

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**  
**PUC/SP**

**RENATA ERCÍLIA MENDES NIFOCCI**

**Conhecimentos revelados por professores em um curso de formação  
continuada para a utilização de Objetos de Aprendizagem**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**SÃO PAULO**

**2013**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**

**PUC/SP**

**RENATA ERCÍLIA MENDES NIFOCCI**

**Conhecimentos revelados por professores em um curso de formação  
continuada para a utilização de Objetos de Aprendizagem**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como  
exigência parcial para obtenção do título de  
**MESTRE em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a  
orientação da **Professora Doutora Celina Aparecida  
Almeida Pereira Abar**.*

**SÃO PAULO**

**2013**

***Banca Examinadora***

---

---

---

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Local e Data:**

### ***Dedicatória***

*Dedico este trabalho à minha avó Laura (in memoriam) pelo incentivo ao exercício da docência e aos meus pais, que não mediram esforços por nossos estudos.*

## *Agradecimentos*

À Deus, por me conduzir nesta jornada.

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, pelo incentivo à pesquisa por meio do Programa Bolsa Mestrado.

À Professora Doutora Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, pela paciência e dedicação na condução desta pesquisa.

Aos Professores Samuel Rocha de Oliveira e Laurizete Ferragut Passos pelas contribuições valiosas a este trabalho.

Aos professores do Mestrado Acadêmico do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da PUC-SP, pela dedicação e ensinamentos ao longo destes semestres.

Aos professores que tive durante minha vida escolar; muitos me ensinaram que a sabedoria caminha ao lado da humildade.

Aos meus colegas do curso, que tornaram os momentos de estudo em troca de experiências e conhecimentos, onde dividimos angústias e alegrias e nos fortalecemos juntos nesta caminhada; colegas estes que se tornaram novos amigos cuja amizade vai além dos meios acadêmicos.

À Professora Maria Aparecida do Nascimento Barretos, dirigente de Ensino da Diretoria de Ensino Região Guarulhos Sul, por oportunizar a realização deste estudo.

Aos meus colegas de trabalho do Núcleo Pedagógico, pela compreensão da minha ausência, pelo auxílio nas dúvidas da Língua Portuguesa, pelo carinho e principalmente pelo incentivo à conclusão desta pesquisa.

Aos meus amigos e familiares que, muitas vezes, compreenderam a minha ausência pelo fato de estar me dedicando a este trabalho.

Aos meus pais, pelo amor, pelo incentivo ao estudo e por sempre acreditarem nas minhas conquistas.

Às minhas irmãs, pelo carinho e por terem cuidado das minhas cachorrinhas durante minhas ausências.

Ao meu esposo Thiago, que, com seu amor, caminhou ao meu lado por toda essa jornada.

E a minha querida avó Laura, que foi minha grande companheira por 21 anos e hoje guardo com carinho todos os seus ensinamentos em meu coração.

Muito obrigada!

*Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o  
que ensina.*

*Cora Coralina*

## RESUMO

O uso das tecnologias da informação está presente em diversos ambientes, entre os quais o ambiente educacional, afetando alunos e professores. Diante deste cenário, esta pesquisa tem como objetivo analisar os conhecimentos revelados por professores de Matemática em um curso de formação continuada ao utilizarem Objetos de Aprendizagem, disponíveis no repositório M3 Matemática Multimídia como recurso tecnológico para o ensino de Geometria. Por meio da metodologia das Narrativas, os professores puderam relatar seus anseios e expectativas frente ao ensino de geometria, formação continuada, objetos de aprendizagem e uso das tecnologias. Como aporte teórico, esta pesquisa está embasada nas ideias de Shulman sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (TPCK), de Mishra e Koehler, revelados pelos professores ao longo dos encontros do grupo de estudo. Na análise das narrativas dos professores verificou-se que o conhecimento pedagógico aliado ao conhecimento do currículo foi importante na escolha dos Objetos de Aprendizagem, pois ao selecionar tais recursos, eram necessários tais conhecimentos assim como aspectos do conhecimento pedagógico e tecnológico para que pudessem inferir e justificar suas escolhas. Os resultados desta pesquisa apontam a necessidade de se investir na formação do professor frente à utilização de recursos tecnológicos na escola, uma vez que o professor reconhece a importância destes recursos no processo de aprendizagem, mas não o faz por desconhecer ou não saber proceder diante das tecnologias. Outro aspecto evidenciado é a questão dos professores se mostrarem receptivos quanto a cursos para complementar sua formação inicial.

**Palavras-Chave:** Objetos de Aprendizagem, Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico, Narrativas.

## **ABSTRACT**

The use of information technology is present in many environments, including the educational environment. This background, this research aims to an analysis of the knowledge revealed by mathematics teachers in a continuing education course to use learning objects available in the repository M3 Multimedia Mathematics as a technology for teaching geometry. Through the methodology of Narratives, the teachers were able to report their concerns and expectations the teaching of geometry, continuing education, learning objects and use of technologies. As a theoretical contribution, this research is based on the ideas of Shulman on Pedagogical Content Knowledge (PCK) and the Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK), Mishra and Koehler revealed by teachers over the meetings of the studying group. In the analysis of the narratives of teachers it was found that pedagogical knowledge combined with the knowledge of the curriculum was important in the choice of learning objects, as when selecting such resources were needed such knowledge as well as aspects of pedagogical and technological knowledge so that they could infer and justify their choices. The results of this study indicate the need to invest in teacher education for the use of technological resources in the school, once the teacher recognizes the importance of these resources in the learning process, but does not know or does not know how to conduct on the technologies. Another aspect highlighted is the fact of teachers being receptive regarding courses to complement their initial education.

**Keywords:** Learning Objects, Technological Pedagogical Content Knowledge, Narratives.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Conceitos, Procedimentos e Objetivos do Ensino de Geometria - PCN .....	14
Quadro 2 - Conteúdos dos blocos temáticos .....	19
Quadro 3 - Conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental II .....	20
Quadro 4 - Conteúdos de Matemática do Ensino Médio .....	22
Quadro 5 -Critérios de Avaliação de um Objeto de Aprendizagem.....	30
Quadro 6 - Critérios de Avaliação de um Objeto de Aprendizagem.....	30
Quadro 7 - Objetos de Aprendizagem Selecionados.....	37
Quadro 8 - Vídeos .....	50
Quadro 9 - Áudios.....	50
Quadro 10 - Experimentos .....	51

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Página inicial do site da Escola de Formação .....	2
Figura 2 – Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática .....	7
Figura 3 - Currículo Oficial do Estado de São Paulo – Matemática .....	7
Figura 4 - Página inicial do repositório M3 – Matemática Multimídias .....	33
Figura 5 - Capa- Guia do Professor do Experimento “A altura da árvore” .....	34
Figura 6 - Capa - Guia do Professor – Experimento “A altura da árvore” .....	35
Figura 7 - Capa – O Experimento “A altura da árvore” .....	35
Figura 8 - Folha do aluno do Experimento “A altura da árvore” .....	36
Figura 9 - Contextualização do TPACK .....	43

## SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS .....	i
LISTA DE FIGURAS .....	ii
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1 – PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA.....	5
1.1    Questões norteadoras.....	8
1.2    Objetivos .....	9
1.3    Estudos preliminares .....	9
CAPÍTULO 2 – A GEOMETRIA E A TECNOLOGIA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS..	13
CAPÍTULO 3 – SOBRE OBJETOS DE APRENDIZAGEM .....	25
3.1    Avaliação de Objetos de Aprendizagem .....	29
3.2    Alguns Repositórios de Objetos de Aprendizagem.....	31
3.2.1    RIVED.....	31
3.2.2    Banco Internacional de Objetos Educacionais .....	32
3.2.3    LabVirt .....	32
3.2.4    Projeto Cesta .....	33
3.3    M3 - Matemática Multimídia .....	33
CAPÍTULO 4 – APORTES TEÓRICOS .....	39
4.1    Pedagogical Content Knowledge - PCK .....	39
4.2    Technological Pedagogical Content Knowledge –TPACK .....	42
CAPÍTULO 5 – METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS .....	45
5.1    Metodologia .....	45
5.2    Procedimentos Metodológicos .....	47
5.3    Grupo de Estudos .....	49
5.4    Cronograma dos Encontros .....	52
5.5    Análise das Narrativas.....	54

5.5.1	Uso das tecnologias.....	54
5.5.2	Ensino e Aprendizagem da Geometria.....	60
5.5.3	Formação Continuada do Professor .....	61
5.5.4	Sobre os Objetos de Aprendizagem .....	63
5.7	Avaliação dos Objetos de Aprendizagem .....	67
5.8	Desenvolvimento da Atividade – Professor A .....	69
5.9	Desenvolvimento da Atividade – Professor B .....	71
CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DOS DADOS.....		73
6.1	Análise das atividades realizadas pelos Professores .....	73
6.2	Análise das narrativas.....	75
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....		79
REFERÊNCIAS .....		83
ANEXOS.....		85
ANEXO A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....		87
ANEXO B – Avaliação dos Objetos de Aprendizagem .....		89
ANEXO C – Atividade desenvolvida pelo Professor A .....		91
ANEXO D – Guia do Professor do Vídeo “A Lenda de Dido” .....		95
ANEXO E – Guia do Professor do vídeo “Ofereça Musical de Bach” .....		105
ANEXO F – Guia do Professor do vídeo “Naturalmente” .....		115
ANEXO G - Guia do Professor do Experimento “Como economizar cadaço” .....		127
ANEXO H – Roteiro do Experimento “Como economizar cadaço” .....		141
ANEXO I – Folha do Aluno do Experimento “Como economizar cadaço” .....		159



## INTRODUÇÃO

Minha trajetória na rede pública estadual de São Paulo tem início em 2006, quando fui aprovada no concurso público para professor de Matemática. Fiquei cinco anos na mesma escola na qual ingressei, lecionando Matemática para o Ensino Fundamental Ciclo II<sup>1</sup> e Educação de Jovens e Adultos. Em 2010, pedi remoção para outra unidade escolar e no primeiro semestre participei do processo seletivo realizado pela Diretoria de Ensino Região Guarulhos Sul para o cargo designado de Professor Coordenador de Oficina Pedagógica - Matemática (PCOP - Matemática), onde iniciei meus trabalhos em julho de 2010. Atualmente, a Oficina Pedagógica tem o nome de Núcleo Pedagógico e o cargo que exerço passou a ser de Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico - Matemática (PCNP - Matemática).

A função do Professor Coordenador de Núcleo Pedagógico envolve o acompanhamento do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem nas unidades escolares, da formação continuada dos Professores Coordenadores das escolas, realizada em orientações técnicas e dos professores das disciplinas, realizadas em cursos de atualização, oficinas e palestras.

A ideia de estudar os Objetos de Aprendizagem como recurso para ensino e aprendizagem teve início quando fui convidada, em maio de 2011, para ser tutora de um curso de formação continuada realizado a distância, para os professores de Matemática da rede pública do Estado de São Paulo.

A Escola de Formação e Aperfeiçoamento de Professores Paulo Renato Costa Souza (EFAP)<sup>2</sup>, da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, promoveu um curso de formação continuada a distância para professores de Matemática da rede pública com aulas atribuídas no Ensino Médio. Esse curso denominado M@tmídias 3, foi promovido em parceria da EFAP com a empresa Mais Serviços e Recursos Educacionais de Matemática. Na primeira edição, poderiam se inscrever professores da rede pública que tinham aulas

---

<sup>1</sup> A resolução SE nº 81/2011, publicada em 17/12/2011, no artigo 2º, estabelece que o ensino fundamental terá sua organização curricular desenvolvida em regime de progressão continuada, estruturada em 9 (nove anos), constituída por dois segmentos de ensino (ciclos):

I. anos iniciais, correspondendo ao ensino do 1º ao 5º ano;

II. anos finais, correspondendo ao ensino do 6º ao 9º ano.

Como este trabalho teve início em fevereiro de 2011, optou-se por manter a nomenclatura utilizada anteriormente, denominando o ensino do 6º ao 9º como Ensino Fundamental Ciclo II.

<sup>2</sup> [www.escoladeformacao.sp.gov.br](http://www.escoladeformacao.sp.gov.br)

atribuídas no 3º ano do Ensino Médio. Foram oferecidas 1140 vagas e todas foram preenchidas. O número de inscritos foi maior que a quantidade de vagas, o que acabou gerando a 2ª edição do M@tmídias 3 alguns meses depois.

Figura 1 – Página inicial do site da Escola de Formação



Fonte 1: [www.escoladeformacao.sp.gov.br](http://www.escoladeformacao.sp.gov.br)

O curso, na modalidade a distância, por meio do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) da EFAP, teve carga horária de 60 horas e foi dividido em 4 módulos, cada um com 15 horas, no qual foram abordados os seguintes conteúdos: Geometria Analítica, Equações Algébricas e Números Complexos, Estudo das Funções e Estatística.

Esses conteúdos eram abordados por meio de Objetos de Aprendizagem, que são encontrados em um repositório elaborado pelo Instituto de Matemática e Estatística da Unicamp chamado M3 Matemática Multimídia. Em cada módulo era possível contar com pelo menos um áudio, um vídeo e um *software*, que abordavam de maneiras distintas o assunto estudado.

Ao final do curso os professores cursistas deveriam escolher pelo menos um Objeto de Aprendizagem dentre os estudados durante os módulos para aplicá-lo em uma turma do 3º ano do Ensino Médio e depois elaborar um relatório sobre essa experiência, sendo essa atividade denominada “Atividade de Vivência”. Nesta “Atividade de Vivência” deveriam

constar: nome da escola, número de alunos participantes, a situação de aprendizagem selecionada (de acordo com o Caderno do Aluno<sup>3</sup> – material desenvolvido pela Secretaria Estadual de Educação - SEE), o objeto de aprendizagem relacionado com a situação de aprendizagem, os objetivos propostos e atingidos, formas de observação e registro, o nível de facilidade ou dificuldade com o uso dos objetos de aprendizagem, o interesse dos alunos com o material utilizado, o favorecimento da construção de conhecimento pelos alunos, adaptações e/ou sugestões e a conclusão. Esse relatório poderia ser no formato Word ou Power Point. Caso a atividade não fosse realizada, o professor cursista perderia o direito à certificação.

Após a verificação desses relatórios segundo os critérios estabelecidos, percebi que os professores das turmas das quais fui tutora, apontaram aspectos positivos sobre a utilização dos Objetos de Aprendizagem na sala de aula, mesmo os que tiveram dificuldades em utilizar recursos tecnológicos, como *datashow*, computador e internet. Alguns relataram que só conseguiram realizar a atividade porque contaram com o auxílio dos alunos para apoio no uso das tecnologias.

Esta experiência permitiu que eu acompanhasse de uma maneira próxima o uso das tecnologias como recurso para ensinar matemática. No entanto, alguns questionamentos surgiram, fazendo com que eu optasse por estudar os Objetos de Aprendizagem e como eles podem auxiliar o professor na sala de aula no contexto da Geometria.

Deste modo, essa pesquisa trata da utilização de alguns recursos digitais, os Objetos de Aprendizagem, como recursos para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental – Ciclo II. A ideia é apresentar aos professores tais recursos como possíveis facilitadores na contribuição do processo de ensino e aprendizagem e também analisar os conhecimentos que os professores revelam em relação ao conteúdo a ser trabalhado, bem como das tecnologias que serão utilizadas.

O capítulo 1 apresenta a justificativa desta pesquisa, as questões que norteiam esse trabalho além dos objetivos e os estudos preliminares referentes à utilização de Objetos de Aprendizagem para o ensino e aprendizagem da Matemática.

---

<sup>3</sup> O Caderno do Aluno é um material disponibilizado aos alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio da rede pública do Estado de São Paulo. Nele estão disponibilizados exercícios, mapas, tabelas, indicadores bibliográficos e dicas de estudo.

No capítulo 2 são apontadas as referências sobre o ensino de Geometria e o uso das tecnologias de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (1998) e o Currículo Oficial de Matemática (2010), que é o documento norteador desta disciplina na Educação do Estado de São Paulo.

No capítulo 3 há uma abordagem sobre os Objetos de Aprendizagem, as formas de avaliação de um Objeto de Aprendizagem e também apresenta sugestões de repositórios, entre eles o M3 Matemática Multimídia, selecionado para a realização desta pesquisa.

O capítulo 4 apresenta os aportes teóricos de Shulman, sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e de Mishra e Koehler sobre o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (TPACK).

O capítulo 5 traz a metodologia das Narrativas e os procedimentos desta investigação, compostos pela formação do grupo de estudos e o desenvolvimento das atividades deste grupo. Também são apresentadas as narrativas realizadas pelos professores durante os encontros do grupo.

No capítulo 6 há a análise das narrativas feitas pelos professores participantes, procurando responder a questão de pesquisa deste trabalho, bem como as questões secundárias que emergiram ao longo deste estudo.

Para concluir este trabalho, apresentamos as considerações finais.

## CAPÍTULO 1 – PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA

Nos dias atuais, o acesso aos recursos tecnológicos extrapolaram barreiras e se encontram nas mãos da maioria das pessoas, inclusive dos alunos da rede pública. Esses alunos também apresentam certo domínio na utilização das TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação).

O conceito da educação aprimorada pela tecnologia claramente é antigo [...] o que tem mudado drasticamente é a acessibilidade de tecnologia educacional fora da sala de aula e a facilidade com que novos objetos de aprendizagem podem ser desenvolvidos. O resultado desses dois avanços é que estudantes podem frequentemente utilizarem objetos de aprendizagem independentemente (por exemplo, sem a supervisão de um professor que poderia assisti-los quando eles tivessem dúvidas). (KOOHANG, HARMAN, 2007, p. 346 – tradução nossa).

Devido a este domínio e familiaridade dos estudantes, a inserção das TIC como recurso facilitador nas aulas de Matemática faz emergir o seguinte questionamento: como não utilizar as novas tecnologias como recurso no processo de ensino e aprendizagem com o uso de Objetos de Aprendizagem?

O artigo “*O lugar e o uso de novas tecnologias no ensino da matemática: atividades da ICMI<sup>4</sup> nos últimos 25 anos*” publicado na revista *ZDM Mathematics Educations* em 2010, retrata os estudos sobre o papel e o uso da tecnologia no ensino da Matemática realizados nos últimos 25 anos da ICMI (Comissão Internacional de Instrução Matemática), com o objetivo de analisar em que medida eles refletem a evolução das tendências de pesquisa e/ou de integração da tecnologia na prática real e também apontar alguns problemas que poderão surgir nos próximos anos. Neste trabalho também há a indicação de que métodos de ensino precisavam ser complementados por novas ferramentas para ajudar os alunos a avançar na Matemática. Nessa linha, o papel quadriculado é citado como uma das primeiras ferramentas para o ensino de Matemática e atualmente as ferramentas consideradas mais importantes e modernas são as novas tecnologias, chamadas também de tecnologia de computador, *software* e comunicação. O uso das tecnologias para o ensino da Matemática é visto com entusiasmo, mas sabe-se que a realidade do seu uso em sala de aula é um pouco diferente.

---

<sup>4</sup> ICMI – Comissão Internacional de Instrução Matemática.

Ainda, são mencionados estudos de vinte anos atrás, nos quais se sugeria que computadores e *softwares* ficariam encarregados da maior parte das tarefas matemáticas que os alunos deveriam aprender (pelo menos nos países industrializados), mas percebeu-se que a utilização das TICs envolve outros aspectos como: mediação dos conteúdos matemáticos, diferentes formas de resolver problemas e diferenças conceituais e práticas.

Este artigo também traz alguns pontos e questões que foram discutidos no ICME<sup>5</sup> sobre as TICs e os mesmos apontam as razões pelas quais o tema “tecnologia” foi discutido:

- A tecnologia é um catalisador para a mudança do currículo ou da prática de ensino.
- A tecnologia é uma ferramenta que muda profundamente a atividade matemática (modelagem, processamento de dados, na estatística, experimentação em álgebra, geometria, estatística e visualização em geometria).
- A tecnologia pode ajudar os alunos a ter uma compreensão melhor, pois ela oferece um nível intermediário entre a realidade física e o modelo matemático formal, o que justifica sua utilização em sala de aula.

No Brasil, a educação tecnológica é uma das diretrizes estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN – 9394/96) para orientar o Currículo no Ensino Médio e o mesmo documento sugere a alfabetização do aluno tecnologicamente, salientando a importância de aprender a lidar com computadores.

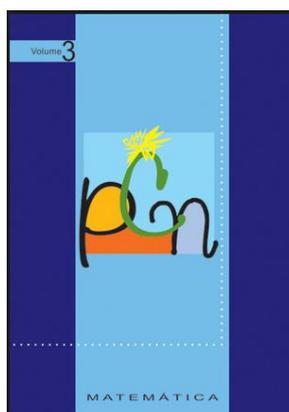
Entender as tecnologias da história humana como elementos da cultura, como parte das práticas sociais, culturais e produtivas, que, por sua vez, são inseparáveis dos conhecimentos científicos, artísticos e linguísticos que a fundamentam. (SÃO PAULO, 2010, p.22).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCNEF), a tecnologia é apresentada como um recurso educacional que pode ser um aliado do professor no ambiente educacional, onde a seleção destes recursos torna-se imprescindível para alcançar os objetivos que se pretende atingir. O professor é considerado fundamental na relação entre o aluno e recurso tecnológico.

---

<sup>5</sup> ICME – Congresso Internacional de Ensino de Matemática.

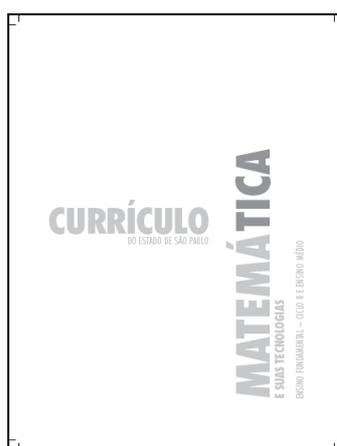
**Figura 2 – Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**



**Fonte 2: Parâmetros Curriculares Nacionais (Capa) – São Paulo, 1997.**

O Currículo Oficial do Estado de São Paulo, implantado em 2010, também faz referência ao uso das tecnologias nas salas de aula. Além de sugerir a utilização de instrumentos como calculadora e computadores, cita a importância da articulação com os recursos tecnológicos como formas de expressão, com o objetivo de “colaborar para uma tomada de consciência da ampliação de horizontes que essas ferramentas propiciam” (SÃO PAULO, 2010, p.35). Neste mesmo documento também há referências sobre o Ensino de Geometria nas diferentes séries do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, bem como os conteúdos a serem trabalhados em cada ano e quais habilidades os alunos deverão ter ao final da abordagem de cada assunto.

**Figura 3 - Currículo Oficial do Estado de São Paulo – Matemática**



**Fonte 3: São Paulo, 2010.**

Como Professora Coordenadora do Núcleo Pedagógico, uma das minhas funções é contribuir com a formação continuada dos professores de Matemática e a apresentação de recursos que possam auxiliá-los no processo de ensino e aprendizagem.

Deste modo, a formação de um grupo de estudos com professores de Matemática da rede pública estadual é significativa para esta pesquisa, pois será possível observar e analisar como os Objetos de Aprendizagem podem ser utilizados em sala de aula, para auxiliar os professores no ensino de conteúdos de Geometria. Dentre as observações realizadas pela pesquisadora no Grupo de Estudos dos professores, pode-se destacar a questão do conhecimento que o professor possui, especialmente em relação ao currículo, particularmente em relação ao eixo que trata do ensino de Geometria. O conhecimento tecnológico e habilidades para utilizar os recursos que serão trabalhados também fazem parte do estudo desta pesquisa.

Para a escolha e uso dos Objetos de Aprendizagem é importante que os professores tenham uma formação que os auxilie na sua prática docente. Delimitar o estudo em apenas um Objeto de Aprendizagem seria insuficiente, pois é necessário saber qual o público-alvo daquele professor (série/ano para qual o professor leciona), para qual conteúdo são necessárias outras formas de abordagem, quais recursos a escola possui de modo que o Objeto de Aprendizagem possa ser utilizado e quais as expectativas do professor mediante o uso desse recurso.

Uma das maneiras de elaborar o levantamento dessas informações é em momentos de conversa com os professores e na formação dos grupos de estudos que favorecem essas ocasiões junto aos docentes. Para subsidiar os encontros dos grupos de estudo, utilizou-se a metodologia das Narrativas, que pode permitir a descrição dos processos percorridos, os conhecimentos revelados pelos professores e as observações destes docentes sobre a atuação em sala de aula com o uso de Objetos de Aprendizagem.

## **1.1 Questões norteadoras**

Para nortear esta pesquisa, levantou-se a seguinte questão: Que aspectos do conhecimento são explicitados nas narrativas dos professores sobre a experiência vivenciada com o uso de Objetos de Aprendizagem?

Questões secundárias também emergiram nesta pesquisa:

- Quais são os agentes dificultadores no trabalho com Objetos de Aprendizagem que os professores encontram no ambiente escolar?
- O uso de objetos de aprendizagem pode contribuir para a consolidação do conhecimento do conteúdo pedagógico e tecnológico pelo professor?
- Os objetivos que o professor idealizou foram atingidos ao trabalhar um conteúdo de matemática utilizando Objetos de Aprendizagem como um dos recursos no processo de ensino?

Diante das questões norteadoras, os objetivos desta pesquisa foram estabelecidos, conforme são apresentados a seguir.

## **1.2 Objetivos**

O objetivo deste trabalho é analisar a possibilidade de observação dos aspectos do conhecimento explicitados nas narrativas dos professores sobre a experiência vivenciada no uso de Objetos de Aprendizagem, considerando principalmente os aspectos referentes ao conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo. Também serão observados os fatores facilitadores ou dificultadores da utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto realizou-se uma formação continuada para os professores de Matemática com a finalidade de analisarem e escolherem os Objetos de Aprendizagem a serem utilizados em sala de aula. Foram considerados os conteúdos referentes à Geometria apontados no Currículo do Estado de São Paulo, para que houvesse a delimitação quanto a escolha do Objeto de Aprendizagem pertinente a esta abordagem.

## **1.3 Estudos preliminares**

Posteriormente à escolha de Objetos de Aprendizagem como recurso tecnológico desta pesquisa, buscou-se referenciais no Banco de Teses e Dissertações dos trabalhos realizados na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) acerca dos Objetos de Aprendizagem, sendo encontradas duas dissertações, uma realizada no ano de 2005 e outra no ano de 2010.

A primeira é de autoria de Leila Souto Assis (2005), cujo título é: “*Concepções de professores de Matemática quanto à utilização de objetos de aprendizagem: um estudo de caso do projeto RIVED-Brasil*”. A autora aponta as concepções de professores de Matemática sobre a utilização de objetos de Aprendizagem como “recurso potencialmente auxiliador no processo de ensino-aprendizagem presencial da Matemática realizado em ambientes informatizados” (ASSIS, 2005, p.6). Realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa por meio do estudo de caso e a coleta de dados se deu por entrevistas semi-estruturadas.

A autora também analisou a prática dos entrevistados, suas pretensões e expectativas sobre ferramentas, recursos e tecnologia. Seu objetivo foi estudar as potenciais contribuições que poderiam emergir da integração entre o uso dos objetos de aprendizagem selecionados e as expectativas e práticas de ensino dos professores entrevistados. Três professores de Matemática participaram dessa pesquisa e foram utilizados dois módulos educacionais do projeto RIVED-Brasil: Funções Lineares e Quadráticas e Geometria Espacial.

Concluindo seu trabalho, Assis (2005) verificou que os objetos de aprendizagem são considerados um recurso auxiliador na medida em que forem utilizados em atividades planejadas e que os professores os enxergam como forma de reflexão dos alunos por meio da exploração de situações envolvendo os conteúdos trabalhados, propiciando assim a integração entre a teoria e a prática dos assuntos que foram explorados. Também destaca o uso de recursos tecnológicos de forma consciente, com atividades planejadas e direcionadas a atingir um objetivo, pois o uso da tecnologia pelo simples fato de utilizá-la em ambientes educacionais não garante a aprendizagem e não contribui no processo educacional.

O outro trabalho é do autor Edvaldo Vale de Souza (2010), com o título “*Objetos de Aprendizagem no ensino de Matemática e Física: uma proposta interdisciplinar*”. O autor apresenta o uso de Objetos de Aprendizagem no processo educacional com o objetivo de facilitar a compreensão dos alunos sobre conceitos habitualmente ensinados em Física e como apresentação de um recurso tecnológico para os professores utilizarem em suas aulas.

Nesta pesquisa foram realizadas três atividades com trinta e quatro alunos do 1º ano do Ensino Médio, considerando o aspecto da interdisciplinaridade entre Matemática e Física. Os Objetos de Aprendizagem utilizados foram selecionados nos repositórios LabVirt e RIVED. Utilizou-se como aportes teóricos as Teorias das Situações Didáticas e os Registros de Representação Semiótica e, para análise das atividades, baseou-se na Engenharia Didática.

Em sua conclusão, o autor descreve as quatro hipóteses levantadas e conclui que todas foram contempladas. A primeira descreve que “a abordagem interdisciplinar contribuiu para que os alunos aprendessem, com significado, alguns conceitos concernentes à função na Matemática” (SOUSA, 2010, p. 188). A segunda indica que houve sucesso a inclusão de Objetos de Aprendizagem por meio da metodologia de Engenharia Didática. A terceira hipótese aponta que a dinâmica do ambiente digital concorreu para que o aluno pudesse realizar repetições até tomar a decisão e solucionar as situações problema propostas. A quarta e última hipótese, trata da apresentação de organização de cálculos em tabela, apresentando a possibilidade de utilização de outras formas para representar funções. Neste capítulo o autor ainda relata que a escolha da Engenharia Didática como metodologia foi adequada na articulação entre os “Objetos de Aprendizagem, os aspectos interdisciplinares entre Matemática e Física, os registros de representação, a teoria das situações didáticas e a estruturação matemática do conhecimento da Física” (Ibid, p. 184), uma vez que os alunos obtiveram êxito nas atividades propostas.

Podemos identificar algumas características comuns entre o presente estudo e os dois trabalhos supracitados. No estudo realizado por Assis em 2005, foi verificado que os Objetos de Aprendizagem são recursos que, se utilizados de forma planejada, contribuem para o ensino e o mesmo pode ser constatado nesta pesquisa. Isso fica evidenciado na elaboração de uma das atividades realizadas na qual o professor utilizou um objeto de aprendizagem para dar início a um novo conteúdo e os alunos conseguiram realizar as atividades propostas sem maiores dificuldades. O mesmo êxito na utilização de Objetos de Aprendizagem com atividades planejadas também é observado na pesquisa realizada por Souza (2010), em que o pesquisador destaca a utilização de atividades para apresentar conceitos matemáticos que são utilizados em aulas de Física como uma abordagem interdisciplinar. O mesmo autor também aponta em seu trabalho aspectos positivos da utilização dos Objetos de Aprendizagem como o recurso tecnológico utilizado.

No capítulo a seguir abordaremos o ensino de Geometria, bem como os assuntos relacionados à tecnologia, de acordo com os documentos oficiais – Parâmetros Curriculares Nacionais – (PCN) e o Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo, que apresentam-se como documentos norteadores sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.



## **CAPÍTULO 2 – A GEOMETRIA E A TECNOLOGIA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS**

Em 1997 o Ministério da Educação (MEC) publicou os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN), como documentos norteadores da educação nacional e fornecendo subsídios necessários para que cada Estado pudesse construir seu currículo. Estão organizados por disciplina específica, sendo um deles destinado a disciplina de Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende-se criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. (BRASIL, 1998, p.5)

Nos PCN encontram-se algumas referências sobre o uso das tecnologias de diversas formas em sala de aula e de como elas podem influenciar na formação do aluno, permitindo a reflexão do professor sobre a contribuição destes recursos no processo de ensino e aprendizagem.

As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas. Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais pelos recursos da informática. Nesse cenário, insere-se mais um desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho, tradicionalmente apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer (BRASIL, 1998, p. 43).

Neste documento oficial, os computadores são citados como recursos digitais que auxiliam na compreensão de conceitos e no desenvolvimento cognitivo, permitindo um trabalho diferenciado e “que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros” (BRASIL, 1998, p. 44). A escolha dos recursos (em especial dos *softwares*) é apontada como um dos fatores primordiais, sendo que este deve estar de acordo com os objetivos pretendidos, conforme o processo de ensino no qual o aluno está inserido. O papel do professor é apontado como fundamental no processo de ensino e aprendizagem.

Longe da ideia de que o computador viria substituir o professor, seu uso vem, sobretudo, reforçar o papel do professor na preparação, condução e avaliação do processo de ensino e aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 45).

Nos PCN, os conteúdos matemáticos são divididos em quatro blocos temáticos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Neste trabalho vamos nos deter apenas ao bloco temático Espaço e Forma, pois nele que são apresentados os conteúdos de Geometria que devem ser estudados ao longo do Ensino Fundamental - Ciclo II.

Atualmente, há consenso a fim de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria e de outros campos do conhecimento). (BRASIL, 1998, p. 49)

A justificativa para a inserção da Geometria no currículo de Matemática é o desenvolvimento do pensamento do aluno, para que ele seja capaz de realizar a compreensão, a descrição e a representação, de maneira organizada, do mundo que vive.

Os PCN estão segmentados por ciclos e no presente trabalho serão apontados os conceitos, procedimentos e os objetivos sobre o ensino de Geometria referentes ao 3º Ciclo (5ª e 6ª série) e ao 4º Ciclo (7ª e 8ª série)<sup>6</sup>.

**Quadro 1 – Conceitos, Procedimentos e Objetivos do Ensino de Geometria - PCN**

Ciclo	Conceitos e Procedimentos	Objetivos
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas.</li> <li>• Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;</li> <li>• Estabelecer relações entre</li> </ul>

<sup>6</sup> Em 06 de fevereiro de 2006 foi aprovada a lei nº 11.274, que estabelece o Ensino Fundamental de 9 anos e o período escolar antes chamado de 5ª à 8ª série passa a ser denominado de 6º ao 9º ano.

<p>3º Ciclo (5ª e 6ª série)</p>	<p>nomenclatura própria.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Classificação de figuras bidimensionais e tridimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos, eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.</li> <li>• Composição e decomposição de figuras planas.</li> <li>• Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros.</li> <li>• Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície).</li> <li>• Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área).</li> <li>• Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números.</li> <li>• Construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas.</li> <li>• Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo são 180°.</li> </ul>	<p>figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver situações-problema que envolvam figuras planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar e representar a localização e o deslocamento</li> </ul>

<p>4º Ciclo (7ª e 8ª série)</p>	<p>cartesiano por um segmento de reta orientado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas.</li> <li>• Análise em poliedros da posição realtiva de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas e perpendiculares).</li> <li>• Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.</li> <li>• Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso.</li> <li>• Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais.</li> <li>• Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.</li> <li>• Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.</li> <li>• Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos.</li> <li>• Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.</li> <li>• Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).</li> </ul>	<p>de uma figura no plano cartesiano;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;</li> <li>• Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.</li> </ul>
---------------------------------	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.</li> <li>• Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.</li> <li>• Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).</li> <li>• Verificações experimentais e aplicações do Teorema de Tales.</li> <li>• Verificações experimentais, aplicações e demonstração do Teorema de Pitágoras.</li> </ul>	
--	--	--

**Fonte 4: Brasil, 1998 (p.64-89)**

Os conceitos e procedimentos apresentados nos PCN estão divididos em ciclos e neste documento não há referências sobre em que bimestre ou semestre os assuntos devem ser abordados, ficando a critério de cada Estado ou Município ao elaborar os documentos norteadores da Educação de sua região.

É fundamental ressaltar que, ao serem reinterpretados (os conteúdos por ciclos) regionalmente (nos estados e municípios) e localmente (nas unidades escolares), os conteúdos, além de incorporar elementos específicos de cada realidade, serão organizados de forma articulada e integrada ao projeto educacional de cada escola (BRASIL, 1998, p. 54).

Nos PCN também são enfatizados a relação do bloco Espaço e Forma com os outros blocos temáticos existentes no referido documento. Ressalta-se a importância dessa relação, explicitando que, embora distribuídos e ensinados em contextos diferentes, os conteúdos estão interligados.

A variedade de conexões que podem ser estabelecidas entre os diferentes blocos, ou seja, ao planejar suas atividades, o professor procurará articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando a possibilitar a compreensão mais ampla que o aluno possa atingir a respeito dos princípios e métodos básicos do corpo de conhecimentos matemáticos (proporcionalidade, equivalência, indução, dedução, etc); além disso,

buscará estabelecer ligações entre a Matemática, as situações cotidianas dos alunos e as outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 53)

No ano de 2008, no Estado de São Paulo, foi apresentada aos professores de Matemática da rede pública estadual a Proposta Curricular de Matemática. Este documento, que é baseado na mesma concepção dos PCN, serviu como base e antecedeu o Currículo Oficial de Matemática, implantado na rede a partir de 2010, cuja intenção é oferecer uma base comum de conteúdos de forma a alcançar uma condição igualitária de aprendizagem.

A criação desse documento oficial baseia-se no artigo 26 da lei de 9394/96, Lei de Diretrizes e Bases (LDB):

Os currículos do Ensino Fundamental e Médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e de estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. (LDBEN, 1996).

O Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo foi elaborado a fim de assegurar a todos os alunos de todas as escolas estaduais um mesmo percurso durante o processo de aprendizagem e para que se pudessem definir as metas que os alunos têm direito a atingir em Matemática. “Um currículo tem a função de mapear os temas/conteúdos considerados relevantes, tendo em vista o tratamento da informação e a construção do conhecimento” (SÃO PAULO, 2010, p.36). O foco principal do Currículo que orienta as ações educacionais é a transformação de informações em conhecimento.

Somado à preocupação com a aprendizagem de todos os alunos, o Currículo de Matemática foi elaborado como apoio didático para subsidiar o planejamento dos professores. Além do foco à aprendizagem dos alunos, a elaboração do Currículo conta com material de apoio didático para subsidiar o planejamento das aulas, o Caderno do Professor de Matemática, de forma a se orientarem em função dos propósitos comuns. Neste documento constam:

Os conteúdos que versam sobre currículo, planejamento e avaliação de forma a subsidiar o professor e o gestor em suas práticas para implementar o Currículo do Estado de São Paulo, organizar sua crítica e construir a Proposta Pedagógica que representa a identidade de sua unidade. (SÃO PAULO, 2010, p.4).

O Currículo, além de sugerir a utilização de instrumentos como calculadora e computadores, versa sobre a importância da articulação com os recursos tecnológicos como formas de expressão, com o objetivo de “colaborar para uma tomada de consciência da ampliação de horizontes que essas ferramentas propiciam” (SÃO PAULO, 2010, p.35).

Os conteúdos de Matemática do Currículo do Estado de São Paulo foram organizados em três grandes blocos temáticos: Números, Geometria e Relações. Essa organização acontece tanto no Ensino Fundamental Ciclo II como no Ensino Médio.

O quadro a seguir mostra os conteúdos de cada um dos blocos:

**Quadro 2 - Conteúdos dos blocos temáticos**

<b>Blocos Temáticos</b>	<b>Conteúdos</b>
<b>NÚMEROS</b>	Envolvem as noções de contagem, medida e representação simbólica, tanto de grandezas efetivamente existentes quanto de outras imaginadas a partir das primeiras, incluindo-se representação algébrica das operações fundamentais na constituição de noção de número são as de equivalência e ordem.
<b>GEOMETRIA</b>	Diz respeito diretamente à percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais; à construção e à representação de formas geométricas existentes ou imaginadas, e à elaboração de concepções de espaço que sirvam de suporte para compreensão do mundo físico que nos cerca.
<b>RELAÇÕES</b>	Consideradas como um bloco temático, incluem a noção de medida, com a fecundidade e a riqueza de ideia de aproximação; as relações métricas em geral; e as relações de interdependência, como as de proporcionalidade ou as associadas à ideia de função.

Fonte 5: São Paulo, 2010, (p. 39)

No Currículo existe a preocupação de se entrelaçar os conteúdos da Geometria plana e espacial e da Álgebra com a Geometria, sempre se aproximando da Geometria analítica.

Consideramos que a Geometria deve ser tratada, ao longo de todos os anos, em abordagem espiralada, o que significa dizer que os grandes temas podem aparecer tanto nas séries/anos do Ensino Fundamental quanto nas séries do Ensino Médio, sendo a diferença a escala do tratamento dada ao tema. (SÃO PAULO, 2010, p.41).

O exposto pode ser observado nos quadros a seguir, que mostram quais conteúdos de Geometria são abordados em cada série e quais as habilidades os alunos precisam demonstrar em cada tema. “Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de cada bimestre, após serem apresentados os conteúdos listados” (SÃO PAULO, 2010, p.55).

**Quadro 3 - Conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental II**

<b>Ensino Fundamental</b>			
<b>Série/Ano</b>	<b>Bimestre(s)</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Habilidades</b>
<b>5<sup>a</sup> / 6<sup>o</sup></b>	<b>3<sup>o</sup></b>	<p><b>Geometria / Relações</b></p> <p>Formas geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formas planas</li> <li>• Formas espaciais</li> </ul> <p>Perímetro e Área</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Unidades de medida</li> <li>• Perímetro de uma figura plana</li> <li>• Cálculo de área por composição e decomposição</li> <li>• Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber identificar e classificar formas planas e espaciais em contextos concretos e por meio de suas representações em desenhos e em malhas.</li> <li>• Saber planificar figuras espaciais e identificar figuras espaciais a partir de suas planificações.</li> <li>• Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras.</li> <li>• Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas, bem como utilizá-la em construções geométricas elementares.</li> </ul>
<b>6<sup>a</sup> / 7<sup>o</sup></b>	<b>2<sup>o</sup></b>	<p><b>Geometria</b></p> <p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ângulos</li> <li>• Polígonos</li> <li>• Circunferência</li> <li>• Simetrias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a ideia de medida de um ângulo (grau), sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos.</li> <li>• Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia.</li> <li>• Saber calcular a soma das medidas</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construções Geométricas</li> <li>• Poliedros</li> </ul>	<p>dos ângulos internos de um triângulo e estender tal cálculo para polígonos de <math>n</math> lados</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber aplicar os conhecimentos sobre a soma das medidas dos ângulos de um triângulo e de um polígono em situações práticas</li> <li>• Saber identificar elementos de poliedros e classificar os poliedros segundo diversos pontos de vista</li> <li>• Saber planificar e representar (em vistas) figuras espaciais</li> </ul>
7 <sup>a</sup> / 8 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>	<p><b>Geometria</b> Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Teorema de Tales</li> <li>• Teorema de Pitágoras</li> <li>• Área de polígonos</li> <li>• Volume do prisma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer e aplicar o teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos</li> <li>• Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos</li> <li>• Calcular áreas de polígonos diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares</li> <li>• Saber identificar prismas em diferentes contextos, bem como saber construí-los e calcular seus volumes</li> </ul>
8 <sup>a</sup> / 9 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup> e 4 <sup>o</sup>	<p><b>Geometria / Relações</b> Proporcionalidade na Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceito de semelhança</li> <li>• Semelhança de triângulos</li> <li>• Razões trigonométricas</li> </ul> <p><b>Geometria / Números</b> Corpos redondos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O número <math>\pi</math>; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo</li> <li>• Volume e área do círculo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer a circunferência, seus principais elementos, suas características e suas partes</li> <li>• Compreender o significado do <math>\pi</math> como uma razão e sua utilização no cálculo do perímetro e da área da circunferência</li> <li>• Saber calcular de modo compreensivo a área e o volume do cilindro</li> </ul>

Fonte 6: São Paulo, 2010 (p.58-64)

**Quadro 4 - Conteúdos de Matemática do Ensino Médio**

<b>Ensino Médio</b>			
<b>Série</b>	<b>Bimestre(s)</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Habilidades</b>
<b>1ª</b>	<b>4º</b>	<p><b>Geometria / Relações</b></p> <p>Geometria-Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razões trigonométricas nos triângulos retângulos</li> <li>• Polígonos regulares; inscrição, circunscrição e pavimentação de superfícies</li> <li>• Resolução de triângulos não retângulos: Lei dos Senos e Lei dos Cossenos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber usar de modo sistemático relações métricas fundamentais entre os elementos de triângulos retângulos, em diferentes contextos.</li> <li>• Conhecer algumas relações métricas fundamentais em triângulos não retângulos, especialmente a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos.</li> <li>• Saber construir polígonos regulares e reconhecer suas propriedades fundamentais</li> <li>• Saber aplicar as propriedades dos polígonos regulares no problema da pavimentação de superfícies</li> <li>• Saber inscrever e circunscrever polígonos regulares em circunferências dadas</li> </ul>
<b>2ª</b>	<b>4º</b>	<p><b>Geometria</b></p> <p>Geometria métrica espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos de geometria de posição</li> <li>• Poliedros, prismas e pirâmides</li> </ul> <p>Cilindros, cones e esferas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender os fatos fundamentais relativos ao modo geométrico de organização do conhecimento (conceitos primitivos, definições, postulados e teoremas)</li> <li>• Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro, utilizando-as em diferentes contextos</li> <li>• Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone, utilizando-as em diferentes contextos</li> <li>• Saber identificar propriedades</li> </ul>

			<p>características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes, utilizando-as em diferentes contextos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender as propriedades da esfera e de suas partes, relacionando-as com os significados dos fusos, das latitudes e das longitudes terrestres</li> </ul>
3 <sup>a</sup>	1 <sup>o</sup>	<p><b>Geometria / Relações</b></p> <p>Geometria Analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pontos: distância, ponto médio e alinhamento de três pontos</li> <li>• Reta: equação e estudo dos coeficientes; problemas lineares</li> <li>• Ponto e reta: distância</li> <li>• Circunferência: equação</li> <li>• Reta e circunferência: posições relativas</li> <li>• Cônicas: noções, equações, aplicações</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações</li> <li>• Saber reconhecer a equação da reta, o significado de seus coeficientes, as condições que garantem o paralelismo e a perpendicularidade entre retas</li> <li>• Compreender a representação de regiões do plano por meio de inequações lineares</li> <li>• Saber resolver problemas práticos associados a equações e inequações lineares</li> <li>• Saber identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida e conhecer as propriedades características das cônicas</li> </ul>

Fonte 7: São Paulo, 2010, (p.66-69)

Analisando os quadros anteriores (3 e 4), percebe-se que há uma preocupação, principalmente no Ensino Fundamental Ciclo II, em não deixar a Geometria como conteúdo a ser ensinada apenas no último bimestre (final do ano); ela está intercalada entre outros conteúdos a serem ensinados ao longo do ano letivo.

No artigo “*Por que não ensinar Geometria?*”, Lorenzato (1995) coloca que o fato da Geometria ser apresentada no final do livro didático era uma das causas de não se estudar os assuntos relacionados a este conteúdo por falta de tempo letivo. Outros motivos de omissão quanto ao ensino de Geometria também são citados: o primeiro é a falta de conhecimento do

professor quanto ao conteúdo de Geometria e a outra é a forma que o conteúdo de Geometria é apresentado nos livros didáticos “como um conjunto de definições, propriedades, nome e fórmulas desligados de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica (...) ou é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico” (Ibid, p.4).

No mesmo artigo, Lorenzato (1995) também justifica a motivo de se ensinar Geometria aos alunos do Ensino Fundamental II:

Na verdade, para justificar a necessidade de ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p.5).

No Currículo não são abordados temas referentes à geometria não euclidiana<sup>7</sup>, pois se procurou “recorrer aos assuntos usuais nos diversos programas e materiais didáticos existentes, não introduzindo nominalmente temas distanciados das práticas dos professores” (SÃO PAULO 2010, p.38), mas o professor em suas aulas, ao refletir os diferentes modos de conceber o espaço, pode instigar algumas ideias sobre geometria não euclidiana.

Com o Grupo de Estudos realizado com professores da rede pública estadual, optou-se por adotar os conteúdos de Geometria que são postos no Currículo Oficial do Estado de São Paulo para selecionar os Objetos de Aprendizagem utilizados neste estudo.

O capítulo seguinte trata dos Objetos de Aprendizagem, a apresentação do repositório M3 Matemática Multimídia, sugestões de outros repositórios bem como critérios para avaliação de um Objeto de Aprendizagem para sua utilização em sala de aula.

---

<sup>7</sup> A geometria euclidiana trata dos estudos sobre os planos e objetos em três dimensões. Recebe este nome por conta do matemático Euclides, que a descreve na sua obra “Os Elementos”. Na geometria não euclidiana, são estudadas as curvas e as superfícies curvas.

### CAPÍTULO 3 – SOBRE OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Um dos recursos que estão presentes nas TICs são os Objetos de Aprendizagem, entendidos como unidades de ensino reutilizáveis. De acordo com Assis (2005), diferentemente de ser um conceito muito bem estabelecido, a definição de objeto de aprendizagem é uma concepção emergente que possui várias versões. Por isso, serão descritos aqui alguns conceitos relacionados aos objetos de aprendizagem.

Segundo Wiley (2000 apud ASSIS, 2005, p.27), “um objeto de aprendizagem é qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para suportar a aprendizagem”.

Outra concepção sobre objetos de aprendizagem é citada por Neto (2013, p.2), conforme o *Learning Objects Metadata Workgroup* “os Objetos de Aprendizagem podem ser definidos por qualquer entidade, digital ou não digital, que possa ser reutilizada ou referenciada durante o aprendizado suportado por tecnologias”.

Ainda de acordo com Assis (2005, p.26), o grupo *IEEE -Institute of Electrical and Electronics Engineers* (2002) define objetos de aprendizagem como “qualquer entidade digital ou não digital que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante a aprendizagem apoiada pela tecnologia”.

Uma visão diferente sobre o que é um objeto de aprendizagem é de L’allier (1997 apud ASSIS, 2005, p.28), que a descreve como a menor experiência de estrutura autônoma que contém um objetivo, uma atividade de aprendizagem e uma avaliação.

Embora não exista uma identidade comum sobre a definição de um objeto de aprendizagem, há um consenso na descrição de suas características, descritas por Assis (2005, p.31 e 32):

- **Interatividade:** que possibilita um envolvimento do estudante com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou mesmo responder a algum evento em resposta a uma interação com o objeto de aprendizagem;
- **Granularidade:** evidencia de que forma um objeto de aprendizagem pode ser agrupado em conjuntos maiores de conteúdos, incluindo estruturas tradicionais de cursos;

- **Reusabilidade:** representa a potencialidade de um objeto poder ser usado em diferentes contextos e para diferentes propósitos, não exclusivamente para o qual foi concebido;
- **Interoperabilidade:** descreve a potencialidade de utilização de um objeto de aprendizagem, indiferentemente das plataformas envolvidas (em acordo com o escopo definido para a utilização deste objeto e explicitado em seus metadados);
- **Conceituação:** demonstra o vínculo essencial existente entre um objeto de aprendizagem e o conteúdo que se pretende abordar ao utilizá-lo como ferramenta em um processo de ensino-aprendizagem;
- **Identificação por Metadados:** descreve as informações relacionadas à identificação, conteúdo e histórico de um objeto de aprendizagem, permitindo que seja facilmente localizado por mecanismos de busca, e desta forma, esteja disponível para quem desejar utilizá-lo.

No site de apresentação do Projeto Cesta<sup>8</sup> também são destacados os benefícios da catalogação dos Objetos de Aprendizagem, além de reusabilidade e interoperabilidade, citados anteriormente, como segue:

- **Acessibilidade:** possibilidade de acessar recursos educacionais em um local remoto e usá-los em muitos outros locais;
- **Durabilidade:** uso dos recursos educacionais quando a base tecnológica é alterada, sem que seja necessário reprojetar ou recodificação.

Em sua obra, Koohang e Harman (2007), apontam alguns aspectos da Teoria da Usabilidade relacionados aos Objetos de Aprendizagem. Os autores descrevem a usabilidade de uma ferramenta como a facilidade de se utilizar determinado objeto.

O conceito de usabilidade é relativamente simples de descrever em termos leigos e a maioria das pessoas tem uma compreensão intuitiva dele. É muitas vezes referida como a facilidade de uso de um objeto (onde o objeto pode ser uma máquina, *software* ou *hardware* de computador, uma ferramenta, ou até mesmo um objeto cotidiano, como uma caneta esferográfica). Em termos mais simples, a usabilidade é uma descrição de como é inerentemente fácil usar um objeto<sup>9</sup> (KOOHANG, HARMAN, 2007, p. 338).

Ainda observando que o conceito de usabilidade pode ser intuitivo, os autores apresentam algumas definições dadas por diferentes autores. Costabile *et al* (2005, apud

---

<sup>8</sup> O Projeto Cesta é uma coleção de entidades de suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem, que foi criado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) com o objetivo de organizar o registro dos Objetos de Aprendizagem. O Projeto Cesta também será apresentado como repositório nesta pesquisa.

<sup>9</sup> Tradução nossa.

KOOHANG, HARMAN, 2007) relacionam a questão da facilidade de uso com os objetivos estabelecidos pelo usuário, apontando que “o foco da usabilidade estende-se principalmente com o grau que um produto é eficaz, eficiente e satisfatório (Ibid, p.338)”.

Nielsen (1993 apud KOOHANG, HARMAN, 2007), amplia a ideia de usabilidade, apresentando cinco atributos que complementam este conceito.

- **Capacidade de aprendizado:** O sistema deve ser fácil de aprender de modo que o usuário possa começar rapidamente obter algum aprendizado por meio do sistema.
- **Eficiência:** O sistema deve ser eficiente ao ser utilizado, de modo que o usuário apresente produtividade assim que aprenda a utilizar o sistema.
- **Memorabilidade:** O sistema deve ser fácil de lembrar, para que o usuário casual seja capaz de retornar ao sistema após algum período de não tê-lo usado, sem ter que aprender tudo de novo.
- **Erros:** O sistema deve ter uma baixa taxa de erro, de modo que os utilizadores façam poucos erros durante a utilização do sistema, e, caso aconteça isso, o usuário possa facilmente se recuperar a partir deles. Além disso, os erros catastróficos não devem ocorrer.
- **Satisfação:** O sistema deve ser agradável de usar, de modo que os usuários se sintam satisfeitos ao utilizá-los e utilizam porque gostam<sup>10</sup>. (Ibid, p.339)

Pode-se observar que o conceito de usabilidade se relaciona com os Objetos de Aprendizagem, uma vez que esse recurso tecnológico deve ser eficiente não só quanto aos objetivos estabelecidos pelo professor. É necessário que ele seja atrativo, de fácil utilização, sendo mais um estímulo no processo de aprendizagem. Se o aluno encontrar muitas dificuldades em utilizar determinada tecnologia, certamente ele irá desistir de aprender ou utilizar os recursos tecnológicos, inclusive os Objetos de Aprendizagem.

Os Objetos de Aprendizagem podem ser encontrados em repositórios na rede (internet) através de seus metadados, que são “a identidade dos mesmos, o que possibilita fácil localização e escolha da forma mais adequada possível” (SOUSA, 2010, p.77).

Repositórios são sites nos quais são encontrados recursos digitais para ensino e aprendizagem. Esses recursos podem ser textos, imagens estáticas ou animadas, arquivos de som e objetos de aprendizagem. Na página de internet do Projeto Cesta, é destacado que Objetos Educacionais são mais eficientemente aproveitados quando organizados em uma

---

<sup>10</sup> Tradução nossa.

classificação de metadados e armazenados em um repositório integrável a um sistema de gerenciamento de aprendizagem. Da mesma referência cita-se:

Os materiais desenvolvidos, principalmente os que usam multimídia educacional, precisam ser organizados e armazenados com vistas a seu acesso on-line e adequadamente catalogados para que possam ser recuperados quando e como necessário (PROJETO CESTA, 2012).

Esses repositórios foram criados para apoiar cursos presenciais e à distância, focados para o ensino de um determinado conteúdo.

Os Objetos de Aprendizagem tornam-se outro recurso para o professor trabalhar o conteúdo e elaborar suas aulas, pois o mesmo pode ser utilizado como um motivador para um novo assunto a ser abordado ou mesmo para dar fechamento a uma sequência de conhecimentos sobre um determinado tema, ou seja, aplicar os saberes adquiridos dentro dessa sequência de atividades.

Outro motivo na escolha dos Objetos de Aprendizagem como um recurso pedagógico e tecnológico para auxiliar os professores no ambiente escolar é o fato de muitos serem gratuitos, já que serão utilizados em salas de informática de escolas públicas, e as mesmas só autorizam a utilização de sites ou programas gratuitos. Os alunos que possuírem acesso à internet fora do ambiente escolar também poderão acessar os Objetos de Aprendizagem (utilizados na escola ou outros) em qualquer momento que desejarem, assim como os professores. Essa ideia vem ao encontro sobre a utilização de Objetos de Aprendizagem citados no site do Projeto Cesta:

A construção de repositórios interoperáveis de objetos educacionais permitirá o desenvolvimento de sistemas de aprendizagem adaptativos capazes de montar conteúdos sob demanda para prover aos estudantes situações de aprendizagem e apoio em qualquer momento e a partir de qualquer lugar (PROJETO CESTA, 2012).

Integrando o processo de seleção de um objeto de aprendizagem, é importante que o professor faça algumas apreciações quanto ao recurso escolhido, ou seja, que ele realize uma avaliação dos objetos de aprendizagem que ele irá utilizar em suas aulas. É por meio dela que o professor consegue identificar se o Objeto de Aprendizagem escolhido vem ao encontro de suas necessidades no processo de ensino e aprendizagem.

### 3.1 Avaliação de Objetos de Aprendizagem

A avaliação de um Objeto de Aprendizagem permite que o professor possa se orientar quanto ao seu uso, bem como “reconhecer e avaliar características importantes nestes materiais, características que podem atestar ou não sua qualidade” (REATEGUI, 2010, p.2). Outros aspectos que são necessários observar: se há alinhamento entre as metas estabelecidas e as atividades propostas e facilidade de navegação.

De acordo com Tarouco (2013), outros aspectos importantes são apontados sobre a realização da avaliação de Objetos de Aprendizagem:

- Avaliações podem prover orientação para um melhor uso de um objeto;
- Participação em atividades de avaliação pode contribuir para o desenvolvimento profissional daqueles que trabalham com objetos de aprendizagem (idem, n.p.).

Pode-se perceber então a importância da avaliação dos Objetos de Aprendizagem não somente para que o professor selecione o melhor Objeto observando os conteúdos e os objetivos a serem atingidos, mas permite que ele também se aprimore frente à utilização destes recursos tecnológicos.

Para elaborar a avaliação dos Objetos de Aprendizagem que os professores utilizaram no Grupo de Estudos, nos apoiamos na apresentação de Avaliações de Objetos de Aprendizagem, de Liane Tarouco (CINTED/UFRGS - 2013), em que são apontadas duas abordagens para avaliações de Objetos de Aprendizagem.

A primeira abordagem é o modelo utilizado no sistema MERLOT (*Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching*) onde analisa-se um Objeto de Aprendizagem de acordo com os seguintes critérios: **qualidade de conteúdo, usabilidade e potencial como ferramenta de ensino**. A outra abordagem é a do sistema EDUCAUSE 2010. Para esta concepção, o primeiro passo é identificar o Objeto de Aprendizagem a ser avaliado, enumerando suas características (Título do Objeto de Aprendizagem, Breve descrição, URL, Objetivo da aprendizagem e Público-alvo). Após essa etapa, são definidas a escala de avaliação, conforme quadro a seguir:

#### Quadro 5 -Critérios de Avaliação de um Objeto de Aprendizagem

<b>Critérios para Avaliação</b>
5- Concordo Plenamente
4- Concordo
3- Não concordo nem discordo
2- Discordo
1-Discordo completamente
Sem resposta

Fonte 8: Tarouco, 2012

A seguir, estão os critérios de avaliação de um Objeto de Aprendizagem:

#### Quadro 6 - Critérios de Avaliação de um Objeto de Aprendizagem

<b>Qualidade e Conteúdo</b>
É claro e conciso
Demonstra um conceito base
É relevante
Apresenta informações precisas
É flexível e reutilizável
Inclui quantia adequada de material
Resume bem o conceito
Muito alta a qualidade do conteúdo
Avaliação geral
<b>Facilidade de Uso</b>
É fácil de usar
Tem instruções claras
É engajador
Visualmente atraente
Interativo
Qualidade de projeto elevada
Avaliação geral
<b>Potencia como recurso de ensino</b>

Identifica objetivos de aprendizagem
Identifica conhecimentos pré-requisito
Reforça conceitos progressivamente
Fundamenta em conceitos prévios
Demonstra relações entre conceitos
É muito eficiente
Avaliação geral

**Fonte 9: Tarouco, 2012**

Para este trabalho optou-se pela abordagem do sistema EDUCAUSE (2010), que apresenta uma forma de avaliação por escalas de diferentes critérios que se pode observar em um Objeto de Aprendizagem. Considerou-se esta avaliação como a mais adequada para auxiliar o professor no processo de seleção do Objeto de Aprendizagem para a realização de suas atividades em sala de aula.

### **3.2 Alguns Repositórios de Objetos de Aprendizagem**

Este item é dedicado à apresentação do repositório utilizado nesta pesquisa - M3 Matemática Multimídia. Além dele, optou-se por apresentar outros exemplos de repositórios, permitindo ao professor ter um número maior de opções no momento da seleção dos Objetos de Aprendizagem para organizar as atividades que pretende realizar com os alunos.

#### **3.2.1 RIVED**

A Rede Internacional Virtual de Educação – RIVED<sup>11</sup> - é um projeto elaborado com o intuito de produzir materiais pedagógicos digitais na forma de objetos de aprendizagem. Foi desenvolvido pela Secretaria de Educação a Distância (SEED) e pela Secretaria de Educação Básica (SEB), em parceria com Instituições Públicas de Ensino Superior, com o propósito de auxiliar os professores que trabalham com as disciplinas de Matemática, Biologia, Física ou Química no ensino e a aprendizagem de conteúdos por meios de recursos da tecnologia, sendo o seu acesso e sua utilização gratuitos.

---

<sup>11</sup> <http://rived.mec.gov.br>

### **3.2.2 Banco Internacional de Objetos Educacionais**

O Banco Internacional de Objetos Educacionais<sup>12</sup> é um repositório criado pelo Ministério da Educação (MEC) em parceria com o Ministério da Tecnologia e Ciência (MCT), Rede Latinoamericana de Portais Educacionais (RELPE), Organização dos Estados Ibero-americanos (OEI) e outros. Elaborado em 2008, seu objetivo é manter e compartilhar recursos digitais de acesso público, em diferentes formatos e destinados a todos os níveis de ensino.

O acesso a seu acervo de publicações está disponível para gestores (de políticas educacionais locais, escolares e de repositórios educacionais), para professores de todos os níveis de Educação (Básica, Profissional e Superior), para produtores de recursos pedagógicos digitais, pesquisadores e pessoas que tenham interesses diversos.

Esse repositório é parte integrante do Portal do Professor, do MEC e permite que professores do mundo inteiro possam publicar suas produções e acessar os materiais disponibilizados.

### **3.2.3 LabVirt**

Com o objetivo de construção de uma infra-estrutura pedagógica e tecnológica para subsidiar projetos das disciplinas de Física e Química, o Laboratório Didático Virtual - LabVirt<sup>13</sup>, foi criado pela Escola do Futuro da Universidade de São Paulo e conta com a colaboração para sua construção de alunos e professores de escolas públicas, de universidades e também com a colaboração de pesquisadores.

Para elaborar um Objeto de Aprendizagem, os alunos de escolas públicas partem para a identificação dos conceitos de algum assunto de Física ou Química, tendo como base situações e informações do cotidiano. Os professores também participam desse processo, mediando essas informações, que chegam aos alunos universitários, professores e pesquisadores, que “transformam” esses conceitos sugeridos anteriormente em objetos de aprendizagem os quais tornam-se disponíveis para utilização de todos (alunos e educadores), podendo reutilizá-los quando acharem conveniente.

De acordo com Assis (2005), o objetivo do projeto LabVirt é:

---

<sup>12</sup> <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br>

<sup>13</sup> <http://www.labvirt.fe.usp.br/>

construir uma infra-estrutura pedagógica e tecnológica – comunidade de aprendizagem – que facilita o desenvolvimento de projetos de Física e Química nas escolas e incentive no aluno: o pensamento crítico, o uso do método científico, o gosto pela ciência e principalmente a reflexão e compreensão do mundo que o cerca (Ibid, p.51)

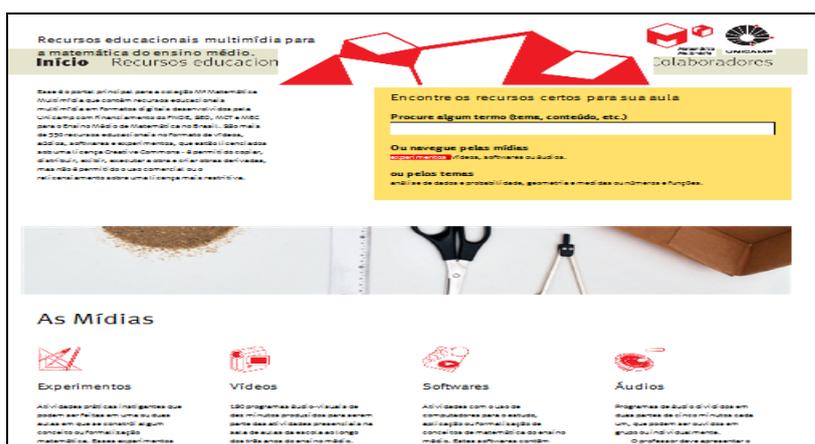
### 3.2.4 Projeto Cesta

Organizado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), o projeto Cesta<sup>14</sup> (Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem) foi pensado com o objetivo de organizar o registro dos Objetos de Aprendizagem desenvolvidos pela equipe de Pós-Graduação Informática na Educação e do Cinted – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da UFRGS.

### 3.3 M3 - Matemática Multimídia

O repositório M3 Matemática Multimídia<sup>15</sup>, criado pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), com financiamento do FNDE<sup>16</sup>, SED<sup>17</sup>, MCT e MEC para o Ensino Médio de Matemática no Brasil. Conforme informações contidas no site, neste repositório estão disponibilizados mais de trezentos e cinquenta recursos educacionais que estão licenciados sob uma licença Creative Commons, que permite copiar, distribuir, exibir, executar a obra e criar obras derivadas, mas não permite o uso comercial ou o relicenciamento sobre uma licença mais restritiva.

Figura 4 - Página inicial do repositório M3 – Matemática Multimídias



Fonte 10: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

<sup>14</sup> <http://www.cinted.ufrgs.br/CESTA/>

<sup>15</sup> <http://www.m3.ime.unicamp.br/>

<sup>16</sup> FNDE- Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

<sup>17</sup> SED - Secretaria de Educação a Distância

Os Objetos de Aprendizagem neste repositório estão divididos em quatro categorias: Vídeo, Áudio, Experimento e *Software*. Todos os vídeos, áudios, experimentos e *softwares* possuem o Guia do Professor, que é um aprofundamento do conteúdo, apresentando sugestões de atividades que podem ser realizadas antes ou depois da utilização desses objetos de aprendizagem. O Experimento, além do Guia do Professor, também possui outros dois arquivos, que são “O Experimento”, onde é possível encontrar orientações básicas para que as atividades propostas possam ser realizadas na sala de aula e a “Folha do Aluno”, que pode ser utilizada para que os alunos acompanhem as propostas da atividade selecionada. No *Software* ainda encontra-se o link “Usar na internet”, que permite acesso ao recurso que será utilizado nesta mídia.

Figura 5 - Capa- Guia do Professor do Experimento “A altura da árvore”.



Fonte 11: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

Figura 6 - Capa - Guia do Professor – Experimento “A altura da árvore”.



## GUIA DO PROFESSOR

**Síntese**  
Experimentalmente os alunos serão expostos ao significado da tangente de um ângulo interno do triângulo retângulo. Esse novo conceito será usado para, depois de construir uma ferramenta capaz de medir ângulos verticais, encontrar a altura de objetos como antenas, árvores, prédios ou postes.

**Conteúdos**

- Trigonometria no triângulo retângulo, Função Tangente.

**Objetivos**

1. Desenvolver a habilidade para utilizar um transferidor;
2. Apresentar, experimentalmente, a noção de tangente de um ângulo;
3. Usar a noção de tangente para medir uma altura inacessível.

**Duração**  
Uma aula dupla.

Fonte 12: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

Figura 7 - Capa – O Experimento “A altura da árvore”.



## O EXPERIMENTO

# Experimento

### A altura da árvore

**Objetivos da unidade**

1. Desenvolver a habilidade para utilizar um transferidor;
2. Apresentar, experimentalmente, a noção de tangente de um ângulo;
3. Usar a noção de tangente para medir uma altura inacessível.

Licença Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

**FNDE** FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO  
Secretaria de Educação a Distância  
Ministério da Ciência e Tecnologia  
Ministério da Educação  
 **BRASIL**  
UM PAÍS DE TODOS  
GOVERNO FEDERAL

Fonte 13: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

Figura 8 - Folha do aluno do Experimento “A altura da árvore”

Folha do aluno
Geometria e medidas

---

**Comentários iniciais**

Você já ouviu ou leu em algum lugar que na Amazônia existem árvores com mais de 50 m de altura? Mas, como foi que alguém conseguiu medi-las? Será que alguém subiu lá com uma corda ou será que levaram um guindaste?

Depois desta atividade, você poderá medir a altura das árvores que quiser!

**Procedimento**

Etapa 1: **Tangente de qualquer ângulo**

*Pense e responda*

Como é possível obter a tangente de qualquer ângulo agudo de um triângulo retângulo?

Etapa 2: **O medidor de ângulos**

- 2.1 Recorte um pedaço (20 cm x 10 cm) do papel cartão;
- 2.2 Fixe o transferidor neste pedaço de papel usando a fita transparente, destaando o segmento de reta que passa pela marca do ângulo de 90°, como na FIGURA 1;
- 2.3 Prenda o barbante com o peso e o canudo, como nas FIGURAS 2 e 3.

O medidor de ângulos está pronto. Vamos medir um objeto muito alto?

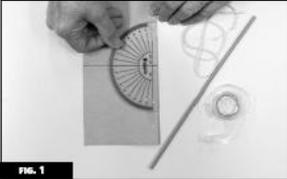


FIG. 1

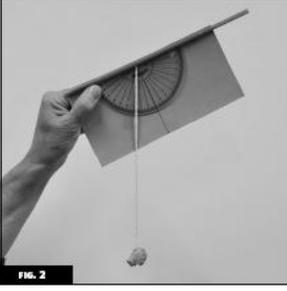


FIG. 2

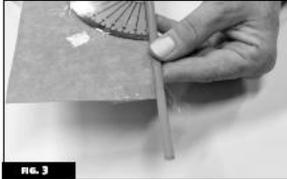


FIG. 3

Etapa 3: **A altura da árvore**

Escolha uma árvore, uma antena ou um poste alto cuja altura você gostaria de saber.

Mas e agora? Como descobrir este valor apenas com um instrumento que mede ângulos?

Sugerimos que você organize os dados obtidos em uma planilha:

Altura do observador	Distância ao objeto	Leitura no medidor	Ângulo de visada (α)	tg α	Altura do objeto

TABELA 1

*Pense e responda*

Qual é o ângulo formado entre o chão e o objeto que você está medindo? Isso será útil para calcular a altura desejada?

Fonte 14: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

A escolha pelo repositório M3 Matemática Multimídia para este trabalho se justifica pelo fato da pesquisadora ter experiência e conhecimento sobre o mesmo, adquiridas ao longo da tutoria do curso de formação continuada a distância M@tmídias 3.

Pelo fato deste repositório apresentar uma quantidade significativa de Objetos de Aprendizagem e para facilitar a avaliação e a seleção dos Objetos de Aprendizagem utilizados pelos professores do Grupo de Estudo, a pesquisadora optou por fazer a seleção dos Objetos de Aprendizagem que atendessem os seguintes critérios: tratar do conteúdo de Geometria e conter conteúdos de Geometria que são ensinados no Ensino Fundamental-Ciclo II.

Ao estabelecer o primeiro critério de seleção “ser um Objeto de Aprendizagem que envolvia o conteúdo de Geometria”, foram localizados trinta e oito Objetos de Aprendizagem. A partir destes, seguiu-se para a segunda seleção, que obedecia ao critério “conter conteúdos de Geometria ensinados no Ensino Fundamental do Ciclo II”, chegando ao total de dez Objetos de Aprendizagem selecionados, entre áudio, vídeo e experimento e os mesmos estão apresentados no quadro a seguir:

**Quadro 7 - Objetos de Aprendizagem Selecionados**

<b>Vídeos</b>	<b>Áudios</b>	<b>Experimentos</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- A lenda de Dido</li><li>- A velha história das multidões</li><li>- Naturalmente</li><li>- Oferenda musical de Bach</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Calçadas</li><li>- O que é paralelogramo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Como economizar cadaço</li><li>- Empacotamento de latas</li><li>- Engenharia de Grego</li><li>- Espelhos e Simetrias</li></ul>

**Fonte 15: a própria pesquisadora**

Na seleção dos Objetos de Aprendizagem optou-se por não utilizar nenhum *software* devido a algumas dificuldades que poderiam ser encontradas na escola, como problemas com sinal da internet ou número de computadores insuficientes para que os alunos pudessem realizar as atividades.

Embora este repositório se intitule como uma coleção de “recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio”, há muitos Objetos de Aprendizagem que podem ser utilizados no Ensino Fundamental, fato justificado por uma das características dos Objetos de Aprendizagem, que é a reusabilidade, ou seja, a possibilidade de utilizar um mesmo Objeto de Aprendizagem em diferentes contextos e para propósitos distintos.

O capítulo a seguir apresenta o suporte teórico desta pesquisa, que trata do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e do Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (TPACK).



## CAPÍTULO 4 – APORTES TEÓRICOS

Neste capítulo apresentamos os aportes teóricos deste trabalho que possibilitaram a análise do desenvolvimento da pesquisa.

### 4.1 Pedagogical Content Knowledge - PCK

Ao trabalhar qualquer conteúdo com alunos em sala de aula, espera-se que o professor tenha o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo (Pedagogical Content Knowledge - PCK) e o conhecimento curricular, segundo Shulman (1987). O conhecimento curricular trata do conhecimento por parte do professor dos documentos norteadores do programa curricular de ensino em sua totalidade.

Almeida e Biajone (2007) citam a importância de o professor dominar o conhecimento curricular para poder ensinar aos seus alunos e apontam que o conhecimento curricular (curricular knowledge):

Dispõe-se a conhecer a entidade do currículo como o conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos e tópicos específicos em um dado nível, bem como a variedade de materiais instrucionais disponíveis relacionados àqueles programas (Ibid, p.288).

Algumas categorias da teoria PCK são explicitadas por Shulman (1987 apud MIZUKAMI, 2004, n.p.):

- **Conhecimento de Conteúdo Específico:** Refere-se a conteúdos específicos da matéria que o professor leciona. Inclui tanto as compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos etc. de uma área específica de conhecimento quanto aquelas relativas à construção dessa área.
- **Conhecimento Pedagógico Geral:** É o conhecimento que transcende uma área específica. Inclui conhecimentos de teorias e princípios relacionados a processos de ensinar e aprender; conhecimentos dos alunos (características dos alunos, processos cognitivos e desenvolvimentais de como os alunos aprendem); conhecimento de contextos educacionais envolvendo tanto contextos micro, tais como grupos de trabalho ou sala de aula e gestão da escola, até os contextos macro como o de comunidades e de culturas, de manejo de classe e de interação com os alunos, conhecimentos de outras disciplinas que podem colaborar com a compreensão dos conceitos de sua área, **do currículo como política em relação ao conhecimento oficial** e como programas e materiais destinados ao ensino de tópicos específicos e da matéria em diferentes níveis e conhecimento de fins, metas e propósitos educacionais e de seus fundamentos filosóficos e históricos.
- **Conhecimento Pedagógico do Conteúdo:** Trata-se de um novo tipo de conhecimento, que é construído constantemente pelo professor ao ensinar a matéria e que é enriquecido e melhorado quando se amalgamam os outros

tipos de conhecimentos explicitados na base. É uma forma de conhecimento do conteúdo. Inclui compreensão do que significa ensinar um tópico de uma disciplina específica assim como os princípios e técnicas que são necessários para tal ensino.

Ainda sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo, Almeida e Biajone (2007) ressaltam a importância de o professor ter conhecimento sobre o conteúdo que ele irá ensinar e os diversos recursos que ele pode utilizar para que o assunto estudado em aula seja compreendido pelo aluno.

Os modos de formular e apresentar o conteúdo de forma a torná-lo compreensível aos alunos, incluindo analogias, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações. A ênfase está nas maneiras de se representar e reformular o conteúdo de tal forma que ele se torne compreensivo aos alunos (ALMEIDA e BIAJONE, 2007, p. 288).

Shulman (1992) também é citado por Pires (2008), que reforça a ideia que o professor deve compreender a disciplina que vai ensinar a partir de diferentes perspectivas e estabelecer relações entre vários tópicos do conteúdo disciplinar e entre sua disciplina e outras áreas do conhecimento, incluindo o conhecimento do currículo como uma das três vertentes do conhecimento do professor, juntamente com o conhecimento do conteúdo da disciplina e o conhecimento didático do conteúdo da disciplina.

Contextualizados por uma conceptualização da matéria, os professores têm conhecimento sobre como ensiná-la, como os alunos a aprendem (quais as dificuldades específicas na aprendizagem, quais as capacidades desenvolvimentais dos alunos para adquirirem tal conceito particular, quais são as concepções prévias comuns), como os materiais curriculares são organizados na disciplina e como tópicos particulares são melhor incluídos no currículo. Influenciado tanto pelo conhecimento da matéria quanto pelo conhecimento pedagógico, o conhecimento pedagógico do conteúdo emerge e cresce quando professores transformam seu conhecimento do conteúdo específico considerando propósitos de ensino (PIRES, 2008, p.33).

Manrique e André (2009), em sua pesquisa sobre concepções, sentimentos e emoções de professores de Matemática da rede pública também destacam as mudanças nas práticas destes professores, analisando o conhecimento do conteúdo, o conhecimento de como lecionar o conteúdo e o conhecimento do currículo.

A abordagem adotada na formação de professores que mais contribui para os processos de mudança foi a que integra conhecimento do conteúdo, de como lecionar o conteúdo e do currículo, pois fornece exemplos de atividades que os professores podem utilizar (MANRIQUE e ANDRÉ, 2009, p.18).

Ao iniciar o ensino de um novo conteúdo, é fundamental que o professor faça uma reflexão sobre o que irá ensinar e se realmente ele está respaldado para abordar esse assunto na classe de uma forma coerente e correta e se os alunos estão preparados pedagogicamente e conceitualmente para entender o novo conteúdo que será ensinado.

Mizukami (2004), em seus relatos sobre Shulman, coloca que:

Quanto ao ensino da matéria, outras duas concepções são importantes: o professor deveria possuir uma compreensão mínima e básica da matéria a ser ensinada de forma a tornar possível o ensino e a aprendizagem dos alunos e um bom conhecimento das possibilidades representacionais da matéria considerando aspectos específicos dos contextos em que leciona, da população que frequenta sua escola e suas classes (Ibid, n.p.)

E, mesmo o professor tendo o domínio de tal conteúdo, não garante que a aprendizagem se efetivará.

Embora uma compreensão pessoal da matéria seja necessária, não é condição suficiente para que se seja capaz de ensinar. Os professores devem encontrar formas de comunicar conhecimentos para os outros. (...) Eles devem ter dois tipos de conhecimento da matéria: conhecimento da área tanto em seus aspectos genéricos quanto em suas especificidades e conhecimento de como ajudar seus estudantes a entender a matéria. (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987 apud MIZUKAMI, 2004, n.p.).

Acredita-se também que o professor não seja desprovido de conhecimento algum sobre um determinado conteúdo que ele ensinará aos seus alunos. De acordo com Mizukami (2004), não procede a suposição de que professores ou sabem ou não sabem algo. Eles sabem suas matérias de diferentes formas e com diferentes áreas de especialização e familiaridade.

O professor pode se sentir inseguro ao precisar ensinar determinados conteúdos, e um dos motivos seja ele acreditar que, por não dominar esse assunto, não conseguirá ensinar aos seus alunos. É importante que o professor retome consigo mesmo os principais tópicos que serão abordados e qual(is) objetivo(s) pretende atingir no ensino de determinada matéria. Estas informações são relevantes e devem ser informadas aos alunos, para que estes saibam os motivos de aprender os novos conceitos.

## 4.2 Technological Pedagogical Content Knowledge –TPACK

Outro referencial teórico deste trabalho é o que trata sobre o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (TPACK – Technological Pedagogical Content Knowledge) que o professor precisa ter para integrar a tecnologia ao seu ensino. Essa teoria está baseada na idéia de Shulman sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo.

A TPACK está apoiada em três formas do conhecimento, e esse tripé é formado pelo conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento tecnológico.

O conhecimento do conteúdo é o conhecimento sobre o assunto que o professor irá ensinar. Além disso, ele deve conhecer conceitos, teorias e procedimentos que envolvem o conteúdo abordado.

Já o conhecimento pedagógico trata do que o professor sabe sobre os processos e práticas de ensino, ou seja, esse é o conhecimento que engloba questões de aprendizagem, o papel do professor na sala de aula, o desenvolvimento de plano de aula e a avaliação do aluno. De acordo com Koehler (2011, n.p.), “um professor com profundo conhecimento pedagógico compreende como os alunos constroem conhecimentos e aquisições de competências, desenvolvem hábitos mentais e disposições positivas em relação à aprendizagem” (tradução nossa).

O conhecimento tecnológico é o conhecimento sobre as tecnologias antigas, como giz, lousa, livros, e as modernas, como a internet, *softwares* e computadores e como utilizá-las como recurso educacional. Koehler (2011) cita ainda que o conhecimento tecnológico inclui:

o conhecimento de sistemas operacionais, hardware, bem como a capacidade de usar o conjunto padrão de ferramentas de *software*, tais como processadores de texto, planilhas, navegadores, e-mail, etc [...] seria incluir o conhecimento de como instalar dispositivos periféricos, instalar e remover programas, criar e arquivar documentos (Ibid, n.p. – tradução nossa).

Koehler (2011), em seus estudos também considera as intersecções entre o conhecimento tecnológico e conhecimento do conteúdo, tendo assim o conhecimento do conteúdo tecnológico (TCK – Technological Content Knowledge); entre o conhecimento tecnológico e o conhecimento pedagógico, formando o conhecimento pedagógico e tecnológico (TPK – Technological Pedagogical Knowledge) e entre o conhecimento

pedagógico e o conhecimento do conteúdo, formando o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK – Pedagogical Content Knowledge).

O conhecimento do conteúdo tecnológico (TCK) trata da relação entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento tecnológico. Neste caso, além de conhecer e saber utilizar os recursos tecnológicos, o professor também identifica como estes recursos o auxiliam no ensino de determinado conteúdo e como o ensino deste conteúdo pode ser ampliado ao aplicar a tecnologia.

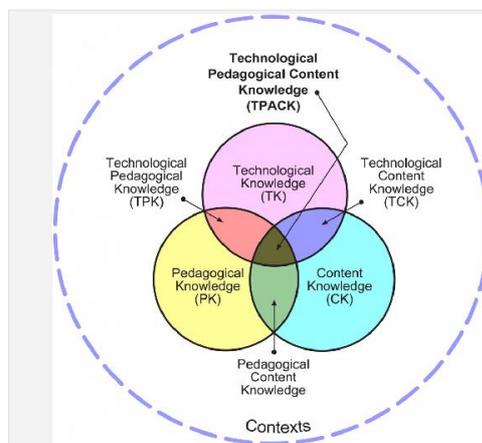
Já o conhecimento pedagógico tecnológico (TPK) versa sobre os recursos tecnológicos existentes, como ocorre a utilização desses recursos no processo de ensino e aprendizagem e de que forma este processo pode sofrer alterações quando há o uso de tecnologias direcionadas, específicas.

O conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), relação considerada também por Shulman, como visto anteriormente, trata das estratégias de ensino para que haja compreensão, por parte dos alunos, do que está sendo ensinado. Koehler (2011) cita que:

O PCK está preocupado com a representação e formulação de conceitos, técnicas pedagógicas, o conhecimento do que faz conceitos serem considerados fáceis ou difíceis de aprender, o conhecimento do conhecimento prévio dos alunos e das teorias epistemológicas (Ibid, n.p. - tradução nossa).

Para concluir, segue o quadro que nos auxilia a compreender as relações descritas anteriormente.

**Figura 9 - Contextualização do TPACK**



Fonte 16: <http://tpck.org>

No contexto das teorias sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), de Shulman e o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (TPACK), de Mishra e Koehler, será possível observar se o professor que irá utilizar os Objetos de Aprendizagem possui conhecimento do documento norteador da educação do estado de São Paulo, que é o Currículo Oficial, ou seja, se possui conhecimento do currículo, se possui habilidades com os recursos tecnológicos que serão utilizados – computador, internet, *datashow*, aparelho de som – que trata do conhecimento tecnológico e, principalmente, se o professor tem conhecimento do conteúdo que será abordado em cada Objeto de Aprendizagem e o conhecimento pedagógico do conteúdo, que trata de se compreender o que significa ensinar um conteúdo específico bem como os princípios e técnicas que são necessários para esse ensino.

No próximo capítulo serão apresentados a Metodologia utilizada e os procedimentos realizados durante este trabalho.

## CAPÍTULO 5 – METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

### 5.1 Metodologia

Uma das etapas deste trabalho consistia na formação de um grupo de estudos, e o mesmo foi composto por cinco professores de Matemática da rede pública estadual. Em um dos momentos desta formação continuada, os professores realizaram atividades em suas escolas utilizando Objetos de Aprendizagem como um dos recursos no processo de ensino. De acordo com o exposto, o presente trabalho trata de uma pesquisa qualitativa e optou-se pela metodologia das Narrativas para descrever os processos percorridos e as conclusões destes professores sobre sua atuação em sala de aula.

A fala é uma das formas de comunicação de ideias entre as pessoas. É por meio dela que as pessoas trocam ideias, colocam e defendem suas opiniões ou simplesmente a utilizam para falar sobre assuntos do cotidiano. E a narrativa é uma forma de comunicação entre as pessoas. Bruner (1991, p.14, 21 apud HANKE, 2003, p. 118) afirma que “narrar contribui para a estruturação da experiência humana, pois organizamos nossa experiência e nossa memória principalmente através da narrativa”.

De acordo com Hanke (2003, p. 118), a narrativa “é um tipo próprio da comunicação cotidiana”. O mesmo autor pontua que as narrativas contribuem para o acúmulo, o armazenamento e a transmissão de conhecimentos e que, por meio dela é possível que cada pessoa possa comunicar suas experiências individuais, fazendo com que elas fiquem conhecidas por outras pessoas.

Para se realizar uma narrativa, alguns elementos são necessários. Segundo Chafe (1990, p.94 apud HANKE, 2003, p. 119), “uma narrativa precisa de uma introdução, um momento (quando?), um local (onde?), personagens atuantes (quem?) e uma situação de fundo no qual o conteúdo da narrativa se desenvolve”.

A metodologia de Narrativas enquadra-se como um recurso para que os professores expressem seus saberes e suas experiências, para que possam ser compreendidas e verificar se houve a apropriação de saberes.

Consideram-se as narrativas como objetos que podem criar oportunidades para que o professor examine a prática real de ensino, de forma a ampliar seus saberes e a melhorar sua própria prática por meio do trabalho

colaborativo, com vistas a planejar, implementar, analisar e revisar aulas que eles mesmos ministram. (MARQUESIN, PASSOS, 2009, p.223)

Por meio das Narrativas, o professor também faz uma reflexão sobre sua formação, sua rotina em sala de aula e o processo de ensino e aprendizagem o qual está envolvido.

A produção de narrativas de professores sobre suas aprendizagens e sobre determinadas atuações didáticas é entendida como um processo de reflexão pedagógica que lhes permite compreender as consequências de sua atuação e criar novas estratégias de ensino; e revela-nos indícios de seu desenvolvimento profissional (PASSOS, GALVÃO, 2011, p.78).

É importante certificar se os ouvintes apresentam interesse sobre o que será narrado. Em caso positivo, os ouvintes devem mostrar-se interessados, sem interrupção e reagir adequadamente para que o narrador finalize a narrativa de forma esclarecedora e sanando dúvidas, caso elas surjam.

No presente trabalho, fez-se o uso da narrativa para propiciar a troca de experiências na interação com o grupo, em que os professores farão a narrativa das atividades realizadas.

Sendo assim, os estudos teóricos associados às vivências de produção e de análise de narrativa garantem que, quando há intencionalidade e compreensão sobre o potencial interpretativo deste gênero textual, o docente consegue, ao narrar sua prática e ao ouvir as narrativas dos outros, compreender o conteúdo de seus argumentos, rememorar suas experiências e tomar consciência de suas aprendizagens e, portanto, desenvolver-se profissionalmente. (MARQUESIN, PASSOS, 2009, p.235)

Ao realizar este estudo com o grupo de professores participantes, deseja-se que essa experiência não fique restrita a esse trabalho. A ideia é que os professores dêem continuidade, trocando experiências de situações bem sucedidas, buscando alternativas tecnológicas que venham contribuir no processo de aprendizagem dos alunos e que esses professores percebam que eles se desenvolveram profissionalmente e pedagogicamente. A esse respeito, Marquesin e Passos (2009) afirmam que:

O professor, ao narrar sua prática e ao ouvir as narrativas dos outros, compreende o potencial de seus argumentos, rememora suas experiências e toma consciência de suas aprendizagens. Diante desses aspectos, confirma-se a possibilidade de escrita de narrativa como contexto de formação e de desenvolvimento profissional (Ibid, p.226)

Verifica-se então a importância do recurso das Narrativas não somente como relato de experiências, mas também como uma visão sobre a formação do professor, os saberes

mobilizados e a reflexão sobre sua prática docente. Por meio desta prática observou-se o conhecimento que o professor apresenta sobre o conteúdo, sobre o currículo e sobre a utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem.

## 5.2 Procedimentos Metodológicos

Para definir qual conteúdo seria trabalhado utilizando o recurso Objetos de Aprendizagem, foi enviado um e-mail para professores que já haviam participado de pelo menos um curso de formação continuada na Diretoria de Ensino Guarulhos Sul, totalizando cento e dez professores de Matemática da rede pública estadual de São Paulo. O e-mail enviado continha a seguinte questão: **Quais Situações de Aprendizagem / Conteúdos você gostaria de trabalhar utilizando também recursos da tecnologia?**

Apenas cinco professores responderam esse e-mail e a seguir estão as transcrições das respostas.

- **Resposta 1:** *Tratamento da Informação e Geometria Espacial.*
- **Resposta 2:** *Creio que a parte da tecnologia para mostrar e trabalhar Geometria deveria ser mais difundida.*
- **Resposta 3:** *Todos os tipos de Geometria, e todos com novas tecnologias.*
- **Resposta 4:** *Figuras espaciais/ tridimensionais, pois é melhor para visualização e entendimento. Por exemplo, Prismas e Sólidos geométricos. Funções, acho que esse também é de grande valia trabalhar com os recursos de tecnologia.*
- **Resposta 5:** *Geometria na 8ª série.*

Apesar do pequeno número de professores que responderam ao correio eletrônico, pode-se perceber que é praticamente unânime a solicitação de ensinar Geometria utilizando recursos de tecnologia. Por esse motivo é que os Objetos de Aprendizagem que foram estudados e aplicados neste trabalho estão voltados para os conteúdos de Geometria.

A partir desse momento, foi criado um grupo de estudos composto por cinco professores de Matemática da Rede Pública Estadual de São Paulo, com aulas atribuídas de Matemática, para as séries finais do Ensino Fundamental-Ciclo II. O convite para participar do Grupo de Estudos também foi enviado via e-mail aos cento e dez professores, mas apenas

cinco professores apresentaram disponibilidade e interesse em participar do grupo de estudos e estes não são os mesmos professores que responderam ao e-mail inicial.

No primeiro encontro do grupo de estudos, foi solicitado aos professores que se apresentassem aos demais colegas<sup>18</sup>. A seguir, temos a apresentação de cada um dos participantes:

Professor A: *“Sou professor do Estado há 8 anos, efetivo”*.

Professor B: *“Sou professor da rede há mais de 20 anos. Só pego de 5ª à 8ª série (6º ao 9º ano), nunca peguei Ensino Médio”*.

Professor C: *“Já fui professor do Estado há 10 anos. Saí, fui trabalhar na empresa privada, no banco, e agora voltei. Este ano tenho quatro 8ª séries”*.

Professor D: *“Sou professor do Estado há pouco tempo. Eu sempre trabalhei em empresa privada, mas desde que eu comecei a dar aula, procuro fazer alguns cursos. Já participei até de um grupo de estudos na PUC<sup>19</sup>”*.

Professor E: *“Sou formado em Matemática, mas trabalhei 10 anos em empresa. Comecei como eventual, sou professor da rede desde 2009. Sempre que posso participo de cursos”*.

O professor C se interessou em participar do grupo de estudos pelo fato de ter realizado o curso M@tmídias e querer aprofundar seus conhecimentos sobre outros Objetos de Aprendizagem.

Os seis encontros do grupo de estudos aconteceram no Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino Região de Guarulhos Sul. Cada encontro teve duração de 3 horas, totalizando 18 horas de estudos. As atividades com o uso de Objetos de Aprendizagem aconteceram em duas escolas públicas da rede estadual.

Todos os encontros do Grupo de Estudos tiveram o áudio gravado por meio de um rádio gravador e as atividades realizadas com o uso dos Objetos de Aprendizagem nas escolas foram acompanhadas pela pesquisadora.

---

<sup>18</sup> Neste trabalho, todos os áudios foram transcritos conforme a narrativa dos professores. Deste modo, justificam-se alguns desvios da norma culta da língua portuguesa.

<sup>19</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

### 5.3 Grupo de Estudos

A formação de Grupo de Estudos partiu da necessidade de analisar como os Objetos de Aprendizagem podem ser utilizados em sala de aula, pelos professores, para auxiliá-los no ensino de conteúdos de Geometria bem como observar os conhecimentos que eles apresentam frente aos recursos tecnológicos, aos conteúdos de Geometria e ao Currículo Oficial de Matemática.

Não seria suficiente apenas escolher um determinado Objeto de Aprendizagem e pedir para que os professores o aplicassem em sala de aula; consideramos necessário saber qual o público-alvo daquele professor (série que o professor leciona), qual conteúdo os alunos precisam de outras formas de abordagem, diagnosticar os possíveis motivos que levaram os alunos a não compreenderem determinado conteúdo, quais recursos a escola possui para que o Objeto de Aprendizagem seja utilizado em sala de aula e quais as expectativas do professor mediante ao uso desse recurso em sala de aula.

O levantamento dessas informações só seria possível em momentos de conversa com os professores, e a formação do grupo de estudos favorecem estes momentos junto aos docentes. Ao encontro dessas ideias, surgem as Narrativas, como forma para descrever os processos percorridos e as conclusões desses professores sobre a atuação em sala de aula.

Para o desenvolvimento deste projeto, os professores do grupo de estudo deveriam escolher um dos Objetos de Aprendizagem que apresenta o conteúdo de Geometria para utilizar com seus alunos e, após essa aplicação, os professores se reuniram para narrar suas experiências sobre a realização da referida atividade.

Os Objetos de Aprendizagem já foram pré-selecionados pela pesquisadora, sendo que todos eles abordam pelo menos um conteúdo de Geometria que são encontrados nos documentos oficiais e estão disponibilizados no repositório M3-Matemática Multimídia.

A seguir são apresentados os dez Objetos de Aprendizagem, selecionados pela pesquisadora, divididos por categorias. Esses ambientes digitais foram escolhidos por contemplarem conteúdos de Geometria do Ensino Fundamental Ciclo II, seguindo os preceitos do Currículo Oficial de Matemática do Estado de São Paulo. Em cada quadro estão elencados os conteúdos que podem ser trabalhados e quais os objetivos de cada Objeto de Aprendizagem.

**Quadro 8 - Vídeos**

<b>Vídeos</b>			
<b>Nome</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Link</b>
A lenda de Dido	Problema isoperimétrico.	- Apresentar o problema isoperimétrico. - Apresentar aspectos históricos relativos ao problema. - Aplicar as soluções do problema em situações reais, com restrições.	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1126">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1126</a>
A velha história das multidões	Geometria plana, razão e proporção.	- Revelar como é feita a estimativa do número de pessoas em um evento. - Mostrar como cálculos matemáticos simples nos auxiliam a confrontar dados reais.	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1189">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1189</a>
Naturalmente	Matemática na natureza, otimização de formas geométricas, geometria, trigonometria.	Apresentar algumas relações matemáticas presentes na natureza.	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1138">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1138</a>
Oferenda Musical de Bach	Geometria, isometrias no plano, simetria, arte, música.	Estudar as isometrias no plano. Isometria na música, isometria nas artes, isometria na computação gráfica e isometria na natureza.	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1143">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1143</a>

Fonte 17: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

Todos os vídeos possuem também o Guia do Professor, que traz um aprofundamento do conteúdo e sugestões de atividades que poderão ser trabalhadas antes ou depois da exibição do vídeo.

**Quadro 9 - Áudios**

<b>Áudios</b>			
<b>Nome</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Link</b>
Calçadas	Geometria Plana e Teorema de Pitágoras.	- Entender e resolver um problema que envolve triângulo e fatias de círculos.	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1303">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1303</a>

O que é paralelogramo	Hipotenusa, quadrilátero, paralelogramo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discutir os significados da palavra paralelogramo no contexto da Matemática.</li> <li>- Discutir a classificação de quadriláteros e algumas de suas propriedades.</li> </ul>	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1294">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1294</a>
-----------------------	--	---	---

Fonte 18: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

Os áudios também possuem o Guia do Professor, para orientações sobre atividades e aprofundamento dos conteúdos trabalhados em cada áudio.

#### Quadro 10 - Experimentos

<b>Experimentos</b>			
<b>Nome</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Links</b>
Como economizar cadaço.	Geometria Plana, Problemas de otimização.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permitir ao aluno criar e testar hipóteses;</li> <li>- Descrever situações e resolver problemas utilizando conceitos de Geometria Plana.</li> </ul>	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1002">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1002</a>
Empacotamento de latas	Geometria Espacial: Problemas de Otimização; Geometria Plana: Áreas e Perímetros.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estudar área e comprimento de setores circulares através de um problema de otimização.</li> </ul>	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1009">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1009</a>
Engenharia de Grego	Geometria Plana: Simetrias, Semelhança de triângulos; Relações trigonométricas em um triângulo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicar conceitos básicos de geometria plana na solução de um problema de construção civil;</li> <li>- Planejar, construir e avaliar um projeto.</li> </ul>	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1010">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1010</a>
Espelhos e Simetrias	Geometria Plana, Simetrias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estudar linhas de simetria com espelhos;</li> <li>- Relacionar o ângulo formado por dois espelhos e o número de imagens formadas;</li> <li>- Estudar polígonos regulares e suas linhas de simetria.</li> </ul>	<a href="http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1012">http://www.m3.ime.unicamp.br/recursos/1012</a>

Fonte 19: [www.m3.ime.unicamp.br](http://www.m3.ime.unicamp.br)

Nos experimentos encontramos três arquivos: O Experimento, a Folha do Aluno e o Guia do Professor. O Experimento traz as orientações básicas para que as atividades propostas possam ser executadas em sala de aula. A Folha do Aluno pode ser útil para os alunos acompanharem as propostas. O Guia do Professor disponibiliza mais informações e aprofundamentos, principalmente em termos de conteúdo, que podem auxiliar o professor na realização da atividade.

Os professores foram orientados que, durante o uso dos Objetos de Aprendizagem, deveriam fazer as seguintes observações:

- Se os alunos acharam fácil manusear os Objetos de Aprendizagem;
- Se os alunos se interessaram pelo conteúdo do Objeto de Aprendizagem;
- Se foi favorecida a construção de conhecimento pelos alunos;
- Se houve adaptações para atingir os objetivos propostos no Objeto de Aprendizagem;
- Descrição do ambiente onde foi realizada a aplicação do Objeto de Aprendizagem.
- Se houve algum empecilho (físico ou parte gestora) para realização da atividade.

Após a aplicação dos Objetos de Aprendizagem na escola, o grupo se reuniu para que cada professor apresentasse o seu relato oral para o grupo, narrando suas experiências, observando os aspectos citados anteriormente.

Por meio das Narrativas foram descritas as ideias, as sugestões, as angústias e ansiedades do grupo, o motivo pelo qual cada professor optou por escolher um determinado Objeto de Aprendizagem e o resultado da utilização do mesmo na escola, permitindo identificar aspectos dos conhecimentos destes professores.

#### **5.4 Cronograma dos Encontros**

Os encontros ocorreram nas dependências da Diretoria de Ensino Região de Guarulhos Sul. Foram seis encontros de 3 horas cada um, em um total de 18 horas de estudos.

##### **1º Encontro**

- Apresentação dos professores;
- Apresentação dos objetivos do Grupo de Estudo;

- Discussão sobre os conteúdos (de Geometria) que os professores gostariam de trabalhar utilizando recursos de tecnologia;
- Quais os conhecimentos que o professor tem sobre “uso de tecnologias” na sala de aula.

### **2º Encontro**

- O que são Objetos de Aprendizagem;
- Apresentação dos Repositórios
- RIVED
- Objetos Educacionais (MEC)
- M3
- Analisar as atividades selecionadas de Geometria no repositório Matemática Multimídias

Embora as atividades já tenham sido selecionadas em um único repositório, é importante que o professor saiba que há outros locais nos quais ele possa buscar objetos de aprendizagem. Nesse encontro os professores relataram suas opiniões sobre os Objetos de Aprendizagem selecionados.

### **3º Encontro**

- Seleção do Objeto de Aprendizagem que o professor irá utilizar na sala de aula.
- Relato do professor sobre o motivo de ter escolhido determinado Objeto de Aprendizagem para trabalhar em sala de aula e também com qual turma irá trabalhar (e o motivo de ter escolhido determinada turma).
- Tratar da importância do professor ter o conhecimento sobre o conteúdo que será trabalhado em sala de aula, através dos Objetos de Aprendizagem.

É importante ressaltar que o professor é quem irá escolher o Objeto de Aprendizagem, tendo em vista que os professores do grupo não lecionam para as mesmas séries.

### **4º Encontro**

- Discussão sobre o uso dos Objetos de Aprendizagem na sala de aula.
- Relato da experiência de cada professor sobre o uso dos Objetos de Aprendizagem para ensinar Geometria.

### **5° Encontro**

- Relato da experiência de cada professor sobre o uso dos Objetos de Aprendizagem para ensinar Geometria (dificuldades encontradas pelo professor – recursos, falta de conteúdo dos alunos, defasagem de conteúdo do professor, etc).

### **6° Encontro**

- Analisar outros Objetos de Aprendizagem.
- Verificar o que diferencia da primeira escolha realizada.
- Fechamento do grupo de estudo.

## **5.5 Análise das Narrativas**

Neste tópico serão apresentadas as narrativas realizadas pelos professores durante os encontros do grupo de estudo. O objetivo da escolha das Narrativas é o fato do professor, ao narrar suas experiências, possa analisar, refletir e também aprender mediante sua prática docente.

A narrativa provoca mudanças na forma como as pessoas compreendem a si próprias e aos outros. Tomando-se distância do momento de sua produção, é possível, ao “ouvir” a si mesmo ou ao “ler” seu escrito, que o produtor da narrativa seja capaz, inclusive, de ir teorizando a própria experiência. Este pode ser um processo profundamente emancipatório em que o sujeito aprende a produzir sua própria formação, autodeterminando a sua trajetória. É claro que esta possibilidade requer algumas condições. É preciso que o sujeito esteja disposto a analisar criticamente a si próprio, a separar olhares enviesadamente afetivos presentes na caminhada, a pôr em dúvida crenças e preconceitos, enfim, des-construir seu processo histórico para melhor compreendê-lo. (CUNHA, 1997, p.3 apud PASSOS, GALVÃO, 2011, p. 80).

Para a análise das narrativas, os diálogos realizados entre a pesquisadora e os professores participantes do Grupo de Estudos serão apresentados pelos seguintes eixos de análise: uso das tecnologias, ensino e aprendizagem de geometria, formação continuada do professor e objetos de aprendizagem.

### **5.5.1 Uso das tecnologias**

No primeiro encontro, após o início da apresentação dos objetivos do Grupo de Estudo, surgiram algumas ideias que os professores têm sobre a tecnologia e seu uso na sala de aula. Há os professores que apresentam resistência, fato que geralmente ocorre porque o professor não sabe como utilizar determinado recurso tecnológico e isso é possível perceber na fala de apresentação do Professor B. Todavia, há os professores que se mostram receptivos quanto ao uso das tecnologias na sala de aula, mas não as utilizam por diversos motivos, tais como a falta de acesso à sala de informática, dificuldades de material disponível na escola. O diálogo realizado pelos professores do Grupo de Estudos evidencia este fato.

Professor D: *“Uma coisa que eu acredito é que se a gente (professor) conseguir dominar a tecnologia, a gente vai falar quase que a mesma linguagem deles (dos alunos)”*.

Professor A: *“Eu amo tecnologia, amo Excel, amo Geogebra<sup>20</sup>. Na minha (escola) tem computador, só que a gente não tem acesso ao computador”*.

Professor D: *“Encontrei um software, é pago, mas parece que ele é muito bom. Chama-se Sketchpad<sup>21</sup>. Parece ser muito bom”*.

Professor E: *“Depois você socializa então (o software)”*.

Como mediadora do Grupo de Estudos, percebi que os professores B e C não se manifestaram nesse momento. Quis insistir nesse assunto e perguntei ao grupo: Quais são as suas experiências com o uso de tecnologia em sala de aula? Abaixo seguem as respostas sobre esse questionamento.

Professor B: *“Nota zero”*.

Pesquisadora: E calculadora?

Professor B: *“Já ensinei fazer... já ensinei as crianças a trabalhar subtração, potenciação... computador até já entrei”*.

Professor A: *“Levar no computador eu ainda não consegui, porque a 5ª série tem aquele problema ...é que eles não têm (idade)... é só a partir dos 12 anos e o aluno não pode. Uma vez eu ia conseguir, daí...”*

---

<sup>20</sup> Geogebra é um *software* de matemática dinâmica que une geometria, álgebra e cálculo. Ele foi idealizado para o ensino e aprendizagem de matemática nas escolas. Informações sobre sua utilização podem ser encontradas no Ajuda Geogebra – Manual Oficial ([http://www.geogebra.org/help/docupt\\_PT.pdf](http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf)).

<sup>21</sup> Sketchpad é um *software* matemático que permite aos alunos e professores trabalharem os conteúdos de matemática de forma dinâmica. A forma de utilização deste *software* pode ser encontrada em <http://www.keycurriculum.com/products/sketchpad>

Professor C: “*Não pode entrar na sala de Informática?*”

Professor A: “*Sem a senha... se você tiver um projeto você pode. Só que a sala ficou duas semanas sem internet, aí eu fui para o EVA mesmo*”.

Professor D: “*Só compasso*”.

Professor B: “*Ano passado meus alunos fizeram um trabalho de ângulos e eles montaram e quiseram passar no computador... no data show. Eu não sei (utilizar), mas eles (os alunos) sabem e eu vou aprendendo com eles. Eles (os alunos) me ensinam*”.

Professor D: “*Eu nunca parei para preparar uma aula (com uso de recurso tecnológico). Eu acho que está precisando disso (o Grupo de Estudos), um incentivo para direcionar*”.

Professor E: “*Não, mas eu estou muito a fim de fazer, de usar o computador mesmo. Depois que eu conheci o Geogebra... não só ele, já me deparei com muitos softwares...*”

Professor C: “*Aquele (software) Igeom<sup>22</sup> eu não consegui aplicar com os alunos*”.

Professor D: “*Você fez o curso da PUC?*”

Professor C: “*Não, eu fiz alguns cursos lá na USP<sup>23</sup>*”.

Professor B: “*Eu fiz o Cabri<sup>24</sup> na PUC e nunca fui buscar meu certificado*”.

Professor E: “*É muito rico trabalhar com software... se a gente tivesse computador na sala de aula seria muito bom*”.

Professor A: “*Eu tive curso de Cabri na faculdade. Eu sei mexer no Cabri, mas como ele é pago, eu não consegui mais mexer. Aí eu baixei o Geogebra, comecei a mexer... tentei fazer até cônica, mas não foi...aí eu desisti. O básico eu sei mexer. Quem conhece o Cabri, (percebe) que o Geogebra é mais fácil, mas tem muitos recursos que eu não conheço*”.

Pesquisadora: “*Você já trabalhou com tecnologia na sala de aula?*”

---

<sup>22</sup> O Igeom (Geometria Interativa na Internet) é um sistema gratuito que permite realizar e interagir construções geométricas. O roteiro sobre a utilização do Igeom está disponível no site <http://www.matematica.br/igeom/manual/pt/index.html?lang=br>

<sup>23</sup> USP – Universidade de São Paulo

<sup>24</sup> O Cabri-Géomètre é um *software* (não gratuito) que permite construir todas as figuras da geometria elementar que podem ser traçadas com a ajuda de uma régua e de um compasso. Depois de construídas, as figuras podem ser movimentadas sem perder suas propriedades. No site oficial <http://www.cabri.com.br/oquee.php> é possível obter mais informações sobre este *software*.

Professor A: *“Quando eu pego (o datashow e o notebook). O computador mesmo não, a não ser os vídeos que eu passo. Faço muita apresentação no Power Point para eles (alunos) verem, mas eles mexerem mesmo...”*

Professor C: *“Já usei vídeo. Na (escola) particular eu já usei informática, no computador. Já usei calculadora, no Projeto Calculadora em Ação<sup>25</sup>”.*

Podemos perceber no diálogo anterior que os professores associam sempre o uso da tecnologia ao computador.

No segundo encontro, a discussão é iniciada quando surge a dúvida: O que é tecnologia? A seguir, há trechos do diálogo sobre esta conversa.

Professor C: *“Eu utilizei lá na escola sobre Pitágoras e eu levei os objetos em MDF. Então a construção, com dois quadrados pequenos (referentes aos lados dos catetos), de um lado e do outro... e depois o grande (quadrado da hipotenusa) eu peguei os dois (pequenos) e juntei. Eu consideraria isso um objeto de aprendizagem, só que não tem a ver com a tecnologia, pelo contrário, é uma coisa antiga”.*

Professor D: *“Por que não é tecnologia? Tecnologia não é só computador”.*

Professor C: *“Não, eu vejo assim: “para mim” a tecnologia é computador, vídeo, calculadora. Eu jamais consideraria esse trabalho com madeira (MDF) como tecnologia”.*

Professor A: *“Temos que ver então a definição... O que é tecnologia?”*

Professor D: *“Como começou a tecnologia? Tecnologia, tecnologia... tecno – logia... logia não é estudo? Tecno não é técnica? Tecnologia é o estudo da técnica”.*

Como os encontros aconteciam no Núcleo Tecnológico da Diretoria de Ensino, os professores possuíam acesso aos computadores e às informações disponíveis na Internet. Por conta do diálogo relatado anteriormente, o Professor E escreveu em um site de buscas a frase “O que é tecnologia?” e encontrou a seguinte definição no site Wikipédia e leu para os demais participantes do grupo:

---

<sup>25</sup>Calculadora em Ação é uma sugestão de projeto para o Ensino Fundamental Anos Finais e o Ensino Médio, em que se explora a utilização da calculadora na realização das operações básicas. Todo o projeto está disponibilizado no site:

[http://www.rededosaber.sp.gov.br/contents/seguranca/GestaoPesquisa/main/file\\_dmp/PraticasPedag2009/MT\\_E\\_F\\_EM\\_A.pdf](http://www.rededosaber.sp.gov.br/contents/seguranca/GestaoPesquisa/main/file_dmp/PraticasPedag2009/MT_E_F_EM_A.pdf)

*Tecnologia é um termo que envolve o conhecimento técnico e científico e as ferramentas, processos e materiais criados e/ou utilizados a partir de tal conhecimento. Dependendo do contexto, a tecnologia pode ser:*

- *As ferramentas e as máquinas que ajudam a resolver problemas;*
- *As técnicas, conhecimentos, métodos, materiais, ferramentas e processos usados para resolver problemas ou ao menos facilitar a solução dos mesmos;*
- *Um método ou processo de construção e trabalho (tal como a tecnologia de manufatura, a tecnologia de infra-estrutura ou a tecnologia espacial);*
- *A aplicação de recursos para a resolução de problemas;*
- *O termo tecnologia também pode ser usado para descrever o nível de conhecimento científico, matemático e técnico de uma determinada cultura;*
- *Na economia, a tecnologia é o estado atual de nosso conhecimento de como combinar recursos para produzir produtos desejados (e nosso conhecimento do que pode ser produzido)<sup>26</sup>*

Professor E: *“Então é tudo que você pode utilizar para resolver problemas”*

Professor A: *“Tem a tecnologia digital e a não digital. A digital é o computador”.*

Professor D: *“Eu entendo que o objetivo de usar a tecnologia é porque essas crianças já estão nascendo aí no meio da tecnologia, então somos nós (professores) que estamos atrasados nesse sentido”.*

Professor A: *“Na tecnologia ou na tecnologia digital”?*

Professor D: *“Em tudo”.*

Em outro momento, enquanto a pesquisadora apresentava o repositório M3 – Matemática Multimídia, o professor D fez uma relação entre o aprendizado e a tecnologia no ponto de vista dos alunos. Ele ressaltou que muitos alunos não apresentam dificuldades com os recursos tecnológicos, já os professores não têm domínio dessa ferramenta.

Professor D: *“É que aquilo (a tecnologia) já está dentro da realidade deles. O aprendizado é nosso. Os conteúdos (de matemática) nós é que temos que ensinar, mas a tecnologia já está no dia a dia deles. Por isso é que eles (alunos) ficam motivados (a aprender os conteúdos matemáticos com o uso de recursos de tecnologia)”.*

---

<sup>26</sup> Tal definição sobre tecnologia foi retirada, pelo professor participante durante um dos encontros do grupo de Estudos do site Wikipedia (<https://pt.wikipedia.org/wiki/Tecnologia>).

Logo no início do encontro destinado à avaliação dos objetos, o professor B já demonstra certa insegurança em precisar sentar na frente do computador e acessar a página do repositório para avaliar os objetos de aprendizagem selecionados.

Professor C: *Ele (professor B) falou que está com dificuldade em relação ao material digital e eu estou falando para ele que tem muitas experiências<sup>27</sup> impressas e não depende de nenhum material. Ele fica inseguro de usar (os recursos tecnológicos). Hoje nós te ajudamos a ver no computador (ver os objetos de aprendizagem para fazer a avaliação).*

Professor B: *Eu já fiz uma atividade sobre circunferência com barbante... os alunos mexem, esticam, comparam... fiz tudo na sala de aula, manual... mas nesse bicho aí (o computador)...*

Professor C: *Nós vamos mostrar para ele (professor B) hoje pelo menos os experimentos, até ele ficar seguro.*

Durante o processo de avaliação dos objetos de aprendizagem, o grupo de professores também se mostrou bastante solícito em auxiliar o professor B no momento em que ele precisava buscar no repositório um objeto de aprendizagem para realizar a avaliação.

No penúltimo encontro, o Professor B contou ao grupo de professores que decidiu exibir para um grupo de alunos o vídeo Naturalmente, mesmo não tendo nenhum planejamento de aula; seu objetivo era apenas apresentar o vídeo e fazer com que os alunos observassem os conteúdos que eram abordados no vídeo.

Professor B: *“Semana passada eu passei o vídeo, aquele que nós assistimos aqui...”*

Pesquisadora: Qual? Oferenda Musical de Bach ou o Naturalmente?

Professor B: *“Naturalmente. Eu só queria mostrar para eles o que tinha de matemática lá e que eles tinham aprendido”.*

Pesquisadora: Você montou o datashow e computador?

Professor B: *“Lógico que não. Foi o universitário quem tem lá na escola. Sempre que eu preciso, falo para ele: eu preciso disso (computador e datashow) e fica comigo o tempo todo”.*

---

<sup>27</sup> O professor C estava referindo-se aos Experimentos propostos no repositório M3 – Matemática Multimídia.

Pesquisadora: Em algum momento, mesmo com o universitário na sala, você tentou mexer, ver, conhecer o *datashow* e o computador?

Professor B: *“Não, eu não mexo mesmo”*.

Por conta deste diálogo há evidências que o Professor B não se importaria em utilizar mais vezes os recursos tecnológicos em suas aulas, desde que exista uma pessoa que fique responsável pela montagem e manuseio.

### 5.5.2 Ensino e Aprendizagem da Geometria

Ainda no primeiro encontro, foram levantados alguns aspectos sobre o ensino e aprendizagem do conteúdo de Geometria, não só de acordo com o seu ponto de vista enquanto professores, mas como estudantes também. É possível perceber que existe a preocupação dos professores em relação ao ensino, bem como com sua formação inicial e o conhecimento que os professores apresentam sobre este conteúdo. Também aparecem algumas inferências sobre a disposição dos conteúdos de Geometria no Currículo Oficial de Matemática.

Professor E: *“É interessante esse negócio da geometria. Eu me deparei com essa situação em 2003 na graduação, que eu “peguei” geometria... e assim, eu já tive dificuldade lá, que aquele conteúdo do ensino superior era do ensino fundamental, eu fiquei quase... eu nem vi... hoje, eu ainda nem sei o que é geometria analítica, eu ainda estou aprendendo a espacial”*.

Professor C: *“É aquilo que você falou: agora eles colocaram (a geometria) nos vários bimestres, porque antigamente era sempre no último bimestre e eu não sei nada do último bimestre. Como meu professor de Matemática gostava de geometria, ele ia incluindo (a geometria entre os outros conteúdos) ao longo do ano”*.

Pesquisadora: Quais conteúdos de geometria vocês gostariam de trabalhar utilizando recursos de tecnologia? Por quê?

Professor C: *“Eu acho legal Teorema de Pitágoras, fazer a demonstração do Teorema”*.

Professor E: *“Depois do curso de Geogebra (que ele realizou), até o mais simples, a construção de um quadrado já é muito enriquecedor”*.

Professor B: *“Área e Perímetro”*.

Professor D: *“Poliedros de Platão e Sólidos Geométricos”*.

### **5.5.3 Formação Continuada do Professor**

A formação continuada vem ao encontro da busca do professor por novos conteúdos ou novas práticas pedagógicas bem como para reforçar conhecimentos já existentes.

Durante os diálogos realizados nos encontros do grupo de estudos, pode-se perceber que os professores participantes demonstraram interesse em buscar novas informações e saberes por meio da formação continuada. Durante o diálogo sobre o uso das tecnologias, há um questionamento sobre a busca por cursos que oferecem esta formação.

Cabe ressaltar que o foco deste estudo são os conhecimentos revelados por professores de Matemática e a formação continuada aparece como elemento secundário, ou seja, por meio de uma situação de formação continuada é que pudemos fazer observações sobre aspectos do conhecimento. Por meio do diálogo abaixo, é possível perceber que há busca por esses cursos por parte dos professores participantes do grupo de estudos.

Professor D: *“Você fez o curso da PUC?”*

Professor C: *“Não, eu fiz alguns cursos lá na USP”*.

Professor B: *“Eu fiz o Cabri na PUC e nunca fui buscar meu certificado”*.

No penúltimo encontro do grupo de estudos, o professor A já havia utilizado os objetos de aprendizagem em sala de aula com o objetivo de trabalhar os seguintes conteúdos de geometria: área, perímetro e simetria. Foi possível perceber o interesse dos demais componentes do grupo de estudos em compreender como se deu essa situação na sala de aula.

Professor A: *“Eu já fiz as atividades com os alunos”*.

Professor B: *“Ah é? E como é que você fez?”*

Professor A: *“Primeiro eles assistiram o vídeo A Lenda de Dido. Depois eles fizeram as figuras de mesma medida, que é o que fala na Lenda de Dido... tem que ser figuras planas regulares. Aí então, só para construir e ter uma ideia do que são figuras planas. Depois a gente vai fazer as cercas da Lenda de Dido... as cercas... quando que vai ser maior? Quando*

*estiver mais próximo do quadrado, que é a figura regular. Depois eles fizeram as figuras no geoplano...”*

Professor B: *“Você levou seu geoplano?”*

Professor A: *“Levei... para eles fazerem as figuras... era para fazer quadriláteros, mas eles não fizeram. Era para fazer figuras de quatro lados com perímetro “tanto”, mas...”*

Professor B: *“Mas está bom, eles já estão aprendendo algumas coisas”.*

Professor A: *“E depois fazer a tabelinha, mesmo perímetro e a maior área. Depois eles assistiram ao vídeo Naturalmente, que fala sobre simetria. Entra com figuras planas e simetria. Pegaram o “espelhinho” e procuravam a simetria tanto nas letras, números, palavras...”*

Professor C: *“Simetria com o espelhinho”?*

Professor A: *“Sim, eu dei um espelhinho para cada grupo e eles colocavam (o espelho) em cima de cada figura para ver qual é simétrica”.*

Professor B: *“Mas como espelho?”*

Neste momento o professor A retira um espelho do estojo, igual ao utilizado na sala de aula e mostra aos professores B e C como foi realizada esta atividade pelos alunos.

O professor B realizou as atividades planejadas e no último encontro narrou aos demais colegas como foi essa experiência.

Professor B: *“Eu fiz o trabalho lá na escola. Escolhi o Experimento. Foi bem legal, os alunos gostaram bastante.”*

Pesquisadora: Mas como você apresentou o trabalho para os alunos?

Professor B: *“Eu levei a folha impressa, aquela que você apresentou (a Folha do Aluno) para que vissem o modelo dos cadarços. Uma semana antes eu falei para os alunos que ia ter uma atividade diferente e pedi para eles levarem papelão e cadarço. Quase todos levaram. No dia da atividade, eles sentaram em grupo e iam fazendo conforme eu ia falando. Primeiro, entreguei a folha. Depois, pedi para eles fazerem os furos (os furos para passar o cadarço) e passar o cadarço do jeito, das três maneiras que tinha lá na folha e...”*

Professor D: *“Você também usou o computador, mostrou para eles o Experimento como estava lá no site (repositório M3)”?*

Professor B: *“Não, eu nem levei o computador. Lá na sala só tinha papelão, cadarço, régua, tesoura, barbante... só isso. Com a folha, eles iam vendo os modelos, os desenhos dos cadarços. Aí, cada um que eles iam fazendo, me chamavam e perguntavam se estava certo, porque em um “dava” o cadarço todo (preenchia todos os furos) e no outro faltava”.*

Professor C: *“Como assim faltava?”*

Professor B: *“Era porque cada desenho (modelo de passar o cadarço) era de um jeito diferente...usa mais ou menos cadarço. Se faltou para todos os furos, é porque usa mais cadarço, precisava de um (cadarço) maior. Era isso que eles tinham que descobrir... o comprimento, o perímetro... qual era maior, qual precisa mais (cadarço). Teve um grupo que não fez assim, eles usaram barbante. Eles iam desenhando cada modelo e cortando o tanto de barbante que usavam para fazer o desenho e depois comparava, colocava um do lado do outro para ver qual usava mais, qual era o maior”.*

Professor C: *“Você que falou para eles fazerem assim?”*

Professor B: *“Não, eles que pensaram e fizeram assim. Mas não parou aí... os alunos, depois que eles terminavam de fazer os três modelos, ficaram passando os cadarços de maneiras diferentes, que não tinham lá (na folha do aluno) só para ver se usava pouco ou muito cadarço e vinham me mostrar, um tênis com o cadarço diferente do outro e mostravam qual era o bom, porque dava todo o cadarço que ele tinha no tênis”.*

Professor A: *“Os meninos que fizeram com o barbante?”*

Professor C: *“Não, quase todos fizeram isso até acabar a aula”.*

#### **5.5.4 Sobre os Objetos de Aprendizagem**

Conforme o cronograma, no segundo encontro foram apresentados os repositórios Objetos Educacionais, o Rived e o M3-Matemática Multimídia. Os dois primeiros foram expostos com o objetivo de que os professores pudessem conhecer outros repositórios, caso tivessem interesse em utilizá-los em outros momentos com seus alunos.

Uma vez que este trabalho selecionou apenas os Objetos de Aprendizagem do repositório M3- Matemática Multimídia, a apresentação deste repositório foi mais detalhada para que os professores pudessem se apropriar dos conteúdos do mesmo. Em um destes momentos, a pesquisadora relatou aos participantes do grupo de estudos sobre algumas

considerações feitas pelos professores que tinham utilizado um desses Objetos de Aprendizagem no curso M@tmídias em relação à opinião e a participação dos alunos.

Pesquisadora: “No M@tmídias, os professores deveriam utilizar um dos Objetos de Aprendizagem apresentados no curso para fazer uma atividade com os alunos e no final, fazer um relatório sobre essa atividade. Alguns professores questionaram se a realização da atividade era para ser feita com a sala toda ou se era para selecionar alguns alunos. A maioria dos professores realizou o trabalho com todos os alunos da sala e muitos deles acharam que iam ter dificuldades em realizar as atividades, mas os alunos ficaram tão empolgados com a ideia de se levar uma coisa nova para a sala de aula, que os resultados foram positivos”.

Pesquisadora: “No relatório eles (os professores) poderiam colocar que a experiência não foi válida, que os alunos não gostaram, não aprenderam...”

Professor D: *“Eles (os alunos) ficaram motivados, mas depois do que ele viu, avaliaram o aprendizado, se o aluno aprendeu mesmo?”*

Como o professor C tinha participado do curso M@tmídias, ele conhecia algumas atividades e deu continuidade ao diálogo.

Professor C: *“Você avalia se ele (o aluno) conseguiu ou não aprender. Com as perguntas que ele (o Guia do Professor) te orienta a fazer, obrigatoriamente você faz essa avaliação”.*

Professor D: *“Quer dizer então que você (professor) está conduzindo o conteúdo?!”.*

Professor C: *“Eu fiz a aplicação em sala de aula e foi ótimo”.*

Professor A: *“Eu conhecia o site dos Objetos Educacionais, pela TV Escola, mas não consegui usar ainda”.*

Após a apresentação do vídeo “Naturalmente”, como um dos Objetos de Aprendizagem que poderiam ser utilizados em sala de aula, foi comentado sobre a avaliação que os professores fariam dos Objetos de Aprendizagem pré-selecionados por eles (dentre os já selecionados pela pesquisadora) para utilizar em sala de aula, um dos professores relatou que a ideia era também levar esta atividade aos seus alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Professor A: *“Não vou escolher só um (Objeto de Aprendizagem) para a 5ª série, vou escolher um também para o 3º ano do (Ensino) Médio”.*

O Professor C relatou a sua experiência em já ter utilizado o Objeto de Aprendizagem Caixa de Papel quando realizou o curso M@tmídias.

Professor C: *“Eu trabalhei com o (Objeto de Aprendizagem) Caixa de Papel, mas não cheguei nos polinômios. Como eu estava com a turma do EJA<sup>28</sup>, preferi trabalhar com volume. No (Objeto de Aprendizagem) Caixa de Papel você tem dois recursos: o vídeo e o experimento. Foi tranquilo para aplicar. Eles (os alunos) adoraram”.*

Professor E: *“Qual foi o trabalho?”*

Professor C: *“Caixa de Papel”*

Professor A: *“Tem vídeo também?”*

Professor C: *“Tem vídeo e tem experimento também. Você primeiro apresenta o vídeo e depois pega as folhas de sulfite e pede para eles (os alunos) montarem as embalagens... e aí eles se enganam. Eu dei até exemplo: “antigamente, a caixa de sabão em pó não era grandona e agora ela é menor mas tem o mesmo volume”. Aí eles se empolgaram... “igual à garrafa de refrigerante, né professor?” Eles se empolgaram e como era uma turma do EJA, eles começaram a falar de umas embalagens que eu nem conhecia”.*

No encontro realizado para que os professores pudessem fazer a avaliação dos Objetos de Aprendizagem foi possível perceber o interesse deles por esse recurso tecnológico. Como foi orientado que eles deveriam avaliar dentre os dez objetos previamente selecionados, cada professor escolheu um objeto para avaliar e foi possível perceber que havia interação entre os pares, uma vez que eles discutiam sobre o Objeto de Aprendizagem que cada um estava analisando. Além de dúvidas conceituais de matemática e dúvidas sobre o uso da tecnologia, os professores também mostravam algo diferenciado que foi observado no Objeto de Aprendizagem e que poderia ser utilizado em sala de aula.

Neste encontro também foi apresentado aos professores os vídeos “A Velha História das Multidões” e “Ofereça Musical de Bach”. Ao final do primeiro vídeo, a pesquisadora

---

<sup>28</sup> EJA – Educação de Jovens e Adultos

perguntou a opinião dos professores sobre o mesmo e podemos perceber no diálogo ocorrido, indícios sobre a ideia de interdisciplinaridade<sup>29</sup>.

Pesquisadora: Qual a opinião de vocês sobre o vídeo (A Velha História das Multidões)?

Professor C: *“Eu achei muito complexo. É um vídeo só com muita informação ao mesmo tempo para o aluno”*.

Professor A: *“Não dá para passar (o vídeo) direto. Tem que ir parando e explicando para o aluno. É muita informação para o Ensino Fundamental”*.

Professor C: *“Eu acho que é melhor para mostrar no Ensino Médio”*.

Professor D: *“Até para usar na aula de Geografia, seria excelente”*.

Professor E: *“Eu acho que esse vídeo seria bom para usar no segundo ou terceiro ano no Ensino Médio, pensando na matéria deles”*.

Professor A: *“Mas esse vídeo tem que fazer (ser utilizado) junto com Geografia...”*

Professor E: *“Sim, ou também com História, porque aí ele vai procurar o que é aquela festividade<sup>30</sup>”*.

Professor D: *“É, acho que dá para fazer um trabalho interdisciplinar com esse vídeo”*.

Quanto ao vídeo “Ofereça Musical de Bach”, os professores também expressaram sua opinião durante o encontro.

Professor B: *“Eu achei complicado, é difícil... envolve muitas coisas”*.

Professor C: *“Eu acho que para trabalhar com os alunos, poderia trabalhar simetria de uma forma mais significativa”*.

Professor D: *“Eu acho que antes de passar o vídeo, o professor deve dar uma prévia, falar sobre simetria”*.

---

<sup>29</sup> De acordo com Libâneo (1998, p.14), “A noção mais conhecida de interdisciplinaridade é a interação entre duas ou mais disciplinas para superar a fragmentação, a compartimentalização de conhecimentos, implicando uma troca entre especialistas de vários campos do conhecimento na discussão de um assunto, na resolução de um problema, tendo em vista uma compreensão melhor da realidade”.

<sup>30</sup> A festividade a qual o Professor C refere-se é o Círio de Nazaré, que é apresentado no vídeo “A Velha História das Multidões”.

Após a apresentação do vídeo, a pesquisadora pergunta se algum dos professores participantes tinha feito a avaliação de algum dos áudios sugeridos. Por conta de um problema de conexão com a internet neste encontro, não foi possível realizar a avaliação durante o encontro e o Professor C sugeriu que as análises dos objetos de aprendizagem fossem feitas em outro momento. Mesmo sem ter feito a análise, o Professor C fez um apontamento que consideramos relevante.

Professor C: *“Sabe o que eu pensei? Para chamar a atenção de aluno, a gente tem que mostrar a imagem. O áudio, por si só, é como se estivesse ouvindo um rádio com um assunto que não é interessante para eles: Matemática. Aí eu pensei em colocar o áudio no Power Point. Você monta a figura de acordo com o áudio para ir mostrando para eles (alunos)”*.

Ao final deste encontro, como o Professor B não havia concluído a avaliação do Experimento “Como Economizar Cadarço” ao final do encontro, ele solicitou que eu entregasse a versão impressa do mesmo para terminar essa análise, uma vez que ele apresenta dificuldades em utilizar os recursos tecnológicos, como se pode observar nos diálogos anteriores.

## **5.7 Avaliação dos Objetos de Aprendizagem**

Em determinado momento do Grupo de Estudos, os professores precisariam avaliar os Objetos de Aprendizagem para escolher qual ou quais seriam os utilizados em sala de aula. Esta avaliação (anexo B) foi elaborada de acordo com as orientações existentes na apresentação de Avaliações de Objetos de Aprendizagem, de Liane Tarouco (CINTED/UFRGS – 2013) e foi adotada a abordagem do sistema EDUCAUSE 2010, por apresentar uma avaliação em escala dos diversos critérios que podem ser observados em um Objeto de Aprendizagem.

Inicialmente, cada professor do grupo recebeu uma ficha para fazer a avaliação dos Objetos de Aprendizagem. Foram avaliados sete Objetos de Aprendizagem dos dez selecionados. São eles: A Lenda de Dido, A velha história das multidões, Calçadas, O que é paralelogramo, Oferenda Musical de Bach, Naturalmente e Como Economizar Cadarço.

O vídeo **A Lenda de Dido** foi avaliado com conceito “concordo plenamente” em quase todos os critérios. O professor avaliou sem resposta o item “inclui quantia adequada de material”.

Já o Objeto de Aprendizagem **A velha história das multidões** (vídeo) foi avaliado completamente como “discordo completamente”. Por meio dessa avaliação, percebe-se que o professor provavelmente não utilizaria esse recurso como estratégia para ensinar conceitos de geometria plana e estimativa.

O Objeto de Aprendizagem **Calçadas** (áudio) foi avaliado com o critério “concordo” em cinco aspectos (demonstra conceito base, é relevante, é flexível e reutilizável, inclui quantia adequada de material e é fácil de usar), no critério “discordo” também em cinco aspectos (muito alta qualidade do conteúdo, qualidade de projeto elevada, identifica objetivos de aprendizagem, fundamenta em conceitos prévios e é muito eficiente). Os demais itens da avaliação foram avaliados com o critério “não concordo nem discordo”.

O Objeto de Aprendizagem **O que é paralelogramo** (áudio) foi avaliado com o conceito “sem resposta” em apenas um item (visualmente atraente), em cinco itens com o conceito “concordo” (inclui quantia adequada de material, muito alta a qualidade do conteúdo, avaliação geral, qualidade do projeto elevada e é muito eficiente) e os demais foram avaliados com o conceito “concordo plenamente”.

O vídeo **Oferenda Musical de Bach** foi avaliado em cinco aspectos com o critério “concordo plenamente” (é claro e conciso, demonstra conceito base, inclui quantia adequada de material, é fácil de usar e tem instruções claras), com o conceito “não concordo nem discordo” no aspecto interatividade e os demais itens foram avaliados com o conceito “concordo”.

O Objeto de Aprendizagem **Naturalmente** (vídeo) foi avaliado com o conceito “não concordo nem discordo” em apenas dois itens (identifica conhecimentos pré-requisito e é muito eficiente); sete itens foram avaliados com o critério “concordo” (interativo, qualidade de projeto elevada, identifica objetivos de aprendizagem, reforça conceitos progressivamente, fundamenta em conceitos prévios, demonstra relações entre conceitos e nos itens de avaliação geral sobre facilidade de uso e potência como recurso de ensino) e os demais itens foram avaliados com o critério “concordo plenamente”.

Por fim, tem-se a avaliação do Objeto de Aprendizagem **Como Economizar Cadarço** (experimento), sendo avaliado com o conceito “concordo” em quatro itens (identifica conhecimentos pré-requisito, reforça conhecimentos progressivamente, é muito eficiente e avaliação geral – potência como recurso de ensino); dois itens foram avaliados com o critério “não concordo nem discordo” (fundamenta em conhecimentos prévios e demonstra relação entre conceitos). Os demais itens foram avaliados com o critério “concordo plenamente”.

Posteriormente, os professores selecionaram pelo menos um Objeto de Aprendizagem para utilizá-lo em sala de aula como recurso pedagógico. O Objeto de Aprendizagem escolhido deveria estar de acordo com o conteúdo estabelecido pelo Currículo Oficial, uma vez que espera-se que os professores tenham o conhecimento curricular, como proposto por Shulman. Como a aplicação dessa etapa coincidiu com atividades já agendadas no calendário escolar, apenas dois professores conseguiram implementar essa etapa na escola.

## **5.8 Desenvolvimento da Atividade – Professor A**

O professor A desenvolveu essa etapa em uma sala de 5ª série / 6ª ano. Ele utilizou três Objetos de Aprendizagem em três aulas de cinquenta minutos para realizar a atividade planejada. Na sala de aula havia vinte e um alunos, que foram divididos em quatro grupos de quatro alunos e um grupo com cinco alunos. Ele entregou aos alunos os materiais necessários, como régua, tesoura, barbante, canudos, elásticos, lápis colorido, espelho, etc. Antes de iniciar as atividades, os estudantes receberam uma pequena apostila (anexo C) com as atividades que deveriam realizar ao longo da aula, de acordo com as orientações do professor. As atividades dessa apostila foram desenvolvidas de acordo com sugestões dadas nos Guias do Professor dos Objetos de Aprendizagem utilizados. A realização desta atividade foi acompanhada pela pesquisadora.

O primeiro Objeto de Aprendizagem utilizado foi **A Lenda de Dido**, com o objetivo de construir figuras planas. Após os alunos terem assistido ao vídeo, o professor mostrou algumas figuras planas (do triângulo até o decágono) utilizando o recurso do Power Point e pediu aos alunos que construíssem algumas figuras planas (os alunos poderiam construir qualquer figura geométrica) utilizando canudo e barbante. Nessa situação, foi observado que em todos os grupos os alunos construíram primeiro o triângulo, depois o quadrado e por

último, o pentágono. Não foi observada nenhuma dificuldade por parte dos alunos para que realizassem essa atividade.

O segundo Objeto de Aprendizagem selecionado pelo professor A foi **Oferenda Musical de Bach**, pois o objetivo do professor com essa atividade era que os alunos identificassem a diferença entre área e perímetro por meio da construção de uma cerca de formato retangular. Ao final do vídeo, o professor solicitou que os alunos tentassem construir, com o pedaço de barbante, a maior cerca. Para cada aluno ele entregou quatro pedaços de barbante de mesma medida. Depois dos retângulos terem sido construídos, eles foram colados na apostila e os alunos deveriam verificar as medidas dos lados dos retângulos e calcular a área de cada um deles. Nesta atividade, os alunos apresentaram certa dificuldade em construir os retângulos com os barbantes e alguns alunos confundiram os conceitos de área e perímetro. Ao questionar uma aluna sobre o que é perímetro, ela disse: “perímetro é tudo”. Após o professor verificar que os alunos tinham dificuldades para distinguir área e perímetro, retomou oralmente esses conteúdos antes de partir para a próxima atividade.

Ainda utilizando o mesmo Objeto de Aprendizagem, o professor utilizou um recurso complementar para explorar o conceito de área e perímetro: o Geoplano. Ele pediu aos alunos para representarem no Geoplano retângulos com perímetro 16 unidades de medida. Nessa atividade os alunos não apresentaram dificuldades com o conceito de perímetro, mas construía outras figuras geométricas cujo perímetro era 16. Dando sequência a atividade, os alunos deveriam preencher uma tabela que continha os seguintes dados: comprimento/largura, área e perímetro. Poucos alunos preencheram essa tabela, principalmente quando se tratava da área de outra figura que não era um quadrilátero. Essa sugestão de atividade fora retirada pelo professor do Guia do Professor.

O último Objeto de Aprendizagem utilizado foi o vídeo **Naturalmente**. O conceito a ser trabalhado nesse vídeo era a simetria. Estavam impressas na apostila algumas figuras (como as letras do alfabeto, números, palavras como: baba, ata, beco, ovo) de forma que os alunos deveriam verificar se havia(m) eixo(s) de simetria utilizando um pequeno espelho, que foi entregue pelo professor ao grupo. Em caso positivo, os alunos deveriam traçar esse(s) eixo(s). Os alunos ficaram entusiasmados com essa atividade e realizaram com bastante facilidade, mas a maioria deles enxergou apenas um eixo de simetria em figuras que possuíam mais de um. Todos os grupos realizaram essa atividade sem dificuldades. Diante do exposto,

a pesquisadora questionou o professor se a utilização desse vídeo era para dar fechamento a esse assunto e ele me informou que era a primeira vez que os alunos estavam tendo contato com o conteúdo simetria.

### **5.9 Desenvolvimento da Atividade – Professor B**

O professor B realizou o experimento **Como Economizar Cadarço** com uma turma de 5ª série /6º ano e estavam presentes vinte e seis alunos, também divididos em grupos. A atividade foi realizada em duas aulas com o acompanhamento da pesquisadora.

Um fator que levou o professor B a escolher o Experimento deu-se ao fato de o mesmo apresentar dificuldades com recursos tecnológicos, como a utilização do computador, do *datashow* e da própria internet. Isso fica evidente quando, no primeiro encontro do grupo de estudos o professor B coloca: “... *tenho aversão a computador...*”.

As avaliações que ele realizou dos Objetos de Aprendizagem durante o grupo de estudos sempre eram auxiliadas pela pesquisadora ou por algum outro colega professor do grupo de estudo. O professor se interessou pela realização do Experimento quando a pesquisadora mostrou que o Experimento, a Folha do Aluno e o Guia do Professor poderiam ser impressos. Ele então solicitou todo esse material impresso para que pudesse reproduzir a Folha do Aluno e entregar para cada grupo de alunos durante a realização da atividade.

O professor entregou para cada grupo a Folha do Aluno, com as orientações sobre a atividade e as três maneiras diferentes de passar o cadarço: o modelo europeu, o modelo americano e o modelo rápido das sapatarias. Os alunos levaram os papelões e os cadarços (alguns alunos levaram barbante em substituição ao cadarço). O primeiro passo foi recortar o papelão no formato de um tênis e fazer os furos para passar o cadarço. Depois, os alunos passavam o cadarço das formas indicadas e comparavam qual em qual delas utilizava um comprimento menor de cadarço.

Um dos grupos que estava com o barbante fez primeiro o modelo europeu e cortou o cadarço no comprimento utilizado. Fizeram o mesmo com o modelo americano e com o modelo de sapataria. Após conseguirem as três medidas, eles fizeram a comparação de qual barbante era menor e, com isso, chegaram à conclusão que o método americano era o que utilizava menos cadarço. Os outros grupos utilizaram um único cadarço e perceberam qual era o modelo mais econômico, pois, dependendo do modelo escolhido o cadarço terminava antes de terem sido preenchidos todos os furos. Ao final da atividade, os alunos já estavam criando

outras formas de utilizar o cadarço e já faziam inferências se o modelo que tinham inventado era mais econômico dos que eles tinham feito na atividade.

Após a realização da última tarefa, houve outro encontro do grupo de estudos. O professor A narrou sobre a utilização desses recursos tecnológicos destacando o fato dos alunos compreenderem o conceito de simetria sem ele ter abordado esse assunto anteriormente. O professor levou algumas atividades realizadas pelos alunos para mostrar aos demais os professores do grupo de estudos.

No próximo capítulo serão apresentadas as análises sobre as atividades realizadas nesta pesquisa, bem como os aspectos revelados pelos professores durante os encontros do grupo de estudos.

## CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo são apresentadas as análises das atividades realizadas pelos professores em sala de aula e das narrativas realizadas pelos professores durante os encontros do Grupo de Estudos.

### 6.1 Análise das atividades realizadas pelos Professores

Após a realização das atividades, houve o último encontro do grupo de estudos. O professor A narrou sobre a utilização desses recursos tecnológicos destacando o fato dos alunos compreenderem o conceito de simetria sem ele ter abordado esse assunto anteriormente “... *eu nem tinha ensinado simetria ainda e eles fizeram (a simetria em) todas as figuras...*” (neste momento o professor A mostrava para os outros professores as atividades realizadas pelas crianças).

Já o professor B, em sua narrativa, destacou a facilidade com que os alunos conseguiram analisar os tamanhos dos cadarços, verificando qual modo necessitava de um comprimento maior e o fato dos alunos não se prenderem somente aos modelos sugeridos no experimento, criando novas maneiras de como passar o cadarço com o menor comprimento possível e expressou novamente a sua dificuldade com as tecnologias, ressaltando que só consegue utilizar esses recursos se há alguma pessoa (aluno, por exemplo) que fique responsável por cuidar dos aparatos tecnológicos.

Percebeu-se que a utilização dos recursos apontados mostra-se favorável frente aos objetivos propostos pelo professor A, principalmente quando ele utilizou o vídeo **Naturalmente** como estratégia diferenciada para iniciar o conteúdo a ser desenvolvido, pois houve compreensão por parte dos alunos ao ponto deles realizarem toda atividade que envolvia simetria sem que o professor fizesse outras intervenções. O professor demonstrou ter o conhecimento do conteúdo pedagógico e tecnológico, uma vez conseguiu agregar a tecnologia ao ensino dos conteúdos de geometria acima citados. Os alunos foram participativos em todas as atividades, fazendo questionamentos, tirando suas próprias conclusões, construindo seu conhecimento.

Os Objetos de Aprendizagem também se mostraram eficientes para atingir os objetivos propostos pelo professor B, porém sua utilização fica restrita somente ao Experimento, uma vez que não é necessária a utilização da tecnologia, já que o mesmo

apresenta certa restrição ao uso destes novos recursos. O professor apresenta indícios de ter conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo, sempre fazendo as intervenções necessárias quando era solicitada pelos alunos, mas pode-se afirmar que o professor B apresenta restrições quanto ao conhecimento do conteúdo tecnológico e pedagógico (TPACK), uma vez que demonstra grande dificuldade em integrar a tecnologia ao processo de ensino e aprendizagem.

Vale ressaltar que essa dificuldade é o que faz o professor B buscar cursos de formação continuada, ou seja, ele tem dificuldades, mas entende a importância da utilização da tecnologia na sala de aula, fato que fica evidente quando, no quinto encontro, ele conta que resolveu mostrar para uma sala de aula o vídeo Naturalmente (neste momento ele não tinha nenhum planejamento pedagógico de aula para o vídeo, apenas queria apresentá-lo aos alunos) e diz o seguinte a respeito da montagem do computador e do *datashow*:

- “(quem montou foi) o universitário que tem lá na escola”;
- “eu falo para ele: UNIVERSITÁRIO eu preciso disso (computador e *data-show*) e fica comigo o tempo todo...”;
- “eu não mexo mesmo (em computador e *data-show*)”.

Ou seja, o professor B até utiliza a tecnologia, desde que ele tenha alguém que possua conhecimento sobre esses recursos tecnológicos e que possa ajudá-la durante todo o tempo que ele necessitar. Os dois professores também demonstraram ter conhecimento sobre o Currículo Oficial, pois os assuntos abordados na utilização dos Objetos de Aprendizagem estavam de acordo com os conteúdos a serem trabalhados na série em que eles lecionavam. Um fato relevante que pode ser apontado é que os dois professores selecionaram Objetos de Aprendizagem diferentes para abordar o conteúdo “perímetro”, uma vez que o professor A selecionou o vídeo “Ofereça Musical de Bach” e o professor B escolheu o experimento “Como Economizar Cadarço”.

Os professores que realizaram as atividades com os Objetos de Aprendizagem, também foram orientados a fazer algumas observações:

- Se os alunos acharam fácil manusear os Objetos de Aprendizagem;
- Se os alunos se interessaram pelo conteúdo do Objeto de Aprendizagem;
- Se foi favorecida a construção de conhecimento pelos alunos;

- Se houve adaptações para atingir os objetivos propostos no Objeto de Aprendizagem;
- Descrição do ambiente onde foi realizada a aplicação do Objeto de Aprendizagem.
- Se houve algum empecilho (físico ou parte gestora) para realização da atividade.

Quanto à questão do manuseio dos Objetos de Aprendizagem, embora os alunos não tenham manuseado diretamente um Objeto de Aprendizagem no computador, podemos dizer que eles apresentaram facilidade quanto às atividades propostas pelos professores por meio dos recursos selecionados. Isto pode ser verificado por meio das devolutivas do Professor A e na experimentação de novos modelos de cadarços, da atividade do Professor B. Esse fato demonstra que houve o interesse pelo conteúdo dos Objetos de Aprendizagem selecionados pelos dois professores.

No tocante à questão da construção do conhecimento, é possível apontar também aspectos positivos, já que os alunos que realizaram as atividades com o Professor A conseguiram inclusive responder a questões propostas sobre um conteúdo que era apresentado pela primeira vez à classe, o conteúdo de simetrias. Com o professor B, essa questão evidencia-se quando os alunos começam a propor novos modelos de passar o cadarço, com o objetivo de analisar qual seria o mais econômico.

Pelo relato dos professores e o acompanhamento realizado pela pesquisadora, constatou-se que a única adaptação ocorrida foi o fato do Professor A agregar o Geoplano para a realização das atividades, contribuindo positivamente para que os objetivos fossem atingidos.

As atividades do Professor A e do Professor B aconteceram na sala de aula em que os alunos permaneceram durante o ano letivo, não houve mudança de ambiente. Foi possível verificar também que não houve nenhum empecilho para a realização das atividades propostas pelos professores.

## **6.2 Análise das narrativas**

Ao longo dos encontros, os professores puderam narrar seus anseios, suas angústias e seus pensamentos sobre uso das tecnologias em sala de aula, ensino do conteúdo geometria e os objetos de aprendizagem. Em alguns momentos, também emergiram assuntos relacionados à formação continuada docente.

Partindo das narrativas realizadas, é possível responder à questão inicial do presente trabalho “Que aspectos do conhecimento são explicitados nas narrativas dos professores sobre a experiência vivenciada no uso de Objetos de Aprendizagem?”.

Após as narrativas dos professores A e B verificou-se que o conhecimento pedagógico aliado ao conhecimento do currículo foi importante na definição dos Objetos de Aprendizagem selecionados, pois, ao escolher os recursos, era necessário prévio conhecimento acerca do assunto que era abordado no currículo para que pudessem inferir e justificar a escolha de cada Objeto de Aprendizagem. Também pode-se perceber que as atividades foram organizadas de forma que o conteúdo pudesse ser compreendido pelos alunos, pois o “conteúdo pedagógico também inclui o entendimento do que torna fácil ou difícil a aprendizagem de determinado tópico, bem como as concepções errôneas dos estudantes e suas implicações na aprendizagem” (ALMEIDA, BIAJONE, 2007, p. 287).

Quanto ao conhecimento tecnológico, observou-se que o professor A domina a utilização das novas mídias, pois ele não se limita apenas a mostrar os vídeos do repositório M3 – Matemática Multimídia aos alunos; ela utiliza o recurso *Power Point* para fazer algumas inferências sobre os conteúdos abordados em cada vídeo. Inclusive, ele não utiliza estes recursos com mais frequência por dificuldade de acesso aos mesmos. O professor B apresenta restrições sobre a utilização de recursos tecnológicos e há evidências que seu Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (TPACK) é restrito, especialmente quanto ao conhecimento tecnológico, uma vez que o professor demonstra ter o conhecimento do conteúdo matemático. Como explicitado anteriormente, o fato do professor não dominá-lo não o impede de utilizá-lo, desde que acompanhado de uma pessoa que se responsabilize pelo aparato tecnológico.

Em relação aos Objetos de Aprendizagem, os dois professores reconheceram este recurso como um facilitador ao trabalhar conteúdos de geometria com seus alunos, uma vez que os mesmos demonstraram ter compreendido os conceitos envolvidos e os objetivos propostos pelos professores terem sido atingidos.

Além dos aspectos do conhecimento apontados pelos professores A e B, será feita também uma breve análise dos demais participantes do grupo de estudo, evidenciados nas narrativas durante os encontros.

Foi possível observar que os professores C, D e E se preocupam com sua formação continuada, uma vez que citaram buscar informações e participarem de cursos que são realizados por algumas Instituições de Ensino. O mesmo estende-se aos professores A e B. O próprio fato de aceitarem participar do grupo de estudos também ressalta essa afirmação.

Quanto ao conhecimento e uso das tecnologias, percebe-se que o professor D identifica que os alunos possuem conhecimento e sabem utilizar os recursos tecnológicos, condição que pode gerar alguns conflitos, uma vez que a maioria dos professores ainda encontram algumas barreiras com estes recursos. Por isso, ele aponta a importância do professor buscar formações e informações sobre o uso das tecnologias e como elas podem auxiliá-lo na sala de aula. Um dado relevante é que os professores C, D e E não utilizam recursos tecnológicos por falta de acesso aos mesmos e não por apresentarem dificuldades frente às novas tecnologias, pois durante os encontros do Grupo de Estudos não demonstraram dificuldades com o conhecimento tecnológico.

Em relação aos Objetos de Aprendizagem, os professores se mostraram favoráveis quanto à sua utilização em sala de aula, fato comprovado ao longo das narrativas, especialmente quando o professor C conta que já utilizou, em outro momento, um dos objetos de aprendizagem existentes no repositório M3 Matemática Multimídia e os professores questionaram como isso ocorreu em sala de aula e se os alunos conseguiram aprender o que o professor tinha objetivo de ensinar. O professor C fala que o próprio Guia do Professor orienta o trabalho do professor em sala e que o próprio desenvolvimento da atividade permite que o docente realize a avaliação da aprendizagem ao longo do acontecimento da mesma.

Ao longo deste estudo, surgiram algumas questões secundárias:

- Quais são os agentes dificultadores no trabalho com Objetos de Aprendizagem que os professores encontram no ambiente escolar?
- O uso de objetos de aprendizagem tem contribuído para a consolidação do conhecimento do conteúdo pedagógico e tecnológico pelo professor?
- Os objetivos que o professor idealizou foram atingidos ao trabalhar um conteúdo de matemática utilizando Objetos de Aprendizagem como um dos recursos no processo de ensino?

Em relação à utilização dos Objetos de Aprendizagem, para a realização desta pesquisa não houve empecilhos, todavia, de acordo com o relato dos professores, há certa dificuldade em utilizar as salas que possuem computadores na escola ou a disponibilidade de recursos tecnológicos, como *datashow*, *notebooks*, podendo ser este um fator dificultador para utilizar os Objetos de Aprendizagem no processo de ensino e aprendizagem.

Quanto à consolidação do conhecimento do conteúdo pedagógico e tecnológico, encontram-se aspectos favoráveis, já que os professores se mostram intencionados a utilizar as tecnologias, buscando informações e formações em cursos ou pela troca de experiência entre eles, mesmo tendo algumas dificuldades (em relação ao uso e/ou ao acesso as mesmas). O fato dos professores buscarem para a avaliação, Objetos de Aprendizagem relacionados ao conteúdo da série a qual lecionavam, pensando-os como uma estratégia diferenciada para concluir ou ensinar um novo assunto aos alunos, mostra também que eles possuíam conhecimento do currículo.

O conhecimento pedagógico da matéria (conteúdo) consiste nos modos de formular e apresentar o conteúdo de forma a torná-lo compreensível aos alunos, incluindo analogias, ilustrações exemplos, explicações e demonstrações. A ênfase está nas maneiras de se representar e reformular o conteúdo de tal forma que ele se torne compreensível aos alunos (ALMEIDA e BIAJONE, 2007, p. 288).

Acerca dos objetivos idealizados pelos professores, pode-se afirmar que foram atingidos, uma vez que o Professor A pretendia concluir o ensino do conteúdo de área e perímetro e apresentar o conteúdo simetria. Os alunos demonstrarem ter compreendido todos os conceitos desenvolvidos nesta atividade. O professor B, mesmo não utilizando diretamente o recurso tecnológico para apresentar o Objeto de Aprendizagem selecionado, conseguiu alcançar o objetivo previsto para a atividade proposta, que era observar qual modelo de passar o cadarço era o mais econômico.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos aqui as considerações finais desta pesquisa, que teve como ponto de partida o trabalho da pesquisadora como professora tutora do curso M@tmídias, onde houve o primeiro contato com os Objetos de Aprendizagem como recurso tecnológico para o ensino de Matemática. As ideias deste curso, realizado à distância, apontaram algumas perspectivas para a realização deste trabalho, cujo objetivo foi analisar os aspectos do conhecimento explicitados nas narrativas dos professores sobre a experiência vivenciada no uso de Objetos de Aprendizagem, considerando principalmente os aspectos referentes ao conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo. Outros fatores também foram observados como recursos facilitadores ou dificultadores em utilizar recursos tecnológicos na sala de aula.

Para atingir o objetivo proposto, foi realizada uma formação continuada com um grupo de cinco professores de Matemática da rede pública estadual, para que estes pudessem analisar e selecionar os Objetos de Aprendizagem que seriam utilizados juntamente com os alunos. Para esta seleção, optou-se pelos Objetos de Aprendizagem que abordavam os conteúdos de Geometria considerados no Currículo Oficial do Estado de São Paulo.

Com a finalidade de atingirmos o objetivo proposto, emergiu o seguinte questionamento: Que aspectos do conhecimento são explicitados nas narrativas dos professores sobre a experiência vivenciada com o uso de Objetos de Aprendizagem?

Desta forma, os estudos desta pesquisa estão embasados na teoria de Shulman, que aborda os conhecimentos essenciais ao professor, como o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK - *Pedagogical Content Knowledge*), o conhecimento do conteúdo e o conhecimento do currículo; e na teoria de Mishra e Koehler, que apontam, além dos conhecimentos já citados por Shulman, o conhecimento do conteúdo pedagógico e tecnológico (TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*), necessários ao professor para que haja a integração do uso da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem.

Como parte deste trabalho foi a realização do grupo de estudos, optou-se pela metodologia das Narrativas, pois trata-se de uma maneira que o professor tem para expor seu conhecimento e suas vivências. Desta forma o narrador (professor) pôde relatar os caminhos percorridos para a realização das atividades, refletir acerca do uso dos Objetos de

Aprendizagem como recursos tecnológicos auxiliares no ensino de geometria e também sobre o seu papel de formador. Todas estas ideias foram expostas durante os encontros do grupo de estudos, gerando assim debates sobre alguns eixos, como formação continuada do professor, uso das tecnologias, ensino e aprendizagem de geometria e os Objetos de Aprendizagem.

Os resultados desta pesquisa evidenciam a necessidade de investimento na formação do professor acerca da utilização de recursos tecnológicos em ambiente escolar, uma vez que se percebe que há vontade do professor em utilizar as novas tecnologias como um recurso diferenciado em sala de aula. No entanto, tal anseio não se concretiza por conta do desconhecimento diante de tais tecnologias.

Constatou-se também que os professores participantes desta pesquisa não são passíveis frente à procura de cursos que possam complementar a sua formação. Eles relatam suas fragilidades mediante às tecnologias, frente aos conteúdos de geometria e buscando seu aprimoramento, seja por meio de cursos de formação continuada, leitura de materiais ou na troca de experiências entre seus pares.

Quanto à utilização dos Objetos de Aprendizagem, os professores reconheceram novas possibilidades de tratar alguns conceitos matemáticos de forma diferenciada, em especial a Geometria, por conta de algumas representações que só são plausíveis de visualização por meio de recursos que vão além da lousa e livros didáticos. Outro ponto favorável é a existência do Guia do Professor para auxiliar o docente na elaboração de atividades e, no caso do Experimento, a Folha do Aluno, que permite ao professor utilizar o Objeto de Aprendizagem sem o auxílio do computador.

Por conta deste estudo foi possível perceber que ser professor vai além de saber apenas o conteúdo. Por trás de uma aula há uma série de conhecimentos envolvidos, como cita Shulman, os quais os professores devem também observar para que se atinja o objetivo proposto no ensino do assunto selecionado. Quanto ao uso das tecnologias, além do conhecimento da matéria, da forma como o aluno aprende e do documento que orienta o processo de ensino e aprendizagem, o professor também precisa saber utilizar os recursos tecnológicos e observar de que forma estes poderão lhe auxiliar em sua prática docente.

Nesta pesquisa não foi selecionado Objeto de Aprendizagem da categoria Áudio, mas sugere-se que pesquisas futuras sejam realizadas com este recurso, com alunos com

deficiência visual, uma vez que o Áudio proporciona a descrição ou a definição de conceitos matemáticos (e também geométricos), possibilitando também a esses alunos uma forma diferenciada de se aprender geometria.



## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Patricia Cristina Albieri de; BIAJONE, Jefferson. Saberes docentes e formação inicial de professores: implicações e desafios para as propostas de formação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 2, p.281-295, maio/ago. 2007.

ASSIS, Leila Souto de. **Concepções de Professores de Matemática quanto à utilização de objetos de aprendizagem: um estudo de caso do projeto RIVED-BRASIL**. 2005. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Mec. **Banco Internacional de Objetos Educacionais**. Disponível em: <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/>>. Acesso em: 04 jun. 2013.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação A Distância. Seed. **RIVED**. Disponível em: <<http://rived.mec.gov.br/projeto.php>>. Acesso em: 19 jun. 2013.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Mec, 1998. 148 p.

ESTEVES NETO, Hildebrando. **Tecnologia: Objetos de Aprendizagem**. Disponível em: <[http://www.janeladofuturo.com.br/noticias/artigo\\_Objeto\\_de\\_Aprendizagem.pdf](http://www.janeladofuturo.com.br/noticias/artigo_Objeto_de_Aprendizagem.pdf)> Acesso em: 01 jun. 2011.

HANKE, Michael. Narrativas orais: formas e funções. **Revista Contracampo**, Rio de Janeiro, v. 9, n. 0, p.117-126, 2003. Disponível em: <<http://www.revistas.univerciencia.org/index.php/contracampo>>. Acesso em: 22 out. 2012.

KOEHLER, Matthew. **Tpack – Technological Pedagogical Content Knowledge**. Disponibilizado no site em 13 de maio de 2011. Disponível em: <<http://www.tpck.org/>>. Acesso em: 13 set. 2012.

KOOHANG, Alex; HARMAN, Keith. **Learning Objects: Theory, Praxis, Issues and Trends**. Califórnia: Informing Science Press, 2007.

Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil/LEIS/L9394.htm>, acessado em 26 abr. 2011

LIBÂNEO, José Carlos. **Adeus professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente**: Novas exigências educacionais e profissão docente. São Paulo: Cortez, 1998.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Blumenau, n. 4, p.3-13, jan./jun. 1995.

MANRIQUE, Ana Lúcia; ANDRÉ, Marli E.d.. Concepções, sentimentos e emoções de professores participantes de um processo de formação continuada em geometria. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 11, n. 1, p.17-38, 2009. Quadrimestral.

MARQUESIN, Denise Filomena Bagne; PASSOS, Laurizete Ferragut. Narrativa como objeto de estudo: aportes teóricos. **Revista Múltiplas Leituras**, São Paulo, v. 2, n. 2, p.219-237, jun 2009.

MISHRA, Punya.; KOEHLER, Matthew. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. Teachers College Record, v.108, n.6, p. 1017-1054, 2006.

MIZUKAMI, Maria da Graça N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Revista do Centro de Educação**. v. 29, n.22, 2004. Disponível em: <www.ufsm.br/ce/revista/2004> p.8-22. Acesso em: 23 jun. 2011.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni; GALVÃO, Cecília. Narrativas de Formação: Investigações Matemáticas na Formação e na Atuação de Professores. **Revista Interações**, [s.i], v. 7, n. 18, p.76-103, 2011.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil**. Bolema, Rio Claro, ano 21, nº 29, p. 13 a 42. 2008

PONTE, João Pedro da; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didática da Matemática do 1º ciclo**. Viseu: Universidade Aberta, 2000. 260 p.

REATEGUI, Eliseo; BOFF, Elisa; FINCO, Mateus David. Proposta de Diretrizes para Avaliação de Objetos de Aprendizagem Considerando Aspectos Pedagógicos e Técnicos. **Revista Renove**, Porto Alegre, v. 8, n. 3, p.1-10, 26 jul. 2012. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/18066/10653>>. Acesso em: 01 dez. 2011.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo. Matemática e Suas Tecnologias - Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio**. São Paulo: SEE, 2010.

SOUSA, Edvaldo Vale de. **Objetos de aprendizagem no ensino de matemática e Física: uma proposta interdisciplinar**. 2010. 198 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP (São Paulo). **Coleção de Recursos Educacionais M3: Matemática Multimídias**. Disponível em: <<http://www.m3.ime.unicamp.br/portal/>>. Acesso em: 10 jun. 2013.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL- UFRGS. **CESTA - Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem**. Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/CESTA/cestadescr.html>>. Acesso em: 26 ago. 2012.

TAROUCO, Liane. **Avaliação de Objetos de Aprendizagem**. CINTED/UFRGS. Disponível em: <<http://penta2.ufrgs.br/edu/objetosaprendizagem/sld001.htm>>. Acesso em: 06.abr.2013.

## **ANEXOS**

Anexo A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Anexo B – Avaliação dos Objetos de Aprendizagem

Anexo C – Atividade desenvolvida pelo Professor A

Anexo D – Guia do Professor do Vídeo “A Lenda de Dido”

Anexo E – Guia do Professor do Vídeo “Ofereça Musical de Bach”

Anexo F – Guia do Professor do Vídeo “Naturalmente”

Anexo G - Guia do Professor do Experimento “Como economizar cadaço”

Anexo H – Roteiro do Experimento “Como economizar cadaço”

Anexo I – Folha do Aluno do Experimento “Como economizar cadaço”



## ANEXO A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO SUJEITO DE PESQUISA

Gostaríamos de convidá-lo a participar do projeto de pesquisa Conhecimentos Revelados por professores em um curso de Formação Continuada para a Utilização de Objetos de Aprendizagem, composto por professores de Matemática da rede pública estadual de São Paulo, que se propõe a analisar quais conhecimentos podem ser observados ao longo da realização de atividades de geometria com o uso de tecnologias.

Os dados para o estudo serão coletados no momento da formação continuada, realizada essa em um grupo de estudos. Os professores participantes irão narrar suas experiências e todos os encontros serão gravados em áudio, por meio de um rádio gravador. Todos os encontros serão acompanhados pela pesquisadora. Tanto os Instrumentos de coleta de dados quanto o contato interpessoal oferecem riscos mínimos aos participantes.

Em qualquer etapa do estudo você terá acesso ao Pesquisador Responsável para o esclarecimento de eventuais dúvidas (no endereço abaixo), e terá o direito de retirar-se do estudo a qualquer momento, sem qualquer penalidade ou prejuízo. As informações coletadas serão analisadas em conjunto com a de outros participantes e será garantido o sigilo, a privacidade e a confidencialidade das questões respondidas, sendo resguardado o nome dos participantes (apenas o Pesquisador Responsável terá acesso a essa informação), bem como a identificação do local da coleta de dados.

Caso você tenha alguma consideração ou dúvida sobre os aspectos éticos da pesquisa, poderá entrar em contato com o Comitê de Ética da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Sede Monte Alegre, localizado na Rua Ministro de Godói, 969 – Perdizes – São Paulo – Cep: 05015-001 – Tel: (11) 3670-8466.

Desde já agradecemos a sua colaboração.

Declaro que li e entendi os objetivos deste estudo, e que as dúvidas que tive foram esclarecidas pelo Pesquisador Responsável. Estou ciente que a participação é voluntária, e que, a qualquer momento tenho o direito de obter outros esclarecimentos sobre a pesquisa e de retirar-me da mesma, sem qualquer penalidade ou prejuízo.

Nome do Participante da Pesquisa: \_\_\_\_\_

Assinatura do Participante da Pesquisa: \_\_\_\_\_

Declaro que expliquei ao Participante da Pesquisa os procedimentos a serem realizados neste estudo, seus eventuais riscos/desconfortos, possibilidade de retirar-se da pesquisa sem qualquer penalidade ou prejuízo, assim como esclareci as dúvidas apresentadas.

São Paulo, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.



\_\_\_\_\_  
Renata Ercília Mendes Nifodi

\_\_\_\_\_  
Prof. Dra. Celina Aparecida A. Pereira Abar  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
Rua Marquês de Paranaguá, 111 – Consolação SP



## ANEXO B – Avaliação dos Objetos de Aprendizagem

### Avaliação de Objetos de Aprendizagem

Nome do Objeto de Aprendizagem:

Tipo: ( ) Áudio ( ) Vídeo ( ) Experimento

Objetivo:

Público Alvo:

Qualidade e Conteúdo	5	4	3	2	1	Sem resposta
É claro e conciso						
Demonstra um conceito base						
É relevante						
Apresenta informações precisas						
É flexível e reutilizável						
Inclui quantia adequada de material						
Resume bem o conceito						
Muito alta a qualidade do conteúdo						
Avaliação geral						

Facilidade de Uso	5	4	3	2	1	Sem resposta
É fácil usar						
Tem instruções bem claras						
É engajador						
Visualmente atraente						
Interativo						
Qualidade de projeto elevada						
Avaliação geral						

Potencia como recurso de ensino	5	4	3	2	1	Sem resposta
Identifica objetivos de aprendizagem						
Identifica conhecimentos pré-requisito						
Reforça conceitos progressivamente						
Fundamenta em conceitos prévios						
Demonstra relações entre conceitos						
É muito eficiente						
Avaliação Geral						

#### Crerios para avaliaçao

- 5- Concorde Plenamente
- 4- Concorde
- 3- Não concordo nem discordo
- 2- Discordo
- 1- Discordo completamente
- Sem resposta

Referência: Adaptado de

<http://penfa2.ufpa.br/edu/objetos/aprendizagem/aid011.htm>

Modelo usado no sistema merlot: [www.merlot.org](http://www.merlot.org)



**ANEXO C – Atividade desenvolvida pelo Professor A**

# GEOMETRIA

*Figuras planas*

*Simetrias*

*Área e perímetro*

Registre e cole as figuras feitas com canudinhos.

Cole as cercas feitas com barbante e registre suas observações.

---

---

---

---

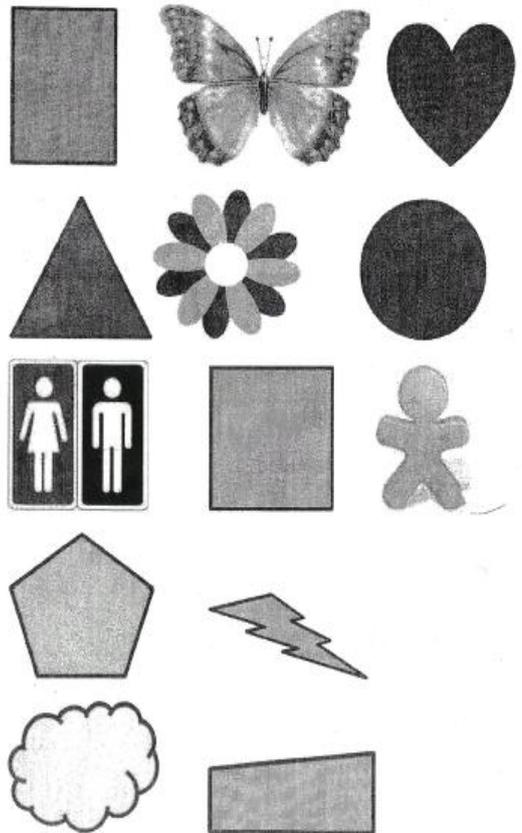
---

Registre as figuras feitas no geoplano.

Preencha as tabelas abaixo.

	Comprimento	Largura	Perímetro	Área
1			20	
2			20	
3			20	
4			20	
5			20	

	Comprimento	Largura	Perímetro	Área
1				36
2				36
3				36
4				36
5				36



ABCDE  
FGHIJK  
LMNOP  
QRSTU  
VWXYZ

1	2	3	4	5
6	7	8	9	0

ATA COCO  
BICHO  
BECO OVO

Espaço reservado para figuras, palavras e números simétricos.

## ANEXO D – Guia do Professor do Vídeo “A Lenda de Dido”



Matemática Multimídia

Geometria e medidas 

### Guia do Professor

# Vídeo



#### A Lenda de Dido

Série **Matemática na Escola**

##### Objetivos

1. Apresentar o problema isoperimétrico;
2. Apresentar aspectos históricos relativos ao problema;
3. Aplicar as soluções do problema em situações reais, com restrições.

UNICAMP 

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

**FNDE** FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância    Ministério da Ciência e Tecnologia    Ministério da Educação

**BRA** **SL** **GOVERNO FEDERAL**

# A Lenda de Dido

## Série

Matemática na Escola

## Conteúdo

O problema isoperimétrico.

## Duração

Aprox. 10 minutos.

## Objetivos

1. Apresentar o problema isoperimétrico;
2. Apresentar aspectos históricos relativos ao problema;
3. Aplicar as soluções do problema em situações reais, com restrições.

## Sinopse

A fazendeira Elisa comprou tela para fazer um cercado para as ovelhas na sua fazenda e na busca para encontrar o melhor formato para o cercado ela acaba conhecendo a princesa Dido . As duas descobrem que possuem algumas coisas em comum.

## Material relacionado

Experimentos: *Otimização da Cerca, Caixa de Papel;*

Vídeos: *Naturalmente*

Softwares: *Otimização de Janelas, Janelas em arco romano, Janelas em arco ferradura;*

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser desenvolvido em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

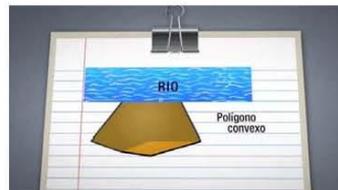
## Sobre o programa

---

O programa aborda um problema isoperimétrico em uma situação real. A fazendeira Elisa tem oitenta metros de tela e pretende fazer um cercado para suas ovelhas. A princesa Dido surge para ajudá-la a escolher o melhor formato para esta cerca.

A apresentação da Lenda de Dido, presente no épico Eneida do poeta Virgílio, escrito no séc. I A. C. ilustra que a solução do problema isoperimétrico já era conhecida há muito tempo atrás, aparecendo em escritos dos gregos Zenódoro e Pappus[1].

O primeiro resultado apresentado no programa é que dado um polígono não convexo, sempre é possível encontrar um polígono convexo de mesmo perímetro e com área maior.



Neste caso, utiliza-se uma reflexão do vértice  $V$  que caracteriza o polígono como não convexo através da reta definida pelos dois vértices adjacentes a este. Como pode ser também observado, se considerarmos o polígono onde as duas arestas que partem de  $V$  são substituídas por uma única aresta que liga os dois vértices adjacentes a  $V$ , obtemos um polígono convexo com número de lados menor, perímetro menor e área maior [4].

Entre todos os polígonos convexos com o mesmo número de lados e mesmo perímetro, o polígono regular é o que possui maior área. Uma demonstração para este fato pode ser feita por indução sobre o número de lados [2]. A partir de um polígono qualquer, constrói-se inicialmente um polígono equilátero<sup>1</sup> e depois um regular (com ângulos também iguais), mantendo o número de lados e aumentando a área a cada passo.

No programa é realizada uma comparação entre dois quadriláteros: um quadrado de lados medindo 20 metros e um retângulo de lados medindo 10 metros e 30 metros. Mantendo fixo o perímetro de 80 metros é possível utilizar máximos e mínimos de uma função de segundo grau para mostrar que entre todos os retângulos, o quadrado possui maior área. Sejam  $a$  e  $b$  os lados do retângulo, desta forma teremos  $2a + 2b = 80$ , ou seja,  $a + b = 40$  (I). A função área é dada por

$A = a \cdot b$  (II), isolando  $b$  em (I) e substituindo em (II) teremos  $A = a \cdot (40 - a)$  ou ainda  $A = -a^2 + 40a$ , com  $a$  variando de zero a quarenta. O gráfico da função área será portanto uma parábola com a concavidade voltada para baixo. Esta função assume seu valor máximo quando  $a = 20$ , que é associado no gráfico ao vértice da parábola (20, 400).

Quando se compara apenas polígonos regulares com o mesmo perímetro, verifica-se que o de maior área é justamente aquele com maior número de lados. A verificação desta afirmação pode ser realizada deduzindo-se a expressão geral para o cálculo da área de um polígono regular de  $n$  lados:

---

<sup>1</sup> Polígono equilátero é um polígono que tem todos os lados de medidas iguais.

$$A_n = \frac{p^2}{n \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} = \frac{p^2}{n \tan\left(\frac{\pi \text{ rad}}{n}\right)}$$

na qual  $p$  representa o semi-perímetro e  $n$  o número de lados da figura<sup>2</sup>. Como a seqüência de áreas  $(A_n)$  é crescente<sup>3</sup>, temos que a área cresce em função do número de lados  $n$ .

A partir de uma consideração de polígonos regulares de  $n$  lados, inscritos e circunscritos a uma circunferência pode-se concluir que a área do polígono de  $n$  lados e perímetro fixo converge para a área de um círculo de mesmo perímetro [2]. (A dedução de Arquimedes para a área do círculo usa esta aproximação)

Isto significa ainda que o limite da seqüência  $n \tan\left(\frac{\pi \text{ rad}}{n}\right)$  é o número que foi denominado como  $\pi$  que é também a divisão do comprimento de qualquer circunferência por seu diâmetro. Temos portanto que a seqüência  $(A_n)$  converge para  $\frac{p^2}{\pi}$ .

A prova de que para um perímetro fixo, a circunferência é, de fato, a única curva que contorna a maior área possível é estabelecida no clássico teorema da desigualdade isoperimétrica:

---

<sup>2</sup> O radiano é uma medida de ângulo definida por:  $1 \text{rd} = (180/\pi)^\circ$ . Em textos atuais de matemática quando não se especifica em que unidade está sendo medido o ângulo, assume-se que esta é o radiano.

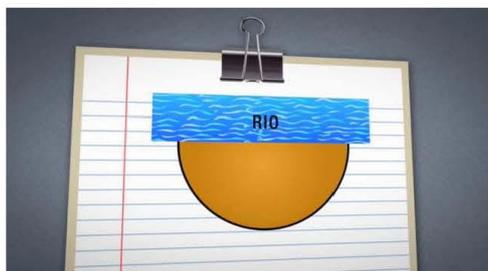
<sup>3</sup> Uma forma de provar este fato é usando cálculo diferencial. Mostra-se inicialmente que a função  $\tan(y)/y$  é crescente. Assim, para  $y = \pi/n$ , quanto maior o valor de  $n$ , menor é o valor da função que está no denominador da expressão de  $A_n$ .

### Teorema (desigualdade isoperimétrica)

*Toda curva fechada de comprimento  $l$  cerca uma área menor ou igual a  $\frac{l^2}{4\pi}$ , e este valor só é atingido se a curva em questão for um círculo de raio  $\frac{l}{2\pi}$ .*

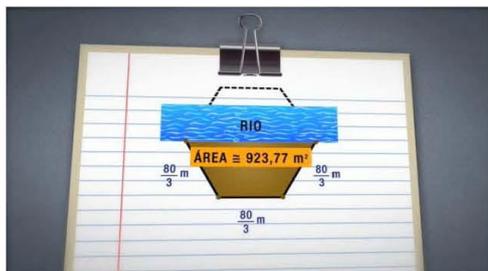
Há diversas demonstrações desta desigualdade, utilizando geometria plana ou mesmo cálculo diferencial. Uma referência é o artigo [2].

No programa, entretanto, o problema isoperimétrico é abordado com algumas restrições. A primeira delas é construir um cercado com maior área possível, tendo um dos lados definidos, a saber, a margem de um rio. Neste caso, a demonstração do resultado é feita por absurdo, utilizando o teorema acima. Como na margem do rio não será utilizada nenhuma cerca, a solução para este problema isoperimétrico tem que ser um semi-círculo. De fato, se a solução fosse uma outra curva  $C$ , ao considerarmos a curva fechada onde adicionamos à curva  $C$  a reflexão dela através da reta associada à margem do rio, obteríamos uma solução que não o círculo para a curva fechada de maior área e perímetro igual ao dobro do comprimento da curva  $C$ .



A outra restrição diz respeito ao uso de mourões para a construção das cercas. No programa a restrição é de quatro mourões, e neste caso, um argumento semelhante ao utilizado acima mostra que a solução do problema isoperimétrico é a metade de um hexágono regular. Uma tentativa de solução, que é a metade de um quadrado é explorada no

vídeo, contrastando com a solução de fato, que é a metade de um hexágono regular.



No caso geral, que pode ser discutido com os alunos, a solução para o uso de  $n$  mourões será a metade do polígono de  $2.(n-1)$  lados.

## Sugestões de atividades

---

### Antes da execução

---

Solicitar aos alunos que calculem a área de diversos polígonos de mesmo perímetro, para que verifiquem que figuras com mesmo perímetro podem ter áreas diferentes. Por exemplo, dado um perímetro de 120 cm, calcular as áreas de retângulos diversos, quadrado, triângulos, inclusive o eqüilátero e hexágono regular.

### Depois da execução

---

#### Sugestão de atividades para os alunos

##### Polígonos não convexos

A partir de um polígono não convexo fornecido, o professor pode solicitar aos alunos que encontrem um polígono convexo com maior

área. Se os alunos apresentarem como resultado um polígono convexo de mesmo número de lados, propor então que eles encontrem um com menor número de lados, maior área e menor perímetro.

### Retângulos de mesmo perímetro

Propor que os alunos demonstrem que de todos os retângulos de mesmo perímetro, o quadrado é o que possui maior área.

### Fórmula da área de um polígono regular de $n$ lados

Deduzir, a partir da decomposição em triângulos e expressões trigonométricas, a fórmula para o cálculo da área

$A_n = \frac{p^2}{n \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$  de um polígono regular de  $n$  lados e semi-perímetro  $p$ .

### Construção de Gráfico

O professor pode solicitar aos alunos que calculem o valor das áreas de diversos polígonos regulares de mesmo perímetro, com o uso de uma calculadora científica ou programas computacionais, e depois façam a representação gráfica dos valores. Após a apresentação dos gráficos o professor pode explorar a idéia de limite, mostrando que a sequência dos valores das áreas converge para a área do círculo de mesmo perímetro.

### Problemas semelhantes

Solicitar aos alunos que resolvam problemas semelhantes ao apresentado no programa, alterando o número de mourões, ou ainda colocando outras restrições.

---

### Referências Bibliográficas e Sugestões de leitura

---

- [1] G.R. Cavalcanti, *Problemas Variacionais Geométricos*, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- [2] C.G.T.A. Moreira, N. C. Saldanha, *A desigualdade Isoperimétrica*, *Matemática Universitária*, n° 15, 13-19, 1993.

[3] A. L. Pereira; C. Possani, *Qual é o maior terreno que sua cerca pode delimitar?* Revista do Professor de Matemática. São Paulo, n. 54, p. 24-33, 2004.

[4] C.R.A. Souza, *Duas Demonstrações da Desigualdade Isoperimétrica*, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

---

#### Ficha técnica

---

Autores do Guia: *Sueli Costa e Roberto Limberger*

Revisão do Guia: *Claudina Izepe Rodrigues*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

#### Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

#### Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*



## ANEXO E – Guia do Professor do vídeo “Oferenda Musical de Bach”

### Oferenda Musical de Bach

**Série**

Matemática na Escola

**Conteúdo**

Geometria, isometrias no plano.

**Duração**

Aprox. 10 minutos.

**Objetivos**

1. Estudar as isometrias no plano;
2. Discutir isometria na música, isometria nas artes, isometria na computação gráfica e isometria na natureza.

**Sinopse**

Num estúdio de filmagem, a jovem Lúcia está tocando uma música em um cravo: Oferenda Musical, de Bach. Ela e o diretor João conversam sobre detalhes da gravação quando as folhas da partitura caem e se espalham no chão. Ao pegar as folhas do chão, ela percebe que as notas do começo ao fim são as mesmas do fim para o começo de uma folha. Ela conversa com João que explica a ela como Bach usou no seu universo as simetrias.

**Material relacionado**

Experimentos: *Espelhos e simetrias*;  
Vídeos: *Naturalmente*.

## Guia do Professor



# Vídeo

### Oferenda Musical de Bach

#### Série Matemática na Escola

##### Objetivos

1. Apresentar isometrias no plano por meio de uma música chamada *Oferenda Musical de Bach*;
2. Discutir isometria na música, isometria nas artes, isometria na computação gráfica e isometria na natureza.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



# Introdução

---

## Sobre a série

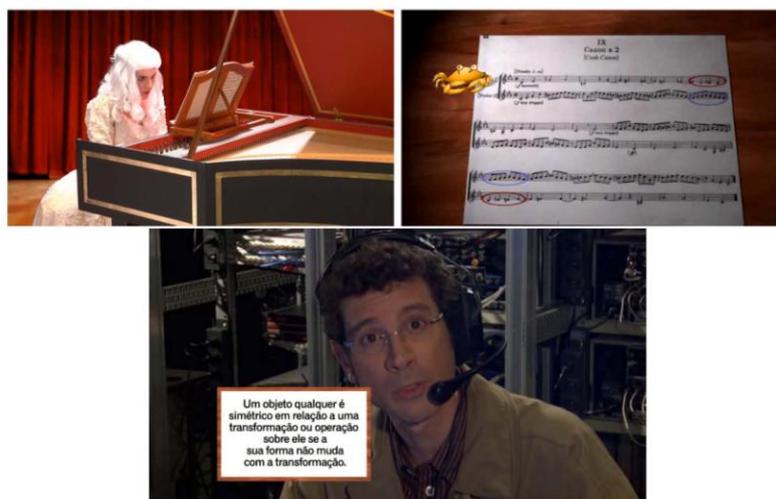
---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

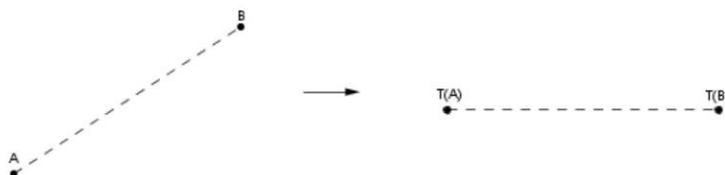
## Sobre o programa

---

O programa aborda as simetrias no plano por meio de uma música chamada Oferenda Musical, de Bach, de uma maneira muito interessante e diferente. Outras músicas também são construídas por João, usando as simetrias no plano. Uma maneira muito divertida e interessante.



Na Matemática, as isometrias no plano são transformações no plano  $\alpha$ , que são bijetoras, ou seja, injetoras e sobrejetoras, e que preservam distâncias, ou seja, se  $T: \alpha \rightarrow \alpha$  é uma isometria, então para quaisquer pontos P e Q de  $\alpha$ , temos distância de T(P) a T(Q) = distância de P a Q.



As isometrias ou movimentos rígidos nos são bastante familiares. Coloque uma folha de papel num lado de uma mesa e desloque-a até o outro lado. Se você não amassou ou cortou a folha, neste movimento o tamanho e a forma da folha de papel não sofreram nenhum tipo de alteração. Temos então que a sua posição final foi obtida por alguma isometria.

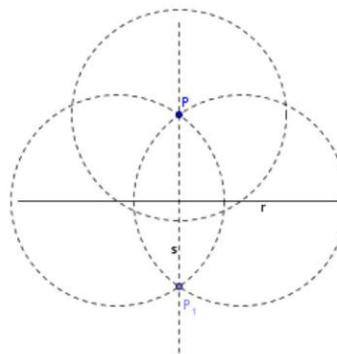
Dizemos que duas figuras F e G no plano euclidiano  $\alpha$  são simétricas, se existir uma isometria  $T: \alpha \rightarrow \alpha$ , tal que G é a imagem de F por esta isometria ( $G = \text{Im}(F)$ ).

### Isometrias

As isometrias no plano (como mostra o vídeo) são as seguintes:

#### 1) Reflexões em retas.

Dada uma reta  $r$ , como abaixo, a isometria  $T$  que leva cada ponto  $P$  do plano em seu simétrico  $P_1$  em relação à reta  $r$  é chamada reflexão na reta  $r$ . A reta  $r$  é chamada de eixo de reflexão de  $T$ . Esta isometria também é chamada de espelhamento, sendo a reta  $r$  o espelho.



Existem figuras  $U$  que podem ser vistas como a união de  $F$  com  $\text{Im}(F)$ ,

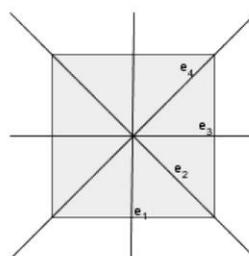
$U = F \cup \text{Im}(F)$ , pela reflexão numa reta  $r$  que intersecciona essa figura. Dizemos que  $U$  é uma figura simétrica em relação a esta reta  $r$ .

A reta  $r$  é chamada de eixo de simetria de  $U$ .

Dizemos que há uma simetria axial quando existem eixos de simetria.

### Exemplos

No vídeo aparece um quadrado com um eixo de simetria. Na realidade, o quadrado é simétrico em relação a 4 eixos de simetria: as retas suportes de suas diagonais e as mediatrizes dos seus lados.



Uma circunferência é simétrica em relação à reta suporte de qualquer um de seus diâmetros.

Um triângulo isósceles é simétrico em relação à mediatriz da sua base.

### 2) Translação.

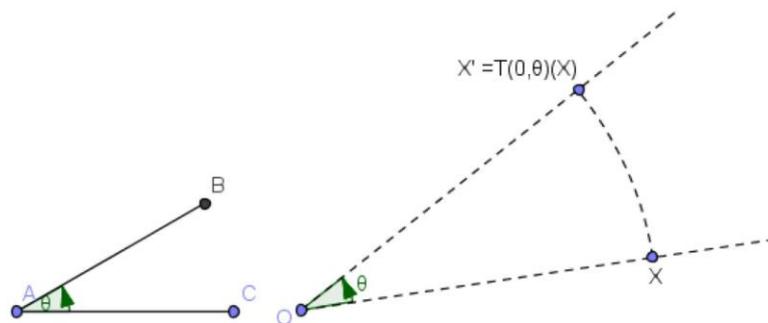
Seja  $(a,b)$  um vetor dado em  $\alpha$ .  $T:\alpha\rightarrow\alpha$  é uma translação segundo o vetor  $(a,b)$ , se  $T(P) = T(x,y) = (x+a,y+b)$ , se  $(x,y)$  forem as coordenadas cartesianas de  $P$  e  $(a,b)$  forem as coordenadas do vetor dado.

Se  $(a,b) = (1,0)$ , temos uma translação horizontal, na direção do eixo  $x$  positivo. Observe que no vídeo João apresenta uma partitura com translação horizontal.

### 3) Rotação.

Na rotação necessitamos de um ponto  $O$  fixo e um ângulo  $\theta$  orientado (positivamente no sentido anti-horário e negativo no sentido horário).

A rotação de centro  $O$  e ângulo  $\theta$  é a isometria  $T(O,\theta) : \alpha \rightarrow \alpha$ , tal que deixa  $O$  fixo e leva  $P \neq O$ , no ponto  $X'$  como abaixo.



Em particular, quando  $\theta = 180$ , a rotação  $T(O, 180)$  é chamada de meio-giro ou de reflexão em relação ao ponto  $O$ .

Dizemos que uma figura tem simetria de rotação de um ângulo  $\theta$ , ou tem simetria  $\theta$ -rotacional, quando coincide com sua imagem pela rotação do ângulo  $\theta$  ao redor do seu centro.

Exemplos: o quadrado tem simetria 90-rotacional e também 180-rotacional; o triângulo equilátero possui simetria 120-rotacional.

### Isometria nas artes

Como mostra o vídeo, M. C. Escher, artista holandês (1898-1972) e também matemático, utilizou em seus trabalhos simetrias de rotação, de reflexão e de translação.

O professor pode pesquisar com os seus alunos os termos “simetria” e “Escher” para enriquecer o conteúdo.

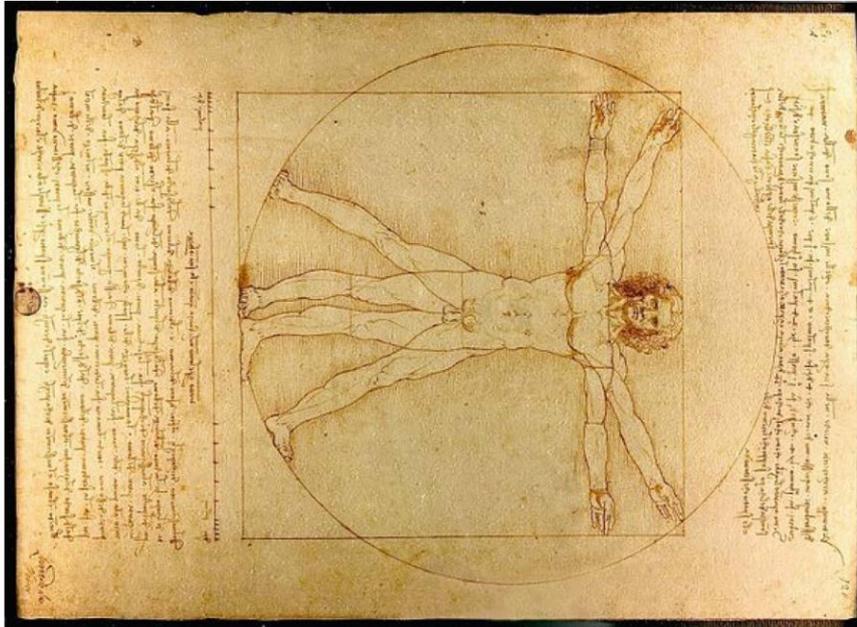
### Isometria na música

Bach usou simetrias nas suas obras, como mostra o vídeo.

### Isometria nas animações gráficas

Uma animação feita num computador, como os desenhos animados de antigamente, consiste em vários quadros que são apresentados numa sequência muito rápida, nos dando a ilusão de movimento. Para fazer isso, o computador precisa conhecer as transformações no plano. Para mover as figuras sem deformá-las, ele vai usar as isometrias.

Veja alguns exemplos de isometria (aproximada) no corpo humano, na coruja e na borboleta:



# Sugestões de atividades

---

## Depois da execução

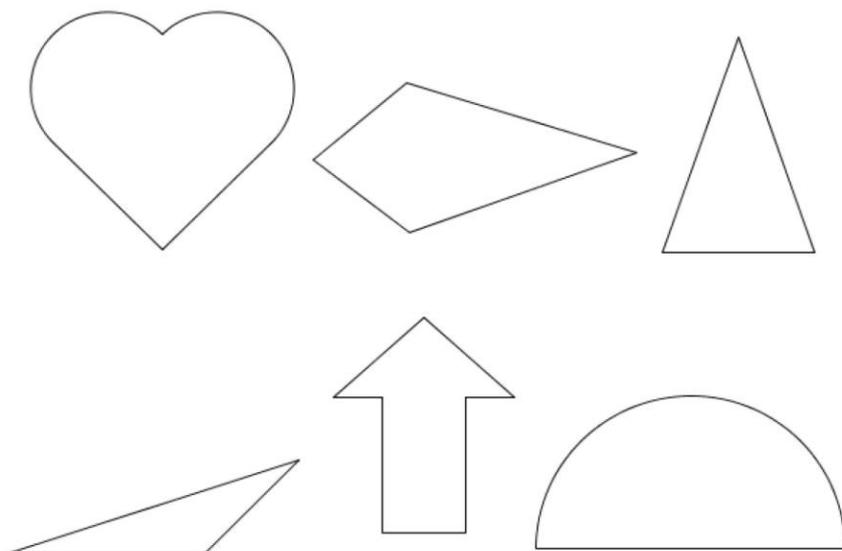
---

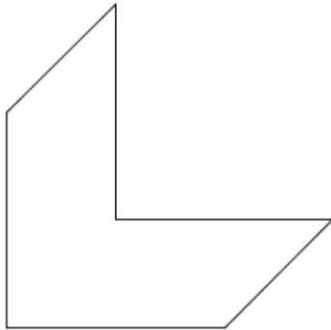
Professor sugira a seus alunos, se precisar, a usarem papel transparente para as seguintes atividades:

1) Trace os eixos de simetria de cada letra abaixo, se houver:

**B E F H J L M N P S**

2) Trace os eixos de simetria de cada figura, se houver.





3) Observe a carta do baralho “dama” abaixo. Verifique que uma das figuras da dama pode ser obtida através de uma rotação da outra. Marque o centro  $O$  de rotação e determine o ângulo de rotação.



4) O pentágono e o triângulo regulares possuem simetria  $\theta$ -rotacional. Encontre  $\theta$  em cada caso.

Dizemos que um polígono regular de  $n$  lados possui simetria

$\theta = \frac{(360k)}{n}$  rotacional, se  $k$  for inteiro positivo,  $k = 0, 1, 2, \dots, \frac{n}{2}$ , se  $n$  for par e  $k = 0, \dots, \frac{(n-1)}{2}$ , para  $n$  ímpar.

---

### Referências Bibliográficas e Sugestões de leitura

---

E.Q.F. Rezende, M.L.B. Queiroz, **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas**- Editora Unicamp, Campinas, 2000.  
M. Leite Lopes e L. Nasser, (coordenadores)- **Geometria : na era da imagem e do movimento**, editora URFJ, Rio de Janeiro. 1996.  
E. Lages Lima, **Isometrias**, Rio de Janeiro, SBM, 1996.  
Ledergreber-Ruoff, **Isometrias e Ornamentos no Plano Euclidiano**, São paulo, Atual Editora, 1982.

---

### Ficha técnica

---

Autor do Guia: Otilia Terezinha W. Paques  
Revisão do Guia: *Samuel Rocha de Oliveira*  
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

#### **Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*  
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*  
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

#### **Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Caio José Colletti Negreiros*  
Vice-diretor *Verónica Andrea González-López*

## ANEXO F – Guia do Professor do vídeo “Naturalmente”



Matemática  
Multimídia

Geometria  
e medidas 



### Guia do Professor

# Vídeo

### Naturalmente

#### Série Matemática na Escola

#### Objetivos

1. Apresentar algumas relações matemáticas presentes na natureza;
2. Motivar a descoberta de processos de otimização, que envolvem relações de geometria e trigonometria.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

**FNDE** FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação



BRASIL  
UM PAÍS DE TODOS  
GOVERNO FEDERAL

# Naturalmente

**Série**

Matemática na Escola

**Conteúdo**

Matemática na Natureza: formas geométricas.

**Duração**

Aprox. 10 minutos.

**Objetivos**

1. Apresentar algumas relações matemáticas presentes na natureza;
2. Motivar a descoberta de processos de otimização, que envolvem relações de geometria e de trigonometria.

**Sinopse**

A jovem Ana envia as fotos que tira em um trabalho de campo para Artur, que a auxilia a descobrir na natureza alguns exemplos de relações matemáticas que descrevem formas e processos de otimização.

**Material relacionado**

Experimentos: *Espelhos e Simetrias; Montanhas Geométricas; O Quadrado de Koch; Padrões no Plano.*  
Vídeos: *O Código de Pascal.*  
Softwares: *Trigonometria e Halos.*

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

O programa aborda diferentes relações matemáticas presentes na natureza. Enquanto realiza um trabalho de campo a personagem Ana envia as fotos que tira para Artur, que a auxilia no seu processo de descoberta de conceitos presentes nas formas geométricas que ela observa.

O formato aparentemente hexagonal dos favos das abelhas envolve duas questões matemáticas: o problema isoperimétrico e as possibilidades de ladrilhamento do plano.

A questão abordada inicialmente no programa é que entre os polígonos com o mesmo número de lados e mesmo perímetro, o polígono regular é o que tem maior área:

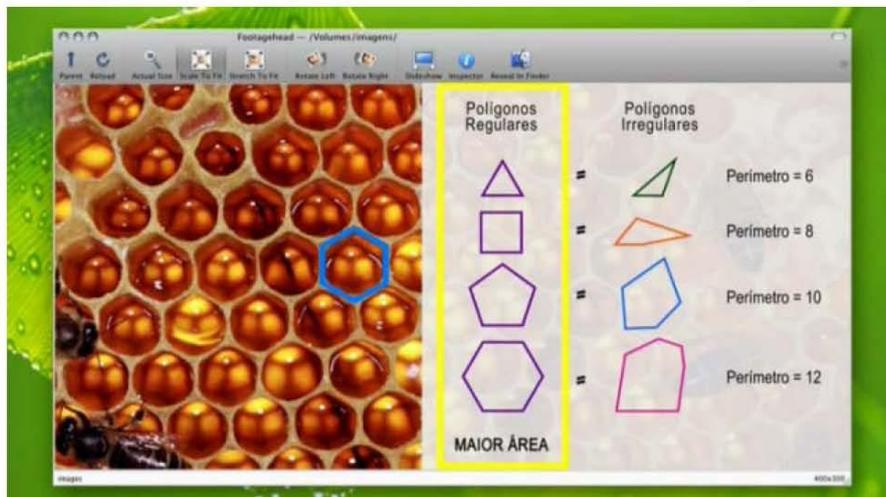


Figura 1: Ilustração do programa mostrando que polígonos regulares têm áreas maiores do que polígonos irregulares

Uma demonstração para este fato pode ser feita por indução sobre o número de lados [4]. A partir de um polígono qualquer, constrói-se inicialmente um polígono equilátero e depois um regular (com ângulos também iguais), mantendo o número de lados e aumentando a área a cada passo.

O problema equivalente a este também é apresentado: dentre dois polígonos regulares com o mesmo perímetro, aquele que possui maior área é justamente o que possui o maior número de lados.



Figura 2]: Ilustração do programa mostrando que polígonos regulares têm áreas crescente com o número de lados, mantendo o perímetro constante.

A verificação desta afirmação pode ser realizada deduzindo-se a expressão geral para o cálculo da área de um polígono regular de  $n$  lados:

$$A_n = \frac{p^2}{n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}$$

na qual  $p$  representa o semi-perímetro e  $n$  o número de lados da figura. A dedução da expressão acima é uma ótima oportunidade para explorar relações trigonométricas, como é sugerido nas atividades propostas ao final deste guia. Como a sequência de áreas  $(A_n)$  é crescente<sup>1</sup>, temos que a área cresce em função do número de lados  $n$ .

<sup>1</sup> Uma forma de provar este fato é usando cálculo diferencial. Mostra-se inicialmente que a função  $\tan(y)/y$  é crescente. Assim, para  $y=\pi/n$ , quanto maior o valor de  $n$ , menor é o valor da função que está no denominador da expressão de  $A_n$ .

Como é ressaltado no programa, *o polígono regular também é o de menor perímetro dentre os polígonos de  $n$  lados de mesma área*. Isto pode ser verificado partindo do resultado anterior e utilizando um fator de escala: dado um polígono qualquer de área  $A$ ,  $n$  lados e perímetro  $2p$ , consideramos o polígono regular  $P$  de  $n$  lados com este perímetro, o qual terá uma área  $B$  maior do que ou igual a  $A$ . O polígono regular  $P'$  semelhante a  $P$  obtido por uma redução de escala de fator  $k = 1/\sqrt{\frac{B}{A}}$  terá perímetro  $2pk$  que é menor do que ou igual a  $2p$  e área igual a  $k^2B = A$ .

Agora, entre dois polígonos regulares de mesma área, o polígono que tem o menor perímetro será justamente aquele que possui o maior número de lados. Verificamos este fato analisando novamente a fórmula para o cálculo da área de polígonos regulares, agora escrita como:

$$A_n n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = p^2$$

Como a sequência  $n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$  é estritamente decrescente, temos que quanto maior o valor de  $n$ , menor o valor de  $p^2$  e conseqüentemente, menor o valor do perímetro.

No processo de armazenamento de mel, além de minimizar o contorno do favo, procura-se o melhor "empacotamento" ou ladrilhamento. Já conhecendo o resultado de que polígonos com maior número de lados minimizam o contorno para uma área fixa, procura-se a solução de outro problema: *qual é o polígono regular com maior número de lados que possibilita um ladrilhamento do plano?*

Esta questão pode ser abordada de forma direta, sabendo que para que um ladrilhamento ocorra é necessário que a fração  $\frac{2\pi}{\theta}$ , na qual  $\theta$  é o ângulo interno do polígono, seja um número inteiro positivo. Obtemos um ângulo interno de um polígono regular utilizando  $\theta = \frac{\pi(n-2)}{n}$ . Substituindo na fração apresentada, teremos  $\frac{2\pi}{\frac{\pi(n-2)}{n}}$  e simplificando obtemos  $\frac{2n}{n-2}$ , que pode ser escrito em sua forma equivalente por  $\frac{2n-4+4}{n-2}$  que é igual a  $2 + \frac{4}{n-2}$  que é um número inteiro

e positivo apenas se  $n-2$  for divisor de quatro. Assim temos que  $n=3$ ,  $n=4$  ou  $n=6$ .

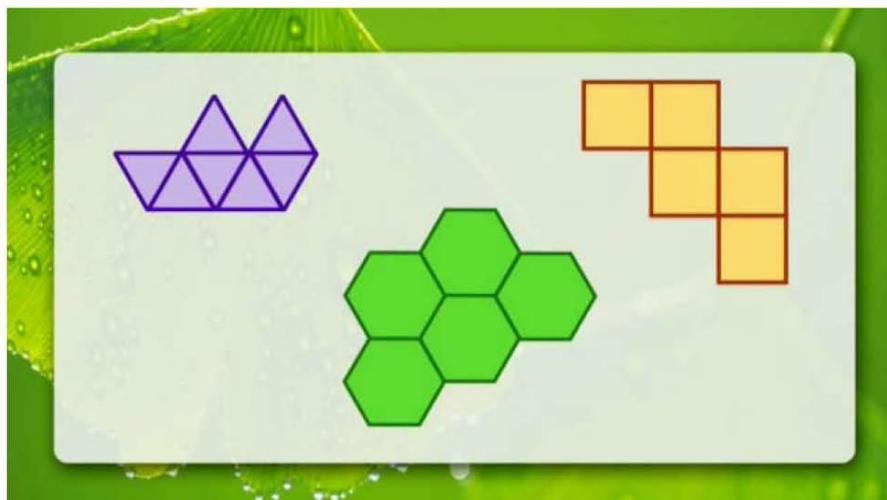


Figura 3: exemplos de ladrilhamento

As simetrias apresentadas no programa são utilizadas para despertar o interesse dos alunos, não pretendendo esgotar o assunto.

São também apresentados dois tipos de espirais, a espiral conhecida como de Arquimedes, que possui diferença constante entre duas voltas e cuja idéia intuitiva pode ser dada por uma cobra enrolada. A outra espiral apresentada no programa possui crescimento exponencial e é conhecida como espiral logarítmica. Utilizando coordenadas polares, nas quais  $\alpha$  é interpretado como ângulo (em radianos) entre o vetor posição do ponto da curva e o eixo do  $x$  e  $r$  como a distância do ponto à origem (distância polar), podemos utilizar equações que descrevem cada uma destas espirais [2]:

Espiral de Arquimedes:  $r = a\alpha + b$  ( $a > 0$ ,  $b \geq 0$ ) (linear).

Espiral Logarítmica:  $r = a.q^\alpha$  ( $a > 0, q > 1$ ) (exponencial).

A espiral logarítmica apresenta uma propriedade relacionada a figuras auto-semelhantes. Esta característica parece ser uma indicação do porque da frequência de formatos como este na natureza.

Da sua equação tem-se que a distância entre as voltas cresce geometricamente a uma razão constante de  $q^{2\pi}$ . Uma aproximação poligonal desta espiral pode ser construída por triângulos semelhantes como ilustrado na figura.

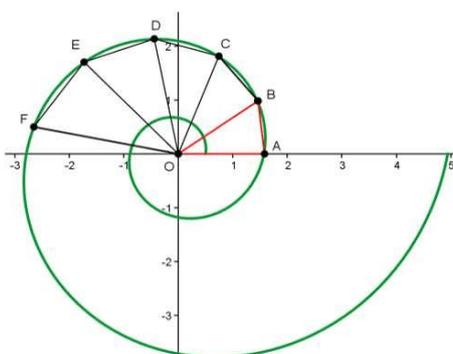


Figura 4: espiral logarítmica

Considerando a espiral logarítmica descrita por  $r = 0,5.(1,2)^\alpha$  ( $\alpha$  em radianos), os triângulos  $OAB$ ,  $OBC$ ,  $OCD$ , etc são semelhantes com  $\hat{A}OB = \hat{B}OC = \hat{C}OD = \dots \cong 0,59\text{rad} \cong 33,8^\circ$  e  $\hat{O}AB = \hat{O}BC = \hat{O}CD = \dots \cong 1,45\text{rad} \cong 83^\circ$ . A razão de crescimento entre as voltas desta espiral é de aproximadamente 3,144.

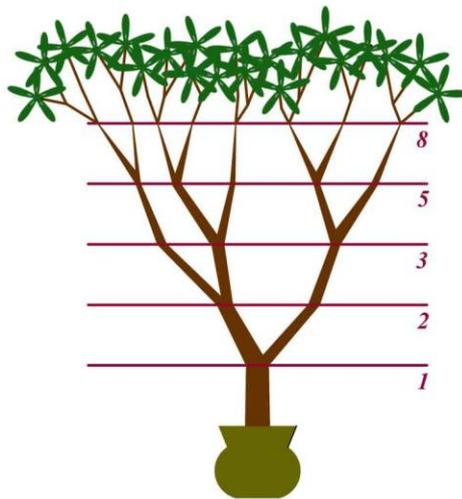
A Sequência de Fibonacci<sup>2</sup> de elementos  $F_n$  é dada por:

$$\begin{cases} F_1 = 1 = F_2, \\ F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \end{cases}$$

<sup>2</sup> Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci (filho de Bonácio) introduziu em seu livro Liber Abaci de 1202 esta sequência conhecida na matemática indiana na Europa Ocidental.

Os elementos desta sequência são apresentados no programa ilustrando números que descrevem a quantidade de pétalas de algumas flores.

Embora este fato não seja abordado neste programa esta sequência está relacionada ao chamado número de ouro, bastante utilizado em trabalhos de arte. Consideramos a sequência formada por todas as razões  $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ , onde  $F_n$  e  $F_{n+1}$  são dois termos consecutivos da sequência de Fibonacci. Temos que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \Phi$ , na qual  $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ , o número de ouro [3].



Os números da sequência de Fibonacci ainda podem aparecer na natureza representando o crescimento de galhos de algumas plantas, ou mesmo em filotaxia, representando o arranjo de folhas ao redor de um caule [2].

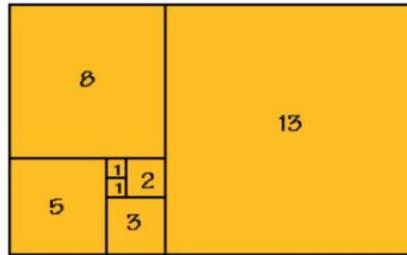


Figura 5: construção de uma aproximação do retângulo áureo

Os números da sequência de Fibonacci também são utilizados para a construção de uma curva bastante conhecida, que é a "pseudo-espiral" de Fibonacci. Para a construção desta "espiral" utilizamos dois quadrados de lado 1 colocados lado a lado, obtendo um retângulo de dimensões 2x1. Ao lado do retângulo obtido colocamos um quadrado de lado 2, obtendo assim um retângulo 3x2. Ao lado deste retângulo colocamos um quadrado de lado 3, obtendo assim um retângulo 5x3. Continuamos a anexar quadrados de lados iguais à maior dimensão dos retângulos [3]. Os lados destes quadrados formam a sequência de Fibonacci, como mostrado na figura acima.

Utilizando um compasso, traçamos um quarto de círculo em cada quadrado, formando assim a curva que parece (mas não é) uma espiral, como é ilustrado na figura. Pode também ser notado, pelo comentário feito sobre o número de ouro acima, que os retângulos sucessivos que contém os trechos da pseudo-espiral sendo formada se aproximam do chamado retângulo áureo, cuja proporção entre os lados é o número de ouro.

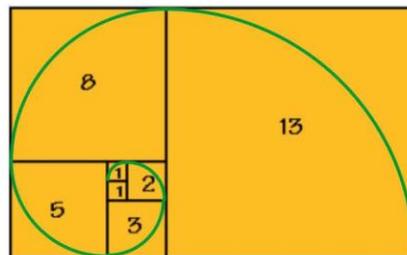


Figura 6: "pseudo-espiral" de Fibonacci

Outras imagens mostradas no programa, como a teia da aranha, podem também ser utilizadas para discussões acerca de formas e processos de otimização encontrados na natureza [2].

## Sugestões de atividades

---

### Antes da execução

---

Por ser um programa que abrange diversos assuntos, não só da matemática, o professor pode, antes da exibição do programa, dar ênfase a aspectos que facilitem o trabalho que será desenvolvido depois.

#### Sugestão de atividade para os alunos

- Calcular as áreas de um triângulo equilátero, um quadrado e um hexágono regular de mesmo perímetro. Da mesma maneira, fixando um valor para a área o professor pode solicitar aos alunos que comparem os perímetros de um triângulo equilátero, um quadrado e um hexágono regular, com esta área.

O professor também pode promover um pequeno debate com os alunos, listando algumas formas matemáticas que eles observam na natureza e após a exibição do programa chamar atenção, sobretudo aos processos de otimização.

### Depois da execução

---

#### Sugestão de atividades para os alunos

##### Polígonos regulares e ladrilhamento

Demonstrar que apenas os triângulos equiláteros, os quadrados e os hexágonos regulares ladrilham o plano.

### **Fórmula da área de um polígono regular de $n$ lados**

Deduzir, a partir da decomposição em triângulos e expressões trigonométricas, a expressão

$$A_n n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = p^2$$

para o cálculo da área de um polígono regular de  $n$  lados.

### **Áreas de retângulos**

Demonstrar que de todos os retângulos de mesmo perímetro, o quadrado é o que possui maior área. A demonstração pode ser realizada estabelecendo-se a função área de um retângulo qualquer, com perímetro fixo e utilizando máximos e mínimos de uma função quadrática (vértice da parábola).

### **Ladrilhamento com quadriláteros**

Solicitar aos alunos que desenhem um quadrilátero (regular ou não) e reproduzam muitas cópias deste em folhas coloridas. O aluno deverá cobrir a mesa encaixando um quadrilátero no outro (ladrilhamento). Após realizar a atividade o professor poderá demonstrar que qualquer quadrilátero ladrilha o plano [1].

### **Espirais e auto-semelhança**

Construir com régua e compasso um triângulo obtuso com três lados diferentes e a partir dele construir uma sequência de triângulos semelhantes ao primeiro, de modo que o lado maior de um triângulo coincide com o lado médio do seguinte, como a sequência de triângulos na figura da espiral logarítmica que está no texto. A poligonal formada pelos lados menores dos triângulos da sequência aproxima uma espiral logarítmica.

### **Sequência de Fibonacci**

Propor o problema envolvendo os casais de coelhos, que consta do livro de Fibonacci, enunciado abaixo:

- Cada casal de coelhos consegue se reproduzir aos dois meses de idade.

## ANEXO G - Guia do Professor do Experimento “Como economizar cadaço”

The image shows the cover of a teacher's guide for a geometry experiment. The cover is framed by a red border. In the top left corner, there is a logo for 'Matemática Multimídia' featuring a red cube. In the top right corner, it says 'GEOMETRIA E MEDIDAS' next to a red hexagon. The title 'GUIA DO PROFESSOR' is centered at the top in red. Below it, the word 'Experimento' is written in a large, light grey font on a grey background. To the left of the title is a circular icon containing a drawing of a compass, a ruler, and a set square. Below the title, the subtitle 'Como economizar cadaço' is written. Underneath, the 'Objetivos da unidade' are listed: 1. Permitir ao aluno criar e testar hipóteses; 2. Descrever situações e resolver problemas utilizando conceitos de Geometria Plana. At the bottom left is the UNICAMP logo. At the bottom right, there is a Creative Commons license logo and the text 'LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons'. At the very bottom, there are logos for FND E (FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO), Secretaria de Educação a Distância, Ministério da Ciência e Tecnologia, Ministério da Educação, and the Brazilian Government logo (BRASIL - UM PAÍS DE TODOS - GOVERNO FEDERAL).

**Matemática Multimídia**

GEOMETRIA E MEDIDAS

**GUIA DO PROFESSOR**

# Experimento

Como economizar cadaço

**Objetivos da unidade**

1. Permitir ao aluno criar e testar hipóteses;
2. Descrever situações e resolver problemas utilizando conceitos de Geometria Plana.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons

**FNDE** FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

**BRASIL**  
UM PAÍS DE TODOS  
GOVERNO FEDERAL

## Como economizar cadaço

### GUIA DO PROFESSOR

#### Sinopse

Qual método de colocar cadaços nos sapatos utiliza um cadaço menor? Neste experimento, seus alunos poderão encontrar a resposta dessa questão experimentalmente, bem como observar sua demonstração geométrica.

#### Conteúdo

Geometria Plana, Problemas de otimização.

#### Objetivos

1. Permitir ao aluno criar e testar hipóteses;
2. Descrever situações e resolver problemas utilizando conceitos de Geometria Plana.

#### Duração

Uma aula dupla.



Matemática Multimídia

# Introdução

---

A matemática é uma disciplina que lida tanto com padrões abstratos que podem aparecer em aplicações concretas, como também abstrai conceitos e objetos matemáticos a partir de exemplos concretos. Outra característica da matemática é a dualidade do particular e do geral, ou seja, um problema particular pode levar a questões mais gerais, assim como teoremas ou resultados conhecidos podem ser particularizados para outras áreas. Este problema do cadarço é um exemplo dessas características da matemática que permitem ao aluno elaborar e criticar hipóteses, fazer testes, propor teses e verificá-las. Como é comum no procedimento de aprendizagem, o resultado final é apenas uma parte de todo o caminho. Em especial, a pergunta e eventuais tentativas de respostas são tão ou mais importantes do que a resposta correta no final.

Esta versão do problema do cadarço é um caso particular do problema do vendedor viajante que deve passar por vários pontos de venda uma única vez na viagem, com objetivo de trilhar o menor percurso total possível.

# Motivação

---

O problema colocado é de fácil entendimento para os alunos, além de conter etapas educativas para a sua solução, a saber, elaboração de hipóteses, verificação, crítica e abstração. Além disso, o destaque do problema é que o processo de otimização é observado de maneira geométrica.



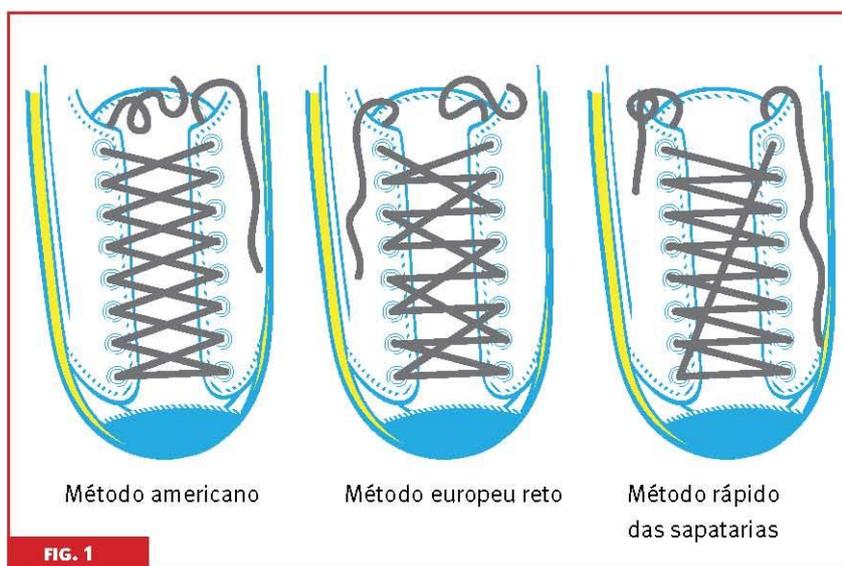
Como economizar cadarço

# O experimento

## Comentários iniciais

O cadarço colocado no molde tem, por exigência, simetria lateral, mas não precisa ter simetria entre a parte de baixo e a parte de cima.

Para efeitos de análise, não vamos considerar a espessura nem o coeficiente de atrito local ou global que podem ser importantes para outros propósitos.



## Etapa 1 Comparação dos comprimentos dos cadarços

Os alunos devem fazer oito pares de furos, como na ilustração a seguir:



Se os alunos passarem os cadarços em acordo com as regras, sem deformar o molde (não pode apertar muito) nem deixar frouxo o cadarço, provavelmente obterão a resposta de que o método americano utiliza o menor comprimento de cadarço. Essa constatação experimental vai ser corroborada pela demonstração que está no Fechamento da atividade.

## Etapa 2 **Existe um método que usa menos cadarço?**

A pergunta desta atividade pode ser colocada como um desafio. É possível encontrar um método de passar o cadarço que tenha comprimento ainda menor que o americano?

Tente estimular os alunos a inventar outros métodos. Se perceber dificuldades ao tentar encontrar outras maneiras que utilizem menos cadarço e que obedeçam às regras colocadas, aproveite para valorizar outros aspectos, como estética, praticidade em atar ou desatar, segurança etc.

### *Curiosidade*

É possível contar alguns trilhões de métodos de passar cadarço, dependendo das regras de utilização dos buracos e de simetria aceitas. Se o foco for apenas nos casos mais utilizados atualmente, podemos encontrar mais de 30 métodos diferentes, desde coturnos policiais até costuras cirúrgicas.

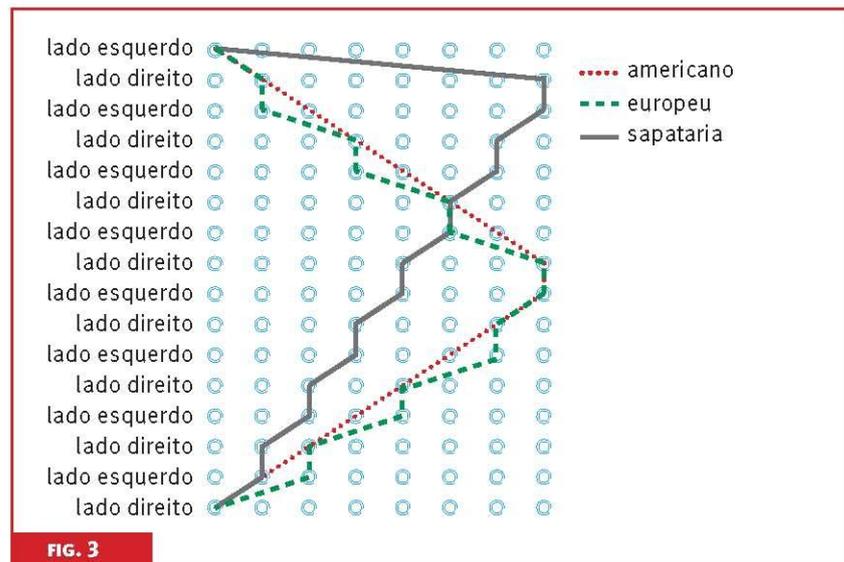


## Como economizar cadarço

# Fechamento

A demonstração de que o método americano é o melhor utiliza a representação de Halton, que consiste na construção de um reticulado no plano cartesiano pela cópia dos moldes de furos do sapato ou do tênis, mantendo constante a distância entre os pares de furos nas repetições.

A ideia da representação de Halton vem da óptica, em especial, da formulação da reflexão de um feixe luminoso dada por Fermat. O princípio de Fermat indica que o feixe percorre o menor percurso óptico possível. Assim, ao invés de considerar o zig-zag, usamos as imagens como se fossem refletidas repetidamente. Veja a ilustração:



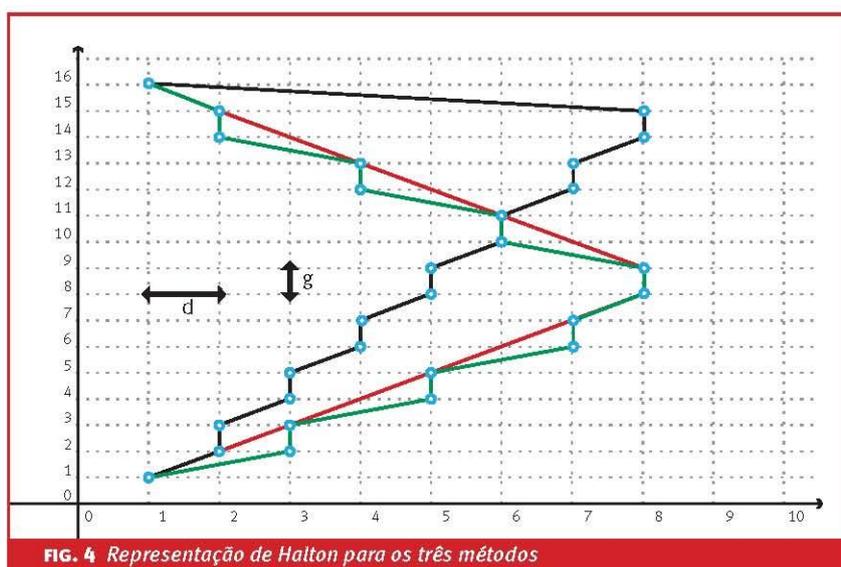
O reticulado da ilustração acima contém oito colunas e dezesseis linhas, que representam oito modelos dos furos do sapato repetidos.

Chamaremos de  $d$  a distância entre os pares de furos e de  $g$  a distância entre um furo e seu par. Vamos considerar os furos como sendo pontos e os pedaços de cadarço como *segmentos de retas*, desprezando os tamanhos dos furos e a espessura do cadarço.

Usando o plano cartesiano, as principais regras da passagem do cadarço em  $n \geq 3$  pares de furos exigem que o cadarço comece no ponto  $(1, 1)$ , atinja algum ponto em  $(n, y)$  e retorne ao ponto  $(1, 2n)$ . A unidade de distância no eixo  $x$  é  $d$  e a unidade de distância do eixo  $y$  é  $g$ .

Professor, observe que para usarmos o plano cartesiano, vamos começar o percurso do cadarço no sentido contrário ao usado no EXPERIMENTO. Na representação da FIGURA 3, neste GUIA, vamos começar pelo ponto de baixo, que representa o lado esquerdo do cadarço. Em termos de comprimento não há diferença alguma.

A ilustração abaixo representa uma abstração dos métodos apresentados, americano, europeu e do sapateiro, com os tracejados dos cadarços para o caso de  $n = 8$  pares de furos.



Vamos analisar os três métodos calculando as distâncias entre o ponto de partida  $(1, 1)$  e o ponto de chegada  $(1, 2n)$ , passando por algum ponto de retorno em  $(n, y)$ .

#### Comprimento no Método Americano

Observe, na representação acima, que o laço percorre a diagonal em  $n - 1$  intervalos até atingir o ponto  $(n, n)$  e depois volta em outra diagonal que vai

Como economizar cadarço

do ponto  $(n, n + 1)$  até  $(1, 2n)$ . No ponto de retorno, o cadaço sobe uma unidade  $g$  de distância. Assim, no método americano, o comprimento total do cadaço para passar por todos os buracos é dado por

$$D_A = 2(n - 1)\sqrt{d^2 + g^2} + g.$$

### Comprimento no Método Europeu

Observe, na representação, que o laço percorre  $n - 2$  diagonais de comprimento  $\sqrt{4d^2 + g^2}$  cada uma,  $n - 1$  segmentos de comprimento  $g$  e mais duas diagonais simples no retorno e no final, de comprimento  $\sqrt{d^2 + g^2}$ .

Resumindo, no método europeu, o comprimento total do cadaço para passar por todos os buracos é dado por

$$D_E = (n - 2) \left| \sqrt{4d^2 + g^2} \right| + (n - 1)g + 2\sqrt{d^2 + g^2}.$$

### Comprimento no Método do Sapateiro

Observe, na representação acima, que neste caso o laço percorre as  $n - 1$  diagonais simples de comprimento  $\sqrt{d^2 + g^2}$  cada uma,  $n - 1$  segmentos de comprimento  $g$  até o ponto de retorno e então mais uma longa diagonal de comprimento  $\sqrt{((n - 1)^2 d^2 + g^2)}$  até o ponto final.

Resumindo, no método do sapateiro, o comprimento total do cadaço para passar por todos os buracos é dado por

$$D_S = (n - 1) \left| \sqrt{d^2 + g^2} \right| + \sqrt{((n - 1)^2 d^2 + g^2)}.$$

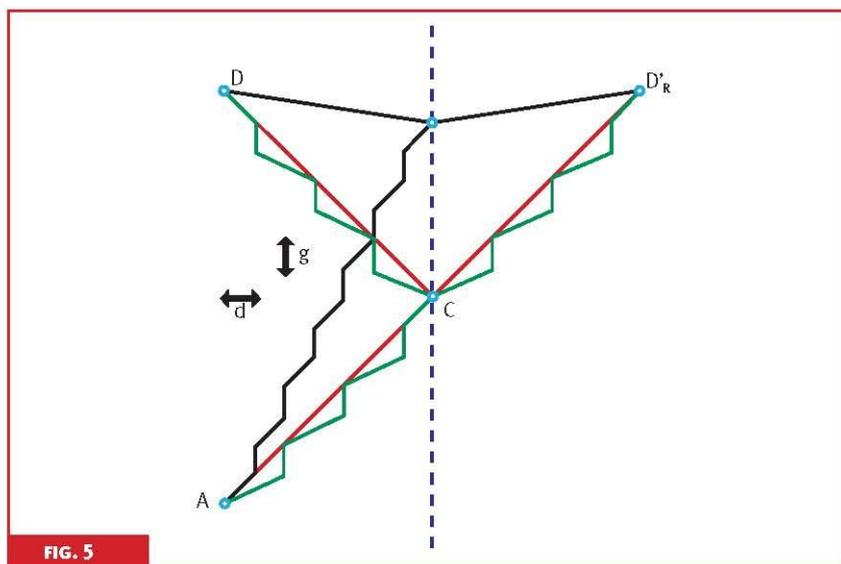
### As desigualdades

O experimento mostrou, usando a representação de Halton, que para  $n \geq 3$ ,  $d > 0$ ,  $g > 0$  temos as desigualdades  $D_A \leq D_E \leq D_S$ . Podemos usar o princípio óptico de menor percurso da luz para mostrar que o método americano é o que menos usa cadaço.

Vamos utilizar a representação da FIGURA 4 eliminando um segmento em comum a todos os métodos: o segmento vertical de comprimento  $g$ . Em termos algébricos, queremos mostrar a desigualdade

$$D_A - g \leq D_E - g \leq D_S - g.$$

Vamos também usar o conceito de reflexão, como em um espelho. O problema pode ser posto da seguinte forma: qual é o menor percurso de uma curva que sai do ponto  $A$ , toca na reta que representa o espelho e termina no ponto  $D$ ? Veja a ilustração a seguir.

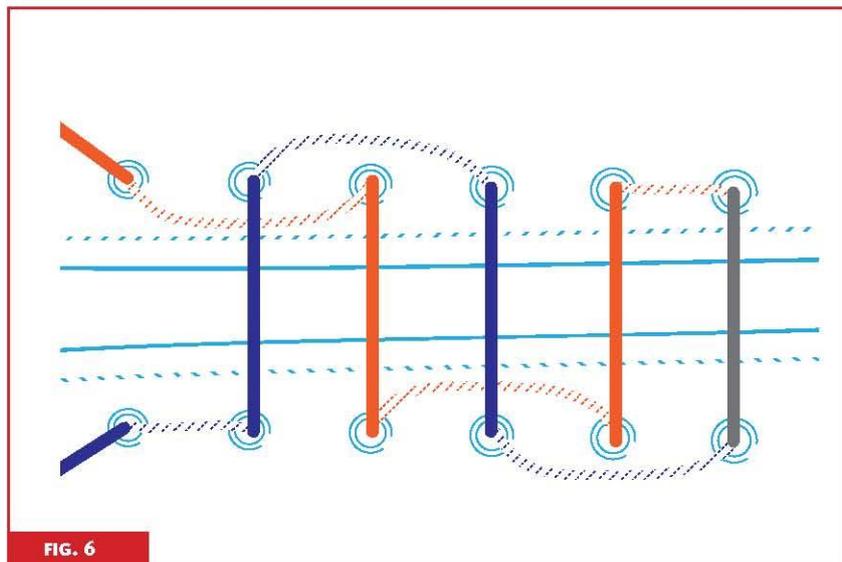


Construímos o ponto de reflexão  $D'_R$  e podemos, sem perda de comprimentos, considerar o percurso virtual do ponto  $A$  ao ponto  $D'_R$ . A geometria de Euclides nos garante que a menor distância entre dois pontos é um segmento de reta que os une. Assim, o segmento de reta  $AD'_R$  representado na cor vermelha é o que tem a menor distância e está associado ao método americano de passar o cadarço pelos furos do sapato. Todos os outros métodos terão comprimentos maiores.

 Como economizar cadarço

# Variações

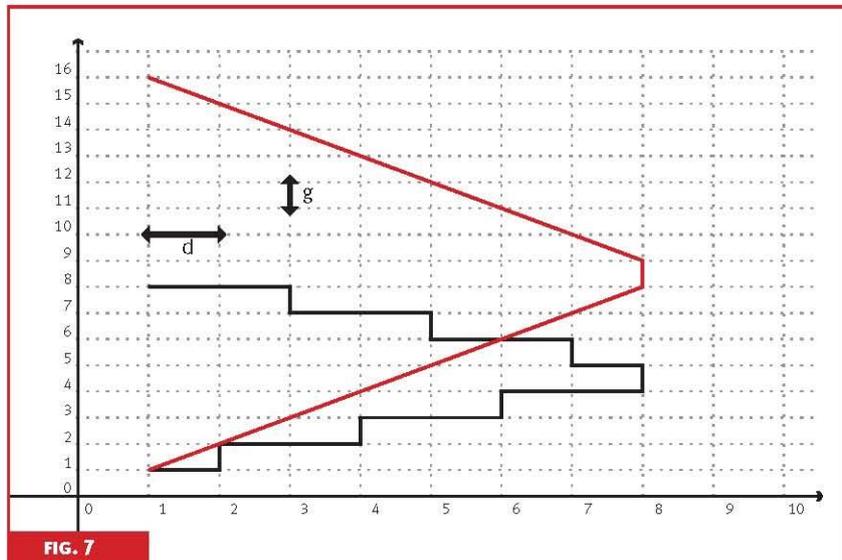
Os métodos que estudamos no experimento têm como regra o cadarço passar alternadamente pelos furos dos dois lados do sapato. Se esta regra for excluída, outras alternativas podem gastar comprimentos ainda menores do que o zig-zag simples americano. Um exemplo é dado na ilustração a seguir:



A FIGURA 6 mostra um cadarço com seis pares de furos, mas para comparar com os casos do experimento, consideramos a representação de Halton para um cadarço com oito pares de furos.

Aliás outra variação possível do experimento é utilizar 4, 6 ou 10 pares de furos, mas observar que nos casos estudados o número de pares deve ser par.

Se a representação geométrica de Halton for feita para este método, vamos obter o seguinte:



Para fácil comparação, incluímos na FIGURA 7 a representação do método americano também.

O comprimento total para este método da FIGURA 6, conhecido como *método reto de bar* – provavelmente em referência ao modo de amarrar coletes de uniforme de *barman* – é

$$D_{BM} = (n - 1)(2d + g).$$

Em alguns casos, este método possibilita um comprimento de cadaço menor do que o americano. Alguns exemplos numéricos podem ser apresentados para fazer comparações de alguns casos particulares, mas a demonstração geral da desigualdade do comprimento deste método com o do americano vai envolver um pouco de álgebra.

## Como economizar cadaço

# Bibliografia

---

STEWART, Ian; **Mania de Matemática – 2**. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

FIEGGEN, Ian. **Ian's Shoelace Site**.

Disponível em <http://www.fiegen.com/shoelace/>. Acesso em: 1 de fevereiro de 2010.

# Ficha técnica



**AUTOR**  
Samuel Rocha de Oliveira

**REVISORES**  
**Matemática**  
Antonio Carlos do Patrocínio  
**Língua Portuguesa**  
Carolina Bonturi  
**Pedagogia**  
Ângela Soligo

**PROJETO GRÁFICO  
E ILUSTRAÇÕES TÉCNICAS**  
Preface Design

**FOTÓGRAFO**  
Augusto Fidalgo Yamamoto



**UNIVERSIDADE ESTADUAL  
DE CAMPINAS**  
**Reitor**  
Fernando Ferreira Costa  
**Vice-Reitor**  
Edgar Salvadori de Decca  
**Pró-Reitor de Pós-Graduação**  
Euclides de Mesquita Neto

**MATEMÁTICA MULTIMÍDIA**  
**Coordenador Geral**  
Samuel Rocha de Oliveira  
**Coordenador de Experimentos**  
Leonardo Barichello

**INSTITUTO DE MATEMÁTICA,  
ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO  
CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)**  
**Diretor**  
Jayme Vaz Jr.  
**Vice-Diretor**  
Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons



Secretaria de  
Educação a Distância

Ministério da  
Ciência e Tecnologia

Ministério  
da Educação





## ANEXO H – Roteiro do Experimento “Como economizar cadarço”



The cover features the 'Matemática Multimídia' logo in the top left and 'GEOMETRIAS E MEDIDAS' in the top right. A central graphic shows a red circle containing a drawing of a shoe with a smaller shoe inside, illustrating the experiment's theme. The title 'O EXPERIMENTO' is in red, and 'Experimento' is in a large, light grey font. Below the title, the subtitle 'Como economizar cadarço' is followed by the 'Objetivos da unidade' section, which lists two objectives. Logos for UNICAMP, FND E, and the Brazilian Government are at the bottom.

**Matemática Multimídia**

GEOMETRIAS E MEDIDAS

**O EXPERIMENTO**

# Experimento

Como economizar cadarço

**Objetivos da unidade**

1. Permitir ao aluno criar e testar hipóteses;
2. Descrever situações e resolver problemas utilizando conceitos de Geometria Plana.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

**FND E** FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

**B R A S I L**  
UM PAÍS DE TODOS  
GOVERNO FEDERAL

### Como economizar cadarço

#### O EXPERIMENTO

**Sinopse**

Qual método de colocar cadarços nos sapatos utiliza um cadarço menor? Neste experimento, seus alunos poderão encontrar a resposta dessa questão experimentalmente, bem como observar sua demonstração geométrica.

**Conteúdo**

Geometria Plana, Problemas de otimização.

**Objetivos**

1. Permitir ao aluno criar e testar hipóteses;
2. Descrever situações e resolver problemas utilizando conceitos de Geometria Plana.

**Duração**

Uma aula dupla.

## Introdução

---

Existem várias maneiras de amarrar os sapatos e esses métodos diferem principalmente no apelo estético e no tempo necessário para executá-los.

Dado um certo cadarço, suponhamos que um usuário queira fazer o maior laço que puder. Para conseguir fazer esse grande laço, ele teria que usar a menor quantidade possível de cadarço no ziguezague do sapato, ou seja, teria que descobrir qual método requer um cadarço mais curto. Neste experimento, vamos tentar descobrir que método é esse.

Inicialmente, seus alunos simularão um sapato usando materiais bem simples e medirão o comprimento necessário de cadarço no ziguezague do sapato para três maneiras habituais de amarração: o método americano, o método europeu reto e o método rápido das sapatarias. A partir daí, eles poderão dizer qual é o método que precisa de menos cadarço dentre os três testados.

Após isso, eles tentarão criar um método que utilize ainda menos cadarço e, por fim, será apresentada a demonstração geométrica do motivo por que o primeiro método utilizado (método americano) é o melhor em usar menos cadarço.



 Como economizar cadarço

O Experimento 2 / 10

# O Experimento

---

## Material necessário

---

- Placa de Papelão de (20 cm × 7 cm);
- Tesoura;
- Furador;
- Cadarço (ou barbante);
- Barbante
- Fita métrica;
- Régua.



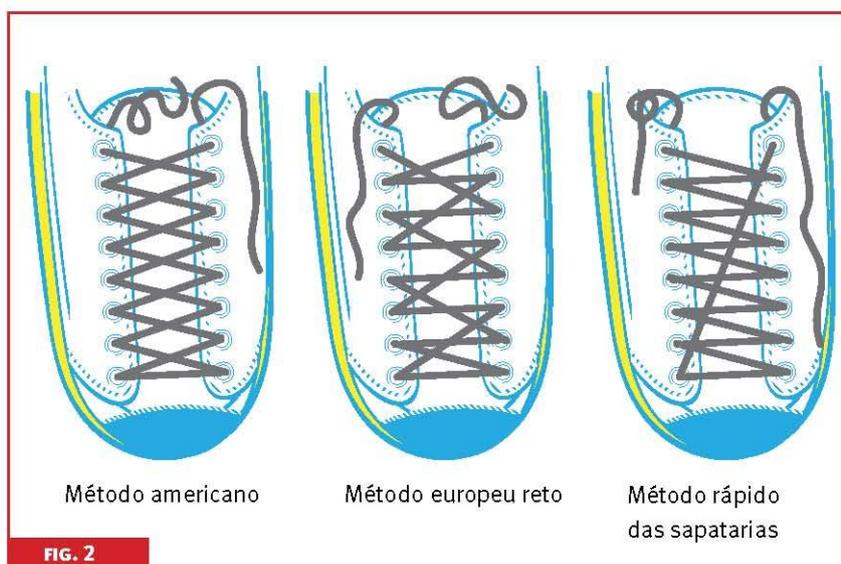
 Como economizar cadarço

---

## Comentários iniciais

---

Para a realização deste experimento, é necessário saber exatamente como se faz cada um dos métodos citados na INTRODUÇÃO. Por isso, apresentamos a seguir uma ilustração de cada um:



---

## Preparação

---

Divida a classe em duplas e forneça a cada uma o material necessário.

---

## Comparação dos comprimentos dos cadarços

---

ETAPA

1

Para esta etapa, os alunos deverão seguir os passos abaixo:

- Em um dos lados da placa de papelão, fazer oito furos equidistantes entre si e à mesma distância da borda. Fazer o mesmo no outro lado, de modo que cada furo fique exatamente de frente com o correspondente;

---

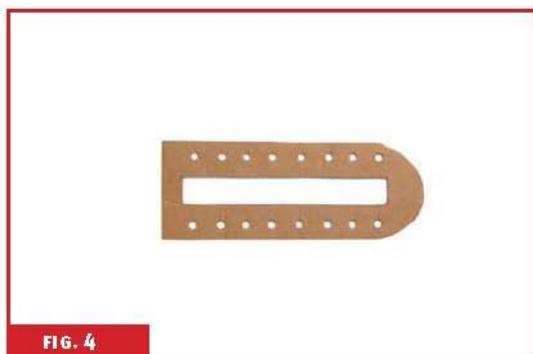
*As distâncias entre os furos do mesmo lado e entre os furos de lados opostos podem ser diferentes para cada grupo. Na verdade, é até melhor que isso aconteça para que haja mais variação dos dados obtidos.*

---



Como economizar cadarço

- Fazer um buraco no meio do sapato, como mostra a FIGURA 4;

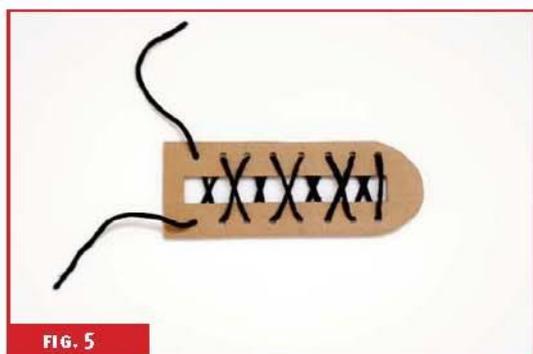


- A placa com furos representará o local para o ziguezague do cadarço.  
Passar o cadarço sem deixá-lo frouxo segundo o método americano e medir o comprimento utilizado *apenas no ziguezague*. Uma maneira de fazer isso é medir o comprimento total do cadarço e subtrair o que sobrou fora do ziguezague;

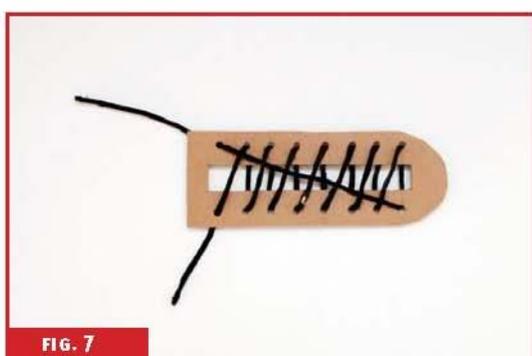
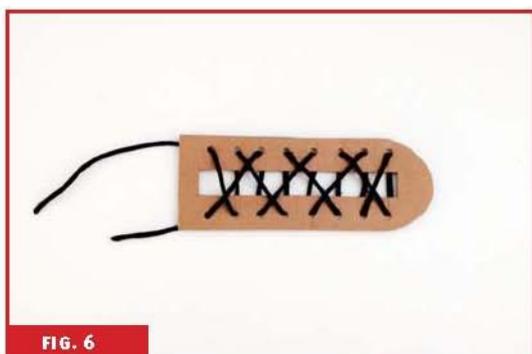
---

\* Peça para seus alunos tomarem cuidado para não deformar o papelão.

---



- Fazer o mesmo para os métodos europeu e da sapataria.



**Questão para os alunos**

Qual método utilizou um comprimento menor de cadarço no ziguezague e qual utilizou um comprimento maior?

\* Provavelmente, todos obterão a resposta de que o método americano utilizou o menor comprimento de cadarço. Essa é a resposta correta e a demonstração está no FECHAMENTO.



Como economizar cadarço

---

## Existe um método que usa menos cadarço?

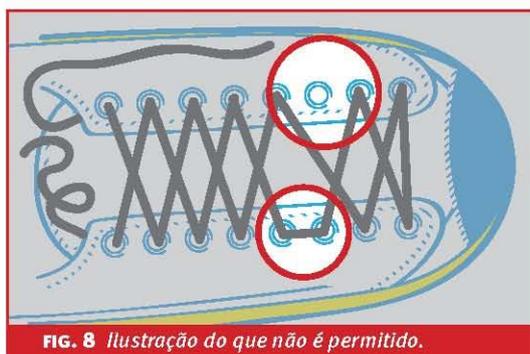
---

ETAPA

2

Peça para seus alunos utilizarem o molde do sapato construído na etapa anterior para tentar encontrar um método que utilize menos cadarço do que o método americano. Lembre-os apenas das seguintes regras (que foram utilizadas para todos os métodos anteriores):

- Todos os furos devem ser utilizados;
- O cadarço deve ser passado de maneira alternada entre a direita e a esquerda.



### **Questão para os alunos**

Vocês conseguiram encontrar algum método melhor? Se sim, explique o método para a classe, mostrando como a medida do cadarço utilizado no método criado é menor do que o utilizado no método americano.

Se alguém tiver encontrado esse método, ele deve ter cometido algum engano, pois, como demonstrado no GUIA DO PROFESSOR, o americano é sempre o que menos usa cadarço. Verifique se não houve violação de regra ou deformação no sapato.

## Fechamento

---

Provavelmente, no final do experimento, os alunos já estarão um pouco convencidos de que o método americano é o que menos usa cadarço. Porém, ainda não poderão afirmar com toda certeza, já que não viram ainda uma demonstração formal disso. Por isso, o professor deve aproveitar o momento para fazer a demonstração desse fato.

A demonstração, ao contrário das provas tradicionais, não necessita de manipulação algébrica e será feita logo abaixo. Primeiramente, faremos a demonstração de que o método americano utiliza menos cadarço do que o europeu e depois de que o europeu usa menos cadarço do que o da sapataria. Sendo assim, chegaremos à conclusão de que o americano é o que menos usa cadarço dentre os três.

Depois, no GUIA DO PROFESSOR, usando uma propriedade de reflexão, mostraremos que o método americano não só é que menos usa cadarço dentre os três citados, mas

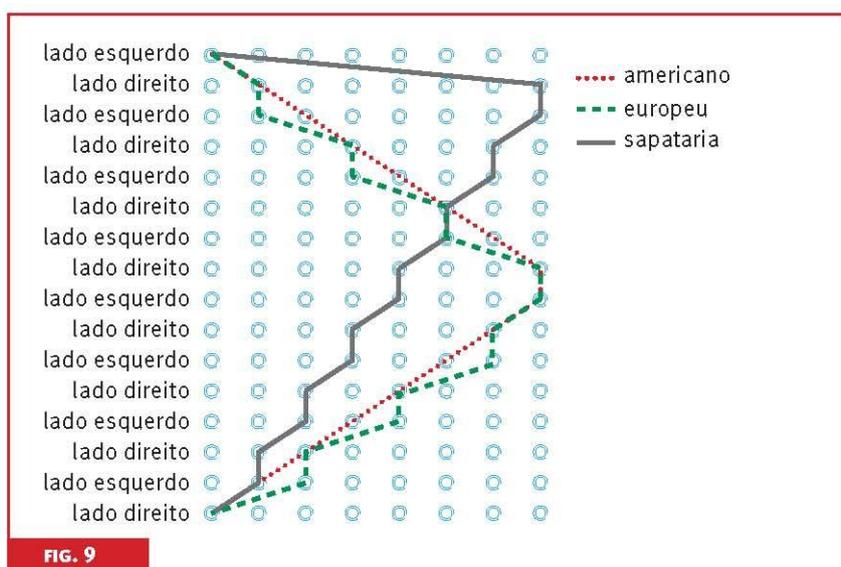


Como economizar cadarço

também é o que menos usa cadarço dentre todos os possíveis.

### Uma representação geométrica dos métodos

Para demonstrar que o método americano é melhor do que o europeu e que este é melhor do que o da sapataria, temos que construir uma figura que necessita de uma breve explicação.



A FIGURA 9 ilustra as representações geométricas dos três métodos de passar o cadarço nos sapatos. Ela é formada por  $2n$  linhas horizontais ( $n$  é o número de pares de furos, que no caso do nosso experimento foram oito) com  $n$  orifícios separados uns dos outros por uma certa distância (que representa a distância entre os furos de

um mesmo lado do sapato). As linhas horizontais sucessivas estão separadas verticalmente por uma distância igual à distância entre o par de furos.

A primeira linha do diagrama representa os orifícios de um dos lados do sapato (chamemos de lado esquerdo, pois é o lado esquerdo do ponto de vista do usuário do sapato). A segunda linha representa os orifícios do outro lado (lado direito). Por fim, as fileiras representam alternadamente os orifícios de um lado e de outro.

Os traçados poligonais do diagrama foram feitos da seguinte maneira: imagine que estamos começando a passar o cadarço no sapato. Iniciamos no primeiro orifício do lado esquerdo, depois passamos para um orifício do lado direito, e, portanto, para a linha de baixo do diagrama. Então, pelas regras de passar o cadarço, temos que passar para o lado esquerdo novamente, mas, ao invés de fazer o traçado para a linha de cima (que representa o lado esquerdo), traçamos para a linha de baixo (que também representa o lado esquerdo). Observemos que o traçado que fizemos tem o mesmo comprimento do que se o tivéssemos feito para cima. Portanto, o desenho que fizemos mantém o comprimento do cadarço para qualquer um dos métodos. Fazemos isso em todas as passadas, sempre fazendo o traçado para a linha de baixo e não para a de cima.



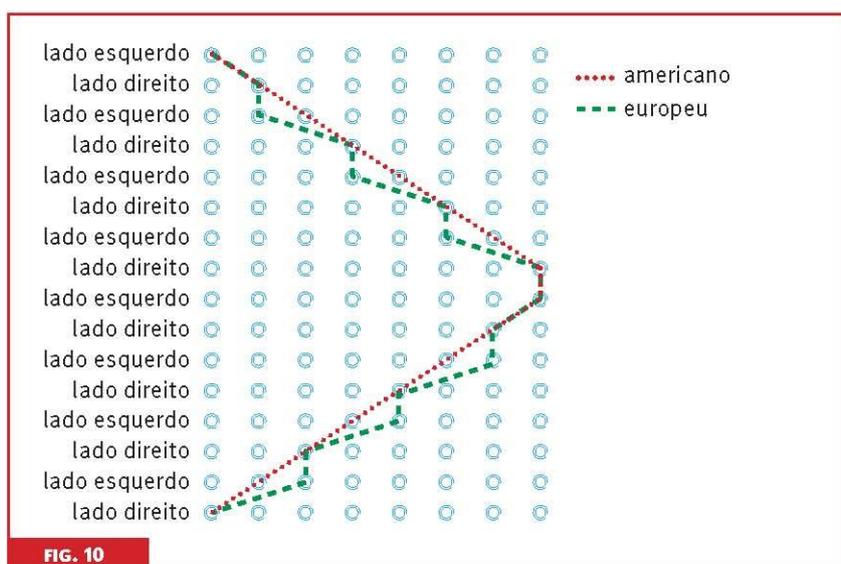
## Como economizar cadarço

### O método americano e o método europeu

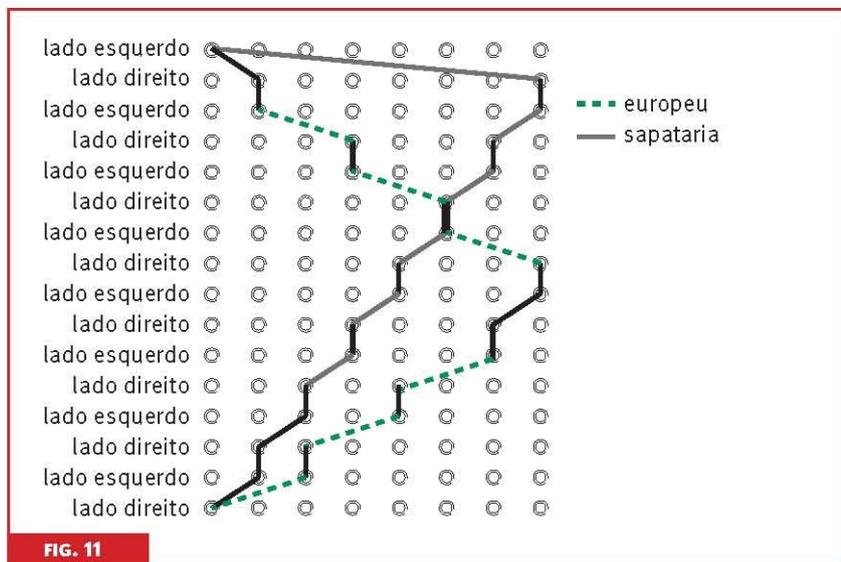
Usando o diagrama, podemos comparar os métodos americano e europeu. É possível ver que em alguns pontos os métodos coincidem, mas em outros não. Analisando o pequeno trecho pintado na FIGURA 10, podemos ver que o traçado do método americano é um dos lados de um triângulo e o traçado do método europeu são os outros dois. Podemos, então, concluir que o traçado do padrão americano é menor do que o do europeu neste trecho. Também podemos perceber que o método europeu sempre está ou coincidente com o americano ou em trechos semelhantes ao analisado, de onde finalmente concluímos que o método europeu sempre usa mais cadaço do que o americano.

! Lembre-se que a soma dos comprimentos de dois lados de um triângulo sempre excede o comprimento do terceiro lado, a menos que os três lados estejam alinhados.

! Observe que o que fizemos funciona para quaisquer quantidade  $n$  de pares de furos, distância entre orifícios e distância entre linhas. Portanto, é uma demonstração para um caso geral.

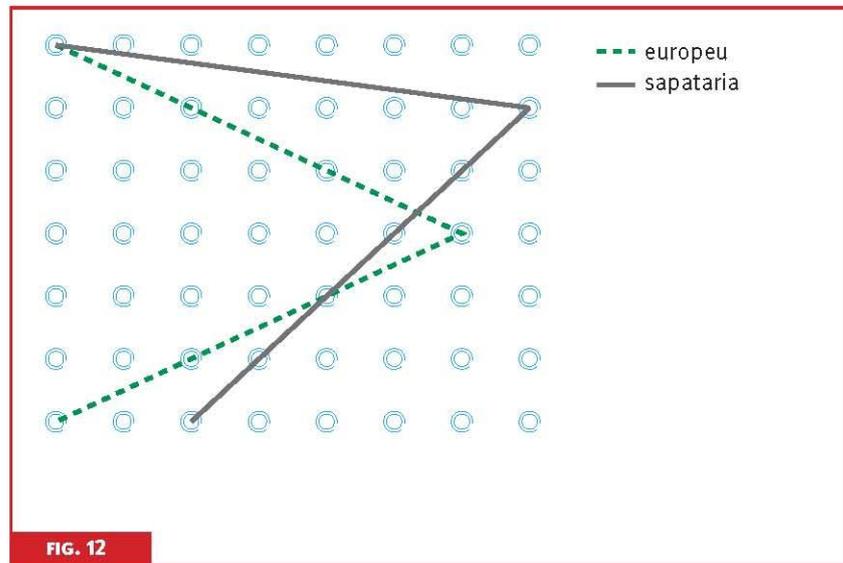


## O método europeu e o método das sapatarias

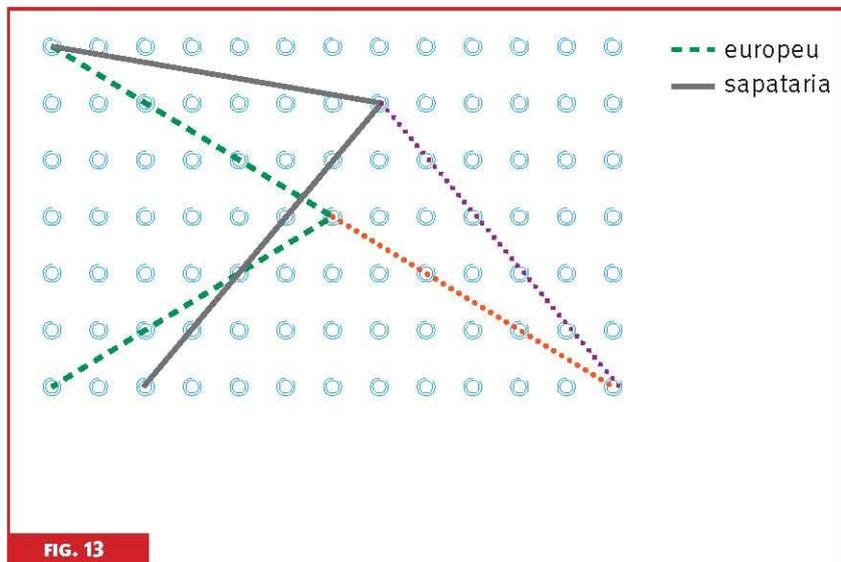


Acabamos de mostrar que o método americano utiliza menos cadaço do que o método europeu. Porém, não é tão fácil ver que este último utiliza menos do que o da sapataria. Para demonstrar isso, o mais simples é eliminar todos os segmentos verticais dos dois trajetos, já que eles contribuem com o mesmo comprimento nos dois métodos (ambos têm  $n - 1$  segmentos verticais). Devemos eliminar também dois segmentos inclinados que são idênticos em comprimento nos dois métodos. O resultado dessa eliminação está ilustrado na FIGURA 12 a seguir.

 Como economizar cadaço



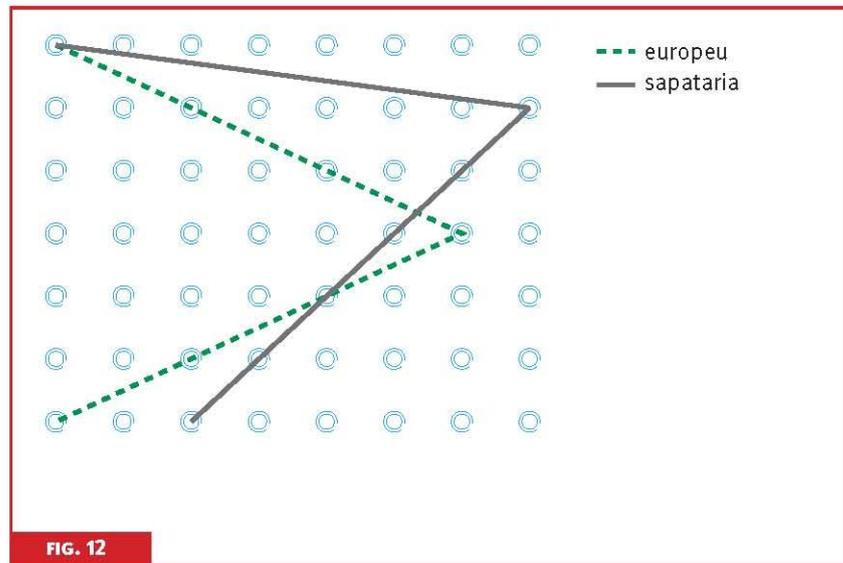
Se os segmentos de cima de cada um dos métodos da FIGURA 12 forem projetados, segundo suas reflexões em eixos verticais situados nas pontas dos trajetos, obtemos a FIGURA 13. Por ela, fica fácil verificar que o trajeto da sapataria é mais longo, já que a menor distância entre dois pontos é um segmento de reta.



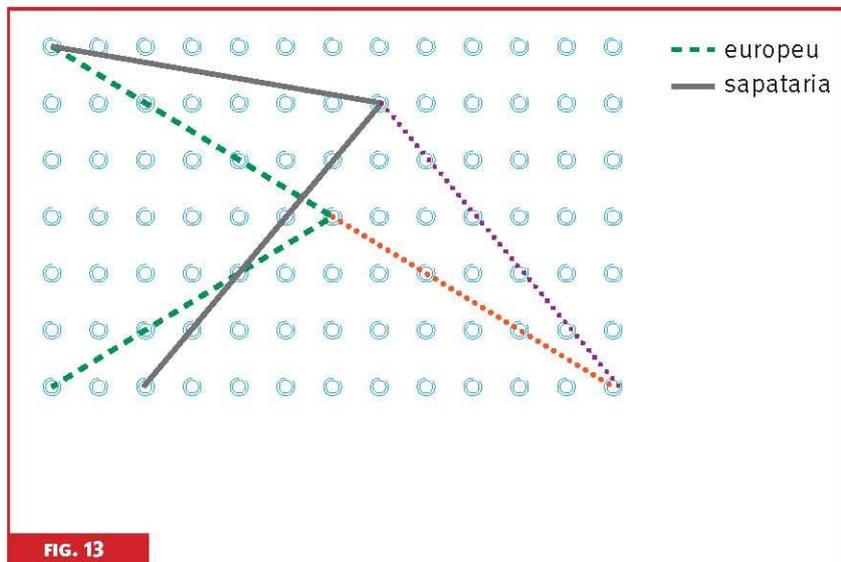
**O método americano é o que menos usa cadaço**

A demonstração de que o método americano é o que menos usa cadaço utiliza uma propriedade de reflexão e pode ser encontrada no GUIA DO PROFESSOR. Dê uma olhada!

 Como economizar cadaço



Se os segmentos de cima de cada um dos métodos da FIGURA 12 forem projetados, segundo suas reflexões em eixos verticais situados nas pontas dos trajetos, obtemos a FIGURA 13. Por ela, fica fácil verificar que o trajeto da sapataria é mais longo, já que a menor distância entre dois pontos é um segmento de reta.



**O método americano é o que menos usa cadaço**

A demonstração de que o método americano é o que menos usa cadaço utiliza uma propriedade de reflexão e pode ser encontrada no GUIA DO PROFESSOR. Dê uma olhada!

 Como economizar cadaço

# Ficha técnica



**AUTOR**  
Samuel Rocha de Oliveira

**COORDENAÇÃO DE REDAÇÃO**  
Rita Santos Guimarães

**REDAÇÃO**  
Felipe Mascagna B. Lima

**REVISORES**  
**Matemática**  
Antonio Carlos do Patrocínio  
**Língua Portuguesa**  
Carolina Bonturi  
**Pedagogia**  
Ângela Soligo

**PROJETO GRÁFICO**  
Preface Design

**ILUSTRADOR**  
Lucas Ogasawara de Oliveira

**FOTÓGRAFO**  
Augusto Fidalgo Yamamoto



**UNIVERSIDADE ESTADUAL  
DE CAMPINAS**  
**Reitor**  
Fernando Ferreira Costa  
**Vice-Reitor**  
Edgar Salvadori de Decca  
**Pró-Reitor de Pós-Graduação**  
Euclides de Mesquita Neto

**MATEMÁTICA MULTIMÍDIA**  
**Coordenador Geral**  
Samuel Rocha de Oliveira  
**Coordenador de Experimentos**  
Leonardo Barichello

**INSTITUTO DE MATEMÁTICA,  
ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO  
CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)**  
**Diretor**  
Jayme Vaz Jr.  
**Vice-Diretor**  
Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons



Secretaria de  
Educação a Distância

Ministério da  
Ciência e Tecnologia

Ministério  
da Educação



# ANEXO I – Folha do Aluno do Experimento “Como economizar cadarço”

## Folha do aluno

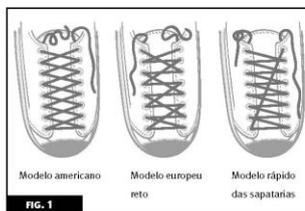
Geometria e medidas



### Comentários iniciais

Suponham que vocês queiram fazer o maior laço possível no seu tênis. Para isso, terão que gastar a menor quantidade de cadarço possível no ziguezague do seu calçado. Sendo assim, neste experimento vamos tentar encontrar qual método de passar cadarço utiliza um cadarço mais curto no ziguezague.

**Etapa 1 Comparação dos comprimentos dos cadarços**  
Existem três métodos habituais de passar cadarço: o americano, o europeu e o da sapataria. Eles estão ilustrados a seguir:



Nesta etapa, vocês terão que fazer o seguinte:

- 1.1 Em um dos lados da placa de papelão recebida, façam oito furos equidistantes entre si, todos à mesma distância da borda. Façam o mesmo no outro lado, de modo que cada furo fique exatamente de frente com o correspondente (FIGURA 2);
- 1.2 Façam um buraco no meio do sapato, como mostra a FIGURA 3;

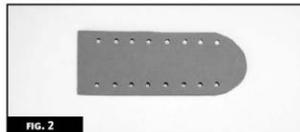


FIG. 2

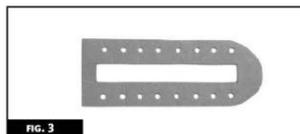


FIG. 3

- 1.3 A placa com furos representará o local para o ziguezague do cadarço.

Passem o cadarço sem deixá-lo frouxo segundo o método americano e meçam o comprimento utilizado apenas no ziguezague. Uma maneira de fazer isso é medir o comprimento total do cadarço e subtrair o que sobrou fora do ziguezague;

- 1.4 Façam o mesmo para os métodos europeu e da sapataria.

#### Pense e responda

Qual método utilizou um comprimento menor de cadarço no ziguezague e qual utilizou um comprimento maior?

**Etapa 2 Existe um método que usa menos cadarço?**

- 2.1 Utilizando o sapato construído na etapa anterior, tentem encontrar um método que use menos cadarço do que todos os anteriores. Lembrem-se apenas das seguintes regras (que foram utilizadas para todos os métodos da ETAPA 1):

- Todos os furos do sapato devem ser utilizados;
- O cadarço deve ser passado de maneira alternada entre os lados.



FIG. 4 Ilustração do que não se deve fazer.

#### Pense e responda

Vocês conseguiram encontrar algum outro método que usa menos cadarço? Se sim, explique o método para a classe, mostrando como a medida do cadarço utilizado no método criado é menor do que o utilizado no método americano.