico, foram aplicados na última década, trazendo alguns resultados positivos que alavancaram caminhos para pesquisas na área da Educação Matemática.

Nesse aspecto, o estado de São Paulo difere do resto do Brasil. Segundo avaliações externas, tanto nacionais quanto estaduais, como a Prova Brasil, o Sistema de Avaliação e Rendimento do Estado de São Paulo (SARESP) e o Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB), os investimentos na área da educação, especificamente no campo da Matemática, vêm recebendo atenção há pelo menos dez anos. Desde 1996 o governo de São Paulo diagnostica os resultados de aprendizagem dos alunos do Ensino Básico com a intenção de avaliar a qualidade do ensino nesse estado. Para tanto, utiliza-se do SARESP, que é um dos indicadores que compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP).

O SARESP é uma avaliação de múltipla escolha aplicada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo a alunos da rede estadual de ensino que estejam

cursando a 2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental e 2.<sup>o</sup> ano do Ensino Médio. Geralmente, é aplicado no final de cada ano letivo. Esse exame foi criado em 1996 para avaliar a qualidade do ensino utilizando como medida o rendimento dos alunos. As provas do SARESP cobrem dois dias (um para Matemática, e outro para Português e Redação). As questões são agrupadas em conjuntos de oito. Para responder essas questões de múltipla escolha, o aluno dispõe de 20 minutos, cinco dos quais para preenchimento da folha de respostas. O tempo total da prova é de aproximadamente três horas.

O papel do professor na formação de seus alunos e, por consequência, no êxito nas avaliações de larga escala, é fundamental. Concordamos com Ponte (2011, 17) quando afirma não haver dúvidas de que a formação do professor deve ser um elemento decisivo para um ensino de qualidade. Assumimos a premissa de que os conhecimentos docentes são determinantes e abrangem, nos termos definidos por Ball (1998), três modalidades: conhecimento específico, didático e dos alunos.

Tais reflexões sobre formação e conhecimentos dos docentes foram as motivações para essa pesquisa de doutorado, focada na prática e formação continuada na área da Estatística de professores polivalentes<sup>1</sup>. A disciplina Estatística vem se tornando progressivamente mais importante para um mundo globalizado. Já desde as séries iniciais é possível propiciar aos alunos os primeiros contatos com as noções de base dessa disciplina. É por meio das escolhas do professor que tais noções se tornam compreensíveis, permitindo que durante a trajetória escolar, pessoal e profissional destes alunos a complexidade das informações estatísticas se torne ferramenta nas tomadas de decisão.

Nesse contexto, pretendemos neste trabalho responder à seguinte questão: *Que conhecimentos estatísticos – didáticos e específicos – são mobilizados em situação de concepção e gestão de aula por um grupo de professores polivalentes em exercício?*

---

<sup>1</sup> Professor polivalente é a denominação dada àqueles que lecionam nas séries iniciais do Ensino Fundamental. A indicação CFE22, de 1973, proposta por Valnir Chagas, do Conselho Federal de Educação, definia o professor das séries iniciais com uma figura polivalente, capaz de facilmente transitar em todas as séries iniciais do ensino de Primeiro Grau.

Nossa preocupação inicial foi elucidar se esse tema justificaria empreender uma tese de doutorado. Sabemos que alguns autores defendem que uma tese deve ser original. No entanto, também sabemos que originalidade não é necessariamente sinônimo de novidade ou singularidade, mas se identifica com o retorno à origem, à essência. Um tema original tem o potencial de surpreender, uma vez que possa ser apresentado como um novo modo de abordar temas já tratados ou de estabelecer relações novas, ou ainda propor nova interpretação para questões controversas. Caracteriza produção de conhecimento inédito para a área de saber com a qual se relaciona. Buscaremos, ao longo dos dois primeiros capítulos, explicitar os aspectos ligados a nossa contribuição enquanto tese.

Nosso trabalho atende ao quesito de viabilidade, pois seus resultados poderão ser utilizados para enriquecer ou mesmo fomentar a investigação de novos problemas de aprendizagem relacionados ao tema, particularmente problemas que dizem respeito à formação dos professores, problemas formulados no contexto das avaliações externas de aprendizagem ou no contexto das análises curriculares que, articulando-se com análises das avaliações de aprendizagem (internas e externas), devem provocar reflexões e conduzir ao delineamento de novas políticas públicas.

No cenário relatado, apresentamos o objetivo do presente trabalho, que é identificar o nível de conhecimento pedagógico e matemático, e também o nível de funcionamento desses conhecimentos, em um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, mobilizado em ações para o ensino de conceitos estatísticos. De forma articulada, buscaremos identificar elementos que sinalizem a percepção desses professores sobre seus conhecimentos em Estatística durante suas práticas em sala de aula.

Para sustentar nosso trabalho, apresentaremos no Capítulo 1 a problemática e o processo metodológico.

O Capítulo 2 expõe o quadro teórico que subsidiou nosso trabalho e nos auxiliou nas análises finais. Nesse capítulo, fizemos um levantamento dos trabalhos de Robert (1998), que tratam dos níveis de funcionamento (técnico, mobilizável e disponível), bem como os apontamentos de Debora Ball, com base em Schulman (1987), sobre o conhecimento de conteúdo pedagógico.

O Capítulo 3, de revisão bibliográfica, aborda pesquisas sobre a formação do professor e suas dificuldades no ensino da Estatística.

O Capítulo 4 apresenta o trabalho desenvolvido com os professores, adotando como metodologia as análises das observações em encontros em Horários de Trabalhos Pedagógicos Coletivos (HTPC), as observações das práticas em sala de aula e as análises das atividades propostas pelos professores, buscando identificar como estes mobilizam os conceitos estatísticos nas práticas em sala de aula sobre os conteúdos abordados nas atividades.

O estudo finaliza com as considerações finais sobre os resultados encontrados, justificados pelas fontes explicitadas nos Capítulos 2 e 3.

# 1. A PROBLEMÁTICA E OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentaremos a problemática da pesquisa e descreveremos a escolha dos procedimentos metodológicos adotados. Explana-se também como foram selecionados os sujeitos da pesquisa e explicita-se o transcurso do processo de trabalho com os professores envolvidos na pesquisa, bem como os instrumentos utilizados na coleta de dados e, ainda, o modo como estes foram analisados.

## 1.1. A QUESTÃO DE PESQUISA

Buscando contribuir para a melhoria da qualidade do ensino público no estado de São Paulo, em particular no que se refere à Educação Estatística dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental I, em que atuam como professores polivalentes, propusemo-nos a desenvolver uma pesquisa referente ao ensino de Estatística – tema que está inserido no bloco ‘Tratamento da informação’ dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997).

O tema de estudo enquadra-se no âmbito de ‘prática observada *versus* prática relatada’, considerando os conhecimentos mobilizados na prática de docentes das séries iniciais de uma escola pública que vivenciaram um processo de formação<sup>2</sup> grupal, no qual a formadora era também professora do grupo, licenciada em Matemática e mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Observamos que o fato de esta professora dispor de uma formação diferenciada promoveu, no grupo de professores, o interesse em reproduzir métodos idênticos aos desta docente, que eles julgaram eficazes para o ensino de conteúdos de Estatística. Sendo assim, nosso objetivo foi acompanhar e observar o impacto de

---

<sup>2</sup> A formação, neste caso, é feita informalmente durante as discussões ocorridas em Horários de Trabalhos Pedagógicos Coletivos (HTPC), liderados pela professora citada.

tal formação no trabalho realizado por esse grupo de professores das séries iniciais, buscando identificar evidências que respondam à seguinte questão:

***Que conhecimentos estatísticos – didáticos e específicos – são mobilizados em situação de concepção e gestão de aula por um grupo de professores em suas práticas docentes?***

Mais especificamente, procuraremos responder às seguintes indagações:

- Em relação aos conhecimentos didáticos e conhecimentos específicos da Estatística, que tipo de mobilização (ou seja, de conhecimentos técnicos, mobilizáveis ou disponíveis) é realizada por esses professores, considerando-se o proposto por Robert (1998)?<sup>3</sup>
- Que consequências sobre o tipo de aprendizagem provocada nos alunos podem ser identificadas?

Este estudo, em que participaram nove professores do Ensino Fundamental I da rede pública de ensino do estado de São Paulo, atuantes no município de São Paulo, teve por objetivo de perceber ou as possíveis dificuldades ou equívocos na mobilização dos conceitos básicos da Estatística, ou mesmo a ausência dessa mobilização, ao ministrarem suas aulas no Ciclo I (Ensino Fundamental do 1.º ao 5.º ano).

Para responder às questões, buscando atingir os objetivos aqui explicitados, escolhemos como metodologia de pesquisa o estudo de caso.

## **1.2. ESTUDO DE CASO**

Nossa pesquisa é de cunho qualitativo, e concordamos com Lemos quando afirma que:

A pesquisa qualitativa supõe o contato direto do pesquisador com o fenômeno em estudo e o ambiente em que a situação investigada acontece. O material obtido neste tipo de pesquisa é rico em descrições de pessoas, situações, acontecimentos, e isto inclui transcrições de entrevistas e de depoimentos que podem ser coletados em áudio e vídeo, fotografias, desenhos e extratos de vários tipos de documentos. (LEMOS, 2011, p. 29)

---

<sup>3</sup> Detalharemos tais tipos de mobilização mais adiante.

Para tanto, utilizaremos como metodologia de pesquisa o estudo de caso.

[...] um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida, como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade [...]. (PONTE, 2006, p. 125)

Ainda segundo Ponte (2006, p. 126):

[...] na Educação Matemática os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos, bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e continuada de professores, projectos de inovação curricular, novos currículos, etc.

É neste rumo que nossa pesquisa teve seu norte. Sua finalidade buscar evidência, por meio de dados coletados, de como os professores abordam os conteúdos matemáticos – mais especificamente os conteúdos do bloco ‘Tratamento da informação’ – em sala de aula, tendo como premissa seus conhecimentos pedagógicos e de conteúdos, considerando os níveis de funcionamento propostos por Robert (1998), como exposto nos capítulos subsequentes.

Esses dados foram compilados e analisados para que pudessem atender a duas expectativas essenciais: (1) uma expectativa interpretativa, que procura dar ao pesquisador compreensão de como se configura, em determinado momento, o conhecimento matemático do ponto de vista dos participantes, e (2) uma expectativa pragmática, voltada a investigar ações, atos e atitudes que emergem frente às crenças que esses professores carregam na vida profissional, buscando-se identificar se isso é fator decisivo no ensino e aprendizagem.

Yin (2003) considera que cinco componentes de um projeto de pesquisa são especialmente importantes para um estudo de caso:

- Questões de pesquisa, provavelmente do tipo “como e por quê”.
- Suas proposições, ou seu propósito, no caso de estudos exploratórios.
- Suas unidades de análise, cuja definição está relacionada à maneira pela qual as questões iniciais de pesquisa foram definidas.
- A lógica de ligação dos dados às proposições.
- Os critérios para interpretação dos resultados.

Esse autor esclarece ainda que, quando se adota o método do estudo de caso, pode-se trabalhar com um único ou com múltiplos estudos. Além disso, o mesmo estudo pode envolver mais que uma unidade de análise (YIN, 2003).

A escolha do estudo de caso como método foi priorizada em razão de suas diversas potencialidades, tais como:

- a grande capacidade de levantar informações e proposições para serem estudadas à luz de métodos mais rigorosos de experimentação;
- a investigação do fenômeno dentro de seu contexto real;
- a proximidade do pesquisador com os fenômenos estudados;
- a possibilidade de aprofundamento das questões levantadas do próprio problema e de obtenção de novas e úteis hipóteses.

Levamos em conta também que o método possui algumas limitações (Yin, 2003), entre elas a de não permitir generalizar para toda a população as conclusões obtidas no estudo, uma vez que este focaliza poucas unidades do universo, limitando portanto aos casos estudados a visão que fornece quanto ao processo ou situação.

Por sua natureza, este estudo dependeu da cooperação e boa vontade das pessoas que foram fontes de informação.

### **1.3. CARACTERÍSTICAS DO CASO ESTUDADO**

O grupo-sujeito da pesquisa compõe-se de nove professoras de Ciclo I do Ensino Fundamental, seis delas efetivas na rede pública e três estáveis. Todas eram formadas em magistério e tinham graduação em pedagogia.

Estes dados iniciais foram coletados por meio de um questionário com o qual, buscamos informações sobre o perfil das professoras: sua formação inicial, tempo de magistério, séries em que estavam lecionando no momento da pesquisa, número de alunos por sala, nível de participação em Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC) antes do início da pesquisa e temas com que se

sentiam mais à vontade para trabalhar em relação à Matemática. Neste último quesito, nenhuma participante revelou preferência pelos tópicos de Estatística.

Os contatos com as professoras foram feitos na escola em que lecionam, em encontros de HTPC. Nessa escola, em que estudam cerca de 260 alunos do 1.º ao 5.º ano, a média de alunos por sala é de 35.

Os dados foram coletados no período de 2010 a 2013. Escolhemos uma escola pública da rede estadual de São Paulo, situada na Zona Leste da cidade de São Paulo, pelo fato de que nas avaliações externas nesse estabelecimento apresentou resultados satisfatórios, de acordo com dados fornecidos pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. São ministradas aulas a 28 classes em 14 salas de aula, em dois períodos (manhã e tarde). A escola possui laboratório de informática e biblioteca. Não estipulamos critérios para a escolha dos professores participantes da pesquisa. Os professores do período matutino foram voluntários.

No decorrer de todo o processo, mantivemos a privacidade do grupo investigado, uma vez que as informações colhidas dizem respeito a concepções, significados e valores, quer explícitos ou implícitos, atribuídos e vivenciados pelos sujeitos da pesquisa. Segundo Erickson (1986, p. 142), essa é uma responsabilidade do investigador, que “deve andar a par da preocupação científica numa investigação conduzida no campo”. Bogdan e Biklen (1994) salientam o “consentimento informado” e a “proteção dos sujeitos contra qualquer espécie de danos” como normas a seguir na investigação com sujeitos humanos. Segundo eles, tais normas tentam assegurar que (1) os participantes sejam informados sobre o objetivo da investigação e os perigos e obrigações nela envolvidos e possam aderir aos objetivos voluntariamente, dando o seu consentimento informado antes do início da investigação, e que (2) as identidades dos participantes sejam protegidas, para que a informação que o pesquisador recolhe não possa causar-lhes qualquer tipo de transtorno ou constrangimento.

Assim sendo, foram solicitadas as devidas autorizações à escola e às participantes da pesquisa (Anexo A). Foi também esclarecido que a qualquer momento as professoras poderiam reconsiderar sua participação e que lhes seria permanentemente possível analisar cautelosamente as interpretações do

pesquisador sobre os dados colhidos nas entrevistas, em HTPC ou em sala de aula, sempre com o intuito de minimizar eventuais riscos às participantes.

A pesquisa foi organizada em três fases: observação em grupo e observação prática em sala de aula, que permitiram a elaboração de atividade sobre o bloco 'Tratamento da informação'; apresentação desse bloco ao grupo de pesquisa, para resolução; e, por fim, entrevista.

### **1.3.1. OBSERVAÇÃO EM HTPC: NÍVEL DE PARTICIPAÇÃO DE CADA PROFESSOR NOS ENCONTROS DE HTPC**

Para a fase de observação, os encontros de HTPC contaram também com a presença da coordenadora pedagógica, que, além de tratar de assuntos pertinentes à administração escolar, focalizou assuntos pedagógicos. Observou-se como as professoras interagem em relação aos problemas pedagógicos apresentados pela coordenadora e como se deram as ações futuras.

Em todo grupo de professores, a expressão seus sentimentos e dificuldades profissionais tem papel importante para que todos possam melhor perceber o desempenho, próprio e de colegas, no trabalho realizado em sala de aula e o que cada um pode fazer para ajudar o outro, em termos de sugestões e apontamentos sobre ocorrências em sala.

Nesta fase, o pesquisador manteve-se apenas observando quais eram os temas citados sobre o bloco 'Tratamento da informação', sempre com o intuito de buscar indícios das dificuldades que as professoras poderiam apresentar ao ensinarem Estatística.

Os encontros foram conduzidos ora pela coordenadora (para assuntos pertinentes a processos burocráticos e pedagógicos), ora pela professora mestra em ciências no ensino da Matemática, que alguns momentos tomava a palavra para socializar suas experiências e conhecimentos, nem sempre de Estatística, mas também de outros eixos da Matemática, para ajudar as demais professoras do grupo.

Para nosso trabalho, os registros feitos versaram somente sobre os blocos de Estatística e nos permitiram começar a construir as atividades que posteriormente seriam apresentadas ao grupo.

Com base nas observações realizadas nos encontros de HTPC, partimos para a observação da prática das professoras. A fase de observação da prática teve por objetivo comparar o que foi discutido entre as professoras no período de HTPC e o que é efetivamente trabalhado em sala de aula por meio de “semanários” – nome que dão ao registro dos conteúdos que serão trabalhados em sala de aula durante a semana subsequente aos encontros pedagógicos.

A fase de observação da prática das professoras, além dos encontros em HTPC, propiciou elementos significativos para a elaboração da atividade que foi aplicada posteriormente. O pesquisador, nesta fase, também adotou a postura de apenas observar, sem efetuar nenhum tipo de intervenção sobre o que se estava ensinado. Ocupamo-nos somente nos conteúdos referente ao bloco ‘Tratamento da informação’, verificando com antecedência, nos semanários das professoras, o dia em que tais conteúdos seriam trabalhados.

Finalizando essa etapa, demos início à elaboração das atividades. As questões apresentadas aos sujeitos da pesquisa abordaram desde questões objetivas, de resposta imediata, até análises de atividades envolvendo noções importantes da Estatística, como explanado no referencial bibliográfico desta pesquisa. Para a escolha dos itens que contemplaram a atividade, atentamos às observações, tanto em HTPC como nas aulas práticas. Nesta fase, nos preocupamos em buscar indícios sobre o conhecimento didático de conteúdo que as professoras mobilizam na abordagem de tópicos do bloco ‘Tratamento da informação à luz de documentos oficiais. Tais tópicos são: leitura e interpretação de dados apresentados em tabelas e gráficos, classificação e organização de dados, tabelas de frequências, gráficos de barras e uso de vocabulário específico da Estatística – em suma, os elementos que permitem o início do letramento estatístico.

Os conteúdos que impuseram dificuldades e foram apontados pelo sujeito da pesquisa contemplavam análise gráfica, problemas de contagem, medidas de

tendência e probabilidade. Foi com base nesses itens que elaboramos a atividade (Anexo B) que seria aplicada às professoras.

Essa aplicação foi feita com autorização da direção, em momento diferenciado das aulas e do HTPC e com a aceitação do grupo em permanecer na escola depois das aulas, em dia pré-agendado. A aplicação individual deu conjuntamente, sem consulta a livros ou a qualquer material que contemplasse os conteúdos abordados. Depois da aplicação e análise, procedemos, em outro momento, às entrevistas individuais.

As entrevistas tiveram como premissa buscar indícios de como as professoras mobilizaram os conhecimentos didáticos de conteúdo do bloco 'Tratamento da informação'. Nessa etapa, além de buscar tais conhecimentos, também, procuramos identificar os anseios das professoras participantes quanto à formação específica em Estatística, dada a atual importância dessa área de saber e o avanço no nível de abordagem que vem recebendo em livros didáticos. Isso teve por objetivo perceber se havia anseio e disposição quando a uma formação continuada em relação à Estatística e se estavam preparadas para lecionar tais conteúdos.

Buscamos também, na entrevista, verificar se as professoras concordavam com os conteúdos que estavam sendo indicados nos documentos oficiais e se achavam necessária alguma alteração. O que buscávamos em suas respostas era identificar quanto estavam inteiradas sobre os documentos oficiais como norte de trabalho em sala de aula. As respostas oferecidas poderiam apontar ou não indícios de conhecimentos didáticos de conteúdo no âmbito da Estatística.

Tentamos buscar com as entrevistas indícios que mostrassem se as professoras davam atenção às estratégias diferenciadas propostas pelos alunos durante as aulas. Isso se justifica pelo fato de suspeitarmos que os professores que não dominam o conteúdo de estatística muitas vezes se limitam a reproduzir em sala de aula as tarefas propostas nos livros didáticos que adotam, não dando oportunidade à reflexão sobre questões oriundas de seus alunos. Estratégias diferenciadas para a resolução de atividades, mobilizadas pelos alunos, podem constituir diferentes portas de entrada para um conceito estatístico.

Fizemos também questionamentos sobre quão à vontade as professoras se sentiam ao ensinar conceitos da Estatística, permitindo que suas respostas expressassem juízos como “não gosto”, “gosto” e “gosto muito”.



## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo descreve o referencial teórico que subsidiou o planejamento de nossa coleta de dados e a análise e interpretação dos fatos didáticos identificados nesse conjunto de dados. As referências que adotamos abrangem a ideia de letramento estatístico, assim como o estudo dos níveis de funcionamento dos conhecimentos, proposto por Robert (1998). Finalizaremos o capítulo focalizando com o conhecimento necessário ao professor para que desenvolva o ensino e aprendizagem, segundo os pressupostos apresentados por Shulman (1999) e Ball (2008).

Gal (2002), a partir do proposto por Shamos, entende letramento estatístico como a habilidade de interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e os argumentos baseados em dados que aparecem nas diversas mídias, além de ser a habilidade de discutir opiniões sobre esse tipo de informação estatística.

Ser letrado estatisticamente auxilia o indivíduo a entender fenômenos e tendências de relevância social e pessoal, tais como o crescimento populacional, a produção industrial, o aproveitamento educacional, as taxas de criminalidade etc. (GAL, 2002). A variedade de contextos em que o letramento estatístico pode ser ativado indica que a maioria dos adultos é de consumidores (ao invés de produtores) da informação estatística.

Gal (2002) propõe um modelo de letramento estatístico composto de cinco elementos cognitivos, responsáveis pela competência em compreender, interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, e por dois elementos de disposição, responsáveis pela postura ativa diante da informação estatística.

Watson (1997) entende o letramento como sendo a capacidade de compreensão do texto e do significado das implicações das informações inseridas em seu contexto formal e identifica três estratégias de seu desenvolvimento: (1) o entendimento básico da terminologia; (2) o entendimento da linguagem estatística e os conceitos inseridos em um contexto de discussão social e (3) o desenvolvimento

de atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer alegações feitas sem fundamentação estatística apropriada.

Kader e Perry (2006) afirmam que o letramento estatístico permite ao estudante interpretar os dados veiculados em um jornal e questionar as informações estatísticas ali contidas. No âmbito do trabalho profissional, ele se sentirá confortável ao manipular os conhecimentos estatísticos necessários para tomar decisões, além de ser capaz de fazer asserções sobre assuntos estatísticos relacionados com sua vida pessoal em geral.

Sobre o letramento estatístico, Rumsey (2002, p. 1) escreve:

Primeiro nós queremos que nossos alunos se tornem bons “cidadãos estatísticos” entendendo estatística o suficiente para serem capazes de consumir as informações com as quais somos inundados diariamente, pensando criticamente sobre essas informações e tomando boas decisões com base nelas.

Essa autora entende que com o letramento estatístico é possível distinguir dois tipos de objetivos de aprendizagem nos aprendizes: (1) ser capaz de atuar como membro educado da sociedade em uma era de informação e (2) ter uma boa base de entendimento dos termos, ideias e técnicas estatísticas. Classifica o primeiro desses objetivos como *cidadania estatística* e o segundo como *competência estatística*. Além disso, considera serem necessárias algumas *competências* para que um indivíduo possa ser considerado “cidadão estatístico”. São elas:

- a) *Conhecimento sobre os dados analisados*: Na fase de desenvolvimento desses conhecimentos, o aprendiz precisa saber os motivos pelos quais os dados foram coletados, para que finalidade o foram e que tipo de dados eles são. Nessa fase não há a obrigatoriedade de dispor de noções estatísticas básicas, mas apenas saber mostrar por que os dados coletados são relevantes para uma pesquisa.
- b) *Entendimento sobre conceitos básicos de Estatística e sua terminologia*: Ao adquirir esses conhecimentos o aprendiz começa a ter contato com a Estatística Básica, sua importância para os resultados de sua pesquisa e, o mais importante, os motivos de se usarem determinadas medidas para explicar o comportamento dos dados.

- c) *Conhecimento sobre a coleta de dados e a compilação estatística descritiva:* A aquisição destes promove no aprendiz a oportunidade de trabalhar com seus próprios dados em sala de aula. É um dos fatores que o levam a se concentrar no que está estudando, a despertar sua responsabilidade sobre a veracidade do que está sendo trabalhado e a questionar o que coletou para que possa trocar informações com seus pares.
- d) *Habilidade básica de interpretação para descrever o que o resultado significa para o contexto do problema:* Uma das fases mais importantes no processo de trabalhar as competências em Estatística consiste em promover nos alunos a oportunidade de entenderem o significado dos valores encontrados – por exemplo, entender que a média dos valores encontrados é o ponto de equilíbrio da amostra e que ela é influenciada pelos valores extremos. Em uma produção descritiva destes valores, esse significado precisa estar implícito no entendimento desses aprendizes.
- e) *Habilidade de comunicação básica para explicar os resultados a outrem:* Uma das tarefas mais difíceis é a competência de transmitir em forma textual todas as conclusões que foram obtidas. Isso envolve tanto escrita quanto leitura e interpretação. Fazer-se entender por meio da escrita faz parte não somente no ensino da Estatística, mas é fundamental para que os futuros leitores da análise dos dados compreendam o que se pretendeu transmitir em forma de texto.

Promover nos alunos tais competências requer, porém, que os professores também as possuam. Como aqueles que são mediadores ou mobilizadores dos conhecimentos estatísticos poderão guiar os caminhos para o conhecimento, se eles mesmos não dispõem de formação adequada para tanto? Além disso, o raciocínio lógico matemático – ou podemos chamá-lo de raciocínio estatístico – é também fundamental para a Educação Estatística.

Gatusso (2006) aponta que as concepções dos professores de Matemática sobre a Estatística e seu ensino devem receber maior atenção dos responsáveis pela formação dos professores de Matemática, sob risco de que, mais tarde, no trabalho em sala de aula, as deficiências se reflitam negativamente na aprendizagem dos alunos desses professores.

Esse trabalho com professores (e, por decorrência, com alunos destes) parte do princípio que os conceitos estatísticos são formados a partir de um desenvolvimento tanto do letramento como do raciocínio e do pensamento estatísticos, de forma integrada.

Entende-se por letramento estatístico não apenas a alfabetização, mas o uso correto dos conceitos e procedimentos estatísticos. Esses termos são assim definidos por Garfield e Chance (*apud* BEN-ZVI; GARFIELD, 2004):

- O *letramento estatístico* inclui habilidades básicas que podem ser usadas para compreender informações estatísticas ou resultados de pesquisa. Essas habilidades incluem estar apto a organizar dados, construir e exibir tabelas e trabalhar com diferentes representações dos dados. O letramento estatístico inclui também uma compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos, além de incluir uma compreensão de probabilidade como uma medida da incerteza.
- O *raciocínio estatístico* pode ser definido como a forma como que as pessoas raciocinam com ideias estatísticas e atribuem significado às informações estatísticas. Isso envolve fazer interpretações baseadas em um conjunto de dados, representações de dados ou resumos estatísticos de dados. O raciocínio estatístico pode envolver a conexão de um conceito a outro (por exemplo, centro e dispersão) ou pode combinar ideias sobre dados e chance. Raciocinar significa compreender e estar apto a explicar processos estatísticos, além de estar apto a interpretar completamente os resultados estatísticos.
- O *pensamento estatístico* envolve uma compreensão do “por que” e “como” as investigações estatísticas são conduzidas, assim como as “grandes ideias” que as sublinham. Essas ideias incluem a natureza onipresente da variação e “quando” e “como” usar métodos apropriados de análise de dados, tais como resumos numéricos e apresentações visuais dos dados. O pensamento estatístico envolve uma compreensão da natureza da amostragem, de como fazer inferências da amostra para a população e de por que é necessário desenhar experimentos para estabelecer causalidade. Isso inclui uma compreensão de como modelos são usados para simular fenômenos aleatórios, como os dados são produzidos para estimar probabilidades e como, quando e por que as ferramentas inferenciais existentes podem ser usadas para auxiliar

um processo investigativo. O pensamento estatístico também inclui estar apto a compreender e utilizar o contexto do problema na formação de investigações e no desenho de conclusões, e reconhecer e compreender o processo completo (desde a questão formulada até o dado coletado, para escolher a análise para testar hipóteses etc.). Os pensadores estatísticos estão aptos a criticar e avaliar resultados da resolução de um problema ou de um estudo estatístico.

Quanto ao letramento, Shamos (*apud* GAL, 2002) afirma que um sujeito está no nível cultural quando a mobilização de seus conhecimentos estatísticos limita-se ao uso de termos básicos naturalmente utilizados na mídia para comunicação de temas científicos. Já o nível funcional exige alguma substância mais nessa mobilização de conhecimentos, pois além do uso de termos usuais, o sujeito deve também ser capaz de conversar, ler e escrever de forma coerente, podendo mesmo usar termos não técnicos, mas sempre em um contexto significativo. Finalmente, o nível científico, que é o mais elevado, exige do sujeito uma compreensão global do procedimento científico, de forma integrada com a compreensão dos processos científicos e investigativos.

## **2.1. DOCUMENTOS OFICIAIS**

Nesta seção focalizaremos a interlocução do letramento estatístico com o proposto nos documentos oficiais para a Escola Básica, para que possamos justificar a mobilização dos conhecimentos estatísticos pelos professores, tendo como base o currículo oficial do Ciclo I do estado de São Paulo.

Para que possamos falar de mobilização de conhecimentos em Estatística, é fundamental que busquemos entender a proposta apresentada, por exemplo, nos PCN e o enfoque proposto para os conteúdos estatísticos. Os PCN enfatizam a necessidade de iniciar o estudo do bloco 'Tratamento da informação' a partir das séries iniciais do Ensino Fundamental. Nesse documento, tal estudo é justificado pela demanda social, por sua constante utilização na sociedade atual, pela necessidade de que o indivíduo compreenda as informações veiculadas pelos meios

de comunicação, a fim de embasar suas decisões e fazer previsões que influirão em sua vida e na da coletividade.

Com um enfoque crítico social, os PCN mostram claramente a preocupação em se criar um pensamento matemático:

O Ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comparação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1997, p. 22)

Isso nos leva a refletir que trabalhar nesse bloco de conteúdos não é apenas evidenciar a definição de termos, fórmulas ou ainda, simplesmente, colher dados do cotidiano prático-utilitário dos alunos e fazer uma discussão superficial e exclusivamente subjetiva desses conteúdos e fatos. É necessário que os professores das séries iniciais promovam nos alunos o senso crítico e a produção de textos explicativos sobre as conclusões dos próprios alunos, tendo como base informações compiladas durante atividades. Isso significa promover o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos para que se atinja um nível pelo menos funcional, nos termos propostos por Shamos e interpretados por Gal (2002), como descrito na seção 2.1.

Ainda nos PCN, afirma-se, em razão da forte demanda social:

É cada vez mais frequente a necessidade de compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não apenas na vida pessoal, como na de toda a sociedade. Estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações. Essa característica da vida contemporânea impõe ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais. (BRASIL, 1997, p. 131-132)

A inclusão do campo 'Tratamento da informação' nos currículos ocorreu não só no Brasil, mas também em muitos outros países. Nos Estados Unidos, por exemplo, isso pode ser evidenciado na publicação dos *Principles and standards* pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) em 1989, nos quais se destaca o bloco de conteúdo denominado 'Análise de dados e Probabilidade'.

No Brasil, a inclusão do bloco ‘Tratamento da informação’ nos currículos da Escola Básica repercutiu de forma evidente nos livros didáticos, que passaram a incluir esse tema. Em particular, com a divulgação, desde 1999, dos critérios de avaliação dos livros didáticos a serem adquiridos pelo Ministério da Educação para distribuição nas escolas públicas (BRASIL, 1999; 2000; 2002a; 2004; 2005; 2005a), observa-se cada vez mais a presença da Estatística, da Probabilidade e da Combinatória nos livros didáticos brasileiros. Cabe destacar que os *Guias* do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) indicam, a cada edição, que esse tema é abordado em apenas cerca de 7% das páginas de cada uma das coleções aprovadas.

Para os professores que lecionam Matemática na Escola Básica emergiu progressivamente um enorme desafio: como ensinar esses conteúdos? Tal desafio se avolumou porque tais conteúdos são quase ausentes nos dos cursos de formação inicial de professores, tendo só mais recentemente sido tratados nos programas de formação continuada, como aponta Viali (2008), que também afirma:

Tão ou mais grave que uma baixa carga horária ou às vezes nenhuma é a qualidade e a forma do que é passado (ensinado) aos futuros professores de matemática [...] o futuro professor é exposto a um ensino com uma abordagem essencialmente algorítmica totalmente desvinculada do seu contexto e com exemplos bem distantes de sua área de interesse e com pouca ou nenhuma relação com o que futuramente terá que ensinar. (VIALI, 2008, p. 5)

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo faz menção à participação efetiva do professor polivalente como mediador da transformação de saberes científicos em saberes dos alunos. Segundo esta proposta, é o professor que fará com que o currículo tenha um cunho de ação: “Na perspectiva por esta secretaria aqui adotada, caberá ao professor ser o mediador entre o conhecimento matemático e o aluno” (ORIENTAÇÕES CURRICULARES DE SÃO PAULO, 2008, p. 23). Em outras palavras, cabe ao professor polivalente promover o currículo em ação. Segundo Geraldi, o "conceito/noção" de currículo em ação refere-se ao:

[...] conjunto das aprendizagens vivenciadas pelos alunos, planejadas ou não pela escola, dentro ou fora da aula e da escola, mas sob a responsabilidade desta, ao longo de sua trajetória escolar. Ou seja, aquilo que ocorre, de fato, nas situações típicas e contraditórias vividas pelas escolas, com suas implicações e compreensões subjacentes e não o que era desejável que ocorresse e/ou o que era institucionalmente prescrito. (GERALDI, 1994, p.117)

Os estudos desenvolvidos na perspectiva do "currículo em ação" têm também evidenciado, na descrição dos processos peculiares de uso das práticas e procedimentos pedagógicos, indicadores da constituição do trabalho docente nas condições objetivas de vida profissional dos professores e outros meios de medição que cada escola adota para verificar tais procedimentos da ação do professor em sala de aula.

A questão a ser abordada neste capítulo é como conduzir nossa pesquisa de tal forma que as análises apontem para uma percepção da ação do professor em suas aulas. Para tanto, tomamos como base o letramento em Estatística e os documentos oficiais aqui discutidos para, assim, podermos inferir se o currículo está de fato sendo aplicado de forma tal que os aprendizes construam seus conhecimentos estatísticos de maneira que estes possam ser mobilizados em resolução de problemas diversos ligados ao tema investigado.

No entanto, como pode o professor avaliar a aplicação do currículo em ação?

Com relação à Estatística, preconiza-se que o aprendiz, ao longo dos anos de aprendizagem, construa procedimentos para coletar, organizar e comunicar dados utilizando tabelas, gráficos e representações, especialmente as que encontra frequentemente em seu dia a dia.

Quanto ao conceito de probabilidade, sua principal finalidade apontada pelos PCN é levar o aluno a compreender a noção de acontecimentos aleatórios com base na observação de fenômenos do cotidiano, explorando a ideia de acaso e incerteza, de forma inicialmente intuitiva e, progressivamente, procurando quantificar a chance de ocorrência de resultados oriundos de uma experiência aleatória. Os PCN afirmam ainda que, para o processo de aprendizagem da probabilidade, o ideal seria que o aprendiz realize experimentos e observasse eventos.

Em relação à Combinatória, os PCN recomendam priorizar os problemas de contagem em situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo.

Para verificar a presença de elementos do letramento estatístico apontados nos documentos oficiais, e mais especificamente elementos referentes ao currículo em ação, vamos considerar alguns aspectos que foram nossos pressupostos para a confecção do questionário aplicado a nossos sujeitos de pesquisa. Entre os pontos que devem ser salientados, figura por exemplo a necessidade de uma articulação entre os conteúdos de análise de dados e os conceitos de probabilidade. Outra articulação é aquela entre os conceitos estatísticos e os demais do campo da Matemática (números, Álgebra, grandezas e medidas e Geometria) e, ainda, outras áreas do conhecimento. Este último ponto é bastante importante para o conhecimento de contexto, que é fundamental para a atribuição de significados aos objetos da Estatística e suas representações e, em consequência, para o desenvolvimento do letramento estatístico.

Resultados de pesquisas recentes na área da Educação Estatística, tais como os apresentados no Joint ICMI/IASE Study<sup>4</sup>, indicam que essas articulações devem estar presentes em todos os níveis de aprendizagem, do mais simples para o mais complexo, respeitando a faixa etária dos aprendizes.

## **2.2. NÍVEIS DE FUNCIONAMENTO DOS CONHECIMENTOS**

Robert (1998) propõe que no bacharelado se ensinem ferramentas para a análise de noções matemáticas, levando em conta a especificidade e complexidade do curso, assim como os programas de ensino, as expectativas institucionais e as hipóteses sobre o ensino e a aprendizagem que a pesquisadora admite e/ou que deseja colocar em jogo.

A autora dividiu sua investigação em duas partes principais. Na primeira, ocupou-se em investigar as características das práticas dos matemáticos profissionais, os elementos sobre as práticas esperadas dos alunos e os resultados intermediários sobre as aquisições inspirados nas teorias de Vygotsky. Na segunda, delineou quatro dimensões de conteúdos a ensinar, sendo que as três primeiras têm características diretamente ligadas às noções que se pretendem ensinar, tal como

---

<sup>4</sup> Evento ocorrido em 2008 na cidade de Monterrey, México, cujos anais encontram-se disponíveis em <[http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/)>.

aparecem nos programas – especialmente quanto à inserção na perspectiva matemática dos alunos (ferramentas/objetos, quadros, registros, estatuto de noções a ensinar quanto a sua inserção na paisagem matemática dos alunos e os níveis de conceituação, que fazem mais referência aos campos conceituais de Vergnaud que à conceituação individual).

Na última dimensão, a qual usaremos em nossa pesquisa, a autora constatou existirem tarefas que podem exigir dos alunos diferentes formas de mobilização do conhecimento matemático. Assim, a pesquisadora classificou em três níveis o funcionamento do conhecimento esperado: técnico, mobilizável ou disponível. Considera que essa classificação se configura como ferramenta de análise, ao permitir dimensionar o estágio de desenvolvimento de aprendizagem dos alunos em Matemática, identificando em que nível de aprendizagem se encontram.

Para melhor expormos nossa proposta de trabalho, faremos uma retomada do trabalho de Robert (1998) sobre tais níveis.

### **2.2.1. NÍVEL TÉCNICO DE CONHECIMENTO**

Segundo Robert (1998, p. 27):

Esse nível corresponde para nós às mobilizações indicadas, isoladas, que explicitam aplicações imediatas de teoremas, propriedades, definições, fórmulas etc. Trata-se então de contextualização simples, locais, sem etapas, sem trabalho preliminar de reconhecimento, sem adaptações. Isso se refere mais ao funcionamento de ferramentas (que compreendem definições).

A autora considera que esse nível de funcionamento corresponde à resolução de uma tarefa cuja solução está atrelada ao emprego concreto de uma ferramenta, como por exemplo a aplicação imediata de uma fórmula, um teorema ou definições, sem que haja uma compreensão conceitual sobre o que está sendo utilizado. Assim sendo, um professor pode, em sua prática diária, apenas reproduzir os conteúdos estatísticos trazidos em livros didáticos e preparados somente para o contexto de sala de aula, sem qualquer contextualização que force o professor a refletir mais apuradamente sobre o que está ensinando. Nesse caso, tal como um aluno, o professor está presente em um nível técnico de conhecimento.

### 2.2.2. NÍVEL MOBILIZÁVEL DE CONHECIMENTO

Segundo Robert (1998, p. 27):

Esse nível corresponde a funcionamentos mais amplos: ainda indicados, mas que passam da simples aplicação de uma propriedade. Isso pode ser, por exemplo, porque é necessário adaptar seus conhecimentos para aplicar o teorema adequado, ou mudar de ponto de vista ou de quadro – **com indicações**, isso pode ser porque é necessário aplicar várias vezes em seguida a mesma coisa ou utilizar várias coisas diferentes, em etapas sucessivas, ou porque é necessário articular duas informações de naturezas diferentes. Em todo caso, esse nível testa um funcionamento onde existe um princípio de justaposição de saberes em um dado domínio, e mesmo de organização, não há somente aplicação simples. O que está em jogo é explícito. Ou seja, um saber é dito mobilizável se, quando está bem identificado, é bem utilizado pelo aluno, mesmo se houver lugar para se adaptar ao contexto particular.

Pertencem a esse nível de funcionamento denominado mobilizável tarefas que correspondem a funcionamentos mais abrangentes que as do nível técnico, ainda com indicações do professor, mas que passam da simples aplicação de uma propriedade, de um teorema. Nesse nível, é necessária uma pequena adaptação de conteúdos e, embora a noção ainda esteja explícita, a solução da tarefa já não se faz possível meramente pela aplicação imediata de fórmulas ou teoremas.

Percebemos nos professores a capacidade de uma adaptação daquilo que está sendo ensinado para alcançar um objetivo. Um exemplo que podemos apontar nesse caso é do professor que, ao trabalhar uma tabela simples ou mesmo de dupla entrada, cria uma coluna de valores percentuais, mobilizando conhecimentos de proporcionalidade, mesmo que haja necessidade de oferecer-lhe uma indicação de como fazê-lo. Há uma mudança de domínio do trabalho a fazer, que exige do professor um conhecimento mais refinado que aquele em jogo, sem porém requerer conhecimentos mais aprofundados.

### 2.2.3. NÍVEL DISPONÍVEL DE CONHECIMENTO

Robert (1998, p. 28) expõe que:

Este nível corresponde ao fato de saber resolver o que está proposto sem indicações, de procurar em seus próprios conhecimentos o que pode intervir na solução. Por exemplo, poder fornecer contraexemplos – encontrar ou inventar, mudar de quadros sem sugestão – relacionar, aplicar métodos não

previstos, são comportamentos que se esperam neste nível. Este nível de funcionamento está ligado a uma familiaridade importante com o conhecimento de situações de referências diferentes, que o professor sabe que conhece, podendo servir de terreno de experimentação, pelo fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Isso pode compreender o fato de que o professor, ao preparar suas aulas, as faça de forma a colocar somente situações-problema ou de propor atividades construídas por meio de sequências didáticas já analisadas e amarradas com objetivos a serem alcançados.

A autora considera que neste nível são apresentadas tarefas que correspondem ao fato de saber solucionar o que está proposto sem se requererem indicações explícitas, de procurar em seus próprios conhecimentos o que pode intervir na solução. Podem-se aplicar formas ainda não previstas, em que o aluno deve resolver a tarefa proposta sem nenhuma indicação ou intervenção do professor. Esse nível exige a mobilização de conhecimentos pelos alunos de forma que estes organizem os conhecimentos aprendidos anteriormente e escolham o que é mais adequado para a resolução da tarefa.

É nesse nível que se espera que um professor se encontre para que os objetivos em ensinar Estatística sejam por ele traçados de forma consciente, quando ao que espera encontrar de dificuldades entre os alunos. O fato de o professor encontrar-se no nível de funcionamento disponível promove ações coerentes para solucionar defasagens na aprendizagem.

Ao observarmos as definições dos níveis de funcionamento do conhecimento, podemos compreender porque os professores polivalentes preparam suas atividades de Estatística para as aulas, umas com maior facilidade que outras. Para conteúdos que necessitem aplicação de fórmulas imediatas, os resultados podem parecer mais cômodos, tanto para quem ensina como para quem aprende. Por outro lado, atividades que demandam a mobilização de outros conceitos impõem dificuldades aos professores, que ora necessitam conhecimentos anteriores já identificados, mas dos quais não se lembram, ora necessitam de conhecimentos que não identificam.

### 2.3. CONHECIMENTO DO PROFESSOR PARA DESENVOLVER O ENSINO E A APRENDIZAGEM

O conceito de conhecimento didático de conteúdo (*pedagogical content knowledge*), proposto por Shulman (1987) e adaptado por Ball (2008), visou servir à elucidação da relação entre conhecimento de conteúdo e conhecimento didático de conteúdo nas práticas de ensino-aprendizagem de professores dos anos iniciais, e será também utilizado como apoio teórico em nossa pesquisa. Embora a designação ‘conhecimento pedagógico do conteúdo’ seja amplamente utilizada, seu potencial tem sido apenas levemente desenvolvido (BALL, 2008).

Para Shulman (1987, p. 15), esse conhecimento “representa a combinação entre conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos particulares, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e habilidades dos estudantes, bem como são apresentados para o ensino”. Nessa perspectiva, o conhecimento pedagógico do conteúdo engloba:

[...] os tópicos mais regularmente ensinados em uma área de conhecimento, as formas mais úteis da representação daquelas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações [...] [e] uma compreensão do que faz a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil: os conceitos e preconceitos e concepções alternativas que os estudantes de idades e origens diferentes possuem. (SHULMAN, 1987, p. 15)

Shulman considera que o conhecimento pedagógico do conteúdo é constituído pelas interpretações e transformações que o professor, em determinado contexto, realiza no conhecimento de conteúdo para facilitar a aprendizagem do aluno.

Diversos estudos, como os de Geddis (1993), de Gudmundsdottir e Shulman, (1987) e de Van Driel *et al.* (2002) têm focalizado o conhecimento pedagógico do conteúdo em uma ampla gama de aspectos do conhecimento sobre determinado objeto e o ensino desse objeto.

Acreditamos que o saber pedagógico é o que melhor caracteriza a compreensão que um professor tem de determinado conteúdo matemático ou área afim do conhecimento, e que lhe permite promover uma boa transposição didática do saber científico para um saber ensinado. Assim sendo, tudo leva a crer que não é a

quantidade de conhecimento de determinada área que promove tal transposição, mas sim a qualidade da forma como ele é organizado na mente e utilizado em diferentes maneiras para o ensino.

Ainda segundo Shulman, o conhecimento pedagógico do conteúdo não é apenas um repertório de estratégias que o professor utiliza para ensinar determinado conteúdo, mas constitui uma forma de pensar que é própria do professor, uma habilidade de tornar um conteúdo compreensível aos seus alunos. Para Shulman (1987, p. 10), essa habilidade é tão essencial ao professor que o conhecimento pedagógico do conteúdo pode ser visto como uma “forma especial de entendimento profissional”.

A intenção de nossa pesquisa foi identificar as interfaces existentes entre o conhecimento didático de conteúdos matemáticos, identificadas a partir de observações da prática docente de professores do Ensino Fundamental I (especificamente com os conteúdos do bloco ‘Tratamento da informação’), e os níveis de conhecimentos propostos por Robert (1998). A investigação permitiu a diagnosticar como os professores transformam o conhecimento didático de conteúdo matemático de modo apropriado para o ensino, progredindo pelos sucessivos níveis propostos por Robert (1998).

Concebemos essa interface como um processo unidirecional a partir do conhecimento de conteúdo matemático do professor, transcorrendo, por exemplo, segundo o modelo de raciocínio pedagógico proposto por Wilson, Shulman e Richert (1987), em que a transformação de conhecimento de conteúdo começa pela compreensão. Nas palavras desses autores:

O raciocínio pedagógico começa pela compreensão. Os professores devem entender criticamente o grupo de ideias, as peças do conteúdo, em termos tanto da estrutura substantiva como na estrutura sintática [...]. Os professores devem também entender as relações entre um tópico do conteúdo e outras ideias dentro da mesma disciplina, bem como com as ideias relacionadas a outras disciplinas. (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987, p. 12)

No que tange ao ensino de Estatística nas séries iniciais, também se aplica a ideia de que os professores devem saber todo conteúdo que faça parte do currículo de Matemática, mas, mesmo assim, devem conhecer com mais profundidade o que está efetivamente incluído no currículo de Matemática. Além disso, algumas

questões prestam-se particularmente à reflexão, como por exemplo, as que Ball (2008) aborda em um de seus artigos: O que os professores precisam saber e quanto precisam estar capacitados para que efetivamente ensinem? O que o ensino efetivo requer em termos de compreensão de conteúdo?

Essas questões podem nos conduzir efetivamente apenas aos conteúdos a serem ensinados e, inadvertidamente, negligenciar o que os professores sabem de fato, o que são capazes de ensinar e quais são as condições dadas para que se apropriem dos conhecimentos específicos, principalmente no caso dos professores polivalentes.

Ainda segundo Shulman (1986, p. 14) “o teste definitivo para confirmar a compreensão de um assunto é a capacidade para o ensinar, transformando o conhecimento em ensino”. Considera que o conhecimento docente se divide em três categorias:

1. *Conhecimento de conteúdo*: “refere-se à quantidade e organização de conhecimento *per se* na mente do professor” (p. 9).
2. *Conhecimento didático de conteúdo*: “as formas mais úteis de representar essas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações – numa palavra, as formas de representar e formular um assunto que o tornam compreensível para os outros” (p. 9).
3. *Conhecimento curricular*: conhecimento crítico sobre “programas desenhados para o ensino de determinados assuntos e tópicos de um dado nível, e da variedade de materiais disponíveis” (p. 10).

Shulman afirma ser preciso considerar que os professores começam dispondo de algum nível de conhecimento do assunto. Ao descrever como o professor polivalente iniciante se torna um professor especialista, conclui que o conhecimento didático de conteúdo desenvolve-se por meio de um processo de transformação do conhecimento do assunto.

Outros pesquisadores têm desenvolvido modelos e estruturas para o conhecimento de professores, com base nos trabalhos de Shulman. Marks (1990) desdobrou o conhecimento didático de conteúdo em quatro componentes: (1)

matéria para fins de instrução, (2) compreensão do assunto pelos alunos, (3) meios para instrução sobre o assunto e (4) processos instrucionais. Aponta, porém, dificuldades na definição das categorias, cujos limites são indistintos se sobrepõem.

Outro autor que categoriza o conhecimento didático de conteúdo é Grossman (1990), em quatro tipos: (1) concepções das finalidades do ensino do conteúdo, (2) conhecimento da compreensão dos alunos, (3) conhecimento do currículo e (4) conhecimento de estratégias instrucionais.

Já Barnett e Hodson (2001) sugerem que no conhecimento pedagógico do contexto sejam reconhecidos quatro componentes: (1) conhecimento didático de conteúdo, (2) conhecimento profissional, (3) conhecimento em sala de aula e (4) conhecimento acadêmico e investigação.

Em relação ao conhecimento do assunto, Ball (1991) identifica quatro dimensões: (1) conhecimento de fundo da Matemática, (2) conhecimento da natureza e do discurso matemático, (3) conhecimento sobre a Matemática na cultura e na sociedade, (4) capacidade de raciocínio pedagógico sobre Matemática.

Hill *et al.* (2004) e Ball (2005) reconhecem as relações e interdependência entre os componentes do conhecimento dos professores, mas subdividem o conhecimento do conteúdo em conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo.

O conhecimento de conteúdo e dos alunos inclui a capacidade de antecipar os erros dos alunos e equívocos comuns, interpretar o pensamento incompleto dos alunos e prever o que estes possam vir a fazer em determinadas tarefas e o que eles irão achar interessante ou desafiador, enquanto o conhecimento de conteúdo e do ensino inclui a capacidade do professor em elaborar uma sequência de conteúdos para o ensino e reconhecer as vantagens e desvantagens do uso de diferentes representações.

Um interessante diagrama sobre como deve ser o conhecimento do professor foi apresentado por Hill, Ball e Schilling (2008). O diagrama se fundamenta em um modelo que inclui diversas subdivisões das categorias propostas por Shulman (1986):

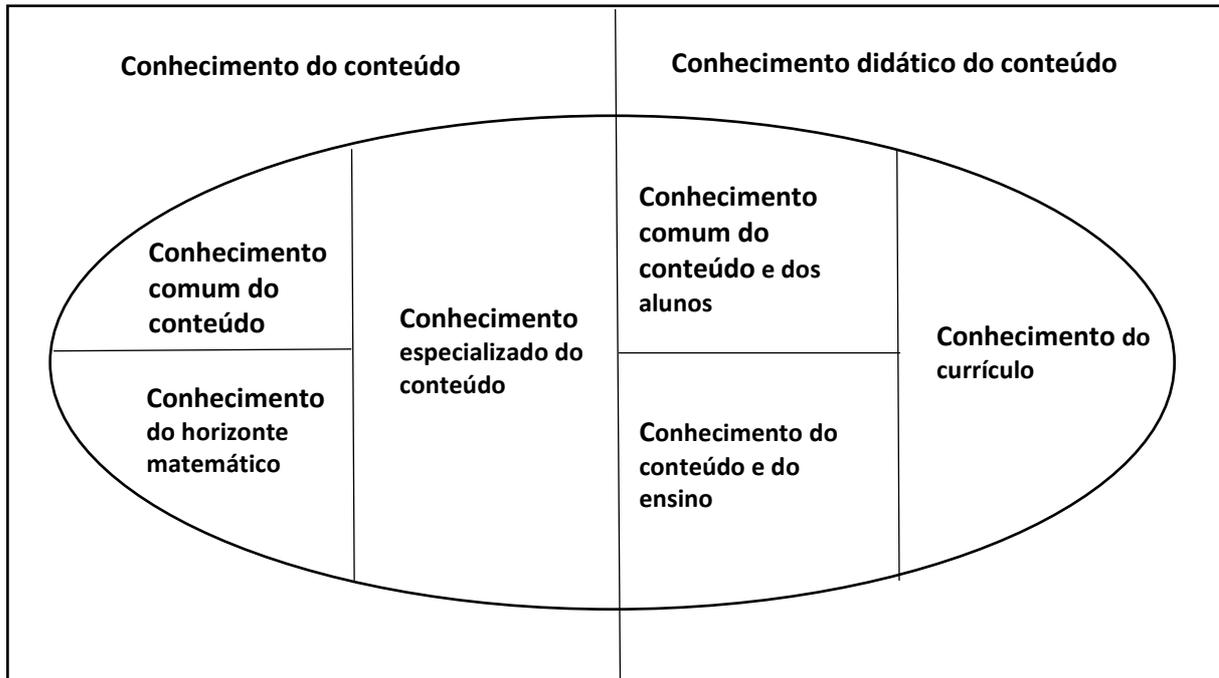


Figura 1. Conhecimentos dos professores, segundo Hill, Ball e Schilling (2008).

Para Hill, Ball e Schilling (2008), este conhecimento dos professores tem dois componentes principais: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo. O primeiro componente engloba três etapas: o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo e o conteúdo do horizonte matemático.

Shulman (1986) define o conhecimento comum de conteúdo como sendo apenas conhecimento de conteúdo: a quantidade e a organização de conhecimento do assunto em si na mente do professor, não sendo porém um conhecimento exclusivo do professor, mas comum a muitas outras profissões que fazem Matemática (HILL; BALL 2004). O conhecimento especializado do conteúdo é um conhecimento próprio e único para planejar e conduzir o ensino de determinado assunto. É ele que permite aos professores apreciarem métodos inovadores e serem capazes de determinar se os métodos podem ser generalizados a outros problemas (HILL; BALL; SCHILLING, 2008).

O segundo componente do conhecimento diz respeito ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Um de seus aspectos importantes é o fato de depender do conhecimento comum de conteúdo (VACE; BRIGHT, 1999). É nessa fase que são englobados o conhecimento do conteúdo e dos alunos, o conhecimento do conteúdo e do ensino e o conhecimento do currículo.

Vace e Bright (1999) fazem uma interligação entre essas definições da seguinte forma: o conhecimento do conteúdo e do ensino combina o conhecimento do conteúdo matemático com os princípios pedagógicos para ensinar cada tópico; o conhecimento de conteúdo dos alunos é definido como sendo o conhecimento de conteúdo interligado com o conhecimento de como os alunos pensam sobre determinado aspecto do conteúdo, o que sabem sobre aspectos desse conteúdo, ou o modo como aprendem determinado conteúdo, sendo essencial que o professor tenha conhecimento das concepções e dos equívocos que os alunos possam apresentar. Por fim, o conhecimento do currículo abrange o conhecimento de programa desenhado para o ensino do assunto em questão, diversos materiais educacionais relacionados com esses programas e as vantagens e desvantagens de usar diversos programas e recursos em diferentes circunstâncias.

O professor polivalente tem papel fundamental na criação e manutenção de um ambiente de sala de aula com qualidade no ensino da Matemática, assim como:

[...] no estabelecimento de normas para aspectos matemáticos da atividade dos alunos. Isto realça o significado das próprias crenças e valores matemáticos pessoais do professor e o seu próprio conhecimento e compreensão matemático. (YACKEL; COBB, 1996, p. 23)

Antigamente, o professor era mero transmissor de conteúdos, pautando-se por metodologias unificadas que não davam aos alunos oportunidade de refletir sobre o que se ensinava em Matemática. César (1999) acrescenta que o papel do professor mudou ao longo do tempo, passando esse profissional a ser um questionador mais atento, que orienta os alunos e os leva a refletir sobre as questões que lança e sobre as estratégias para resolvê-las. O professor torna-se, assim, um mediador do saber.

Nessa mudança, o professor passou a ser o elemento principal na criação do ambiente vivido na sala de aula, que favoreça a aprendizagem.

Ainda segundo Cesar (1999), o papel do professor tornou-se muito mais complexo, multifacetado, ativo e crítico, permitindo e incentivando os alunos a irem mais além do que lhes é dado. Polya (2003, p. 23) sumariza esses aspectos ao dizer que “uma das tarefas mais importantes do professor é a de ajudar seus alunos”.

Em um ambiente de aprendizado, as inúmeras relações presentes no momento da construção dos conhecimentos são guiadas pelo professor. Ele deve ser o canal de transmissão do saber ensinado para o saber aprendido. Segundo Bocardo (2001), os papéis do professor e do aluno influenciam-se mutuamente no decorrer do processo de ensino–aprendizagem, ou seja, se o professor assume atitude interrogativa, permite que o aluno intervenha mais; se os alunos apresentam ideias equivocadas, cabe ao professor intervir de modo a esclarecer e não apenas gerir situações de ensino–aprendizagem sem promover reflexão sobre o tema.

Vieira (1997) analisou os saberes que três professoras de Matemática do Ciclo I alimentavam em sua ação profissional. Constatou que elas demonstravam grande empenho em seu trabalho, valendo-se de um saber pedagógico que, em muitos aspectos, estava de acordo com as orientações curriculares atuais, manifestando no entanto dificuldades em concretizar algumas dessas orientações. Isso evidencia a necessidade de que o planejamento do trabalho receba adequações pelos professores, que devem estabelecer objetivos tendo em conta as experiências e os conhecimentos prévios dos alunos, além de construir situações de aprendizagem diversificadas, organizando reflexões e discussões sobre esses conhecimentos e essas experiências em um verdadeiro ambiente de aprendizagem, incentivando os alunos a encontrarem outros exemplos para ampliarem as suas descobertas iniciais, desenvolvendo a capacidade reflexiva dos alunos, mas promovendo o trabalho autônomo (WITHIN, 2004), devendo os professores ter em consideração as três áreas delineadas pelo NTCM (1994), com as quais podem propor atividades: o conteúdo matemático, os alunos e as formas de aprender.

Assim, o conhecimento profissional do professor ganha maior relevo no âmbito do saber em ação, sendo que o professor tem a responsabilidade de manter-se atualizado e colaborar nas trocas de experiências com seus pares, o que reforça a ideia de que o professor deve decidir a forma de organizar o trabalho dos alunos consoante os objetivos por ele traçados, dependendo todo este processo de seu

estilo pessoal, das características da turma e das necessidades individuais dos alunos.

Considerando todos esses aspectos, nossa pesquisa teve por finalidade buscar interlocuções entre o conhecimento pedagógico e de conteúdo de Shulman e Ball (2008) e os níveis de funcionamento de Robert (1998). Acreditamos que os professores polivalentes encontram-se em determinado nível de funcionamento (técnico, mobilizável ou disponível) e, que esses níveis de funcionamento são determinísticos para o conhecimento pedagógico e de conteúdo.

Essas variáveis se relacionam e apresentam características diretamente proporcionais: quanto mais próximo do nível disponível o professor estiver, mais elevado será o nível de seu conhecimento pedagógico e de conteúdo. No entanto, ao encontrar-se em nível de funcionamento classificado como técnico, ou mesmo mobilizável, o conhecimento de conteúdo se mostrará limitado, e por consequência o conhecimento pedagógico também. Neste caso, o uso de estratégias diferenciadas para trabalhar um conceito matemático ou mesmo estatístico, mesmo com conhecimento da proposta curricular, serão limitadas, ou talvez pautado por metodologias do senso comum no ambiente escolar.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

No Brasil, a Estatística é ensinada desde as séries iniciais por professores formados em Pedagogia ou mesmo por especialistas que muitas vezes não dispõem de formação adequada que contemple a didática específica desse conteúdo. Neste capítulo apresentaremos pesquisas que abordaram a formação, a prática, o conhecimento didático e específico de professores quanto aos conceitos básicos de Estatística, bem como as dificuldades que enfrentam ao ensinar esses conceitos.

#### **3.1. ALGUMAS DISSERTAÇÕES E TESES PUBLICADAS**

Santos (2003), em sua dissertação de mestrado acadêmico, investigou as possibilidades oferecidas pelo ambiente computacional Tabletop, – *software* utilizado para manipulação de dados que permite incluir as etapas de construção, exploração e análise de banco de dados – no processo de formação dos conhecimentos elementares de Estatística. A autora buscou responder à seguinte questão de pesquisa: “Como se dá o processo de formação e desenvolvimento de conceitos matemáticos referentes ao bloco de conteúdos ‘Tratamento da informação’, por parte do professor, com auxílio do ambiente computacional?”

Para tanto, desenvolveu um estudo de caso focalizando uma professora das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de São Paulo. A pesquisa de campo teve duração de oito meses e contemplou dois momentos: o primeiro, referente à formação da professora, transcorreu tanto em encontros individuais quanto coletivos (oficinas); no segundo, tratou-se de sua atuação com alunos e professores. Além desse acompanhamento, a pesquisadora aplicou instrumentos diagnósticos em duas etapas: entrevistas e testes, ambos realizados no início e término da coleta de dados. Cada um dos testes foi aplicado em dois contextos: o de papel e lápis e o de computador.

Como referencial teórico, a autora utilizou a teoria dos campos conceituais, de Vergnaud (1982, *apud* Santos, 2003), que toma como premissa que:

[...] o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, por meio de experiência, maturidade e aprendizagem. (VERGNAUD, 1982, p. 40)

Para analisar as observações colhidas em cada um desses momentos, a autora empregou de três perspectivas:

- a perspectiva da matemática, que se refere ao processo de aquisição dos conhecimentos matemáticos, em especial os conhecimentos estatísticos que o sujeito investigado estudou durante a pesquisa da autora;
- a perspectiva da tecnologia, contemplando questões relacionadas ao uso/domínio dos recursos tecnológicos, especificamente do computador;
- a perspectiva do sujeito, que contemplou questões pedagógicas, ações, reflexões e sentimentos da professora, detectados ao longo da pesquisa.

Os três aspectos foram considerados tanto no que diz respeito ao trabalho desenvolvido com seus alunos como com a professora, sempre usando o computador para trabalhar os conhecimentos elementares de estatística.

A entrevista permitiu traçar um perfil da professora, revelando que esta dispunha de pouco conhecimentos de conteúdo na área da Matemática. A pesquisadora percebeu, porém, que ocorreu uma ascensão em relação aos conhecimentos matemáticos no decorrer dos trabalhos. Percebeu que a professora, desde o início da pesquisa, tinha interesse na utilização do computador para ensino em sala de aula, pois considerava que essa ferramenta beneficiaria tanto a escola quanto os alunos. A autora sugere, com base nos resultados da pesquisa, que uma integração didática que se refletirá em bons resultados em sala de aula.

Quanto aos conhecimentos específicos da Estatística, a professora exibiu domínio técnico em cálculos, por exemplo, de média e proporção, porém não apresentou conhecimento do significado dessas medidas, para utilização apropriada às situações expressas nas tarefas a ela apresentadas. Essa dificuldade de significado foi diagnosticada também ao se utilizar o computador. Nas leituras e interpretações de gráficos e tabelas, a professora evitou trabalhá-los de forma icônica, preferindo a representação numérica, pois esta, segundo a autora, apresentava-se mais familiar e de mais fácil manuseio.

Nessa etapa, a pesquisadora também percebeu uma evolução na interpretação e análise gráfica pela professora, que chegou a interpretar corretamente gráficos sofisticados em contexto de papel e lápis e, também, com a ajuda do computador, mesmo quando este apresentava três formas distintas de gráficos.

Considerando sua questão de pesquisa, a autora constatou que alguns fatores interferem na formação dos conceitos estatísticos pelos professores. Primeiramente, aponta dificuldades no modo como os dados são organizados e apresentados após a coleta. O entendimento da origem dos dados e também o de como foi feita sua coleta são fatores importantes para os primeiros contatos com a estatística. Eles ajudarão no entendimento, por exemplo, do tipo de gráfico mais apropriado – aspecto que foi uma das dificuldades apresentadas pela professora. A transição dos dados brutos coletados para uma tabela ou mesmo um gráfico não é apresentada de forma clara e sequenciada nos livros didáticos: os dados já se apresentam de início em forma tabular ou gráfica. Para a pesquisadora, essa lacuna é prejudicial ao entendimento dos conceitos estatísticos que surgirão no decorrer do aprendizado, tanto do professor, quanto a do aluno.

Assim, torna-se desejável memorizar tais procedimentos, dar-lhes sentido e resolver diversas situações que abordem o conceito estudado, utilizando várias formas diferenciadas. É neste momento que se encontra consonância com a teoria dos Campos Conceituais, que considera que as situações é que são determinantes do sentido atribuído ao conceito.

Quanto à utilização do computador, a autora constatou que este desempenhou importante papel na formação dos conceitos estudados. Como o *software* utilizado ofereceu diversas possibilidades de explorar um mesmo conjunto de dados, propiciou à professora um aprimoramento da Matemática e da Estatística subjacentes a esses recursos, ou auxiliou-a a fazer inferências sobre o conjunto de dados estudados. Outro fator positivo na utilização do computador foi a percepção de que a professora utilizou-se de mais uma estratégia para analisar os dados – ou seja, com o desenvolvimento das atividades e o aprimoramento da professora na utilização do *software*, este a ajudou a analisar os dados sem preocupar-se com o tempo demandado para a construção de gráficos.

A autora concluiu que para um professor não especialista o processo de formação de conceitos referentes a conteúdos do bloco 'Tratamento da informação' envolve aprendizagem de vários procedimentos, a saber: (a) coleta e a organização dos dados em tabelas de dados brutos, definindo campos e categorias quando necessários; (b) organização dos dados em tabelas de frequência absoluta; (c) representação, leitura e interpretação dos dados coletados, utilizando diversas representações gráficas; (d) exploração de recursos computacionais, acompanhada de reflexão sobre a potencialidade desses instrumentos; (e) situações diversificadas que possam refletir-se sobre os conceitos matemáticos presentes em todas as representações e outros recursos, como por exemplo o computador.

Para a autora, evidenciou-se que o professor precisa vivenciar todas as situações citadas, quais sejam, organizar, descrever, analisar e interpretar dados oriundos de uma pesquisa. Isso pode ser justificado pela teoria adotada, de campos conceituais, segundo a qual o professor precisa dominar um conjunto de situações e delas extrair invariantes e relacioná-las com as representações simbólicas.

A pesquisa de Santos (2003), nos ajudou a verificar se nossos sujeitos de pesquisa percebiam a importância de conhecer as variáveis em estudo em um tratamento estatístico. Todos os trâmites de uma pesquisa, desde o conhecimento do tipo de variável até a representação desses dados, são de suma importância para as análises e conclusões. Trabalhar com tabelas ou gráficos prontos não se revela suficiente para que o estudante perceba a essência de um tratamento estatístico.

Cabe salientar que inexistente faixa etária específica para dar início à abordagem das variáveis de uma pesquisa. Nada impede que já desde as séries iniciais se apresentem os caminhos iniciais para despertar a atenção do estudante sobre a importância de trabalhar cuidadosamente com as variáveis e os dados coletados. O que vemos nos livros didáticos voltados às séries iniciais são gráficos e tabelas prontos, para que os alunos comecem a manipular os dados ali contidos sem se preocuparem com a procedência desses dados e com o modo como foram coletados.

Veras (2004) trabalhando com um grupo colaborativo de 16 professores polivalentes que ensinam Matemática nas séries iniciais, investigou a compreensão

destes sobre as atividades de Estatística, considerando a organização praxeológica e especificamente as compreensões desses professores sobre a construção e leitura de gráficos e tabelas, considerando os níveis propostos por Curcio e Wainer.

A pesquisa qualitativa buscou responder à seguinte questão: “Quais as contribuições que uma formação, dentro de um grupo colaborativo, traz para a formação de um grupo de professores polivalentes?” Os dados foram coletados em cinco encontros, quatro deles para atividades de leitura e construção de gráficos e tabelas e um para aplicação de um questionário final, destinado a diagnosticar os efeitos dessa formação no grupo.

Na metodologia adotada, de natureza colaborativa, a pesquisa é integralmente desenvolvida por todos os participantes, desde a idealização do projeto até a redação do relatório final, passando pela coleta e análise de dados.

Após a aplicação de um questionário inicial para identificar o perfil de cada participante, procedeu-se aos encontros de formação, desenvolvidos a partir de situações-problema, algumas das quais envolviam tanto a construção de tabelas e gráficos quanto análise e interpretação destes.

No segundo encontro, as situações-problema envolveram a construção de gráficos, também por meio de atividades e tabelas. No terceiro encontro, percorreu-se o caminho inverso: foi fornecido um gráfico e atividades para que os participantes construíssem tabelas. No quarto encontro, ainda trabalhando com atividades, focou-se a interpretação e leitura de gráficos. O propósito do quinto e último encontro foi verificar o efeito formativo que os quatro primeiros encontros tiveram sobre o aprendizado desses professores. Para tanto, responderam em duplas a um questionário final sobre a construção de tabelas e gráficos e a utilização de média aritmética e inferência sobre dados. Por fim, discutiu-se coletivamente as resoluções propostas pelas duplas.

Os resultados revelaram ter sido oportuna a participação em um trabalho coletivo entre professores para discussão e aprendizado de determinadas noções, no caso, relativas à Estatística. De início, os professores tiveram dificuldades com as tabelas apresentadas nos questionários, o diálogo e discussão, envolvendo todo o grupo, permitiu trabalhar com esses entraves. O mesmo aconteceu no trabalho com

gráficos. Diferenças encontradas nas escalas promoveram discussões sobre qual dos gráficos estaria representaria melhor os dados. Os cálculos das medidas separatrizes e centrais, por meio dos gráficos, também foi ponto de dificuldade; no cálculo da média compareceu um maior número de erros. Os níveis de leitura dos gráficos, estabelecidos segundo o proposto por Curcio (2001), promoveram debates entre os grupos para se identificar como se poderia mobilizar a leitura dos conjuntos de dados (colunas de uma tabela ou eixos de um gráfico).

O autor concluiu que utilizar um grupo colaborativo contribui para avanços na aprendizagem de professores sobre noções estatísticas, tanto na organização quanto na interpretação dos dados. O grupo colaborativo promove confiança por meio do intercâmbio a respeito das dificuldades, que, apresentadas pelos integrantes, são discutidas entre pares e sanadas, seja por colaboração de alguns que conhecem os conceitos em questão ou pelo direcionamento grupal a pesquisas sobre o tópico de interesse.

Essa pesquisa de Veras (2004) nos auxiliou a verificar, durante os encontros com as professoras em HTPC, se ocorria melhora em suas práticas, ganho esse que se refletiria no aprendizado de seus alunos. Esses encontros tiveram supervisão de uma professora mestra em Ciências e Matemática, e entendemos a presença de ao menos um participante com formação acadêmica diferenciada pode enriquecer a condução de um trabalho coletivo.

Observamos o comportamento dessa professora e das demais participantes, buscando verificar como se deram as práticas nesses encontros e na resolução das atividades depois dos encontros.

Lemos (2011) teve por objetivo investigar os níveis de compreensão e desenvolvimento pedagógico e didático do conteúdo exibidos por professores que atuam no Ciclo I do Ensino Fundamental a respeito de medidas de tendência central, colhendo essas observações durante uma formação continuada voltada ao desenvolvimento profissional. Dois momentos organizaram a pesquisa: (1) uma revisão dos estudos sobre medidas de tendência central, que permitiu identificar as dificuldades habitualmente enfrentadas por alunos e professores, e (2) uma discussão sobre o desenvolvimento profissional do professor.

Em uma pesquisa qualitativa como essa, que envolveu contato direto do pesquisador com o ambiente em que transcorria o fenômeno em estudo, tornam-se importantes as descrições de pessoas, situações e acontecimentos, a partir de informações colhidas em entrevistas e depoimentos em áudio e vídeo, fotografias, desenhos e extratos de vários tipos de documentos. A metodologia, segunda a autora, permitiu-lhe responder a questões particulares reais que não se prestavam a quantificação.

A pesquisa foi estruturada em cinco etapas. Na primeira, aplicou-se uma sequência de tarefas em um curso de Estatística organizado em cinco encontros na própria escola; nas outras quatro etapas, os participantes elaboraram e produziram documentos que compuseram o material de análise, bem como gravações de algumas fases da coleta de dados. Cada encontro teve duração média de 90 minutos. A pesquisadora criou dinâmicas (*e-mails*) para a troca do material entre ela e os participantes.

Inicialmente, os participantes foram postos em contato com artigos publicados – de Batanero, Godino, Navas, Cobo, García Alonso e García Cruz, entre outros – que versavam especificamente sobre medidas de tendência central. Nesses atentando-se para as diversas tarefas empregadas nesses estudos para diagnosticar conhecimentos ou introduzir conceitos referentes à média, moda e mediana por meio de tabelas, gráficos e resolução de problemas.

Em seguida, essas tarefas foram adaptadas de modo a configurar uma sequência de ensino, tendo como base o dia a dia dos professores. A intenção da pesquisadora foi levar os participantes a incorporar as noções focalizadas nesses textos e, com base na observação desse avanço, construir uma medida para análise do desenvolvimento profissional (hipótese da pesquisadora).

A segunda etapa consistiu na elaboração de uma tarefa em duplas, para posteriormente se escolher uma única tarefa que seria trabalhada em sala de aula. Houve participação efetiva dos sujeitos, ao passo que a da pesquisadora foi propositalmente tímida, permitindo-lhe concentrar-se no processo com que os professores estabeleciam critérios para escolha da atividade e como se estabeleceriam as relações entre o conteúdo trabalhado e atividade escolhida. Essa

relação também forneceria indícios do desenvolvimento profissional dos participantes.

Na terceira etapa, analisou-se a tarefa elaborada. Utilizando material didático criado pela pesquisadora, contendo um roteiro de plano de aula, com objetivos, conteúdos, procedimentos, solução correta do problema e explicitação do que se esperava dos alunos, foi possível aventar as possíveis dificuldades que seus alunos poderiam enfrentar. A análise dos resultados dessa etapa permitiu verificar os conhecimentos prévios que os professores tinham sobre o tema e identificar ações que poderiam ser adotadas para sanar tais dificuldades presentes nos alunos.

A autora concluiu que o curso de formação estatística apontou os mesmos indícios relatados por Gal (2002) sobre a necessidade do letramento estatístico, ou seja, promover nos professores a competência em criar situações, por meio de atividades, que levem seus alunos a também desenvolver tais competências no trabalho com Estatística. A autora reconhece ser difícil pôr em prática conteúdos ainda não plenamente maturados e desenvolvidos cognitivamente. Citando Lopes e Coutinho, aponta ela que ter competência estatística significa haver desenvolvido atitudes, capacidades e conhecimentos estatísticos que possibilitem ao indivíduo ser crítico e reflexivo em relação à informação veiculada por meio de diversas mídias. Ainda segundo Lopes e Coutinho, os processos de leitura e escrita são fundamentais na Educação Estatística, e, nesse sentido, Gal (2002) preocupa-se com o modo como os professores vêm ensinando esses conteúdos.

Outros achados interessantes, apontados por Lemos (2011), dizem respeito às dificuldades encontradas pelos professores em adaptar atividades para a realidade dos alunos sem fugir do objetivo que se propuseram, bem como à ausência de análises matemáticas nas atividades e/ou na didática. Também aponta o equívoco em classificar as variáveis como quantitativas ou qualitativas. Esse equívoco foi percebido pela autora, no momento em que os professores insistiam em calcular medidas – por exemplo média – em variáveis qualitativas. Este último diagnóstico de Lemos reforça o que Shulman (1986, p. 9) afirma sobre o conhecimento didático do conteúdo pelo professor: a importância desse tipo de conhecimento deve-se ao fato de não poder ser adquirido de forma mecânica ou

linear, pois é uma elaboração pessoal do professor ao confrontar-se com o processo de transformar em ensino o conteúdo aprendido durante seu percurso formativo.

No que se diz respeito aos planos de aula, Lemos (2011) acredita que ao elaborá-los os sujeitos da pesquisa estavam, além de preparar suas aulas, também se envolvendo em um processo de análise e reflexão sobre a atividade. Observou que o domínio do conhecimento sobre o conteúdo ainda não estava totalmente estável nessa fase da pesquisa. A dificuldade diagnosticada tinha origem na apropriação, e não na articulação, dos conteúdos trabalhados. Nem essa apropriação nem a articulação não haviam sido percebidos na fase em que a pesquisadora analisou a construção e escolha das tarefas a serem desenvolvidas pelos participantes. Para estes, a elaboração do plano de aula é uma atividade rotineira, exigindo por isso algo mais ao que é desempenhado diariamente. Sendo assim, o tempo de intervenção e reflexão não foi suficiente para construir novos conhecimentos.

Para a autora, ficou claro, pela análise dos protocolos construídos, que o conhecimento que os participantes possuíam sobre os conteúdos trabalhados eram insuficientes para o desenvolvimento de reflexão didática sobre estes. A análise dos planos de aula, por sua vez, lhe revelou que a falta de domínio do conteúdo pelos professores constituiu um obstáculo para a construção de um plano mais detalhado e articulado com os conteúdos visados.

Na aplicação da tarefa elaborada e selecionada pelo grupo, a autora esperava que os participantes identificassem e refletissem sobre o processo de aplicação, as expectativas, as certezas e as incertezas sobre como ensinar medidas de tendência central e sobre as dificuldades que surgissem. No entanto, nem todas as duplas corresponderam a essa expectativa de desenvolvimento profissional. Os fatores que contribuíram para a ausência dessas atitudes foram diversos, incluindo a descrença de que os alunos dos participantes fossem capazes de resolver as tarefas; o cumprimento apenas parcial pelos sujeitos da pesquisa, das etapas acima mencionadas; e; as crenças negativas, de que os alunos respondem rapidamente a tarefas em que as professoras esperavam algum tipo de dificuldades pelos estudantes.

A autora também constatou que no início da intervenção os sujeitos mostraram-se pouco familiares com os conteúdos estatísticos trabalhados. Isso foi revelado pelo diagnóstico das respostas fornecidas, pelos procedimentos de resolução adotados e pelas atitudes demonstradas ao longo da intervenção. Entretanto, com o prosseguimento do trabalho, percebeu-se uma evolução nos significados atribuídos aos conceitos abordados (por exemplo, o de média). Durante a construção das tarefas, os professores tiveram dificuldades em articular o que fora aprendido e o que deveria ser posto em prática, evidenciando que as experiências cotidianas em sala de aula podem não se traduzir em mudanças na prática docente. Na execução do plano de aula, essa resistência à mudança mostrou-se mais maleável, pois se identificou que, mesmo elaborando o plano de aula com obediência detalhada a todos os tópicos constantes no roteiro, os professores propuseram avanços de atitude modificando a tarefa e introduzindo adaptações.

As análises finais apontaram indícios de evolução no letramento estatístico desses professores, que conseguiram, durante a intervenção, estabelecer relações e justificar suas respostas, de modo condizente ao que Gal (2002, p. 6) chama de “capacidade de examinar e comunicar suas reações diante das informações estatísticas, tais como sua compreensão do significado das informações, suas opiniões sobre as repercussões desta informação ou suas preocupações com relação à aceitabilidade das conclusões fornecidas”.

O trabalho de Lemos (2011) prestou-se a balizar nossa observação dos níveis de conhecimento de nossos sujeitos de pesquisa sobre o bloco ‘Tratamento da informação’, proporcionando comparativos sobre os processos de intervenção formativa que um grupo de professores pode vivenciar e que se refletem em seu trabalho cotidiano como docentes. Percebemos em Lemos que a vivência na intervenção formativa, a prática adquirida e as crenças são determinantes para a condução de mobilização de conhecimentos didáticos sobre objeto matemático.

Lopes (2003) investigou as alterações um processo de reflexão sobre o ensino de Estatística e Probabilidade poderia provocar na formação e prática de professores.

Analisando as mudanças ocorridas no conhecimento de professores sobre o ensino de Estatística e Probabilidade na Educação Infantil, bem como, possíveis alterações observadas na prática pedagógica em decorrência de um processo de intervenção, a autora considerou três questões, que nortearam sua pesquisa:

1. Que conhecimentos didáticos acerca da Probabilidade e da Estatística possui o professor da Educação Infantil?
2. Como o professor reflete, epistemologicamente, sobre as ideias estocásticas fundamentais?
3. Como o estudo, a vivência e a reflexão coletiva acerca do conteúdo estocástico e sua didática influenciam o conhecimento profissional e a prática do professor da Educação Infantil?

Para responder a esse questionamento, Lopes empreendeu um trabalho colaborativo, inicialmente visando ampliar o conhecimento didático de educadoras, juntamente com a coordenação, e conseqüentemente promover seu desenvolvimento profissional. Dessa forma, Lopes fez uma pesquisa com, e não sobre, essas professoras.

Pautado por essa perspectiva de investigação, seu trabalho gerou uma interdependência entre as componentes do grupo e a investigadora, que estiveram comprometidas com a construção coletiva de conhecimento e com o processo contínuo de reflexão, o qual teve papel fundamental na efetivação do trabalho.

Para tanto, adotou um enfoque qualitativo baseado em estudo de caso, que contou com um grupo colaborativo formado por oito participantes (quatro professoras, duas coordenadoras e uma professora auxiliar, além da investigadora).

No decorrer do estudo, evidenciou-se que a reflexão na ação e sobre a ação profissional era ainda pouco sistemática (ou seja, os sujeitos investigados demandam regras e modelos para poderem atuar), além de ser pontual e demandar maior tempo. Isso não atende à expectativa de que o educador seja capaz de ampliar suas visões a respeito do processo de ensino e aprendizagem, para que possa compreender a complexidade e a diversidade cada vez mais presentes no universo escolar.

Lopes destaca ainda que o processo de formação deve possibilitar ao professor reconhecer a si próprio como verdadeiro protagonista curricular capaz de tomar decisões fundamentais para sua prática, em função das necessidades de seus alunos e seus contextos institucionais.

Observa, além disso, que no decorrer do estudo as docentes desenvolveram um processo de raciocínio didático-pedagógico e uma atitude profissional em que valeram de suas compreensões, ao se confrontarem com dilemas ao ensinarem Estatística e Probabilidade em um contexto particular.

Além disso, na visão da autora, o desenvolvimento profissional ampliou-se por meio do trabalho coletivo, efetivado com ética e solidariedade na produção coletiva do conhecimento específico e didático da Matemática e da Estatística. Constatou que esse também foi um processo contínuo, com constantes reflexões sobre suas práticas, promovendo o aprofundamento do conhecimento matemático, estatístico e didático. Aponta ainda que outro fator que contribuiu para o desenvolvimento profissional, diretamente relacionado à ação pedagógica, foi a disponibilidade à participação da pesquisa e a interação com as demais participantes.

Para Lopes, a formação do educador matemático e estatístico que atua ou atuará na Educação Infantil deve prever um processo de ensino e aprendizagem de conteúdos por meio de resolução de problemas, simulações e experimentos, os quais permitam ao profissional construir conhecimentos à medida que estabelece relações com informações adquiridas e com o domínio de diferentes linguagens e formas de expressão.

Lopes (2003) também defende que o docente apresente pelo menos um nível de abstração superior, no que diz respeito ao conteúdo que irá trabalhar, pois somente dessa forma conseguirá estabelecer conexões com outras áreas e com o próprio conhecimento matemático e estatístico, já nas questões que versavam sobre o conceito de moda, média e mediana a autora identificou, com a aplicação do questionário, um alto índice de erros.

Considera que o conhecimento profissional-didático deverá incorporar o domínio de conceitos, representações, procedimentos, resolução de problemas e

habilidades de exploração e investigação. Para tanto, o docente deverá ter boa relação com a Matemática, além de gosto e disponibilidade para se envolver na preparação das aulas, para refletir sobre os redirecionamentos no decorrer destas e durante momentos de formação e trabalho colaborativo.

A contribuição de Lopes (2003) para nosso trabalho é de suma importância, pois os caminhos por ela percorridos atendem aos preceitos de que a formação continuada promovida em um grupo de professores é significativa para que, além de promover aprendizado aos alunos, promova crescimento acadêmico nos professores e desperte o interesse permanente em buscar aperfeiçoamento nas práticas em sala de aula, para desenvolvimento significativo no conhecimento didático no professor.

Não podemos esquecer que em nosso trabalho os encontros em HTPC, liderados por uma professora mestra, não deixam de ser uma formação continuada, pois, além de essa professora socializar com as demais o conhecimento adquirido em seus estudos, atualiza as participantes sobre pesquisas sobre ensino e aprendizagem, para que se tornem alvo de discussão.

## **3.2. ALGUNS ARTIGOS**

### **3.2.1. ARTIGOS QUE TRATAM DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR**

Pfannkuch (2008) defende que a melhoria do conhecimento de conteúdo e didático em Estatística pelos professores passa por algumas experiências que envolvem as fases na investigação ou coleta de dados estatísticos e também pelo que o autor denomina de *transnumeração*.

Nas fases de investigação ou coleta de dados estatísticos, o aprendizado se processa desde coleta e se estende até as análises finais. Segundo a autora, toda análise exploratória dos dados estatísticos é um aprendizado fundamental para a compreensão do poder e limites da argumentação baseada nos dados investigados. Todo o percurso de investigação empírica, de compreender a situação contextual, de formular problemas, de definir variáveis, métodos de medição e métodos de coleta de dados, é fundamental para a aprendizagem dos conceitos estatísticos.

Outra situação de aprendizado ocorre ao se investigarem conjuntos de multivariáveis, momento em que o aprendizado pode se tornar mais rico, como, por exemplo, se existir alguma relação entre as variáveis de estudo.

Nesses casos, em que o aprendizado se faz por meio das fases da investigação e coletas de dados e da verificação das relações existentes entre as várias variáveis de um mesmo conjunto, é função do professor traçar rumos para que seus alunos possam construir conhecimentos e conceitos estatísticos. Assim, essa pesquisadora considera que cabe ao professor identificar quais ferramentas são necessárias para a condução de um trabalho estatístico (por exemplo, ambientes tecnológicos ou não tecnológicos) e ter a capacidade de desempenhar as etapas de investigação empírica por meio de conhecimento da situação estudada, compreensão do objetivo do estudo, conhecimento da origem dos dados estudados e modo como estes foram coletados e medidos.

Para a autora, os alunos são incapazes de, sozinhos, promover tais etapas de investigação estatística. Há etapas que demandam maior atenção e tempo. Cabe ao professor, com base em sua formação, estabelecer estratégias que permitam distribuir as etapas que demandem mais atenção e estimar o tempo necessário para seu desenvolvimento. Afirma também a autora que, se os professores detêm esse tipo de formação estatística, o próximo passo será promover a socialização desse conhecimento com seus pares. Para ela, entender a complexidade das etapas de investigação e análise auxilia os alunos a interagir com situações similares às que lhes foram apresentadas no contexto de sala de aula, promovendo assim melhor entendimento do que se pretende ensinar.

Sobre o que a autora aborda acerca da transnumeração, esta se refere a um tipo de pensamento segundo o qual as formas de representação dos dados são alteradas para gerar melhor compreensão destes. A transnumeração ocorre em todas as etapas de investigação estatística, já mencionadas acima. Um exemplo apontado pela autora tem início com a coleta de dados brutos que estão atrelados a um acontecimento real, como por exemplo, atividades relacionadas aos programas favoritos na televisão, tipos de esporte praticados, tipos de leitura etc.

Esses dados podem gerar outros tipos de investigação não necessariamente ligados *a priori* à primeira coleta de dados. Como exemplo, a autora cita um levantamento acerca de indivíduos sedentários. A partir desses dados, esses sujeitos podem ser recategorizados para fazerem parte de novas investigações, como por exemplo acerca da relação entre o número de sedentários e o de horas que pessoas ficam à frente do televisor. A comparação entre esses dados pode gerar novos aprendizados.

Em seu artigo, Pfannkuch também aborda os diferentes gráficos estatísticos e as tabelas de dupla entrada. Segundo ela, a mobilização do raciocínio estatístico a partir de gráficos e tabelas requer a capacidade de perceber, avaliar e julgar. Considera ela que os pesquisadores veem essa mobilização como difícil tanto para professores como para alunos.

Finaliza o artigo reforçando que, para haver entendimento dos conceitos estatísticos, é necessário que os professores possuam formação suficiente para manipular de forma clara e coerente as etapas de análises de dados e para construir diferentes conceitos estatísticos interrelacionados fundamentais para uma transnumeração do pensamento estatístico e para o raciocínio com modelos estatísticos (gráficos e tabelas). No que se refere aos professores, o conhecimento didático do conteúdo deve permitir diagnosticar como os alunos mobilizam o raciocínio estatístico e como usarão esses conhecimentos para futuros aprendizados.

O artigo de Pfannkuch colaborou com nossas análises das diferentes formas de representação de dados estatísticos identificadas nas entrevistas, e também ao analisarmos o modo como o grupo de professoras entendeu as mudanças de registro e suas aplicações. Seria viável que ao se ensinar estatística para as crianças a partir da coleta de dados, a organização e apresentação destes dados se fizesse de maneiras diferenciadas para representar o mesmo objeto. As leituras feitas em jornais e revistas são um bom exemplo disso, ao diferenciarem o modo como de apresentar as informações, por vezes em forma tabular e gráfica ao mesmo tempo.

Chick e Robyn (2008) pesquisaram em 27 professores australianos que lecionavam nas séries iniciais equivalentes ao Ciclo I brasileiro' o grau em que a estatística se centra em regras ou em pensamento crítico que dependem de percepções dos professores sobre o conhecimento estatístico, juntamente com seu conhecimento didático desses conteúdos.

Esses professores tiveram como tarefa realizar uma pesquisa e planejar uma aula para turmas de sexto ano, com base em recursos que ofereciam dados ricos em oportunidades para abordar questões de letramento estatístico. As respostas e a análise dos planos de ensino revelaram uma atitude ambivalente em relação à estatística e uma incapacidade ou falta de vontade de se envolverem profundamente com o recurso. Diagnosticou-se que a maioria dos planos de ensino preparados pelos professores se centravam em gráficos e fórmulas para apresentação dos cálculos estatísticos, com pouca ou nenhuma abordagem ou ênfase na compreensão da fonte de informações.

Como metodologia, os pesquisadores apresentaram dados estatísticos, em forma de tabelas e gráficos, retirados da Internet, sobre os níveis de armazenamento de água em Melbourne em 2007. As tabelas continham colunas com dados sobre a capacidade e volume de água, incluindo porcentagens, mudanças de volume e informações sobre chuvas em um período de 24 horas. Nos gráficos, quase todos os dados estavam representados como linhas. Os gráficos foram exibidos utilizando dois tipos de suporte (mídias). A primeira, *on-line*, permitia analisar o comportamento dos dados de um ou mais anos, exibindo-os simultaneamente. A segunda, estática (impressa), mostrava o comportamento dos níveis de água em um período de 11 anos, com 11 linhas em apenas um gráfico. A escolha do tipo de variável de estudo foi considerada relevante, já que no local de estudo havia períodos de seca e era comum proceder a levantamentos desse tipo. A intenção dos autores foi verificar que tipos de ensinamento os professores poderiam propor aos alunos para esse tipo de dados coletados.

Os professores, que já haviam cursado mais de três semestres em Educação Matemática, foram divididos em dois grupos. Antes de lecionarem Estatística, já haviam discutido os tópicos da Estatística básica em considerando os conteúdos trabalhados em sala de aula, como por exemplo os níveis propostos por

Curcio (2001), na leitura de gráficos e no trabalho com diferentes tipos de gráfico e medidas de tendência central. Os alunos desses professores cursavam o equivalente ao 5.º ano do Ensino Fundamental. As aulas desses professores foram consideradas como oficina de 110 minutos, e suas respostas em aula a seus alunos, juntamente com os registros dos planos de ensino, foram coletados para análise. As análises foram categorizadas por meio de escalas de cinco pontos, abrangendo desde as atitudes dos professores e crenças sobre a Estatística até o nível de relevância na sociedade. Também foram criados questionamentos relacionados especificamente à Estatística no Ciclo I.

Dos 27 professores, 30% responderam corretamente a todas as questões propostas; 52% acharam ser fácil mentir com dados estatísticos, e por isso não confiavam neles; 44% não responderam ao quesito que afirmava “tenho conhecimento suficiente em Estatística para ensinar na escola fundamental [Ciclo I]”. Em outras questões, que envolviam tópicos de Estatística, as respostas pareceram vagas ou potencialmente inapropriadas, nos seguintes âmbitos: Interpretação de gráficos (25%), variação dos dados ao longo do tempo (25%) e atribuição do mesmo significado a média, mediana e moda (62%). Mais da metade dos professores apontou o tema ‘porcentagem’ como relevante.

Os autores convidaram esses professores a realizar questionamentos para aos alunos sobre os dados referentes à água que haviam sido coletados. Dentre os professores, 85% se concentraram em questões de análise direta dos dados em representação gráfica ou tabular, como por exemplo: “Como foi a mudança dos níveis de água ao longo de certo tempo?”, “Em que mês choveu mais?” ou “Qual o valor, em porcentagem, em determinado mês?”. Cerca de 15% se preocuparam com questões que fizessem seus alunos refletirem ou raciocinarem além dos dados, ou que os levassem a considerar possíveis implicações, como por exemplo: “Qual mês terá maior precipitação?”, “Por que o nível de armazenamento tem certa variação?” ou “Como podemos economizar água?”.

Nas análises, os autores buscaram quantificar a ênfase estatística dada a cada questão. A “interpretação gráfica” recebeu maior pontuação (segundo uma escala de caracterizações criada pelos autores), seguida de “média, mediana e moda” e “porcentagens”. Segundo os autores, a pesquisa revelou uma forte

tendência de atribuição de valor significativo ao conteúdo de Estatística, embora o sucesso desse aspecto na pesquisa não implique elaboração de boas questões para que os alunos de 5.º tenham sucesso na aprendizagem.

Assim, os autores concluíram que os planos de aula produzidos podem não proporcionar uma visão completa do conhecimento didático do conteúdo pelo professor, pois há aspectos que são mais relevantes na prática do ensino. No entanto, os tipos de atividade planejados e elaborados revelaram muito sobre o conhecimento didático de conteúdo pelos professores pesquisados. Os autores consideraram positivo o esforço destes em produzirem atividades que contemplassem conteúdos de Estatística com o intuito de ajudar seus alunos na compreensão desses tópicos.

Essa pesquisa mostrou ser preciso auxiliar professores polivalentes a desenvolver seu conhecimento do conteúdo didático e específico da Estatística para que possam identificar conceitos importantes a serem desenvolvidos utilizando um recurso para o tratamento de dados do mundo real. De fato, os instrumentos utilizados no estudo pareceram oferecer caminhos positivos. Além disso, para além de seu papel como instrumento de pesquisa, a atividade de aula planejada poderia ser empregada como ferramenta de ensino, para facilitar a discussão e aprendizagem entre os professores.

Chick e Robyn (2008) proporcionaram subsídios a nosso trabalho ao apontarem a necessidade do planejamento das aulas em relação ao bloco 'Tratamento da informação'. Considerando o grupo pesquisado e o trabalho em sala de aula com atividades pré-determinadas, tais como as presentes em um livro didático, somos levados a cogitar que meramente executar as atividades do livro, sem ao menos verificar os invariantes de dificuldades ou de reflexão.

Para Batanero, Godino e Navas (1997), a formação de professores que lecionarão no equivalente espanhol do Ciclo I do Ensino Fundamental deveria contemplar a preparação matemática e didática em conteúdos básicos de Estatísticas, como o conceito de média, imprescindíveis na análise exploratória de dados, cujo ensino é recomendado desde as séries iniciais.

Esses autores identificaram aos futuros professores falta compreensão do algoritmo do cálculo da média, bem como discernimento entre média, mediana e moda em distribuições não simétricas e entendimento de que nem todas as distribuições são simétricas.

Especificamente em relação a tarefas que envolvem tratamento de valores atípicos, os sujeitos pesquisados apresentaram um índice de erros de 34% no item que solicitava calcular a média sem rejeitar o valor atípico. Neste contexto, tal valor apontava um desequilíbrio observado na medição, influenciando a estimativa do verdadeiro peso de um objeto. Já em situações que não requeriam levar em conta valores atípicos ao comparar distribuições, os futuros professores tiveram índice de erro de 22,6%.

Outro ponto em que demonstraram grande dificuldade foi no conhecimento das posições relativas entre média, mediana e moda em distribuições não simétricas, com índice de 57,4% de respostas erradas. Segundo os autores, essa relação não é fácil de compreender porque não se deduz claramente do algoritmo de cálculo.

Os sujeitos também tiveram dificuldade em discernir se a média, a mediana ou a moda são preferíveis para representar um conjunto de dados. Na tarefa que solicitava a comparação de duas distribuições, os autores identificaram duas estratégias incorretas de solução: não avaliar adequadamente as diferenças das médias com respeito à dispersão, com 8,6% de respostas certas e considerar a diferença entre os grupos com base em apenas parte da distribuição, com 12% de respostas certas.

Na visão dos autores, os resultados do estudo mostram a existência de erros conceituais e dificuldades de aplicação prática dos conhecimentos sobre média por parte dos sujeitos, apontando a necessidade de se aumentar o conteúdo estatístico na formação dos professores. Outras explicações para a grande porcentagem de erros são o tratamento inadequado de valores atípicos no Ensino Fundamental e Médio, bem como um ensino das médias centrado na apresentação de um algoritmo e de fórmulas, com aplicações a casos estereotipados. Tudo isso, dizem os autores,

contribui para que o futuro professor não desenvolva uma compreensão do significado integral do conceito.

As dificuldades com o conceito de média são preponderantemente constatadas em investigações sobre o ensino de Estatística. O artigo de Batanero e Godino nos auxiliou a verificar e corroborar nossas suspeitas sobre o que as professoras pesquisadas têm como conceito de média. Nossas suspeitas não diferiam do apresentado no artigo, e também incluíam a hipótese de que os equívocos não se limitariam ao conceito, mas também ao algoritmo.

Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008) descrevem um modelo de conhecimento didático de conteúdo por meio de uma intervenção formativa empreendida com o intuito de aumentar simultaneamente os conhecimentos estatísticos e didáticos de professores. Com base na noção de adequação entre conhecimentos didáticos e de conteúdo, buscaram potencializar a construção de competências específicas ligadas ao tema pesquisado, com os diferentes componentes do conhecimento do conteúdo e a capacidade de realizar análises didáticas.

A intervenção, de 45 h, envolveu 55 futuros professores que cursavam o segundo ano da universidade. Foi-lhes apresentado material didático que resumia o conhecimento didático do conteúdo nas diversas áreas da Matemática. No ano anterior, havia-lhes sido oferecido um curso de 90 h, 20 das quais para Estatística Descritiva e Probabilidade, o que permitiu aos autores assumir que esses professores já dominavam o conteúdo de Estatística básica. A intervenção se compôs de duas etapas, a primeira de 90 min, com objetivo de verificar a presença de intuição sobre o acaso.

Esses professores deveriam coletar dados e posteriormente escrever um relatório com uma discussão completa do projeto, incluindo todos os gráficos estatísticos que produzissem e as sequências didáticas que elaborassem. Poderiam trabalhar em equipe e usar as ferramentas estatísticas que preferissem, porém, cada participante deveria produzir seu relatório individualmente.

Na segunda etapa, após a entrega dos relatórios e sequências, discutiu-se coletivamente em uma sala de aula o conhecimento didático do conteúdo da

estatística envolvido no ensino, bem como os recursos estatísticos e didáticos e o quanto havia sido útil a produção desse relatório para o desenvolvimento do projeto.

A pesquisa visou verificar as intuições dos professores sobre o acaso, elemento que faz parte de uma unidade de ensino chamada 'Tratamento da informação, possibilidade e probabilidade'. Os objetivos eram: a) mostrar a utilidade da Estatística para a verificação de conjecturas e análise de dados experimentais; b) permitir constatações sobre a aleatoriedade, aspecto em que muitas vezes as intuições são enganosas. Para tanto, apresentou-se o problema por meio de instrução coletiva: discussão inicial sobre intuições, com realização de experimentos para determinar se os participantes tinham boas intuições ou não. A atividade envolvia lançar imaginariamente uma moeda 20 vezes. Em seguida, procedeu-se a experiências individuais de coleta de dados: os professores deveriam criar imaginariamente uma sequência de resultados aleatórios do lançamento de uma moeda por 20 vezes, registrando-os em uma tabela. Depois, os professores foram convidados a lançar efetivamente uma moeda 20 vezes e anotar os resultados na mesma tabela. A etapa seguinte consistiu em discussão, em sala, das novas questões e atividades: após o experimento do item 2, teve início discussão sobre possíveis estratégias para comparar as sequências simuladas e as reais. A primeira sugestão foi a de contar o número de caras e coroas. Logo em seguida, um dos pesquisadores elaborou questões bastante relevantes: "Se a sequência é aleatória, devemos obter 10 caras e 10 coroas?" e "E se conseguirmos 11 caras e 9 coroas? Neste caso a sequência não seria aleatória?". No final, os professores receberam cópia dos dados de todos os participantes, com diversas formas de representação, para realizarem as análises em casa.

A visão dos pesquisadores é que a intervenção formativa sugeriu a necessidade de adequações por parte dos professores. Uma delas é a *adequação epistêmica*, ou seja, promover nos alunos a prática da pesquisa, sempre atrelada ao conteúdo do nível de ensino. Outra é a *adequação cognitiva*, com a qual os alunos se tornam capazes de realizar tarefas de análise de dados com a ajuda do professor. Já que os conceitos de média, mediana e moda são de difícil aquisição e fácil confusão, as escalas dos gráficos podem ser unificadas para que os alunos saibam realizar comparações. A *adequação emocional*, por sua vez, parece ser a

adequação mais destacada, indicando que as crianças podiam se interessar em verificar o grau de suas intuições. Na *adequação dos recursos*, a intervenção formativa pode ser adaptada pelos professores para diferentes meios de comunicação (por exemplo, a computação pode liberar mais tempo para as atividades interpretativas, em comparação com o uso de papel e lápis).

Os resultados da análise dos relatórios produzidos pelos professores figuram na Tabela 1. Os principais erros ocorreram na identificação de variáveis estatísticas. O número de professores que se sentiram confortáveis para chegar a uma conclusão foi muito pequeno. Assim, a maioria dos professores mostrou conhecimento estatístico, mas não no letramento estatístico.

Tabela 1. Frequência (e porcentagem) de estudantes que utilizaram diferentes conhecimentos estatísticos, em estudo empreendido por Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008).

<b>Gráficos estatísticos e sumários</b>	<b>Respostas corretas (e percentuais)</b>	<b>Respostas incorretas (e percentuais)</b>
Variáveis e valores estatísticos	44 (80)	11 (20)
Média	16 (29.1)	1 (1.8)
Mediana		(1.8)
Desvio-padrão	16 (29.1)	
Gráfico de barras ou diagrama de linhas		13 (23.6)
Gráfico de barras combinados com diagramas de linhas	10 (18.2)	
Tabela de frequência	22 (40.1)	3 (5.5)
Comparação das médias	16 (29.1)	
Comparação das propagações (dispersão)	10 (18.2)	
Conclusões sobre intuições probabilísticas	3 (5.5)	

Fonte: Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008).

Os autores definiram quatro níveis de conhecimento e competência em estatística. São eles:

- Nível 1: 60% dos futuros professores não reconheceram as experiências individuais realizadas na classe como parte de uma amostra global que deve ser analisada a partir das conclusões obtidas com base em intuições. Alguns participantes apenas analisaram os seus próprios dados e esperaram coincidência nas duas seqüências de moedas, revelando assim uma concepção errada de aleatoriedade. Esses 60% construíram tabelas de frequências; dentre estes, oito produziram representações gráficas incorretas ou nenhum gráfico, geralmente calculando a média alcançada, embora sem nenhuma conclusão sobre as diferenças na distribuição ou sobre as intuições probabilísticas no grupo de alunos.
- Nível 2: 18,2% dos professores produziram tabelas, gráficos (de barras ou de linhas) e resumos estatísticos de forma independente para cada variável, mas não compararam a distribuição simulada com a real. Apenas descreveram separadamente algumas das medidas encontradas (por exemplo, médias).
- Nível 3: 16,3% dos professores plotaram cada par de variáveis no mesmo gráfico (por exemplo, representando o número de seqüências reais e simuladas em um gráfico de barras, lado a lado). Isso facilitou a comparação de cada par de distribuições, embora habitualmente a comparação se limite aos valores médios, sem levar em conta a dispersão. Eles não chegaram a uma conclusão sobre intuições probabilísticas no grupo.
- Nível 4: 5,5% dos professores tiveram comportamento semelhante aos do nível 3, mas além disso compararam as duas médias e a dispersão. Concluíram que o grupo teve uma boa intuição sobre o número médio de caras e coroas em uma seqüência aleatória, mas não sobre a dispersão. Concluíram também que o grupo teve pobre intuição sobre a execução.

Para avaliar as concepções didáticas dos professores, os autores analisaram os relatórios produzidos, novamente utilizando escalas segundo o *Guide to analyses and evaluation of the didactical suitability* (GAEDE). Constatou-se média de 11,63, com desvio-padrão de 8,49, indicando que a análise didática dos professores foi em geral difícil. As demais categorias de análise, segundo essa escala, ficaram assim distribuídas: interacional (1,95), emocional (1,95), epistêmica

(2,03) e cognitiva (2,16), revelando dificuldades nos diferentes componentes analisados.

Os achados levaram os autores a apontar a necessidade de uma formação em Estatística para os professores de ensino fundamental, para que neles ocorram mudanças significativas na concepção de conceitos estatísticos de base, o que só será possível atribuindo-se maior carga horária à Educação Estatística nos cursos de formação.

Fernandes e Barros (2005) buscaram saber se os futuros professores devem ensinar os temas de Estatística e Probabilidade, se os compreendem de forma adequada e se possuem os conhecimentos necessários para levarem os alunos a raciocinar corretamente sobre esses temas. Para tanto, utilizaram um questionário com 13 questões, cinco das quais sobre cálculo envolvendo medidas de tendência central, quatro sobre o significado e interpretação dessas medidas e quatro sobre eventos e comparação de probabilidades. Participaram desse estudo 37 alunos do 4.º ano do curso de formação de professores do Ensino Básico, variante de Matemática e Ciências da Natureza, de uma escola de Ensino Superior de Educação da cidade portuguesa de Braga. Esses alunos cursavam a disciplina 'Probabilidade e Estatística no Ensino Superior'.

Os autores observaram que as questões sobre cálculo envolvendo medidas de tendência central se revelaram difíceis para a maioria dos futuros professores, com 43,2% de respostas erradas e ausência de respostas.

No cálculo de médias, não foram capazes de extrair do gráfico a informação relevante, oferecendo 13,5% de respostas erradas, enquanto 10,8% calcularam erradamente a média das frequências e 5,4% não se recordavam da fórmula da média. No cálculo do número médio, não ponderaram a média dada, com 29,7% de respostas erradas, e ignoraram o valor zero, com 5,4% de erros. Finalmente, no cálculo da média ponderada também apresentaram dificuldades, com 29,7% de respostas erradas. Dificuldades semelhantes também foram observadas no estudo de Pollatsek, Lima e Well (1981) sobre média ponderada.

Em relação à mediana, 10,8% dos sujeitos consideraram essa medida como a metade da amplitude total dos dados, 5,4% ignoraram o valor zero, e 2,7%

tomaram a moda pela mediana e, quando foram solicitados a justificar suas respostas, 48,7% não responderam. Não houve dificuldades no cálculo da moda.

As questões sobre significado e interpretação das medidas de tendência central se revelaram ainda mais difíceis, com 50,3% de erros. Na identificação da moda, os erros perfizeram 21,6%, originando-se na seleção da maior frequência em vez do valor da variável estatística. No caso da média, o erro mais frequente consistiu em calcular a média das frequências, com 59,5% de respostas erradas. No significado atribuído à média, 40,6% se limitaram a descrever o algoritmo e 27% afirmaram tratar-se de um valor médio. Cabe ressaltar que, embora o conceito de média tenha se revelado mais acessível, 24,3% dos participantes associaram-no à ideia de maior parte ou de maior número.

Os autores concluíram que dentre as três medidas de tendência central, a mediana revelou-se a mais difícil, seguida da média e da moda, o que converge com resultados de pesquisas anteriores já apresentadas nesta seção e com resultados observados entre alunos, apontados na seção anterior. No cálculo, significado e interpretação das medidas de tendência central, salientaram-se as elevadas porcentagens de respostas erradas, situação que se agravou quando se avaliaram as justificativas.

Considerando que os participantes do estudo serão professores do 1.º ao 5.º ano e que alguns conceitos elementares de Estatística e Probabilidade fazem parte desse nível de ensino, torna-se imprescindível fazer com que esses futuros docentes se confrontem com esses e outros tipos de problemas, discutam suas respostas e reflitam sobre elas.

### **3.2.2. ALGUMAS PESQUISAS QUE FOCALIZAM DIFICULDADES DE PROFESSORES E ALUNOS**

#### **3.2.2.1. INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS**

Alguns autores afirmam que a interpretação de gráficos exige um conhecimento do sistema gráfico, e que a dificuldade se deve portanto ao fato de

que o sistema de representação não é tão trivial, envolvendo regras não facilmente apropriadas pelos estudantes (GOLDENBERG, 1998; CLEMENTE, 1985; GOMES FERREIRA, 1997). Essas pesquisas também apontam que os estudantes usualmente interpretam gráficos com base em seu formato, enxergando-os como figuras estáticas de efeito pictórico, ou seja, meramente ilustrativas. Outra maneira utilizada pelos estudantes para interpretar um gráfico a é pontual, na qual o gráfico serve tão somente como instrumento para localizar pontos (MONK *apud* MAGINA; GITIRANA; MARANHÃO, 1997).

Santos e Gitirana (1999) visaram compreender as estratégias utilizadas por estudantes da 6.<sup>a</sup> série (atual 7.<sup>o</sup> ano) na interpretação de gráficos de barras com variáveis ordinais, a partir de problemas do cotidiano, por meio de um pré-teste e interação com atividades desenvolvidas em torno de um banco de dados eletrônico, seguida de pós-teste.

Observaram que 94% dos alunos utilizaram a estratégia de visualizar as maiores barras em questões que abordavam leitura do valor máximo, ao passo que na questão que envolvia localização de decrescimento predominaram três tipos de interpretação: a recategorização do gráfico em pontos altos e baixos, a consideração do ponto mínimo e a variação decrescente. Nesse último tipo, observaram predomínio da interpretação de variação a partir do ponto mais alto.

Outra habilidade observada se referiu a uma questão que envolvia extrapolação do gráfico. Constatou-se clara maioria de alunos que exploraram o gráfico fazendo considerações qualitativas e globais, entre elas a taxa de variação. Também nessa questão os alunos utilizaram duas estratégias: informações contidas no gráfico, para formularem uma resposta, com alguns alunos fazendo leituras globais e outras leituras parciais; e utilização da abstração para a realidade, a fim de justificar a resposta. Além disso, os autores observaram, uma estratégia que não tinha sido prevista, na qual os alunos extrapolaram o gráfico globalmente, com mudança de 5,58% de extrapolações de global para parcial e vice-versa no pré-teste para 11,7% no pós-teste. É interessante notar que do pré para o pós-teste ocorreu aumento nas leituras globais e parciais, ou seja, os alunos passaram a verificar as informações contidas no gráfico para então elaborar suas respostas.

Os autores concluíram que a questão que envolvia variação configurou-se como a mais difícil para os alunos, e que a estratégia de interpretação considerando os pontos extremos (máximos e mínimos) foi a preferida pelos alunos para interpretar gráficos de barras. O achado de maior destaque disse respeito à questão que envolvia extrapolação do gráfico, pois, 41,71% dos alunos passaram a fazer considerações qualitativas e globais sobre o gráfico, com conseqüente redução na quantidade daqueles que interpretam o gráfico a partir das experiências próprias.

Guimarães (2002), também observou que alunos de nove e dez anos usaram apenas o maior valor, desconsiderando a variação. Essa autora realizou sua pesquisa com 107 alunos da 3.<sup>a</sup> série, na qual observou como realizavam a construção, a leitura e a interpretação de dados representados em gráficos de barras, a partir da apresentação de dados em uma tabela. A autora constatou que as dificuldades foram maiores na localização da menor variação (decréscimo), na localização de maior variação (crescimento), na extrapolação do gráfico, na localização da variação (estabilidade) e na localização de uma categoria a partir do valor de frequência<sup>5</sup>.

Quanto às tarefas envolvendo extrapolação dos dados, a autora observou que quase metade dos alunos (54,2%) apresentou justificativas para suas respostas, majoritariamente com base em informações contidas no gráfico de forma global (24%), abstraindo para a realidade (24%) e recorrendo a considerações pessoais (44%). Assim como no estudo de Santos e Gitirana (1999), os sujeitos do estudo de Guimarães (2002) buscaram justificativas em seu cotidiano, ou considerações pessoais, para extrapolar o gráfico.

Esses achados nos mostram que, mesmo em faixas etárias diferentes, os alunos observados por Santos e Gitirana (1999) adotaram como estratégia de interpretação de gráficos a realização de leituras pontuais, além de utilizarem suas experiências pessoais para justificar suas respostas.

---

<sup>5</sup> A autora, porém, faz uma interpretação equivocada ao associar menor variação com decréscimo e maior variação com crescimento. De fato, pode ocorrer decréscimo na variação sem decréscimo nos valores observados. Por exemplo, em uma função do tipo  $f(x) = 5 + \ln(x)$ , basta tomar o intervalo  $0 \leq x \leq 0,25$  e compará-lo com o intervalo  $0,26 \leq x \leq 0,5$ . O primeiro intervalo tem maior variação que o segundo, embora o segundo não decresça.

Outro estudo que abordou o tema foi o de Ainley (2000), que argumenta ser preciso propor atividades envolvendo diferentes tipos de representação dos mesmos dados, pois a transparência das informações emerge do uso dessas representações, e não é inerente ao tipo de representação. Essa foi a conclusão da autora ao solicitar que crianças de 11 anos construíssem gráficos, constatando que estas consideraram o aspecto estético como principal critério para a construção.

A autora também observou que crianças de seis anos conseguiam esboçar gráficos, mas não inseriam eixos, título e escala. Cabe destacar que a compreensão e o uso de escalas se configuraram como importantes dificuldades frequentemente enfrentadas pelas crianças.

Os estudos descritos na presente revisão bibliográfica que tratou de gráficos estatísticos nos permitiram perceber que os sujeitos vivenciaram dificuldades ao tentarem identificar variáveis, eixos e escalas, de modo semelhante aos sujeitos observados por Monteiro e Selva (2001), os quais mostraram dificuldades na compreensão desses instrumentos. Entretanto, cabe apontar que os sujeitos da pesquisa de Ainley (2000) eram crianças de seis a 11 anos de idade, enquanto no de Monterio e Selva (2001) eram professores com certa experiência em ensino.

Os estudos citados que versam sobre gráficos nos auxiliaram a perceber que professores polivalentes, ao ensinarem Estatística, devem ter em mente que a construção de gráficos para representar dados de uma pesquisa precisa atender a certos quesitos, como por exemplo uso escalas, definição de tipos de variáveis (qualitativas ou quantitativas, dependendo do estudo), consideração de variações e redação de títulos para o que se está estudando. Mas não só isso: a mera construção não pode suplantiar os processos de leitura, interpretação e análise dos gráficos. A compreensão decorrente desse conjunto de processos é fundamental para a concepção e gestão de atividades que conduzam os alunos na construção de conhecimentos estatísticos.

### **3.2.2.2. PROBABILIDADES**

#### **3.2.2.2.1. DIFICULDADES DOS ALUNOS**

São também diversos os estudos que revelam dificuldades de futuros professores ao lidarem com probabilidades.

Azcárate, Cardeñoso e Polán (1998), em um estudo com um grupo de 57 futuros professores do Ensino Fundamental espanhol, verificaram ter sido grande o número dos que não reconheceram a aleatoriedade presente em vários fenômenos. Especificamente, 50,3% não a reconheceram em situações cotidianas. Já nas situações de jogo, somente 7% das respostas refletiram ausência de reconhecimento desse fator.

Em investigações anteriores, realizadas com professores em formação, Serrano (1993) e Azcárate (*apud* AZCÁRATE; CARDEÑOSO; POLÁN, 1998) concluíram que os sujeitos de pesquisa tinham fraca compreensão da noção de aleatoriedade. Analogamente, observaram que em fenômenos relacionados com o jogo os participantes apresentaram argumentos que refletiam o reconhecimento da imprevisibilidade dos resultados, ao passo que em situações cotidianas de natureza imprevisível as dificuldades em reconhecer seu caráter aleatório foram consideráveis.

Em um estudo com alunos de 10 a 14 anos, Cañizares, Batanero, Serrano e Ortiz (1999) propuseram uma questão que envolvia avaliar a equitatividade de um jogo que utilizava duas caixas, uma com 10 bolas brancas e 20 pretas e outra com 30 bolas brancas e 60 pretas. Vencia quem tirasse uma bola branca. Apenas 31% dos alunos responderam usando estratégia pertinente, que consistiu em estabelecer um critério de proporcionalidade em uma fração e aplicá-lo à outra fração. Os argumentos incorretos mais utilizados foram a comparação absoluta do número de casos favoráveis (escolher a caixa que tinha mais bolas) e a comparação absoluta do número de casos desfavoráveis (escolher a caixa que com menos casos desfavoráveis ao acontecimento).

Catanero (1998) e Catanero e Batanero (1999) propuseram a alunos de 12 anos um conjunto de situações em que tinham de escolher o jogo que lhes desse mais chances de ganhar:

1. Obter um número 1 ao lançar um dado; extrair um cubo de plástico de um saco contendo 36 cubos de madeira e quatro de plástico.
2. Situação semelhante à anterior, mas com uma caixa contendo 30 cubos de madeira e 10 de plástico.
3. Obter cara no lançamento de uma moeda; extrair um cubo roxo de uma caixa com três roxos e três brancos.
4. Extrair um cubo roxo de uma caixa com cinco roxos e cinco de cores diferentes; extrair uma cartela com numeração par, de um conjunto de 10 cartelas numeradas de 1 a 10.

Catanero e Batanero (1999) concluíram que atender exclusivamente à escolha correta do jogo é mais fácil na segunda situação (73% de escolhas corretas), ao passo que as restantes revelaram-se mais difíceis (44%, 38% e 39% de escolhas corretas). No entanto, só 2% e 3% dos alunos nas situações 1 e 2, respectivamente, acompanharam a escolha correta com uma argumentação adequada, enquanto nas situações 3 e 4 esses índices foram de 16% e 20%, respectivamente. Tais resultados indicam que os alunos tiveram muitas dificuldades com esse tipo de problema.

Segundo Catanero (1998), uma característica geral dos argumentos foi a de levar em conta apenas parte dos dados disponíveis, frequentemente o dado que apoia a opção escolhida. Os respondentes valeram-se de argumentos baseados em casos favoráveis, em casos desfavoráveis e em casos possíveis, incluindo argumentos referentes à sorte e a truques.

Green (1983) desenvolveu um estudo em larga escala envolvendo 2 930 alunos ingleses do 1.º ao 5.º ano de escolas secundárias (11 a 16 anos). Nos itens que requeriam apenas o conceito de contagem, todos mostraram nível satisfatório de aptidão. Já nos itens que envolviam aleatoriedade, os alunos sentiram maior dificuldade, assim como naqueles que requeriam o conceito de razão, os quais se

revelaram particularmente difíceis, especialmente entre alunos dos três primeiros anos pesquisados.

Quanto ao conceito de generalização, Green (1983) verificou um aumento das respostas corretas com o nível de escolaridade dos alunos e com seu desempenho em Matemática. Observou também que os alunos equiparavam acontecimentos certos a acontecimentos com alta probabilidade de ocorrência, assim como acontecimentos impossíveis a acontecimentos com baixa probabilidade de ocorrência. Verificou, ainda, que estes atribuíam, espontaneamente uma probabilidade de 50% a acontecimentos possíveis e a acontecimentos equiprováveis (quando existiam mais de dois acontecimentos). Além disso, o autor afirma que a habilidade verbal dos alunos era muitas vezes inadequada para descrever situações probabilísticas com precisão.

Fischbein e Gazit (1984), analisando o efeito de um programa de ensino em probabilidades sobre alunos do 5.º ao 7.º ano (10 a 13 anos de idade), observaram que a maior parte dos participantes foi capaz de fornecer pelo menos um exemplo de cada categoria (certo, possível, impossível) de acontecimento, tanto no caso em que não era referida nenhuma experiência como quando se partia de uma experiência aleatória pré-determinada.

No entanto, em outra questão, que envolvia uma caixa contendo quatro bolas vermelhas, três verdes e duas brancas e que perguntada quantas bolas era necessário retirar para assegurar que saísse uma de cada cor, os autores constataram grandes dificuldades dos alunos na resolução, mesmo naqueles que haviam participado do programa de ensino. Destes últimos, apenas 14,1% do 5.º ano, 31,5% do 6.º e 53,8% do 7.º chegaram a uma resposta correta. No caso dos alunos que não participaram do programa, esses índices foram ainda mais baixos: 2% para os de 5.º ano, 21,8% para os do 6.º e 45,5% para os do 7.º. Nesta questão, os erros identificados tiveram diversas origens. No caso dos alunos do 5.º ano, “tirar duas ou uma bola” foi a resposta mais frequente; nos do 6.º ano foi “tirar três bolas”; nos do 7.º ano, “tirar seis bolas”, embora em todos os anos tenham ocorrido os três tipos de resposta. Houve, ainda, em todos os anos, embora em menor percentual, alunos que responderam “tirar sete bolas”.

Em outra questão que envolvia comparar probabilidades com base na comparação de razões, sendo igual a razão entre o número de bolas brancas e pretas em cada caixa, Fischbein e Gazit (1984) constataram que os alunos do 5.º e do 6.º ano tiveram grandes dificuldades. No 5.º ano, apenas 21,1% dos estudantes do grupo experimental e 22,4% do grupo de controle ofereceram uma resposta correta; no 6.º ano esses índices foram, respectivamente, de 42,9% e 51,5%. Já no 7.º ano, maior parte dos alunos deu uma resposta correta: 80,8% no grupo experimental e 51,5% no de controle. O erro mais frequente foi considerarem como resposta correta a caixa que tinha mais bolas, o que significaria, na visão dos autores, que as quantidades absolutas ainda são decisivas ao se considerar a probabilidade de acontecimentos. Afirmam que a instrução teve certamente um efeito negativo, já que, nesta questão, o grupo de controle teve melhor desempenho que o experimental.

Em todas as questões descritas, Fischbein e Gazit (1984) verificaram, ainda, um aumento de desempenho com a idade. Quanto maior a idade e maior o tempo de escolaridade, melhor foi o aproveitamento.

Fischbein, Nello e Marino (1991) observaram, entre alunos do 4.º e do 5.º ano (idades de 9 a 11 anos) e do 6.º, 7.º e 8.º (11 a 14 anos), que a maioria identificou acontecimentos certos, possíveis e impossíveis, reconhecendo situações com a mesma estrutura estocástica. Já no caso da comparação de probabilidades em experiências compostas, os alunos revelaram ter mais dificuldades na categoria dos acontecimentos certos e na classificação dos acontecimentos.

### **3.2.3. ALGUMAS PESQUISAS QUE ABORDAM ANÁLISE COMBINATÓRIA**

As pesquisas que tratam de Combinatória são as que recebem menos atenção. Sobre isso, apresentaremos alguns trabalhos que consideramos relevantes para nossa pesquisa.

Esteves (2001) teve por objetivo estudar a aquisição e o desenvolvimento dos primeiros conceitos de análise combinatória em adolescentes de 14 anos de idade que cursavam a última série do Ensino Fundamental. A autora construiu uma

sequência de ensino que partia de situações-problema por meio da contagem direta, e trabalhou com dois grupos: experimental e de referência.

Buscou responder à questão: “Em função do ensino oferecido, os sujeitos demonstram progresso verificável, no que tange ao campo conceitual considerado?”. Os resultados mostraram que os alunos tiveram dificuldade em resolver problemas combinatórios, sendo que as principais causas do fracasso envolvem confusão em identificar a ordem nos problemas.

Esses resultados serviram de referência para nossa pesquisa, por dizerem respeito às análises de como os professores percebem e utilizam ações ou estratégias mobilizados pelos alunos na resolução de problemas quando preparam a sistematização dos conteúdos combinatórios.

Campos e Magina (2004), apoiadas na classificação proposta por Vergnaud, realizaram estudo diagnóstico que envolveu mais de 1 000 estudantes da 1.<sup>a</sup> série à 8.<sup>a</sup> do Ensino Fundamental da rede estadual de São Paulo. As pesquisadoras levantaram a hipótese de que a maioria dos professores centra seu trabalho com os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental nos protótipos aditivos, em detrimento do raciocínio multiplicativo.

No que diz respeito ao ensino de matemática nas séries iniciais, essas autoras afirmam ser necessário que os estudantes identifiquem e se apropriem dos conteúdos matemáticos relativos ao conceito de número e das quatro operações básicas (adição, multiplicação, subtração e divisão). A pesquisa veio ao encontro de nossa hipótese de que os professores usam o campo aditivo em vez do campo multiplicativo em atividades de Estatística, particularmente em problemas que envolvem raciocínio combinatório, quando os conhecimentos didáticos de conteúdo estão disponíveis a esses professores.

Muniz (2009) conduziu sua pesquisa em uma escola pública do Distrito Federal, com o objetivo de compreender os saberes matemáticos dos alunos e servir de base para a mediação pedagógica. Os instrumentos principais de investigação no contexto etnográfico da sala de aula foram: observação, oficinas, relatos e discussão e análise dos protocolos produzidos pelos alunos. A pesquisa mostrou que os professores não perceberam o procedimento adotado pelos alunos para obter as

respostas, uma vez que, estando a resposta correta, o procedimento é deixado em segundo plano. Analisando os protocolos dos alunos, o autor identificou procedimento e esquemas não esperados pelos alunos da escola. Para Muniz (2009), a identificação de esquemas, apoiada na teoria dos campos conceituais, permite compreender que o aluno, mesmo em situação de dificuldade de aprendizagem, apresenta potencial matemático.

A pesquisa de Muniz nos ajudou a verificar nossas suspeitas de que os professores do Ciclo I, ao reproduzirem atividades dos livros didáticos, não se preocupam em realizar análises *a priori* destas atividades, o que lhes permitiria esperar dos alunos estratégias diferenciadas que conduzam às respostas corretas.

Sabo (2010) investigou, por meio de entrevistas semiestruturadas, os saberes de professores do Ensino Médio de escolas de São Paulo quanto ao ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória. Sua hipótese foi a de que equívocos dos alunos podem originar-se dos saberes e práticas do professor e de que o aluno tende a lançar mão da memorização para escolher a fórmula adequada para resolução de problemas. O autor informa que os professores entrevistados confirmaram evitar ou até não abordar de forma estruturada e fundamentada os estudos de Análise Combinatória com seus alunos do Ensino Médio.

Alguns professores justificavam essa posição argumentando que a Análise Combinatória é um tema árduo e laborioso de ensinar ou que o aluno não tem habilidade para aprender. Segundo o autor, nem mesmo os professores entendiam esses conceitos de forma clara e significativa.

Outra pesquisa desenvolvida para analisar o conhecimento de professores sobre Análise Combinatória foi a de Rocha (2011), utilizando entrevistas semiestruturadas. Em sua investigação, a autora se apoiou nos trabalhos de Schulman (1986) e Ball et al. (2008), os quais propõem um modelo de caracterização dos conhecimentos associado aos professores que ensinam Matemática e à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2001).

Os resultados mostraram que, embora os professores alegassem que os problemas de combinatória são mais difíceis, também apontam como difíceis os que envolvem produto cartesiano. As pesquisas de Sabo (2010) e Rocha (2011)

contribuíram, em nosso trabalho, na elaboração das atividades que envolvem Análise Combinatória. Além disso, as análises realizadas por Sabo (2010) envolvendo o objeto matemático Análise Combinatória, tendo como referencial a teoria antropológica do didático, nos auxiliaram nas observações da prática das professoras em suas aulas ao utilizarem o livro didático.

Santos (2005), em seu estudo, buscou entender como se dá o processo de incorporação de temas ligados à Combinatória, à Probabilidade e à Estatística na Educação Básica e as relações com o processo de formação continuada de professores. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram a observação de um curso de formação; aulas ministradas no Ensino Fundamental e Médio por quatro professores que participaram dessa formação; e entrevistas. O autor constatou que os professores que participaram da pesquisa não consideram esses conteúdos viáveis para o Ensino Fundamental, e os professores do Ensino Médio apresentaram certa resistência a trabalhar esses conteúdos, não incentivando seus alunos a criarem novas estratégias nos problemas propostos.

Campos (2011), em sua dissertação, analisou os tipos de problemas de contagem que figuram no caderno do aluno do 3.<sup>o</sup> bimestre do 2.<sup>o</sup> ano do Ensino Médio de São Paulo. Teve como pressuposto teórico a teoria dos campos conceituais e as variáveis de tarefas descritas em pesquisa de Navarro-Palayo *et al.* Segundo Campos (2011), os resultados indicam que os problemas se enquadram na categoria de estruturas multiplicativas e que, em certos casos, a resolução faz apelo a elementos da estrutura aditiva. Houve mais problemas de seleção e de distribuição, mas nenhum de partição.

Outro tipo de pesquisa que analisa materiais didáticos disponíveis ao professor foi a desenvolvida por Costa (2003), que investigou como é abordado o conteúdo de Combinatória nos PCN do Ensino Fundamental, na Proposta Curricular de São Paulo e em duas coleções de livros didáticos. A pesquisa foi desenvolvida no projeto de formação continuada promovido em convênio entre a PUC-SP e a SEESP, em 2002. Teve as seguintes questões norteadoras: Como o professor de matemática está instrumentalizado para ensinar combinatória no Ensino Fundamental? Quais concepções do professor influenciam sua prática pedagógica? Como uma formação continuada pode alterar ou reforçar esta concepção? Para

responder a essas questões, o autor desenvolveu um estudo à luz dos pressupostos da transposição didática, constatando que as coleções analisadas enfatizam a contagem direta e o uso de representações, deixando em segundo plano o princípio multiplicativo. Outra constatação foi que os professores pesquisados não fazem leitura dos parâmetros curriculares.

Ainda entre as pesquisas que investigaram sequências de ensino de Análise Combinatória, devemos ressaltar que foram desenvolvidas em salas de aula de escolas do Ensino Fundamental e Médio, analisando fenômenos inerentes ao ensino-aprendizagem de Análise Combinatória dentro da realidade em que vivem professor e aluno e validando sequências de ensino desenvolvidas ora por meio de reprodução de livros didáticos, ora por meio da resolução de problemas.

Sobre a resolução de problemas, os trabalhos que focalizam as dificuldades vivenciadas por professores e alunos incluem os de Esteves (2001), Dornelas (2004) e Sturm (1999), que utilizaram o princípio fundamental da contagem como técnica essencial para a resolução de problemas de arranjo simples, combinação simples e permutação sem prévia apresentação de fórmulas.

Os resultados desses estudos apontaram a importância da realização de novas pesquisas no campo do ensino de Análise Combinatória, com a intenção de potencializar o princípio fundamental da contagem como estratégia básica para a resolução de problemas. Esse tipo de estratégia de ensino caminha no sentido inverso ao do método tradicional de ensinar (definição, aplicação, exercícios), ou seja, parte do problema faz o aluno chegar às definições e às fórmulas por meio de reflexão, buscando identificar estratégias diferenciadas apresentadas pelos alunos.

Percebemos que no ensino de Análise Combinatória nas escolas ainda predomina o uso excessivo de fórmulas, sem proporcionar aos alunos condições favoráveis para que eles consigam compreender a gênese destas e, com isso, saber o momento certo de utilizá-las. É a partir do Ensino Básico que esse tipo de atividade deve ser iniciado, para que o aluno perceba quais invariantes matemáticos estão envolvidos na atividade – por exemplo, o do campo multiplicativo.

## **4. O TRABALHO COM OS DOCENTES E OS RESULTADOS ENCONTRADOS**

Este capítulo apresenta as análises dos dados coletados a cada etapa de nossa pesquisa. Para tal, faremos uma breve retomada dos procedimentos adotados, já apresentados no Capítulo 1.

Nos dois primeiros momentos – de observação em HTPC e de observação da prática – procuramos identificar elementos que se prestassem à construção da atividade e questionário a serem aplicados aos participantes e à condução das entrevistas subsequentes. Essa busca identificou em fortes indícios de dificuldades e crenças, bem como de concepções mobilizadas fora de seu domínio de validade (constituindo-se, assim, em erros conceituais), no âmbito do bloco ‘Tratamento da informação’. Tais elementos referem-se a noções sobre interpretação de gráficos, medidas, problemas de contagem e Probabilidade.

Dividimos nossa análise em etapas: observações em HTPC, observações em sala de aula (prática docente) e entrevistas.

### **4.1. HORÁRIO DE TRABALHO PEDAGÓGICO COLETIVO (HTPC)**

Nos 15 encontros em HTPC, desenvolvidos durante dois meses e meio em 2010, foram observados os diálogos e discussões do grupo investigado, sendo que o pesquisador desempenhou a função de observador não-participante, sem intervir.

Não nos cabia nesse momento questionar ou propor discussões. Todos os encontros ocorreram em dias pré-determinados pela direção da escola. As professoras, depois das aulas, se reuniam com a coordenadora não somente para discutir assuntos administrativos, mas também aspectos pertinentes às disciplinas que lecionavam. Os assuntos referentes ao ensino da Matemática eram conduzidos por uma das professoras, que assumiu liderança no grupo por ser licenciada em Matemática e mestre em ensino de Ciências e Matemática. Era ela orientava quanto

às abordagem e escolhas didáticas e metodologias para o ensino de Matemática. Constatamos em suas ações a liderança própria a uma comunidade de prática, descrita por Pamplona (2009): liderança assumida naturalmente, por escolha implícita dos pares, em função da formação específica dessa professora.

Os assuntos debatidos versavam em sua maioria sobre a Matemática do Ciclo I, e não especificamente sobre o bloco 'Tratamento da informação'. Para o desenvolvimento dessa pesquisa, porém, nos ativemos às discussões e debates relativos a esse bloco.

Pudemos constatar que as questões que provocavam mais dúvidas, maiores dificuldades conceituais, em quase todas as participantes, envolviam diferenciar raciocínio aditivo e multiplicativo: questões que tratavam de contagem e, reiteradamente, as que envolviam probabilidades – diferenciar espaço amostral e evento. Algumas participantes chamavam informalmente essas questões “probleminhas de chances de acontecer”.

Quanto ao tema 'Combinatória', uma das atividades que as professoras selecionaram para discussão foi extraída do livro didático que utilizavam em sala de aula:

Para ir à igreja, Dona Maria sempre passa na floricultura para comprar algumas rosas e colocar no altar. Dona Maria percebeu que para ir de sua casa até a floricultura ela tem 2 Maneiras diferentes ( $M_1$  e  $M_2$ ) e para ir da floricultura até a igreja ela tem 3 Caminhos diferentes ( $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ ). Como exemplo, podemos citar um trajeto que Dona Maria pode realizar:  $M_1C_1$ . Sendo assim, por quantos trajetos diferentes Dona Maria pode ir até a igreja, sendo que ela deve passar na floricultura?<sup>6</sup>

Não havia motivo específico para a escolha de determinada atividade. O que percebemos foi que a professora-líder suspeitava que determinados tipos de atividades causavam dificuldades no grupo. **Note-se** que a atividade selecionada já trazia as designações a serem utilizadas, praticamente indicando que deveria ser feita uma contagem. Assim, sete das professoras foram taxativas ao responder que bastava somar os dois trajetos da primeira etapa com os três caminhos da segunda, totalizando cinco maneiras distintas. Duas professoras discordaram e responderam corretamente que havia seis trajetos diferentes. Ao serem questionadas por três das sete que consideravam a adição suficiente para resolver o problema, uma das que

---

<sup>6</sup> Fonte intencionalmente omitida, para evitar a formulação de juízos sobre a obra citada.

discordavam respondeu que bastava efetuar o produto das opções disponíveis nas etapas da viagem, e assim se expressou:

*Eu fiz um esquema observando os caminhos possíveis e contei a quantidade deles.*

De imediato, as que erraram a resposta concordaram com esse argumento. Uma delas então indagou:

*Então, sempre que eu tiver problemas de caminhos eu vou multiplicar?*

A resposta, de quem acertara a solução, foi:

*Sim.*

Dois aspectos nos chamaram atenção neste caso, e prontamente os anotamos. O primeiro diz respeito a questões que definiremos como “contextualizadas” – ou seja, aquelas que envolvam apenas números, em contraste com as que vêm atreladas a uma situação textualmente descrita. Um exemplo é a questão proposta pelo grupo, típica de livros didáticos do Ciclo I. Tais situações podem levar os professores a crer que somente atividades semelhantes às de caminhos distintos requeiram o uso de multiplicação. Pudemos observar que prevalecia nas participantes a memorização de técnicas de resolução, e que em nenhum momento havia preocupação em entender o campo multiplicativo.

Mesmo a professora-líder, que demonstrava perceber claramente que a resposta majoritária era equivocada, apontou em suas observações que acreditar que a memorização de estratégias equivocadas poderia acabar levando a acertos na condução de suas aulas.

O segundo aspecto diz respeito a situações em que as possibilidades se organizam em diferentes agrupamentos e em que a ação esperada é a multiplicação. Nessas situações, as professoras buscavam formas prontas para resolver os problemas de contagem por meio de uma operação – conhecimentos didáticos procedimentais que podem ser interpretados como conhecimentos didáticos com funcionamento técnico, uma vez que o conhecimento específico não estava sendo mobilizado. Observamos que as professoras não atentaram para a necessidade de construir um esquema, mas ativeram-se à regra a ser seguida: a de multiplicar.

Essa discussão nos motivou a incluir uma questão que investigasse conhecimentos específicos e didáticos envolvendo o campo multiplicativo, na expectativa de identificarmos, nas entrevistas subsequentes, alguns invariantes dessas dificuldades, ou seja, conhecimentos que indicassem essa dificuldade e que funcionassem de forma estável em um domínio de validade não adequado – por exemplo, utilização de raciocínio aditivo em vez de multiplicativo.

Quanto às atividades envolvendo probabilidades, as discussões muitas vezes se perdiam por desmotivação no momento em que as professoras não sabiam resolver o problema. O que observamos foram inúmeras falas em que os conteúdos sobre probabilidades nem sequer eram trabalhados. Algumas participantes chegaram a pedir que não registrássemos comentários sobre sua recusa em trabalhar com probabilidades. Observamos ausência de conhecimento específico, tal como relatado por Coutinho e Miguel (2007) ao tratarem dos conhecimentos a serem mobilizados quando da utilização da filosofia da análise exploratória de dados para a abordagem de conteúdos de Probabilidade e Estatística. Outros pesquisadores também sinalizaram o desconforto de professores com temas desse bloco de conhecimentos, como Batanero e Díaz (2012), Arteaga, Batanero e Ruiz (2010) e Godino, Cañizares e Díaz (2003).

A atividade escolhida, extraída de um livro didático que uma das professoras utilizava em aula, foi:

Márcia tem um caixa com três fechaduras. Em um determinado dia, ela pegou a chave, mas esqueceu qual era a fechadura que a abriria. Qual a chance de Márcia, em apenas uma tentativa, escolher a fechadura correta?<sup>7</sup>

Observe-se que este problema, que envolve elementos da combinatória (contagem de quantas formas as fechaduras poderiam ser abertas com as chaves), se articula com a ideia de probabilidade (a chance de abrir a fechadura). O que mais nos chamou atenção no trabalho com esta questão foi o silêncio do grupo. Uma das professoras, para estimular o diálogo, propôs:

*Uma chance.*

A professora-líder de imediato perguntou:

*Como assim, “uma chance”?*

---

<sup>7</sup> Fonte intencionalmente omitida, para evitar a formulação de juízos sobre a obra citada.

A primeira professora justificou sua resposta interpretando a pergunta da atividade e respondeu:

*Oras, está escrito aqui assim: Qual a chance em uma única tentativa! Se ela tem uma única tentativa, então ela só tem uma chance de abrir. Se for a fechadura que ela escolher, ela abre.*

A professora-líder comentou que esse pensamento era equivocado, mas percebemos que ela teve certa dificuldade em argumentar com as demais participantes a resolução correta do exercício. Utilizou então a estratégia de ir à lousa e desenhar uma figura representando a situação do problema (a caixa com as fechaduras). Disse então:

*Se temos três fechaduras, onde uma pode estar a que abre a caixa, e temos apenas uma tentativa, então a chance de abrir a caixa será um para três, entenderam?*

Outra professora levantou a mão, pedindo a palavra, e indagou:

*Isso não é fração? Ah, meu Deus... Eu não gosto muito de ensinar fração. Nem eu entendo direito fração.*

Percebe-se na ação da professora-líder uma atitude de não discutir, limitando-se a informar o procedimento de resolução: novamente, identificamos a mobilização do funcionamento técnico do conhecimento sobre probabilidade, reforçando o já observado no caso do exercício envolvendo contagem. Soma-se a isso a ausência de tratamento do conhecimento sobre fração: no caso, a probabilidade é uma razão entre o número de sucessos observados e o número total de elementos do espaço amostral, em conformidade com a abordagem clássica da Probabilidade, que é a encontrada nos livros didáticos para esse nível de escolaridade.

Essa discussão nos incentivou a propor questões sobre Probabilidade, para tentarmos diagnosticar os níveis de funcionamento do conhecimento didático e específico da Probabilidade, ou mesmo a ausência destes.

Pareceu-nos evidente que a formação do conceito de probabilidade não foi consolidada no processo de aprendizagem vivido por essas professoras. Nos termos de Azcárate, Cadeñoso e Polán (1998), essas docentes estariam no nível mais superficial desse conhecimento, entre os cinco níveis hierárquicos citados por esses pesquisadores.

Concordamos com Lopes (2003) quando defende que o docente precisa apresentar pelo menos um nível de abstração superior, no que diz respeito ao conteúdo que irá trabalhar, e que a resolução de problemas, as simulações e os experimentos permitem ao professor construir conhecimentos à medida que lhe permitem estabelecer relações com informações adquiridas e com o domínio de diferentes linguagens e formas de expressão. Assim, podemos considerar ser necessário que os sujeitos de nossa pesquisa disponham de uma formação continuada mais abrangente.

Lopes (2008) reforça que o elemento central do conhecimento profissional do professor é, sem dúvida, o didático do conteúdo, embora este não seja suficiente. Faz-se necessária uma combinação adequada entre o conhecimento sobre o conteúdo matemático a ser ensinado e o conhecimento pedagógico e didático de como ensiná-lo. Nossas análises nos indicam a validade de tal afirmação, principalmente no que se refere à necessária articulação entre conhecimento específico e conhecimento didático do conteúdo, embora relativizemos a preponderância de um sobre o outro: nossa hipótese é que o equilíbrio é necessário.

Percebemos em alguns momentos que à professora-líder, frente à dificuldade de ajudar as demais, faltou o conhecimento didático, e talvez também o específico, de como ensinar suas colegas nos conteúdos de Probabilidade: suas intervenções se limitaram à esfera do procedimental, ou seja, da instrução para um funcionamento técnico do conhecimento probabilístico.

Sobre as dificuldades nos conteúdos que envolviam medidas-resumo e interpretação de gráficos, o funcionamento de conhecimentos não apropriados para a resolução do problema proposto disse respeito à diferenciação entre média e mediana, à utilização de escalas em gráficos, à identificação de tipos de variáveis a representar no gráfico e ao desconhecimento do significado de moda. Assim, pudemos perceber que, quanto aos conteúdos da Estatística Descritiva, os conhecimentos específicos não foram suficientes para a exploração dos conhecimentos didáticos, tal como observado por Batanero, Godino e Navas (1997) em pesquisa com professores que lecionarão no equivalente ao Ciclo I, em que se observaram dificuldades com o conceito de média, tanto na compreensão do algoritmo dessa medida quanto nas relações entre média, mediana e moda em

distribuições não-simétricas; ou, ainda, crenças de que esses valores são sempre iguais ou de que todas as distribuições são simétricas.

As discussões sobre tabelas e gráficos nos permitiram identificar elemento distintos em relação ao trabalho com outros conteúdos: o excesso de confiança das participantes em relação ao assunto fez com que o pesquisador observasse alguns detalhes interessantes, que passamos a relatar e analisar.

1. *A construção de gráficos*: A construção de gráficos foi feita sem preocupação com escalas ou títulos nos eixos, denotando que esse tipo de representação de dados não era um conhecimento nem mesmo mobilizável para essas professoras, embora acreditassem que seu conhecimento específico e didático era suficiente para suas aulas. As discussões sobre as questões gráficas ficavam restritas às avaliações externas que elas traziam aos encontros em HTPC. Em consequência, os gráficos debatidos por elas limitavam-se aos de colunas e de barras. Ainda assim, persistia o problema da omissão da escala nos eixos (escala foi um conhecimento cujo funcionamento não se revelou sequer técnico) ou da nomeação dos eixos (podemos inferir que a identificação da variável também foi um conhecimento cujo funcionamento não foi sequer técnico).

Para comprovar nossas observações, vamos relatar o que grupo discutiu com a apresentação de um conjunto de gráficos feito pelos alunos de uma das professoras, que representava uma pesquisa sobre estatura desses estudantes. A atividade, segunda ela, envolveu coletar as estaturas dos colegas de sala e construir um gráfico em papel sulfite branco. Ao socializar os gráficos com as colegas, comentou:

*Eles não conseguem padronizar o gráfico; fazem de qualquer jeito. Eu disse a eles que era para pegar mais ou menos a altura de margem da sulfite para o traço vertical e, para o traço horizontal, era para fazer do mesmo tamanho do vertical.*

Alguns dos alunos construíram o gráfico de barras, que, segundo a professora, não havia sido solicitado, já que ela pedira apenas o de colunas. Ela prosseguiu:

*Vejam esse gráfico! Eu não pedi assim. Mas ele fez até que bonitinho, coloriu direitinho e, ainda, conseguiu colocar os números certos. [Identificamos depois que, ao acrescentar os números certos, a professora estabeleceu corretamente os valores de cada estatura nas barras.]*

2. *Utilização de régua e compasso*: Percebemos ter havido maior preocupação das participantes com o procedimento geométrico (utilização de régua e compasso) do que com a informação expressa pelo gráfico ou o que este poderia trazer em termos de reflexão – ou seja, os aspectos técnicos da construção prevaleceram, em detrimento da reflexão conceitual. Identificamos assim o funcionamento estável de conhecimentos procedimentais, que poderiam atingir apenas o nível técnico, nos termos propostos por Robert (1998), desde que adequados ao problema proposto. Em alguns casos, o funcionamento do conhecimento não era sequer adequado a este problema.

Notemos que essa preocupação com a construção geométrica dos gráficos superava o interesse em qualquer outro tipo de consideração gráfica. A fala transcrita a seguir ocorreu enquanto o grupo analisava o conjunto de tarefas proposto pela professora que elaborara a atividade com as estaturas:

*Não sei por que eles não trazem consigo o material que a escola fornece. Tem gráficos aqui que estão tortos, sem condições de apresentar ao professor. Olha: eu ensinei até como se usa o transferidor, mas eles não trazem de forma alguma. Na prova vou colocar nota para quem construir o gráfico com a régua e colorir de forma que eu entenda.*

As falas eram muitas vezes direcionadas ao pesquisador, com o intuito de justificarem, segundo o que percebemos, os erros cometidos pelos alunos na construção dos gráficos. Em nenhum momento buscou-se verificar se, mesmo com construções errôneas, os gráficos contemplavam informações importantes.

3. *Diferentes níveis de mobilização gráfica*: Prevaleceu a insistência em construir gráficos de colunas ou barras. A utilização de outros gráficos, como os de linhas ou setores, não foi sequer cogitada pelo grupo. Podemos inferir que as discussões não focalizavam o que os gráficos poderiam trazer de informação, e sim os aspectos procedimentais de sua construção, quando não aspectos estéticos (colorir ou não, por exemplo). O simples fato de o aluno conseguir construir um gráfico já era considerado satisfatório pelas professoras.

Nas atividades discutidas nos encontros em HTPC, em que as perguntas se referiam à análise de representações gráficas (limitando-se ao gráfico de barras ou colunas), não percebemos nas participantes a preocupação em mobilizar ou articular outros conhecimentos (por exemplo, ver qual coluna era maior ou menor), a não ser a simples leitura dos eixos. Limitaram-se assim ao nível mais

elementar de leitura de gráficos, dentre os definidos por Curcio (2001), e podemos inferir que tal limitação permite a essas professoras apresentar apenas um funcionamento técnico dos conhecimentos sobre representações gráficas.

Cabe ressaltar a ausência de discussões sobre o tipo de variável em estudo (qualitativa ou quantitativa).

Para a elaboração de nossa atividade com gráficos, a preocupação não foi a de investigar a habilidade do manuseio dos instrumentos de traçado (régua, esquadro, compasso), mas sim buscar indícios sobre o tipo de funcionamento dos conhecimentos específicos e didáticos da análise gráfica. Ao propormos um gráfico a ser analisado, buscamos identificar os níveis definidos por Curcio (2001) e por Friel, Curcio e Bright (2001).

Pudemos perceber que, nas discussões entre as professoras, apenas em alguns momentos prevaleceu o primeiro nível. Retomando o apresentado no Capítulo 2, esse primeiro nível de compreensão, que Curcio denomina 'leitura dos dados', requer uma leitura literal dos eixos, sem interpretação e análise do contexto em que esses dados foram coletados. Em vez disso, o leitor se limita a apontar fatos explicitados no gráfico.

Os níveis subsequentes da análise gráfica não foram observados nas discussões, mas nos serviram de motivação para propor atividades, na etapa seguinte de nossa coleta de dados, para que pudéssemos identificar se pelo menos a leitura entre os dados seria mobilizada pelas professoras – ou seja, se estas mobilizariam seus conhecimentos de forma a incluir a interpretação e integração dos dados, o que exigiria, quando necessário, uma inferência baseada em dados apresentados no gráfico, para responder ao problema proposto. Isso requereria das participantes a habilidade de comparar quantidades, bem como o uso de outros conceitos matemáticos e habilidades (operações fundamentais) que lhes permitisse combinar e integrar dados e identificar as relações matemáticas expressas no gráfico.

A partir das observações subsequentemente feitas nas aulas ministradas pelas professoras, quando o tema tratado eram conteúdos relativos ao bloco 'Tratamento da informação', juntamente com o observado nos encontros em HTPC,

podemos inferir que o nível de letramento estatístico das professoras participantes era apenas cultural – o mais básico, nos termos de Gal (2002) –, sendo que o funcionamento dos conhecimentos identificados era, na maior parte do tempo, apenas técnico. Reforçamos aqui a constatação da presença de vários aspectos procedimentais que orientavam as discussões e práticas docentes.

Aprofundamos a consideração destes aspectos na terceira etapa de nossa coleta de dados, na forma de entrevistas estruturadas por meio de atividades construídas a partir da observação das duas primeiras etapas (observação em HTPC e observação das práticas docentes).

## **4.2. A OBSERVAÇÃO DA PRÁTICA DAS PROFESSORAS EM SUAS AULAS**

Esta fase da pesquisa visou comprovar a presença das dificuldades comentadas pelas professoras durante os encontros em HTPC, assim como verificar se as intervenções e sugestões feitas naquelas discussões estavam sendo efetivamente aplicadas pelas professoras nas aulas que ministravam. Acompanhamos somente as aulas que tratavam do bloco ‘Tratamento da informação’ e, como nos encontros em HTPC, exercemos a observação não-participante. Exporemos nossas observações começando pelos conteúdos de contagem, em seguida os de Probabilidade e, por último, os que envolvem o uso de gráficos e tabelas (conteúdos da Estatística Descritiva).

Observamos individualmente as aulas das nove professoras. Todas colaboraram e se sentiram participantes da pesquisa, compreendendo seu caráter qualitativo e a possibilidade de contribuir com resultados científicos. Isso não impediu, porém, que algumas se sentissem um pouco constrangidas ao serem observadas, ainda que apenas no início do processo. A relação de confiança que havia sido construída ao longo dos encontros em HTPC revelou-se muito importante para a superação desse constrangimento inicial. Os conteúdos que investigamos eram ministrados de acordo com os semanários (registro das aulas previstas na semana, pré-estabelecido nos encontros em HTPC) produzidos por elas, os quais não receberam alterações em razão da presença do pesquisador em sala de aula.

Para trabalhar com conteúdos de contagem, sete professoras utilizaram como metodologia a reprodução de atividades contempladas em livros didáticos; resolviam exemplos explicitando-os apenas por meio da leitura do enunciado e em seguida aplicavam exercícios tomando exemplo como modelo. (Observa-se assim uma prática calcada no procedimental, tal como ocorrera nas reuniões em HTPC.)

Nossa observação durante a prática em sala de aula permitiu identificar que as dúvidas dos alunos em relação às atividades envolvendo contagem eram respondidas do mesmo modo que na primeira abordagem – ou seja, as professoras observadas (e todas tiveram o mesmo procedimento para isso), utilizaram exatamente as mesmas palavras que haviam empregado na apresentação e leitura da atividade, sem acrescentar nenhuma observação pessoal ou que se referisse a dúvidas específicas expressas pelos alunos. Percebemos que o conhecimento didático de conteúdo dessas professoras se apresentava “engessado” em um modelo construído por meio da vivência em sala de aula. Nossa hipótese é que isso decorre do tipo de conhecimento específico identificado nas discussões em HTPC, que era de funcionamento procedimental, técnico, e que não lhes permitia construir novas relações que levassem à escolha de novas abordagens didáticas (conhecimento conceitual insuficiente, e, quando presente, sem funcionamento ao menos mobilizável, o que seria necessário para a construção das relações desejadas).

Diferentemente, duas professoras do grupo, não se limitaram a reproduzir atividades do livro didático (nestes dois casos, percebemos que o fizeram por praticidade), mas foram além, procedendo a reflexões sobre a atividade e buscando outras atividades que contemplassem o tema. Uma delas, a professora-líder, criou situações que pudessem ser resolvidas pelos alunos por meio de estratégia desenhada (árvore de possibilidades) e, em seguida, conduzia reflexões, induzindo-os a mobilizar o processo multiplicativo. As dúvidas dos alunos eram sanadas de modos diferenciados.

Essa professora, além de prestar atenção nas questões e respondê-las imediatamente, primeiramente socializava as dúvidas com o grupo de alunos, solicitando-lhes ajuda para a resposta. Às respostas equivocadas, contrapunha outras questões, no intuito de que o próprio aluno percebesse o equívoco. Suas

respostas para sanar dúvidas consistiam na proposição de novas questões que guiassem o olhar do aluno para a estratégia adequada, sem responder imediatamente o que eles gostariam de ouvir. Ela mostrou-se uma professora dinâmica, que percorre a sala e se preocupa em falar com seus alunos, como se estivesse lhes contando uma história. Podemos inferir que tal tipo de gestão de aula é uma prática construída a partir da construção de conhecimentos mais sólidos durante sua formação (Licenciatura em Matemática e Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática).

A outra professora, das duas que exibiram maior autonomia e demonstraram maior conhecimento específico do conteúdo, não conduzia seus alunos a reflexões da mesma maneira, mas diversificava as atividades, mesmo que isso requeresse mobilizar modelos explicitados em outros livros didáticos. Não dispunha do conhecimento didático de conteúdo sobre contagem para permitir-lhe a mesma autonomia que a professora-líder, mas ouvia as questões, socializava as dúvidas e tentava (embora não com tanto sucesso) responder de formas diferenciadas às dúvidas dos alunos. Percebemos que o conhecimento didático sobre contagem para o campo multiplicativo não funcionava em um nível que lhe permitisse maior autonomia na gestão das aulas, pois sua mobilização ocorria apenas em nível técnico ou procedimental. Nossa hipótese é que tal fato se deve ao tipo de funcionamento do conhecimento específico sobre contagem e campo multiplicativo, que nos pareceu apenas técnico quando na entrevista com essa professora, como relataremos adiante.

Nas atividades de probabilidade, os problemas identificados foram comuns às oito professoras. Mais uma vez, a professora-líder soube conduzir quase que na totalidade suas aulas e sanar as dúvidas dos alunos. Entre as oito professoras observadas, as atividades foram, mais uma vez, reproduzidas no molde dos livros didáticos, sem nenhuma reflexão. Percebemos nas observações que os alunos não se manifestavam espontaneamente e com a mesma frequência com que o faziam durante as aulas sobre outros temas. Fazemos a hipótese de que a compreensão sobre o tema não foi suficiente sequer para a construção de questionamentos. Isso foi percebido quando as professoras indagavam se os alunos estavam entendendo o que a atividade pedia. A resposta dos alunos consistia em silêncio.

A atitude da professora frente ao silêncio dos alunos era, para ela aceitável, já que nos encontros em HTPC o grupo admitiu que o tema ‘Probabilidade’ era difícil, tanto para suas integrantes como para seus alunos. Isso nos permitiu confirmar que as professoras não possuíam conhecimento específico sobre Probabilidade na gestão de suas aulas e, portanto, não possuíam conhecimento didático. Observamos também uma atitude negativa frente à Probabilidade, nas gestões de aula, na forma de apatia diante do silêncio dos alunos. É exatamente o que Ball (2008) aborda sobre conhecimento específico, conhecimento didático, conhecimento do contexto e conhecimento dos alunos.

A dinâmica da resolução das atividades pelas professoras envolveu leituras feitas em sala sobre as atividades, pelas próprias professoras, e, observando as oito delas, não percebemos situações em que os alunos manifestassem dúvidas sobre o que estavam aprendendo.

Em contraste com a gestão de aula dessas oito professoras, a professora-líder percebia a dificuldade dos alunos e mudava continuamente suas estratégias de resolução. Por exemplo, em uma sala do 5.º ano, uma questão sobre Probabilidade tinha o seguinte texto:

Pedro quer viajar e para isso ele precisa ser sorteado em um jogo de cartas coloridas dentro de uma urna. Esta Urna contém cinco cartelas de cor azul e duas cartelas de cor amarela. Para que Pedro ganhe a viagem, ele deveria, sem olhar, retirar uma cartela de cor amarela. Quais as chances de Pedro viajar? Mostre como você chegou à resposta.<sup>8</sup>

A abordagem dessa questão pela professora foi interessante, pois, diferentemente das demais, que automaticamente resolveram a questão como constava no livro, relatando passo a passo, a professora-líder lançava questionamentos para que os alunos começassem a perceber as chances de Pedro. Por exemplo, dizia:

*Qual cor de cartela tem maior chance de sair nas mãos de Pedro?*

Os alunos respondiam:

*Azul.*

Ela continuava:

---

<sup>8</sup> Fonte intencionalmente omitida, para evitar a formulação de juízos sobre a obra citada.

*Porque vocês chegaram a essa conclusão?*

Os alunos respondiam:

*Porque tem mais carta azul do que a amarela.*

Ela então prosseguia indagando:

*Quantas amarelas eu tenho dentro da urna? [Aguardava a resposta.] Tem um total de quantas cartas na urna? [Eles respondiam corretamente.]*

*Quantas azuis eu tenho dentro da urna? [Aguardava a resposta.] Tem um total de quantas cartas na urna? Eles respondiam corretamente.]*

Em seguida, ela mostrava os cálculos de probabilidade, apresentando-a na forma fracionária (probabilidade como razão) e fechava a atividade definindo o que significavam o numerador (o evento) e o denominador (o espaço amostral), sem se preocupar com a nomenclatura, mas apenas com o significado. Fica claro aqui o efeito da formação sobre a construção e funcionamento dos conhecimentos dessa professora, considerando-se todos os níveis de conhecimento identificados por Ball, Phelps e Thames (2008). Esta observação converge com resultados de pesquisas sobre formação de professores, focalizando temas específicos, como a de Lemos (2011).

MP trabalhos com gráficos, evidenciou-se a preocupação com a construção destes, em vez de haver foco em sua leitura e interpretação (foco no procedimental em vez de foco no conceitual). Das nove professoras observadas, oito preocuparam-se em dedicar a aula à construção do gráfico, confirmando assim nossas hipóteses geradas a partir da observação dos encontros em HTPC. A preocupação dessas professoras era o de verificar se os alunos possuíam materiais como régua, compasso e esquadros, que facilitariam a construção dos gráficos.

As atividades propostas aos alunos envolviam a construção de gráficos de colunas (majoritariamente) ou de barras. Isso advinha dos livros adotados, que em sua maioria traziam gráficos de colunas. Nesse sentido, destacamos possíveis limitações na aprendizagem, pois tal fato contradiz os resultados de pesquisas que indicam a necessidade de utilização de mais de um registro para representação dos dados, como base para a construção do letramento estatístico, como por exemplo as de Pfannkuch (2008), Silva (2007), Coutinho, Almouloud e Silva (2009) e Batanero, Godino e Estepa (1991).

No momento em que as professoras, como sugerido nos encontros em HTPC, dinamizavam o trabalho de coleta e organização dos dados e a construção da tabela juntamente com seus alunos, a atividade centrava-se em como construir o gráfico, sem que em nenhum momento nelas percebêssemos preocupação em buscar as diversas informações que o gráfico pode trazer. No máximo, depois do dedicar a maior parte da aula à construção do gráfico, buscavam-se apenas o nível de leitura simples dos eixos para extrair informações. Inferimos, a partir da observação, que tal prática reforça o já fora constatado nos encontros em HTPC e com o questionário: que o conhecimento específico que permite o desenvolvimento do letramento estatístico destas professoras não estava construído (pois não é identificado nos extratos analisados). Em consequência, elas não dispunham dos elementos de conhecimento necessários para orientarem o desenvolvimento do letramento estatístico de seus alunos, o que reforça a necessidade de uma formação continuada, como já apontado neste capítulo.

A professora-líder, mais uma vez, diferenciou-se das demais. Em seu trabalho com os gráficos, além de se preocupar com a construção correta, chamava atenção para detalhes, tais como as escalas dos eixos, o título do gráfico, demonstrando assim possuir pelo menos dois dos níveis definidos por Curcio (1998): da leitura dos dados e da leitura entre os dados.

Uma dinâmica muito interessante dessa professora foi sua adaptação das atividades que contemplavam os livros didáticos. Os gráficos que se apresentavam prontos nos livros, além de responderem às questões propostas em suas páginas, eram completados por ela, que solicitava aos alunos representar os mesmos dados na forma de tabela. A princípio, essa professora não interferia no que os alunos faziam; percebemos nas observações que ela investigava se os alunos sabiam diferenciar as variáveis trabalhadas e dispor tais variáveis na tabela. Notamos que esse foi um trabalho muito produtivo, já que as mudanças de registro de um mesmo objeto matemático podem provocar aprendizado significativo.

### 4.3. ENTREVISTAS

As atividades (Anexo B) foram elaboradas tendo por objetivo diagnosticar quais conhecimentos didáticos específicos do bloco 'Tratamento da informação' as professoras mobilizavam em suas práticas. Essa fase foi aplicada após as observações nos encontros em HTPC e as observações das aulas práticas. As atividades constaram de quatro partes: a primeira foi relativa aos conhecimentos sobre gráficos de colunas e as medidas-resumo; a segunda abordou os conhecimentos sobre probabilidade; na terceira, buscamos verificar os conhecimentos sobre tabelas simples e de dupla entrada; a quarta parte versou sobre conhecimentos sobre análise combinatória.

Apresentaremos em forma tabular os resultados das questões resolvidas pelas professoras, distinguindo aspectos referentes à análise gráfica (Tabela 2), às medidas-resumo (Tabela 3), à Análise Combinatória e Probabilidade (Tabela 4) e às tabelas simples e de dupla entrada (Tabela 5).

Escolhemos essa dinâmica para uma melhor interpretação dos resultados de todas as professoras participantes da pesquisa. Na Tabela 2 focalizamos um gráfico resultante de uma pesquisa da idade de um grupo de alunos. Após as participantes analisarem o gráfico, fizemos seis perguntas de múltipla escolha que requeriam a busca de informações no gráfico. As questões eram:

- 1.3. Que tipo de variável foi abordado no gráfico?
- 1.4. Quantas pessoas têm 16 anos?
- 1.5. Qual o total de pessoas entrevistadas?
- 1.6. Qual a média de idade no grupo?
- 1.8. Qual a mediana de idade?
- 1.10. Qual é a moda?

As questões 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8 e 1.10 visavam verificar se os conhecimentos didáticos de conteúdo estavam presentes; as questões 1.7, 1.9 e 1.11 indagavam sobre o significado de cada medida. Isso se deu pelo fato de uma

professora não deixar questões sem assinalar, já que eram por de múltipla escolha, optando por responder por tentativa (“chute”).

Tabela 2. Análise gráfica.

<b>Questão</b>	<b>Acertos</b>
(1.3) <i>Que tipo de variável foi abordado no gráfico?</i>	9
(1.4) <i>Quantas pessoas têm 16 anos?</i>	9
(1.5) <i>Qual o total de pessoas?</i>	5
(1.6) <i>Qual a média de idade no grupo?</i>	4
(1.8) <i>Qual a mediana de idade?</i>	2
(1.10) <i>Qual é a moda?</i>	4

Esses resultados revelam que as professoras não tiveram dificuldade em buscar informações diretamente nos eixos do gráfico. Apenas na questão 1.3, que tratou do tipo de variável (quantitativa), cinco professoras deram respostas erradas. Nas entrevistas com essas cinco professoras, pudemos diagnosticar que em nenhum momento de sua formação haviam ouvido falar em classificação de variáveis, ou não se lembravam de tal abordagem, o que converge com resultados de pesquisas envolvendo formação inicial ou continuada de professores para as séries iniciais. Uma das professoras que forneceu resposta errada nos informou, durante uma conversa<sup>9</sup>:

*S<sub>1</sub>: Não sabia disso! Que tem tipo de variável. Mas na minha opinião – não sei se estou certa, tá?, eles [alunos] são crianças ainda para perceber isso. Acho que não é importante saber isso.*

Ben-Zvi e Garfield (2004) alertam para o fato de que muitos professores não tiveram oportunidade de estudar Estatística em sua formação inicial e estarem muito pouco familiarizados com análise de dados. Por conseguinte, esses autores reforçam a necessidade de se promover o desenvolvimento profissional do professor nessa área. Um primeiro impasse se deu em relação à identificação dos tipos de variáveis.

Coutinho, Almouloud e Silva (2009), relatando o desenvolvimento de um projeto de pesquisa que tratou de conhecimentos estatísticos com professores do

<sup>9</sup> Nas transcrições de falas, os sujeitos de pesquisa estão indicados por S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> etc.

Ensino Fundamental II e Ensino Médio, apontam alguns impasses nos conceitos estatísticos que foram abordados no projeto. O primeiro impasse foi exatamente sobre o tipo de variável presente em uma pesquisa. Os autores relatam:

[...] percebemos aqui uma dificuldade que percorreu todo o semestre, a confusão entre variáveis discretas e contínuas. A cada vez o problema sugeria explicações, exemplos, como admitir valores para cada uma delas, conjunto em que são tomados etc. Notamos que a compreensão era momentânea, passados alguns encontros o problema surgia novamente. (COUTINHO; ALMOULOU; SILVA, 2009, p. 4)

As questões que todas as professoras acertaram foram questões que solicitavam a análise gráfica e a extração da informação pela simples leitura dos eixos – primeiro nível de Curcio (1998). Percebemos que esse tipo de mobilização não impôs dificuldades à resolução da atividade. Nas entrevistas com as professoras, ao apontarmos os acertos, indagamos sobre a razão de não havermos identificado um trabalho efetivo em sala de aula referente à extração de dados de um gráfico; em vez desse trabalho de análise gráfica, evidenciou-se uma preocupação dos métodos de construção. Estas são as respostas de cinco professoras:

*S<sub>1</sub>: Não sei responder. Eu faço esse trabalho. Mas eu preciso de um gráfico feito corretamente, se não dá para perguntar!*

*S<sub>2</sub>: Eu sempre faço isso, mas eles não conseguem fazer! Então, para cumprir o programa, eu peço que eles façam corretamente o gráfico. Está errado assim?*

*S<sub>3</sub>: Não tinha percebido isso. Nos nossos encontros de HTPC você percebeu o que era para fazer? Poxa, você poderia ter falado, né? Mas no livro tem isso. Eles fazem, já sabem... Espero!*

*S<sub>4</sub>: Eu não peço porque eles já sabem. Pegar a resposta no gráfico é fácil. Eles não sabem construir o gráfico; então eu dedico mais atenção a isso!*

*S<sub>5</sub>: A maioria dos meus alunos já aprenderam isso. O que eu quero ensinar é construir o gráfico. Se eu der uma prova agora sobre isso, eu sei que eles irão bem! Espero, né? [risos]*

Dialogando com as professoras, pudemos perceber que a crença de que as crianças trazem conhecimentos prévios – nesse caso, a de analisar o gráfico para extrair retirar informações – esteve presente nas cinco docentes referidas. Com exceção da professora líder do grupo, as demais também informaram crer que seus alunos já sabiam extrair informações de um gráfico e que por isso elas se dedicavam à construção deste. Pudemos observar que esse tipo de crença limita o trabalho em

sala de aula, uma vez que as professoras não buscam diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos, atendo-se em vez disso ao que acreditam já existir como conhecimento construído. Podemos identificar, nesse caso, seu pouco conhecimento sobre os alunos e sobre o contexto escolar, uma vez que este abrange também a vivência do aluno fora da sala de aula.

Promover os níveis de análise gráfica ao se ensinar estatística é fundamental para que os alunos percebam quanto de informação podemos extrair de dados organizados em tabela ou gráficos (construção e desenvolvimento do letramento estatístico). Embora as professoras cressem que seus alunos sabiam extrair dados no gráfico em suas aulas práticas, a oportunidade de manipular atividades de complexidade variável (propor atividades em três níveis: fácil, médio e difícil) foi desperdiçada.

A Tabela 3 apresenta dados sobre a etapa em que buscamos identificar os conhecimentos didáticos que as professoras possuíam em relação às medidas-resumo (média, mediana e moda), cujos valores deveriam ser extraídos do gráfico apresentado na atividade. As questões eram as seguintes:

- 1.6. Qual é a média de idade do grupo?
- 1.8. Qual a mediana de idade?
- 1.10. Qual é a moda de idade?

Cada uma dessas perguntas foi complementada com uma subquestão, respectivamente:

- 1.7. A alternativa que você assinalou na questão 1.6: o que ela significa?
- 1.9. A alternativa que você assinalou na questão 1.8: o que ela significa?
- 1.11. A alternativa que você assinalou na questão 1.10: o que ela significa?

Nossa intenção foi verificar se o conhecimento sobre os significados das medidas estava presentes nas professoras e se os acertos não eram foram provocados por “chutes”. Os resultados estão reunidos na Tabela 3.

Tabela 3. Medidas-resumo.

<b>Questão</b>	<b>Acertos</b>
(1.6) Qual a média de idade no grupo?	4
(1.8) Qual a mediana de idade?	2
(1.10) Qual é a moda?	4
(1.7) A alternativa que você assinalou na questão 1.6: o que ela significa?	Não souberam explicar.
(1.9) A alternativa que você assinalou na questão 1.8: o que ela significa?	Não souberam explicar.
(1.11) A alternativa que você assinalou na questão 1.10: o que ela significa?	Não souberam explicar.

As questões que abordaram medidas-resumo revelaram a ausência de conhecimento didático e específico de conteúdo em algumas professoras.

A ausência de comentários, durante os encontros em HTPC e as aulas práticas, sobre o aprofundamento dos conceitos de média, mediana e moda nos leva a suspeitar que o conhecimento específico sobre esses conteúdos esteve ausente no grupo pesquisado. Essa suspeita se confirmou com os dados apresentados na Tabela 3. Embora as análises tenham apontado acertos nas medidas-resumo, o simples fato de todas as professoras não explicarem o significado de cada medida nos leva a concluir que o conhecimento específico estava ausente desse grupo.

Entrevistando as participantes que acertaram a resposta, identificamos a presença de conhecimento do algoritmo, ou seja, o procedimento para cálculo da média foi identificado como um funcionamento técnico: o significado pedido na questão 1.7 não foi respondido por nenhuma das professoras, incluindo a professora-líder. As que erraram disseram haver escolhido respostas a esmo para não deixarem a resposta em branco (contrato didático). Podemos assim inferir que o tipo observado de funcionamento do conhecimento sobre média não é suficiente para a construção do conhecimento didático relativo a esse conteúdo.

Estes são relatos de algumas professoras que acertaram a resposta, mas não souberam explicar seu significado:

*S<sub>6</sub>: Eu não sei bem o que significa média. Sei que é somar os números e dividir pelo total. Isso não é significado? Não sei*

*S<sub>7</sub>: O significado é pegar todo mundo e dividir pelo total. Não. Somar todos e dividir. É isso? Bom, se for isso, eu não sei. Faz tempo que vi isso na faculdade e foi muito rápido e a professora não ensinou o que significa. A gente ficava só calculando. Eu gosto de ensinar estatística, mas às vezes acho que preciso estudar mais.*

*S<sub>8</sub>: Eu fiz assim: peguei os valores das colunas. Veja: essa primeira tem 5 alunos com 10 anos; então são  $5 \times 10 = 50$ . Fiz assim na coluna 2, na coluna 3, até chegar na última coluna. Depois eu somei os valores e dividi pelo número de pessoas que estavam no gráfico.[para e pensa]. É difícil ensinar isso para os alunos. Não sei como falar diferente se eles não entenderem... [e prossegue] ...então quando eu dividi eu encontrei o valor que estava nas alternativas. Assim eu pensei comigo. Eu acertei. Mas responder o que significa o quê? O cálculo? [O pesquisador responde: "Não. O significado, para você, de média. Esse valor que você encontrou, o que significa?". Ela continua:] Na verdade, não sei. O que é?*

Os diálogos com essas professoras nos mostram que, ao tratarmos da média em uma amostra, além do cálculo aritmético é necessário saber o significado desse valor como ponto de equilíbrio de uma amostra. Esse conhecimento, importante no letramento estatístico, não foi mobilizado pelas professoras em nenhuma das situações observadas (HTPC, aula ou entrevista), permitindo-nos inferir a ausência de sua construção.

Nas entrevistas, percebemos, ao serem comentadas as questões 1.9 e 1.11 (falas transcritas a seguir), que algumas das participantes consideravam média e mediana como sinônimos, além de jamais terem ouvido a palavra 'moda' no âmbito da Estatística. :

*S<sub>6</sub>: Mediana é o valor da média, não? Não é a mesma pergunta? O que percebi é que as alternativas não eram iguais da média e eu fiquei confusa. Então eu tentei olhar no gráfico e percebi que a mediana fica mais ou menos no meio. Entre o valor 14 e 16. Fiz assim: peguei o gráfico e juntei as duas maiores colunas, somei  $14 + 16$  e dividi por 2. Aí eu achei o valor 15. Tá ali... perto do 15, 16... Acertei?*

*S<sub>7</sub>: Olha, eu lembro que vi na faculdade esses cálculos, mas lembrar agora? Não dou essa matéria para eles; aí a gente esquece. Mas eu tentei resolver e fiz assim: [pensando longamente] ...ah, não sei como eu fiz. Na verdade eu chutei. O significado da mediana? Desculpe, professor, se eu falar, posso falar errado. [O pesquisador disse que seria importante ela expressar o que achava, encorajando-a a falar.] É o 12. Porque é a coluna é mais alta; deve estar ali. É o maior valor. [Nesse momento, foi-lhe perguntado o significado de moda.] Não sei. Nunca ouvi dizer sobre moda. Eu acertei essa?*

*S<sub>8</sub>: A mediana é o valor médio do gráfico. Ele separa os valores na metade. Como a média. Tem a mesma função. Significa que se eu pegar 100*

*peças e dividir por 2 terei 50 de um lado e 50 do outro lado, que na média também acontece assim. A gente separa as partes. Estudar média e mediana significa estudar cálculos diferentes para encontrar o mesmo valor. Mas eu não trabalho essa parte com eles [alunos]. Eles são novinhos para entender.*

Nossos resultados são corroborados pelas pesquisas de Batanero, Godino e Navas (1997), que constataram que futuros professores apresentavam falta de compreensão não só de algoritmos do cálculo da média, mas também desconhecimento da relação entre média, mediana e moda em distribuições não-simétricas, ou acreditavam que todas as distribuições são simétricas.

Assim, fazemos a hipótese de que o equívoco das professoras em relação à média, ora afirmando ser o maior valor, ora confundindo-o com a mediana, provém possivelmente do fato que os gráficos apresentados em livros didáticos são majoritariamente simétricos, induzindo a entender as medidas-resumo como iguais. Tais resultados convergem com o observado por Novaes (2011) e Lemos (2011), indicando a necessidade de um trabalho mais efetivo de formação inicial e continuada de professores, para todos os níveis da Escola Básica, no que se refere a esses conteúdos.

Nos diálogos com os professores, apontamos a possibilidade de o gráfico ter “outro comportamento”, que não a distribuição em forma de sino, ou que uma coluna qualquer se destacasse como a mais alta – ou mesmo, por exemplo, três colunas de mesma altura intercaladas com as demais –, e voltamos a indagar qual seria a média. Todas responderam que seria a média aritmética apenas das colunas de tamanhos iguais, confirmando o erro conceitual já identificado anteriormente ao se considerar a média como medida-resumo de um conjunto de dados.

Sobre a moda, nenhuma participante, com exceção da professora-líder, soube dizer como calculá-la ou o que significava. Associaram o termo ao senso comum: moda como aquilo que está predominantemente em uso. Expressaram não acreditar que o termo teria alguma relação com o eixo temático ‘Tratamento da informação’. Fernandes e Barros (2005) concluíram em sua pesquisa que, dentre as medidas-resumo, moda foi o conceito menos compreendido, seguido de mediana e média.

A Tabela 4 apresenta os resultados das atividades que focalizaram os conceitos de probabilidade e análise combinatória. As questões foram baseadas nas observações em HTPC e nas aulas práticas. Sobre as probabilidades, não encontramos nos semanários alocações significativas, como por exemplo aulas que envolvessem construção de gráficos e análise de tabelas.

Tabela 4. Probabilidade e Combinatória.

<b>Questão</b>	<b>Acertos</b>
<i>(2.1) Ao ser sorteada uma cartela em uma urna que contém cartelas numeradas de 1 a 10, quais as chances de, ao ser retirada uma cartela, sair a de número 3?</i>	7
<i>(5.1) Pedro disse que adora usar calças jeans, blusas com gorro e tênis modelo cano alto. Das calças, ele possui 4 jeans; das blusas com gorro, possui 3, e dos tênis, possui 2 pares. Ele quer sair com os amigos. De quantas formas diferentes, usando o que tem, ele poderá se vestir?</i>	5

Para as atividades 2.1 e 5.1, sobre Probabilidade, obtiveram-se respostas satisfatórias. A questão 2.1 envolve uma visão proporcional entre a quantidade pedida e a quantidade total, ou seja retirar “um número entre dez presentes”. Acreditamos que esta informação, de certo modo implícita no problema, requisitou conhecimento didático de conteúdo de fácil mobilização. Isso se justifica pelas entrevistas, em que verificamos que o conhecimento didático de conteúdo não estava tão presente como aparentara na resolução da atividade. Colocamos algumas situações complementares a essa atividade, com as quais as professoras tiveram dificuldade em lidar. Por exemplo, uma questão pedia: “Ao ser sorteada uma cartela de uma urna, com cartelas numeradas de 1 a 10, quais as chances de sair a cartela de número 3?”, e a completamos com: “Se retirarmos uma cartela diferente do número 3, as chances seriam as mesmas?”. Estes foram os comentários colhidos:

*S<sub>4</sub>: Sim. Se a cartela ainda continua na urna, eu ainda teria as mesmas chances. Uma no monte de dez... Ah, não. Agora são nove, né? Mas mesmo assim, uma carta não é significativa no monte de nove. Então as chances são as mesmas... Poucas, né?*

Podemos identificar nessa fala uma fundamentação em esquemas que estavam sendo visualizados pela professora. Não é feita abstração do experimento aleatório em questão: sortear uma cartela em uma urna com dez cartelas. O mesmo tipo de argumentação é observado nas afirmações das demais professoras:

*S<sub>5</sub>: Acho que não, pois se você tem 10 cartas e agora você tem... Quantas que você vai tirar? [O pesquisador responde: "Uma".] Nove muda tudo. Assim. Existe um número que a chance de tirar a carta... [silêncio] Não sei explicar, mas eu acho que não é a mesma coisa. Eu respondo que não é a mesma coisa, mas não sei explicar.*

*S<sub>6</sub>: Só é certo se eu tiver mais ou menos três cartas na urna. Onde uma é a de número 3. Assim fica mais fácil ser sorteado. Acima de um número... assim, um número alto, as chances de ser sorteado é mais difícil e não é tirando uma carta – nesse caso, tá? – que a chance vai ser diferente. Vai continuar sendo difícil sair o 3.*

*S<sub>7</sub>: Não sei dizer. Acho que sim, pois as chances de tirar o 3 é a mesma de tirar qualquer cartela, número. Se eu tirar uma cartela, por exemplo a de número 5, se eu quero ver a chance de sair o 5, não conseguirei mais. Mas as outras estarão lá na urna com as mesmas chances; as chances de sair o 3 continua, a de sair o 4 continua, e assim sucessivamente. Só não vai ter chance de sair aquela que você tirou da urna.*

As entrevistas com essas professoras revelaram que tanto seu conhecimento específico quanto didático eram mobilizados apenas com funcionamento técnico ou procedimental, o que não é suficiente para o trabalho docente, como constatado nos extratos acima. As professoras percebiam as consequências de proceder ao sorteio sem reposição ("Se eu tirar [...] a de número 5, [...] não conseguirei mais."). Podemos assim inferir que a identificação do tipo de sorteio e do tipo de contagem é um conhecimento com funcionamento pelo menos mobilizável, embora não se observe sua articulação com outros conhecimentos necessários à resolução do problema proposto.

A abstração necessária para atribuição do valor da probabilidade procurada (explicação em termos de experimento aleatório, espaço amostral e eventos) não foi observada, e a resolução foi, como nos outros momentos, procedimental.

Quanto a essa ausência de abstração e de mobilização de conhecimentos probabilísticos suficientes para a gestão da aula, concordamos com Lopes (2003), que defende que o docente precisa apresentar pelo menos um nível de abstração superior sobre o conteúdo que irá trabalhar, pois somente assim conseguirá estabelecer conexões com outras áreas e com o próprio conhecimento matemático e

estatístico. De fato, nas questões que versavam sobre outros conceitos, além da Probabilidade, constatou-se um alto índice de erros.

Ainda segundo Lopes (2003), o conhecimento profissional-didático deve incorporar o domínio dos conceitos, representações, procedimentos, resolução de problemas e habilidades de exploração e investigação. Requer-se do docente boa relação com a Matemática, além de gosto e disponibilidade para se envolver na preparação das aulas e refletir sobre redirecionamentos no decorrer das aulas e durante momentos de formação e de trabalho colaborativo.

No trabalho com a questão 5.0, que trata especificamente da atividade de contagem, pudemos perceber o que ocorrera nas discussões em HTPC. Seu enunciado era: “Pedro disse que adora usar calças *jeans*, blusas com gorro e tênis modelo cano alto. Das calças, ele possui 4 *jeans*; das blusas com gorro, possui 3; dos tênis, possui 2 pares. Ele quer sair com os amigos. De quantas formas diferentes, usando o que ele tem, ele poderá se vestir?”.

Quatro das nove professoras não mobilizaram conhecimentos referentes ao campo multiplicativo. Observou-se que elas resolvem a tarefa mobilizando o raciocínio aditivo fora de seu domínio de validade, quando na verdade a tarefa demanda mobilização de raciocínio multiplicativo – ou seja, consideram que o número total de possibilidades é dado pela soma de cada uma das possibilidades envolvidas, e não por seu produto. Tal dificuldade poderia ser resolvida traçando um simples esboço da situação apresentada no problema, o que é observado em pesquisas envolvendo alunos, como as de Esteves (2001), Schwartz (1998), Nunes e Bryant (1996) e Thompson (1996).

Nas entrevistas, as cinco professoras que acertaram disseram que situações-problema desse tipo são comuns nos livros didáticos, no quais trazem exemplos de resolução, de fácil entendimento. Quando indagadas sobre as estratégias de resolução, como por exemplo a árvore de possibilidades, três das cinco entrevistadas informaram não saber que esse é o nome desse esquema, embora o utilizassem frequentemente.

A dúvida das que erraram a resposta foi também constatada em uma pesquisa de Campos (2011), que constatou que em problemas que envolviam

estruturas multiplicativas foram tentadas resoluções calcadas em elementos da estrutura aditiva, revelando que os conceitos pertinentes a estruturas multiplicativas e estruturas aditivas não estão sendo adequadamente construídos: o de estruturas aditivas parece estar calcado em invariantes operatórios construídos fora de um domínio de validade, impedindo o sujeito a perceber a necessidade de mobilizar conceitos relativos às estruturas multiplicativas. Parece-nos que tais resultados sugerem a necessidade de pesquisas sobre o tema – tanto qualitativas, para melhor identificação dos elementos dos conceitos construídos, quanto quantitativas, para validar as constatações obtidas.

A Tabela 5, por sua vez, resume os resultados das questões que abordam a análise de uma tabela simples e uma de dupla entrada. As questões foram:

- 3.2. A média de pessoas que gostam de drama.
- 3.4. A fração que representa o número de pessoas que não gostam de terror.
- 4.2. Quantos títulos tem o time A?
- 4.3. Quantos títulos “nacionais” têm as três equipes juntas?

Tabela 5. Tabelas simples e de dupla entrada.

<b>Questão</b>	<b>Acertos (%)</b>
<i>(3.2) A média das pessoas que gostam de drama.</i>	3
<i>(3.4) A fração que representa o número de pessoas que não gostam de terror.</i>	2
<i>(4.2) Quantos títulos tem o time A?</i>	7
<i>(4.3) Quantos títulos “nacionais” têm as três equipes juntas?</i>	9

A análise das respostas à questão 3.2 corroborou nossas suspeitas sobre os conhecimentos das professoras quanto aos tipos de variáveis (qualitativas ou quantitativas). A Tabela 5 focaliza uma variável qualitativa (preferências por filmes), mas a atividade indaga sobre a média dessa variável. Os resultados revelaram que

a concepção a ser mobilizada sobre variável estatística é fundamental para a percepção das distintas possibilidades de representação e tratamento desses dados pelos alunos.

Nas entrevistas com as professoras que ofereceram resposta errada a essa questão, observamos não haverem diferenciado os tipos de variáveis. Para elas, o simples fato de manipularem tabelas contendo números lhes permitiria obter quaisquer medidas-resumo (no caso, média). Foram unânimes em responder que não conheciam a diferença entre variáveis qualitativas das quantitativas expressas em tabelas, confirmando a ausência do conhecimento específico que deveria guiar a construção do conhecimento didático desse conteúdo. Tal resultado converge com o apontado por grande número de pesquisas internacionais, entre elas o Joint ICMI/IASE Study<sup>10</sup>.

Dentre as pesquisas brasileiras, uma que aponta esse tipo de dificuldade é a de Biajone (2006), que investigou alunas de um curso de Pedagogia no estado de São Paulo. Todas as respondentes que não souberam identificar o tipo de variável e desconheciam o tratamento adequado para uma variável qualitativa identificaram corretamente a variável 'idade' representada em um dos gráficos. Na representação tabular, porém, não conseguiram identificar tal diferença. Identificamos aí a ausência do processo de transnumeração, nos termos de Pfannkuch (2008), dificultando o processo de construção do pensamento e do conhecimento estatístico. Pfannkuch aponta que o trabalho com gráficos e tabelas simples e de dupla entrada requer a capacidade de perceber, avaliar e julgar e, que essa mobilização costuma ser difícil tanto para o professor como para o aluno.

Nossos resultados são reforçados pelos obtidos por Peral e Gómez (2003). Segundo esses autores, espera-se que os docentes já formados e dos que estão em formação inicial tenham facilidade em identificar e manipular variáveis no trabalho experimental e que sejam capazes de distinguir entre seus diferentes usos para que estejam aptos a ensinar. Entretanto, apesar da formação universitária das professoras participantes de nossa pesquisa, nossos resultados convergem com os

---

<sup>10</sup> Anais disponíveis em: <[http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/)>.

destes autores, que mostraram a persistência de algumas dificuldades e estratégias de solução de problemas próprias de estudantes com escolaridade inferior.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho foi motivado pelo interesse em compreender, em um primeiro momento, os bons resultados apresentados por alunos do Ciclo I do Ensino Fundamental de uma escola pública da capital do Estado de São Paulo, na avaliação do SARESP. Queríamos compreender a relação entre esses resultados e a ação de professores da escola na construção de seus conhecimentos específicos e didáticos. Ao iniciarmos a pesquisa, outros fatores nos chamaram atenção e nos ajudaram a definir nosso objetivo, que foi o de verificar de quais conhecimentos didáticos e matemáticos esses professores dispunham e também o nível de funcionamento desses conhecimentos em situações ligadas à prática docente. De forma articulada, buscamos identificar elementos que sinalizassem a percepção desses professores sobre seus conhecimentos em Estatística durante suas práticas em sala de aula.

Ainda que nosso tema já tenha sido tratado em outras pesquisas que provocaram outras reflexões ou, ainda, estabeleceram outras relações, propusemos a uma nova interpretação de questões controversas, tais como as relações entre os conhecimentos específicos e didáticos de conteúdo e as práticas docentes. Tal interpretação nos permitiu avançar em relação ao já conhecido e estabelecido como resultado observado. A originalidade de um trabalho acadêmico é atestada por seus resultados e sua aplicabilidade; esperamos ter contribuído nesse aspecto, principalmente no que se refere a conhecimentos docentes sobre os conteúdos ligados ao bloco 'Tratamento da informação'.

Esta pesquisa buscou responder à seguinte questão: *Que conhecimentos estatísticos – didáticos e específicos – são mobilizados em situação de concepção e gestão de aula por um grupo de professores em suas práticas docentes?*

Para tanto, percorremos etapas que nos orientaram na busca da resposta esperada e na validação de nossas hipóteses iniciais.

Os resultados positivos nas avaliações externas podem gerar desconfiança daqueles que estão envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, no sentido

de que esses resultados podem ser contestados, exigindo-se um olhar mais apurado sobre sua evolução ao longo do tempo, de modo a identificar causas e consequências que possam influir no ensino e aprendizagem de crianças.

Nosso trabalho focalizou conteúdos de medidas-resumo (média, mediana e moda), análise gráfica e, por fim, Probabilidade e princípio de contagem. A escolha desses conteúdos não foi casual: eles são contemplados significativamente em documentos oficiais e no currículo estadual nas séries iniciais (1.º ao 5.º ano) do Ensino Fundamental. O objetivo foi melhorar a compreensão dos processos de construção e mobilização de conhecimentos docentes sobre esses conteúdos, quando a meta é a melhora da aprendizagem dos alunos e a consequente melhoria nas avaliações externas.

Nas observações feitas em HTPC, percebemos quanto é importante a presença, no grupo de professores, de uma liderança que disponha de formação específica em Matemática e também em área que lhe permita ser formador de professores. Em nosso grupo de sujeitos, essa liderança foi exercida por uma professora com mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Os demais membros do grupo possuíam curso de pedagogia e lecionavam conteúdos de Matemática, incluindo os do bloco 'Tratamento da informação'.

Percebemos que essa formação diferenciada de uma das professoras promoveu uma organização didática na condução dos debates que ocorriam nas aulas. Ou seja, nas discussões, a fala dessa professora aportava insumos no começo, no meio e no fim nos diálogos com as demais.

O fato de as demais professoras muitas vezes tentarem memorizar as estratégias apresentada pela professora-líder, no intuito de sanar dúvidas dos conteúdos matemáticos, não se mostrou suficiente para modificar práticas docentes construídas a partir de alguns conhecimentos procedimentais ou conhecimentos não mobilizados em seu domínio de validade. Por outro lado – fato que nos parece positivo –, sentimos que o grupo era coeso e participativo, pois sentia segurança na fala da professora que o liderava.

Observamos também o pouco conhecimento sobre os conhecimentos prévios dos respectivos alunos como elemento balizador para a concepção de

atividades de aprendizagem, como no caso dos gráficos estatísticos: era claro para estas professoras que os alunos tinham conhecimentos prévios sobre a análise e leitura dos gráficos, o que não foi por elas verificado, porém, para a validação das escolhas didáticas realizadas.

Nas observações em sala de aula, percebemos que a insegurança na condução das aulas destacou-se mais que nos encontros. Sabemos que nossa presença na sala pode ter sido um dos fatores que aumentou tal insegurança, mas no decorrer das aulas revelou-se que os indícios de que o conhecimento, tanto didático quanto específico, eram insuficientes para a orientação na aprendizagem dos alunos. Das nove participantes da pesquisa, somente a professora-líder do grupo conseguiu, de forma clara, apresentar o conteúdo, utilizando-se de estratégias diferenciadas e dando mais atenção aos alunos, permitindo a participação destes e conduzindo as questões de forma reflexiva, envolvendo a todos.

Cabe ressaltar que durante nossa análise dos dados coletados na observação, alguns dos conhecimentos didáticos e específicos de conteúdo que esperávamos identificar não foram percebidos, devido aos temas abordados em aula, ou o foram apenas em um funcionamento técnico, nos termos de Robert (1998). O fato de as professoras memorizarem estratégias apresentadas pela professora-líder nos permitiu inferir tal funcionamento. Isso se deu nos momentos em que a reprodução das atividades em sala de aula e a mera reprodução de procedimentos provocaram atitudes tais como a repetição do já explicado, sempre que um aluno demonstrava dúvidas.

Queremos defender que não basta dispor da HTPC como momento de construção ou mesmo de reconstrução de conhecimentos específicos e didáticos, como mostram as pesquisas de nossa revisão bibliográfica. Mostramos em nosso trabalho que, apesar dos encontros entre as professoras, formação proporcionada pela professora-líder funcionou apenas local e momentaneamente. Percebemos também que em alguns momentos nos encontros ocorreu construção conceitual dos conhecimentos, não o suficiente, porém, para uma orientação da aprendizagem dos alunos, conforme nossas referências e nosso referencial teórico afirmam.

O que discutimos nesta pesquisa não se apresenta como solução inovadora para o ensino do bloco 'Tratamento da informação', mas com certeza aponta reflexões sobre os conceitos do objeto estudado constatados a partir das observações, conversas e aplicação de atividade. Os resultados dessas reflexões conduziram a um nível de complexidade importante para o trabalho com esses conceitos, reiterando a necessidade de um olhar mais persistente para a formação inicial e continuada de professores, para o que não bastam as reflexões e discussões praticadas em HTPC. As entrevistas realizadas nos forneceram elementos para tal conclusão, a partir da comparação com resultados já observados em pesquisas na área, tanto no cenário nacional como internacional, pesquisas estas discutidas no Capítulo 3 e ao longo das análises dos dados por nós coletados.

Sobre os tópicos de medidas-resumo, Probabilidade e contagem, percebemos que os conhecimentos didáticos dos professores também funcionaram apenas em nível técnico procedimental. O conhecimento mobilizado fora de seu domínio de validade sobre os conceitos de média, mediana e moda também estiveram presentes nas análises das atividades e nas entrevistas.

Nossas observações revelaram que o processo algorítmico dos cálculos esteve presente em nível técnico, segundo Robert, mas que o conhecimento do significado dessas medidas não se classificou em nenhum dos níveis propostos, pois muitas vezes não é sequer alcançada a mobilização técnica. Sugerimos aqui a possibilidade de existência de um nível prévio ao técnico, no qual o sujeito identifica o conhecimento a ser colocado em funcionamento, mas ainda não tem elementos conceituais suficientes para isso. No entanto, seria necessária uma pesquisa qualitativa e empírica para validar ou não essa hipótese.

Inferimos que um dos motivos dessa ausência do conhecimento necessário para o significado das medidas-resumo encontra-se em parte nas atividades dos livros didáticos, em que os dados se apresentam quase sempre de forma simétrica e, que na maioria das vezes, aparecem já estruturados na forma de gráficos, não permitindo uma manipulação dos dados, por exemplo, em rol. Não queremos culpar o livro didático, mas sim sugerir que a formação inicial e continuada recebida seja persistente, como já exposto. Sabemos que o papel do livro é dar apoio didático, mas percebemos que os professores os utilizam como ferramentas de formação

continuada, nos termos de Lajolo (1996). Seria necessária uma ação que instrumentalizasse o professor para complementar os elementos faltantes nos livros didáticos, visando a aprendizagem dos alunos e o desenvolvimento do letramento estatístico e matemático destes.

Ainda sobre os a construção de gráficos, observamos no grupo uma preocupação estética, mas não a de promover nos alunos a capacidade de extrair informações ali presentes. Em gráficos trazidos pelas professoras para o trabalho em sala, percebemos que o trabalho permanecia no primeiro nível proposto por Curcio (2001): o de leitura dos dados. As professoras perdiam assim a oportunidade de abrir leques para uma reflexão sobre o que os gráficos poderiam trazer de informação além daquelas exigidas nas atividades, que na maioria das vezes cobravam apenas o primeiro nível de Curcio.

Na resolução, pelas professoras, da atividade sobre problemas de contagem, observamos que o campo de validade – campo multiplicativo – foi confundido com o campo aditivo, resultados estes que também são apontados na literatura pesquisada, reforçando nossa hipótese de que possa existir um nível de funcionamento dos conhecimentos não previsto na proposta de Robert: o do professor que não reconhece as condições dadas pelo problema, fazendo funcionar um conhecimento que não o resolve, mas que, sob a ótica do docente, fornece o resultado esperado – por exemplo, utilizar a adição para resolver um problema multiplicativo, sem buscar validar os resultados por outras estratégias de resolução, tais como esboçar um esquema que permitisse realizar a contagem e, assim, verificar o erro na estratégia empregada.

Nesse caso, e em outros momentos da coleta de dados, pudemos constatar que o professor pode fazer com que determinado conhecimento adquira funcionamento disponível, nos termos de Robert, mas sem que tal conhecimento seja o adequado para a resolução do problema. O professor não tem elementos para validar tal funcionamento ou perceber sua não validade. Novamente, delineia-se a necessidade de pesquisas qualitativas e quantitativas que possam aprofundar reflexões e levantar novos elementos sobre tal tipo de funcionamento de conhecimentos, validando ou não nossa hipótese.

Com base nos resultados que relatamos, percebemos na escola pesquisada que os professores do Ciclo I procuram fazer seu melhor para o ensino da Matemática, especificamente nos conteúdos de Estatística. Mesmo dispondo de uma professora-líder com formação específica em Matemática, o trabalho coletivo, visando buscar uma unicidade e uma identidade peculiar da escola, não foi percebido. O que percebemos é que essa coletividade acontecia nos encontros em HTPC, dissipando-se ou dispersando-se nos trabalhos efetivos em sala de aula.

Isso posto, constatamos ser necessário, paralelamente aos encontros de professores em HTPC, criar e desenvolver grupos colaborativos permanentes dentro das unidades de ensino, congregando professores com formação específica em Matemática para que, juntamente com os demais integrantes, possa-se pensar em estratégias diferenciadas de ensino e em recursos didáticos que auxiliem efetivamente o professor no uso de livros-texto e dos materiais disponíveis nas escolas.

Acreditamos que essa medida auxilie a garantir conhecimento específico aos professores, permitindo-lhes adequadamente desenvolver conhecimento didático, calcado no conteúdo específico e também no conhecimento sobre os alunos, sobre a escola e sobre o sistema escolar, como preconizam Ball, Phelps e Thames.

## REFERÊNCIAS

- AINLEY, J. **Exploring the transparency of graphs and graphing.** In: Proceeding 24<sup>nd</sup> Annual Meeting of the Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education, (1) South Africa, 2000. P. 243-258.
- AZCÁRATE, G.P. **Estudio de las concepciones disciplinares de futuros professores de primaria em torno a las naciones de aleatoriedade y probabilidade.** Granada: Comares 1996
- BALL, D. L., THAMES, M. H., PHELPS, G. **Content Knowledge for Teaching.** *Journal of Teacher Education*. V. 59, N. 5 - November/December 2008. 389-407. University of Michigan.
- BALL, D. L. **Teaching mathematics for understanding: What do teachers need to know about subject matter?** In M. M. Kennedy (Ed.). *Teaching academic subjects to diverse learners* (pp. 63-84). New York: Teachers' College Press. (1991).
- BALL, D. L. HILL, H. C., & BASS, H. **Knowing mathematics for teaching.** *American Educator*, Fall, 14-46. (2005).
- BALL, D. L., LUBIENSKI, S. T., & MEWBORN, D. S. **Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge.** In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association. (2001).
- BALL D. L., THAMES M., & PHELPS G. **Articulating Domains of Mathematical Knowledge of Teaching.** Paper presented at the 2005 annual meeting of the American Education Research Association, Montreal, Canada (2005).
- BATANERO, C. ET AL. 1992 . **Errores y Dificultades em La comprensión de lós conceptos estadísticos elementales.** Disponível em : <[HTTP//ugr.es/~batenero/ARTICULOS/CULTURA.pdf](http://ugr.es/~batenero/ARTICULOS/CULTURA.pdf)> acesso em 10 Dez 2011.
- BATANERO, C. 2000a **Hacia donde va La Educación Estadística? Disponible em: [HTTP//ugr.es/~batenero/ARTICULOS/BLAIX.html](http://ugr.es/~batenero/ARTICULOS/BLAIX.html)** Acesso em 11 DEZ 2011.
- BATANERO, C. 2000b **Significado y Comprensión de lãs medidas de posición Central.** Disponível em : [HTTP//ugr.es/~batenero/ARTICULOS/CULTURA.pdf](http://ugr.es/~batenero/ARTICULOS/CULTURA.pdf) Acesso em 11 Dez 2011
- BATANERO, C. **Didáctica de La Estadística.** Granada: Servicio de reprografia de La Facultad de Ciências, Universidade de Granada, 2001. Disponível em <[HTTP//ugr.es/~batenero/proyecto.html](http://ugr.es/~batenero/proyecto.html)> Acesso em 11 Dez 2011.
- BATANERO, C. (2000). **Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementares: el caso de las medidas de posición central.** Em C. Loureiro, O. Oliveira e L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática e Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

BATANERO, C., RODINO, J. D. E NAVAS, F. (1997). **Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios.** Versão ampliada do trabalho publicado em H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación educativa* (pp.310-304). Universidade de Granada. Recuperado em 15 de Dezembro, 2000, de <http://www.ugr.es/~batanero>.

BATANERO, C., GODINO, J. D., GREEN, D. R., HOLMES, P. E VALLECILLOS, A. (1994). **Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts.** *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.

BATANERO C.; ESTEPA A.; GODINO J.D. **Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria.** *Suma*, 9, 25-31. 1991.

BIAJONE, J. **Trabalho de Projetos: Possibilidades e Desafios na Formação Estatística do Pedagogo.** Mestrado em Educação: Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Brasil. 2006. Disponível em <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000381751&opt=1>, acesso em 1 de dezembro de 2013.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. 1ª a 4ª série, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURGESS, T. A. (2007). **Investigating the nature of teacher knowledge needed and used in teaching statistics.**

BURRILL, G. (2008). **Fundamental ideias in teaching statistics and how they affect the training of teachers.** In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.

CAMPOS, C E. **Análise combinatória e proposta curricular paulista de um estudo dos problemas de contagem.** 2011. 141f. Dissertação (Mestrado acadêmico em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

CAMPOS, C. R. **A Educação Estatística: Uma Investigação Acerca dos Aspectos Relevantes à Didática da Estatística em Cursos de Graduação.** Tese de Doutorado. 2007. UNESP - Rio Claro.

CANTERO, A.T. **Caracterización de razonamiento probabilísticos de alumnos de 12 años.** Em F. Delgado, D. Morales e A. Moreno (Eds), VIII Jornadas Andaluzas de educación matemática. Pp 83-88). Universidade de Jaén (1998).

CANTERO, A.T. e BATANERO, C.B. **Razonamiento de alumnos de 12 años em tareas de comparación de probabilidades.** Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Universidade de Santiago de Compostela.Pp 281 – 283 (1999)

CAZORLA, I. M. **Tratamento de Informação para ensino fundamental e médio,** Irene Maurício Carzola, Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana. Itabuna: Via Literarum, 2006

CÉSAR, M. (1999). **Interacções matemáticas e apreensão de conhecimentos matemáticos.** Em J. P. Ponte e L. Serrazina (Org.). *Actas da Escola de Verão Portuguesa-Italiana- Espanhola* (pp. 5-46). Lisboa: Secção de Educação Matemática da SPCE.

CHICK, H. L., & PIERCE, R. U. (2008). **Teaching Statistics at the primary school level: Beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge.** In C. Batanero, G. Burrill, C.

Reading & A. Rossman (Eds.), Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, Mexico.

COBO, B. e BATANERO, C. **La mediana em la educación secundaria obligatoria: um concepto sencillo?** Uno, 23, 85 – 96. (2000)

COSTA, C. A. **As concepções dos professores de matemática sobre o uso a modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no ensino fundamental. 2003.** 163f. Dissertação (Mestrado acadêmico em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

COUTINHO, C. Q. S. (1994). **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista.** 1994. 151f. Dissertação (mestrado em educação matemática), PUC, São Paulo.

COUTINHO, C. Q. S. (2001) **Introduction aux situations aléatoires dès le collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de bernoulli dans l'environnement informatique cabri-géomètre ii. Grenoble.** Tese (doutorado em educação matemática)- Université Joseph Fourier.

COUTINHO, C. Q. S. (2003). **Modelagem, simulação e as orientações dos PCN-EF para o ensino de probabilidade.** In: Seminário IASI De Estatística Aplicada : Estatística Em Educação E Educação Em Estatística, Rio De Janeiro. Cd – Rom.

COUTINHO, C. Q. S. (2007). **Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?** Revemat - revista eletrônica de educação matemática. V2.3, p.50-67, UFSC.

COUTINHO, C.Q.S; MIGUEL, M.I.R. **Análise Exploratória De Dados: Um Estudo Diagnóstico Sobre Concepções De Professores.** 30<sup>a</sup>. Reunião da ANPED. Caxambú, MG, pp 1 – 15. 2007.

CURCIO, F.R. **Developing Graph Comprehension.** National Council of Teachers of Mathematics, New York, 1989

CURCIO, F.R. **Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications.** Journal for Research in Mathematics Education, Vol, 32, N 2, (Mar, 2001, p. 124 – 158).

CURI, Edda - **A matemática e os professores dos anos iniciais/ Edda Curi** – São Paulo: Musa Editora, 2005.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Suisse:** Peter Lang S. A. , 1995.

DUVAL, R. **Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité?** In: Séminaires de Recherche "Conversion et articulation des représentations". Vol II. Éditeur Raymond Duval, IUFM Nord-Pas de Calais, 2002.

DUVAL, R. **Registro de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: Aprendizagem em Matemática: registro de representação semiótica. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p 11- 33, Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

ERICKSON, F. (1986). **Qualitative methods in research on teaching**. In M. C. Wittrock (Ed.). Handbook of research on teaching (pp. 119-161). New York, NY: Macmillan.

ESTEPA, A. **The traing of primary school teachers in stochastics and in stochastic education in europeu**. Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference, disponível em [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/). 2008

ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos-8º série do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2001.

ESTRADA, A., BATANERO, C., BÁZAN, J., & APARÍCIO, A. (2009). **As atitudes em relação à Estatística em professores**: Um estudo comparativo de países. Comunicação apresentada no XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro. Vila Real, Portugal

FIORETINI, D.; LOREZANTO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2009 ( Coleção formação de professores)

FISCHBEIN, E. e GAZIT, A. **Does the teaching of probability improve probabilistics intuitions?** Educational Studies in Mathematics, 15 (1), 1 – 24. 1984.

FLORES, C. R e MORETTI, M.T, **O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: Ponto de análise para a aprendizagem** – In: Anais 28º ANPED (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação), 2005 CD Room.

FRIOLANI, L.C. **O pensamento estocástico em livro didáticos do Ensino Fundamental**. 2007, 150. Dissertação de mestrado profissional em Ensino da Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo 2007. Disponível em <<http://www.pucsp.br/pos/edmat/>> acesso em 04 abr 2010.

FROELICH, A. G., KLIEMANN, W., & THOMPSON, H. (2008). **Changing the statistics curriculum for future and current high school mathematics teachers**: A case study. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, Mexico.

GRAHAM, A. (1987). **Statistical investigations in the secondary school**. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

GROSSMAN, P. L. (1990). **The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education**. New York: Teachers College Press, Columbia University.

GROTH, R. E. (2007). **Toward a Conceptualization of Statistical Knowledge for Teaching**. Journal for Research in Mathematics Education, 38 (5), 427-437.

GROTH, R. E., E BERGNER, J. A. (2005). **Pre-service elementary school teachers' metaphors for the concept of statistical sample**. Statistics Education Research Journal, 4(2), 27-42

HILL, H. C., SCHILLING, S., E BALL, D. L. (2004). **Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching**. Elementary School Journal, 105(1), 11-30.

GAL, I. **Statistical tolls and Statistical Literacy: The case of the average.** Teaching Statisticas, 17 (3), pp. 97 -99 1995

GAL, I. **Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities -** Appeared in: Internacional Statistical Review, , 70 (1), 1 -25 2002

GAL, I. **Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities – Appeared** in: Internacional Statistical Review, 2002, 70 (1), 1 -33.

GARFIELD, J.B. **Na authentic assesment of student's statistical knowledge.** Em N.L. Webb e AF Coxford (eds) Assesment in Mathematics classroom. National Council of teachers of Mathematics. Pp 187 – 196, 1993.

GEDDIS, A. N. **Transforming subject-matter knowledge: the role of pedagogical content knowledge in learning to reflect on teaching.** Int. J. SCI EDUC. Vol. 15, n.6, 673 – 683, 1993.

GITIRANA, V. **Avaliação em Matemática. TV-Escola.** Recife, 2002.

GODINO, J.D. **Qué aportan los ordenadores al aprendizaje y la ensañanza de la estadística?** Uno, 5 45 – 56. 1995.

GODINO, J.D., BATANERO, C., CAÑIZARES, M.J. E VALLECILLOS, A. **Recursos para el estúdio de los fenômenos estocásticos.** Em Seminário sobre Recursos para el aprendizaze em aula de matemática. Elaboracion y uso de material didáctico. Federación Española de Profesores de Matemáticas e S.A>E>M Thales. Acessível em <http://www.ugrs.es/~batanero> (2010)

GODINO, J.D.; BATANERO, C.; ROA, R. & WILHELMI. **Assessing and Developing Pedagogical Content and Statitiscal Knowledge of Primary School Teachers Though Project Work.** Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference, disponível em [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/), 2008.

GOLDENBERG, E. P. **Mathematics, Metaphors and Human Factors: Mathematical, Technical and Pedagogical Challenges in Educational Use Graphical Representation of Functions.** The Journal of Mathematical Behaviour 7, (2). P. 135 – 173. (1998)

GOLDENBERGUE, M. **A arte de pesquisar. Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais.** 2. Ed. Rio de Janeiro: editora Record, 1998, 107p.

GUDMUNSDOTTIR, Sigrun. & SHULMAN, L. **Pedagogical Content Knowledge in Social Studies.** Scandinavian Journal of Educational Research, Vol. 31, n.2,59-70,1987.

GREEN, D.R.. **A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years.** Em D.R. Grey, P. Holmes, V. Barnett e G.M. Constable (Eds). Proceeeding of the First Internacional Conference on Teaching Statistics (vol. 2, pp 766-783) Sheffield, UK; Teaching Statistics Trust 1983.

GUIMARÃES, G. L. **Interpretando E Construindo Gráficos De Barras.** Tese de Doutorado 2002. Univ. Federal de Pernambuco.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA-UFRJ, **Tratamento da Informação – Explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir das séries iniciais.** Projeto Fundação, 1997

LAJOLO, M. **Livro Didático: um (quase) manual de usuário**. Em Aberto, Brasília, v.69, n.26, p.3-7, 1996. Disponível em: <<http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/issue/view/76>>. Acesso em: 03 FEV 2014.

LEMOS, M.P.F. **Alunos de Pedagogia Analisando Atividades de Interpretação de Gráficos de Barra**. Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade Federal de Pernambuco, 2002

LEMOS, M.P.F. e GITIRANA, V. A. **A formação de professores através de análises a priori de atividades em interpretação de gráficos de barras**. In: Anais do VIII ENEM (Encontro Nacional de educação Básica), 2004, CD Room.

LEMOS, M.P.F. **“O Desenvolvimento profissional do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em um processo de Formação para o ensino e a aprendizagem das Medidas de Tendência Central - TESE de doutorado**. Pontifícia Universidade Católica - 2011

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no currículo de matemática do Ensino Fundamental Brasileiro**. In atas da Conferencia Internacional “Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística – Desafios para o século XXI”. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), São Paulo, 1999.

LOPES, C. A. E. **“Conhecimento profissional dos professores e suas relações com a estatística e probabilidade na Educação Infantil”** Tese de Doutorado - UNICAMP - 2003, p. 51.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. Temas Básicos de Educação e Ensino**. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S; CAMPOS, T. **As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, 2004 Vol. 6,p. 53-71.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.M.M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando adição, subtração: contribuições da teoria dos campos concetuais**. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S. M. P.; GITARANA, V & MARANHÃO, M.C.A. **Interpretação de gráficos e diagramas em ambiente computacional de manipulação de dados**. Projeto de pesquisa financiado pelo CNPQ. São Paulo, 1997 (não publicado)

MENEZES, L. **Utilização de casos multimídia na formação matemática de 1º ciclo do ensino básico.: impacto no conhecimento e pratica de ensino supervisionada**. Comunicação apresentada no Seminário Práticas profissionais: Desafios para a Formação de Professores de Matemática. Organizada pelo Projeto P3M, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa 2014

MIZUKAMI, M. G. N. **Escola e Aprendizagem da Docência: processos de investigação e formação**. 2002 São Carlos: EDUFSCar

MONTEIRO, C.E.F. & SELVA, A.C.V. **Investigando a Atividade de Interpretação de Gráficos entre professores do Ensino Fundamental** 24ª. Reunião Anual da Associação Nacional de Pós Graduação e Pesquisa em Educação – Anped. Caxambu/ MG, 2001.

- MONTEIRO, C. (2009). **Que conhecimentos são necessários para se ensinar a média aritmética?** Comunicação apresentada no XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro, Vila Real, Portugal.
- MOORE, D., & COBB, G. (1997). **Mathematics, Statistics, and Teaching**. American Mathematical Monthly, 104, 801-823.
- NACARATO, A. **Educação Continuada Sob A Perspectiva Da Pesquisa-Ação: Currículo Em Ação De Um Grupo De Professores do Aprender Ensinando Geometria**. Tese de Doutorado UNICAMP 2000.
- NOBRE, J. C. **Estudo sobre Propostas de Formação de Professores para Ensinar Matemática a Crianças das Séries Iniciais**. 2006 PUC/SP.
- NOVAES, D. V., **“Concepções de Professores da Educação Básica Sobre Variabilidade Estatística”** TESE de Doutorado em ED Matemática PUC 2011
- NUNES, T. & BRYANT, P. **Children Doing Mathematic**. Blackwell-Plubisrs, London, 1996.
- NUNES, T. & BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- PAMPLONA doutorado em Educação (Conceito CAPES 5). Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Brasil. Título: A Formação Estatística e Pedagógica do Professor de Matemática em Comunidades de Prática, Ano de obtenção: 2009.
- PERAL, L. M.; GÓMEZ, J. L. D. **Concepto de variable: dificultades de su uso a nivel Universitario**. Mosaicos Matemáticos, n. 11, p. 109-114, 2003.
- PESSOA C. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. Tese. Pós-graduação em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2009.
- PESSOA, C. & BORBA, R. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série**. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.
- PFANNKUCH, M. **Training teachers to develop statistical thinking**. Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference, disponível em [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/). 2008
- PIRES, C.M.C. **Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil**. Bolema (Rio Claro). 2008
- PIRES, C.M.C. **Implementação de inovações curriculares em matemática e embates com concepções, crenças e saberes de professores: breve retrospectiva histórica de um problema a ser enfrentado**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, v. 12, 2007.
- PIRES, C.M.C. **Orientações Curriculares para a Educação Básica: qual o caminho?** Revista de Educação PUC-Campinas, Campinas, v. 18, 2005.

- PONTE, J. P. **A Vertente Profissional Da Formação Inicial De Professores De Matemática**. 2002. Educação Matemática em Revista, 11A, 3-8
- PONTE, J. P. **A Investigação Sobre A Prática Como Suporte Do Conhecimento E Da Identidade Profissional Do Professor**. In M. L. Cabral (Org.), A universidade e a formação de professores (pp. 37-42). (2002) Faro: Universidade do Algarve.
- PONTE, J. P. **Investigar A Nossa Própria Prática: Uma Estratégia De Formação E De Construção Do Conhecimento Profissional**. In E. Castro & E. Torre (Eds.), Investigación en educación matemática (pp. 61-84). (2004). Coruña: Universidad da Coruña.
- PONTE, J. P. **Estudo De Caso Em Educação Matemática**. 2006 Bolema, 25, 103-132.
- RIBEIRO, J. O. **Leitura e Interpretação de Gráficos e Tabelas: Um estudo Exploratório com professores**. Mestrado Profissional 2007, PUC SP
- ROBERT, A. **Outis D'analyses des Contenus Mathématiques á enseigner au lycée á l'Université**. Recherches em Didactique Dês Matêmatiques, Vol 18, n.2, pp 139 – 190 1998
- ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos**. 2011. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.
- SABO, R. **Saberes Docentes: análise combinatória no ensino médio**. 2010. 210f. Dissertação (Mestrado acadêmico em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.
- SADDO, A. A. **The Trasnformation os scientific Knowledge into taught Knowledge: The case of Logatithms**. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial I/2011 p. 191 -210. Editora UFPR
- SANTALÓ, L. et al. **La enseñanza de las Matemáticas em la educación intermèdia**. Ediciones Rialp, S. A., Madrid, 1994.
- SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, c1983. 84p.
- SANTOS. C. R. **O Tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula**. 2011. 139f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.
- SANTOS, L. **Mudanças na Prática Docente: Um Desafio da Formação Continuada de Professores Polivalentes para Ensinar Matemática**. 2008 PUC/SP.
- SANTOS, V. M. **A Matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão**. Cad. CEDES, Abr 2008, vol.28, no.74, p.25-38. Campinas 2008
- SANTOS, S. S. **A formação do Professor não Especialista em Conceitos Elementares do Bloco Tratamento da Informação - Um estudo de Caso no Ambiente Computacional**. São Paulo, 2003. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica.

SANTOS, M. S. & GITIRANA, V. **A interpretação de gráficos de Barra, com variáveis numéricas, em um ambiente computacional de manipulação de dados.** Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste (EPEN), Salvador 1999.

SÃO PAULO (Estado). (2008). **Proposta Curricular de São Paulo: Matemática.** Coord. Maria Inês Fini. São Paulo: SEE.

SÃO PAULO (Estado). (2008, 2009, 2010). **Relatório Pedagógico SARESP 2008-2009-2010.** São Paulo: SEE.

SÃO PAULO (Estado). (2009, 2010). **Sumário Executivo SARESP 2009-2010.** São Paulo: SEE.

SCHWARTZ, J. **Intensive Quantity and Referent Transforming Arithmetic Operations.** In J. Hiebert & M. Behr (Eds), *Number Concepts And Operations In Middle Grades.* Hillsdale, New Jersey. Erlbaum, pp 41-52, 1998.

SELVA, A.C.V. **Gráficos de barras e matérias manipulativos. Analisando Dificuldades e Contribuições de Diferentes Representações no Desenvolvimento de Conceitualização Matemática em Crianças de Seis a Oitos anos.** Recife, 2003. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco.

SHAUGHNESSY, J.M. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROUWS, D.A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: MacMillan, 1992. p. 465-494.

SHAUGHNESSY, J.M. Research on statistics learning and reasoning. In: LESTER, F. (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning.* Reston: NCTM, 2007. p. 957-1010.

SHULMAN, L.S. **Those Who Understand: knowledge growth in teaching.** *Educational Researcher*, v.15, 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. (1987). **Knowledge and teaching: Foundations of the new reform.** *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.

SILVIA, C. B. **Pensamento Estatístico E Raciocínio Sobre Variação: Um Estudo Com Professores De Matemática.** Tese de Doutorado 2007. PUC/SP

SORTO, A., & WHITE, A. (2004). *Statistical Knowledge for Teaching.* Comunicação apresentada no ICME 10, Copenhagen 2004.

STELLA, C.A. **Um Estudo Sobre o Conceito de Média com Alunos do Ensino Médio.** São Paulo, 2003. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica.

THOMPSON, A. **The Relationship of Teachers. Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice.** *Journal for Research in Mathematics Education* 25, pp. 279-3-3. 1996.

THOMPSON, A. **A relação Entre Concepções de Matemática e de Ensino de Matemática de Professores na Prática Pedagógica.** *Zetetiké*, Campinas: Unicamp, v. 5, n. 8, p. 9-45, jul.-dez. 1997.

VEAL, W. R. & MAKINSTER, J. G. **Pedagogical content knowledge taxonomies.** Electronic Journal of Science Education, Vol. 3, n. 4, 1999.

VERRET, M. **Le temps dès études.** Paris: Honorè Champion, 1975.

WALLMAN, K. K. (1993). **Enhancing Statistical Literacy: Enriching our society.** Journal of the American Statistical Association, 88, 1-8.

WILSON, Suzane M. & SHULMAN, Lee S. & RICHERT, Anna E. **“150 Diferent Ways” of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching.** In: CALDERHEAD, James. (ed.). Exploring Teacher’s Thinking. London:Cassel, 1987.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos.** 2 ed. Porto Alegre: Bookman. 2003.

VAN DRIEL, Jan H. & VERLOOP, N. & DE VOS, W. Developing Science Teachers’ Pedagogical Content Knowledge. **Journal of Research in Science Teaching**, Vol 35, n. 6, 673 – 695, 1998.

VERAS, C. M. **A estatística nas séries iniciais: uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes.** 2010. Dissertação (Mestrado profissionalizante) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

VERNAUD. G. **A Criança a Matemática e a realidade: problemas no ensino da matemática na escola elementar.** Tradução Maria Lucia Faria Moro; Curitiba: UFPR, 2009

**ANEXOS**

## ANEXO A

### Solicitação de autorização

São Paulo, 13 de novembro de 2012

Caro(a) Diretor(a)

Solicitamos a autorização para a realização de uma pesquisa com os professores da escola sobre os conhecimentos didáticos e específicos do bloco Tratamento da Informação no Ciclo I do Ensino Fundamental.

Esta pesquisa tem como objetivo coletar dados que serão ferramentas para a discussão de estratégias de ensino-aprendizagem dos conteúdos do bloco Tratamento da Informação.

O professor de Matemática que estará observando e aplicando a atividade, orientado pela Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, faz parte do Grupo de Pesquisa no curso de pós-graduação, nível Doutorado, da Pontifícia Universidade Católica, coordenado pelo professor Doutor Saddo Ag Almouloud.

Salientamos que os dados permanecerão em sigilo e só serão divulgados os resultados gerais da pesquisa, em que não serão identificados nem o nome dos professores e nem o nome da escola.

Após o término da pesquisa, o relatório com os resultados serão enviados para a escola.

Grato pela atenção.

Carlos Ricardo Bifi – Pesquisador

Prof.<sup>a</sup> D.<sup>ra</sup> Cileda de Queiroz e Silva Coutinho – Orientadora da pesquisa

Prof. D.<sup>r</sup> Saddo Ag Almouloud – Coordenador do Programa

## ANEXO B

### QUESTIONÁRIO PARA PESQUISA DE DOUTORADO

*Doutorando: Prof. Carlos Bifi*

*Prezado(a) professor(a), este questionário tem o objetivo de buscar dados que fará parte dos resultados de uma pesquisa de cunho qualitativo de um estudo de caso para buscar indícios de mobilização de conceitos estatísticos - Tratamento da Informação, componente que faz parte dos documentos oficiais do ensino básico do Brasil e, especificamente, de São Paulo.*

*Prof. Carlos Bifi*

1ª parte – Perfil do Pesquisado (anexo I)

- 1) Quanto tempo (em anos), de docência você possui? \_\_\_\_\_
- 2) Quanto tempo nesta U.E? \_\_\_\_\_ É efetivo nesta U.E? \_\_\_\_\_
- 3) Qual a sua formação na graduação? \_\_\_\_\_
- 4) Você possui o curso de Magistério? \_\_\_\_\_ Onde você se formou? \_\_\_\_\_
- 5) Tem curso ou está cursando Pós-graduação? \_\_\_\_\_
- 6) Se a resposta da pergunta 5) for positiva, qual o curso de pós você concluiu ou está cursando? \_\_\_\_\_
- 7) Você já realizou algum curso fornecido pela Rede Pública de São Paulo? \_\_\_\_\_
- 8) As informações de cursos que são oferecidos pela Rede Pública são sempre divulgadas e de acesso fácil da informação?  
\_\_\_\_\_
- 9) Quantos alunos, no máximo, você trabalha em sala de aula? \_\_\_\_\_
- 10) Qual série (ano) você leciona nesta U.E? \_\_\_\_\_ a quanto tempo leciona para esta série (ano)? \_\_\_\_\_
- 11) No período de atribuição de aulas, você prefere diversificar as séries (anos)? \_\_\_\_\_ Por quê? \_\_\_\_\_
- 12) Quanto tempo (em horas), por semana, você se dedica à preparação de suas aulas? \_\_\_\_\_
- 13) A U.E. oferece material didático, tecnologia, espaço físico ou Laboratórios para suas aulas extracurriculares, caso seja solicitado? \_\_\_\_\_

14) Numa escala de 0 a 3, circule qual a sua participação nos HTPCs.

**0** - não faço; **1** - não participo com opiniões; **2** - gosto de opinar; **3** - participo com apresentação de propostas.

15) O grupo discute assuntos pertinentes sobre os conceitos matemáticos das séries iniciais? \_\_\_\_\_ Se sim, quantas vezes no mês e em que momento? \_\_\_\_\_

16) Qual o conceito matemático que você se sente **mais a vontade** de trabalhar com seus alunos? \_\_\_\_\_

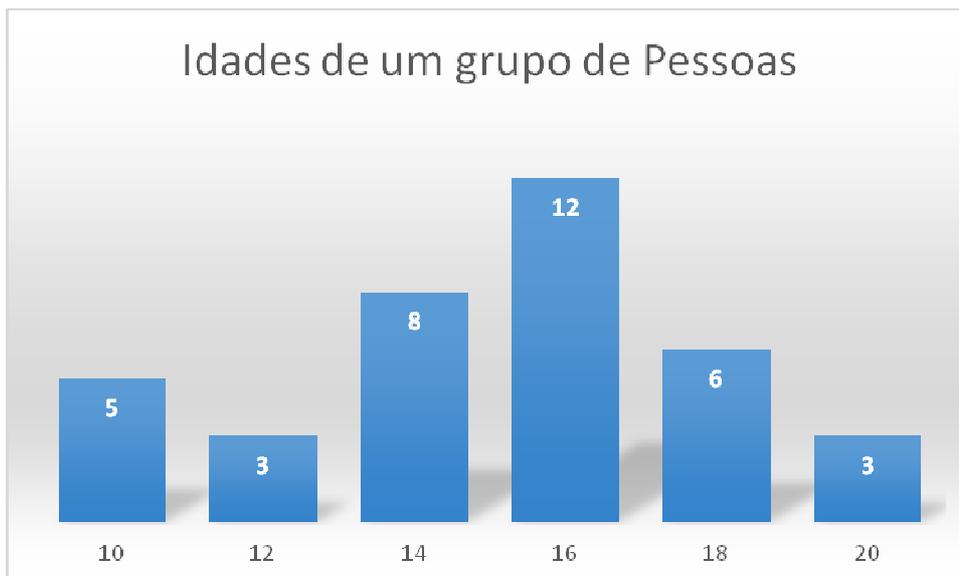
17) Qual o conceito matemático que você se sente **menos a vontade** de trabalhar com seus alunos? \_\_\_\_\_

18) Você se sentiria constrangido(a) se o pesquisador assistisse a uma de suas aulas com o único intuito de observar sua didática e metodologia de ensino da matemática? \_\_\_\_\_

---

## 2ª Parte – Resolução de Atividades (anexo II)

**1. Análise gráfica** - A escola fez um levantamento das idades de um certo número de alunos. Os dados foram apresentados no gráfico a seguir. Responda às questões de 1.1 a 1.11 referente ao gráfico.



1.1. O que representa os números abaixo de cada coluna?

---

1.2. O que representa os números inseridos em cada coluna?

---

1.3. Que tipo de variável é abordado no gráfico?

- a) Qualitativa
- b) Quantitativa
- c) Qualitativa e Quantitativa
- d) Pessoas

1.4. Quantas pessoas têm 16 anos?

- a) 10
- b) 18
- c) 12
- d) 20

1.5. Qual o total de pessoas?

- a) 12
- b) 20
- c) 49
- d) 37

1.6. Qual a média de idade no grupo?

- a) 15,1
- b) 12,3
- c) 6,1
- d) 10

1.7. Da alternativa que você assinalou na questão 1.6, o que ela significa?

---

---

---

1.8. Qual a mediana de idade?

- a) 15
- b) 12

- c) 16
- d) 14,5

1.9. Da alternativa que você assinalou na questão 1.8, o que ela significa?

---

---

---

1.10. Qual a moda das idades?

- a) 10
- b) 12
- c) 16
- d) 20

1.11. Da alternativa que você assinalou na questão 1.10, o que ela significa?

---

---

---

## 2. **Probabilidade**

2.1. Ao ser sorteada uma cartela de uma urna, que contém cartelas numeradas de 1 a 10, quais são as chances, ao retirar uma cartela da urna, sair a cartela de número 3?

- a) 8 para 10
- b) 5 para 10
- c) 3 para 10
- d) 1 para 10

## 3. **Tabelas Simples**

3.1. De acordo com a tabela responda

<b><i>Preferência de filmes</i></b>	<b><i>Número de pessoas</i></b>
Terror	10

Drama	23
Comédia	15

3.2. A média de pessoas que gostam de drama

- a) 12
- b) 20
- c) 15
- d) Não dá para calcular

3.3. Da alternativa que você assinalou na questão 3.2, o que ela significa?

---



---

3.4. A fração que representa o número de pessoas que não gostam de terror

- a) 10/48
- b) 15/48
- c) 38/48
- d) Não dá para calcular

#### 4. **Tabela de Dupla Entrada**

4.1. Verifique a tabela e responda os itens 4.2 e 4.3.

##### Títulos Estaduais e Nacionais das Equipes de Futebol

	Campeonato Estadual	Campeonato Nacional
<b>Time A</b>	12	10
<b>Time B</b>	14	9
<b>Time C</b>	17	15

4.2. Quantos títulos tem o Time A?

- a) 22
- b) 32
- c) 12

d) 10

4.3. Quantos Títulos “nacional” tem as três equipes juntas?

a) 40

b) 50

c) 25

d) 34

5. **Análise Combinatória**

5.1. Pedro disse que adora usar calças jeans, blusas com gorros e tênis modelo cano alto. Das calças ele possui 4 jeans, das blusas com gorro ele possui 3 e dos tênis, ele possui 2. Ele quer sair com os amigos, de quantas formas diferentes, usando o que ele tem, ele poderá se vestir?

a) 9

b) 12

c) 8

d) 24

6. Marque com um “X” seus sentimentos referente aos conteúdos da Estatística que você leciona para os seus alunos.

<b>Conteúdo/preferência</b>	<b>Não Gosto</b>	<b>Gosto</b>	<b>Gosto Muito</b>
<b>Levantamento de dados e organização dos dados</b>			
<b>Combinatória</b>			
<b>Tabelas de simples e dupla entrada</b>			
<b>Gráficos de Barras e Colunas</b>			
<b>Probabilidade</b>			
<b>Média, Mediana e Moda</b>			