

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

Jailma Ferreira Guimarães

**As Concepções da Álgebra articuladas aos conteúdos de
Matemática no Ensino Fundamental**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2013

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC / SP

Jailma Ferreira Guimarães

**As Concepções da Álgebra articuladas aos conteúdos de
Matemática no Ensino Fundamental**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Professora Doutora Ana Lúcia Manrique.

São Paulo

2013

Banca Examinadora

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e Data: _____

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Josefa e João que sempre incentivaram meus estudos acreditando no meu progresso contínuo e tanto fizeram para que eu chegasse onde agora cheguei sem medir esforços e sem economizar amor. Obrigada por permitirem que eu tornasse esse sonho em realidade.

AGRADECIMENTOS

A Deus por tudo que tens me proporcionado.

À minha orientadora professora Doutora Ana Lúcia Manrique, pelo apoio e incentivo ao longo da elaboração desse trabalho.

À professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini e á professora Doutora Denise Filomena Bagne Marquesin por aceitarem fazer parte da banca examinadora e por suas valiosas sugestões no exame de qualificação.

Aos professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP.

Aos alunos participantes da pesquisa pela disposição e seriedade com que colaboraram.

Aos colegas de mestrado pela amizade e companheirismo em todos os momentos do curso que de forma direta ou indireta, contribuíram para meu crescimento pessoal e profissional.

Aos funcionários da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo pela cordialidade com que sempre me receberam.

Às minhas irmãs Jaciara e Jaelma pelas palavras de apoio e às minhas sobrinhas Thammy, Nathanny e Luma pelo incentivo e ao meu noivo José Carlos pela compreensão.

A todos os familiares e amigos que me incentivaram com palavras de otimismo e motivação.

***“ Para alcançar a vitória é preciso,
antes de tudo, acreditar nela.”***

Marechal Foch

LISTA DE SIGLAS

CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior.

PCN Parâmetros Curriculares Nacionais.

PCNEF Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental.

PUC/SP Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

RRS Registro de Representação Semiótica

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- As concepções da Álgebra e o uso das variáveis.....	23
Figura 2 -Sistemas Semióticos	29
Figura 3- Tratamentos.....	32
Figura 4- Aspectos importantes em cada registro.....	34
Figura 5- As relações simplificadas de uma análise cognitiva.....	35
Figura 6- Protocolo do aluno A1 Sequência de Atividade I.....	50
Figura 7- Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade I.....	51
Figura 8- Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade I.....	52
Figura 9- Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade I.....	53
Figura 10- Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade I.....	54
Figura 11- Protocolo do aluno A4 Sequência de Atividade I.....	54
Figura 12- Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade I.....	56
Figura 13- Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade I.....	57
Figura 14- Síntese dos Resultados da Análise da Sequência de Atividade I.....	57
Figura 15- Protocolo do aluno A1 Sequência de Atividade II.....	59
Figura 16- Protocolo do aluno A1 Sequência de Atividade II.....	60
Figura 17- Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade II.....	60
Figura 18- Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade II.....	61
Figura 19- Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade II.....	63
Figura 20- Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade II.....	64
Figura 21- Protocolo do aluno A4 Sequência de Atividade II.....	64
Figura 22- Protocolo do aluno A4 Sequência de Atividade II.....	65
Figura 23- Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade II.....	66
Figura 24- Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade II.....	68
Figura 25- Síntese dos Resultados da Análise da Sequência de Atividade II.....	68
Figura 26- Protocolo do aluno A1 Sequência de Atividade III.....	71
Figura 27- Protocolo do aluno A1 Sequência de Atividade III.....	72
Figura 28- Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade III.....	73
Figura 29- Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade III.....	74
Figura 30- Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade III.....	75
Figura 31- Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade III.....	76

Figura 32 -Protocolo do aluno A4 Sequência de Atividade III.....	77
Figura 33 -Protocolo do aluno A4 Sequência de Atividade III.....	78
Figura 34 -Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade III.....	78
Figura 35 -Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade III.....	79
Figura 36 -Síntese dos Resultados da Análise da Sequência de Atividade III.....	79
Figura 37 -Protocolo do aluno A1 Sequência de Atividade IV.....	81
Figura 38 -Protocolo do aluno A2 Sequência de Atividade IV.....	82
Figura 39 -Protocolo do aluno A3 Sequência de Atividade IV.....	83
Figura 40 -Protocolo do aluno A4 Sequência de Atividade IV.....	84
Figura 41 -Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade IV.....	84
Figura 42 -Protocolo do aluno A5 Sequência de Atividade IV.....	85
Figura 43 -Síntese dos Resultados da Análise da Sequência de Atividade IV.....	85

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – CONSIDERAÇÕES INICIAIS	14
1.1-Introdução.....	14
1.2-Levantamento Bibliográfico.....	18
1.3-As concepções da Álgebra e os PCNEF.....	23
CAPÍTULO II - ALGUNS ENFOQUES TEÓRICOS.....	28
2.1-Tratamento e Conversão.....	31
2.2-Análise de Congruência.....	34
2.3-Análise Cognitiva.....	35
CAPÍTULO III - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	38
3.1.Escolha da escola.....	40
3.2. Análise <i>a priori</i> da Sequência de Atividades.....	41
3.2.1. Sequência de Atividade I - Consolidação da Ideia de generalização.....	41
3.2.2. Sequência de Atividade II - Resolução de Problemas.....	42
3.2.3. Sequência de Atividade III - Estudo das Relações.....	44
3.2.4. Sequência de Atividade IV - Estrutura.....	46
3.3. Descrição e Aplicação das Sequências.....	47
3.4. Propósito da Entrevista.....	48
3.5. Roteiro da Entrevista	48
CAPÍTULO IV - RESULTADOS E ANÁLISES.....	50
4.1. Análise <i>a Posteriori</i>	50
4.1.1. Análise <i>a posteriori</i> da Sequência de Atividade I.....	50
4.1.2. Análise <i>a posteriori</i> da Sequência de Atividade II.....	59
4.1.3. Análise <i>a posteriori</i> da Sequência de Atividade III.....	70
4.1.4. Análise <i>a posteriori</i> da Sequência de Atividade IV.....	79
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	86
REFERÊNCIAS.....	92
ANEXOS.....	94
Anexo I - Carta de autorização	
Anexo II - Carta de livre consentimento	

RESUMO

Este estudo tem como objetivo desenvolver sequências de atividades, articulando os quatro blocos de conteúdos de matemática apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental - PCNEF com as concepções da álgebra propostas por Usiskin – como aritmética generalizada, estudo de procedimentos para resolver tipos de problemas, estudo das relações entre grandezas e estudo das estruturas. Para tanto, escolhemos como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica descrita por Raymond Duval. Os sujeitos da pesquisa foram cinco estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal da Bahia no município de Ibicaraí. As análises das produções realizadas pelos estudantes em conjunto com as transcrições das entrevistas gravadas durante a aplicação das sequências das atividades apontaram que houve dificuldade de alguns alunos em fazer a conversão do registro gráfico para o registro numérico, do registro da língua natural para o registro algébrico. O relato dos participantes contribuiu para entendermos as estratégias e procedimentos empregados nas resoluções. Percebemos que alguns desses alunos não tinham domínio nas operações fundamentais, além de apresentarem certa dificuldade em interpretação. Notamos que no contato com a primeira atividade eles estavam ansiosos em dar uma resposta exata. No decorrer da resolução das atividades eles foram evoluindo, buscaram fazer a leitura, interpretação, estratégias de soluções e argumentação do que realizaram e como realizaram através das entrevistas. Considerando a nossa prática, ao realizar esta pesquisa percebemos o quanto é difícil elaborar uma sequência de atividade e planejar estratégias de como aplicar estabelecendo objetivos. Identificamos que o importante não é ter materiais, livros didáticos em que os exercícios aparecem prontos, mas sim o que pode contribuir para a aprendizagem. É necessário e de fundamental importância que o professor saiba escolher ou elaborar situações-problema que possibilitem aos alunos investigar, elaborar estratégias de resolução e assim tornar possível a generalização e abstração do conhecimento.

Palavras-chave: Parâmetros Curriculares Nacionais, Concepções da Álgebra e Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

This study it has the objective to apply and to analyze four activities sequences have being contemplated block-type divided content of the Mathematics presented by the National Curricular Parameters of Basic Teaching PCNEF articulated to the four conceptions of Algebra proposals by Usiskin as arithmetical generalized, study of procedures to decide certain types of problems, study of the relations between largeness's and study of the structures. For in such a way we choose as the Theory of the Registers of Representation arrives in a port theoretical described Semiotics for Raymond Duval. The citizens of the research had been five students of 6^o grade to the teach school Basic of the Public school in the Bahia to Ibicaraí city. The analyses of the productions carried through for the students in set with the transcriptions of the recorded interviews during the activities sequences application had pointed that it had difficulty in making the conversion this graphical register in the register of departure for the numerical register, of the register of the natural language with respect to the algebraic register. The story of the participants contributed to understand the strategies and procedures of the resolutions used for the students. The difficulties related to education and learning of Algebra become to obvious. The activities disclose and analyze on difficulties in the understanding and basic slight knowledge the Algebra's conceptions. The PCNEF affirm that to guarantee the development of the algebraic thought the students must be in activities that interrelate the different conceptions of Algebra. After the analyses of the results we conclude that the activities sequences application was an efficient strategy to guarantee our objectives considered initially.

Keywords: National Curriculum Parameters, Algebras' Concepts and Semiotics Representation Register.

CAPÍTULO I

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

1.1-INTRODUÇÃO

A Educação Matemática tem conseguido avanços significativos nas últimas décadas e apontam novas linhas de pesquisa relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, enfatizando aspectos metodológicos e a necessária mudança no estilo de ensino conteudista.

Para que novos avanços possam ser alcançados em Educação Matemática, há a necessidade de quebra de modelos, possibilitando uma visão geral e influenciando o modo como o sujeito aprende e ensina.

No contexto da Matemática, o pensamento algébrico é fator fundamental no desenvolvimento cognitivo do educando. Este pensamento permite realizar generalizações, resoluções, simplificações e abstrações, juntamente com o aritmético e o geométrico (BRASIL, 1998).

Pesquisas realizadas em Educação Matemática evidenciam dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem da Álgebra. Elas revelam e analisam obstáculos na compreensão de noções fundamentais ligadas as diversas concepções no estudo de Álgebra.

O propósito desta pesquisa é aplicar sequências de atividades para uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental contemplando conteúdos da matemática, divididos nos quatro blocos de conteúdos apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental - PCNEF (BRASIL, 1998) e articulados às quatro concepções da Álgebra propostas por Usiskin (1995) – como aritmética generalizada, como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, como estudo das relações entre grandezas e estudo das estruturas.

Para alicerçar nossa pesquisa, buscamos a Teoria das Representações Semióticas de Duval (1993) para elaborar a sequência de atividades e analisar as produções dos alunos. Acreditamos que à luz desse referencial teórico podemos apresentar algumas considerações, além de aprofundar o entendimento das representações semióticas focando a ideia de registros de representação.

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significados e de funcionamento dependendo do sistema semiótico a ser usado (DAMM, 2010, p.176)

O interesse pelo desenvolvimento desta pesquisa se deu de maneira gradual. Teve início no período em que eu, pesquisadora, era estudante do Ensino Fundamental II, particularmente no 4º ciclo, quando comecei a observar a Matemática como uma disciplina fundamental para a vida. Isso ocorreu por influência de uma professora. A partir daí, o interesse pelo magistério se tornou mais intenso, ao ponto de me tornar professora do Ensino Fundamental I por seis anos.

Como buscava crescimento pessoal e profissional, resolvi prestar vestibular para Licenciatura em Matemática, uma vez que mostrava interesse e habilidade com a disciplina. O ingresso no curso de Matemática foi de fundamental importância no meu desenvolvimento profissional. A partir desse momento, a importância do papel do professor ficou mais em foco, pois ia além da sala de aula. Comecei, então, a participar de congressos, simpósios e jornadas pedagógicas com o propósito de me capacitar para atingir os meus objetivos pessoais e profissionais.

Pela experiência profissional e no contato com professores do Ensino Fundamental, pude perceber as dificuldades no desenvolvimento de atividades matemáticas relacionadas à Álgebra.

Com o intuito de contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática, surgiu o interesse em apresentar as diferentes concepções da Álgebra que correspondem a importância dada aos diversos usos das variáveis. Diante desse propósito, eu e minha orientadora criamos uma interface com os conteúdos apresentados pelos PCNEF (BRASIL, 1998), organizados em blocos, fazendo uso de situações que possam propiciar a explicitação dos conhecimentos dos alunos e de suas concepções.

Documentos oficiais, como os PCNEF (BRASIL, 1998), fazem menções aos currículos de Matemática para o ensino fundamental contemplando o estudo dos números e das operações (no campo da aritmética e álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da geometria), o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da aritmética, álgebra e geometria), além do tratamento da informação. Dessa forma, defendemos que o desafio de cada um desses campos é fazer os alunos interpretarem dados e organizá-los, possibilitando o desenvolvimento de capacidades relacionadas ao saber fazer que implica construir

estratégias em diversas situações e considerar, ainda, as atitudes que são fundamentais no processo de ensino e aprendizagem.

É importante atentar para o fato de que as interações ocorridas em sala de aula são fundamentais para direcionar os procedimentos e atitudes no processo de ensino e aprendizagem.

Tendo como foco o ensino de Álgebra apresentado de forma significativa, interligando os blocos de conteúdos matemáticos apresentados pelos PCNEF (BRASIL, 1998), o presente estudo ganha importância no sentido de contribuir para o reconhecimento das diferentes concepções da Álgebra como: generalizar padrões aritméticos, resolver problemas, sendo possível diferenciar parâmetros, variáveis, incógnitas, além de permitir conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

A Álgebra dispõe de um lugar de destaque no currículo de Matemática a partir do 7º ano (sétimo ano), fornecendo meios para desenvolver e analisar relações, além de servir como um veículo para resolução de problemas. É a chave para a caracterização e a compreensão de estruturas matemáticas.

No sentido de desenvolver alguns aspectos da Álgebra, os PCNEF (BRASIL, 1998) afirmam que esse encaminhamento a partir da generalização de padrões, bem como o estudo da variação de grandezas, possibilita a exploração da noção de alguns conteúdos no 6º ano, porém, explicita que o conceito formal desses mesmos conteúdos deve ser trabalhado nos anos posteriores. Além disso, atentam ainda para o reconhecimento de representações algébricas como meio de expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e informações contidas em gráficos e tabelas, generalizando regularidades e identificando os significados das letras, bem como construir estratégias de cálculo a partir de conhecimentos e propriedades adquiridos anteriormente. No que se refere às grandezas e medidas, os conteúdos proporcionarão contextos para analisar a interdependência entre essas grandezas e expressá-las algebricamente.

Considerando que conceitos, procedimentos e atitudes são desafios relevantes dentro desses quatro blocos (números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento da informação) e que a relação desses com a álgebra pode contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno e do pensamento lógico-matemático, o objetivo da pesquisa é:

Desenvolver uma intervenção de ensino que possibilite articular o estudo dos quatro blocos de conteúdos, apresentados pelos PCNEF (BRASIL, 1998), e as concepções da Álgebra de Usiskin (1995), propiciando que os alunos interpretem e traduzam informações, bem como construam estratégias de resolução.

Ao longo deste estudo, pretende-se apontar aspectos que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, especificamente aos aspectos relacionados às concepções da álgebra. Assim, a pesquisa buscará responder a seguinte questão:

Quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental exteriorizam quando realizam atividades que articulam conteúdos da álgebra e diferentes registros de representação semiótica?

Algumas inquietações como insatisfação com o desempenho de meus alunos e dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem da álgebra contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa. Além de analisar alguns livros didáticos, observamos que este ensino é apresentado na maior parte das vezes por um problema que geralmente está fora do contexto do aluno e, na sequência, é apresentada uma grande quantidade de exercícios sem distinguir as concepções da álgebra. Não consideramos uma forma incorreta para abordagem da álgebra, mas ao ser apresentada dessa maneira ao aluno, entendemos que as ideias não adquirem significados. É importante que as situações-problema estejam inseridas no contexto do aluno.

Devido à complexidade que caracteriza os conceitos e procedimentos algébricos, constatamos que não é desejável desenvolver com o aluno do 6º ano um trabalho aprofundado das operações com as expressões algébricas e equações. É necessário que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam as expressões algébricas como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. Salientamos a importância em explorar situações-problema que envolvam variação de grandezas, números e operações, espaço e forma, além do tratamento da informação, desenvolvendo atividades envolvendo:

- Interpretação gráfica e de tabelas que envolvam a letra como incógnita na variação de grandezas;
- Atividades com problemas relacionando grandezas e medidas;
- Ampliação e construção de significados seja para adição, subtração, multiplicação e divisão;

- Construção de significados na sequência tanto figural e gráfica, quanto numérica;
- Situações no cálculo de áreas que envolvam o cm^2 como unidade de medida.

É importante ressaltar que essas atividades sejam conduzidas de forma a proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão, além de trabalhar a interpretação e permitir a construção de significados. Por meio de situações-problema é possível que os alunos se deparem com equações, o que permite a interpretação da letra como incógnita, dando possibilidade de construir procedimentos e estratégias diversas para resolvê-las.

1.2-Levantamento Bibliográfico

Com a ideia delineada sobre o trabalho a ser desenvolvido, cujo tema está fundamentado nas concepções da álgebra, considerando a importância do conhecimento prévio dos alunos na construção de significados, é que focamos o nosso olhar no 6º ano, pois sabemos que nesta etapa da escolaridade convivem alunos com diversas características e alguns com várias experiências de reprovação ou de interrupção nos estudos, destacando ainda que é a fase onde a capacidade de questionamento e de crítica estão intensificadas.

Destacamos nessa pesquisa a importância de levar em conta a bagagem de conhecimentos matemáticos e que é fundamental dar continuidade ao processo de consolidação desses conhecimentos, de modo a perceber o domínio que cada aluno tem sobre esses conteúdos que serão explorados, considerando questionamentos que estimulam os alunos na busca de explicações que auxiliam a compreender e atuar no mundo.

Assim, é fundamental que os alunos ampliem os significados que possuem, busquem relacioná-los aprimorando a sua capacidade de análise e explorem o seu potencial de abstração.

Pesquisando no Banco de Teses da Capes no período entre julho e agosto de 2012 e utilizando expressões e palavras-chave como estudos relacionados a Álgebra, ideias da Álgebra, Álgebra no Ensino Fundamental, tivemos acesso a um vasto material sobre o assunto. Selecionamos dezessete trabalhos, sendo seis dissertações de Mestrado Profissional, nove dissertações de Mestrado Acadêmico e duas teses de Doutorado. Tivemos acesso apenas a quatro dissertações de Mestrado Profissional,

duas dissertações de Mestrado e uma Tese. Esse material foi de suma importância para realização do nosso trabalho.

Após o período de pesquisa, conseguimos coletar alguns trabalhos direcionados ao Ensino Fundamental, os quais são mencionados a seguir.

Bonadiman (2007) faz um estudo sobre as operações básicas com expressões algébricas numa turma de 7ª série do Ensino Fundamental da rede pública, com o objetivo de elaborar, justificar, planejar, implementar e validar uma proposta didática para o desenvolvimento de um ensino que promova a compreensão das operações básicas com expressões algébricas no Ensino Fundamental, especificamente adição, subtração e multiplicação.

Além de estudar a produção de significados das operações com expressões algébricas e sua utilização para representar e solucionar situações-problema, busca o trabalho com atividades específicas visando desenvolver no aluno a compreensão de algumas propriedades básicas necessárias no desenvolvimento das operações com expressões algébricas. Utiliza para o estudo um ambiente de aprendizagem cooperativa e a metodologia aplicada foi de abordagem qualitativa na forma de estudo de caso, com uma turma do segundo ano do terceiro ciclo (sétima série). Para isso, a proposta foi desenvolvida em duas fases: a primeira, enfocando o uso das letras em álgebra e a segunda, voltada para a produção de significados para as operações com expressões algébricas.

Bonadiman afirma que a proposta contribuiu para o aprimoramento do pensamento algébrico dos alunos, além de notar o progresso dos alunos quanto a autonomia presente nos processos de observação, levantamento de hipóteses, conclusões e justificações. Constata, ainda, que os problemas relativos ao ensino e aprendizagem da Álgebra estão relacionados com a forma como é concebida, abordada e apresentada, isto é, com o modo como se ensina e como os alunos a compreendem, envolvendo os aspectos de abstração, de significação e de contexto.

A pesquisa realizada por Santolin (2008) trata da introdução da Álgebra, trabalhando com dois de seus componentes: a generalização e a construção de expressões algébricas, a partir de padrões e sequências apresentados sob a forma de problemas no Ensino fundamental. Ela tem por objetivo apresentar uma proposta de sequência didática destinada a alunos da sexta série do Ensino Fundamental.

A pesquisa segue os pressupostos da Engenharia Didática definida por dois pontos: uma parte experimental baseada nas realizações didáticas em sala de aula,

que inclui a formulação, realização, observação e análise de uma sequência de ensino e uma validação específica baseada nas análises a priori e a posteriori.

A experiência contou com produções escritas dos alunos além de gravação em MP3 de alguns diálogos entre as duplas. Os sujeitos da referida pesquisa são alunos da sexta série do Ensino Fundamental, atual sétimo ano de uma Rede Privada de ensino. Após a aplicação da sequência foi realizado um estudo tomando por base três categorias: aqueles que apresentaram um pensamento pré-algébrico, aqueles que apresentaram um pensamento de transição do aritmético ao algébrico e aqueles que apresentaram um pensamento algébrico mais desenvolvido.

Foi possível explorar outras habilidades inerentes a esse tipo de abordagem investigativa. Dentre essas, destaca-se o trabalho com a argumentação e conjecturas desenvolvido nas duplas.

Castro (2011), em seu estudo sobre a iniciação da Álgebra numa turma do 7º ano do Ensino Fundamental da rede pública, afirma que uma das grandes dificuldades encontradas pelos alunos ao estudarem Álgebra deve-se a ruptura entre as formas de pensar e representar. O autor explorou a variação de grandezas, com o objetivo de estudar a contribuição e a influência que o estudo da variação entre duas grandezas ou a introdução à abordagem funcional podem proporcionar ao desenvolvimento do pensamento e linguagem algébrica, uma vez que essa abordagem está em consonância com os PCNEF (BRASIL, 1998), por sugerir a tradução de informações em diferentes meios de representação que contribuem para a introdução do pensamento e da linguagem da Álgebra.

Por meio de uma sequência didática que enfatiza a variação entre grandezas com diferentes representações, buscou-se observar e analisar as resoluções, registros, dúvidas e argumentos dos alunos durante a realização da sequência proposta.

A teoria aplicada na pesquisa foi a de Raymond Duval, cuja abordagem cognitiva explora e destaca a importância da diversidade dos Registros de Representação Semiótica e a mobilização desses na aprendizagem da Matemática. Acredita-se que a sequência didática com enfoque nas relações funcionais, proposta e testada com um grupo de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, contribuiu para o desenvolvimento do pensamento e linguagem da Álgebra.

Silva (2006) pesquisou sobre Estudos das Visões sobre Álgebra presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental em relação

a números e operações, e apresenta na sua fundamentação teórica o posicionamento de Lins e Gimenez sobre Aritmética e a Álgebra em relação às concepções, propostas e possibilidades para essas áreas da Matemática.

Foi adotada uma metodologia que visa interpretar as mensagens extraídas nos PCNEF. Nas análises feitas sobre Números e Operações, o autor observou a necessidade de considerar os conhecimentos anteriores dos alunos para enfatizar a aprendizagem significativa.

A análise realizada a respeito das visões sobre a Álgebra a partir da categorização a priori, como também o bloco de conteúdos e as Orientações Didáticas presentes nos PCN de Matemática, são definidas como análise a posteriori. Quanto à relação entre Aritmética e a Álgebra, os PCN deixam claro que esses dois campos podem ser vivenciados conjuntamente no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Oliveira (2005) realiza um estudo que tem por objetivo analisar aspectos do ensino e da aprendizagem da Álgebra e investigar hipóteses dos alunos de quinta série, atual sexto ano de uma escola pública, a respeito de escritas algébricas.

A proposta de trabalho enfatiza a preocupação com o ensino e aprendizagem da Álgebra, destacando no quadro teórico a categorização proposta por Usiskin e o estudo da Álgebra processual e estrutural, segundo Kieran. O trabalho é de pesquisa qualitativa, feita para identificar conhecimentos e procedimentos usados pelos alunos, com aplicação de atividades individuais e em duplas.

A autora afirma que é perceptível a importância da pesquisa na formação do professor, fato marcante para o desenvolvimento profissional. Deixa claro que através das análises é possível perceber o quanto os alunos tem a nos informar por meio do levantamento de hipóteses e ao argumentarem questões, considerando de fundamental importância todo o processo de estudo no desenvolvimento profissional.

A proposta do trabalho de Lopes (2003) tem por objetivo avaliar os fenômenos didáticos ocorridos na resolução de problemas envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função para o algébrico.

A proposta foi desenvolvida em uma classe de oitava série, atual nono ano do Ensino Fundamental, revelando a importância da utilização de múltiplas representações no processo de conceitualização, favorecendo a coordenação entre as variáveis visuais no registro gráfico e os correspondentes valores no registro algébrico.

A pesquisa é qualitativa interventiva, constituindo-se numa proposta de avaliação de uma sequência didática na qual foi trabalhada a linguagem natural, mas em modalidade técnica, com uma representação analítica na forma algébrica e simbólica com os gráficos cartesianos, além da forma aritmética com a tabela de valores.

Quanto aos resultados, o autor afirma que o nível de envolvimento dos alunos durante as atividades, do ponto de vista da Matemática, foi evoluindo a cada dia. Durante as discussões realizadas na classe, afirma que o avanço era perceptível, pois considera as inquietações e a espontaneidade indispensáveis para o sucesso no processo de aprendizagem.

O quadro de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e o estudo realizado por Bento de Jesus Caraça sustentaram o desenvolvimento da pesquisa, permitindo abranger a complexidade envolvida nas atividades.

A pesquisa de Figueiredo (2007) revela que as dificuldades que estudantes vivenciam com tópicos da Álgebra, nos diversos segmentos do ensino, podem advir de determinadas concepções de Educação Algébrica, tanto próprias quanto de seus professores.

Este estudo teve como objetivo detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados num curso de licenciatura em matemática. Foi realizado um estudo de caso para identificar as concepções e as informações foram obtidas a partir da análise de documentos selecionados e entrevista com alunos do primeiro e segundo ano e quatro professores do curso de licenciatura.

O ponto de partida dessa investigação foram dúvidas sobre o porquê das dificuldades que alunos apresentam ao trabalharem com tópicos algébricos elementares. Constatou-se que essas dúvidas levaram a esclarecimentos que passaram a constituir em novas dúvidas. A reflexão feita permitiu a autora perceber que precisa-se compreender esse cenário de forma mais abrangente e avaliar de modo mais profundo e sensato.

Analisando as pesquisas citadas, nas quais se discute a introdução da Álgebra no Ensino Fundamental, em especial no 3º ciclo, vale ressaltar que a Álgebra dispõe de um lugar de destaque no currículo de Matemática, fornecendo meios para desenvolver e analisar relações, além de servir como um veículo para resolução de

problemas. Ela é a chave para a caracterização e a compreensão de estruturas matemáticas.

1.3-As concepções da Álgebra e os PCNEF

Assim, é importante ressaltar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, possibilitando ao aluno desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo. Convém salientar que no 3º ciclo, em especial no sexto ano, os professores podem utilizar os blocos de conteúdos matemáticos dos PCNEF (BRASIL, 1998) para explorar conhecimentos que possibilitem o estudo da Álgebra. Diante desse propósito, é que o nosso objetivo é desenvolver uma intervenção de ensino que possibilite articular o estudo dos quatro blocos de conteúdos, apresentados pelos PCNEF (BRASIL, 1998), e as concepções da Álgebra de Usiskin (1995), propiciando que os alunos interpretem e traduzam informações, bem como construam estratégias de resolução.

As diferentes concepções da Álgebra (Usiskin, 1995) relacionam-se com os diferentes usos das variáveis apresentados a seguir:

Figura 1: As concepções da Álgebra e o uso das variáveis

CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA	USO DAS VARIÁVEIS
Aritmética Generalizada	Generalizadoras de Modelos
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo das Relações	Argumentos, parâmetros (relacionar gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1995, p. 20)

1- A Álgebra com aritmética generalizada

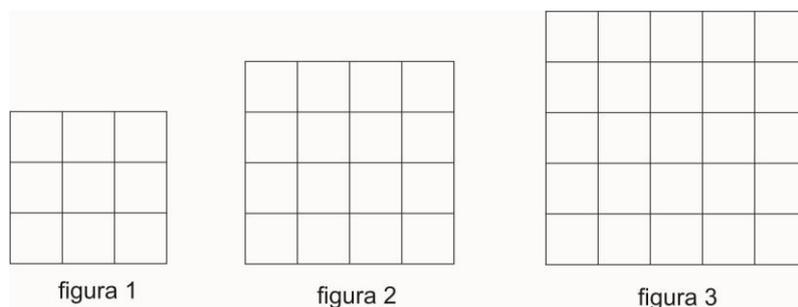
Dentro dessa concepção da Álgebra, as técnicas-chave para o aluno são traduzir e generalizar.

Segundo Usiskin (1995), é impossível estudar aritmética adequadamente sem lidar implícita ou explicitamente com variáveis, pois segundo ele a descrição algébrica assemelha-se à descrição numérica.

A generalização de padrões é essencial para o ensino de Álgebra, o que torna as estratégias necessárias ao seu entendimento e uso relevantes ao trabalho do professor.

Exemplo:

Observe as figuras a seguir, formada por linhas e colunas de quadradinhos:



- Determine a quantidade de quadradinhos da figura 1 e da figura 2;
- Qual a quantidade de quadradinhos da figura 3?
- Quantos quadradinhos teria a figura 6?

2- A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas

Nessa concepção de Álgebra as variáveis são ou incógnitas ou constantes. Neste caso, as instruções-chave para o aluno vão além de generalizar, elas consistem em simplificar e resolver. Usando essa ideia de simplificação tornamos as sentenças equivalentes e mais fáceis de entendimento, com a mesma solução.

Os problemas podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio, estabelecendo conexões entre as componentes do pensamento algébrico.

Exemplo:

Pensei em um número. Se eu somar 15 com o número que pensei, o resultado dará 38. Qual o valor do número pensado?

3- A Álgebra como estudo de relações entre grandezas

Dentro dessa concepção, devemos considerar uma diferença fundamental com o tópico anterior, uma vez que as variáveis presentes nas relações entre grandezas expressam qualquer valor, ou seja, variam. Estão presentes nessa abordagem da Álgebra, as fórmulas, as quais representam tipos especiais de generalização.

Segundo Fey e Good (1985) apud Usiskin (1995), uma variável pode representar um argumento ou um parâmetro, isto é, representa um número do qual dependem outros números. Dentro dessa abordagem aparecem duas noções: variável dependente e variável independente.

Exemplo:

Se 7 metros de tecido custam R\$ 35,00, quanto custarão 68 metros do mesmo tecido?

4- A Álgebra como estudo das estruturas

Nesse estudo, a variável é um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por propriedades. Desse modo, nesse aspecto da Álgebra, pretende-se que os alunos tenham capacidade para trabalhar a álgebra de forma abstrata.

Exemplo:

Uma pessoa recebeu uma certa quantia de dinheiro referente a um trabalho prestado. Em seguida ganhou de um outro trabalho R\$ 20,00. Escreva uma representação do valor ganho por essa pessoa.

Os PCNEF (BRASIL, 1998) atentam para o desenvolvimento dos aspectos da Álgebra nas séries iniciais do Ensino Fundamental II, fazendo menção a ampliação desse estudo nas séries finais do Ensino Fundamental. Para tanto, os estudos devem contemplar:

- Números e Operações;
- Espaço e Forma;
- Grandezas e Medidas;
- Tratamento da Informação.

Os PCNEF (BRASIL, 1998) mencionam que o trabalho a ser realizado com números e operações se concentrará na compreensão dos diferentes significados (diversos tipos de números), nas relações existentes entre esses e no estudo do cálculo. As atividades que envolvem noções geométricas podem contribuir para a aprendizagem de números e medidas, pois permitem que o aluno perceba diferenças, semelhanças e regularidades. O trabalho em que as grandezas e medidas são exploradas, proporcionam melhor compreensão dos conceitos relativos a espaço e forma, números e operações e ainda permite o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade. Destacam ainda, a importância de coletar e organizar dados através de gráficos e tabelas.

Para os PCNEF (BRASIL,, 1998) é fundamental no trabalho com os números estudar relações através da exploração de padrões em sequências numéricas, permitindo aos alunos fazer algumas generalizações e compreender a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra.

De acordo com os PCNEF (BRASIL, 1998, p. 64):

[...] o ensino de matemática deve contemplar o desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que propiciem o aluno reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problema favorecendo possíveis soluções.

Esses documentos fazem menções aos currículos de Matemática para o Ensino Fundamental em contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da aritmética e da álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da geometria), o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da aritmética, álgebra e geometria), além do tratamento da informação.

Os PCN destacam que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como indução e dedução e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie a formalização precoce dos conceitos (BRASIL, 1998, p.63).

Diante disso, trabalhamos com as Concepções da Álgebra relacionadas aos quatro blocos apresentados pelos PCNE,F (BRASIL, 1998) para operacionalizar nosso problema e viabilizar nossa questão central. Investigamos:

Quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental exteriorizam quando realizam atividades que articulam conteúdos da álgebra e diferentes registros de representação semiótica?

CAPÍTULO II

ALGUNS ENFOQUES TEÓRICOS

No campo da Educação Matemática existe uma preocupação muito grande entre os pesquisadores com relação a forma como se processa a aprendizagem e a organização de situações de aprendizagem.

Em matemática, toda comunicação se estabelece por meio de representações dos objetos a serem estudados, podendo expressar diferentes situações. Portanto, precisamos considerar as diferentes formas de representação do mesmo objeto matemático para iniciarmos nossa pesquisa.

Temos por objetivo responder a questão de pesquisa: Quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental exteriorizam quando realizam atividades que articulam conteúdos da álgebra e diferentes registros de representação semiótica? Desta forma, apresentamos nossas análises e resultados usando a Teoria das Representações Semióticas, além de olhar com mais atenção a forma como são abordados os conteúdos apresentados pelos PCN (BRASIL, 1998) relacionados às concepções da álgebra (Usiskin, 1995).

Apresentamos, assim, neste capítulo, alguns conceitos importantes da Teoria das Representações Semióticas de Duval (1993), a qual embasa o nosso trabalho.

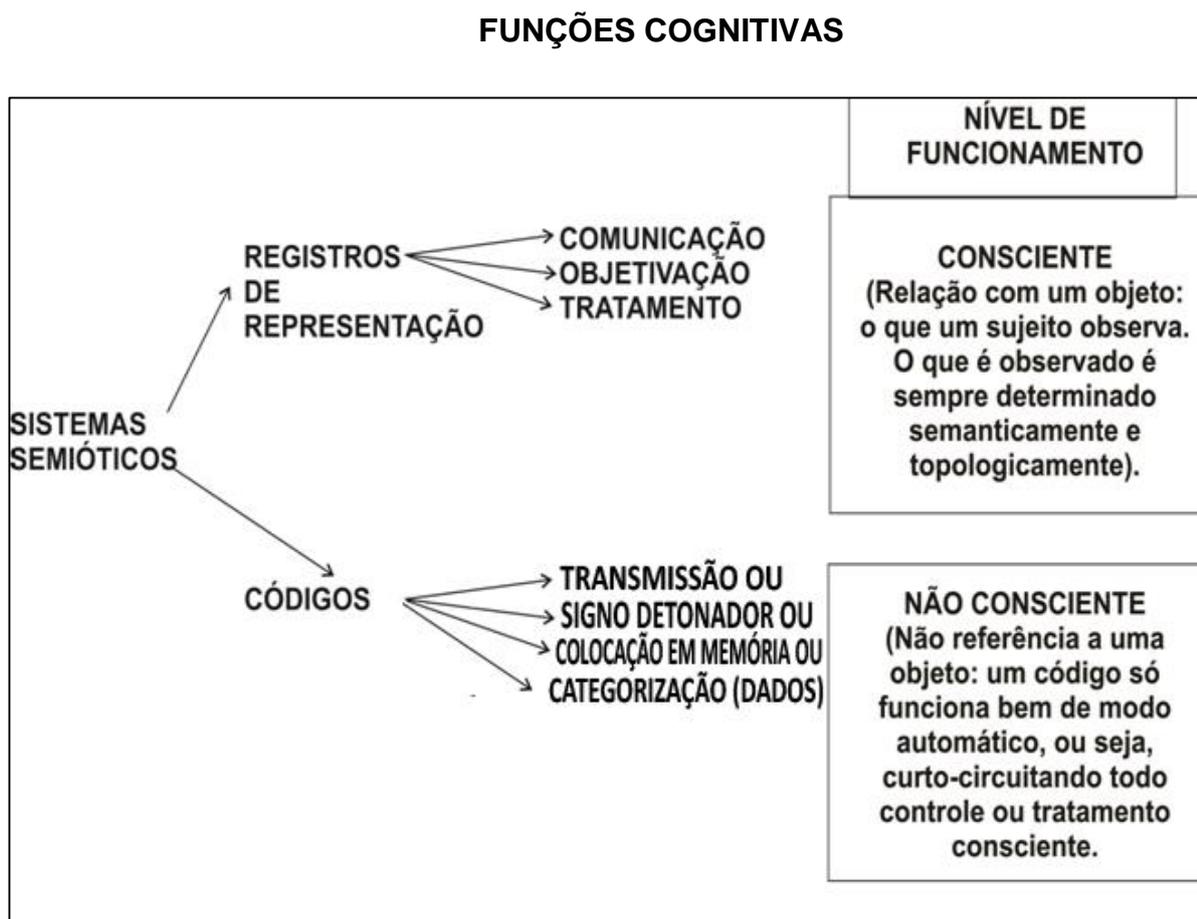
Na nossa vivência como professores constatamos a dificuldade que os alunos encontram em passar de uma representação a outra. Muitas vezes conseguem fazer tratamentos em diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático, porém não conseguem fazer as conversões necessárias para a compreensão desse objeto. A partir do momento que os alunos conseguem realizar tratamentos em diferentes registros, e conseguem passar de um ao outro naturalmente, a compreensão do conceito torna-se ampliada e articulada..

Para a compreensão de um objeto matemático são necessários diferentes representações por meio de símbolos, códigos, signos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos, produzindo diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático. Por exemplo, a função pode ser representada através da expressão algébrica, gráficos e tabelas, que são diferentes registros de representação.

Um registro de representação é, segundo Almouloud (2010), um sistema semiótico que tem funções cognitivas fundamentais no funcionamento cognitivo

consciente. Desse modo, os registros se diferenciam dos códigos por estes serem mais limitados que os registros. A diferença entre registros e códigos torna evidente a existência de dois níveis de funcionamento cognitivo: o consciente e o não consciente, apresentado no esquema a seguir.

Figura 2: Sistemas Semióticos



Fonte: ALMOULOU, 2010, p. 72.

Quando tratamos de registros de representação colocamos em discussão a aprendizagem e o ensino. O professor necessita de um meio que possa ajudá-lo a tornar acessível a compreensão da matemática. A noção de registro de representação permite destacar a importância da mudança de registro e considerar a necessidade de uma coordenação dos mesmos.

A utilização de diferentes registros de representação é uma maneira metodológica que o professor pode usar quando busca a conceitualização e a aquisição de conhecimento. O essencial não são os registros de representação que estão sendo utilizados, mas sim a maneira como estes registros estão sendo utilizados.

Segundo Damm (2010, p.177), as representações semióticas não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.

É por meio das representações semióticas que se torna possível efetuar as funções cognitivas essenciais do pensamento humano. Sem essas representações, torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende. Para Duval (1993) apud Almouloud (2010), a apreensão ou a produção de uma representação semiótica é conhecida como semiósis e noésis é a apreensão conceitual do objeto.

É importante ressaltar que, para que ocorra a apreensão do objeto matemático, é necessário que a conceitualização ocorra através de significativas representações. Essa apreensão pelo sujeito que aprende é possível quando este coordena os vários registros de representação. Quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto.

No processo de aprendizagem, podemos dizer que, para ocorrer uma representação identificável, é necessária uma seleção de características e de dados do conteúdo a ser representado, dependendo de regras estabelecidas na sociedade que possibilitem o reconhecimento das representações e utilização para tratamento. Um exemplo a esse respeito é quando o professor trabalha com sistema de numeração hindu-arábico que possui duas regras básicas: o sistema é posicional e a base é dez. Essas regras são de fundamental importância para a construção e conhecimento das operações fundamentais. Sem a compreensão dessas regras no processo de ensino e aprendizagem a representação algorítmica não tem sentido, ou seja, não permite um tratamento significativo.

As representações semióticas realizam de forma indissociável uma função de objetivação, como por exemplo as representações mentais. E uma função de expressão, tomando como exemplo as representações computacionais. Elas realizam de alguma forma uma função de tratamento, mas esta faz-se de maneira intencional, sendo fundamental para a aprendizagem humana. Essas representações de objetivação e de expressão são representações que realizam funções diferentes.

Damm (2010, p.173) afirma que as representações semióticas podem ser convertidas em outro sistema semiótico, podendo ter diferentes significados. Estas

representações são externas, ou seja, passam de um registro para outro e são conscientes do sujeito, sendo seu papel fundamental e específico:

[...] elas são relativas a um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático [...]. De onde a diversidade de representações para um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: forma (o representante) e conteúdo (o representado).

2.1. TRATAMENTO E CONVERSÃO

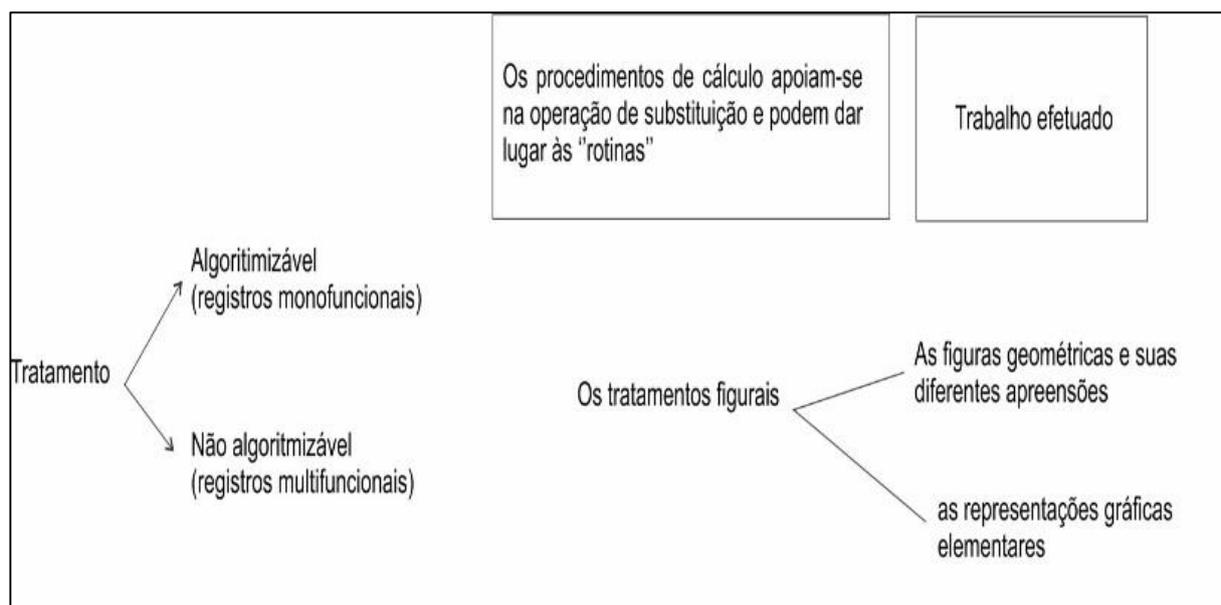
No processo de ensino e aprendizagem, na elaboração e transformação de representações semióticas, é indispensável distinguir dois tipos de transformação das representações: o tratamento e a conversão.

Os tratamentos dependem do registro de representação em que são constituídos e de sua validade. Existem regras de tratamentos próprias a cada registro, sem compreensão destas a representação não tem sentido, não existindo tratamento significativo.

O tratamento é a transformação de uma representação em outra do mesmo registro, isto é, uma transformação estritamente interna a um registro. Existem tratamentos específicos a cada registro e que não precisam de nenhuma contribuição externa para serem efeitos ou justificados (ALMOULOU, 2010, p.72).

Parece-nos interessante ressaltar que representações diferentes envolvem tratamentos diferentes para o mesmo objeto matemático, sendo que esses registros possuem graus de dificuldades diferentes para quem aprende. Este é um dos problemas no processo de ensino e aprendizagem, porém esse tratamento precisa ser entendido e construído, e relações devem ser estabelecidas para o seu uso.

Figura 3: Tratamentos



Fonte: Adaptado ALMOULOU, 2010, p. 73

Os tratamentos figurais em geometria, por exemplo, podem implicar determinação de área. Para Duval (1993) apud Almouloud (2010), esses tratamentos podem ser feitos sem o menor conhecimento ou justificativa matemática.

O tratamento se estabelece "dentro" do registro, já a conversão se dá entre registros diferentes.

A conversão é a transformação de uma representação de um registro D numa outra representação de um registro A, conservando pelo menos, a referência ao mesmo objeto ou à mesma situação representada (ALMOULOU, 2010, p. 72).

A conversão é, segundo Damm (2010), um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro, conservando o objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. A conversão é exterior ao registro de partida e exige do sujeito o estabelecimento da diferença entre significado e significante.

Almouloud (2010, p. 73) afirma que para um bom entendimento do que é uma conversão dois aspectos devem ser observados.

1-Toda conversão tem um sentido a ser considerado. Efetuar a conversão em um sentido não significa que seja possível efetuá-la no sentido inverso. É necessário indicar o registro de partida e o de chegada; caso contrário haverá risco de desvio conceitual.

2-Não se deve confundir o conteúdo de representação com o objeto representado embora o registro permita explicitar ou revelar propriedades do objeto. Converter uma representação é, então, mudar o conteúdo e não somente a forma.

Dado um problema no registro da língua natural, para sua resolução torna-se necessário escrever os dados fornecidos em língua natural no enunciado do problema em, por exemplo, uma tabela.

Para resolver uma situação-problema é necessário uma representação. Essa representação deve permitir extrair os dados do problema de maneira que a conversão seja efetuada. A resposta da situação problema deverá ser dada no registro da língua natural, verificando a conversão da linguagem simbólica numérica para a língua natural.

Estes registros de representação revelam propriedades diferentes do mesmo objeto matemático, que não são observados em todos os registros.

No ensino de matemática, o que garante a apreensão do objeto matemático, ou seja, a conceitualização, não são só as possíveis representações de um mesmo objeto, mas a coordenação entre esses vários registros.

Nesse sentido, Damm (2010) apoiada na Teoria de Duval afirma ser importante entender a coordenação dos registros de representação, ou seja, como o sujeito, se apropriando de vários registros, consegue coordená-los e estabelecer uma apreensão do objeto matemático envolvido.

O quadro a seguir mostra aspectos, objetivos e exemplos de registros de representação para o funcionamento do pensamento matemático.

Figura 4: Aspectos importantes em cada registro

ASPECTOS	OBJETIVOS	EXEMPLOS
1-Custos de tratamento e funcionamento de cada registro.	-Permitir a troca de registros, efetuando tratamentos de forma mais econômica e poderosa, próximos a língua natural.	-2m5dm4cm -254cm -25,4dm -2,54m
2-Limitações representativas específicas a cada registro com comparação entre diferentes modos de representação, havendo necessidade da complementaridade de registros.	-Impor uma seleção de elementos significativos ou informações do conteúdo representado, possibilitando perceber a especificidade de cada registro para entendimento do objeto como um todo.	- A língua natural não oferece as mesmas possibilidades de representações que uma figura ou um diagrama. -Uma representação intermediária facilita a compreensão dos problemas na passagem de um enunciado ao tratamento.
3-Conceitualização.	-Possibilitar a compreensão por meio de registros de representação.	- Mudar a forma de representação.

Fonte; DAMM (2010, p. 182 – 186)

Assim, uma análise em termos de registros de representação semiótica permite determinar o funcionamento representacional com elementos significativos, coordenando esses registros, além de identificar as propriedades do objeto matemático.

2.2. ANÁLISE DE CONGRUÊNCIA

Almouloud (2010) destaca que a congruência ou não congruência entre registros é o que determina o caráter natural ou arbitrário de uma conversão. A congruência corresponde ao fato da representação de partida ser transparente em relação à representação de chegada.

Do ponto de vista semiótico, a congruência corresponde a um isomorfismo e é este isomorfismo semiótico que os critérios de congruência apresentados a seguir possibilitam a determinação do grau de congruência ou de não congruência entre os registros.

CRITÉRIO 1 – Possibilidade de uma correspondência peculiar entre as unidades significantes próprias a cada registro. O primeiro registro de congruência consiste em dispor, na representação a ser efetuada, de unidades significantes no registro de chegada que correspondem às unidades significantes da representação a ser convertida.

CRITÉRIO 2 – A univocidade semântica. Cada unidade significativa em termos de representação a ser convertida pode-se ter várias unidades significantes no registro de chegada; é o caso em que o registro de chegada é a língua natural.

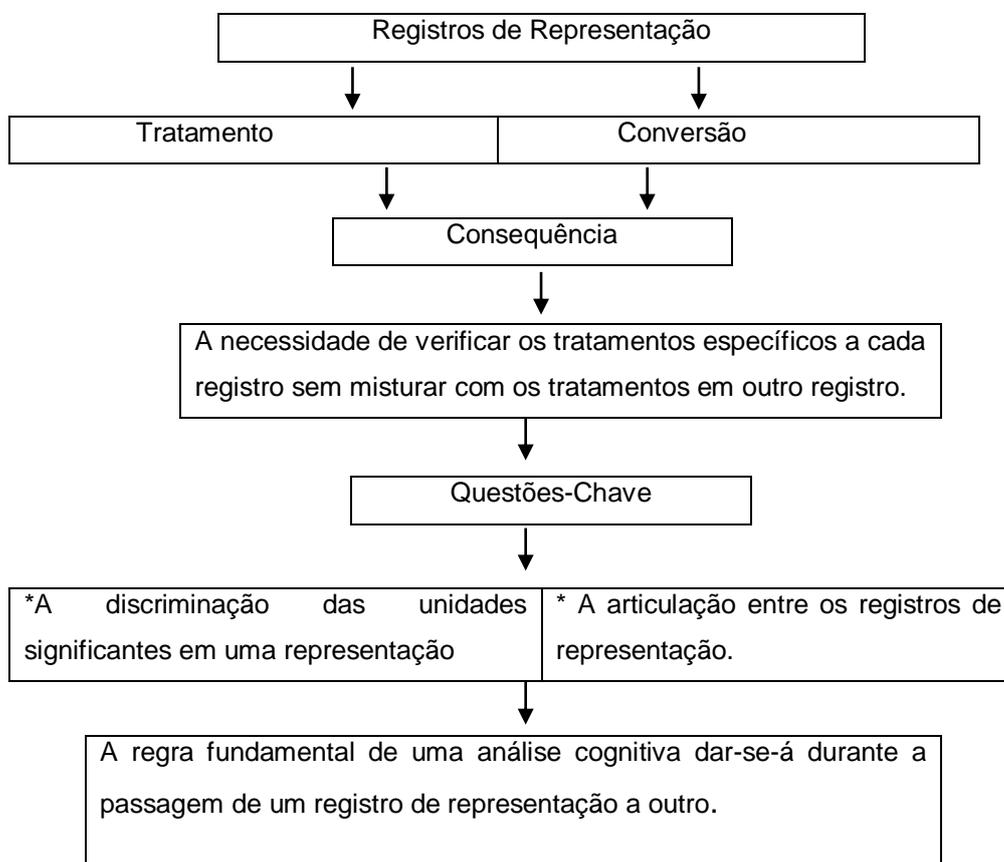
CRITÉRIO 3 – A ordem de organização das unidades significantes. Numa representação de partida, a ordem de organização das unidades significantes pode ser conservada ou não, na representação de chegada. (ALMOULOU, 2010, p. 74).

Desta forma, é de fundamental importância a coordenação entre os vários registros para a compreensão “conceitual”.

2.3. ANÁLISE COGNITIVA

Uma análise cognitiva numa investigação matemática necessita que se faça a distinção no que diz respeito ao tratamento e o que é da conversão.

Figura 5: As relações simplificadas de uma análise cognitiva em termos de registros de representação de atividades matemáticas.



Fonte: DAMM (2010, p. 186 – 187).

Segundo Almouloud (2010, p. 75), o que está ligado ao funcionamento representacional, depende das variáveis cuja representação seja suscetível de ser utilizada. Esses dois tipos de variações são diferenciadas: as variações estruturais e as variações cognitivas.

-As variações estruturais dizem respeito às variações internas a um registro e permitem transformar uma representação à condição de que ainda se tem uma representação identificável no mesmo registro. Essas variações podem ser feitas considerando um único registro.

-As variações cognitivas podem ser consideradas como um subconjunto das variações estruturais, mas são efetuadas de modo diferente. Nessas variações são considerados dois tipos de registros. Elas além de conservar a significação, conservam ainda a referência do objeto representado. Essas variações permitem distinguir as unidades de uma representação.

No processo de aprendizagem, a conversão é um instrumento que serve para diferenciar as variações estruturais das variações cognitivas, se considerarmos simultaneamente dois registros de representação.

Nesse sentido, Almouloud (2010, p. 76) destaca cinco aspectos considerados importantes para uma análise cognitiva:

1- A dupla variação estrutural cognitiva que é uma das características desta análise. Um exemplo disso é quando o professor oferece aos alunos meios para observar essa dupla variação para compreender o funcionamento representacional de um registro e não apenas identifiquem algumas mudanças de registro em função dos problemas matemáticos.

2- O estudo sistemático. É por meio da passagem de um registro para outro que é possível perceber a importância da forma das representações além da possibilidade de identificar os que são pertinentes.

3- Análise da tarefa cognitiva. Toda atividade matemática envolve necessariamente uma atividade cognitiva e essas não podem ser confundidas. Considerar o aspecto cognitivo é fator fundamental, pois significa privilegiar as condições de apropriação do conteúdo matemático e as dificuldades encontradas pelos alunos.

4- Nenhum registro pode ser considerado mais acessível que outro, pois cada um apresenta problemas específicos de aprendizagem e por outro lado, a mudança destes implica um trabalho de coordenação.

5- As variáveis cognitivas possibilitam realizar análises de um ponto de vista mais geral sem induzir professores e pesquisadores.

Para a produção das representações, as funções cognitivas fundamentais são a comunicação, o tratamento e a objetivação, pois estas constituem registros de representação para o funcionamento cognitivo na consciência do sujeito.

A mudança de registro é um ponto fundamental e decisivo da aprendizagem matemática na Educação Básica e as dificuldades encontradas, se não forem trabalhadas de maneira adequada podem persistir até a universidade.

A mudança de registro apresenta vantagens, pois torna possível a compreensão e a apropriação de novos conteúdos principalmente para os sujeitos que aprendem que estão iniciando atividades que envolvem coordenação de registros, pois essas mudanças dependem do funcionamento cognitivo do pensamento em todas as estratégias no contexto da matemática.

Para haver compreensão e articulação entre os vários registros de representação é de fundamental importância que o aluno compreenda as propriedades do objeto em estudo.

Desse modo, com o apoio da Teoria das Representações Semióticas, pretendemos selecionar algumas produções de alunos para estudo das diferentes concepções da álgebra de Usiskin (1995).

CAPÍTULO III

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Documentos oficiais mencionam que no ensino fundamental o estudo da Matemática deve contemplar o estudo dos números e operações, o do espaço e das formas e o das grandezas e das medidas. Tem a finalidade ainda de acrescentar a esses conteúdos outros que permitam tratar informações cotidianamente com o estudo de gráficos e tabelas (BRASIL, 1998, p.49).

Dentro de cada um desses estudos o propósito é trabalhar com procedimentos, conceitos e atitudes que contribuam para o desenvolvimento cognitivo do aluno, estimulando a criatividade.

Os PCNEF (1998) propõem como um dos critérios para a construção do conhecimento matemático a contextualização, permitindo ao aluno o desenvolvimento da capacidade de argumentar, de compreender a Matemática, de generalizar, bem como a capacidade de justificar.

Com o propósito de buscar subsídios e contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática buscamos articular os campos de conteúdos apresentados pelos PCNEF (1998) com as concepções da Álgebra apresentadas por Usiskin (1995).

Apresentamos neste capítulo a metodologia adotada e descrevemos o estudo. Iniciamos pela discussão teórico-metodológica, em seguida descrevemos o experimento. Dentro deste último item, destacamos o universo do estudo, quando apresentamos o perfil dos participantes e o material utilizado para a coleta de dados, descrevendo em detalhes cada questão do instrumento diagnóstico, assim como os procedimentos adotados para sua aplicação.

Nosso estudo constitui-se do ponto de vista do objetivo de uma pesquisa diagnóstica e descritiva com o intuito de descrever e interpretar os resultados obtidos com base na aplicação de quatro sequências de atividades, tendo como foco os acertos e os erros dos alunos quanto às estratégias empregadas por eles.

Entendemos essa modalidade de pesquisa como sendo a mais adequada para o nosso trabalho porque ela é apropriada para quem está interessado em interpretar o fenômeno e conhecer os processos que o constituem ou nele se realizem. Nesse sentido, como o nosso estudo busca traçar um diagnóstico acerca das concepções da

Álgebra de Usiskin (1995), pretendemos investigar quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental exteriorizam.

Para responder à questão que norteia nossa pesquisa, elaboramos quatro sequências de atividades, que foram aplicadas com cinco alunos do 6º ano do Ensino Fundamental da Rede de Educação Municipal na cidade de Ibicaraí, na Bahia.

Além do instrumento diagnóstico, também utilizamos a técnica da entrevista, para ajudar a detalhar o estudo. As entrevistas podem ser estruturadas, quando se tem perguntas concisas, que respeitam uma ordem e de que o entrevistador não pode se desviar, ou não estruturadas, com questões abertas, podendo o entrevistador constituir um diálogo com o entrevistado. A entrevista semiestruturada situa-se entre as outras duas.

Logo, no nosso estudo optamos por utilizar a entrevista semiestruturada por entendermos que esse tipo de entrevista oferece certa flexibilidade. Ou seja, a partir de um roteiro de entrevista, abre-se a possibilidade de se obter dos entrevistados as informações necessárias para compor nossas análises.

Do ponto de vista do planejamento da pesquisa, definimos inicialmente o ano escolar em que a pesquisa seria realizada, a rede escolar participante e a quantidade de alunos que participariam.

No decorrer, pretendíamos elaborar quatro sequências de atividades articulando as quatro concepções da álgebra de Usiskin (1995) aos quatro blocos de conteúdos apresentados pelos PCN (1998). Conseguimos elaborar as atividades articulando aritmética generalizada com números e operações, resolução de problemas com grandezas e medidas, estudo das relações com tratamento da informação e a quarta atividade que trabalha estrutura, que não conseguimos articular com espaço e forma.

As sequências foram aplicadas individualmente e ao entregá-las, o aluno descrevia por meio de uma entrevista semiestruturada maiores detalhes a respeito das estratégias utilizadas nas suas resoluções.

Os sujeitos escolhidos para nosso estudo são cinco alunos do 6º ano do Ensino Fundamental da Rede Pública Municipal de Ensino da cidade de Ibicaraí /BA.

A escolha pela rede pública baseou-se em nossa experiência profissional e a do estabelecimento de ensino por conhecermos suas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra.

3.1-Escolha da Escola

A escolha foi por três motivos.

Primeiro, porque é uma representante do ensino público, no qual estuda a maior parte da população brasileira, o que aproxima mais nosso estudo da realidade escolar do país.

Segundo, é que se trata da escola em que a autora deste trabalho atua como professora de matemática.

Terceiro motivo, foi o interesse e aceitação da proposta de trabalho pela equipe gestora e pelo professor da turma.

A escolha pelo 6º ano do Ensino Fundamental se justifica pelo fato desses alunos terem conhecimento dos conteúdos abordados como são apresentados pelos PCNEF (1998). Sendo que a escolha por três desses alunos foi feita analisando o desempenho dos alunos e os outros dois alunos por se prontificarem a participar da pesquisa. Pela espontaneidade desses alunos prevíamos que esse motivo facilitaria a segunda etapa que é a entrevista sobre as estratégias de resolução das sequências de atividades.

A aplicação aconteceu no turno oposto ao que os alunos frequentam as aulas. Tivemos autorização para utilizar uma sala da escola, separando os alunos dos demais.

As sequências de atividades foram elaboradas da seguinte maneira:

- 1) Duas questões articulando aritmética generalizada com números e operações;
- 2) Duas questões articulando meio de resolver certos problemas com grandezas e medidas.
- 3) Duas questões articulando Estudo das Relações com Tratamento da Informação.
- 4) Duas questões trabalhando com as concepções ligadas à Estrutura.

3.2-Análise a priori da sequência de atividades

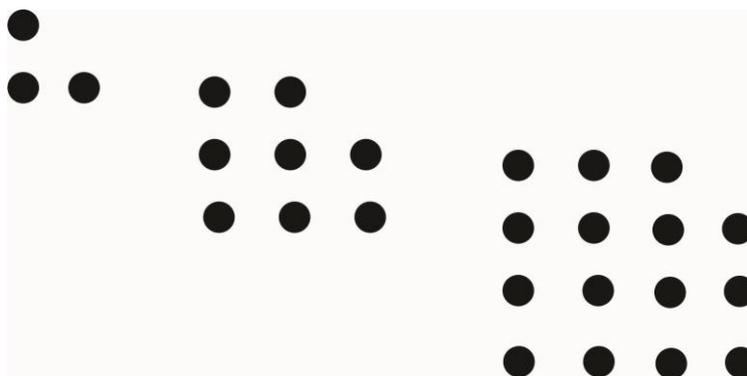
3.2.1-Sequência de atividade I – Consolidação da ideia de Generalização

Objetivo: Ao propor esta atividade pretende-se explorar a ideia de generalização articulada a números e operações.

Para isso utilizamos como registro de partida o registro figural, o registro numérico e o registro da língua natural para favorecer as conversões do registro de partida para o registro de chegada fazendo uso do registro numérico, figural e algébrico.

A primeira atividade que selecionamos busca desenvolver a argumentação, a generalização a partir de sequências de figuras e numéricas, de modo que os alunos consigam traduzir e generalizar as situações representando a relação entre o registro de partida e o registro de chegada, bem como reconhecer os números em diferentes contextos. Esta atividade 1 foi adaptada do livro Matemática, Imenes e Lellis, 6º ano (2009, p.98).

1-Analise as figuras da sequência abaixo:



- Desenhe qual seria a próxima figura da sequência e determine a quantidade de bolinhas desta figura.
- Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da quinta figura.
- Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da nona figura.

2- Seja dada a sequência de números (3, 6, 12, 24, 48, 96...).

- a) Determine qual seria o número depois do 96.
- b) Determine o oitavo e o nono termo.
- c) Determine o vigésimo termo.

Esperamos que os alunos ao fazerem a leitura e a observação da situação relacionem as três figuras de forma que observem a disposição dos pontos de cada figura permitindo a eles concluírem que a sequência apresenta um padrão de regularidade.

Ao observarem e analisarem a construção de cada figura da sequência, espera-se que nos itens (a), (b) e (c) da primeira situação desenhe e indique a quantidade de bolinhas de cada um desses itens.

Ao analisarem a segunda situação espera-se que os alunos possam concluir que os valores são múltiplos de 3 e conseqüentemente poderão determinar os números pedidos nos itens (a), (b) e (c).

3.2.2-Sequência de atividade II- Resolução de problemas

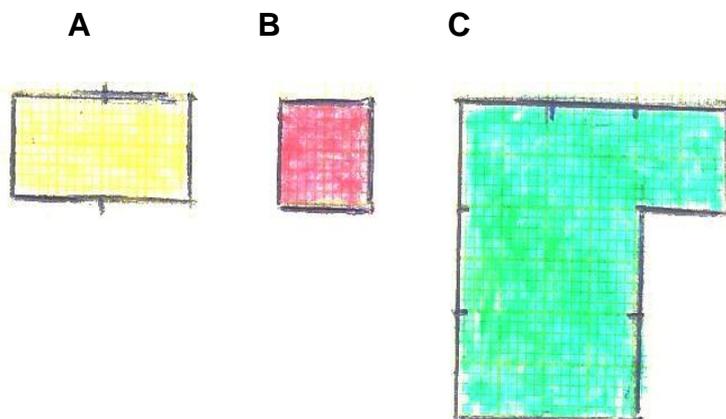
Objetivo: Explorar as diferentes formas de representar as situações-problema, interpretando-as e buscando fazer relações.

Explorar as situações-problema com grandezas e medidas, representadas no registro da língua natural e registro figural fazendo conversões para o registro numérico e algébrico. A situação-problema 1 foi adaptada de Edwaldo Bianchini (2006, p.201). A questão 2 é uma atividade adaptada do livro Tudo é Matemática, Luís Roberto Dante (2010, p.265).

1- Numa fábrica de produtos de limpeza, um determinado tipo de detergente é armazenado em tambores. Sabendo-se que todos os tambores são iguais e que dois tambores armazenam 360 litros desse detergente, determine:

- a) O número de tambores necessários para armazenar 720 litros.
- b) O número de litros de detergente armazenado em 9 desses tambores.

2- Observe as regiões planas A, B e C:



- Calcule a medida da área da região A, usando a região B como unidade de medida.
- Calcule a medida da área da região C, usando a região A como unidade de medida.
- Calcule a medida da área da região B, usando cm^2 como unidade de medida.
- Calcule a medida da área da região C, usando a região B como unidade de medida.

Na primeira questão, espera-se que os alunos explorem as operações de multiplicação e divisão apresentadas, bem como, estabeleçam a transição do registro da língua natural para o registro numérico e algébrico.

Na segunda questão, o objetivo é explorar a ideia de medida utilizando as três figuras fazendo uso da régua e utilizando a conversão do registro figural para o registro numérico considerando a área de uma região plana para calcular a área de outra região.

Nos itens (a) e (d), espera-se que os alunos observem as regiões planas e utilizando régua calculem as medidas da área.

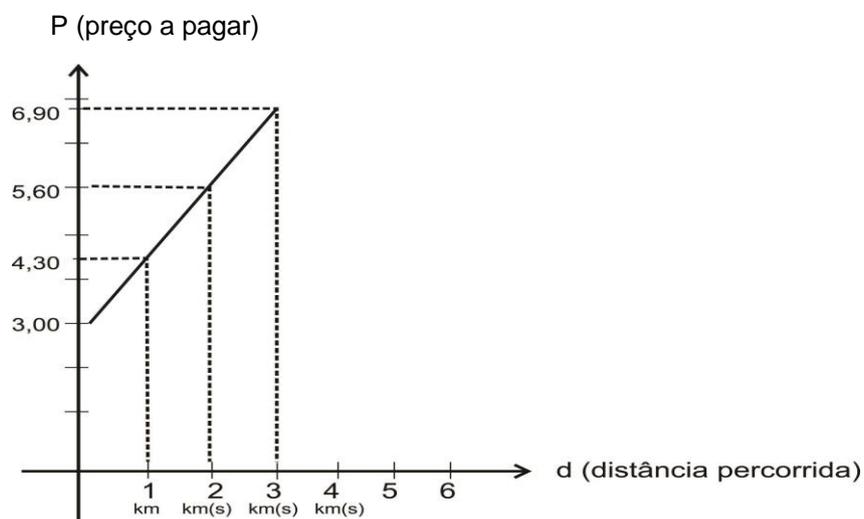
No item (c), espera-se que os alunos utilizem a régua como instrumento de medida para determinar a área da região B.

No item (b), espera-se que os alunos observem a área de A e mostrem quantas vezes A cabe em C, observando ainda uma parte de C fracionada. É desejável que os alunos tenham a compreensão da noção de medida e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.

3.2.3-Sequência da atividade III - Estudo das Relações

Objetivo: Apresentar situações-problema que necessitam relacionar grandezas, analisando tabelas e gráficos. Ao propormos as atividades a seguir, pretendemos ressaltar a importância do estudo do tratamento da informação para que os alunos possam ler e interpretar dados expressos em tabelas e gráficos, organizando dados e permitir a elaboração de estratégias de resolução. As situações-problema 1 e 2 desta sequência de atividade III foram adaptadas do livro Matemática de Edwaldo Bianchini. A situação 1 (2006, p.250) e a situação-problema 2 (2006, p.207).

1. Analise o gráfico a seguir e responda as questões propostas:



- Qual é a distância (d) percorrida em quilômetros por um passageiro que pagou R\$ 10,80 pela corrida?
- Qual é o valor a ser pago por um passageiro cuja corrida foi de 1,5 km?

2. Eduardo é funcionário de uma doceria, ganhando R\$ 6,20 por hora trabalhada. A tabela abaixo mostra os valores obtidos por Eduardo numa determinada semana de trabalho.

Dia da semana	2 ^a .	3 ^a .	4 ^a .	5 ^a .	6 ^a .	Sab.
Tempo trabalhado em horas	4	5	6	8	X	12
Valor recebido em R\$	24,80	31,00	37,20	Z	62,00	Y

Responda:

- Sabendo que no sábado o número de horas trabalhadas por Eduardo foram 12 horas, qual o valor recebido por Eduardo neste dia?
- Sabendo também que num outro dia da semana Eduardo trabalhou 8 horas, qual o valor recebido Z?
- Quantas horas Eduardo trabalhou na sexta-feira para ganhar R\$ 62,00?

Os registros de partida contemplados na sequência de atividade são: registros gráfico registro de tabela e numérico.

Para os registros de chegada prevemos que os alunos façam o tratamento no registro numérico e no registro algébrico. O objetivo da atividade proposta é analisar as tabelas e gráficos com troca de registros.

É necessário que os alunos reconheçam na primeira questão nos itens (a) e (b) que as variáveis presentes nas relações entre grandezas podem expressar qualquer valor, ou seja, variam. Dentro dessa abordagem aparecem as variáveis dependente e independente.

Os alunos poderão encontrar dificuldades na interpretação do valor fixo para calcular o valor a ser pago a partir da quantidade de quilômetros rodados.

Em relação a segunda questão é necessário que os alunos interpretem a tabela observando o valor pago por hora trabalhada e consigam estabelecer uma relação para obter os valores a serem pagos nos itens (a) e (b) e no item (c) eles consigam

realizar o processo inverso que é determinar o tempo trabalhado em horas a partir do valor recebido.

3.2.4-Sequência de atividade IV – Estrutura

Objetivo: Apresentar situações-problema que necessitam utilizar o estudo da Álgebra o qual constitui um espaço bastante significativo para que os alunos possam desenvolver e exercitar a capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar estratégias para resolver problemas.

1) Um garoto recebeu de sua mãe uma certa quantia de dinheiro e depois, quando ia visitar seu tio, achou uma nota de 5 reais na rua, que guardou junto com o outro dinheiro em seu bolso. O tio do garoto solicitou que ele fizesse uma tarefa em seu jardim e disse que dobraria o dinheiro que ele tinha no bolso. Qual o valor que o garoto ficou ao final do dia? Tente fazer uma representação deste valor.

2) Uma escola está recolhendo brinquedos para serem doados para outras crianças. Em cada sala de aula tem uma caixa e ao final da semana, as caixas do 6ºano A e 6ºano B tinham o mesmo número de brinquedos e a caixa do 6ºano C tinha 20 brinquedos. Faça uma representação do número de brinquedos coletados pelas três turmas da escola.

As questões propostas nesta atividade são apresentadas por meio do registro da língua natural. O objetivo da atividade é possibilitar aos alunos a oportunidade de estudar a variável como objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida. Espera-se que os alunos consigam expressar a ideia apresentada de forma abstrata.

3.3-Descrição e Aplicação das sequências

As sequências foram aplicadas em julho de 2013 com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II no período da manhã, numa Escola da Rede Municipal de Ensino de Ibicarai /BA, no período de uma semana, pois a realização da atividade deu-se em momentos diferentes, de modo que trabalhamos com um aluno de cada vez.

Pedimos a autorização da equipe gestora da escola (direção e coordenação) para a realização desta pesquisa, que foi dada prontamente.

Convidamos os alunos do 6º Ano A e do 6º Ano B do Ensino Fundamental para participarem da pesquisa fora do horário de aula.

As atividades foram realizadas numa sala extra que funciona como sala de reuniões da escola.

Disponibilizamos as atividades impressas e solicitamos para que evitassem o uso de corretivos pois queríamos analisar o processo de resolução das atividades e não somente o resultado. Solicitamos também a autorização dos responsáveis pelos alunos para participarem da pesquisa e para gravar as entrevistas.

A realização da atividade por aluno durou aproximadamente duas horas e meia. Os alunos eram convidados um de cada vez a irem a uma sala reservada, recebiam a sequência de atividade 1 e ao tempo que terminavam, eram entrevistados, de modo que pudessem explicar como desenvolveram suas estratégias. A sequência de atividade 2 foi entregue e a medida que ele devolvia respondida, era questionado para que explicasse suas estratégias e compreensão e recebia a sequência de atividade 3. Respondida, era questionado sobre esta e recebia a sequência de número 4.

Com esse questionamento sobre a compreensão de cada questão em cada sequência, buscávamos explorar ao máximo através da oralidade resultados que pudessem responder a nossa questão de pesquisa.

A coordenadora da escola foi quem nos auxiliou durante todo o tempo da aplicação. Os alunos foram encaminhados por ela à sala reservada onde se realizou a atividade.

As instruções relevantes à aplicação foram dadas no primeiro contato com os alunos, num dia anterior ao primeiro dia de aplicação. Saliemos que não valeria nota, os alunos iriam resolver individualmente, sem consulta a livros, cadernos,

professores e até mesmo a pesquisadora. Deixamos claro que não responderíamos qualquer questionamento relativo às questões propostas nas atividades. Instruímos os alunos para que se concentrassem durante a aplicação e assim que fossem terminando diriam como interpretaram e resolveram cada sequência.

Durante a aplicação alguns alunos solicitaram a nossa ajuda, procuramos conduzir o trabalho de forma que não induzisse a resposta, pois para nós o processo de investigação é importante para consolidação da aprendizagem dos alunos. Os alunos tiveram a responsabilidade para resolver as questões e durante a aplicação nenhum aluno se ausentou.

3.4-Propósito da Entrevista

A entrevista teve como objetivo primordial compreender as resoluções registradas pelos alunos na realização das sequências. A transcrição será explorada no capítulo das análises.

Na entrega de cada sequência pelo aluno, este era entrevistado relatando como foi interpretada e resolvida cada questão das sequências, de forma que ele pudesse explorar oralmente as suas respostas. Dessa forma, buscava-se analisar os conhecimentos de que os alunos já dispunham, verificando se compreendiam as questões, propiciando a estes a distinção entre as representações algébricas, permitindo traduzir informações, construir estratégias de resolução e ao mesmo tempo buscávamos responder nossa questão de pesquisa: Quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental exteriorizam quando realizam atividades que articulam conteúdos da álgebra e diferentes registros de representação?

3.5-Roteiro da Entrevista

- 1- Você gosta de Matemática?
- 2- Você tem bom desempenho nas atividades de Matemática?
- 3- Com relação à sequência número 1, como pensou para resolvê-la?
- 4- Como interpretou e resolveu a sequência 2?
- 5- Explique-me o seu raciocínio na sequência 3.
- 6- Como fez a sequência 4?

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E ANÁLISES

4.1-Análise a *Posteriori*

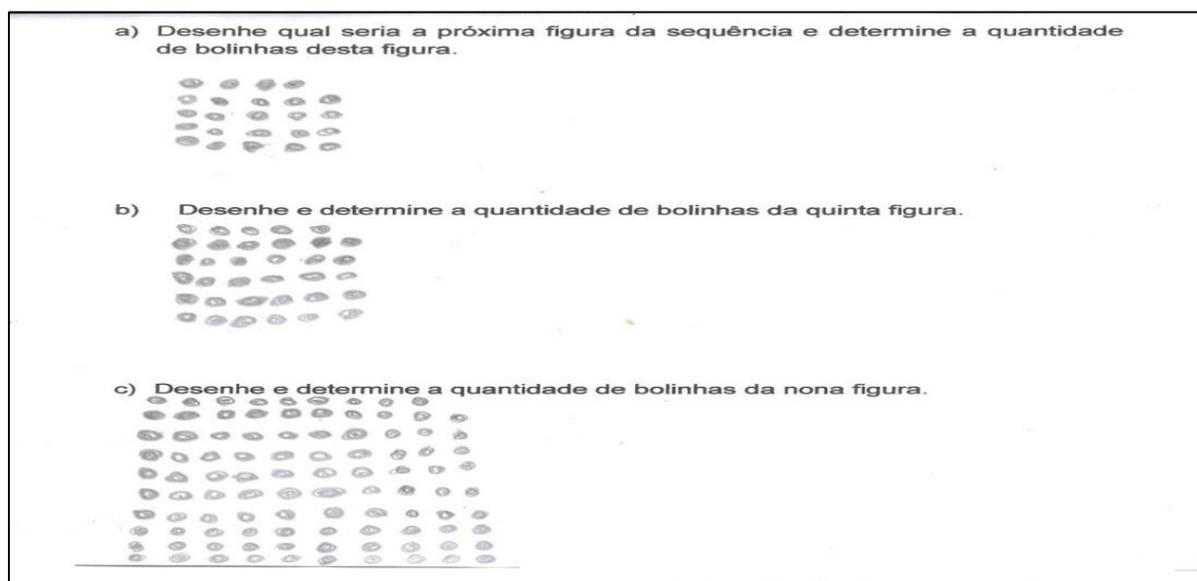
Apresentamos a seguir as análises dos resultados dos protocolos apresentados pelos alunos A1, A2, A3, A4 e A5 para cada uma das atividades propostas. Utilizamos os protocolos dos alunos e a transcrição das gravações realizadas após a aplicação de cada atividade.

As análises serão feitas à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1993).

4.1.1-Análise a *Posteriori* da Sequência de Atividade I

Análise dos Protocolos do Aluno A1

Observamos durante a aplicação da sequência que o aluno A1 faz análise da sequência de figuras na situação 1, conseguindo fazer o registro figural nos itens (a), (b) e (c), mas não determina a quantidade de bolinhas destas, não fazendo a conversão no registro numérico.



Protocolo do Aluno A1

O aluno afirma:

-Sei que para formar o quadrado da primeira figura tem que ter quatro bolinhas menos uma bolinha ficam três. A segunda figura tem que ter nove tira uma ficam oito bolinhas e a terceira são

dezesseis menos uma bolinha é igual a quinze. Então o item (a) são vinte e cinco menos uma, vinte e quatro, (b) são trinta e cinco e (c) são noventa e nove.

Observamos através da entrevista que o aluno A1, faz a interpretação das questões e estabelece o padrão de regularidade entre as figuras, mas não registra a conversão do registro figural para o registro numérico pedido.

Ao verificar os registros com relação à questão dois, observamos que o aluno interpretou a sequência numérica e conseguiu generalizar para determinar o item (c).

2- Seja dada a sequência de números (3, 6, 12, 24, 48, 96,...).

a) Determine qual seria o número depois do 96.
192

b) Determine o oitavo e o nono termo.
384 768

c) Determine o vigésimo termo.
3145728

Protocolo do Aluno A1

Com relação à questão dois o aluno diz:

-A segunda questão eu multipliquei cada resultado que dava por dois.

Ao analisar a segunda questão, observamos que o aluno trabalha com o dobro do valor anterior.

Análise dos Protocolos do Aluno A2

Percebemos que o aluno A2 com relação a primeira questão da atividade I, faz o registro figural mas não faz o registro numérico. Perguntamos a ele sobre esta atividade e ele diz:

-Não li a questão toda, só vi que tinha que desenhar, então desenhei a figura, olhando a ordem e sei que tinha que retirar uma bolinha. A alternativa (a) tem vinte e quatro bolinhas, (b) tem trinta e cinco bolinhas e (c) tem noventa e nove bolinhas.

Quando perguntado sobre como ele sabia o que fazer se não realizou a leitura da questão, o aluno responde:

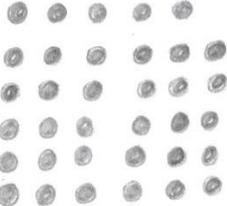
-Eu observei como era formada a primeira figura era três, a segunda era cinco e a terceira formada por sete. Logo vi que a quarta figura era nove.

Verificamos na fala do aluno que este consegue compreender a sequência de figuras, embora não tenha feito a leitura de todo o enunciado.

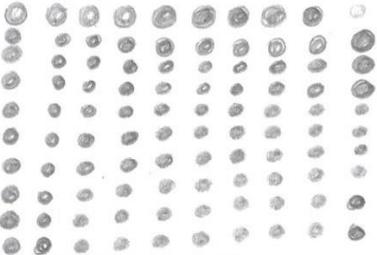
a) Desenhe qual seria a próxima figura da sequência e determine a quantidade de bolinhas desta figura.



b) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da quinta figura.



c) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da nona figura.



1

Protocolo do aluno A2

O aluno através da visualização consegue analisar a sequência determinando a quantidade de bolinhas das figuras pedidas.

Com relação à questão dois o aluno diz:

-Eu vi que se multiplicasse o primeiro número por dois encontraria o segundo. Multiplicando o segundo número por dois encontraria o terceiro. Se eu multiplicasse o terceiro número por dois daria o quarto. Era só multiplicar por dois.

2- Seja dada a sequência de números (3, 6, 12, 24, 48, 96,...).

a) Determine qual seria o número depois do 96.
192

b) Determine o oitavo e o nono termo.
384 e 768

c) Determine o vigésimo termo.
1.572.864

Protocolo do aluno A2

Observamos que, com relação a segunda questão, o aluno consegue compreender a sequência de padrões, respondendo o que foi proposto nos itens (a), (b) e (c).

Análise dos Protocolos do Aluno A3

Nas análises da atividade da primeira questão o aluno realiza o tratamento figural e faz a conversão para o registro numérico. Na sua entrevista, quando perguntamos como analisou a primeira questão, responde:

-Para encontrar qualquer figura com qualquer quantidade de bolinhas basta multiplicar um número por ele mesmo e retirar uma unidade. Como uma quantidade $a \times a - 1$.

a) Desenhe qual seria a próxima figura da sequência e determine a quantidade de bolinhas desta figura.
24 Bolinhas



b) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da quinta figura.
35 Bolinhas



c) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da nona figura.
99 Bolinhas



1

Protocolo do aluno A3

Percebemos que o aluno A3 faz a generalização com relação a primeira questão da atividade.

Observamos a segunda questão e perguntamos a ele como interpretou e ele diz:

-Nessa questão eu vejo que o primeiro número é 3, o segundo número é 6, o terceiro é 12. Vi que é só multiplicar o número por dois que eu acho o próximo. E todos os números que vão aparecendo podem dividir pelo primeiro que é 3. A ordem dos números que aparecem são múltiplos de três.

2- Seja dada a sequência de números (3, 6, 12, 24, 48, 96,...).

a) Determine qual seria o número depois do 96.
192

b) Determine o oitavo e o nono termo.
384, 768

c) Determine o vigésimo termo.
1536 512

Protocolo do aluno A3

Nas análises feitas com relação a segunda questão, verificamos que o aluno compreende a sequência, quando afirma na sua fala que multiplicou por dois e que a sequência dos números que vão aparecendo são múltiplos de três. Diante dessa interpretação, responde os itens (a) e (b) corretamente, mas não consegue expressar-se corretamente no item (c).

Análise dos Protocolos do Aluno A4.

Ao ouvir a entrevista gravada e analisando o desempenho do aluno por meio da atividade escrita, percebemos que o aluno A4 faz a conversão do registro figural para o registro numérico nos itens (a), (b) e (c) da primeira questão.

Quando o aluno é questionado sobre como interpretou a primeira questão, ele responde:

-Eu observei as figuras e percebi que cada figura a quantidade de bolinhas da base é a mesma quantidade da largura retirando uma bolinha. Sei que quando multiplico um lado pelo outro e tiro uma bolinha, acho a quantidade total da figura.

a) Desenhe qual seria a próxima figura da sequência e determine a quantidade de bolinhas desta figura.

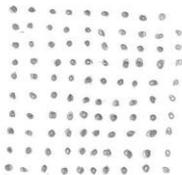


b) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da quinta figura.



c) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da nona figura.

$10 \times 10 - 1$



Protocolo do aluno A4.

Ao ser questionado sobre uma possível generalização desta informação, ou seja, se ele tivesse uma quantidade qualquer de bolinhas na base como ele calcularia o resultado, ele respondeu:

-Eu multiplicaria um lado pelo outro e tiraria uma bolinha.

Com relação a sequência numérica na segunda questão nos itens (a) e (b) o aluno consegue fazer o registro numérico corretamente, mas percebemos que não generaliza para responder o item (c).

a) Determine qual seria o número depois do 96.

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 2 \\ \hline 192 \end{array}$$

b) Determine o oitavo e o nono termo.

$\begin{array}{r} 192 \\ \times 2 \\ \hline 384 \end{array}$	$\begin{array}{r} 384 \\ \times 2 \\ \hline 768 \end{array}$
--	--

c) Determine o vigésimo termo.

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 20 \\ \hline 400 \\ \times 3 \\ \hline 1200 \end{array}$$

Protocolo do aluno A4

Com relação à questão número dois da sequência ele diz:

-Multipliquei por dois para obter o resultado.

Análise dos Protocolos do Aluno A5.

Analizamos a atividade do aluno A5 e percebemos que o aluno na primeira questão da sequência de atividade não compreende o registro da língua natural, desse modo não consegue fazer o registro figural, tão pouco fazer a conversão de registros. O aluno faz uma repetição de figuras.

a) Desenhe qual seria a próxima figura da sequência e determine a quantidade de bolinhas desta figura.



b) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da quinta figura.



c) Desenhe e determine a quantidade de bolinhas da nona figura.



1

Protocolo do aluno A5

Quando perguntamos sobre a atividade, ele diz:

-Eu desenhei as figuras que estavam na questão 1 da atividade.

O aluno apresenta dificuldades na interpretação das questões propostas.

Em relação à questão dois o aluno expressa-se através da operação da adição para resolver os itens (a), (b) e (c), mas comete um erro ao realizar uma das operações para resolver o item (b). Assim, o aluno não consegue resolver corretamente os itens (b) e (c).

2- Seja dada a sequência de números (3, 6, 12, 24, 48, 96,...).

a) Determine qual seria o número depois do 96.

$$\begin{array}{r} + 96 \\ + 96 \\ \hline R = 192 \end{array}$$
 R= seria 192

b) Determine o oitavo e o nono termo.

$$\begin{array}{r} 192 \\ + 192 \\ \hline R = 384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ + 384 \\ \hline R = 768 \end{array}$$

c) Determine o vigésimo termo.

$$\begin{array}{r} 768 \\ + 768 \\ \hline R = 1536 \end{array}$$

Protocolo do aluno A5

Perguntamos a ele sobre a resolução da questão dois e ele diz:

-A segunda questão eu vi que estava dobrando o valor. Ai eu fiz o dobro de noventa e seis é só somar $96 + 96$ que é 192. Fiz os outros.

Foi perguntado ao aluno porque não multiplicou por dois, já que na entrevista ele afirma que o valor dobra. E ele responde que:

-É mais fácil somar.

Observamos que o aluno A5 não compreende o registro na língua natural e apresentou alguma dificuldade com as operações de adição e multiplicação. Mesmo afirmando que era mais fácil somar este não consegue registrar corretamente a adição.

Síntese dos Resultados da Sequência de Atividade I

O objetivo da sequência de atividade I foi propor uma situação para explorar a ideia de generalização articulada a números e operações.

Esperávamos que os alunos ao resolverem a situação-problema conseguissem expressar a ideia de generalização a partir da sequência de figuras e da sequência numérica.

A seguir apresentamos o quadro síntese de nossa análise *a posteriori* da sequência da atividade I.

Sequência de atividade I	Síntese dos Resultados				
ALUNO	A1	A2	A3	A4	A5
Estratégia de Resolução	Relação da ideia de sequência de padrões	Compreensão da sequência	Generalização das sequências	Compreensão da generalização de padrões	Utiliza-se da adição para tentar resolver a questão 2.
Dificuldades Encontradas	Expressar-se no registro numérico para generalizar	Expressar-se no registro numérico o item (c) da questão 2	Realizar o registro numérico	Expressar-se no registro numérico com relação a generalização	Compreender o registro na língua natural e trabalhar com as operações da adição e da multiplicação
Conversão de Registros	Não	Sim	Sim	Sim	Não
Realização do Tratamento de Registros	Tratamento figural e numérico	Tratamento figural e numérico	Tratamento figural e numérico	Tratamento figural e numérico	Não

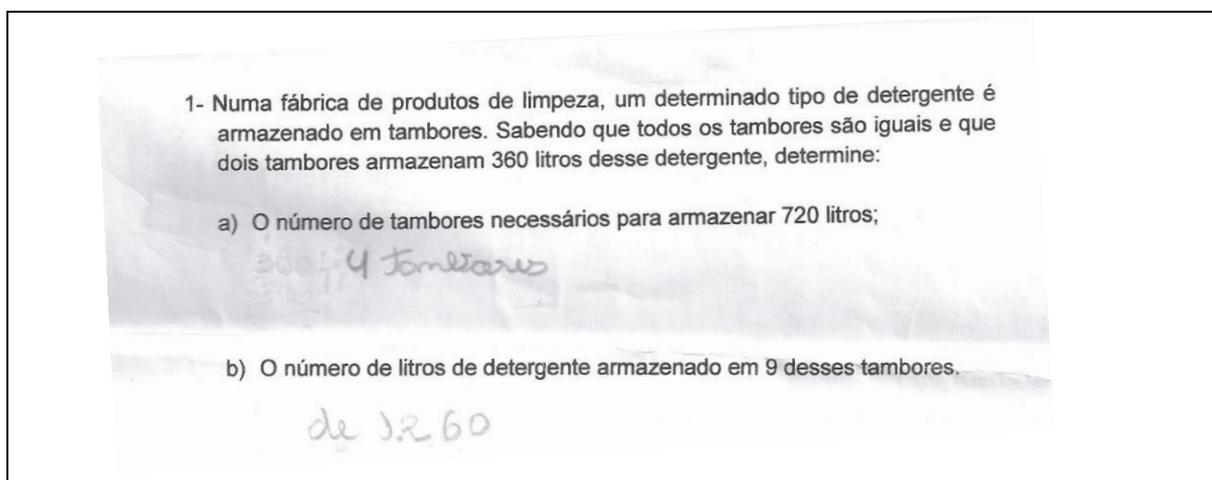
Observamos que os alunos inicialmente apresentaram dificuldades em interpretar a situação-problema, principalmente no que se refere a conversão de registros. Na retomada da leitura pelos alunos, estes utilizaram algumas estratégias de resolução ficando claro para nós a compreensão das situações por parte de alguns alunos.

4.1.2-Análise a *Posteriori* da Sequência de Atividade II

Análise dos Protocolos do Aluno A1

Verificamos os registros do aluno A1 com relação a primeira questão e constatamos que este compreende o registro da língua natural, possibilitando responder a questão corretamente. Utiliza-se de valores para responder mas não deixa evidente que operações utilizou para resolvê-la. Quando o questionamos, responde:

-Eu sei que dois tambores guardam 360 litros, se eu dobro o número de litros, eu dobro o número de tambores.



Protocolo do Aluno A1

Com relação ao item (b) da primeira questão o aluno não consegue responder corretamente, mas percebe seu erro quando explica a questão utilizando o mesmo raciocínio do item (a).

Observamos a segunda questão da sequência de atividade II e constatamos que o aluno consegue relacionar as figuras planas compondo-as e decompondo-as nos itens (a), (b) e (d). O aluno consegue expressar-se usando o cm^2 , mas não o mostra com relação ao item (c). Ele expressa-se no registro figural, interpretando e comparando as figuras planas e fazendo conversão para o registro numérico

Com relação a questão 2 da sequência de atividade II o aluno afirma:

-A figura B é a metade da figura A e a figura C tem três vezes a figura A e uma de B. A mesma coisa é a figura C. A letra (c) eu desenhei mas não consegui entender.

2- Observe as regiões planas A, B e C.

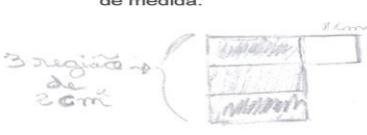
A B C



a) Calcule a medida da área da região A, usando a região B como unidade de medida.



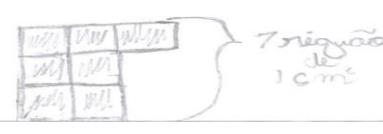
b) Calcule a medida da área da região C, usando a região A como unidade de medida.



c) Calcule a medida da área da região B, usando cm^2 como unidade de medida.



d) Calcule a medida da área da região C, usando a região B como unidade de medida.



4

Protocolo do aluno A1

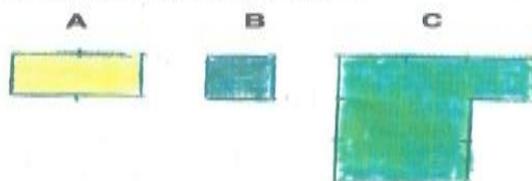
Análise dos Protocolos do Aluno A2.

O aluno A2 faz uma relação expressando-se algebricamente para responder a primeira questão do item (a), verificando em seguida através do registro numérico, a comprovação da sua analogia utilizando o algoritmo da divisão. No item (b) consegue responder partindo da quantidade que cabe em um tambor, efetuando a operação da multiplicação para determinar a quantidade que cabem em 9 tambores. O aluno consegue fazer a interpretação do registro na língua natural e a conversão desta, no registro numérico.

Na entrega da atividade sobre a questão 1 ele diz:

-Na alternativa (a) eu comparei a quantidade 360 que era guardada em 2 tambores e verifiquei que se um valor dobra, o outro também dobra. Depois eu dividir o valor 360 por 2 para saber a quantidade de 1 e depois encontrar a quantidade de litros dos 9 tambores na alternativa (b).

2- Observe as regiões planas A, B e C.



a) Calcule a medida da área da região A, usando a região B como unidade de medida.

$$a) \text{ A é } 2 \times \text{ a B}$$

b) Calcule a medida da área da região C, usando a região A como unidade de medida.

$$a \text{ região C é } 3,5 \times \text{ a região A}$$

c) Calcule a medida da área da região B, usando cm^2 como unidade de medida.

$$1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2$$

d) Calcule a medida da área da região C, usando a região B como unidade de medida.

$$a \text{ região C é } 7 \times \text{ a região B}^4$$

Protocolo do aluno A2

Com relação a segunda questão o aluno faz composição e decomposição utilizando as três figuras planas e ainda a conversão do registro figural em registro numérico.

Análise dos Protocolos do Aluno A3

Nas análises da atividade da questão 1 o aluno com relação aos itens (a) e (b) não consegue interpretar e resolver corretamente e afirma na entrega da atividade que:

-Se eu pegar 360 e somar com 360 é igual a 720. Então o valor é dois, pois 360 aparece duas vezes. E se eu multiplicar 360 por 9 o valor é 3240.

Observamos que no registro do aluno o mesmo não deixa claro como efetuou os cálculos e fez a interpretação da questão, mas ao explicar na sua entrevista no item (a) ele faz a soma usando o valor 360 duas vezes obtendo 720, mas não verifica que 360 litros estão em dois tambores. Do mesmo modo no item (b) utiliza a operação da multiplicação para determinar a quantidade de litros que estão guardados em 9 tambores sem observar que 360 litros estão em 2 tambores.

1- Numa fábrica de produtos de limpeza, um determinado tipo de detergente é armazenado em tambores. Sabendo que todos os tambores são iguais e que dois tambores armazenam 360 litros desse detergente, determine:

a) O número de tambores necessários para armazenar 720 litros;
São necessários dois tambores

b) O número de litros de detergente armazenado em 9 desses tambores.
3240 litros de detergente

Protocolo do aluno A3

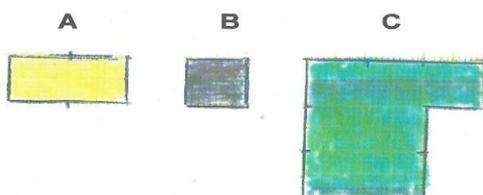
Com relação a segunda questão da atividade o aluno consegue analisar as figuras, compará-las e registrar os resultados utilizando as figuras que são propostas em cada item. Expressa-se com clareza compondo as figuras dos itens (a) e (d).

Quando perguntamos a ele sobre o raciocínio da questão, ele diz:

-Na letra (a) se eu pegar A e dobrar são duas figuras de B. Se eu dobrar C do tamanho de B dará 7 figuras. Na letra (b) se eu cortar C dará 3 figuras de A e uma metade.

O aluno expressa-se no registro da língua natural e no item (c) faz conversão no registro numérico utilizando o cm^2 como unidade de medida.

2- Observe as regiões planas A, B e C.



a) Calcule a medida da área da região A, usando a região B como unidade de medida. *B cabe dois dentro da A*

b) Calcule a medida da área da região C, usando a região A como unidade de medida. *A cabe três vezes e meio dentro da C*

c) Calcule a medida da área da região B, usando cm^2 como unidade de medida. *$1 \times 1 = 1$*

d) Calcule a medida da área da região C, usando a região B como unidade de medida. *B cabe 7 vezes dentro da C*

4

Protocolo do aluno A3

O aluno expressa-se de forma clara mostrando que consegue fazer tanto a composição das figuras propostas na atividade, quanto a decomposição destas.

Análise dos Protocolos do Aluno A4

Analisamos a atividade do aluno A4 e verificamos que este interpreta com clareza o registro na língua natural na primeira questão. Quando perguntamos ao aluno sobre a atividade proposta ele afirma que:

-Como vi que 360×2 é igual a 720 e que 360 estavam guardados em dois, logo sabia que era igual a quatro. No outro, eu calculei que a metade de 360 era 180 se 360 estava em dois, a metade estava em um. Eu peguei o valor de um e multipliquei por 9.

1- Numa fábrica de produtos de limpeza, um determinado tipo de detergente é armazenado em tambores. Sabendo que todos os tambores são iguais e que dois tambores armazenam 360 litros desse detergente, determine:

a) O número de tambores necessários para armazenar 720 litros;

b) O número de litros de detergente armazenado em 9 desses tambores.

Handwritten work for part (a):

360	2
720	4

Handwritten work for part (b):

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 9 \\ \hline 1620 \end{array}$$

Protocolo do aluno A4

Nas análises da segunda questão o aluno nos itens (a), (c) e (d), utiliza-se das figuras propostas para estabelecer uma relação entre as mesmas. No item (b), ele utiliza a figura pedida e ainda a figura B para mostrar a medida de C.

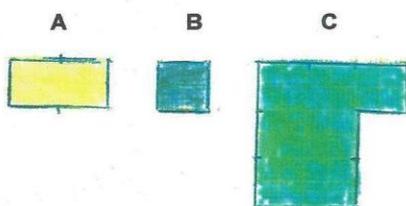
Perguntamos a ele sobre o item (b) e ele responde:

-A figura C tem três pedaços do tamanho de A e mais um de B. B é a metade de A. Então eu sei que C é três pedaços de A e meio.

Analisando os registros do aluno, observamos que este estabelece uma relação de igualdade no item (a) quando relaciona que A é igual 2B. Essa associação de duas figuras é utilizada por ele nos itens (b) e (d).

De modo geral em relação a segunda questão o aluno consegue fazer a conversão do registro figural para o registro algébrico e numérico.

2- Observe as regiões planas A, B e C.



- a) Calcule a medida da área da região A, usando a região B como unidade de medida.

$$2B = A$$

- b) Calcule a medida da área da região C, usando a região A como unidade de medida.

$$3A = 1C$$

- c) Calcule a medida da área da região B, usando cm^2 como unidade de medida.

$$1 \times 1$$

- d) Calcule a medida da área da região C, usando a região B como unidade de medida.

$$7B$$

4

Protocolo do aluno A4

Análises dos Protocolos do Aluno A5

Ao verificar a primeira questão da sequência de atividade II percebemos que o aluno A5 não consegue explorar o registro na língua natural e constatamos isso na

sua entrevista quando foi perguntado a ele: Como interpretou e resolveu a primeira questão?

-Eu somei $360 + 360$ que deu 720 e então eu sei que dois é o resultado. Se eu somar 720 quatro vezes mais 360 dará 3240.

O aluno não consegue resolver corretamente o item (b) da primeira questão mas interpreta o item (a) utilizando as operações da adição na atividade escrita e multiplicação na entrevista.

1- Numa fábrica de produtos de limpeza, um determinado tipo de detergente é armazenado em tambores. Sabendo que todos os tambores são iguais e que dois tambores armazenam 360 litros desse detergente, determine:

a) O número de tambores necessários para armazenar 720 litros;

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 360 \\ + 360 \\ \hline R = 720 \end{array}$$

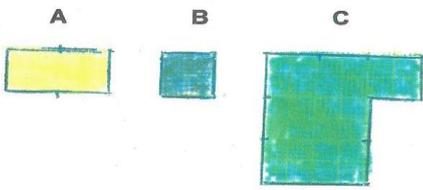
b) O número de litros de detergente armazenado em 9 desses tambores.

$$\begin{array}{r} 720 \\ 720 \\ 720 \\ 720 \\ 360 \\ \hline R = 3240 \end{array}$$

Protocolo do aluno A5

Observamos na segunda questão que o aluno expressa-se no item (a) corretamente utilizando o registro numérico mas no item (b) não consegue verificar que existe em C três partes e meia de A. Ele consegue mostrar em registro numérico as três partes, mas não associa a outra parte de C como metade de A. Expressa-se claramente no item (d) quando relaciona a região C a sete partes de B.

2- Observe as regiões planas A, B e C.



a) Calcule a medida da área da região A, usando a região B como unidade de medida.

2

b) Calcule a medida da área da região C, usando a região A como unidade de medida.

3

c) Calcule a medida da área da região B, usando cm^2 como unidade de medida.

$1 + 1 + 1 + 1 = 4$

d) Calcule a medida da área da região C, usando a região B como unidade de medida.

7

4

Protocolo do aluno A5

Observamos a segunda questão e constatamos que o aluno consegue visualizar as regiões planas, faz relações entre estas regiões interpretando os dados com relação a cada item.

-Para responder a segunda questão na alternativa (a), eu peguei B e vi quantas cabem em A. Do mesmo modo eu fiz (b), (c) e (d). Só que na letra (b) sobra um pedacinho do tamanho de B.

Síntese dos Resultados da Sequência de Atividade II

O objetivo da sequência de atividade II é explorar as diferentes formas de representar as situações-problema, interpretando-as e buscando fazer relações.

Esperávamos que os alunos explorassem as operações apresentadas bem como, fizessem a conversão dos registros da língua natural para o registro numérico e algébrico e com relação a segunda questão estabelecesse a conversão do registro figural para o registro numérico.

A seguir apresentamos a síntese dos resultados.

Sequência de Atividade II	Síntese dos Resultados				
Aluno	A1	A2	A3	A4	A5
Estratégia de Resolução	Utiliza a operação da multiplicação, compara as regiões planas compondo-as e decompondo-as.	Utiliza as operações da divisão e da multiplicação, expressa-se algebricamente, relaciona as regiões planas compondo-as e decompondo-as.	Utiliza as operações da adição e multiplicação e relaciona as regiões planas compondo-as e decompondo-as.	Utiliza as operações da multiplicação e divisão e relaciona as regiões planas compondo-as e decompondo-as.	O aluno utiliza as operações da adição e multiplicação e relaciona as regiões planas.
Dificuldades Encontradas	Utilizar a unidade de medida.	Não apresenta.	Interpretação do registro na língua natural e a utilização da unidade de medida no item (c) da questão 2	Não apresenta.	Interpretação e trabalhar com a operação da adição e a unidade de medida cm^2 .
Conversão de Registros	Conversão do registro da língua natural e do registro figural para o numérico.	Conversão do registro da língua natural para o registro algébrico e do registro figural para o numérico	Conversão do registro da língua natural e do registro figural para o registro numérico.	Conversão do registro da língua natural e do registro figural para o numérico.	Conversão do registro da língua natural e do registro figural para o numérico.
Tratamento de Registros	Tratamento no registro numérico e no registro figural	Tratamento no registro numérico, registro algébrico e registro figural.	Tratamento no registro numérico e no registro da língua natural.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.

Observamos que os alunos A3 e A5 apresentaram dificuldades na interpretação das situações-problema na língua natural e ainda o aluno A5 apresenta outras dificuldades como trabalhar a operação da adição. No item (c) da segunda questão os alunos A1 e A5 não demonstram habilidade em trabalhar a unidade do cm^2 . Em relação às concepções da Álgebra notamos que o aluno A2 faz menção à escrita algébrica como forma de expressar um valor desconhecido e fazer representação de um outro registro de representação semiótica.

4.1.3-Análise *a Posteriori* da Sequência de Atividade III

Objetivo: Relacionar grandezas, analisando tabelas e gráficos e possibilitar a leitura e interpretação de dados permitindo a elaboração de estratégias de resolução.

Ressaltamos nesta atividade a importância de interpretar dados expressos em tabelas e gráficos com a finalidade de fazer com os alunos aprendam a construir procedimentos para coletar e organizar dados.

Análise dos protocolos do Aluno A1

Observamos que o aluno A1 apresentou dificuldades em interpretar o gráfico e expressar-se nos itens (a) e (b) da primeira questão, conforme mostra os recortes de Protocolo a seguir.

a) Qual é a distância (d) percorrida em quilômetros por um passageiro que pagou R\$ 10,80 pela corrida?

7,5 km

b) Qual é o valor a ser pago por um passageiro cuja corrida foi de 1,5 km?

9,35

Protocolo do aluno A1

O aluno não identifica o gráfico como uma relação de dependência entre as grandezas quilômetros percorridos e preço a pagar. ..

Na sua entrevista o aluno A1 afirma:

-Eu não entendi o gráfico. O número que vem depois do seis no gráfico é o número sete. Eu coloquei um valor.

Por outro lado ele consegue interpretar a segunda questão pois faz a conversão do registro de partida língua natural e tabela para o registro numérico.

Com relação a segunda questão ele afirma:

-Na segunda questão eu vi que Eduardo ganha R\$ 6,20 na hora de trabalho então eu multipliquei por doze para encontrar o item (a). No item (b) eu multiplico por oito. Se ele ganhou R\$ 62,00 eu divido e acho o total de horas que ele trabalhou no item (c). A letra X, Y e Z são valores.

Observamos que o aluno na sua entrevista, expressa-se de forma clara, mencionando a moeda R\$, embora na resolução da questão dois ele não escreve.

2. Eduardo é funcionário de uma doceria, ganhando R\$ 6,20 por hora trabalhada. A tabela abaixo mostra os valores obtidos por Eduardo numa determinada semana de trabalho.

Dia da semana	2 ^a .	3 ^a .	4 ^a .	5 ^a .	6 ^a .	Sab.
Tempo trabalhado em horas	4	5	6	8	X	12
Valor recebido em R\$	24,80	31,00	37,20	Z	62,00	Y

Responda:

- a) Sabendo que no sábado o número de horas trabalhadas por Eduardo foram 12 horas, qual o valor recebido por Eduardo neste dia?

o valor é 74,40

- b) Sabendo também que num outro dia da semana Eduardo trabalhou 8 horas, qual o valor recebido Z?

é 49,60 o valor

- c) Quantas horas Eduardo trabalhou na sexta-feira para ganhar R\$ 62,00?

10 horas

6

Protocolo do aluno A1.

Análise dos Protocolos do Aluno A2

Ao analisarmos os protocolos do aluno A2 verificamos que este, consegue responder as questões de modo satisfatório. Há indícios de que houve compreensão no estudo das relações articuladas ao Tratamento da informação. O aluno consegue fazer conversão do registro gráfico, de tabela e algébrico para registro numérico, explicando claramente o que interpretou.

-No gráfico eu vi que cada quilômetro custa R\$ 1,30, então R\$ 10,80 menos R\$ 3,00 sobra R\$ 7,80. R\$ 1,30 vezes seis é R\$ 7,80. A quantidade de quilômetros rodados é seis. No (b) se um quilômetro custa R\$ 4,30 e a metade de R\$ 1,30 é R\$ 0,65 então eu somo R\$ 4,30 + R\$ 0,65 é igual R\$ 4,95.

a) Qual é a distância (d) percorrida em quilômetros por um passageiro que pagou R\$ 10,80 pela corrida? *A distância percorrida é de 6 Km/s*

a cada km percorrido aumenta R\$ 1,30

b) Qual é o valor a ser pago por um passageiro cuja corrida foi de 1,5 km?

Se 1 km custou R\$ 4,30

1,5 km custará R\$ 4,95

1,30 | 2
0,65

4,30
+ 0,65
4,95

Protocolo do aluno A2

Na resolução o aluno A2 interpreta o gráfico deixando evidente essa interpretação. O aluno faz a conversão do registro de partida o registro gráfico para o registro numérico e para registro da língua natural.

Nas análises da segunda questão verificamos através da atividade escrita que o aluno interpreta e realiza com êxito os itens (a), (b) e (c). Faz a conversão do registro de partida, o registro de tabela para o registro numérico.

2. Eduardo é funcionário de uma doceria, ganhando R\$ 6,20 por hora trabalhada. A tabela abaixo mostra os valores obtidos por Eduardo numa determinada semana de trabalho.

Dia da semana	2 ^a .	3 ^a .	4 ^a .	5 ^a .	6 ^a .	Sab.
Tempo trabalhado em horas	4	5	6	8	X	12
Valor recebido em R\$	24,80	31,00	37,20	Z	62,00	Y

Responda:

- a) Sabendo que no sábado o número de horas trabalhadas por Eduardo foram 12 horas, qual o valor recebido por Eduardo neste dia?

$$\begin{array}{r} \text{R\$ } 6,20 \\ \times 12 \\ \hline 1240 \\ 620 \\ \hline 74,40 \end{array}$$

Eduardo recebeu
R\$ 74,40

- b) Sabendo também que num outro dia da semana Eduardo trabalhou 8 horas, qual o valor recebido Z?

$$\begin{array}{r} 6,20 \\ \times 8 \\ \hline 49,60 \end{array}$$

O valor recebido em Z
foi de R\$ 49,60

- c) Quantas horas Eduardo trabalhou na sexta-feira para ganhar R\$ 62,00?

$$\begin{array}{r} 62,00 \text{ } / 6,20 \\ \hline 0000 \text{ } 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,20 \\ \times 10 \\ \hline 62,00 \end{array}$$

Eduardo trabalhou
10 horas na sexta-feira

6

Protocolo do aluno A2

Pedimos ao aluno uma explicação da sua interpretação e estratégia de resolução e ele diz:

-Na tabela cada letra mostra um valor diferente pois as horas vão mudando. É só multiplicar o valor da hora por doze acho R\$ 74,40. Multiplico a hora por oito acho R\$ 49,60 e no (c) eu divido o valor que ele recebeu pelo valor pago pela hora que é 10. Aqui

eu multipliquei 6,20 por 10 para ter certeza que é 62,00. O valor a ser pago depende da quantidade de horas que a pessoa trabalha.

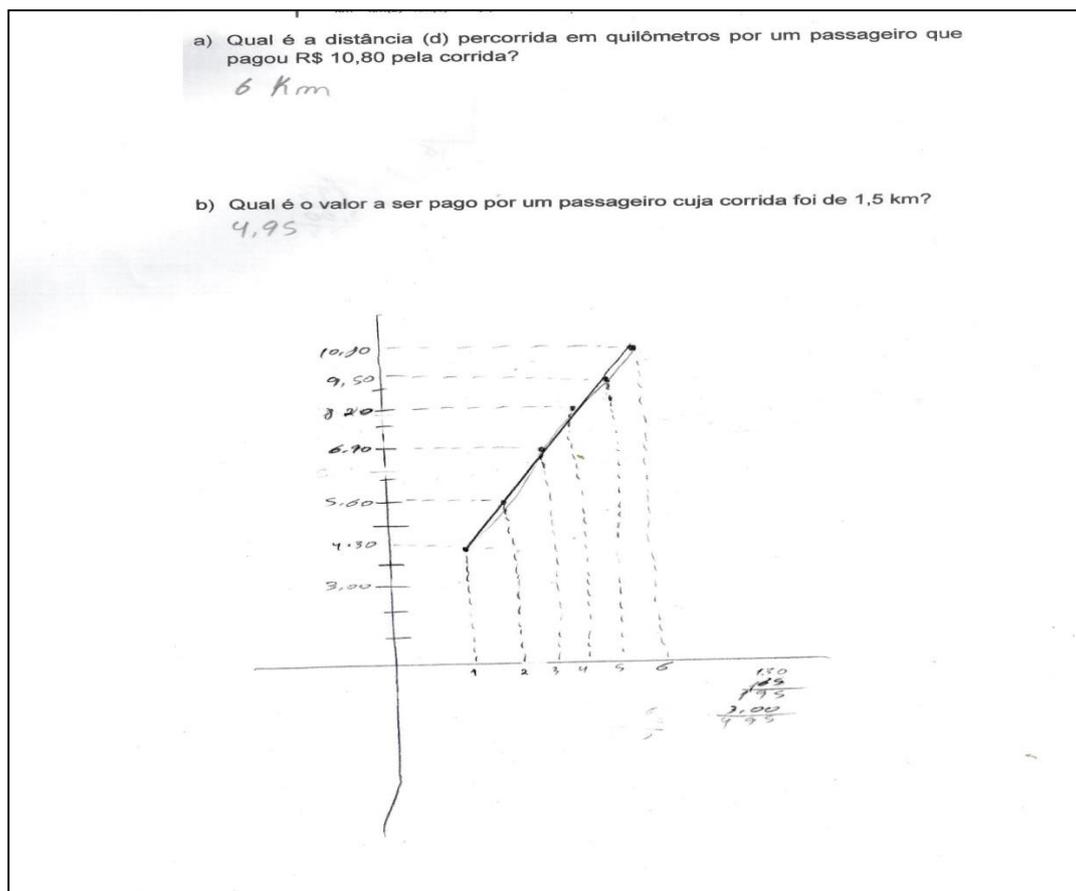
Com relação à Álgebra como estudo das relações entre grandezas percebemos que o aluno interpreta de forma coerente essa concepção e consegue articular com o tratamento da informação.

Análise dos Protocolos do Aluno A3

Nas análises o aluno A3 registra apenas o resultado sem deixar claro quais foram as estratégias para encontrar os resultados. Na sua entrevista ele afirma que:

O resultado da alternativa (a) e (b) depende do valor de cada quilômetro. Eu multipliquei R\$ 1,30 por seis e somei os R\$ 3,00 que é igual ao valor pago R\$ 10,80. E o (b) eu peguei R\$ 1,30 juntei com o R\$ 0,65 que é a metade e somei R\$ 3,00. Eu fui fazendo o desenho.

Verificamos que o aluno A3 utiliza a ampliação do gráfico como estratégia para encontrar os valores.



Protocolo do aluno A3

Observamos ainda que interpreta de forma correta os itens (a) e (b) da primeira questão.

Com relação à segunda questão o aluno consegue fazer a interpretação nos itens (a) e (b).

2. Eduardo é funcionário de uma doceria, ganhando R\$ 6,20 por hora trabalhada. A tabela abaixo mostra os valores obtidos por Eduardo numa determinada semana de trabalho.

Dia da semana	2 ^a .	3 ^a .	4 ^a .	5 ^a .	6 ^a .	Sab.
Tempo trabalhado em horas	4	5	6	8	X	12
Valor recebido em R\$	24,80	31,00	37,20	Z	62,00	Y

Responda:

a) Sabendo que no sábado o número de horas trabalhadas por Eduardo foram 12 horas, qual o valor recebido por Eduardo neste dia?
no sábado ele ganhou 74,40

b) Sabendo também que num outro dia da semana Eduardo trabalhou 8 horas, qual o valor recebido Z?
ele ganhou 49,60

c) Quantas horas Eduardo trabalhou na sexta-feira para ganhar R\$ 62,00?
ele trabalhou 10 horas e 20 minutos

Protocolo do aluno A3

O aluno na sua entrevista com relação à segunda questão diz:

-Cada letra da tabela é um valor. Z representa quarenta e nove reais e sessenta centavos, pois é só multiplicar R\$ 6,20 por 8. Y multipliquei R\$ 6,20 por 12. X é a quantidade de horas. Era pra dividir.

O aluno na sua explicação percebe que errou ao calcular o item (c).

Análise dos Protocolos do Aluno A4

Ao analisarmos os protocolos do aluno A4 verificamos que este apresenta dificuldades para interpretar os itens (a) e (b) da primeira questão. O aluno não consegue fazer relação entre as duas grandezas (quilômetro rodado e o valor pago).

-Eu subtraí do valor de R\$ 10,80 o valor R\$ 6,90 que é o total do gráfico e dividi para achar a distância. Não consegui achar.

a) Qual é a distância (d) percorrida em quilômetros por um passageiro que pagou R\$ 10,80 pela corrida?

$$\begin{array}{r} 10,80 \\ - 6,90 \\ \hline 3,90 \end{array} \left| \begin{array}{l} 1,30 \\ 0,00 \\ 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} 3 \text{ km} \\ \end{array}$$

b) Qual é o valor a ser pago por um passageiro cuja corrida foi de 1,5 km?

$$\begin{array}{r} 4,30 \\ + 0,15 \\ \hline 4,45 \end{array}$$

Protocolo do aluno A4

Observamos que utiliza a unidade de medida (Km) na escrita do item (a) da primeira questão.

Observamos a segunda questão e analisamos que o aluno trabalha com as operações da multiplicação nos itens (a) e (b) e com o algoritmo da divisão no item (c). O aluno relaciona a quantidade de horas trabalhadas com o valor a ser pago por estas.

Quando perguntamos a ele sobre a sua resolução na segunda questão, ele diz:

-No problema fala que o valor pago por cada hora é R\$ 6,20. Aí eu multipliquei pela quantidade de horas que eu queria achar o resultado e no (c) eu dividi. Na tabela a letra Z e Y é quantidade de dinheiro.

a) Sabendo que no sábado o número de horas trabalhadas por Eduardo foram 12 horas, qual o valor recebido por Eduardo neste dia?

$$6,20 \times 12 = 74,40$$

b) Sabendo também que num outro dia da semana Eduardo trabalhou 8 horas, qual o valor recebido Z?

$$6,20 \times 8 = 49,60$$

c) Quantas horas Eduardo trabalhou na sexta-feira para ganhar R\$ 62,00?

$$62,00 : 6,20 = 10 \text{ horas}$$

Protocolo do aluno A4

Observamos que o aluno A4 interpreta de forma coerente a tabela da segunda questão diferenciando os valores atribuídos a dinheiro e o valor referente as horas.

Análise dos protocolos do Aluno A5

Observamos que o aluno A5 apresenta dificuldade na interpretação gráfica e de tabela e no registro da língua natural.

Quando perguntamos a ele como fez para encontrar os resultados atribuídos em cada item da primeira questão, ele responde:

-Não sei explicar. Eu coloquei um resultado.

a) Qual é a distância (d) percorrida em quilômetros por um passageiro que pagou R\$ 10,80 pela corrida?

6 km(s)

b) Qual é o valor a ser pago por um passageiro cuja corrida foi de 1,5 km?

2,90 km(s)

Protocolo do aluno A5

Observamos que o aluno A5 apresenta dificuldades na leitura, na interpretação, além da dificuldade no domínio das operações fundamentais. No gráfico apresentado na primeira questão fica claro que o aluno não associa as grandezas (quilômetro rodado e preço a pagar).

Analisando os itens (a), (b) e (c) da segunda questão fica evidente que o aluno não associa o valor a ser pago e as horas trabalhadas. Afirma na sua fala que:

-Peguei o 12 da questão e somei. É o número que aparece na pergunta. Na letra (b) eu peguei R\$ 37,20 e somei também, mas não sei.

a) Sabendo que no sábado o número de horas trabalhadas por Eduardo foram 12 horas, qual o valor recebido por Eduardo neste dia?

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline R 12 \end{array}$$

b) Sabendo também que num outro dia da semana Eduardo trabalhou 8 horas, qual o valor recebido Z?

$$\begin{array}{r} 37,20 \\ + 37,20 \\ \hline R=74,40 \end{array}$$

c) Quantas horas Eduardo trabalhou na sexta-feira para ganhar R\$ 62,00?

Protocolo do aluno A5

Verificamos que o aluno não faz a leitura e interpretação das questões propostas, não conseguindo desenvolver de forma coerente as estratégias de resolução.

Síntese dos Resultados da Sequência de Atividade III

Nessa atividade, o nosso objetivo foi explorar o estudo das relações articuladas ao tratamento da informação nos diversos registros de representação: tabela, gráfico e algébrico e propiciar assim a conversão entre esses registros.

Esperávamos que os alunos utilizassem o gráfico e a tabela para interpretar dados, relacionassem as grandezas apresentadas e buscassem converter estes registros.

A seguir apresentamos as sínteses dos resultados.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE III	SÍNTESE DOS RESULTADOS				
	A1	A2	A3	A4	A5
ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO	Utiliza a operação da multiplicação.	Reconhece a relação entre as grandezas e utiliza as operações da multiplicação e divisão.	Reconhece a relação entre grandezas e utiliza as operações da divisão e multiplicação.	Utiliza as operações da multiplicação e divisão	Utiliza as operações da multiplicação e divisão
DIFICULDADES ENCONTRADAS	A compreensão do registro gráfico.	Não.	Não.	A compreensão do registro gráfico.	A compreensão do registro gráfico.
CONVERSÃO DE REGISTROS	Registro Algébrico para numérico.	Registro gráfico para numérico e registro algébrico para numérico.	Registro gráfico para numérico e registro algébrico para numérico.	Registro algébrico para numérico.	Registro algébrico para numérico.
TRATAMENTO DE REGISTROS	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.

Ao realizar esta sequência de atividade acreditamos que nossos objetivos foram alcançados, pois os alunos A2 e A3 justificaram nos seus protocolos e na entrevista as relações das grandezas no registro gráfico e de tabela. Em relação a nossa questão de pesquisa, podemos constatar através das análises e entrevistas que estes alunos A2 e A3 utilizam-se da Álgebra como relação entre grandezas para encontrar e comprovar resultados.

Os alunos A1, A4 e A5 apresentam dificuldades na interpretação gráfica, não conseguindo coletar dados para desenvolver as situações propostas.

4.1.4-Análise a *Posteriori* da Sequência de Atividade IV

Objetivo: Desenvolver e exercitar a capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar estratégias para resolver problemas.

Nessa atividade procuramos trabalhar com a variável de forma abstrata. Nesse estudo, esperamos que os alunos interpretem as questões no registro de partida na língua natural e realizem a conversão no registro algébrico.

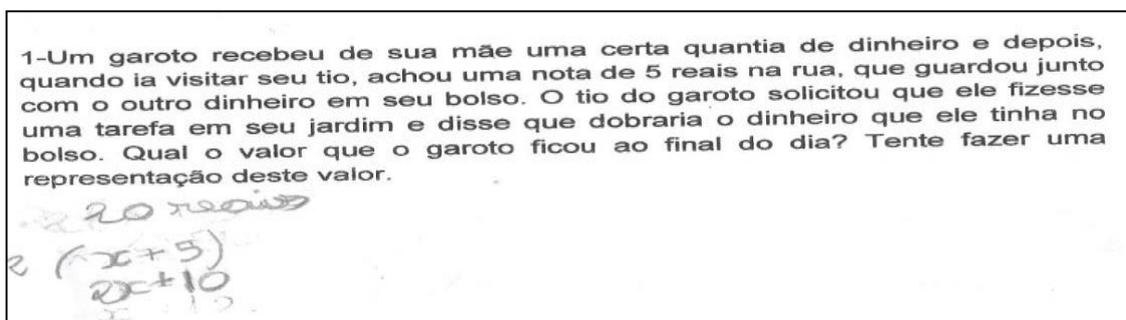
Análise dos Protocolos do aluno A1

Nas questões propostas na sequência de atividade IV, Observamos que a capacidade de abstração deve ser trabalhada de modo que possam fazer generalizações.

O aluno A1 consegue na primeira questão expressar-se de forma abstrata fazendo a conversão do registro da língua natural para o registro algébrico, mas não apresenta o domínio para trabalhar algebricamente, quando efetua a soma do termo desconhecido com o valor numérico.

Na entrega da atividade o aluno afirma:

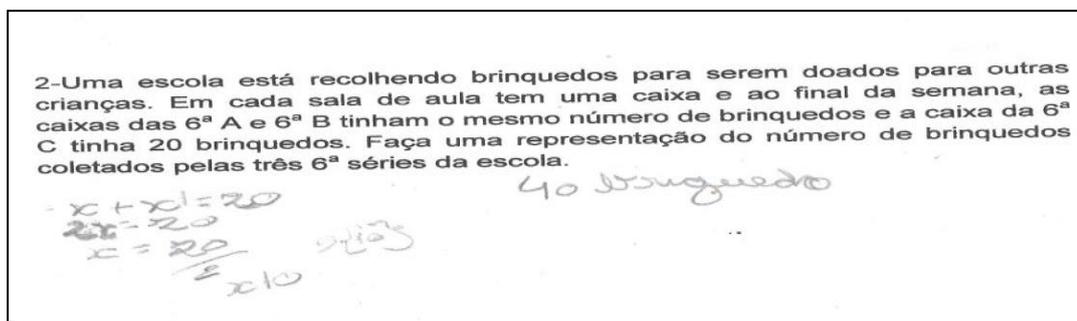
-Eu sei que tem no problema o valor que não sei qual é aí eu coloco um quadradinho, uma letra, mas não sei se está certo. Eu multipliquei por dois que é o dobro e deu 20.



Protocolo do aluno A1

. Em relação à segunda questão, o aluno utiliza o mesmo raciocínio da questão anterior mas não interpreta todos os dados. Afirma que:

- O X representa valor desconhecido.



Protocolo do aluno A1

Analisamos a segunda questão realizada pelo aluno e ressaltamos que ele consegue fazer a conversão do registro na língua natural para o registro algébrico,

mas utiliza a representação de uma equação quando utiliza a igualdade. A partir do erro do aluno, observamos que ele interpreta a variável como um valor que precisa ser descoberto.

Análise dos Protocolos do Aluno A2.

Observamos que o aluno A2 faz a leitura das duas situações, registra os dados mas, não os manipula. Apresenta dificuldade para fazer a representação das situações- problema.

1-Um garoto recebeu de sua mãe uma certa quantia de dinheiro e depois, quando ia visitar seu tio, achou uma nota de 5 reais na rua, que guardou junto com o outro dinheiro em seu bolso. O tio do garoto solicitou que ele fizesse uma tarefa em seu jardim e disse que dobraria o dinheiro que ele tinha no bolso. Qual o valor que o garoto ficou ao final do dia? Tente fazer uma representação deste valor.

?
R\$ 5,00

$x = ?$
5,00

Protocolo do aluno A2

Na entrega da atividade ele diz:

-Eu sei que tem o valor que a gente não sabe qual é. Eu não consigo resolver.

2-Uma escola está recolhendo brinquedos para serem doados para outras crianças. Em cada sala de aula tem uma caixa e ao final da semana, as caixas das 6^a A e 6^a B tinham o mesmo número de brinquedos e a caixa da 6^a C tinha 20 brinquedos. Faça uma representação do número de brinquedos coletados pelas três 6^a séries da escola.

6^a A e 6^a B =

6^a C = 20

$x = 6^{\text{a}} A \text{ e } 6^{\text{a}} B$

6^a C = 20

Protocolo do aluno A2

Observamos através da escrita que este aluno consegue interpretar a situação-problema no registro da língua natural.

Análise dos Protocolos do Aluno A3

Analisamos as respostas do aluno A3 e verificamos que ele supõe valores para responder as questões.

Perguntamos a ele como realizou à primeira questão e ele diz:

Se a mãe deu R\$ 4,00 com mais R\$ que achou fica com nove.
Se vai ficar com o dobro vai ficar com R\$ 18,00.

1-Um garoto recebeu de sua mãe uma certa quantia de dinheiro e depois, quando ia visitar seu tio, achou uma nota de 5 reais na rua, que guardou junto com o outro dinheiro em seu bolso. O tio do garoto solicitou que ele fizesse uma tarefa em seu jardim e disse que dobraria o dinheiro que ele tinha no bolso. Qual o valor que o garoto ficou ao final do dia? Tente fazer uma representação deste valor. *ele ficou com 18 reais*

Protocolo do aluno A3

Na segunda questão utiliza o mesmo raciocínio da primeira questão supondo valores.

2-Uma escola está recolhendo brinquedos para serem doados para outras crianças. Em cada sala de aula tem uma caixa e ao final da semana, as caixas das 6ª A e 6ª B tinham o mesmo número de brinquedos e a caixa da 6ª C tinha 20 brinquedos. Faça uma representação do número de brinquedos coletados pelas três 6ª séries da escola.

elas coletaram no 6ª A, 6ª B 6ª C 100 Brinquedos

Protocolo do aluno A3

Podemos verificar que o aluno faz suposição de valores para resolver a questão.

Análise dos Protocolos do Aluno A4

Propomos a atividade para o aluno A4 e em relação a primeira questão ele identifica os dados da primeira situação-problema, registra-os mas não tem domínio para manipular esses dados.

Eu não consigo resolver esta atividade. Não sei o valor que o garoto recebeu. É muito difícil.

1-Um garoto recebeu de sua mãe uma certa quantia de dinheiro e depois, quando ia visitar seu tio, achou uma nota de 5 reais na rua, que guardou junto com o outro dinheiro em seu bolso. O tio do garoto solicitou que ele fizesse uma tarefa em seu jardim e disse que dobraria o dinheiro que ele tinha no bolso. Qual o valor que o garoto ficou ao final do dia? Tente fazer uma representação deste valor.

$$[?] + 5,00 \times 2,00 = [?]$$

Protocolo do aluno A4

Observamos a segunda questão e verificamos que o aluno atribui valores para encontrar uma resposta.

2-Uma escola está recolhendo brinquedos para serem doados para outras crianças. Em cada sala de aula tem uma caixa e ao final da semana, as caixas das 6ª A e 6ª B tinham o mesmo número de brinquedos e a caixa da 6ª C tinha 20 brinquedos. Faça uma representação do número de brinquedos coletados pelas três 6ª séries da escola.

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 2 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6^{\text{a}} A \quad | \quad 6^{\text{a}} B \quad | \quad 6^{\text{a}} C \\ 40 \quad | \quad 40 \quad | \quad 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ + 40 \\ + 20 \\ \hline 100 \text{ brinquedos} \end{array}$$

Protocolo do aluno A4

Constatamos que o aluno trabalha com valores para resolver a situação-problema.

Análise dos Protocolos do aluno A5

O aluno A5 interpreta a primeira questão apenas utilizando o dado numérico que aparece no enunciado. E diz:

Se achou uma nota de R\$ 5,00 o dobro é R\$ 10,00. Eu somei 5 + 5.

1-Um garoto recebeu de sua mãe uma certa quantia de dinheiro e depois, quando ia visitar seu tio, achou uma nota de 5 reais na rua, que guardou junto com o outro dinheiro em seu bolso. O tio do garoto solicitou que ele fizesse uma tarefa em seu jardim e disse que dobraria o dinheiro que ele tinha no bolso. Qual o valor que o garoto ficou ao final do dia? Tente fazer uma representação deste valor.

$$\begin{array}{r} + 5 \\ 5 \\ \hline R = 10 \end{array}$$

Protocolo do aluno A5

Do mesmo modo nessa questão, o aluno trabalha com o único dado numérico que aparece na situação.

Na segunda questão, se tinha 20 brinquedos eu somei $20 + 20$ que é igual a 40.

2-Uma escola está recolhendo brinquedos para serem doados para outras crianças. Em cada sala de aula tem uma caixa e ao final da semana, as caixas das 6ª A e 6ª B tinham o mesmo número de brinquedos e a caixa da 6ª C tinha 20 brinquedos. Faça uma representação do número de brinquedos coletados pelas três 6ª séries da escola.

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 20 \\ \hline R=40 \end{array}$$

Protocolo do aluno A5

Observamos que a capacidade de abstração deve ser trabalhada de modo que possam fazer generalizações. Os alunos não conseguem interpretar as situações-problema, desse modo não consegue trabalhar a variável como objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por propriedades.

Os alunos A3, A4 e A5 mostram nas suas atividades escritas e nas entrevistas que não interpretaram os dados das situações supondo valores para as mesmas. Por outro lado o aluno A1 consegue interpretar parte do enunciado mesmo sem conseguir êxito na sua resolução.

A seguir apresentaremos a síntese dos resultados.

Síntese dos Resultados da Sequência de Atividade IV

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADE IV	SÍNTESE DOS RESULTADOS				
	A1	A2	A3	A4	A5
ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO	Interpretação e transformação dos dados numa expressão.	Supõe valores para fazer a representação.			
DIFICULDADES ENCONTRADAS	Com relação a 2ª questão usando uma igualdade e assim montando uma equação.	Abstração.	Abstração.	Abstração.	Abstração
TRATAMENTO DE REGISTROS	Tratamento no registro algébrico e numérico.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.	Tratamento no registro numérico.

As dificuldades dos alunos ficaram explícitas em converter o registro de partida da língua natural para o registro de chegada o registro algébrico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo desenvolver sequências de atividades articulando os blocos de conteúdos de matemática apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental- PCNEF (BRASIL, 1998) com as concepções da álgebra propostas por Usiskin (1995) como aritmética generalizada, estudo de procedimentos para resolver tipos de problemas, estudo das relações entre grandezas e estudo das estruturas. Esse objetivo surgiu a partir das reflexões sobre as dificuldades dos alunos relacionadas ao ensino e aprendizagem da Álgebra.

O estudo da Álgebra apresentado de forma significativa deve reconhecer que as representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, além de traduzir situações-problema, gráficos e tabelas. A nossa questão que norteia o desenvolvimento dessa pesquisa é: Quais concepções da Álgebra os alunos do 6º ano do ensino fundamental exteriorizam quando realizam atividades que articulam conteúdos da álgebra e diferentes registros de representação?

Algumas inquietações nos fizeram ir em busca de caminhos que pudessem ajudar-nos a responder essa questão utilizando a Teoria das Representações Semiótica descrita por Raymond Duval.

Para construirmos as sequências buscamos selecionar atividades que contemplassem registros diferentes de representação semiótica.

Toda comunicação em matemática se estabelece com base em representações. Para o ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2010, p.167).

Concordamos com Damm (2010) que as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático se estabelecem nas formas de representar, pois passar de um registro de representação a outro não é somente mudar o tratamento mas sim também explicar os diferentes aspectos ou as propriedades. E a conversão entre esses registros constitui uma condição necessária para a compreensão da matemática.

Ao propor atividades para os alunos, o professor precisa ter conhecimento de quais processos cognitivos podem favorecer a aprendizagem e como apresentar a esses alunos conteúdos matemáticos que permitam o desenvolvimento desses

processos que possibilitem a aprendizagem. Procuramos propor atividades que favorecessem o estudo da Álgebra articuladas aos blocos de conteúdos dos PCNEF(1998).

A aprendizagem da Álgebra constitui um estudo significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar estratégias na resolução de problemas.

A respeito do ensino de Álgebra deve-se ter clareza de seu papel, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático principalmente quanto à variedade de representações. Propor situações que permitam alunos construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos estabelecendo relações (BRASI, 1998, p.116).

A coordenação entre os diferentes registros de representação e a possibilidade de propor atividades que favoreçam o estudo dos blocos de conteúdos matemáticos apresentados pelos PCNEF como: números e operações, grandezas e medidas e tratamento da informação, bem como o estudo das concepções da álgebra permitiram a construção das sequências de atividades e a análise dos resultados.

Para esse estudo, elaboramos algumas atividades e adaptamos outras. Atividades estas que favoreciam a mudança de registro de representação semiótica.

Para o nosso estudo, inicialmente, fizemos um levantamento sobre pesquisas realizadas sobre as concepções da Álgebra na qual tivemos acesso a várias produções acadêmicas.

Além disso, analisamos os PCNEF (1998) que afirmam que, para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes formas de concepções da Álgebra.

Em relação aos documentos oficiais que utilizamos para leitura, estes sugerem que o ensino da Álgebra seja apresentado de maneira que possibilite aos alunos ler e interpretar. Não é recomendado desenvolver um estudo da álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica ou um trabalho exaustivo. É fundamental propor um trabalho com situações-problema que permita aos alunos interpretar e construir procedimentos e estratégias de resolução (BRASIL, 1998).

Organizamos, então, a nossa pesquisa de forma que propiciasse um estudo para identificar as concepções da Álgebra. Entendemos que seja necessário e interessante propor situações em que os alunos possam investigar padrões tanto em

sequências numéricas como em representações geométricas, identificando estruturas e construindo a linguagem algébrica para favorecer a escrita simbólica.

Atualmente, o ensino da Álgebra tem ênfase a partir do 7º ano. Talvez, iniciar um estudo sobre a noção de variável começando do 6º ano ganha importância a partir do momento que a noção de variável seja estudada por meio de situações-problema.

As dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos apontadas por professores são semelhantes com as dificuldades encontradas nos nossos resultados. Podemos citar algumas como: generalização, abstração e interpretação de situações-problema.

Participaram da nossa pesquisa cinco alunos do 6º ano do ensino fundamental que realizaram suas atividades individualmente os quais denominamos A1, A2, A3, A4 e A5. Organizamos quatro sequências de atividades que foram aplicadas em cinco encontros, um para cada aluno participante.

Na realização das atividades observou-se que os alunos estiveram motivados e foram responsáveis, embora a aplicação tenha acontecido fora do turno de aula. Os alunos mostraram-se interessados em participar da pesquisa por ser uma atividade que eles consideraram diferente.

Em relação a nossa questão de pesquisa, percebemos que alguns desses alunos não tinham domínio nas operações fundamentais, além de apresentarem certa dificuldade em interpretação. Percebemos que no contato com a primeira atividade eles estavam ansiosos em dar uma resposta exata. No decorrer das atividades eles foram evoluindo, buscaram fazer a leitura, interpretação, estratégias de soluções e argumentação do que realizaram e como realizaram através das entrevistas.

Ao analisarmos a primeira sequência de atividade observamos que os alunos A2, A3 e A4 utilizam a visualização para a compreensão das questões propostas, sendo que o aluno A3 consegue na entrevista generalizar.

Entendemos que a partir do momento que propomos atividades em que os alunos tinham que buscar meios para resolver, estas ficaram significativas.

De modo geral, salientamos que as principais dificuldades analisadas na sequência de atividade I foram a generalização e o domínio das operações fundamentais.

Ressaltamos que os registros de representação semiótica, por sua vez, dependem da apreensão de suas unidades representativas, pois a visualização como atividade cognitiva permite ter acesso ao objeto em estudo.

Ao propor a sequência de atividade II observamos, tanto nos registros como nas entrevistas, a conversão do registro de partida da língua natural para o registro de chegada o registro numérico. Além do registro figural para o registro numérico. Nessa atividade, fica evidente nas estratégias do aluno A2 o entendimento na forma de expressar os diferentes registros algébrico, o registro da língua natural, o registro numérico e o registro figural.

Os avanços dos alunos A2 e A3 foram claramente destacados na sequência de atividade III, pois cada um desses alunos utilizou uma estratégia diferente a partir do registro de partida na primeira questão, o registro gráfico e na segunda questão o registro em tabela, realizando a conversão do registro gráfico/tabela para o registro numérico. As entrevistas desses alunos deixam claro a interpretação gráfica e da tabela, mostrando a concepção da Álgebra com relação a variável dependente e variável independente.

As atividades que envolvem o tratamento da informação permitem aos alunos explorar ideias com relação a grandezas, aprender a interpretar dados e organizá-los. É recomendável que seja privilegiada uma abordagem de conteúdos que mostre aspectos relevantes para analisar, interpretar e utilizar procedimentos claros na resolução.

Na sequência de atividade IV, procuramos elaborar duas situações em que os alunos pudessem trabalhar a Álgebra de forma abstrata.

Nesta sequência de atividade verificamos que os alunos apresentaram dificuldades em manipular os dados das situações-problema. Embora, mesmo sem trabalhar as propriedades existentes nas situações-problema os alunos utilizaram valores para resolvê-las.

Foi proposto em nosso trabalho fazer a articulação entre os conteúdos matemáticos apresentados pelos PCNEF (1998) com as concepções da Álgebra de Usiskin (1995). E objetivamos responder a nossa questão de pesquisa: Quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do ensino fundamental exteriorizam quando realizam atividades que articulam conteúdos da álgebra e diferentes registros de representação?

Notamos que independente dos alunos serem do 6º ano onde os conhecimentos sobre Álgebra ainda não foram trabalhados de forma mais evidente, este fator não interferiu nos resultados. Essas sequências de atividades serviram

como experiência, pois vimos que para trabalharmos a ideia da álgebra precisamos propiciar atividades que sejam significativas e estimulem os alunos.

Como citado na introdução do nosso trabalho, é necessário que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam as expressões algébricas como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de grandezas. Salientamos ainda, que as situações-problema a serem trabalhadas apresentem:

- Interpretação gráfica e de tabelas que envolvam a letra como incógnita na variação de grandezas;
- Atividades com problemas relacionando grandezas e medidas;
- Ampliação e construção de significados seja para adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Construção de significados na sequência tanto figural e gráfica, quanto numérica;
- Situações no cálculo de áreas.

É importante ressaltar que essas atividades sejam conduzidas de forma a proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão, além de trabalhar a interpretação e permitir a construção de significados.

Dessa forma, sugerimos pesquisas futuras sobre a temática de investigar o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental.

Considerando a nossa prática, ao realizar esta pesquisa percebemos o quanto é difícil elaborar uma sequência de atividade e planejar estratégias de como aplicar estabelecendo objetivos. Percebemos que o importante não é ter materiais, livros didáticos em que os exercícios aparecem prontos, mas sim saber o que pode contribuir para a aprendizagem. É necessário e de fundamental importância que o professor saiba escolher ou elaborar situações-problema que possibilitem aos alunos investigar, elaborar estratégias de resolução e assim tornar possível a generalização e abstração do conhecimento.

Diante disso, consideramos que é necessário a atualização do professor, pois além de contribuir para o crescimento profissional, intervém na formação de nossos alunos.

Esperamos que a leitura deste trabalho possa contribuir para outras pesquisas na área de Educação Matemática e para a reflexão da prática docente de outros professores.

Referências

ALMOULOUD, S.; A noção de registro de representação semiótica e análise do funcionamento do pensamento. Fundamentos da Didática da Matemática. Curitiba: UFPR, (pp. 71 – 88), 2010.

BIANCHINI, E.; Matemática. 6ª edição. São Paulo, 2006. Editora Moderna.

BONADIMAN, A.; Álgebra no Ensino Fundamental: Produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Capes. Banco de Teses. Disponível em: <<http://sericos.capes.gov.br/capesdw/>>. Acesso: julho a agosto/2012.

CASTRO, E.E.; Um Estudo Exploratório das Relações Funcionais e suas representações no terceiro ciclo do Ensino Fundamental. PUC/ São Paulo, 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática).

DAMM, R.; Registros de Representação. Machado, S. (Org). Educação Matemática: uma (nova) introdução. 3ª edição. São Paulo: EDUC, (pp. 167 – 188), 2010.

DANTE, L.R.; Tudo é Matemática. 6º ano, 3ª edição. Editora Ática. São Paulo (p. 265), 2010.

FIGUEIREDO, A.C.; Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um curso de Licenciatura em Matemática. PUC/ São Paulo, 2007. Tese de Doutorado.

IMENES, L.M.; LELLIS, M.; Matemática. 6º ano, 1ª edição. Editora Moderna. São Paulo (p. 98), 2009.

LOPES, W.S.; A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: Uma proposta de ensino. PUC/ S.P, 2003. Dissertação de Mestrado.

OLIVEIRA, I.M.; A Pesquisa e a Prática docente: Investigação sobre hipóteses que alunos de 5ª série formulam a respeito de escritas algébricas. PUC/ SP, 2005. Dissertação de Mestrado Profissional.

SANTOLIN, E.C.; O uso de padrões e sequências: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental. PUC/ S.P, 2008. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática).

SILVA, M.H.; Estudos das Visões sobre Álgebra presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais da Matemática do Ensino Fundamental em relação a números e operações. PUC/ S.P, 2006. Dissertação de Mestrado.

USISKIN, Z.; Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.F. SHULTE, A.P. (Orgs). As idéias da álgebra. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, (pp. 9 – 22), 1995.

ANEXOS

Anexo I – Carta de Autorização

Autorização para a realização da pesquisa acadêmica

Termo de Autorização

Ao Excelentíssimo Diretor do Colégio xxxxxxxxxx

Venho por meio deste, solicitar vossa autorização para que eu, Jailma Ferreira Guimarães, aluna regularmente matriculada no curso de Mestrado Acadêmico do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da PUC/SP, possa desenvolver parte da minha pesquisa de Mestrado, junto aos alunos do 6º ano do período diurno desta Unidade Escolar. Desde já agradeço vossa compreensão.

Ibicaí, junho de 2013.

Anexo II- Termo de consentimento livre e esclarecido

Declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada: As concepções da Álgebra articuladas aos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental, analisadas à luz da teoria das representações semióticas desenvolvida por Jailma Ferreira Guimarães e orientada pela Professora Doutora Ana Lúcia Manrique, docente do Programa de Mestrado/Doutorado da PUC/SP em Educação Matemática.

Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Fui informado (a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais é investigar quais concepções da álgebra os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental exteriorizam.

Estou ciente, ainda, de que alguns momentos dessa pesquisa serão gravados, porém o pesquisador se compromete a preservar o anonimato de todos os envolvidos nesse estudo, bem como o nome e endereço da escola.

Fui também esclarecido (a) de que os usos das informações por mim oferecidas estão submetidos às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos.

Minha colaboração se fará de forma anônima, por meio das respostas descritas no instrumento de pesquisa elaborada pelo pesquisador, a ser respondido a partir da assinatura desta autorização. O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e pela sua orientadora.

Fui ainda informado (a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem qualquer prejuízo, sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme recomendações da Comissão Nacional de Ética em pesquisa (CONEP).

Ibicaí, _____ de _____ de 2013.

Assinatura do(a) responsável pelo participante: _____.

Assinatura da pesquisadora: _____.

Assinatura do(a) testemunha: _____.